

ИЗ ИСТОРИИ ФИЗИКИ

53(092)

П. А. М. ДИРАК

(8.VIII 1902—20.X 1984)

Я. А. Смородинский

Присядь на корточки и, как ребенок, смотри, что происходит, приготовься отбросить любые укоренившиеся представления, упрямо следуя велению природы, куда и как бы она тебя ни вела, иначе ничему не научишься.

Из Томаса Гарди

Внешне спокойная жизнь П. А. М. Дирака полна приключений не менее интересных, чем тем, которые выпадают на долю искателей сокровищ. Только эти приключения скрыты от непосвященных, и лишь люди, близкие к физике, знают, сколь драматичны бывают события и сколь труден бывает путь к триумфу.

Труд ученого не виден для посторонних глаз, а многие открытия естествознания сделаны в области, далекой от практической жизни, однако их влияние на культуру, технику, на развитие человеческой истории часто оказывается значительно большим, чем это могло казаться современникам. Не будет преувеличением сказать, что научно-технические революции, о которых так много говорят, зарождались почти всегда в тиши рабочих кабинетов и их первые результаты — протоколы опытов или страницы формул — могли волновать лишь немногих.

Дирак был одним из тех, кто создавал квантовую физику. Начало этой науки было очень абстрактным, ее практические приложения сейчас неисчислимы. Работы Дирака представлялись самыми абстрактными, но в них оказались заложенными глубокие идеи, которые получили удивительное развитие лишь много лет спустя. Об истории квантовой механики написано много книг *). В них подробно описывается роль участников великих событий. Каждый из них думал и работал по-своему. Особенно выделялся своим пониманием физики Дирак. Свообразием Дирака и посвящены эти заметки.

Мы ограничим себя всего несколькими иллюстрациями метода мышления Дирака, так сказать, психологией его творчества, оставляя в стороне техническую сторону истории науки. В основу изложения мы взяли многочисленные его лекции и интервью, в которых он обращался к тем моментам своей жизни, когда ему открывалось решение трудной задачи.

Начнем, следуя советам керроловского короля, с начала.

*) Из них надо выделить три: Хунд¹, Джеммер² и многотомный труд Мехры и Ренхенберга³, который послужил нам важным источником. Полезно также ознакомиться с выпуском УФН⁴, посвященным 50-летию квантовой механики, в котором опубликованы обзоры и переводы классических статей.

28 июля 1925 г. Вернер Гейзенберг приехал в Кембридж, где он выступил с докладом «Аномалии в зеэман-эффекте» в «клубе Капицы». («Зоология термов и ботаника Зеэмана» — так этот доклад записан в дневнике клуба.)

Клуб П. Л. Капицы играл в Кембридже большую роль. Он был открыт 17 октября 1922 г.; с тех пор на его собраниях обсуждались практически все физические проблемы того времени. Известный английский физик Дж. Бернал заметил о клубе Капицы: «Он представлял собой своего рода Великое судилище по всем важным вопросам физики; люди с большими именами «вызывались», как на суд, и подвергались суровому допросу, ответы их часто прерывались. Как правило, «допрос» вел сам Капица; из уважения к его энтузиазму никто против этого не возражал» (3, p. 75). Заседания клуба происходили по четвергам после ужина. В 1924 г. Дирак стал членом клуба *).

Участие Дирака в этом клубе привело его к дружбе с П. Л. Капицей, а позже и к совместным работам. Хорошо известна их работа 1933 г. «Об отражении электронов стоячей световой волной»⁶. Эта работа об обратном комптон-эффекте была использована в наше время в применении к теории процессов, наблюдавшихся на встречных пучках. Менее известна начатая экспериментальная работа по разделению изотопов во вращающемся потоке газа, прерванная почти в самом начале из-за переезда П. Л. Капицы в Москву.

Но мы отклонились от темы — доклада Гейзенберга.

В своем докладе Гейзенберг подчеркнул необходимость новой динамической теории атома. В разговоре с Фаулером, который был научным руководителем Дирака в Кембридже, Гейзенберг упомянул и о своих новых результатах. Фаулер попросил Гейзенберга прислать ему корректуру его работы, и в середине августа 1925 г. статья Гейзенберга пришла по почте в Кембридж. Фаулер поручил Дираку ее разобрать.

Так в кратком изложении представляется пролог, в котором Дирак вступил в новую механику.

Дирак отметил в идеях Гейзенберга то, что самому Гейзенбергу казалось скорее трудностью теории, чем ее триумфом, — удивительный факт некоммутативности переменных **). «В то время как классически $x(t) y(t)$ всегда равно $y(t) x(t)$, в квантовой теории это в общем случае не имеет места», — писал в своей статье Гейзенберг⁷. Дирак в одной из своих лекций замечает: «... Я увидел, что некоммутативность в действительности есть доминирующая характеристика теории Гейзенберга, поэтому я сконцентрировал свое внимание на идее некоммутативности и на том, как надо изменить обычную динамику, которой все пользуются до сих пор, чтобы включить эту идею» (3, p. 129).

В изложении Гейзенберга новый метод выглядел ограниченным. Первая теория Гейзенберга относилась только к одномерному осциллятору (хотя и ангармоническому). Для решения следующей основной задачи — вычисления уровней атома водорода — Паули придумал специальный метод (превратившийся в руках Фока в красивую теорию, основанную на четырехмерной симметрии).

Только в работах Шрёдингера «Квантование, как задача о собственных значениях. I—IV»⁸ (первая из которых получена редакцией 27 января и опубликована 13 марта 1926 г.) было объяснено, как решать задачу о движении частиц в произвольном потенциале.

*) Дирак вспоминает: «По правде говоря, такое время было не особенно удобным, так как после ужина я был совсем сонным. Работал я обычно по утрам: я думаю, что утро — это время, когда работоспособность мозга достигает максимума; к концу же дня я становлюсь довольно тупым, особенно после ужина, поэтому я находился не в лучшем состоянии духа для восприятия новой информации. Все же посещение собраний клуба Капицы себя оправдало» (6, p. 118).

**) Термин «коммутационные соотношения» был придуман Дираком, заменив собой обычный тогда термин «перестановочные соотношения». Он считал, что перестановками физики называют перестановки координат в системе многих тел.

После работы Гейзенберга осталось неясным, как надо писать общие динамические уравнения новой теории.

Для того чтобы понять, как надо работать с новыми динамическими переменными — координатой q и импульсом p , подчиняющимися квантовому условию

$$pq - qp = \frac{h}{2\pi i}$$

(это условие впервые появилось в работе М. Борна и П. Иордана ⁹), надо было прежде всего понять, что соответствует этому условию в классической динамике.

Идея решения пришла в сентябре 1925 г. во время обычной воскресной прогулки. Дирак вспомнил о скобках Пуассона и на следующий день:



П. А. М. Дирак, около 1930 г. (фотография — из архива П. Л. Капицы)

«... Я посмотрел на скобки Пуассона в Аналитической динамике Уиттекера и увидел, что это как раз то, что мне нужно» (⁵, р. 122).

Работа Дирака «Основные уравнения квантовой механики» ¹⁰ 7 ноября была представлена Фаулером в «Известия Королевского общества» и вышла из печати менее чем через месяц — 1 декабря того же года *).

Этой работой было положено начало квантовой динамике, опирающейся на метод Гамильтона, естественно объединившей как квантовую теорию Гейзенберга, так и волновую механику Шрёдингера. В начале 1926 г. физики

*) Нельзя не отметить, что важными, если не необходимыми условиями эффективной работы нескольких физиков, работавших в разных городах, была интенсивность взаимных общений, быстрота почты и необычайная (с нашей точки зрения) быстрота журнальных публикаций.

были удивлены самой возможностью двух, с первого взгляда разных теорий. Доказательство их эквивалентности дал Шрёдингер (в работе ¹¹, полученной редакцией 18 марта и опубликованной 4 мая 1926 г.). Отметим, что близко к волновой механике подошел Ланцош в почти незамеченной работе ¹² (полученной редакцией еще 22 декабря 1925 г. и опубликованной 26 февраля 1926 г.), а независимо от Шрёдингера доказательство эквивалентности двух теорий дали также Паули в письме к Иордану от 12 апреля 1926 г. (опубликованном лишь в 1973 г.) и Эккарт в конце мая 1926 г. (см., например, ⁴, с. 693).

В той форме теории, как ее представил, в своих работах Дирак, не возникает самой проблемы. Гейзенбергова и Шрёдингерова картины были просто разными представлениями (уравнениями, написанными в разных системах координат) одних и тех же динамических законов механики некоммутирующих переменных.

Еще одно высказывание Дирака: «На этом этапе у меня было преимущество перед Гейзенбергом, потому что у меня не было его страхов. Я не боялся того, что теория Гейзенберга потерпит крах. Ее крах не поразил бы меня в той мере, в какой он поразил бы Гейзенберга... Я думаю, что, как общее правило, автор новой идеи оказывается далеко не лучшей кандидатурой для развития этой идеи: страх, что случится нечто плохое, оказывается слишком сильным, и это мешает ему посмотреть на новый метод с независимой сторонней точки зрения, как это требует ход событий...» (⁵, р. 121). Но и сам Дирак испытал похожее чувство, торопившее его с публикацией релятивистского уравнения электрона. В этой работе он ограничился лишь первым приближением в задаче об атоме водорода. «Вы можете удивляться, — говорил он через 50 лет, — почему я сразу не перешел к рассмотрению высших приближений. Причина была в том, что я просто боялся этого сделать. Я боялся, что в высоких приближениях результат окажется не вполне правильным, и был столь счастлив, что теория верна, хотя бы в первом приближении, что хотел закрепить успех публикацией в том виде, не подвергаясь риску неудачи в высшем приближении. Высшие приближения были сделаны Дарвином, который писал и рассказывал мне о своих результатах; я был рад услышать, что все согласуется с опытом» (⁵, р. 143). Мудрый старый ученый дает, наверно, правильное объяснение поступкам ученого молодого.

Взгляды и убеждения ученого лучше проявляются не в его высказываниях о самом себе, а тогда, когда он отдает должное другому. У Дирака есть замечательное выступление на одном из многочисленных симпозиумов, посвященных 100-летию со дня рождения Эйнштейна, которые проходили по всему миру осенью 1979 г. На симпозиуме в Мюнхене (18—20 сентября), посвященном теме «Влияние современных научных идей на общество», выступил Дирак ¹⁴.

Он, в частности, рассказал, что в 1906 г. немецкий физик Кауфман сообщил о своих результатах по измерению зависимости массы электрона от скорости. На обсуждении стояли две модели — релятивистская модель Лоренца — Эйнштейна (модель электрона, претерпевшего продольное сжатие при движении) и модель Абрагама, в которой электрон изображался твердым шариком. Кауфман объяснил, что его опыты подтверждают модель Абрагама.

Дирак продолжал: «Когда Лоренц услышал об этом результате, он был совершенно выбит из колеи. Он воскликнул: «Вся моя работа пошла на смарку!» *) Пуанкаре воспринял это как ограничение схемы преобразований. Когда же об этом услышал Эйнштейн, его реакция была совсем другая. Эйнштейн чувствовал, что его теория настолько красива математически, что она просто обязана быть правильной, и, если опыт дает другой ответ, надо подождать и посмотреть: может быть, что-то неправильно с опытом. Так что

*) «Je suis donc au bout de mon latin» (в письме к Пуанкаре от 8 марта 1906 г.; см. ¹³).

Эйнштейн не был взволнован. Он был твердо убежден в справедливости своей точки зрения и занял выжидательную позицию к эксперименту.

Через несколько лет опыт был повторен, и новые результаты оказались в пользу модели Лоренца и Эйнштейна... Позиция Эйнштейна оказалась правильной. Такая позиция была характерна для него. Она требовала большей веры в свои фундаментальные идеи, если только они основываются на ясной и красивой математике, чем в результате опыта. Экспериментаторы всегда переоценивают свои результаты и склонны делать ошибки. Нельзя позволять им слишком себя запутывать»¹⁴.

В этом рассказе Дирака его научное и жизненное кредо, которое он в разной форме не уставал повторять. Когда Дирак рассказывал о своих работах, то слушателям казалось, что он не столько объясняет существующий мир, а, как творец, создает свой собственный, красивый, математически строгий. Лишь в конце он возвращается к реальности. Сравнивая свой мир с миром реальным, Дирак порою сталкивался с такими неожиданностями, которые другие сочли бы за сокрушительный удар по теории. Но именно это и не было свойственно Дираку.

Наиболее примечательной историей, в которой характер Дирака проявился во всей своей силе, была история открытия уравнения, носящего его имя.

На Сольвейвском конгрессе в октябре 1927 г. к Дираку подошел Бор. Дальше цитируем самого Дирака: «Бор подошел ко мне и спросил: «Над чем сейчас работаете?». Я ответил: «Пытаюсь получить релятивистскую теорию электрона». Бор тогда сказал: «Но ведь Клейн уже решил эту проблему». Я был несколько обескуражен. Я стал объяснять ему, что решение задачи Клейна, основанное на уравнении Клейна — Гордона, не удовлетворительно, так как его нельзя согласовать с моей общей физической интерпретацией квантовой механики. Однако я так и не смог объяснить что-либо Бору, так как наш разговор был прерван началом лекции и вопрос повис в воздухе»^(3, p. 124).

Вопрос же был в том, что Дираку не нравилось, что уравнение Клейна — Гордона было второго порядка и не допускало вероятностной интерпретации. И хотя многие думали, что вопрос решен, и то, что считалось плотностью вероятности, надо было интерпретировать как плотность заряда, Дирак был недоволен и стремился получить уравнения для одного электрона, а не для системы частиц с разными зарядами. Он добился своего, но решение его удивило. «Я обнаружил из этого уравнения, что электрон обладает спином, равным $1/2$, и магнитным моментом и что значения спина и магнитного момента согласуются с экспериментальными. Полученный результат был совершенно неожиданным... Я считал, что простейшее решение получится для частиц без спина, а уже затем нужно будет ввести спин...»¹⁵.

Уравнение электрона со спином $1/2$, действительно, получалось из требования, что оно должно содержать первую, а не вторую производную по времени. За выигрыш надо было платить.

Для того чтобы разбить сумму четырех квадратов на два линейных множителя, необходимо было ввести матрицы с 4 строками и 4 столбцами. Двумерных частиц Паули, хорошо описывающих спин в нерелятивистском случае, явно не хватало. Электрон в теории имел лишнюю степень свободы — свободы, как оказалось, перехода в состояние с отрицательной энергией. Это выглядело настолько дико, что впору было отказаться от всего сделанного. Но Дирак придумал другой выход — он поверил в реальность состояний с отрицательной энергией и, воспользовавшись принципом Паули, заполнил все такие состояния электронами, объяснив, что только вакантные места — «дырки» — могут наблюдаться на опыте. «Теперь возникла серьезная трудность. В то время все знали об электроне — носителе заряда положительного, и каждый был абсолютно уверен, что, кроме электрона, других

элементарных частиц в природе нет. Правда, Резерфорд как-то говорил о существовании третьей частицы — нейтрона. Это предложение гипотетического нейтрона не имело особых оснований. Он просто говорил о том, как был бы полезен нейтрон для экспериментаторов в качестве идеального снаряда, чтобы стрелять в атомные ядра, так как он не возмущался бы внешними электронами. Но никто реально не верил в нейтрон. Для всех казалось очевидным, что, поскольку есть два сорта электричества, должно быть и два сорта частиц для их переноса. Никто не шел дальше» (6, p. 144).

Реальный ход событий известен. Паули и Вейль показали, что масса дырки должна совпадать с массой электрона и, значит, дырка не может быть протоном. Ситуация была критическая.

Дирак продолжал: «Однако я не намеревался отвергать теорию и выдвинул ее как теорию электронов и протонов.

Оппенгеймер предложил теорию: хотя дырки имеют ту же массу, что и электрон, но в природе существуют какие-то особые причины, чтобы их нельзя было наблюдать. Оппенгеймер не мог сказать, что это за особые причины, а просто выдвинул их как нечто, требующее еще объяснений. Оппенгеймер был близок к правде!

Дырки эти были частицами с той же массой, что и электрон, но они не были никогда наблюдаемы просто потому, что экспериментаторы никогда не искали их в правильном месте.

Я вспоминаю, что, когда посещал лекции экспериментаторов в Кавендише, был случай, я не очень помню было ли это в 1926-м или 1927 г., когда в разговоре после лекции лектор отметил удивительный факт, с которым он столкнулся в своих опытах. Он имел дело со следами частиц в камере Вильсона. В присутствии магнитного поля все следы были искривлены. Ясно, что если известен заряд частицы, то известно, в какую сторону она двигалась. Замечание состояло в том, что часто наблюдались треки, которые вели в источник. Предполагалось, что частицы эти — электроны, а тогда искривление следа указывало, что они летят в источник. Все это было замечено мимоходом. Никто не думал исследовать явление подробно; если бы они это сделали, то это привело бы к важному открытию... Это показывает, как можно просмотреть важное открытие из-за того, что люди не уделяют достаточного значения тому, что выглядит как курьез, не стоящий дальнейшей проверки» (6, p. 145).

Можно добавить и обратное. Когда экспериментатор верит в правильность своих опытов, то непонятное иногда превращается в открытие. Излучение Вавилова — Черенкова и эффект Мёссбауэра — хорошие примеры таких открытий.

Через несколько лет Блэкетт наблюдал положительно заряженные частицы, но задержал публикацию, считая нужным продолжить опыты. Более смелым был Андерсон. Он опубликовал свои результаты (очень похожие на результаты Блэкетта) и получил Нобелевскую премию. История поучительная!

Уравнения Дирака были опубликованы 1 февраля 1928 г. (работа «Теория электрона» поступила в редакцию 2 января 1928 г.¹⁶, вторую ее часть редакция получила через месяц — 2 февраля 1928 г., и она вышла в свет 1 марта 1928 г.¹⁷

В 1930 г. Дирак публикует первое издание «Основы квантовой механики», которые он трижды перерабатывал¹⁸. От издания к изданию взгляд автора на логическую структуру квантовой механики изменялся, и сравнение всех четырех изданий дает весьма интересную картину эволюции его идей *).

Первое издание было встречено настороженно, новый язык автора был необычен, а строгость многим представлялась излишней. Рецензент писал,

*) На русском языке есть переводы 3-х изданий — 1-го, 2-го и 4-го¹⁹ — случай, редкий в нашей издательской практике.

что автор «требуется от нас отбросить в сторону привычные идеи о связанных с природой явлениях. Мы можем отнестись к этому, как к приложению чистого разума к физике»²⁰.

Даже Гейзенберг писал о немецком переводе книги Дирака: «По некоторым пунктам у референта сложилось впечатление, что Дирак, вероятно, представляет квантовую механику, в особенности ее физическое содержание, более «символично», чем это необходимо»²¹.

Такое впечатление о методе Дирака сохранялось долго. Лишь дальнейшее развитие квантовой электроники, и в особенности новых направлений, таких, как квантовая хромодинамика и суперсимметрия, показало неизбежность веры в силу метода гамилтоновой механики, использованной Дираком не только в описанных работах, но и в развитии квантовой статистики и в теориях релятивистских квантовых полей. Книга же Дирака вошла в библиотеку физической классики и стала в ряд с «Математическими основами» Ньютона и «Трактатом об электричестве и магнетизме» Максвелла, отличаясь от них большой близостью к современному читателю. Особенность книги Дирака состоит в том, что она написана на новом языке, ставшим основой языка физики XX века. Такие слова, как наблюдаемая, коммутация, всем известное «аш перечеркнутое» (сербская буква \hbar), дельта-функция*), скобочные обозначения наблюдаемых и матричных элементов, такие операции, как обход полюсов в комплексной плоскости в фурье-образе амплитуд, δ_{\pm} -функции и даже функциональный интеграл, пришли к нам от Дирака.

Развитие нового языка (особенно в работах Фейнмана, Дайсона) придало журналам и книгам нашего времени то своеобразие, которое отличает их от книг и журналов прошлого века. Здесь можно усмотреть аналогию с искусством, язык которого всегда отражает изменения в человеческом восприятии, в свою очередь преобразая это восприятие.

Наверно, главное, что произошло после Дирака с языком физики, это внедрение в него диаграмм, графов, которые подобно иероглифам определяют не слова, а понятия, общие для порой далеких друг от друга явлений. В этом проявляется красота как физики, так и математики, значение которой всегда подчеркивал Дирак.

Как и всякий человек, даже великий, Дирак мог ошибаться. «Я считаю теорию функций комплексного переменного очень красивой теорией, так как интегралы Коши обладают большой силой. Такое же ощущение возникает у меня по отношению к проективной геометрии, в отличие от некоторых других ветвей математики, таких, как теория множеств и топология»^(3, p. 118).

Такая оценка сейчас кажется наивной. Топология в теории гелия, канторовы множества в нелинейных системах свидетельствуют о силе и красоте этих наук. Оценка красоты математики не лишена субъективности и подвержена влиянию времени. И в этом наука сродни искусству. В данном смысле мышление Дирака сродни мышлению художника и поэта. Но все же послушаем, что говорил Дирак позже: «Красивая теория обладает универсальностью и достаточной силой, чтобы предсказывать, интерпретировать, давать примеры и работать с ними. Но если Вы обладаете универсальными законами и Вы можете их применять, Вам не надо больше обращаться к принципу красоты, потому что при изложении проблем практических приходится принимать во внимание много деталей и всё всё равно страшно перепутывается»^(3, p. 118).

Мы заключим последней, несколько неожиданной цитатой: «... Меня привлекала всегда красота математики: мое знакомство с проективной геометрией в большей степени стимулировало мои исследования, интерес к ней, я бы сказал, остался на всю мою жизнь. Проективная геометрия оказалась

*) Понятие, близкое к дельта-функции, вводил еще Кирхгоф, а потом — Хэвисайд и Герц. Но об этом все уже успели забыть.

весьма полезным аппаратом для исследований, однако я никогда не ссылался на нее в моих печатных работах. Мне кажется, что я никогда даже не упомянул о ней в статьях (хотя я не совсем в этом уверен), так как я чувствовал, что большинство физиков с ней не знакомы. Когда я получал какой-нибудь результат, я переводил его на аналитический язык и превращал мои аргументы в уравнения... Это относится к моим работам по спинорам. Мы должны работать с величинами совсем нового типа; лучший инструмент для исследования дает нам проективная геометрия»⁽⁵⁾, р. 114).

Еще несколько лет назад эти слова поставили бы физиков в тупик (они были произнесены в 1972 г.). Появление твисторного исчисления и проективных пространств в теории поля в который раз подтвердило пророческий дар Дирака.

Читая Дирака, покоряешься силой познания человека, ощущаешь красоту физического мира, страстным певцом которой был необыкновенный человек Поль Адриен Морис Дирак.

Институт атомной энергии
им. И. В. Курчатова

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Хунд Ф. История квантовой теории / Пер. с нем.—Киев: Наукова думка, 1980.
2. Джеммер М. Эволюция понятий квантовой механики / Пер. с англ.— М.: Наука, 1985.
3. Mehra J., Rechenberg H. The Historical Development of Quantum Theory. V. 4.— New York; Berlin; Heidelberg: Springer-Verlag, 1982.
4. УФН, 1977, т. 122, вып. 4.
5. Dirac P. A. M. Recollections of an Exiting Era.— In: Proc. of the International School of Physics «Enrico Fermi». Course D. VII.— N.Y.: North-Holland, 1977.
6. Kapitza P. L., Dirac P. A. M. The Reflection of Electrons from Standing Light Waves.— Proc. Camb. Phil. Soc., 1933, v. 29, p. 297.
7. Heisenberg W. uber die guantentheoretische umdeutung Kinematischer und mechanischer Beziehungen.— Zs. Phys., 1925, Bd. 33, S. 879; перевод в⁴, с. 574.
8. Schrödinger E. Quantisierung als Eigenwertproblem.— Ann. d. Phys. (4), 1926, Bd. 79, S. 361; 489; Bd. 80, S. 437; Bd. 81, S. 109; перевод в кн.: Шрёдингер Э. Собрание научных трудов.— М.: Наука, 1974.
9. Born M., Jordan P. Zur Quantenmechanik.— Zs. Phys., 1925, Bd. 34, S. 858; перевод в⁴, с. 586.
10. Dirac P. A. M. The Fundamental Equations of Quantum Mechanics.— Proc. Roy. Soc. Ser. A, 1925, v. 109, p. 642; перевод в⁴, с. 661.
11. Schrödinger E. Uber das Verhaltnis der Heisenberg — Born — Jordanschen Quantenmechanik zu der meinen.— Ann. d. Phys. (4), 1926, Bd. 79, S. 734; перевод как в⁸.
12. Lanczos L. Uber einen feldmassige Darstellung der neuen Quantenmechanik.— Zs. Phys., 1926, Bd. 35, S. 812.
13. Miller A. J. Albert Einstein's Special Theory of Relativity.— Reading, Mass: Addison-Wesley Publ., 1981, p. 137.
14. The Impact of Modern Scientific Ideas on Society.— Dordrecht, Holland: D. Reidel, 1981, p. 15.
15. Dirac P. A. M. Directions in Physics.— N.Y.: J. Wiley and Sons, 1978; перевод в кн.: Дирак П. А. М. Пути физики.— М.: Энергоатомиздат, 1983, с. 20.
16. Dirac P. A. M. The Quantum Theory of the Electron — Proc. Roy. Soc. Ser. A, 1928, v. 117, p. 610.
17. Dirac P. A. M. The Quantum Theory of the Electron. Pt. II.— Ibidem, v. 118, p. 351.
18. Dirac P. A. M. The Principles of Quantum Mechanics.— Clarendon Press, 1930; 2nd ed., 1935; 3rd ed., 1947; 4th ed., 1958.
19. Дирак П. Основы квантовой механики. / Пер. с англ.— М.; Л.: ГГТИ, 1932; пер. со 2-го англ. изд.— М.; Л.: ОНТИ, 1937; Принципы квантовой механики. / Пер. с 4-го англ. изд.— М.: Физматгиз, 1960; 2-е изд., Наука, 1979.
20. Nature, 1931, v. 127, p. 1931.
21. Heisenberg W.— Metallwirtschaft, 28. Nov. 1930.