

533.7:530.145

## СПИНОВЫЕ ВОЛНЫ И КВАНТОВЫЕ КОЛЛЕКТИВНЫЕ ЯВЛЕНИЯ В БОЛЬЦМАНОВСКИХ ГАЗАХ

*Е. П. Башкин*

## СОДЕРЖАНИЕ

1. Введение: что такое квантовые газы? . . . . .	433
2. Спировые волны в поляризованных парамагнитных газах . . . . .	436
2.1. Коллективные эффекты и кинетическое уравнение . . . . .	438
2.2. Слабозатухающие спиновые осцилляции. Спектр колебаний . . . . .	441
2.3. Сильнозатухающие диффузионные моды. Произвольные температуры . . . . .	444
2.4. Магнитная поляризация и интеграл столкновений . . . . .	446
2.5. Дальние корреляции в газе. Феноменологические уравнения . . . . .	448
2.6. Магнитный резонанс. Теория и эксперимент . . . . .	452
3. Магнитомеханический эффект, транспортные явления . . . . .	456
4. Парамагнитный резонанс в бинарных газах . . . . .	460
5. Бинарные квантовые газы с электронной компонентой . . . . .	462
5.1. Ферромагнетизм и волны зарядовой плотности в слабоионизованном максвелловском газе . . . . .	463
5.2. Полумагнитные полупроводники . . . . .	467
6. Заключение . . . . .	470
Список литературы . . . . .	470

## 1. ВВЕДЕНИЕ: ЧТО ТАКОЕ КВАНТОВЫЕ ГАЗЫ?

В последнее время стало ясно, что в системах низкой плотности при высоких температурах, значительно превышающих температуру квантового вырождения, т. е. в объектах, которые традиционно описывались методами классической статистической физики, возможно проявление существенно квантовых эффектов. Очень важно, что многие из них характеризуются не малыми квантовыми поправками к классическим формулам, а представляют собой основной вклад в количественное описание физического явления, которое в этом смысле не имеет классического аналога. Круг таких явлений оказывается довольно широк: от специфических колебаний намагниченности до термодинамически равновесных структурных и магнитных фазовых переходов. Подобные эффекты, весьма нетривиальные для газа, частицы которого подчиняются статистике Больцмана — Максвелла, привлекают к себе все большее внимание как теоретиков, так и экспериментаторов, тем более, что существование некоторых удивительных явлений было недавно подтверждено экспериментально. Для обозначения тех больцмановских газов, в которых имеют место макроскопические квантовые явления, мы будем использовать термин «квантовые газы», смысл которого станет окончательно ясен из дальнейшего изложения.

Под газами, как обычно, мы будем понимать системы, в которых вклад в полную энергию от свободных частиц значительно превосходит соответствующий вклад от взаимодействия между частицами. Такая ситуация реализуется в тех случаях, когда либо взаимодействие частиц является слабым, либо мала плотность частиц газа, хотя взаимодействие на коротких расстояниях может быть и очень сильным. Первый из указанных случаев в

природе встречается довольно редко, и мы не будем его здесь рассматривать (хотя при определенных условиях кулоновское взаимодействие частиц может считаться слабым и учитываться по теории возмущений). Далее мы будем говорить только о системах частиц с короткодействующим потенциалом взаимодействия при невысоких значениях плотности  $N$ , так что  $Nr_0^3 \ll 1$ , где  $r_0$  — радиус взаимодействия. Благодаря наличию этого естественного для газа малого параметра все макроскопические свойства системы могут быть описаны с помощью соответствующих вириальных разложений. Будем также считать, что температура газа  $T$  достаточно высока,  $T \gg \epsilon_d$ , где  $\epsilon_d$  — температура квантового вырождения, так что все частицы подчиняются статистике Больцмана. Речь пойдет, таким образом, о квантовых явлениях в классической температурной области.

Эпитет «квантовый» для бoльцмановского газа в широком смысле означает лишь то, что взаимодействие его частиц следует описывать квантово-механическим, а не классическим способом. Такое условие налагает на температуру ограничение сверху,  $T \lesssim T^*$ . Значение  $T^*$  для отталкивательного степенного потенциала может быть найдено из сравнения квазиклассических и квантовых вириальных поправок в термодинамике газа и определяется уравнениями <sup>1</sup>:

$$\hbar (mT^*)^{-1/2} = \xi(T^*), \quad U(\xi) = T^*, \quad (1.1)$$

где  $m$  — масса частицы,  $U(r)$  — потенциал парного взаимодействия, так что при  $r = \xi$  энергия взаимодействия двух частиц сравнивается с температурой, т. е. оказывается порядка средней кинетической энергии свободной частицы. Поскольку в газе всегда  $\xi(T^*) \ll N^{-1/3}$ , то заведомо  $T^* \gg \epsilon_d$ , в соответствии со сделанным предположением. Мы будем использовать название квантовые газы в более узком смысле, а именно, термином квантовый станем отмечать такие газы, для которых средняя дебройлевская длина волны частиц системы  $\Lambda$  значительно превосходит атомные размеры  $r_0$ . Действительно, если газ прежде не сконденсируется, то при понижении температуры мы попадем в весьма интересную область

$$\epsilon_d \ll T \ll \frac{\hbar^2}{mr_0^2}, \quad (1.2)$$

существование которой обеспечивается малостью газового параметра  $Nr_0^3 \ll 1$ . Условие (1.2) эквивалентно следующей иерархии характерных длин в системе:

$$N^{-1/3} \gg \Lambda \gg r_0, \quad \Lambda \equiv \frac{\hbar}{mv_T} = \hbar (mT)^{-1/2}, \quad (1.3)$$

которая фактически и означает, что мы имеем дело с невырожденным квантовым газом, а не с квантовой жидкостью. Тем не менее, хотя молекулы газа и подчиняются бoльцмановской статистике, в области (1.2) масштаб делокализации частицы оказывается больше ее размеров  $\Lambda \gg r_0$ , так что можно ожидать появления в системе качественно новых, по сравнению с классическим газом, и принципиально квантовых свойств.

Поскольку подавляющее большинство газов конденсируется значительно раньше, чем начинает выполняться условие (1.2), то основными претендентами на существование в них квантовых эффектов являются газообразные изотопы водорода и гелия  $H_2$ ,  $D_2$ ,  $HD$ ,  $^3He$ ,  $^4He$  — традиционные объекты исследований в физике низких температур, которые имеют заметную упругость насыщенного пара даже в температурной области (1.2). Хотя макроскопические квантовые проявления в разреженных системах при достаточно низких температурах (1.2) могут быть весьма разнообразны (о некоторых из них речь пойдет в разделе 5 обзора), наиболее интересными представляются эффекты, связанные с неравновесной динамикой намагниченности в спин-поляризованных газах. Во многом это объясняется недавними

экспериментальными успехами в исследовании именно спиновой динамики в поляризованных газообразных объектах. Спиновая поляризация, т.е. создание неравной населенности различных спиновых состояний, может весьма сильно повлиять на макроскопические свойства квантовых газов. Многие интересные эффекты в квантовых газах связаны именно с наличием в системе спиновой поляризации. Наиболее широко исследуемыми объектами в настоящее время являются газообразные спин-поляризованные атомарный водород и гелий-3, для которых соответственно используются обозначения  $\text{H}\uparrow$  и  ${}^3\text{He}\uparrow$ . Газообразный  $\text{H}\uparrow$  поляризуется и стабилизируется по отношению к возможной рекомбинации в молекулярное состояние  $\text{H}_2$  с помощью достаточно сильного внешнего магнитного поля. Возможные каналы рекомбинации и условия стабильности спин-поляризованного атомарного состояния были подробно исследованы в работах Кагана и др. (см., например, <sup>2,3</sup>). Из-за сверхтонкого взаимодействия существуют четыре различные модификации спин-поляризованного водорода, из которых наиболее долгоживущими являются состояния  $|a\rangle = |\uparrow\downarrow\rangle - \eta |\downarrow\uparrow\rangle$  и  $|b\rangle = |\uparrow\uparrow\rangle$ , где  $\uparrow$  и  $\downarrow$  обозначают проекции электронного и ядерного спинов,  $\eta$  — малый параметр смешения. В настоящее время оба этих состояния широко изучаются экспериментально <sup>4,5</sup>. В экспериментах амстердамской <sup>6</sup> и массачусетской <sup>7</sup> групп были достигнуты весьма высокие значения плотности газообразного  $\text{H}\uparrow$  ( $4,5 \cdot 10^{18} \text{ см}^{-3}$ ), позволяющие надеяться на обнаружение явлений, связанных с квантовым вырождением газа, таких, как бозе-конденсация и сверхтекучесть в  $\text{H}\uparrow$ . Кроме того, газообразный  $\text{H}\uparrow$  является идеальным объектом для обнаружения в нем макроскопических квантовых эффектов и в классической температурной области вдали от вырождения, поскольку согласно теоретическим представлениям он не конденсируется даже при абсолютном нуле температур, так что можно заведомо быть уверенным в существовании области (1.2) и не опасаться преждевременного ожижения газа.

Другим весьма удобным кандидатом в спин-поляризованные квантовые газы является  ${}^3\text{He}\uparrow$ . Из-за малости ядерного магнитного момента сколь угодно значительно поляризовать газообразный  ${}^3\text{He}$  с помощью внешнего магнитного поля не удастся. Поэтому все большую актуальность приобретают различные динамические методы создания поляризации ядерных спинов — оптическая накачка, инжекция поляризованного пучка и др. <sup>8</sup>. В последних экспериментах парижской группы <sup>9,10</sup> была достигнута очень высокая степень поляризации  $\alpha = 70\%$  при комнатной температуре и  $\alpha = 25\text{—}50\%$  при  $T = 4,2 \text{ К}$ . Создание высокой степени поляризации в газе имеет принципиально важное значение, поскольку многие коллективные эффекты могут наблюдаться лишь при достаточно больших значениях  $\alpha$ . Релятивистское диполь-дипольное взаимодействие в газе очень мало, и деполяризация атомов  ${}^3\text{He}$  происходит, в основном, на стенках экспериментальной камеры. Поэтому, покрывая стенки камеры специально подобранными слоями (твердые  $\text{H}_2$ ,  $\text{D}_2$ ,  $\text{Ne}$ , сверхтекучий  ${}^4\text{He}$  и т. п.), можно добиться значительного увеличения времени релаксации магнитного момента в  ${}^3\text{He}\uparrow$ . В экспериментах Барбе и др. <sup>11</sup> время продольной релаксации  $\tau_s$ , т. е. время, в течение которого в газе после выключения оптической накачки сохраняется магнитная поляризация, составляло более чем двое суток при  $T = 4,2 \text{ К}$ . Так как время установления равновесия по спину  $\tau_s$  неизмеримо больше времени максвеллизации газа, то после выключения накачки мы длительное время имеем в распоряжении бальмановский спин-поляризованный  ${}^3\text{He}$ , в котором за время  $t \ll \tau_s$  сохраняется полный магнитный момент, и допустимо пользоваться обычными термодинамическими соотношениями, как и для истинно равновесных систем.

Примером конденсированной системы, для описания которой успешно применяются методы теории квантовых газов, является раствор  ${}^3\text{He}$  в сверхтекучем  ${}^4\text{He}$ . Благодаря особенностям диаграммы состояния растворов, примесные атомы  ${}^3\text{He}$  не «конденсируются» в плотную жидкость даже при  $T = 0$ .

Поэтому мы всегда можем попасть в температурную область (1.2), в которой растворенные атомы  $^3\text{He}$  могут рассматриваться как квантовый газ примесных квазичастиц<sup>12,13</sup>. В отличие от газообразного  $^3\text{He}$ , для которого упругость насыщенного пара при достаточном понижении температуры начинает экспоненциально быстро убывать, газ примесных возбуждений из-за конечной растворимости  $^3\text{He}$  в  $\text{He II}$  при  $T = 0$  можно охладить до сколь угодно низкой температуры при неизменной концентрации, что позволяет использовать реально достижимые магнитные поля для поляризации ядерных спинов  $^3\text{He}$  в растворе.

В смеси квантовых газов, в частности в бинарном газе, происходит не только тривиальное увеличение количества компонент в системе, но и появляются качественно новые свойства и эффекты, которые отсутствуют в однокомпонентных объектах. Наиболее ярко новые эффекты проявляются в тех случаях, когда масса частиц одной компоненты квантовой газовой смеси значительно превосходит массу частиц другой компоненты. Доступными примерами подобных систем могут являться холодная слабоионизованная плазма, содержащая, кроме электронов и ионов, заметное число нейтральных частиц, а также газ высоковозбужденных ридберговских атомов в атмосфере постороннего газа<sup>14</sup>. В первом случае роль легкой компоненты играют свободные электроны плазмы, которые рассеиваются на короткодействующем потенциале взаимодействия с нейтрами. В неравенстве (1.2), определяющем степень квантовости максвелловского газа, под  $m$  следует понимать соответствующую приведенную массу, т. е. практически массу электрона  $m_e$ , а  $r_0$  имеет порядок величины амплитуды рассеяния медленного электрона на нейтрале, т. е. характеризуется атомным масштабом. Во втором примере квантовые эффекты в системе обеспечивает преломление связанного оптического электрона в ридберговском атоме на частицах постороннего газа.

Удобными объектами для экспериментального исследования коллективных квантовых явлений в бинарных бальмановских системах являются невырожденные полупроводники с точечными дефектами<sup>14</sup>. Если концентрации электронов проводимости и дефектов, выполняющих роль двух компонент системы, не слишком велики, то все количественные характеристики, связанные с рассеянием электронов на дефектах, могут быть получены в виде соответствующих вириальных разложений. Кроме того, из-за малости электронной массы температурная область (1.2), в которой можно ожидать проявления квантовых эффектов, значительно расширяется для перечисленных выше систем. Так, для типичных значений эффективной массы электрона в полупроводнике  $m^* \approx 0,1m_e$  верхняя граница (1.2) оказывается порядка  $10^6\text{K}$ , что охватывает практически всю область существования кристаллического невырожденного полупроводника.

## 2. СПИНОВЫЕ ВОЛНЫ В ПОЛЯРИЗОВАННЫХ ПАРАМАГНИТНЫХ ГАЗАХ

Пожалуй, одним из наиболее удивительных квантовых эффектов в спин-поляризованных бальмановских газах является существование в них слаботухающих спиновых волн. Возможность таких колебаний намагниченности, спектр и условия их существования для  $\text{H}\uparrow$ ,  $^3\text{He}\uparrow$  и максвелловской плазмы \*) были впервые указаны в работе автора<sup>15</sup>. Более подробный вывод и решение уравнений спиновой динамики для бальмановских двухкомпонентных спин-поляризованных систем были приведены в<sup>1,14</sup>. В 1982 г. Луильер и Лалоэ<sup>16</sup> сформулировали макроскопические уравнения для намагниченности типа уравнений Лэгетта<sup>17</sup> для ферми-жидкости, которые позво-

\*) Следует отметить, что еще ранее в рамках некоторой модели Аронов<sup>43</sup> рассматривал незатухающие спин-волновые колебания в невырожденном газе электронов в полупроводниках с неравновесно ориентированными спинами.

лили описать спиновые осцилляции в условиях сильного затухания и проследить переход к чисто диффузионному режиму при высоких температурах. Феноменологические уравнения движения магнитного момента в спин-поляризованных фермиевских системах содержатся и в работе Мейеровича<sup>18</sup>. Совсем недавно в Корнелльском университете Ли, Фрид и др.<sup>19</sup> с помощью ядерного магнитного резонанса впервые экспериментально подтвердили существование слабозатухающих спиновых волн в газообразном  $\text{H}\uparrow$  при  $T < 0,8$  К,  $N \approx 10^{16}$  см<sup>-3</sup>,  $H = 7,7$  Тл, где  $H$  — внешнее магнитное поле. В работе Леви и Рукемштейна<sup>20</sup> развивается квазичастичный подход к описанию свойств газообразного  $\text{H}\uparrow$  и дается количественная интерпретация некоторых экспериментальных закономерностей, наблюдаемых в<sup>19</sup>. Одновременно парижской группой<sup>21</sup> были экспериментально обнаружены, хотя и весьма сильно затухающие, коллективные спиновые моды в газообразном  $^3\text{He}\uparrow$  при  $T = 2-6$  К,  $N = 10^{16}-10^{18}$  см<sup>-3</sup>,  $\alpha \approx 0,3$ . Последовательное рассмотрение коллективных эффектов, вывод и исследование уравнений спиновой динамики и дальних магнитных корреляций в спин-поляризованных квантовых газах и квантовых жидкостях содержится в<sup>22</sup>.

Надо сказать, что еще раньше в работе<sup>23</sup> на основании того, что в ферми-жидкости низкой плотности квазичастицы затухают слабо даже вдали от ферми-поверхности, была предпринята попытка применить кинетическое уравнение теории ферми-жидкости и к невырожденной системе примесных возбуждений в растворе  $^3\text{He} - ^4\text{He}$ . Как оказалось впоследствии, малость затухания квазичастиц еще не является достаточным основанием для утверждения о применимости уравнений теории ферми-жидкости в классической температурной области. Тем не менее, обратное утверждение оказалось справедливым, а именно, в той области, где коллективные эффекты дают основной вклад, а спиновые волны слабо затухают, можно определить и долгоживущие квазичастицы. По этой причине, хотя формальное применение ферми-жидкостного кинетического уравнения для описания невырожденного раствора  $^3\text{He} - ^4\text{He}$  в магнитном поле являлось бы не вполне обоснованным (тем более, что коллективные спиновые эффекты имеют место и в максвелловском газе бозе-частиц) и не позволило бы полностью выяснить условия существования спиновых волн, оно могло бы привести к правильному выражению для спектра спиновых волн. К сожалению, в работе<sup>23</sup> при вычислениях была допущена ошибка, исправленная впоследствии в<sup>15,24</sup>.

Частота спиновых волн в квантовом газе может быть как большой, так и малой величиной — как мы увидим далее, в отличие от нуля-звука в ферми-жидкости, затухание колебаний намагниченности не зависит от параметра  $\omega\tau$ , где  $\omega$  — частота осцилляций,  $\tau \sim (Nr_0^2v_F)^{-1}$  — газокинетическое время релаксации. Качественно квантовая природа этих колебаний становится особенно ясной и наглядной в высокочастотном режиме  $\omega\tau \gg 1$ . Действительно, в классическом газе с короткодействующим взаимодействием между частицами описание процессов рассеяния сводится к тому, что все изменения в состояниях частиц происходят лишь в момент столкновения, а между двумя столкновениями, т. е. на длине свободного пробега, молекула газа движется свободно без каких-либо внешних воздействий. Поэтому в классической картине существование высокочастотных процессов с периодом, меньшим, чем время между соударениями  $\tau$ , является невозможным. Физика таких явлений в квантовых газах становится понятной, если в качестве примера рассмотреть известную квантовомеханическую задачу о коэффициенте преломления монохроматического пучка медленных частиц в разреженной системе рассеивающих центров<sup>25</sup>. В соответствии с решением этой задачи отличие действительной части коэффициента преломления  $n$  от единицы оказывается пропорциональным действительной части амплитуды рассеяния вперед  $f(0, E)$  и плотности  $N$  рассеивающих центров,  $\text{Re } n - 1 \propto N \text{Re } f(0, E)$ , а для мнимой части  $n$ , которая описывает диссипацию пучка на длине свободного пробега, имеем  $\text{Im } n \propto N \text{Im } f(0, E)$ . Согласно оптической теореме

для рассеяния  $\text{Im } f(0, E) = q\sigma/4\pi\hbar$ , где  $q$  — импульс частицы пучка,  $\sigma$  — полное сечение рассеяния. Поэтому для медленных, длинноволновых частиц, когда  $qr_0/\hbar \approx r_0/\Lambda \gg 1$ , всегда получаем  $|\text{Im } f(0, E)| \ll |\text{Re } f(0, E)|$ , т. е.  $\text{Re } n - 1 \gg \text{Im } n$ , так что в главном приближении пучок испытывает квантовое преломление на расстояниях меньше длины свободного пробега, но не диссипирует. Поправка  $\text{Re } n - 1$  к действительной части коэффициента преломления означает существование некоторой добавки к собственной энергии частицы пучка, которая линейна по амплитуде рассеяния вперед и является функционалом функции распределения центров рассеяния. Это означает, что частица пучка все время испытывает воздействие со стороны всего ансамбля рассеивающих центров. В этом смысле добавка к энергии частицы пучка может рассматриваться как результат существования своеобразного квантовомеханического самосогласованного поля ферми-жидкостного типа. Наличие такого поля, обусловленного эффектами квантового преломления частиц газа друг на друга, и обеспечивает возможность квантовых коллективных явлений даже в классической температурной области при соблюдении неравенства (1.2).

## 2.1. Коллективные эффекты и кинетическое уравнение

С количественной точки зрения описание коллективных мод сводится к отысканию вириальных поправок к кинематической части (не интегралу столкновений!) кинетического уравнения Больцмана. То, что такие поправки обязательно существуют, становится ясным уже из следующих простых соображений. Пусть мы выполнили вириальное разложение для давления и, дифференцируя его, нашли вириальные поправки к скорости звука в газе, обусловленные взаимодействием частиц. Теперь мы хотим определить эти же поправки из кинетического уравнения. Для этого нам следует перейти к гидродинамическим уравнениям. Проинтегрировав кинетическое уравнение по импульсам, получим уравнение непрерывности. Токовое уравнение (уравнение Эйлера) находится, как обычно, умножением кинетического уравнения на импульс и дальнейшим интегрированием по фазовому пространству. Указанные выше интегралы от правой части уравнения Больцмана, т. е. от интеграла столкновений в своем обычном определении, равны нулю вследствие законов сохранения числа частиц и полного импульса. Поэтому для определения искомой добавки к скорости звука необходимо учесть в кинетическом уравнении те вириальные поправки, которые не обращаются в нуль при указанных интегрированииях и дают вклад в макроскопические соотношения, выражающие законы сохранения импульса и числа частиц. Эти поправки мы и будем условно относить к кинематической (левой) части уравнения Больцмана. Поскольку в данном случае речь идет о гидродинамической области, то искомые поправки будут определяться термодинамическими вириальными разложениями. Фактически появление кинематических вириальных поправок в линеаризованном кинетическом уравнении обусловлено тем, что линеаризацию этого уравнения нужно проводить по малым отклонениям от истинной функции распределения неидеального газа, а не от функции распределения Максвелла. Так, интеграл столкновений обращается в нуль при подстановке в него именно истинной функции распределения. Функция распределения неидеального газа является функционалом функции распределения Максвелла<sup>1,22,26</sup> (вириальное разложение функции распределения), что и приводит к перенормировке уравнения Больцмана и появлению в нем кинематических вириальных слагаемых ферми-жидкостного типа.

С помощью известного метода Боголюбова кинетическое уравнение для неидеального газа, содержащее кинематические вириальные поправки может быть сравнительно просто выведено из первых принципов. Используя

метод перенормировки Ферми, в квазиклассическом длинноволновом пределе его можно представить в традиционном виде <sup>14,15,22</sup>:

$$\frac{\partial n_s}{\partial t} + \frac{i}{\hbar} [\tilde{\varepsilon}, n]_s + \frac{1}{2} \left( -\frac{\partial \tilde{\varepsilon}_s}{\partial \mathbf{p}} \nabla n_s + \nabla n_s \frac{\partial \tilde{\varepsilon}_s}{\partial \mathbf{p}} \right) - \\ - \frac{1}{2} \left( \nabla \tilde{\varepsilon}_s \frac{\partial n_s}{\partial \mathbf{p}} + \frac{\partial n_s}{\partial \mathbf{p}} \nabla \tilde{\varepsilon}_s \right) = \text{St } n_s, \quad (2.1)$$

где функция распределения  $n_s(\mathbf{p})$  и перенормированная энергия частицы газа  $\tilde{\varepsilon}_s(\mathbf{p})$  суть спинные операторы,  $[\tilde{\varepsilon}, n]_s$  — коммутатор в спинном пространстве,  $\tilde{\varepsilon}_s$  является функционалом  $n_s$ :

$$\tilde{\varepsilon}_s = \frac{p^2}{2m} - 2\beta S\mathbf{H} - \frac{4\pi\hbar^2}{m} \text{Sp}_{s'} \sum_{\mathbf{p}'} f_{ss'}(0, E) n_{s'}(\mathbf{p}'), \quad (2.2)$$

а  $\text{St } n_s$  обозначает интеграл столкновений,  $\mathbf{H}$  — внешнее магнитное поле. Поскольку уравнения (2.1), (2.2) имеют ферми-жидкостной вид, то возникает искушение найти коллективные моды, аналогичные тем, которые существуют в вырожденной ферми-жидкости. При этом принципиальным является вопрос о допустимости удержания в кинетическом уравнении для максвелловского газа при высоких температурах самосогласованных квантовых поправок, которые и обуславливают существование коллективных явлений. Легко видеть, что в квантовом газе, т. е. при выполнении условия (1.2), удержание этих вириальных поправок является законным.

В самом деле, как уже отмечалось, из оптической теоремы следует, что в главном по  $r_0/\Lambda \ll 1$  приближении энергия частицы газа (2.2) является действительной величиной. В этом приближении амплитуда рассеяния вперед  $f_{ss'}(0, E)$  представляет собой не зависящую от энергии константу — длину  $s$ -рассеяния (с обратным знаком), абсолютная величина которой порядка атомных размеров  $r_0$ . Поскольку в левой стороне кинетического уравнения (2.1) мы удерживаем специфические градиентные члены  $\nabla \tilde{\varepsilon}_s \partial n_s / \partial \mathbf{p}$ , то, в принципе, и в правой стороне уравнения Больцмана нам следует удерживать соответствующие нелокальные поправки в интеграле столкновений, т. е. учесть разложение интеграла столкновений по градиентам функции распределения, которое в газокинетическом приближении может быть представлено в виде:

$$\text{St } n_s \propto \delta n_s N r_0^2 v_T (1 + k\Lambda), \quad (2.3)$$

где  $k^{-1}$  — характерный масштаб пространственной неоднородности. В температурной области (1.2) нелокальные поправки в  $\text{St } n_s$  из (2.3) оказываются одного порядка с отброшенными в кинетическом уравнении слагаемыми, обусловленными мнимыми добавками в  $\tilde{\varepsilon}_s$ , т. е. пренебрежимо малы по сравнению с действительными кинематическими поправками с  $\tilde{\varepsilon}_s$  из (2.2) в меру малости  $r_0/\Lambda \ll 1$ . Поэтому учет квантовомеханического самосогласованного поля в уравнении Больцмана с локальным интегралом столкновений при  $T \ll \hbar^2/mr_0^2$  является вполне обоснованным. Прямым вычислением нетрудно показать, что в использованном приближении  $\tilde{\varepsilon}_s = \delta E/\delta n_s$ , где  $E$  — полная энергия, что тем более иллюстрирует аналогию между кинетическим уравнением с вириальными поправками для максвелловского квантового газа и уравнениями теории ферми-жидкости Ландау.

Разумеется, как кинематические поправки, так и интеграл столкновений определяются взаимодействием частиц, и в этом смысле разделение на них условно. Однако физический смысл этих частей кинетического уравнения различен.  $\text{St } n_s$  описывает изменение в состояниях частиц в процессе акта рассеяния, а самосогласованные слагаемые соответствуют влиянию взаимодействия на движение частиц между столкновениями. В квантовой об-

ласти температур при  $r_0 \ll \Lambda$  формальное различие между вириальными кинематическими поправками и интегралом столкновений особенно заметно и состоит в том, что самосогласованные поправки линейны по амплитуде рассеяния, а  $St n_s$  квадратичен по  $f$ . Аналогия между кинетическим уравнением в больцмановском газе (2.1) при  $|a|/\Lambda \ll 1$  и уравнениями теории ферми-жидкости Ландау заключается не только в соотношении  $\tilde{\epsilon}_s = \delta E/\delta n_s$  и в том, что поправка к энергии частицы выражается через амплитуду рассеяния на нулевой угол, но имеет и более глубокий физический смысл. Основные результаты теории ферми-жидкости строго обоснованы только для сильно вырожденных фермиевских систем, когда все квазичастицы находятся вблизи поверхности Ферми. При повышении температуры системы  $T \gtrsim \epsilon_d$  становится существенным затухание, связанное с конечным временем жизни квазичастиц жидкости. Однако, как было показано Галицким<sup>27</sup>, в разреженных ферми-системах при  $N^{1/3}r_0 \ll 1$  затухание возбуждений пропорционально квадрату газового параметра  $N^{2/3}r_0^2$  и мало даже вдали от поверхности Ферми вплоть до самых больших импульсов  $p \lesssim \hbar/r_0$ . Поэтому даже в больцмановском газе вплоть до границы квантовой области  $T \lesssim \hbar^2/mr_0^2$  затухание фермиевских возбуждений мало, и мы имеем хорошо определенные долгоживущие квазичастицы с энергетическим спектром (2.2). В главном по  $|a|/\Lambda \ll 1$  приближении функция распределения квазичастиц совпадает с функцией распределения истинных частиц газа, поскольку перенормировочная постоянная функции Грина ферми-жидкости низкой плотности отличается от единицы на величину порядка  $N^{2/3}r_0^2$ . При  $T \rightarrow 0$  все результаты для газа фермиевских частиц, естественно, переходят в соответствующие результаты<sup>27</sup> для разреженной ферми-жидкости. При этом в ферми-жидкости при обосновании кинетического уравнения нет необходимости сравнивать градиентные самосогласованные члены в левой части уравнения с градиентными поправками в интеграле столкновений, поскольку последний всегда содержит малый множитель  $(T/\epsilon_d)^2$  и обращается в нуль при  $T \rightarrow 0$ .

Не следует, однако, полностью отождествлять кооперативные свойства больцмановского квантового газа с высокотемпературными «отголосками» свойств ферми-жидкости как системы именно фермионов. Действительно, в области (1.2), когда эффектами квантового вырождения в статистике частиц можно пренебречь, уравнение (2.1) с учетом (2.2) справедливо для частиц с произвольным значением спина независимо от того, являются они фермионами или бозонами.

При более высоких температурах  $T \gtrsim \hbar^2/mr_0^2$  вещественная и мнимая самосогласованные добавки в  $\epsilon_s$  становятся одного порядка величины. В этом случае метод псевдопотенциала для нахождения вириальных поправок в кинематической части кинетического уравнения становится неэффективным. Кроме того, при  $r_0 \gtrsim \Lambda$  нелокальные градиентные поправки в  $St n_s$ , которые в данном случае пропорциональны  $Nr_0^2 v_T k r_0 \delta n_s$ , становятся больше или сравнимы с вириальными кинематическими поправками, так что учет квантовомеханического самосогласованного поля в кинетическом уравнении с локальным интегралом столкновений при высоких температурах является превышением точности. Во избежание недоразумений, еще раз подчеркнем, что при вычислении гидродинамических характеристик неидеального газа из кинетического уравнения, например, скорости звука (но не коллективных ферми-жидкостных мод типа нуль-звука!), кинематические вириальные поправки могут быть учтены при произвольных температурах, благодаря обращению в нуль точного интеграла столкновений при соответствующих интегрированиях в процессе получения макроскопических уравнений гидродинамики.

Анализ кинетического уравнения (2.1), (2.2) показывает, к сожалению, что даже в квантовой температурной области (1.2) распространение высоко-



частотных колебаний типа нуль-звука или продольных спиновых волн с линейным законом дисперсии в однокомпонентном максвелловском газе оказывается невозможным ввиду сильного бесстолкновительного затухания Ландау. Однако в некоторых случаях распространение слабозатухающих коллективных мод с линейным законом дисперсии все же возможно в двухкомпонентных квантовых газах<sup>14</sup>.

## 2.2. Слабозатухающие спиновые осцилляции. Спектр колебаний

Тем не менее, в спин-поляризованном квантовом газе всегда существуют коллективные слабозатухающие спиновые волны — поперечные по отношению к направлению спиновой поляризации колебания намагниченности. В силу ряда причин эти осцилляции даже при выполнении соотношения  $\omega \gg 1$  имеют гидродинамический характер и представляют собой слабонеоднородную прецессию вектора макроскопического магнитного момента. Кинетическое уравнение (2.1), (2.2) для описания поперечных спиновых мод может быть значительно упрощено. Действительно, поскольку мы будем интересоваться лишь слабонеоднородными решениями кинетического уравнения при  $k \rightarrow 0$ , то в (2.1) нам достаточно сохранить лишь самый большой градиентный член. Легко убедиться, что слагаемое  $\nabla n_s \cdot \partial \tilde{\epsilon}_s / \partial \mathbf{p}$  в левой части уравнения Больцмана вследствие малости газового параметра  $Nr_0^3 \ll 1$  при любых температурах значительно превосходит как нелокальные поправки в интеграле столкновений, так и вириальные кинематические поправки  $\nabla \tilde{\epsilon}_s \cdot \partial n_s / \partial \mathbf{p}$ . Поэтому основной вклад в кинетическое уравнение дают спиновый коммутатор  $[\tilde{\epsilon}_s, n]_s$  и слагаемое  $\nabla n_s \cdot \partial \tilde{\epsilon}_s / \partial \mathbf{p}$ , в котором уже можно пренебречь взаимодействием частиц, так что оно представляет собой обычный член, соответствующий свободному движению молекул газа между двумя соударениями:

$$\frac{\partial n_s}{\partial t} + \mathbf{v} \nabla n_s + \frac{i}{\hbar} [\tilde{\epsilon}_s, n]_s = \text{St } n_s, \quad \mathbf{v} \equiv \frac{\mathbf{p}}{m}. \quad (2.4)$$

В уравнении (2.4) теперь  $\text{St } n_s$  является обычным локальным интегралом столкновений без каких-либо градиентных поправок. Возможность пренебречь в кинетическом уравнении (2.4) интегралом столкновений, который и определяет релаксационное столкновительное затухание спиновых волн, определяется выполнением неравенства

$$\hbar^{-1} |[\tilde{\epsilon}_s, n]_s| \gg |\text{St } n_s|,$$

которое после подстановки (2.2) для  $\tilde{\epsilon}_s$  и простых газокинетических оценок в  $\tau$ -приближении для  $\text{St } n_s$  приводит к критерию

$$1 \geq |\alpha| \gg \frac{r_0}{\Lambda}, \quad (2.5)$$

где  $\alpha$  — степень поляризации, характеризующая неравную населенность спиновых состояний, т. е. величину равновесного (или квазиравновесного) магнитного момента газа. Так, для системы фермионов со спином  $1/2$  степень поляризации удобно определять соотношением  $\alpha = (N_+ - N_-)/N$ , где  $N_+$  и  $N_-$  — числа частиц газа в единице объема со спинами, ориентированными вдоль и противоположно вектору спиновой поляризации. Соотношение (2.5) является принципиально важным, поскольку оно показывает, что слабозатухающие колебания намагниченности в спин-поляризованных газах могут распространяться только в квантовой области температур (1.2) и при достаточно большой степени поляризации газа. В этих условиях действительная вириальная поправка в спиновом коммутаторе в левой стороне

уравнения Больцмана больше, чем мнимое столкновительное слагаемое в правой части (2.4). При  $T \gtrsim \hbar^2/mr_0^2$  из-за нарушения критерия (2.5) спиновые волны всегда очень сильно затухают. Подчеркнем, что даже при выполнении условия (1.2) учет в амплитуде рассеяния  $f_{ss'}$  (0, E) не только главного слагаемого — длины s-рассеяния, но и членов следующего порядка по  $r_0/\Lambda \ll 1$ , т. е. учет рассеяния с высшими моментами, в пренебрежении затуханием является превышением точности вследствие нарушения неравенств типа (2.5) для соответствующих слагаемых. Ранее<sup>16</sup> критерий (2.5) был получен из условия существования области, в которой мало как затухание Ландау, так и столкновительное поглощение спиновых волн.

Получим теперь в явном виде спектр поперечных спиновых волн в газе. Для определенности проведем вычисления для газа, частицы которого обладают половинным спином. Равновесную поляризационную матрицу плотности для спин-поляризованного максвелловского газа в этом случае всегда можно представить в виде линейной функции матриц Паули:

$$n_s^{(0)}(\mathbf{p}) = (1 + \alpha \sigma \vec{\mathcal{M}}) n_0(\mathbf{p}), \quad \sigma = 2S, \quad (2.6)$$

где  $\vec{\mathcal{M}}$  — единичный вектор в направлении спиновой поляризации,  $n_0(\mathbf{p})$  — максвелловская функция распределения

$$n_0(\mathbf{p}) = \frac{N}{2} \left( \frac{2\pi\hbar^2}{mT} \right)^{3/2} e^{-p^2/2mT}. \quad (2.7)$$

В принципе, в (2.6) легко учесть и вириальные поправки к равновесной матрице плотности<sup>1</sup>, которыми, однако, при нахождении спектра спиновых волн в главном приближении можно пренебречь. Малые отклонения матрицы плотности  $n_s$  от ее равновесного значения (2.6) будем искать в виде:

$$\delta n_s = n_s - n_s^{(0)} = \lambda(\mathbf{p}) \sigma, \quad \lambda(\mathbf{p}) \propto \exp(i\mathbf{k}\mathbf{r} - i\omega t). \quad (2.8)$$

Тогда в квантовой области температур (1.2), в соответствии с вышесказанным, соотношение (2.2) для перенормированной энергии  $\tilde{\epsilon}_s$  можно переписать следующим образом:

$$\tilde{\epsilon}_s = \frac{p^2}{2m} + g_0 N - \left[ g_0 N \alpha \vec{\mathcal{M}} + 2g_0 \sum_{\mathbf{p}} \lambda(\mathbf{p}) + \beta H \right] \sigma, \quad g_0 \equiv \frac{2\pi a \hbar^2}{m}, \quad (2.9)$$

где введена длина s-рассеяния атомов газа друг на друге  $a$ . Далее следует подставить  $n_s$  и  $\epsilon_s$  из (2.6)–(2.9) в кинетическое уравнение (2.4) и линеаризовать его по малым отклонениям  $\lambda(\mathbf{p})$ . Затем, выбирая ось  $z$  в направлении вектора  $\vec{\mathcal{M}}$  и переходя к циркулярным переменным  $\lambda_{\pm} = \lambda_x \pm i\lambda_y$ , приходим к уравнению, описывающему динамику поперечной намагниченности в спин-поляризованном газе:

$$(\omega + \Omega_H - \Omega_{\text{int}} - \mathbf{k}\mathbf{v}) \lambda_{-}(\mathbf{p}) - \frac{4\alpha}{\hbar} g_0 n_0(\mathbf{p}) \sum_{\mathbf{p}'} \lambda_{-}(\mathbf{p}') = \text{St } \lambda_{-}, \quad (2.10)$$

$$\Omega_{\text{int}} = -\frac{2g_0 N \alpha}{\hbar} = -\frac{4\pi a \hbar N \alpha}{m}, \quad \Omega_H = \frac{2\beta H}{\hbar}.$$

Уравнение для  $\lambda_{+}(\mathbf{p})$  получается из (2.10) заменой  $\omega \rightarrow -\omega$ ,  $\mathbf{k} \rightarrow -\mathbf{k}$ . При выполнении условия (2.5), когда столкновительным затуханием спиновых волн можно пренебречь, из (2.10) немедленно следует дисперсионное уравнение:

$$1 - g_0 \frac{4\alpha}{\hbar} \sum_{\mathbf{p}} \frac{n_0(\mathbf{p})}{\omega + \Omega_H - \Omega_{\text{int}} - \mathbf{k}\mathbf{v}} \equiv D(\omega, \mathbf{k}) = 0. \quad (2.11)$$

Интегрирование в (2.11) должно проводиться в соответствии с обычным правилом обхода полюсов. В длинноволновой области  $k v_T \ll |\Omega_{\text{int}}|$ ,  $|\omega| \ll$

$\ll |\Omega_{\text{int}}|$  в линейном по  $r_0/\Lambda \ll 1$  приближении после несложной алгебры из (2.11) находим закон дисперсии спиновых мод <sup>1,22</sup>

$$\omega' = \text{Re } \omega = \Omega_H + \frac{(kv_T)^2}{\Omega_{\text{int}}}. \quad (2.12)$$

Коэффициент бесстолкновительного поглощения спиновой волны, связанный с затуханием Ландау, оказывается при этом экспоненциально малым:

$$\omega'' \equiv \text{Im } \omega = \text{Im } D(\omega', \mathbf{k}) \left[ \frac{\partial}{\partial \omega'} \text{Re } D(\omega', \mathbf{k}) \right]^{-1},$$

$$\omega'' = - \left( \frac{\pi}{2} \right)^{1/2} \frac{\Omega_{\text{int}}^2}{kv_T} \exp \left( - \frac{\Omega_{\text{int}}^2}{2k^2 v_T^2} - 1 \right), \quad |\omega''| \ll |\omega'|. \quad (2.13)$$

Условие применимости (2.12), (2.13) выражается неравенством  $kv_T \ll |\Omega_{\text{int}}|$  и определяет область волновых векторов, в которой при выполнении критерия (2.5) возможно распространение слабозатухающих спиновых осцилляций в газе. Формально малость затухания Ландау обеспечивается не зависящим от  $k$  слагаемым  $\Omega_{\text{int}}$  в знаменателе сингулярной части  $D(\omega, \mathbf{k})$ . Величина  $\Omega_{\text{int}}$  является количественной характеристикой квантового молекулярного поля и мерой коллективных магнитных явлений в спин-поляризованном газе. Кроме того, из очевидного условия

$$N^{-1/3} |\Omega_{\text{int}}| v_T^{-1} \sim \frac{\epsilon_d}{T} \frac{|a|}{\Lambda} \ll 1 \quad (2.14)$$

следует, что все значения волновых векторов  $k \ll |\Omega_{\text{int}}|/v_T$ , для которых справедливы выражения (2.12)–(2.13), удовлетворяют необходимому требованию макроскопичности и квазиклассичности

$$1 \gg kN^{-1/3} \gg k\Lambda, \quad (2.15)$$

что и позволяет рассматривать спиновые волны в квантовом газе как колебания макроскопического магнитного момента в сплошной среде. В коротковолновой области  $kv_T \gg |\Omega_{\text{int}}|$ , где слагаемым  $\Omega_{\text{int}}$  в дисперсионном уравнении (2.11) можно пренебречь, бесстолкновительное поглощение делает невозможным распространение незатухающих спиновых волн.

В реальных условиях основной механизм затухания спиновых волн связан, как правило, с релаксационными столкновительными процессами. Поскольку в обменном приближении абсолютная величина намагниченности сохраняется, то для однородных распределений с  $\mathbf{k} = 0$  интегрирование уравнения (2.10) по пространству импульсов обращает в нуль интеграл столкновений  $\text{St } \lambda_-$ : однородная прецессия магнитного момента во внешнем магнитном поле не затухает. Поэтому время столкновительной релаксации поперечных спиновых волн при малых  $\mathbf{k}$  заведомо является функцией  $\mathbf{k}$  такой, что  $\tau_{\text{coll}}(\mathbf{k} \rightarrow 0) \rightarrow \infty$ . В условиях слабого столкновительного поглощения (2.5) из кинетического уравнения (2.10) нетрудно найти мнимые добавки к спектру спиновых волн, связанные с затуханием колебаний из-за соударений частиц газа <sup>22</sup>:

$$\omega = \Omega_H + \frac{(kv_T)^2}{\Omega_{\text{int}}} \left( 1 - \frac{i}{\Omega_{\text{int}}\tau} \right), \quad \tau_{\text{coll}} = \frac{1}{\omega''} = - \left( \frac{\Omega_{\text{int}}}{kv_T} \right)^2 \tau, \quad (2.16)$$

где  $\tau$  — некоторое время релаксации, имеющее газокINETический порядок величины  $\tau^{-1} \sim Na^2 v_T$ , так что при выполнении (2.5) имеем  $|\Omega_{\text{int}}| \tau \gg 1$ . В кинетическом уравнении (2.10) для описания поперечных спиновых мод в максвелловском газе после газокINETических оценок мы опустили все обусловленные взаимодействием градиентные кинематические поправки, хотя их и можно было бы учесть в области температур (1.2). Решение полного кинетического уравнения (2.1) с учетом этих виртуальных поправок <sup>22</sup> подтверждает справедливость использования (2.10).

### 2.3. Сильнозатухающие диффузионные моды. Произвольные температуры

Хотя в силу условия (2.5) слабозатухающие спиновые волны в газе существуют только в квантовой области температур (1.2), представляют определенный интерес и уравнения спиновой динамики при более высоких температурах  $T \gg \hbar^2/mr_0^2$ , где происходит переход от спин-волнового режима к чисто диффузионному расплыванию намагниченности, тем более, что именно такая экспериментальная ситуация реализуется обычно в газообразном  $^3\text{He}$ . Как уже отмечалось, прямо использовать уравнение (2.1) и соотношение (2.2) при высоких температурах не удастся. Тем не менее, можно пренебречь всеми градиентными, связанными с взаимодействием, поправками, и оставить в динамическом уравнении для поперечной намагниченности, кроме слагаемых, соответствующих свободному движению частиц, члены, учитывающие взаимодействие, только в локальном спиновом коммутаторе и локальном интеграле столкновений, так же как это было сделано и при получении уравнения (2.10). Возможность такого упрощения обусловлена только малой плотностью газа  $Nr_0^3 \ll 1$  и никак не связана с температурой. Но даже и в этом случае вычисление в общем виде через точную амплитуду рассеяния кинематических вириальных поправок и интеграла столкновений представляет собой весьма сложную задачу. Однако, по крайней мере в линейаризованном кинетическом уравнении, самосогласованную кинематическую поправку удастся получить в явном виде. Для этого вириальную поправку представляют в виде некоторого линейного по  $\delta n_s$  функционала, а затем из кинетического уравнения получают линейаризованные уравнения гидродинамики. При этом предполагается, что интеграл столкновений удовлетворяет всем макроскопическим законам сохранения, т. е. обращается в нуль при соответствующих интегрированиях. С другой стороны, макроскопические гидродинамические уравнения могут быть сформулированы, исходя только из термодинамических функций, для которых соответствующие вириальные разложения хорошо известны. Сравнивая результаты, полученные обоими методами, можно установить конкретный вид линейного функционала для кинематической вириальной поправки в уравнении Больцмана. Естественно, что с такими поправками из кинетического уравнения можно также найти вириальное разложение скорости гидродинамического звука при произвольных температурах. Оказывается, что кинематические вириальные слагаемые в кинетическом уравнении обусловлены просто перенормировкой  $\delta n_s$ , связанной с вириальными функциональными поправками в равновесной функции распределения. Для спиновых степеней свободы роль уравнений гидродинамики играют макроскопические уравнения Ландау — Лифшица. Соответствие между кинетическим уравнением с вириальными поправками в спиновом коммутаторе при произвольных температурах и уравнениями Ландау — Лифшица было продемонстрировано в работе <sup>1</sup>. С учетом сказанного и с помощью результатов <sup>1,22</sup> нетрудно убедиться, что уравнения спиновой динамики для недиагональных компонент поляризованной матрицы плотности, т. е. для поперечной намагниченности, могут быть и при произвольных температурах попрежнему представлены в виде (2.4), где

$$\tilde{\varepsilon}_s = \frac{p^2}{2m} - \beta \sigma \mathbf{H} + \frac{\delta E_{\text{int}}}{\delta n_s}, \quad (2.17)$$

а величина энергии взаимодействия  $E_{\text{int}}$  определяется вириальным разложением <sup>22</sup>:

$$\begin{aligned} E_{\text{int}} = F_{\text{int}} &= \sum_{\mathbf{p}, \mathbf{p}'} \Phi_{ss'}(\mathbf{p}, \mathbf{p}') n_s(\mathbf{p}) n_{s'}(\mathbf{p}'), \\ \Phi_{ss'}(\mathbf{p}, \mathbf{p}') &= \psi(\mathbf{p}, \mathbf{p}') + \zeta(\mathbf{p}, \mathbf{p}') \sigma \sigma', \\ \psi(\mathbf{p}, \mathbf{p}') &= \frac{1}{4} [3A_+(\mathbf{q}) + A_-(\mathbf{q})], \end{aligned} \quad (2.18)$$

$$\zeta(\mathbf{p}, \mathbf{p}') = (1/4) [A_+(\mathbf{q}) - A_-(\mathbf{q})],$$

$$2\mathbf{q} = \mathbf{p} - \mathbf{p}',$$

$$A_{\pm}(\mathbf{q}) = -\frac{4\pi\hbar^2}{m} \left\{ \operatorname{Re} f_{\pm}(0, q) + \right. \\ \left. + \frac{mT}{\hbar} \left[ \operatorname{Re} f_{\pm}(\theta, q) \frac{\partial}{\partial q} \operatorname{Im} f_{\pm}(\theta, q) - \operatorname{Im} f_{\pm}(\theta, q) \frac{\partial}{\partial q} \operatorname{Re} f_{\pm}(\theta, q) \right] \right\};$$

здесь  $f_+(\theta, q)$  и  $f_-(\theta, q)$  — значения амплитуды рассеяния двух частиц в триплетном и синглетном состояниях (для спина  $1/2$ ). При необходимости величины  $A_{\pm}(\mathbf{q})$  легко выражаются через фазовые сдвиги амплитуды рассеяния

$$f_{\pm}(\theta, q) = \frac{i\hbar}{2iq} \sum_l (2l+1) (e^{2i\delta_l} - 1) P_l(\cos \theta), \quad (2.19)$$

причем для вычисления  $f_+(\theta, q)$  суммирование в (2.19) производится только по нечетным значениям  $l$ , а для  $f_-(\theta, q)$  — по четным. Интеграл столкновений  $St n_s$  удовлетворяет макроскопическому закону сохранения абсолютной величины намагниченности, хотя его конкретная структура в общем случае неизвестна. Преобразование уравнения (2.4) с  $\tilde{\epsilon}_s$  из (2.17), (2.18) для малых возмущений матрицы плотности вида (2.8) приводит к следующему динамическому уравнению движения циркулярной компоненты на агниченности:

$$(\omega + \Omega_H - \mathbf{k}\mathbf{v}) \lambda_-(\mathbf{p}) + \frac{8\alpha}{\hbar} \sum_{\mathbf{p}'} \zeta(\mathbf{p}, \mathbf{p}') [n_0(\mathbf{p}) \lambda_-(\mathbf{p}') - n_0(\mathbf{p}') \lambda_-(\mathbf{p})] = St \lambda_-. \quad (2.20)$$

Легко видеть, что при  $T \ll \hbar^2/mr_0^2$ , когда взаимодействие сводится, в основном, к  $s$ -рассеянию, соотношения (2.17)–(2.18) для  $\tilde{\epsilon}_s$  и уравнение (2.20) переходят соответственно в (2.9) и (2.10).

Найдем формальное решение уравнения (2.20) в пренебрежении правой столкновительной частью. Это решение, которое мы обозначим через  $\tilde{\omega}(\mathbf{k})$ , будем искать в виде разложения в ряд по степеням малого волнового вектора  $\tilde{\omega}(\mathbf{k}) = \omega_0 + \omega_1 + \omega_2 + \dots$ ,  $\lambda_{\pm} = \lambda_{\pm}^{(0)} + \lambda_{\pm}^{(1)} + \lambda_{\pm}^{(2)} + \dots$ , т. е. в пренебрежении экспоненциально малым затуханием Ландау. Из уравнения (2.20) немедленно получаем

$$\left. \begin{aligned} \omega_0 &= \Omega_H, \quad \omega_1 = 0, \quad \omega_2 = -\frac{2}{N} \sum_{\mathbf{p}} \mathbf{k}\mathbf{v} g(\mathbf{p}) n_0(\mathbf{p}), \\ \lambda_-^{(0)} &= b n_0(\mathbf{p}) \alpha, \quad b = \text{const}, \quad \lambda_-^{(1)} = \lambda_-^{(0)} g(\mathbf{p}), \\ \frac{8\alpha}{\hbar} \sum_{\mathbf{p}'} \zeta(\mathbf{p}, \mathbf{p}') n_0(\mathbf{p}') [g(\mathbf{p}') - g(\mathbf{p})] - \mathbf{k}\mathbf{v} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (2.21)$$

Легко убедиться, что даже при решении точного столкновительного уравнения (2.20) с правой частью мнимые слагаемые, описывающие затухание спиновых волн, появляются лишь во втором порядке по  $\mathbf{k}$ . Общее решение феноменологических уравнений спиновой динамики, полученное в <sup>16</sup> в первом приближении метода Чепмена — Энскога, может быть представлено так:

$$\omega = \Omega_H + \frac{D_0 k^2}{1 + (\mu\beta N\alpha)^2} (\mu\beta N\alpha - i), \quad (2.22)$$

где  $D_0$  — классический коэффициент спиновой диффузии для продольной намагниченности,  $\mu$  — некоторый параметр, не зависящий от  $\alpha$ , связанный с существованием самосогласованного молекулярного поля. Из газокинетических оценок типа (2.5) и вида общего решения (2.22) следует, что формальное бесстолкновительное решение  $\tilde{\omega}(\mathbf{k})$  из (2.21) соответствует предельному

переходу  $\alpha \rightarrow \infty$ , т. е.

$$\tilde{\omega}(\mathbf{k}) = \frac{D_0 k^2}{\mu \beta N \alpha} + \Omega_H. \quad (2.23)$$

Поскольку, как видно из уравнений (2.21),  $g(\mathbf{p}) \propto 1/\alpha$ ,  $\omega_2 \propto 1/\alpha$ , то параметр  $\mu$ , как это и должно быть, не зависит от  $\alpha$ , что и позволило определить величину  $\mu$  из (2.21)–(2.23) с помощью формального предельного перехода  $\alpha \rightarrow \infty$ . Выражая с помощью (2.23) параметр  $\mu$  через  $\tilde{\omega}(\mathbf{k})$ , по формуле (2.22) можно восстановить закон дисперсии спиновых осцилляций при произвольных значениях температуры и степени поляризации

$$\left. \begin{aligned} \omega &= \Omega_H + \frac{D_0 k^2}{1 + (D_0 N \alpha \gamma)^2} (-D_0 N \alpha \gamma - i), \\ \frac{1}{\gamma} &= \frac{\hbar}{12} \int v^2 A(p) n_0(p) \frac{d^3 p}{(2\pi \hbar)^3}, \\ \frac{1}{3} \int \xi_1(p, p') n_0(p') \frac{v'}{v} \frac{d^3 p'}{(2\pi \hbar)^3} A(p') - A(p) \int \xi_0(p, p') n_0(p') \frac{d^3 p'}{(2\pi \hbar)^3} &= 1, \\ \xi(\mathbf{p}, \mathbf{p}') &= \sum_l \xi_l(p, p') P_l(\cos \theta), \end{aligned} \right\} \quad (2.24)$$

где  $\xi_0(p, p')$  и  $\xi_1(p, p')$  суть первые гармоники в разложении функции  $\xi(\mathbf{p}, \mathbf{p}')$  по полиномам Лежандра  $P_l(\cos \theta)$ . В квантовой области температур (1.2), но при малых значениях степени поляризации  $\alpha \ll |a|/\Lambda$ , спиновые волны также очень сильно затухают. Закон дисперсии для движения магнитного момента в этом случае определяется формулами (2.22), (2.23), (2.16) и имеет вид:

$$\omega = \Omega_H + \frac{D_0 k^2}{1 + (\Omega_{\text{int}} \tau)^2} (\Omega_{\text{int}} \tau - i), \quad \mu \beta N \alpha = \Omega_{\text{int}} \tau = \frac{D_0 \Omega_{\text{int}}}{v_T^2}, \quad (2.25)$$

где  $\tau = D_0/v_T^2$  — диффузионное время релаксации, введенное в (2.16).

#### 2.4. Магнитная поляризация и интеграл столкновений

Важно отметить, что выражения (2.22)–(2.25) с учетом затухания спиновой волны в явном виде справедливы только для не слишком больших значений  $\alpha$ . Действительно, даже при низких температурах столкновительный член  $St n_s$  всегда содержит два различных слагаемых<sup>28</sup>. Первое имеет традиционный для интеграла столкновений вид, содержит  $\delta$ -функции от суммарных импульса и энергии двух рассеивающихся частиц и может быть интерпретировано как разность между «приходом» и «уходом» частиц в данном квантовом состоянии:

$$\begin{aligned} I_1(\lambda_{\perp}) &= (2\pi \hbar)^3 \left( \frac{2a}{m} \right)^2 \int d\mathbf{p}_2 \frac{d\mathbf{p}'_1 d\mathbf{p}'_2}{(2\pi \hbar)^6} \delta(\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2 - \mathbf{p}'_1 - \mathbf{p}'_2) \times \\ &\times \delta \left( \frac{p_1^2}{2m} + \frac{p_2^2}{2m} - \frac{p_1'^2}{2m} - \frac{p_2'^2}{2m} \right) [\lambda_{\perp}(\mathbf{p}'_1) n_0(\mathbf{p}'_2) - \lambda_{\perp}(\mathbf{p}_1) n_0(\mathbf{p}_2) + \\ &+ \lambda_{\perp}(\mathbf{p}_2) n_0(\mathbf{p}_1) - \lambda_{\perp}(\mathbf{p}'_2) n_0(\mathbf{p}'_1)] \sim N a^2 v_T \lambda_{\perp}. \end{aligned} \quad (2.26)$$

При получении (2.26) мы учли, что равновесная поляризационная матрица плотности диагональна, а возмущения недиагональных элементов матрицы плотности, т. е. поперечной намагниченности  $\lambda_{\perp} = (\lambda_x, \lambda_y)$ , не зацепляются на возмущения плотности, как это имеет место для флуктуаций  $\lambda_z$ . Второе слагаемое  $I_2(\lambda_{\perp})$  не содержит  $\delta$ -функции от суммарной энергии, не связано с релаксационными процессами и должно рассматриваться как следующая по  $|a|/\Lambda \ll 1$  поправка к спиновому коммутатору в левой части кинетического

уравнения:

$$I_2(\lambda_\perp) = (2\pi\hbar)^3 \left(\frac{2a}{m}\right)^2 \int d\mathbf{p}_2 \frac{d\mathbf{p}'_1 d\mathbf{p}'_2}{(2\pi\hbar)^6} \delta(\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2 - \mathbf{p}'_1 - \mathbf{p}'_2) \times \\ \times \frac{2m}{p_1^2 + p_2^2 - p_1'^2 - p_2'^2} 2\alpha [\mathfrak{M} \{ \lambda_\perp(\mathbf{p}_1) n_0(\mathbf{p}_2) - \lambda_\perp(\mathbf{p}_2) n_0(\mathbf{p}_1) \}] \sim N a^2 v_T \alpha \lambda_\perp. \quad (2.27)$$

Как видно из (2.27), слагаемое  $I_2(\lambda_\perp)$  мало по сравнению со спиновым коммутатором  $\hbar^{-1} [\tilde{\epsilon}, n]_s$  в меру малости  $|a|/\Lambda \ll 1$  при любых значениях  $\alpha$ , так что пренебрежение  $I_2(\lambda_\perp)$  при вычислении действительной части частоты (2.16) слабозатухающих спиновых волн всегда оправдано в квантовой области температур. С другой стороны, из (2.26), (2.27) следует, что  $I_1(\lambda_\perp) \gg I_2(\lambda_\perp)$ , только если  $\alpha \ll 1$ , так что вычисление затухания сп. новых волн через коэффициент  $D_0$  с помощью обычного интеграла столкновений  $I_1(\lambda_\perp)$ , как это было сделано при получении формул (2.22)–(2.25), допустимо только при  $\alpha \ll 1$ . Поэтому формулы (2.25) и  $\tau = D_0/v_T^2$  справедливы только при малых значениях степени поляризации. При  $1 \gg \alpha \gg |a|/\Lambda$  выражение для спектра спиновых волн (2.16) сохраняет прежний вид, однако при вычислении времени  $\tau$  необходимо уже в интеграле столкновений наряду с членом  $I_1(\lambda_\perp)$  учитывать и слагаемое  $I_2(\lambda_\perp)$ . Учет слагаемого  $I_2(\lambda_\perp)$  в  $\text{St } \lambda_\perp$ , по существу означает вычисление зависимости времени релаксации  $\tau$  от  $\alpha$ . При высоких температурах конкретное выражение интеграла столкновений через точную амплитуду рассеяния  $f(\theta, E)$  (как это имеет место для действительных кинематических поправок в спиновом коммутаторе в левой части уравнения Больцмана) в настоящее время неизвестно, хотя газокинетические оценки типа (2.26)–(2.27) по-прежнему остаются справедливыми. Поэтому и при произвольных температурах формулирование уравнений спиновой динамики с помощью обычного диффузионного коэффициента  $D_0$  в форме (2.22), где параметр  $\mu$  не зависит от  $\alpha$ , допустимо только при небольших значениях степени поляризации  $\alpha \ll 1$  \*). Поскольку в этих условиях уравнения движения намагниченности (2.20) справедливы при любых температурах, а не только в квантовой области, существует принципиальная возможность наблюдать спиновые осцилляции, хотя и в сильно затухающем диффузионном режиме, в любых парамагнитных газах, таких, как  $\text{O}_2$ ,  $\text{NO}$ ,  $\text{NO}_2$ ,  $\text{ClO}_2$ , пары щелочных металлов и др., помещенных во внешнее магнитное поле. Практическая реализация такого эксперимента представляется, однако, весьма затруднительной, так как обменное взаимодействие, являющееся количественной мерой эффекта с повышением температуры быстро убывает.

Вывод динамических уравнений (2.20), (2.24) при произвольных температурах является хорошей иллюстрацией успешного сочетания метода кинетического уравнения (квазичастичный подход) и феноменологической формулировки спиновой динамики. Следует, однако, подчеркнуть, что макроскопические уравнения движения магнитного момента могут быть сформулированы лишь в предположении существования в спин-поляризованном максвелловском газе самосогласованного обменного поля, введение которого должно быть обосновано в рамках метода кинетического уравнения. Кроме того, область применимости полученных результатов  $k v_T \ll |\Omega_{\text{int}}|$  не может быть найдена из макроскопических уравнений, поскольку в них никак не фигурирует бесстолкновительное затухание Ландау, которое и задает эту область. После того, как все необходимые условия выяснены из кинетического уравнения, феноменологическая схема оказывается очень удобной для исследования спиновой динамики в конкретной экспериментальной ситуации.

\*) По этой причине численный расчет <sup>20</sup> формы линий спектра ЯМР газообразного  $\text{H}\uparrow$  в условиях эксперимента <sup>19</sup> имеет, по-видимому, лишь качественный смысл <sup>44</sup>. В феноменологическом смысле учет  $I_2(\lambda_\perp)$  означает возможность введения двух времен релаксации <sup>45</sup> в макроскопические уравнения.

## 2.5. Дальние корреляции в газе. Феноменологические уравнения

Обратимся опять к исследованию спиновых волн в незатухающем режиме. Критерий (2.5) эквивалентен неравенству  $|\Omega_{\text{int}}| \tau \gg 1$ . При этом собственная частота спиновой волны  $\omega$  может быть как мала,  $\omega \ll \tau^{-1} \ll |\Omega_{\text{int}}|$ , так и велика,  $\tau^{-1} \ll \tilde{\omega} \ll |\Omega_{\text{int}}|$ , где  $\tilde{\omega} = \omega - \Omega_H$ . В классических газах в пренебрежении слабыми дальнедействующими ван-дер-ваальсовыми силами все пространственные (одновременные) корреляционные функции экспоненциально быстро убывают на расстояниях порядка атомных размеров  $r_0$ . По этой причине в таких системах, конечно же, невозможно существование каких бы то ни было макроскопических сверхструктур или коллективных мод. В квантовых же спин-поляризованных газах сам факт существования незатухающих высокочастотных ( $\omega \tau \gg 1$ ) колебаний магнитного момента означает наличие дальней пространственной корреляции между спинами молекул газа. Таким образом, эффективное самосогласованное поле, создаваемое всеми частицами газа и существующее только при достаточно низких температурах (1.2), когда основную роль в рассеянии частиц начинает играть явление бездиссипативного квантового преломления, обеспечивает появление нелокальных членов в полной свободной энергии и, даже в обменном приближении, возможность дальних корреляций, а иногда и дальнего порядка в бoльцмановском газе. При этом, так же как и спектр флуктуаций намагниченности, коэффициенты в градиентных членах свободной энергии выражаются через локальную характеристику — амплитуду рассеяния на нулевой угол. Задание макроскопической энергии неоднородности позволяет сформулировать феноменологические уравнения — уравнения Ландау — Лифшица — для описания спиновых волн в газе. Для большей наглядности рассмотрим вначале случай  $H = 0$ , т.е. ситуацию, когда спиновая поляризация газа достигалась методами динамической накачки, либо за времена, меньшие, чем  $\tau_s$ , после выключения внешнего поля (если система была поляризована просто внешним магнитным полем).

Введем эффективное поле  $\mathcal{H}(\mathbf{r}, t) \propto \exp(i\mathbf{k}\mathbf{r} - i\omega t)$  и с помощью кинетического уравнения (2.4) будем искать линейный отклик системы на это возмущение. Таким же методом, каким были получены уравнения (2.10), (2.11), можно вычислить циркулярные компоненты магнитного момента  $\delta M_{\pm} = \delta M_x \pm i\delta M_y$ , индуцированного внешним магнитным полем  $\delta M_{\pm} = \chi_{\pm} \mathcal{H}_{\pm}$ :

$$\chi_{-}(\omega, \mathbf{k}) = \chi_{+}^{*}(-\omega, -\mathbf{k}) = \beta^2 \frac{1 - D(\omega, \mathbf{k})}{g_0 D(\omega, \mathbf{k})}. \quad (2.28)$$

Полюс (2.28), как и должно быть, определяет спектр колебаний намагниченности. Элементы матрицы обобщенной восприимчивости  $\chi_{ik}(\omega, \mathbf{k})$ , задаваемой обычным соотношением

$$\delta M_i(\omega, \mathbf{k}) = \chi_{ik}(\omega, \mathbf{k}) \mathcal{H}_k(\omega, \mathbf{k}) \quad (i, k = x, y), \quad (2.29)$$

выражаются через  $\chi_{\pm}(\omega, \mathbf{k})$  следующим образом:

$$\chi_{xx} = \chi_{yy} = \frac{1}{2}(\chi_{+} + \chi_{-}), \quad \chi_{yx} = -\chi_{xy} = -\frac{i}{2}(\chi_{+} - \chi_{-}). \quad (2.30)$$

Динамический магнитный формфактор системы

$$S_{ik}(\omega, \mathbf{k}) = \int d^3r \int_{-\infty}^{\infty} dt \exp[i(\omega t - \mathbf{k}\mathbf{r})] S_{ik}(t, \mathbf{r}), \quad (2.31)$$

$$S_{ik}(t, \mathbf{r}) = \langle \delta M_i(t_1, \mathbf{r}_1) \delta M_k(t_2, \mathbf{r}_2) \rangle, \quad t \equiv t_1 - t_2, \quad \mathbf{r} = |\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|$$

с помощью флуктуационно-диссипационной теоремы выражается



через  $\chi_{ik}$ :

$$S_{ik}(\omega, \mathbf{k}) = \frac{2\hbar}{1 - e^{-\hbar\omega/T}} \text{Im } \chi_{ik}(\omega, \mathbf{k}). \quad (2.32)$$

В длинноволновой области  $k v_T \ll |\Omega_{\text{int}}|$  из (2.28) — (2.32) с помощью соотношения (2.11) для  $D(\omega, \mathbf{k})$  при  $\Omega_H = 0$  после некоторых вычислений находим<sup>22</sup>:

$$S_{xx}(\omega, \mathbf{k}) = S_{yy}(\omega, \mathbf{k}) =$$

$$= 2\pi \frac{\beta^2 N \alpha}{1 - e^{-\hbar\omega/T}} \left[ \delta\left(\omega - \frac{k^2 v_T^2}{|\Omega_{\text{int}}|}\right) - \delta\left(\omega + \frac{k^2 v_T^2}{|\Omega_{\text{int}}|}\right) \right]. \quad (2.33)$$

Наличие  $\delta$ -функциональных членов в (2.33) соответствует вкладу магнонов в динамический формфактор квантового бозегазового газа. Спировые волны в этом случае представляют собой коллективную бозевскую ветвь длинноволновых элементарных возбуждений в системе. Сами же частицы газа (одночастичные возбуждения) могут при этом быть и фермионами, как в случае  $^3\text{He}\uparrow$ , и бозонами, как для  $\text{H}\uparrow$ . Из очевидного неравенства

$$N|a|^3 \left( \frac{\hbar^2}{ma^2} \right) \ll \varepsilon_d \ll T \ll \frac{\hbar^2}{ma^2} \quad (2.34)$$

следует, что в квантовом газе всегда  $\hbar |\Omega_{\text{int}}| \ll T$ . Поскольку для незатухающих спиновых волн  $|\omega| \ll |\Omega_{\text{int}}|$ , вклад магнонов в термодинамику всегда обрезается невысокими частотами  $\omega \ll T/\hbar$ , т.е. пренебрежимо мал.

Статический структурный фактор

$$S_{ik}(k) = \int e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}} S_{ik}(0, \mathbf{r}) d^3r = \int_{-\infty}^{\infty} (2\pi)^{-1} S_{ik}(\omega, \mathbf{k}) d\omega \quad (2.35)$$

определяет чисто пространственную одновременную корреляцию поперечных спиновых флуктуаций в квантовом газе. Тривиальное интегрирование по формулам (2.35), (2.33) с учетом неравенства  $\hbar |\Omega_{\text{int}}| \ll T$  приводит к результату

$$S_{xx}(k) = S_{yy}(k) = \beta^2 N \alpha \text{cth} \frac{\hbar k^2 v_T^2}{2 |\Omega_{\text{int}}| T} = 2\pi |a| \left( \frac{2\beta N \alpha}{k} \right)^2. \quad (2.36)$$

Непосредственным вычислением из (2.28) — (2.32), (2.35) можно показать, что  $S_{xy}(k) = S_{yx}(k) = 0$ , как и должно быть. Фурье-обращение формулы (2.36) позволяет найти корреляционную функцию  $S_{ik}(r)$  в координатном представлении<sup>22</sup>:

$$S_{ik}(r) = 2|a| \frac{(\beta N \alpha)^2}{r} \delta_{ik}, \quad (2.37)$$

которая спадает с расстоянием по такому же закону, как и в кубическом ферромагнетике с локализованными спинами. Однако в обычном ферромагнетике вследствие обменного взаимодействия произошло спонтанное нарушение симметрии и переход в магнитоупорядоченное состояние, в котором спиновая корреляционная функция убывает на больших расстояниях пропорционально  $r^{-1}$ . В данном случае изменение магнитной симметрии под действием оптической накачки энергетически невыгодно и происходит насильственно за счет внешних воздействий. Тем не менее, в спин-поляризованном квантовом газе обменные магнитные корреляции на макроскопических расстояниях ведут себя в соответствии с тем же самым степенным законом  $r^{-1}$ . Такое медленное убывание корреляций в газе с короткодействующим потенциалом взаимодействия является макроскопическим выражением факта существования специфического самосогласованного поля, обусловленного эффектом кван-

тового преломления частиц. В окончательные ответы для корреляционной функции (2.36), (2.37) и для энергии магнона  $\hbar\omega'$  из (2.12) не вошла постоянная Планка, что является отражением того обстоятельства, что, несмотря на принципиально квантовую причину существования в газе спиновых волн, в статистическом смысле они ведут себя как классические флуктуации и могут рассматриваться как пространственно-неоднородная прецессия макроскопического магнитного момента.

Корреляция между спинами различных частиц на макроскопических расстояниях обуславливает существование определенной макроскопической энергии неоднородности, которая характеризует увеличение свободной энергии газа при появлении в нем неоднородностей в пространственном распределении магнитного момента. Соответствующее изменение свободной энергии, вызванное флуктуациями поперечной намагниченности, для изотропного газа может быть представлено в виде:

$$\Delta F = \frac{1}{2} \int \varphi(r) \delta \mathbf{M}(\mathbf{r}_1) \delta \mathbf{M}'(\mathbf{r}_2) d^3 \mathbf{r}_1 d^3 \mathbf{r}_2, \quad r = |\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|. \quad (2.38)$$

В рамках теории классических флуктуаций<sup>29</sup> нетрудно связать величину фурье-компоненты функции  $\varphi(r)$  и статистический формфактор:

$$S_{ik}(k) = \frac{\delta_{ik} T}{\varphi(k)}. \quad (2.39)$$

Основной вклад в статистический структурный фактор при  $kv_T \ll |\Omega_{\text{int}}|$  определяется формулой (2.36), так что для функции  $\varphi(k)$  из (2.39) немедленно получаем:

$$\varphi(k) = \frac{T}{2\pi |a|} \left( \frac{k}{2\beta N \alpha} \right)^2. \quad (2.40)$$

Обычно свободную энергию, связанную с медленным изменением направления вектора  $\mathbf{M}$  вдоль системы, представляют в виде разложения в ряд по степеням градиентов намагниченности. В однородном и изотропном газе первый член такого разложения имеет традиционный вид:

$$\Delta F = \frac{1}{2} A \delta_{ik} \int \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial r_i} \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial r_k} d^3 r. \quad (2.41)$$

Выполняя в (2.41) фурье-преобразование и сравнивая (2.41) и (2.38), находим:

$$Ak^2 = \varphi(k), \quad A = \frac{T}{2\pi |a|} \frac{1}{(2\beta N \alpha)^2}. \quad (2.42)$$

Введение энергии магнитной неоднородности и задание коэффициента  $A$  из (2.41), (2.42) позволяет полностью описать длинноволновые колебания намагниченности чисто феноменологическим способом с помощью линеаризованных уравнений Ландау — Лифшица:

$$\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t} = -\frac{2\beta}{\hbar} \left[ \frac{\delta}{\delta \mathbf{M}} \Delta F, \mathbf{M} \right]. \quad (2.43)$$

Действительно, легко убедиться, что подстановка  $\Delta F$  из (2.41) с коэффициентом  $A$  из (2.42) в линеаризованное уравнение (2.43) воспроизводит спектр спиновых волн  $\omega'(\mathbf{k})$  из (2.12). Это означает, что, несмотря на бесстолкновительный и, возможно, высокочастотный ( $\omega\tau \gg 1$ ) характер спиновых осцилляций, в длинноволновой области  $kv_T \ll |\Omega_{\text{int}}|$  имеет место существенно гидродинамическая ситуация, тем более, что и функция распределения для этих колебаний, как это легко видеть из уравнений (2.4), (2.10), также имеет гидродинамический вид. Не представляет труда включить в уравнение (2.43) и диссипативные члены, которые приведут к столкновительному поглощению в спектре спиновых волн (2.16), (2.25). Подчеркнем, однако, что указанным способом мы, фактически, можем восстановить только линеаризованные, а

не точные макроскопические уравнения спиновой динамики. Поскольку  $\tilde{\epsilon}_s$  и  $E$  связаны операцией функционального дифференцирования  $\tilde{\epsilon}_s = \delta E / \delta n_s$ , то вычисление спектра спиновых волн, исходя из полной свободной энергии и макроскопических уравнений, требует учета в  $F$  вклада спиновых флуктуаций  $A (\nabla \mathbf{M})^2$ , а учет такого вклада в кинетическом уравнении с  $\tilde{\epsilon}_s$  был бы превышением точности.

Поскольку выражение (2.36) для  $S_{ik}(k)$  строго справедливо лишь для достаточно малых значений волнового вектора  $kv_{\perp} \ll |\Omega_{\text{int}}|$ , постольку и формула (2.37) пригодна для описания спиновых корреляций только на достаточно больших расстояниях  $r \gg r_{\text{int}} \equiv v_T / |\Omega_{\text{int}}|$ . Характерный параметр размерности длины  $r_{\text{int}}$ , который автоматически появляется в длинноволновом разложении при исследовании магнитных коллективных явлений в газе, можно интерпретировать как своеобразный корреляционный масштаб в квантовом самосогласованном поле. Этот масштаб характеризует отличие корреляционных свойств квантового газа от точечных корреляций (точнее, корреляций на атомных расстояниях), присущих классическому газу, причем отличие это обусловлено именно коллективными эффектами квантового преломления. Так, функция  $\phi(k)$  разлагается в ряд по четным степеням  $kr_{\text{int}}$ , что соответствует экспоненциальному убыванию на больших расстояниях ( $r \gg r_{\text{int}}$ ) функции  $\phi(r)$ , определяющей энергию магнитной неоднородности. (В принципе, на очень больших расстояниях в функции  $\phi(r)$  могут появиться и слабые степенные «хвосты» типа ван-дер-ваальсовых, которые мы здесь не рассматриваем.) При этом в силу естественных для газа неравенств (2.14), (2.15) сфера с радиусом  $r_{\text{int}}$  (корреляционная зона) всегда содержит макроскопически большое количество частиц  $Nr_{\text{int}}^3 \gg 1$ , что является качественным объяснением дальних спиновых корреляций в системе. Похожий критерий существует для плазмы, где дебаевская сфера в качестве корреляционной зоны заключает в себе большое число заряженных частиц, что и обеспечивает возможность распространения в плазме высокочастотных,  $\omega t \gg 1$ , колебаний.

Отметим, что область применимости всех формул, полученных в обменном приближении и с помощью длинноволнового разложения  $kr_{\text{int}} \ll 1$ , в принципе, ограничена и снизу не слишком малыми значениями волновых векторов, что обусловлено влиянием релятивистских эффектов даже в пренебрежении диполь-дипольным магнитным взаимодействием. Действительно, при колебаниях намагниченности  $\mathbf{M}$  возникает и магнитное поле  $\mathbf{H}$ , которое может быть описано с помощью уравнений Максвелла. Поскольку  $v_T \ll c$ , то во всей области значений волновых векторов  $kr_{\text{int}} \ll 1$  имеем  $\omega \ll ck$ , так что магнитное поле  $\mathbf{H}$  можно считать квазистационарным. Соответствующие уравнения магнитостатики

$$\text{rot } \mathbf{H} = 0, \quad \text{div} (\mathbf{H} + 4\pi \mathbf{M}) = 0 \quad (2.44)$$

обеспечивают существование специфической релятивистской энергии анизотропии в спиновой волне — магнитостатической энергии. Возможность пренебрежения магнитостатической энергией, а значит, и релятивистской щелью в спектре спиновых флуктуаций, соответствует неравенству  $Ak^2 \gg 1$ . Подстановка  $A$  из (2.42) приводит к следующему критерию:

$$1 \gg (kr_{\text{int}})^2 \gg \frac{r_e}{|a|} \frac{m}{m_e}, \quad (2.45)$$

где  $r_e = e^2/m_e c^2 = 2,8 \cdot 10^{-13}$  см — классический радиус электрона. Соотношение (2.45) написано для случая, когда частицы газа обладают электронным спином. Для ядерных же спинов, как в случае  ${}^3\text{HeI}$ , в правой стороне (2.45) и в  $r_e$  следует заменить электронную массу  $m_e$  на протонную  $m_p$ .

Включение постоянного внешнего магнитного поля  $\mathbf{H}$  обуславливает появление щели  $\Omega_H$  в спектре спиновых волн (2.12). Поэтому для учета вне-

шнего поля  $\mathbf{H}$  во всех формулах данного раздела следует заменить  $\omega$  на  $\omega - \Omega_H$ . Легко видеть, что это приводит к экранированию спиновых флуктуаций на очень больших расстояниях:

$$S_{ik}(r) = \delta_{ik} \frac{2|a|}{r} (\beta N \alpha)^2 \begin{cases} e^{-r/r_H}, & a < 0, \\ \cos \frac{r}{r_H}, & a > 0, \end{cases} \quad \beta H \ll T, \quad (2.46)$$

где магнитный корреляционный радиус имеет макроскопический масштаб и задается соотношением:

$$r_H^2 = \frac{1}{4\pi\alpha} \frac{T}{2\beta H} \frac{1}{N^{1/3}|a|} N^{-2/3} \gg N^{-2/3}. \quad (2.47)$$

## 2.6. Магнитный резонанс. Теория и эксперимент

Наиболее наглядно спиновые волны могут быть обнаружены и исследованы в экспериментах по измерению поглощения энергии переменного магнитного поля в условиях магнитного резонанса. Решение задачи о спектре магнитного резонанса и о форме линий поглощения, соответствующих возбуждению стоячих спиновых волн, зависит от геометрии резонатора и от граничных условий в конкретной экспериментальной ситуации. Тем не менее, некоторые качественные закономерности удастся получить в самом общем виде, вне зависимости от конкретных граничных условий. Энергия, диссипируемая в системе при распространении в ней переменного магнитного поля, пропорциональна мнимой части обобщенной магнитной восприимчивости. Учет слабого столкновительного поглощения спиновых волн приводит к тому, что  $\delta$ -функция в выражении для  $\text{Im } \chi_-(\omega, \mathbf{k})$  размывается в лоренцеву кривую. С помощью известного соотношения

$$\lim_{\gamma \rightarrow 0} \frac{\gamma}{x^2 + \gamma^2} = \pi \delta(x) \quad (2.48)$$

и закона дисперсии (2.16) из формулы (2.28) вблизи полюса находим:

$$\text{Im } \chi_-(\omega, \mathbf{k}) = \frac{\beta^2}{|g|} \text{Im} \left( \frac{\partial D}{\partial \omega} \right)^{-1} \frac{1 - D(\omega, \mathbf{k})}{\omega + \Omega_H + (k^2 v_T^2 / \Omega_{\text{int}}) - i\tau_{\text{coll}}^{-1}}, \quad (2.49)$$

или окончательно

$$\text{Im } \chi_+(\omega, \mathbf{k}) = \frac{\beta^2 N \alpha}{\hbar} \frac{\tau_{\text{coll}}^{-1}}{[\omega - \Omega_H - (k^2 v_T^2 / \Omega_{\text{int}})]^2 + \tau_{\text{coll}}^{-2}}. \quad (2.50)$$

Лоренциан (2.50) описывает форму линии резонансного поглощения. Максимум лоренциана при  $\omega = \omega'(k)$  из (2.12) соответствует максимальной интенсивности линии  $I$ :

$$I = \frac{\beta^2 N \alpha \tau_{\text{coll}}}{\hbar} \sim \frac{\beta^2 \hbar N^2 \alpha^3}{k^2 T^{3/2} m^{1/2}}, \quad (2.51)$$

а значение сдвига частоты от ее резонансной величины  $\omega - \omega'(k)$ , при которой интенсивность равна  $I/2$ , определяет ширину линии поглощения:

$$\Delta\omega = \tau_{\text{coll}}^{-1} \sim \frac{m^{1/2} k^2 T^{3/2}}{\hbar^2 N \alpha^2}. \quad (2.52)$$

Таким образом, при увеличении  $k$ , т.е. номера линии в экспериментах по магнитному резонансу, ширина линии поглощения становится больше, а интенсивность  $I$  падает. Кроме того, из (2.51) — (2.52) следует, что при уменьшении температуры  $T$  или возрастании степени поляризации  $\alpha$  линии сужаются и становятся интенсивнее, а наблюдаемое количество линий увеличивается.

Именно такие зависимости наблюдались в эксперименте<sup>19</sup> по исследованию спектра ЯМР спин-поляризованного атомарного водорода. При этом были обнаружены четкие резонансные линии, соответствующие возбуждению спиновых волн для ядерных спиновых степеней свободы, связанных с переходами между состояниями  $|a\rangle \rightarrow |b\rangle$ . Значения плотности и температуры газообразного  $\text{H}\uparrow$  в условиях эксперимента<sup>19</sup> менялись в пределах  $N = 3 \cdot 10^{15} - 5 \cdot 10^{16} \text{ см}^{-3}$ ,  $T = 0,16 \text{ К} - 0,7 \text{ К}$ . Типичная картина ЯМР-спектра газообразного  $\text{H}\uparrow$  приведена на Рис. 1. Интересно отметить, что по газокинетиче-

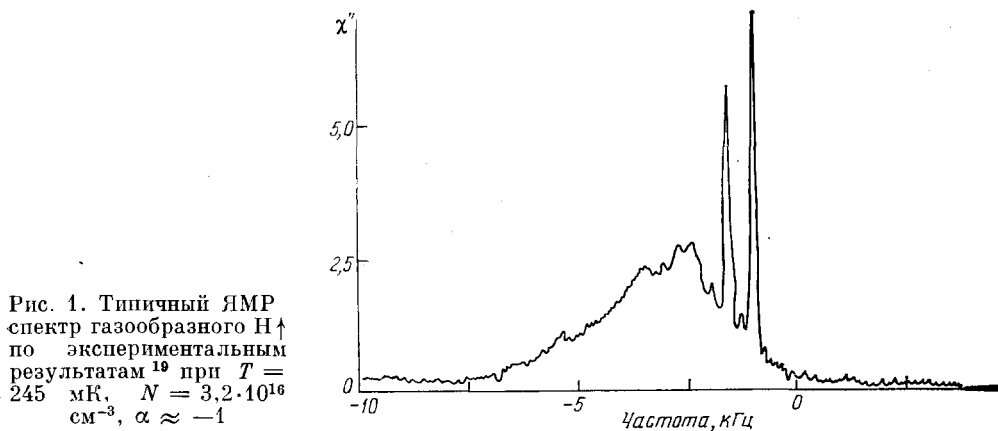


Рис. 1. Типичный ЯМР спектр газообразного  $\text{H}\uparrow$  по экспериментальным результатам<sup>19</sup> при  $T = 245 \text{ мК}$ ,  $N = 3,2 \cdot 10^{16} \text{ см}^{-3}$ ,  $\alpha \approx -1$

ским оценкам (2.51), (2.52) ни интенсивность, ни ширина линии для слабозатухающих спиновых волн не зависят от параметров, характеризующих взаимодействие частиц газа, в то время как положение линий в спектре, т.е. значение резонансных частот, определяется именно этими параметрами. Точные соотношения для формы линии в квантовой температурной области (1.2) с помощью формул (2.25) могут быть выражены через  $D_0$ :

$$I = D_0 \frac{N\alpha}{\hbar} \left( \frac{\beta\Omega_{\text{int}}}{kv_T^2} \right)^2, \quad \Delta\omega = \left( \frac{kv_T^2}{\Omega_{\text{int}}} \right)^2 \frac{1}{D_0}. \quad (2.53)$$

Хорошая подгонка и количественная интерпретация экспериментальных результатов<sup>19</sup> с помощью численного решения макроскопических уравнений спиновой динамики с конкретными граничными условиями была выполнена в работе<sup>20</sup>.

Из вида закона дисперсии спиновых волн (2.12) нетрудно понять, что, если  $a > 0$ , первая, наиболее интенсивная и наиболее узкая линия, соответствующая спиновой волне, будет расположена в синем крыле (в высокочастотной стороне) ЯМР-спектра. Наоборот, если  $a < 0$ , то самая узкая и интенсивная линия проявится в красном крыле (в низкочастотной стороне) спектра ЯМР. Действительно, если  $a < 0$ , то частоты всех спиновых волн с различными  $k$  больше, чем  $\Omega_H$ , и первая стоячая волна с минимальным значением  $k$  (самая интенсивная линия) соответствует самой меньшей частоте. При  $a > 0$  имеет место обратная ситуация (см. схематический рис. 2). Поэтому экспериментальная картина спектра ЯМР на рис. 1 из<sup>19</sup> соответствует случаю  $a > 0$ , т.е. отталкиванию между частицами газа, как это и имеет место для взаимодействия двух атомов водорода с параллельными спинами. Остроумная аналогия между феноменологическими уравнениями движения намагниченности и уравнением Шрёдингера, замеченная в<sup>19,20</sup>, приводит к такой же интерпретации экспериментальных результатов. Из вида закона дисперсии также ясно, что если изменить направление вектора спиновой поляризации на противоположное  $\vec{M} \rightarrow -\vec{M}$  относительно внешнего магнитного поля, т.е. сделать формальную замену  $\alpha \rightarrow -\alpha$ , то основная, наиболее интенсивная, линия переместится из синего крыла в красное, а

весь ЯМР-спектр испытывает зеркальное отражение. Такой эксперимент по изменению знака  $\alpha$  был выполнен в <sup>19</sup> и привел к ожидаемым результатам (рис. 3).

Поиски спиновых волн в газообразном <sup>3</sup>He↑ парижской группой <sup>21</sup> были осложнены тем, что в их экспериментальных условиях  $T = 2 - 6$  К,

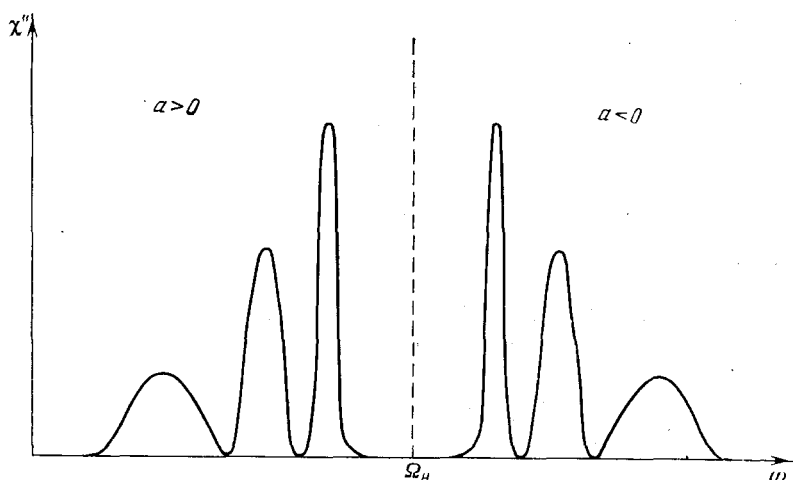


Рис. 2. Схема расположения основной, наиболее интенсивной, линии в спектре поглощения ЯМР в зависимости от знака длины рассеяния.

При использовании схемы для интерпретации ЯМР-спектров газообразного H↑ следует учесть, что степень поляризации в этом случае задается соотношением  $\alpha = (N_a - N_b)/(N_a + N_b)$ , где  $N_a$ ,  $N_b$  — плотности частиц в состояниях  $|a\rangle$  и  $|b\rangle$ , так что при  $\alpha < 0$  направление равновесной ядерной намагниченности параллельно H, и можно использовать спектр спиновых волн в виде (2.12)

$\alpha = 30 - 50\%$  критерий (2.5) хорошо не выполняется, так что спиновые волны в данном случае заведомо сильно затухают \*). Тем не менее, авторам <sup>21</sup> удалось в диффузионном режиме обнаружить одну спиновую волну, соответствующую первой возбужденной моде \*\*), и извлечь из экспериментальных

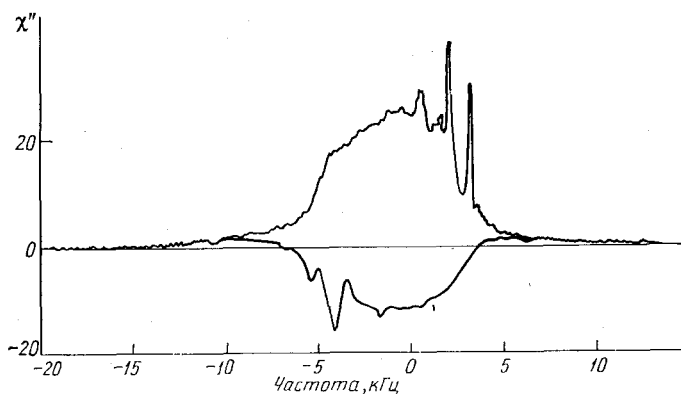


Рис. 3. Изменение ЯМР-спектра газообразного H↑ при переориентировании вектора спиновой поляризации в противоположную сторону <sup>19</sup> для  $N = 1,5 \cdot 10^{16} \text{ см}^{-3}$ ,  $T = 246 \text{ мК}$

данных величину параметра  $\mu$ , который играет исключительно важную роль в формулировке макроскопических динамических уравнений. На рис. 4 представлены экспериментальные значения параметра  $\mu$  и теоретически рас-

\*) Еще одним объектом, в котором могут быть обнаружены слабозатухающие спиновые моды, является квазидвумерный H↑, адсорбированный на поверхности, покрытой гелием <sup>46</sup>.

\*\*) Недавно Лалоз и др. <sup>48</sup> осуществили эксперимент, в котором они использовали только градиент радиочастотного поля, тогда как статическое магнитное поле могло быть однородным. При этом удалось надежно идентифицировать спиновые волны в газообразном <sup>3</sup>He↑ при  $T = 2 - 5$  К,  $\alpha \approx 30\%$ ,  $N \approx 10^{18} \text{ см}^{-3}$ .

считанная зависимость  $\mu$  от температуры, полученная в работе Луилер<sup>30</sup>. Штриховой линией показана зависимость  $\mu(T)$ , вычисленная в  $s$ -волновом приближении по формуле (2.25) и экстраполированная в данную область температуры.

В результате экспериментов по спиновому эху Галли и Маллин<sup>31</sup> установили существование квантовомеханических коллективных эффектов и в бозе-майнмановском квантовом газе атомов  $^3\text{He}$ , растворенных в сверхтекучем  $^4\text{He}$ .

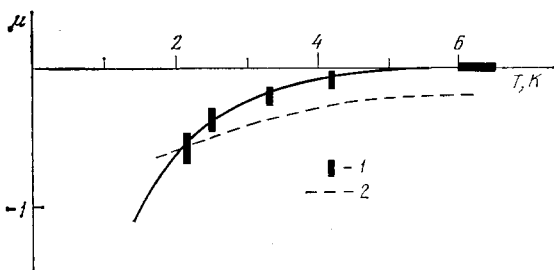


Рис. 4. Зависимость обменного параметра  $\mu$  в газообразном  $^3\text{He}$  от температуры.

Сплошная кривая соответствует теоретическому расчету<sup>30</sup>; 1 — экспериментальные данные<sup>31</sup>, 2 — вычисления для  $s$ -рассеяния в  $t$ -приближении, нормированные на значение  $\mu$  при  $T = 2,15$  К

Поскольку, как это уже отмечалось во Введении, заметно поляризовать раствор удастся с помощью внешнего магнитного поля, условие (2.5) слабого затухания спиновых колебаний

$$1 \gg \text{th} \frac{\beta H}{T} \gg \frac{|a|}{\Lambda}, \quad T \gg \varepsilon_d \quad (2.54)$$

подразумевает использование достаточно сильных, но практически достижимых полей  $(\beta H / \varepsilon_d) \gg N^{1/3} |a|$ . При этом область температур, в которой для невырожденных растворов возможно распространение слабозатухающих колебаний намагниченности, определяется соотношением

$$\varepsilon_d \left[ \frac{\beta H}{\varepsilon_d N^{1/3} |a|} \right]^{2/3} \gg T \gg \varepsilon_d. \quad (2.55)$$

В эксперименте<sup>31</sup> степень поляризации раствора  $\alpha \approx 30\%$  достигалась с помощью внешнего магнитного поля  $H = 89$  кЭ. Из экспериментальных данных<sup>31</sup> была определена температурная зависимость параметра  $\Omega_{\text{int}} \tau =$

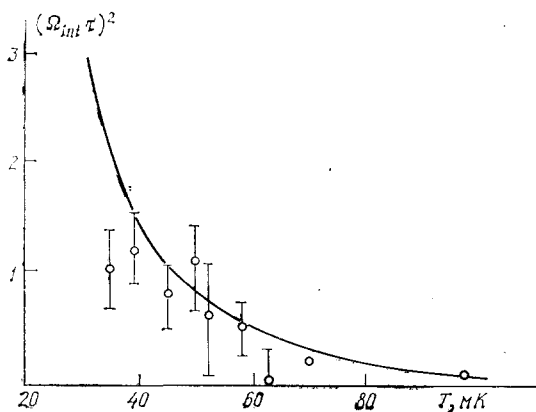


Рис. 5. Температурная зависимость обменного самосогласованного поля в слабом невырожденном растворе  $^3\text{He}$  —  $^4\text{He}$  по экспериментальным данным<sup>31</sup> при  $H = 8,9$  Тл.

Сплошная кривая соответствует  $s$ -волновому расчету

$= \mu \beta N \alpha$ , который является основной количественной мерой обменного самосогласованного поля. На рис. 5 приведена часть данных при наиболее высоких температурах, когда эффектами квантового вырождения примесных квазичастиц  $^3\text{He}$  можно в полной мере пренебречь. Сплошная кривая на рис. 5, рассчитанная по формуле (2.25) при  $a = -1,5$  Å, как это следует из теории слабых растворов  $^3\text{He}$  —  $^4\text{He}$ , иллюстрирует удовлетворительное совпадение теории и эксперимента. В области фермиевского вырождения в раство-

рах  ${}^3\text{He} - \text{He II}$  можно ожидать появления и ряда новых эффектов, связанных со спин-волновыми процессами, например, концентрационного подавления спиновых волн <sup>22</sup>. Однако рассмотрение явлений в области квантового вырождения выходит за рамки настоящего обзора.

В спин-поляризованных квантовых газах, помещенных во внешнее магнитное поле, могут существовать долгоживущие диссипативные геликоидальные сверхструктуры <sup>22</sup>. Такая ситуация реализуется, если при заданном знаке  $a$  вектор спиновой поляризации (которая создается, например, оптической накачкой) направлен относительно  $\mathbf{H}$  таким образом ( $\vec{M} \uparrow \uparrow \mathbf{H}$  либо  $\vec{M} \uparrow \downarrow \mathbf{H}$  в зависимости от знака  $a$ ), что оба слагаемых в спектре спиновых волн (2.12) имеют различные знаки. Тогда, если напряженность внешнего поля  $\mathbf{H}$  не слишком велика, так что

$$\Omega_H \ll |\Omega_{\text{int}}|, \quad \Omega_H |\Omega_{\text{int}}| v_T^{-1} \equiv k_H^2 \ll |\Omega_{\text{int}}|^2 v_T^{-2}, \quad (2.56)$$

то частота спиновой волны обратится в нуль при  $k = k_H$  в той области волновых векторов, где незатухающие колебания намагниченности еще существуют. Это, однако, не означает термодинамической неустойчивости, поскольку речь идет о квазиравновесном поляризованном состоянии, и за большое релятивистское время продольной релаксации, в течение которого устанавливается истинное термодинамическое равновесие, динамически индуцированная поляризация исчезнет вовсе, а система перестроится в новое состояние с  $\vec{M} \uparrow \uparrow \mathbf{H}$  и с определяемым внешним полем значением  $\alpha$ . Тем не менее, это означает возможность существования диссипативной геликоидальной сверхструктуры с пространственным периодом  $2\pi/k_H$  и временем жизни

$$t = \tau \frac{|\Omega_{\text{int}}|}{\Omega_H} \gg \tau. \quad (2.57)$$

Эксперименты по ядерным спиновым волнам в газообразных  $\text{H} \uparrow$  и  ${}^3\text{He} \uparrow$  являются не только обнаружением и идентификацией коллективных мод в разреженных бoльцмановских системах. Они фактически подтверждают существование нового класса объектов в физике конденсированного состояния — квантовых газов, в которых макроскопические квантовые явления имеют место и в классической температурной области. Исследование свойств таких систем в настоящее время только началось. Все выполненные эксперименты, однако, связаны только с ядерным магнетизмом. Несомненный интерес вызывают и экспериментальные перспективы открытия коллективных явлений в невырожденных системах частиц, обладающих электронным спином.

### 3. МАГНИТОМЕХАНИЧЕСКИЙ ЭФФЕКТ, ТРАНСПОРТНЫЕ ЯВЛЕНИЯ

Влияние спиновой поляризации на термодинамические функции газа не приводит к существованию качественно новых явлений, подобных спиновым волнам, но обеспечивает возможность некоторых интересных эффектов, наблюдение которых лежит в пределах экспериментальных возможностей. Для определенности мы будем рассматривать газообразный  ${}^3\text{He} \uparrow$ , поляризованный оптической накачкой, при отсутствии внешнего магнитного поля  $\mathbf{H} = 0$ . Благодаря наличию естественного малого параметра  $Nr_0^3 \ll 1$ , все термодинамические функции газа могут быть представлены в виде соответствующих вириальных разложений, которые эквивалентны функциональному разложению в ряд по степеням функции распределения идеального газа. Для парных столкновений вклад взаимодействия частиц в свободную энергию газа может быть представлен в виде (2.18). Возможность строгого вычисления термодинамических функций при произвольных значениях  $\alpha$  основана на следующем обстоятельстве. В нерелятивистском приближении потенциал взаимодействия частиц газа не зависит от спинов. Кроме того, в использованном приближении второго вириального коэффициента функция взаимодействия



$\Phi_{ss'}(\mathbf{p}, \mathbf{p}')$  не является функционалом матрицы плотности  $n_s(\mathbf{p})$ , как это имеет место, скажем, в плотной ферми-жидкости, и определяется только амплитудой двухчастичного рассеяния в вакууме. Поэтому функция  $\Phi_{ss'}(\mathbf{p}, \mathbf{p}')$  не зависит от степени поляризации  $\alpha$  и совпадает со своим значением в неполяризованном газе. Спировая зависимость функции взаимодействия определяется исключительно обменными эффектами. Зависимость  $F_{\text{int}}$  от  $\alpha$  целиком определяется зависимостью от степени поляризации чисел заполнения  $n$  в идеальном максвелловском газе, входящих в вириальное разложение (2.18). Подставляя (2.6) для  $n_s$  в (2.18), получаем

$$F_{\text{int}} = 4 \sum_{\mathbf{p}, \mathbf{p}'} [\psi(\mathbf{p}, \mathbf{p}') + \alpha^2 \zeta(\mathbf{p}, \mathbf{p}')] n_0(\mathbf{p}) n_0(\mathbf{p}'). \quad (3.1)$$

Таким образом, зависимость обусловленных взаимодействием поправок к термодинамике газа частиц с половинным спином сводится к квадратичной функции при произвольных (не обязательно малых!) значениях  $\alpha$ .

Полная свободная энергия спин-поляризованного газа определяется суммой  $F_{\text{int}}$  из (3.1) и слагаемого, соответствующего вкладу идеального бозе-мановского газа с учетом квадратичных по  $N_+$  и  $N_-$  квантовомеханических поправок. Проводя интегрирование в (3.1), с учетом сказанного для полной свободной энергии, имеем:

$$\left. \begin{aligned} F(\alpha) &= F(0) + \frac{NT}{2} \left[ \frac{2}{(18\pi)^{1/2}} \left( \frac{\varepsilon_d}{T} \right)^{3/2} \alpha^2 + \ln(1 - \alpha^2) + \alpha \ln \frac{1+\alpha}{1-\alpha} \right] + \\ &\quad + Y(T) N^2 \alpha^2, \\ F(0) &= -NT \ln \left[ \frac{2e}{N} \left( \frac{mT}{2\pi\hbar^2} \right)^{3/2} \right] + \frac{NT}{(18\pi)^{1/2}} \left( \frac{\varepsilon_d}{T} \right)^{3/2} + X(T) N^2, \\ \varepsilon_d &= \frac{(3\pi^2 N)^{2/3} \hbar^2}{2m}, \\ X(T) &= (\pi m T)^{-3/2} \int \psi(\mathbf{q}) e^{-q^2/mT} d^3q, \\ Y(T) &= (\pi m T)^{-3/2} \int \zeta(\mathbf{q}) e^{-q^2/mT} d^3q. \end{aligned} \right\} \quad (3.2)$$

С помощью (3.2) легко вычислить зависимость от  $\alpha$  любых термодинамических величин газа. Так, для давления  $P$  получаем:

$$P(\alpha) = NT \left[ 1 + \frac{1}{(18\pi)^{1/2}} \left( \frac{\varepsilon_d}{T} \right)^{3/2} (1 + \alpha^2) + \frac{X(T)}{T} N + \alpha^2 \frac{Y(T)}{T} N \right]. \quad (3.3)$$

Дифференцируя (3.3) по плотности, находим скорость гидродинамического,  $\tau_s^{-1} \ll \omega \ll \tau^{-1}$ , звука в газе:

$$s^2 = \frac{1}{m} \left( \frac{\partial P}{\partial N} \right)_{T, \alpha} = \frac{T}{m} \left( 1 - 2 \frac{P - NT}{NT} \right). \quad (3.4)$$

Отклонение парамагнитной восприимчивости системы от закона Кюри — Вейсса для идеального газа также может быть выражено через зависимость  $P(\alpha)$ :

$$\frac{P(\alpha) - P(0)}{NT\alpha^2} = \frac{\chi_{\text{id}} - \chi}{2\chi_{\text{id}}}, \quad \chi_{\text{id}} = \frac{\beta^2 N}{T}. \quad (3.5)$$

В квантовой температурной области (1.2), когда взаимодействие частиц газа сводится, в основном, к  $s$ -рассеянию, из (3.3) получаем:

$$P(\alpha) = NT \left[ 1 + \frac{1}{(18\pi)^{1/2}} \left( \frac{\varepsilon_d}{T} \right)^{3/2} (1 + \alpha^2) + \pi (Na^3) \left( \frac{\Delta}{T} + 1 \right) (1 - \alpha^2) \right],$$

$$\Delta \equiv \frac{\hbar^2}{ma^2}. \quad (3.6)$$

Как видно из выражений (3.3), (3.6), поправка к давлению, обусловленная магнитной поляризацией газа, оказывается порядка вириальной добавки в неполяризованном газе, умноженной на  $\alpha^2$ , так что при достаточно больших значениях  $\alpha$  наблюдение магнитомеханического эффекта заведомо лежит в пределах современных экспериментальных возможностей. В предельном случае  $T \ll \hbar^2/mr_j^2$  и  $\alpha \rightarrow 1$  находим:

$$\frac{P(1) - NT}{P(0) - NT} = 2. \quad (3.7)$$

Одно из наиболее интересных явлений в спин-поляризованном ферми-газе — это магнитокинетические эффекты, связанные с гигантским ростом длины свободного пробега и кинетических коэффициентов при значительной поляризации газа. Это явление было предсказано в <sup>32</sup> на примере вырожденного квантового газа атомов <sup>3</sup>He, растворенных в сверхтекучем <sup>3</sup>He, и подробно описано в обзорах <sup>24,33</sup>. Физика этого явления состоит в том, что при s-рассеянии, которое доминирует в квантовой области температур (1.2), вклад в сечение рассеяния дают только столкновения частиц с противоположно направленными спинами. Поэтому при полной поляризации газа сечение s-рассеяния обращается в нуль, а основной вклад в кинетику газа определяется теперь p-рассеянием. Соответствующее сечение для p-рассеяния меньше сечения s-рассеяния в  $(\Lambda/a)^4 \gg 1$  раз. Следовательно, при полной поляризации газа во столько же раз увеличивается длина свободного пробега  $l$  и кинетические коэффициенты. Совершенно очевидно, что существование этого эффекта никоим образом не связано с видом функции распределения частиц (фермиевская или максвелловская, т. е. вырожденный газ или невырожденный), а объясняется только квантовомеханическими особенностями рассеяния медленных ферми-частиц при  $|a|/\Lambda \ll 1$ . Подробное рассмотрение явлений переноса в невырожденном спин-поляризованном газе в гидродинамическом режиме  $l \ll d$ , где  $d$  — характерный геометрический размер сосуда с газом, было проведено в работах <sup>16,34</sup>.

Мы остановимся лишь на некоторых особенностях транспортных явлений в кнудсеновском режиме, которые могут оказаться весьма актуальными при исследовании кинетических свойств растворов <sup>3</sup>He — <sup>4</sup>He и газообразного <sup>3</sup>He  $\uparrow$  при возможно более низких значениях температуры и плотности. Действительно, для неполяризованного 0,01 %-ного раствора <sup>3</sup>He — He II длина свободного пробега  $l \sim 10^{-3}$  см. Поэтому при полной поляризации раствора (способа поляризации мы здесь не касаемся) при  $T \sim 10$  мК  $\gg \epsilon_d$  значение  $l$  вырастет до величины порядка 10 см, что превосходит разумные размеры обычных экспериментальных ячеек. В такой ситуации кинетические коэффициенты будут определяться уже не взаимодействием частиц газа, а геометрической формой и размерами сосуда. Для плоскопараллельной геометрии в весьма грубом предположении полной аккомодации для коэффициентов вязкости  $\eta$  и теплопередачи  $\kappa$  имеем хорошо известные выражения <sup>35</sup>:

$$\eta = Nd \left( \frac{mT}{2\pi} \right)^{1/2}, \quad \kappa = 2Nd \left( \frac{T}{2\pi m} \right)^{1/2}. \quad (3.8)$$

С помощью результатов <sup>16</sup> в первом приближении метода Чепмена — Энскога при  $1 - \alpha \ll 1$  в гидродинамической области

$$\eta(\alpha) = \frac{4\eta(0)}{5(1-\alpha)}, \quad \kappa(\alpha) = \frac{59\kappa(0)}{86(1-\alpha)}, \quad (3.9)$$

а также известных соотношений для  $\kappa(0)$  и  $\eta(0)$  <sup>35</sup> легко определить значение степени поляризации  $\alpha$ , при котором происходит переход от гидродинамического к кнудсеновскому режиму в том случае, когда характерный геометрический размер  $d$  таков, что

$$\frac{1}{Na^2} \ll d \ll \frac{1}{Na^2} \left( \frac{\Lambda}{a} \right)^4. \quad (3.10)$$

Для коэффициента теплопроводности такое значение  $\alpha_c$  равно

$$1 - \alpha_c = \frac{\sqrt{2}}{2^{10}} \frac{4425}{43} \frac{1}{Nda^2} \approx \frac{0,14}{Nda^2}, \quad (3.11)$$

для коэффициента вязкости —

$$1 - \alpha_c = \frac{\sqrt{2}}{16} \frac{1}{Nda^2} \approx \frac{0,09}{Nda^2}. \quad (3.12)$$

Очевидно, что явление перехода на кнудсеновский режим при спиновой поляризации газа становится еще более важным в случае фермиевского вырождения, так как тогда даже при  $\alpha = 0$  длина свободного пробега содержит дополнительный большой множитель  $(\epsilon_d/T)^2 \gg 1$ . Соответствующие вычисления

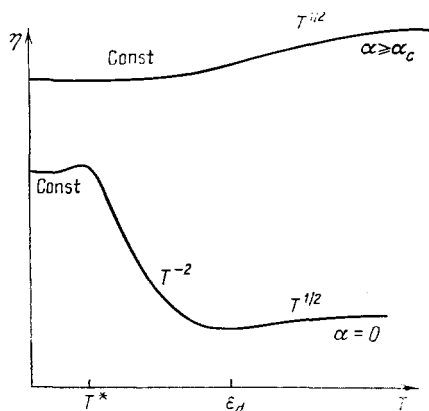


Рис. 6. Схематическая температурная зависимость вязкости ферми-газа в условиях ограниченной геометрии при различных значениях степени поляризации.

Если  $T \gg \epsilon_d$ , то  $\eta(\alpha_c)/\eta(0) \sim Na^2d \gg 1$ .  
При  $T \ll T^*$  имеем  $\eta(\alpha_c)/\eta(0) \approx 2^{4/3}$ ,  
где  $T^* = (Na^2d)^{-1/2}\epsilon_d$

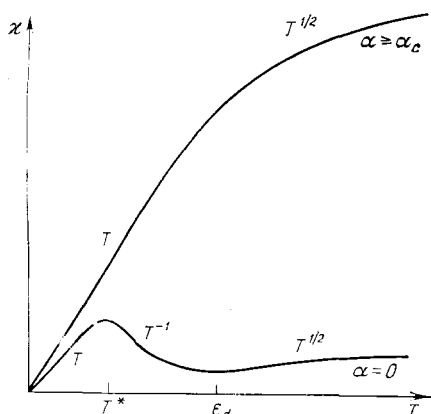


Рис. 7. Схематическая зависимость теплопроводности ферми-газа от температуры в условиях ограниченной геометрии для различных значений  $\alpha$ .

При  $T \gg \epsilon_d$  имеем  $\kappa(\alpha_c)/\kappa(0) \sim Na^2d \gg 1$ . Если  $T \ll T^*$ , то  $\kappa(\alpha_c)/\kappa(0) \approx 2^{2/3}$

для вырожденных растворов  ${}^3\text{He} \uparrow - {}^4\text{He}$  приведены в работе <sup>36</sup>. Схематическая зависимость коэффициентов вязкости и теплопроводности газа от  $T$  в условиях (3.10) при  $\alpha < \alpha_c$  и  $\alpha > \alpha_c$  приведена на рис. 6, 7. Конечно, кнудсеновский режим может, в принципе, быть реализован и в неполяризованном газе при  $\alpha = 0$ , если капилляр с самого начала был настолько узок, или плотность частиц была настолько мала, что  $d \ll l$ . Наибольший интерес представляет, конечно, переход из гидродинамического в кнудсеновский режим в газе, происходящий под действием спиновой поляризации.

Отметим также интересную возможность идентификации режима Кнудсена в растворе  ${}^3\text{He} - {}^4\text{He}$  с помощью термодинамических, а не кинетических измерений <sup>36</sup>. В случае  $d \ll l$  квазичастицы  ${}^3\text{He}$  «застревают» в капилляре, что приводит к существованию термомеханического эффекта, т.е. появлению градиента давления на концах капилляра при приложенном градиенте температуры. Количественная мера эффекта легко определяется с помощью (3.6):

$$\frac{\Delta P}{\Delta T} = S = N \ln \left[ \frac{e}{N} \left( \frac{m^* T}{2\pi \hbar^2} \right)^{3/2} \right] + \frac{3}{2} N, \quad \alpha \rightarrow 1. \quad (3.13)$$

При получении (3.13) подразумевается, что температура достаточно низка, так что вкладом фононов и ротонов в энтропию можно пренебречь.

## 4. ПАРАМАГНИТНЫЙ РЕЗОНАНС В БИНАРНЫХ ГАЗАХ

Известно, что частота парамагнитного резонанса в ферми-жидкости, помещенной во внешнее магнитное поле, не зависит от величин, характеризующих взаимодействие между частицами жидкости и, как и в случае идеального газа, определяется только гиромагнитным отношением<sup>37</sup>. Такой же вывод справедлив и для взаимодействующего бoльцмановского газа. Однако ситуация полностью изменяется в случае двухкомпонентных (многокомпонентных) систем, состоящих из различных частиц или же из молекул одного вещества, но находящихся в различных внутренних состояниях. В этом случае значения резонансных частот существенно зависят как от взаимодействия между частицами различных компонент, так и от состояния системы, т.е. от температуры и от парциальных давлений обеих компонент. Если же гиромагнитные отношения для молекул обеих компонент совпадают, то обменное взаимодействие подсистем приводит к появлению новой резонансной частоты, которая соответствует дополнительной степени свободы в двухкомпонентном магнетике, все частицы которого обладают одинаковыми магнитными моментами.

Для не слишком сильных магнитных полей  $\hbar\gamma_{1,2}H \ll T$ , где  $\gamma_{1,2}$  — гиромагнитные отношения для частиц первой и второй компонент, в обменном приближении плотность свободной энергии  $F$  однородно намагниченного двухкомпонентного магнетика определяется феноменологическим разложением

$$F = \frac{M_1^2}{2\chi_{11}} + \frac{M_2^2}{2\chi_{22}} + \frac{M_1M_2}{\chi_{12}} - (M_1 + M_2)H - \frac{H^2}{8\pi}. \quad (4.1)$$

С помощью уравнений Ландау — Лифшица и учитывая наличие малого газового параметра  $N_k r_0^3 \ll 1$ ,  $k = 1, 2$  из (4.1) нетрудно найти частоты пространственно-однородных колебаний намагниченности, т.е. спектр частот магнитного резонанса<sup>1</sup>:

$$\omega_1 = \gamma_1 H \left(1 - \frac{\chi_{22}^{(0)}}{\chi_{12}}\right), \quad \omega_2 = \gamma_2 H \left(1 - \frac{\chi_{11}^{(0)}}{\chi_{12}}\right), \quad (4.2)$$

если  $\gamma_1 \neq \gamma_2$ , или же

$$\omega_1 = \gamma H, \quad \omega_2 = \gamma H \left(1 - \frac{\chi_{11}^{(0)} + \chi_{22}^{(0)}}{\chi_{12}}\right) \quad (4.3)$$

в случае, когда  $\gamma_1 = \gamma_2 \equiv \gamma$ ; здесь  $\chi_{11}^{(0)}$  и  $\chi_{22}^{(0)}$  — статические парамагнитные восприимчивости обеих компонент в приближении идеального газа,

$$\chi_{kk}^{(0)} = \frac{v_k^2}{T} \frac{S_k(S_k + 1)}{3} N_k, \quad k = 1, 2, \quad (4.4)$$

где  $N_k$  и  $S_k$  — число молекул в единице объема и спин молекулы для  $k$ -й компоненты. Для резонансного решения (4.3) при  $\gamma_1 = \gamma_2$  колебания первого типа с частотой  $\omega_1$  представляют собой обычную прецессию полного магнитного момента системы  $M = M_1 + M_2$  вокруг приложенного магнитного поля с ларморовской частотой  $\gamma H$ . В колебаниях же второго типа полная намагниченность  $M$  сохраняется и не колеблется, хотя магнитные моменты каждой из компонент  $M_1$  и  $M_2$  и совершают периодическое движение с частотой  $\omega_2$  из (4.3). Относительное движение векторов  $M_1$  и  $M_2$  происходит таким образом, что  $M = \text{const.}$  С помощью термодинамических вириальных разложений удастся получить точные соотношения, связывающие перекрестный магнитный вириальный коэффициент, а значит и значения резонансных частот, с амплитудой двухчастичного рассеяния при парном взаимодействии<sup>1</sup>.

В случае, если спин частиц одной из компонент равен  $S_2 = 1/2$ , эти соотношения имеют вид:

$$\chi_{12}^{-1} = \frac{1}{\gamma_1 \gamma_2} \frac{1}{(2\pi m_{12} T)^{3/2}} \int \xi(\mathbf{q}) e^{-q^2/2m_{12}T} d^3q \equiv \frac{Y_{12}(T)}{\gamma_1 \gamma_2}, \quad (4.5)$$

$$\xi(\mathbf{q}) = \frac{2}{2S_1+1} (A_+ - A_-), \quad m_{12} = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2},$$

где функции  $A_{\pm}(\mathbf{q})$  определяются выражениями (2.18) с заменой  $m$  на  $2m_{12}$ , а  $f_{\pm}(\theta, q)$  — значение амплитуды рассеяния при суммарном спине пары сталкивающихся частиц  $S_1 \pm 1/2$ . Таким образом, при  $S_1 \neq 1/2$  окончательно имеем

$$\omega_1 = \gamma_1 H \left[ 1 - \frac{\gamma_2}{4\gamma_1} \frac{Y_{12}(T)}{T} N_2 \right], \quad \omega_2 = \gamma_2 H \left[ 1 - \frac{S_1(S_1+1)}{3} \frac{\gamma_1}{\gamma_2} \frac{Y_{12}(T)}{T} N_1 \right], \quad (4.6)$$

а при  $S_1 = 1/2$ , т.е.  $\gamma_1 = \gamma_2 \equiv \gamma$ ,

$$\omega_1 = \gamma H, \quad \omega_2 = \gamma H \left[ 1 - \frac{Y_{12}(T)}{4T} N \right], \quad N = N_1 + N_2. \quad (4.7)$$

При низких температурах  $T \ll \hbar^2/mr_0^2$  величина  $Y_{12}(T)$  очень слабо зависит от температуры:

$$Y_{12}(T) = \frac{2}{2S_1+1} \frac{2\pi\hbar^2}{m_{12}} (a_+ - a_-) \left[ 1 + \frac{2m_{12}T}{\hbar^2} (a_+^2 + a_-^2 + a_+ a_-) \right], \quad (4.8)$$

а сдвиг резонансных частот в главном приближении оказывается обратно пропорциональным  $T$ :

$$\frac{\chi_{k\hbar}^{(0)}}{\chi_{12}} = \frac{2\pi}{3} S_k (S_k + 1) \frac{\gamma_k^2}{\gamma_1 \gamma_2} \left( \frac{\Lambda_{12}}{a_2} \right)^2 N_k a_2^2,$$

$$\Lambda_{12} = \frac{\hbar}{m_{12} v_T} = \frac{\hbar}{(m_{12} T)^{1/2}}, \quad a_2 = \frac{2(a_+ - a_-)}{2S_1 + 1}. \quad (4.9)$$

Решение системы кинетических уравнений (2.20) при  $\mathbf{k} = 0$  для каждой из компонент бинарной смеси с учетом кинематических вириальных поправок в спиновом коммутаторе также приводит к выражениям (4.6), (4.7) для частот однородного парамагнитного резонанса<sup>1</sup>.

Отметим, что в формулах (4.7), (4.9) для частотного сдвига при  $\gamma_1 = \gamma_2 \equiv \gamma$  не имеется никаких параметров, характеризующих отличие частиц из разных компонент друг от друга, таких, что при устремлении их к нулю эффект также исчезал бы. Тем не менее, при тождественности обеих компонент (однокомпонентный газ) указанные выражения неприменимы и эффект отсутствует. Дело в том, что ни по какой группе параметров не существует непрерывного физического перехода между различными и тождественными частицами. Частицы всегда либо тождественны, либо различны (даже при сколь угодно малом изменении параметров), и это свойство может изменяться только скачком. В этом смысле ситуация схожа с известным парадоксом Гиббса об энтропии смешения двух идеальных газов.

Существует довольно широкий круг газов, молекулы которых обладают парамагнетизмом даже в основном состоянии. Из неорганических веществ к таковым относятся хорошо известные  $O_2$  (основной терм  $^3\Sigma$ ),  $NO$  (основной терм  $^2\Pi$ ) и трехатомные газы  $NO_2$ ,  $ClO_2$  с полным спином  $S = 1/2$ . В результате последних экспериментальных достижений к долгоживущим, практически стабильным парамагнитным газам можно отнести и спин-поляризованный атомарный водород  $H\uparrow$ . Существует также и целая группа газообразных ядерных парамагнетиков, таких, как  $^3He$ ,  $HD$ ,  $o-H_2$  (ортоводород)  $p-D_2$  (парадейтерий). Полученные ранее формулы применимы, в принципе, ко всем перечисленным газам. Однако, поскольку квантовомеханические по-

правки к свободной энергии газа с ростом температуры убывают, то все эффекты будут наиболее ощутимы в тех газах, которые конденсируются при возможно более низких температурах и имеют при этом заметную упругость насыщенного пара. Кроме того, вращательный квант  $\Delta_{\text{rot}}$  для молекул некоторых из перечисленных выше газов оказывается значительно меньше, чем температура кипения (даже для самых низких давлений), так что вращательные степени свободы молекул будут заведомо возбуждены, что приводит к сильной связи электронного магнитного момента и момента вращения молекулы. Это, в свою очередь, сильно усложняет картину парамагнитного резонанса и затрудняет идентификацию рассмотренных в работе явлений. Так, например,  $\Delta_{\text{rot}}(\text{O}_2) = 2,1 \text{ К}$ ,  $\Delta_{\text{rot}}(\text{NO}) = 2,4 \text{ К}$ .

Таким образом, для чистого наблюдения предсказанных эффектов удобно использовать различные парамагнитные изотопы водорода, молекулы которых характеризуются большим вращательным квантом, значительно превосходящим температуру кипения:  $\Delta_{\text{rot}}(\text{H}_2) = 85,4 \text{ К}$ ,  $\Delta_{\text{rot}}(\text{D}_2) = 43 \text{ К}$ ,  $\Delta_{\text{rot}}(\text{HD}) = 64 \text{ К}$ . Однако, поскольку перечисленные изотопы водорода, а также  $^3\text{He}$  представляют собой ядерные парамагнетики, а радиус действия ядерных сил значительно меньше размеров молекулы, то при столкновениях различных молекул волновые функции ядер перекрываются чрезвычайно незначительно, а соответствующее обменное взаимодействие оказывается исчезающе мало. Совершенно иная ситуация имеет место, если в состав сталкивающихся молекул входят одинаковые атомы. В этом случае в зоне реакции порядка молекулярных размеров возможен обмен целыми атомами, а не ядрами. При этом обменная амплитуда рассеяния по порядку величины будет определяться размером молекул, т. е. будет иметь атомный, а не ядерный масштаб. Такая ситуация может быть реализована, например, в двухкомпонентных смесях  $\text{o-H}_2$  и  $\text{HD}$  (тождественные атомы  $\text{H}$ ) или  $\text{p-D}_2$  и  $\text{HD}$  (тождественные атомы  $\text{D}$ ). Для этих веществ при  $T \sim 10 \text{ К}$  упругость насыщенного пара соответствует концентрациям  $N_k \sim 10^{18} - 10^{19} \text{ см}^{-3}$ , так что оценки по формуле (4.9) при  $|a_2| \sim 1 \text{ \AA}$  приводят к следующему смещению линий парамагнитного резонанса:  $|\Delta\omega_k|/\gamma_k H \sim 10^{-5} - 10^{-4}$ .

Другим интересным объектом, в котором, возможно, могут проявиться аналогичные эффекты, является спин-поляризованный атомарный водород  $\text{H}\uparrow$ , поскольку после стабилизации в магнитном поле за счет сверхтонкого взаимодействия газ представляет собой смесь атомов, находящихся в различных спиновых состояниях:  $|a\rangle = |\uparrow\downarrow\rangle - \eta|\downarrow\uparrow\rangle$ ,  $|b\rangle = |\uparrow\uparrow\rangle$ , т. е.  $\text{H}\uparrow$  можно рассматривать как своеобразный бинарный газ. При этом разрешены два типа магнитно-дипольных переходов:  $|a\rangle \rightarrow |d\rangle$  и  $|b\rangle \rightarrow |c\rangle$ , где  $|d\rangle = |\downarrow\downarrow\rangle$ ,  $|c\rangle = |\downarrow\uparrow\rangle + \eta|\uparrow\downarrow\rangle$ . Резонансная линия, соответствующая переходу  $|b\rangle \rightarrow |c\rangle$ , наблюдалась в эксперименте<sup>38</sup>. В качестве различных частиц бинарного газа могут выступать одни и те же атомы в основном и в возбужденном состояниях, что реализуется в газоразрядных устройствах.

В количественном отношении эффект смещения резонансной частоты особенно велик в том случае, если одна из компонент бинарной системы является простым газом электронов, масса  $m_e$  которых на три порядка меньше атомной. В этой ситуации практически всегда реализуется ультраквантовый случай  $T \ll \hbar^2/mr^2$  и для количественного описания можно пользоваться формулами (4.8), (4.9) в пределе низкоэнергетического рассеяния. Речь о таких объектах пойдет в следующей главе.

## 5. БИНАРНЫЕ КВАНТОВЫЕ ГАЗЫ С ЭЛЕКТРОННОЙ КОМПОНЕНТОЙ

Как уже отмечалось, в том случае, если одна из компонент бинарного газа представляет собой легкий электронный газ, в системе можно ожидать как увеличения количественной меры коллективных эффектов и значительного расширения соответствующего температурного интервала, так и возник-

явления качественно новых явлений. Типичным примером такого многокомпонентного квантового газа является холодная слабоионизованная плазма, в состав которой входят электроны, ионы и нейтральные частицы.

### 5.1. Ферромагнетизм и волны зарядовой плотности в слабоионизованном максвелловском газе

Обычно считается, что для возникновения дальнего магнитного порядка в системе частиц с коротким радиусом взаимодействия требуется либо большая плотность частиц, такая, чтобы среднее расстояние между частицами было сравнимо с радиусом обменного взаимодействия, либо достаточно низкая температура — значительно меньше температуры фермиевского вырождения, такая, чтобы в системе могло возникнуть эффективное дальнее действие, скажем, Рудермана — Киттеля — Касуи — Иосиды. Наше утверждение будет состоять в том, что квантовые вириальные поправки, описывающие взаимодействие частиц в разреженном многокомпонентном газе, в состав которого входит легкая компонента, могут привести к спонтанному фазовому переходу и появлению магнитного или структурного упорядочения даже при высоких температурах, далеких от температуры квантового вырождения<sup>14</sup>.

Легко видеть, что из-за наличия малого газового параметра  $Nr_0^3 \ll 1$  парамагнитное состояние однокомпонентного газа устойчиво при любых температурах, как при  $T \gg \epsilon_d$ , так и при  $T \ll \epsilon_d$ . В слабоионизованном газе, где имеются нейтралы, электроны и ионы, ситуация полностью изменяется, благодаря наличию еще одного малого параметра  $m_e/m_n \ll 1$ , где  $m_e$  — масса электрона,  $m_n$  — масса нейтрала. Игра этих двух малых параметров может привести к неустойчивости парамагнитного состояния слабоионизованного газа в классической температурной области. Для определенности рассмотрим случай, когда нейтрал обладает электронным спином, равным  $1/2$ , а ионы в плазме магнитного момента не имеют. Поскольку характерные значения потенциалов  $I$  оказываются меньше (или сравнимы) квантовомеханической энергии  $\hbar^2/m_e r_0^2$ , то условие слабой ионизации газа  $T < I$  автоматически подразумевает выполнение критерия  $T \ll \hbar^2/m_e r_0^2$ . При таких температурах вычисление вириальных добавок в свободной энергии поляризованного слабоионизованного газа, обусловленных взаимодействием электронов и нейтралов, с хорошей точностью можно провести в  $s$ -волновом приближении<sup>14</sup>:

$$F_{\text{en}}^{(\text{int})} = \frac{\pi \hbar^2 N_e N_n}{2m_e} (a_1 + a_2 \alpha_e \alpha_n \vec{M}_e \vec{M}_n), \quad (5.1)$$

где  $N_e$ ,  $N_n$  — плотности электронов и нейтралов;  $\alpha_e$ ,  $\alpha_n$  — степени поляризации для обеих компонент;  $\vec{M}_e$ ,  $\vec{M}_n$  — единичные векторы в направлении намагниченностей для электронов и нейтралов:  $a_1 = 3a_+ + a_-$ ,  $a_2 = a_+ - a_-$ ;  $a_+$  и  $a_-$  — длины триплетного и синглетного  $s$ -рассеяния. Тогда полную свободную энергию ионизованного газа с поляризованными компонентами можно представить в виде:

$$F(\alpha_e, \alpha_n) = F(0, 0) + \frac{\pi T}{2} [N_e Z(\alpha_e) + N_n Z(\alpha_n)] + \frac{\pi \hbar^2 a_2 N_e N_n}{2m_e} \alpha_e \alpha_n \vec{M}_e \vec{M}_n, \quad (5.2)$$

$$Z(\alpha) = \ln(1 - \alpha^2) + \alpha \ln \frac{1 + \alpha}{1 - \alpha},$$

где слагаемые с  $Z(\alpha_e)$  и  $Z(\alpha_n)$  описывают вклад от идеального газа электронов и нейтралов. Вириальными поправками, связанными с рассеянием нейтралов на нейтралах и слабыми электрон-электронными обменными поправками, мы будем пренебрегать, поскольку сохранение этих отброшенных членов означало бы лишь учет в окончательных выражениях дополнительных малых добавок, пропорциональных  $N_n r_0^3 \ll 1$  и  $e^2 N_e^{1/3}/T \ll 1$ . Кроме того, вириальные поправки, обусловленные взаимным рассеянием нейтралов, в

$m_n/m_e \gg 1$  раз меньше, чем слагаемые из (5.1). Дальнейшая процедура будет состоять в минимизации выражения  $F(\alpha_e, \alpha_n)$  из (5.2). Минимизация свободной энергии по углу  $\theta$  между направлениями намагниченностей электронов  $\vec{M}_e$  и нейтралов  $\vec{M}_n$  позволяет заключить, что при  $a_2 < 0$  реализуется ферромагнитная структура  $\vec{M}_e \vec{M}_n = 1$ , т.е.  $\theta = 0$ , а в случае  $a_2 > 0$  имеет место магнитное упорядочение ферримангнитного типа  $\vec{M}_e \vec{M}_n = -1$ , т.е.  $\theta = \pi$ . Условия минимальности  $\partial F/\partial \alpha_e = 0$  и  $\partial F/\partial \alpha_n = 0$  эквивалентны системе уравнений:

$$\begin{cases} \operatorname{arcth} \alpha_n - \frac{\alpha_e \gamma_{2e} E_2}{T} = 0, & E_2 = \frac{\pi \hbar^2}{2m_e a_2^2}, \\ \operatorname{arcth} \alpha_e - \frac{\alpha_n \gamma_{2n} E_2}{T} = 0, & \gamma_{2e} = N_e |a_2|^3, \quad \gamma_{2n} = N_n |a_2|^3. \end{cases} \quad (5.3)$$

Условие совместности уравнений (5.3) определяет температуру магнитного фазового перехода  $T_{c2}$ <sup>14</sup>:

$$T_{c2} = \frac{\pi \hbar^2}{2m_e a_2^2} (N_e |a_2|^3)^{1/2} (N_n |a_2|^3)^{1/2}. \quad (5.4)$$

Область применимости бoльцмановской статистики, использованной для вычисления  $T_{c2}$  из (5.4), т.е. условия  $T_{c2} \gg \epsilon_d^{(e)}, \epsilon_d^{(n)}$  соответствует следующему соотношению для концентрации электронов:

$$1 \gg N_n |a_2|^3 \gg \left( \frac{N_e}{N_n} \right)^{1/2} \gg \frac{m_e}{m_n} (N_n^{1/3} |a_2|)^{-1} \quad (5.5)$$

Как видно из (5.5), именно наличие малого параметра  $m_e/m_n \ll 1$  обеспечивает принципиальную возможность существования магнитного фазового перехода в классической температурной области при достаточно высокой концентрации нейтральных частиц

$$1 \gg (N_n^{1/3} |a_2|)^4 \gg \frac{m_e}{m_n}. \quad (5.6)$$

Из уравнений (5.3) с учетом соотношений (5.5) находим равновесные значения степеней поляризации обеих компонент, которые вблизи точки перехода оказываются равными

$$\alpha_e = (6\tau)^{1/2}, \quad \alpha_n = \left( \frac{N_e}{N_n} \right)^{1/2} \alpha_e \ll \alpha_e, \quad \tau \equiv \frac{T_{c2} - T}{T_{c2}} \ll 1. \quad (5.7)$$

Выражение (5.4) является, по существу, уравнением, определяющим температуру фазового перехода, поскольку концентрации электронов  $N_e$  и нейтралов  $N_n$  в плазме, входящие в (5.4), сами являются функциями температуры. Если для вычисления величин  $N_e$  и  $N_n$  пользоваться формулой Саха, то одновременно удовлетворить соотношениям (5.4) — (5.6) оказывается довольно трудно. Тем не менее, в специально подобранных условиях обеспечить существование решения уравнения (5.4) при выполнении критериев (5.5), (5.6) оказывается возможным. И все-таки более удобными объектами для наблюдения магнитных фазовых переходов в классической температурной области являются невырожденные полумагнитные полупроводники, речь о которых пойдет в следующем разделе. Отметим также, что однородно намагниченное состояние максвелловского квантового газа может оказаться неустойчивым относительно перестройки в пространственно-неоднородную фазу. Рассмотрение этого вопроса, однако, выходит за рамки настоящего обзора.

Еще одно интересное квантовое явление в слабоионизованном газе связано со структурным фазовым переходом и появлением в системе пространственно-периодической сверхструктуры. Это явление обусловлено уже не



только взаимодействием электронов и нейтралов, но и кулоновским взаимодействием заряженных частиц, а также наличием в газе ионной компоненты. Физика этого эффекта такова. Если бы у частиц не было электрического заряда, то термодинамические условия устойчивости системы относительно расслоения или спонтанного изменения плотности компонент при  $T = \text{const}$  сводились бы к неравенству

$$\det \left\| \frac{\partial^2 F}{\partial N_k \partial N_l} \right\| \equiv \det \| A_{kl} \| > 0 \quad (k, l = e, n, i). \quad (5.8)$$

Индексом  $i$  мы будем далее отмечать величины, относящиеся к ионной компоненте. Для упрощения окончательных выражений, как и раньше, из-за большой массы частиц будем пренебрегать вириальными поправками, обусловленными рассеянием нейтралов и ионов. Тогда из (5.8), (5.1), (3.2) нетрудно убедиться, что при  $T < T_{c1}$ , где

$$T_{c1} = \frac{\pi \hbar^2}{2m_e a_1^2} (N_e |a_1|^3)^{1/2} (N_n |a_1|^3)^{1/2}, \quad (5.9)$$

система становится термодинамически неустойчива, и электронная компонента и нейтральные частицы не могут существовать вместе в одной смеси. В реальной ситуации электроны и ионы обладают зарядом. Поэтому спонтанное расслоение электронной и нейтральной компонент при  $T < T_{c1}$ , сопровождающееся уменьшением той части свободной энергии, для которой несущественно наличие у частиц электрического заряда и кулоновское взаимодействие между ними, привело бы, однако, к нарушению электронейтральности плазмы в областях макроскопических размеров. Такое перераспределение электронов, нарушающее макроскопическую однородность плазмы, сопровождается возникновением макроскопического электрического поля и приводит к увеличению кулоновской корреляционной энергии электронов и ионов. Эти два конкурирующих механизма и обуславливают фазовый переход в системе, связанный с появлением пространственной периодической структуры в распределении электрического поля и плотностей всех компонент газа — волны зарядовой плотности (ВЗП) \*).

Таким образом, при наличии заряженных компонент в условиях (5.8) должно быть учтено и появляющееся макроскопическое электрическое поле. При этом критерий термодинамического равновесия сводится к условию постоянства химических потенциалов компонент газа в электрическом поле, которое должно быть дополнено самосогласованным уравнением Пуассона, описывающем это поле <sup>14</sup>:

$$\begin{aligned} A_{ee} \delta N_e + A_{ei} \delta N_i + A_{en} \delta N_n &= e\varphi, & A_{ne} \delta N_e + A_{ni} \delta N_i + A_{nn} \delta N_n &= 0, \\ A_{ie} \delta N_e + A_{ii} \delta N_i + A_{in} \delta N_n &= -ze\varphi, & \Delta\varphi + 4\pi e(z\delta N_i - \delta N_e) &= 0, \end{aligned} \quad (5.10)$$

где  $\varphi$  — потенциал электрического поля,  $ze$  и  $(-e)$  — заряды иона и электрона, так что  $N_e = zN_i$ . Исключая  $\delta N_k$ ,  $k = i, n, e$ , из уравнений (5.10) и вычисляя  $A_{kl}$  с помощью (5.1), (3.2), находим:

$$\Delta\varphi + [d_i^2 + d_e^2 (1 - G)^{-1}] \varphi = 0, \quad G = N_e N_n \left( \frac{\pi \hbar^2 a_1}{2m_e T} \right)^2, \quad (5.11)$$

где  $d_1, d_e$  — дебаевские радиусы для ионов и электронов:

$$d_e = \left( \frac{T}{4\pi N_e e^2} \right)^{1/2}, \quad d_1 = \left( \frac{T}{4\pi N_i z^2 e^2} \right)^{1/2}. \quad (5.12)$$

\*) Похожее по физике явление в жидком электролите вблизи критической точки рассматривалось в <sup>47</sup>.

Уравнение (5.11) определяет характер экранирования электростатического поля в слабоионизованном газе. Соответствующий радиус экранирования  $D$  задается соотношением

$$D^{-2} = \bar{d}_i^{-2} + \bar{d}_i^{-2} (1 - G)^{-1}. \quad (5.13)$$

Внутри температурного интервала

$$T_{c1}^* < T < T_{c1}, \quad T_{c1}^* = T_{c1} (1 + z^{-1})^{-1} \quad (5.14)$$

получаем  $D^{-2} < 0$ , и уравнение (5.11) имеет осциллирующее решение, соответствующее возникновению ВЗП с длиной волны  $\lambda_s = 2\pi |D|^{-1}$ , значение которой задается формулой (5.13). Это означает, что при  $T_{c1}^* < T < T_{c1}$  в слабоионизованном газе реализуется новая, пространственно-периодическая, фаза, а в точках  $T = T_{c1}^*$  и  $T = T_{c1}$  фактически происходит фазовый переход между состоянием, в котором корреляции между частицами экспоненциально убывают с расстоянием, и фазой, в которой одновременная корреляционная функция осциллирует и спадает с расстоянием по степенному закону, что является макроскопическим выражением появления в системе дальнего порядка. При изменении температуры от  $T_{c1}^*$  до  $T_{c1}$  период сверхструктуры  $\lambda_s$  формально изменится от  $\infty$  до 0. Конечно, о волне зарядовой плотности имеет смысл говорить только тогда, когда  $\lambda_s$  имеет макроскопический масштаб  $\lambda_s N_k^{1/3} \gg 1$ ,  $k = e, n, i$ . Формулы (5.11) — (5.14) и (5.9) легко обобщаются на случай неизотермической плазмы, а уравнение (5.11) может быть получено и в рамках традиционного подхода к вычислению дебаевского радиуса<sup>14</sup>.

При  $T \ll \hbar^2/m_e r_0^2$  взаимодействие электронов с нейтрали обеспечивает существование квантовых кинематических поправок, которые должны быть учтены в кинетическом уравнении наряду с кулоновским самосогласованным полем. Соответствующая система уравнений<sup>14</sup> позволяет определить поправки к спектрам всех высокочастотных колебаний в слабоионизованной плазме. Здесь мы приведем только выражение для продольной диэлектрической проницаемости:

$$\varepsilon(\omega, \mathbf{k}) = (1 - GF_e F_n)^{-1} \{1 + (kd_e)^{-2} F_e + (kd_i)^{-2} F_i - GF_e F_n [1 + (kd_i)^{-2} F_i]\}, \quad (5.15)$$

$$F_m = 1 + \frac{\chi_m}{\pi^{1/2}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-z^2} dz}{z - x_m - i0}, \quad x_m = \frac{\omega}{\sqrt{2} kv_{Tm}} \quad (m = e, n, i).$$

В статическом пределе  $\omega \ll kv_{Te}, kv_{Ti}, kv_{Tn}$  из (5.15) получаем:

$$\varepsilon(0, \mathbf{k}) = (1 - G)^{-1} \{1 + (kd_e)^{-2} + (kd_i)^{-2} - G[1 + (kd_i)^{-2}]\} = 1 + (kD)^{-2}. \quad (5.16)$$

Решение уравнения  $\varepsilon(0, \mathbf{k}) = 0$  полностью согласуется с термодинамическими формулами (5.11) — (5.13). При выполнении условия (5.14) это уравнение имеет вещественное решение  $k^2 > 0$ ,  $k^2 = -D^{-2}$ , соответствующее структурному фазовому переходу в состояние с ВЗП. Естественно, что при этом меняется и характер дебаевского экранирования. Так, для поля стороннего пробного заряда  $e_1$  в слабоионизованном газе имеем:

$$\varphi(r) = \int \frac{4\pi e_1 e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}}}{k^2 \varepsilon(0, \mathbf{k})} \frac{d^3 k}{(2\pi)^3} = \frac{e_1}{r} \cdot \begin{cases} e^{-r/D}, & D^2 > 0, \\ \cos \frac{r}{|D|}, & D^2 < 0. \end{cases} \quad (5.17)$$

В спин-поляризованной плазме при  $T \ll \hbar^2/m_e r_0^2$ , как и в любом квантовом газе, в принципе возможно и распространение слабозатухающих спиновых

волн. Мы ограничимся здесь решением для однородного парамагнитного резонанса с  $\mathbf{k} = 0$  во внешнем поле <sup>1,14</sup>:

$$\omega_1 = \frac{2\beta H}{\hbar}, \quad \omega_2 = \omega_1 - \frac{2\pi a_2 \hbar}{m_e} (N_e + N_n) \operatorname{th} \frac{\beta H}{T}. \quad (5.18)$$

В случае слабоионизованного газообразного Cs при  $T \sim 10^3$  К,  $N_1 \sim N_2 \sim 10^{16} - 10^{17}$  см<sup>-3</sup>,  $|a_2| \sim 10$  Å для дополнительной резонансной частоты  $\omega_2$  получаем  $|\omega_2 - \omega_1|/\omega_1 \sim 10^{-5} - 10^{-4}$ , что заведомо лежит в пределах экспериментальных возможностей.

Коллективные квантовые явления в бинарных газах с легкой электронной компонентой характеризуются, как мы видели, большим разнообразием и более широким температурным интервалом, нежели в случае однокомпонентных систем. Тем не менее, условия их экспериментальной идентификации значительно труднее из-за существования различных маскирующих эффектов при более высоких температурах. Кроме того, имеется еще ряд специфических трудностей, связанных, например, с получением достаточно высоких концентраций электронов и нейтралов в ионизованном газе или электронов и точечных дефектов в полупроводниках. Однако возможность наблюдения макроскопических квантовых эффектов при комнатных температурах, по-видимому, стоит того, чтобы преодолеть эти трудности.

## 5.2. Полуманитные полупроводники

Экспериментальное обнаружение рассмотренных выше эффектов является, по-видимому, значительно более доступным в полуманитных полупроводниках. Полуманитными часто называют такие полупроводники, в которых основная немагнитная решетка содержит некоторое количество точечных магнитных дефектов, концентрация которых, однако, не слишком велика, так что диполь-дипольным взаимодействием между спинами дефектов можно пренебречь. Тогда, поскольку расстояние между дефектами значительно больше постоянной решетки, в магнитном отношении дефекты ведут себя подобно атомам идеального газа с восприимчивостью, подчиняющейся закону Кюри. В роли магнитных дефектов могут выступать неионизованные примесные уровни или примесные атомы редкоземельных, актинидных и некоторых переходных элементов, имеющие нескомпенсированный электронный спин на f- и d-оболочках. Вычисление вклада от столкновений электронов с дефектами во все термодинамические функции не требует, по существу, никаких специальных предположений. Соответствующие члены в полной свободной энергии системы выражаются через точную амплитуду рассеяния электрона на дефекте. Естественными малыми параметрами задачи являются концентрации электронов и дефектов. Поэтому, хотя их взаимодействие друг с другом и не является ни в какой мере слабым, все термодинамические величины могут быть получены в виде вириальных разложений по степеням малых концентраций, т. е. в виде ряда термодинамической теории возмущений. Амплитуда рассеяния электрона на парамагнитной примеси из-за эффектов обмена существенным образом зависит от суммарного спина электрона и дефекта. Обменные эффекты при рассеянии электронов проводимости (или дырок) на локализованных точечных дефектах приводят к возможности магнитных фазовых превращений и разнообразных высокочастотных явлений в классической температурной области <sup>14</sup>.

Мы будем рассматривать невырожденный полупроводник с кубической симметрией основной кристаллической решетки, когда энергетический спектр электрона имеет особенно простой вид  $\varepsilon = p^2/2m^*$  со скалярной эффективной массой  $m^*$ . Если не интересоваться структурой расположения дефектов в решетке, то их можно описывать как стохастически распределенные частицы с бесконечно большой массой. В этом случае усреднение по положению примесей сводится к предельному переходу в обычных газовых формулах, в кото-

рых нужно массу дефекта устремить к бесконечности. Электрон-электронным обменным взаимодействием в невырожденном полупроводнике будем также пренебрегать. Конечно, при достаточно низких температурах даже при небольшой концентрации парамагнитных примесей между ними может появиться эффективное косвенное взаимодействие, вплоть до образования спинового стекла, так что модель с невзаимодействующими магнитными дефектами станет заведомо неприменимой. При еще более низких температурах в полумагнитном полупроводнике могут наблюдаться эффекты типа явления Кондо. Существенно, однако, что все эти явления могут происходить лишь в области фермиевского вырождения электронов, так что при  $T \gg \varepsilon_d$  мы можем быть уверены в отсутствии указанных эффектов и в применимости выбранной схемы.

Минимизируя свободную энергию (4.1) при  $H = 0$ , находим критерий устойчивости неупорядоченного парамагнитного состояния полупроводника с дефектами

$$\chi_{11}\chi_{12} \geq \chi_{12}^2 \equiv \chi_{12}^2, \quad (5.19)$$

где  $\chi_{11}$ ,  $\chi_{22}$  — парамагнитные восприимчивости подсистем электронов и дефектов. Знак равенства в (5.19) соответствует уравнению для определения температуры  $T_c$  магнитного фазового перехода. Если  $T < T_c$ , то при  $\chi_{12} < 0$  реализуется ферромагнитная структура с  $M_e \uparrow M_d$ , а при  $\chi_{12} > 0$  имеет место ферримагнитное упорядочение с  $M_e \uparrow M_d$  (которое может оказаться неустойчивым относительно перестройки в пространственно-неоднородное состояние). При  $T \ll \hbar^2/m^*r_0^2 \sim 10^5 - 10^7$  К, что в реальной ситуации заведомо выполнено, с помощью (4.9), (5.19) или аналогично формулам (5.2), (5.4), находим критическую температуру фазового перехода <sup>14</sup>

$$T_c = \frac{\pi \hbar^2}{3m^*a_2^2} [3S(S+1)]^{1/2} (N_e a_2^3)^{1/2} (N_d a_2^3)^{1/2}, \quad a_2 = \frac{2(a_+ - a_-)}{2S+1}, \quad (5.20)$$

где  $S$  — спин парамагнитной примеси,  $N_e$ ,  $N_d$  — концентрация электронов и дефектов,  $a_{\pm}$  — значения длины рассеяния при суммарном спине электрона и дефекта, равном  $S \pm 1/2$ . При  $S = 1/2$  равновесные значения степеней поляризации  $\alpha_e$  и  $\alpha_d$ , т. е. параметров порядка, определяются уравнениями (5.3) после замены  $m_e$  на  $m^*$  и  $\alpha_n$  на  $\alpha_d$ :

$$\alpha_e = (6\tau)^{1/2}, \quad \alpha_d = \left(\frac{N_e}{N_d}\right)^{1/2} \alpha_e, \quad \tau \equiv \frac{T_c - T}{T_c} \ll 1; \quad (5.21)$$

$$\alpha_e = 1 - \exp\left[-2\left(\frac{T_c}{T}\right)^2\right] \approx 1, \quad \alpha_d = \frac{T_c}{T} \left(\frac{N_e}{N_d}\right)^{1/2} \ll 1, \quad \varepsilon_d \ll T \ll T_c.$$

Условие  $T_c \gg \varepsilon_d$  эквивалентно требованию не слишком большой концентрации электронов  $N_e/N_d \ll N_d^2 a_2^3 \ll 1$ . Поэтому в невырожденном магнитоупорядоченном полупроводнике всегда имеем  $\alpha_e \gg \alpha_d$ , хотя и  $N_e \alpha_e \ll N_d \alpha_d$ , т. е.  $M_d \gg M_e$ . В спин-поляризованном полупроводнике с дефектами могут существовать два типа коллективных спиновых волн. Первый тип — это бесщелевая голдстоуновская мода, соответствующая неоднородной прецессии полной намагниченности, со спектром <sup>14</sup>

$$\omega_1 = \frac{N_e \alpha_e}{N_d \alpha_d \pm N_e \alpha_e} \frac{(k v_T)^2}{\Omega_{\text{int}}^{(d)}}, \quad \Omega_{\text{int}}^{(d)} = \frac{2\pi a_2 \hbar}{m^*} N_d \alpha_d, \quad v_T^2 = \frac{T}{m^*}. \quad (5.22)$$

Колебания второго типа соответствуют прецессии намагниченностей обеих компонент, которая происходит таким образом, что вектор суммарной намагниченности не изменяется:  $M_e + M_d = \text{const}$ , хотя магнитные моменты каждой из компонент  $M_e$  и  $M_d$  совершают осцилляции с частотой  $\omega_2$ :

$$\omega_2 = \mp \Omega_{\text{int}}^{(d)} - \Omega_{\text{int}}^{(e)} - \frac{N_d \alpha_d}{N_d \alpha_d - N_e \alpha_e} \frac{(k v_T)^2}{\Omega_{\text{int}}^{(e)}}, \quad \Omega_{\text{int}}^{(e)} = \frac{2\pi \hbar a_2}{m^*} N_e \alpha_e. \quad (5.23)$$

Выражения (5.22), (5.23) написаны для  $S = 1/2$ , верхний знак в (5.23) соответствует ферромагнитной структуре  $M_d \uparrow \uparrow M_e$ , нижний — ферримagnetному порядку  $M_d \uparrow \downarrow M_e$ . С помощью (5.21) нетрудно убедиться, что в спонтанно намагниченном полупроводнике в классической температурной области условие слабого столкновительного поглощения  $\alpha_d \gg |a_2|/\Lambda$  не выполняется, так что спиновые волны в этом случае сильно затухают. Для существования слабозатухающих спиновых волн необходимы более высокие значения  $\alpha_d$ ,  $\alpha_e$ , чем из (5.21), которые могут достигаться как методами динамической поляризации, так и включением достаточно сильного внешнего магнитного поля. Во внешнем магнитном поле в кинетическое уравнение (2.1) — (2.2) необходимо добавить еще член, учитывающий силу Лоренца, действующую на заряженную частицу. Дисперсионное уравнение при этом приобретает довольно сложный вид<sup>14</sup>, который, однако, сильно упрощается для спиновых волн, распространяющихся параллельно магнитному полю, т. е. при  $k \parallel H$ . В этом случае при  $T > T_c$  спектр обеих ветвей спиновых осцилляций имеет вид:

$$\omega_{1H} = \Omega_H + \frac{N_e}{N_e + N_d} \frac{(kv_T)^2}{\Omega_{int}^{(d)}}, \quad \omega_{2H} = \Omega_H - \frac{2\pi\hbar a_2}{m^*} (N_e + N_d) \text{th} \frac{\beta H}{T} - \frac{N_d}{N_d + N_e} \frac{(kv_T)^2}{\Omega_{int}^{(e)}}, \quad (5.24)$$

а условие слабого затухания колебаний  $\alpha \gg |a_2|/\Lambda$ , где  $\alpha_e = \alpha_d \equiv \alpha = \text{th}(\beta H/T)$ , при  $H \sim 100$  кЭ выполняется уже при высоких температурах  $T \ll 10^3$  К. При  $k = 0$  выражения (5.24) задают две частоты ЭПР, значения которых в достаточно больших магнитных полях и при не слишком малых концентрациях  $N_e$  и  $N_d$  могут весьма сильно различаться. Для типичных значений  $N_e \sim 10^{16} - 10^{17}$  см<sup>-3</sup>,  $N_d \sim 10^{17} - 10^{18}$  см<sup>-3</sup>,  $T \sim 10^2$  К,  $|a_2| \sim \sim 1$  Å,  $m^* \sim 10^{-2} - 10^{-1} m_e$  количественная мера эффекта  $|\Omega_H - \omega_{2H}(k=0)|/\Omega_H$  оказывается порядка  $10^{-3} - 10^{-1}$ .

Затухание спиновых волн пропорционально  $k^2$ . По этой причине, хотя в спонтанно намагниченном полупроводнике при  $T < T_c$  и  $H = 0$  и не существуют слабозатухающие пространственно-неоднородные колебания намагниченности, в нем все же возможно экспериментальное наблюдение однородного магнитного резонанса  $\omega_2$  ( $k = 0$ ), где  $\omega_2$  задается формулой (5.23). Учитывая, что в случае спонтанной поляризации при  $\epsilon_d \ll T < T_c$  всегда  $N_d \alpha_d \gg N_e \alpha_e$ , для резонансной частоты  $\omega_2$  ( $k = 0$ ) окончательно имеем:

$$\omega_2(k=0) = \mp \frac{2\pi a_2 \hbar}{m^*} N_d \alpha_d, \quad (5.25)$$

где  $\alpha_d$  определяется соотношениями (5.21).

До сих пор мы рассматривали взаимодействие свободных электронов с системой нейтральных рассеивающих центров. Эффекты квантового преломления могут приводить к интересным явлениям и в том случае, когда электроны находятся в связанном состоянии. Спектроскопия локализованных электронных состояний в конденсированных средах самым существенным образом зависит от свойств этих сред. Даже разреженная газообразная среда весьма заметно изменяет энергетические уровни связанного электрона по сравнению со спектром в вакууме, вплоть до полного исчезновения локализованных дискретных состояний. Если среда по каким-либо причинам магнитно поляризована, то взаимодействие электрона со средой снимает вырождение по спину и энергетический уровень расщепляется (даже в отсутствие внешнего магнитного поля!). Во внешнем магнитном поле квантовое преломление связанного электрона на частицах среды изменяет взаимное расположение зеемановских линий в спектре.

Наглядным примером влияния среды на локализованное электронное состояние является эффект изменения энергии мелких уровней высоково-

бужденных атомов (ридберговских атомов) в атмосфере построенного газа <sup>14</sup>, <sup>39-41</sup> или же аналогичные явления в системе примесных уровней и экситонов большого радиуса в полупроводниках с точечными дефектами <sup>14</sup>. Так, величина расщепления уровня  $\Delta\mathcal{E}$  ридберговского атома в спин-поляризованном газе и отношение интенсивностей спектральных линий для дублета задаются простой формулой:

$$\Delta\mathcal{E} = \frac{\pi\hbar^2}{m_e} N |a_2| \alpha, \quad \frac{I_+}{I_-} = \frac{1+\alpha}{1-\alpha}. \quad (5.26)$$

Способы получения довольно высоких степеней поляризации в парах щелочных металлов с помощью оптической накачки в настоящее время хорошо разработаны. В системе электронов, локализованных над поверхностью жидкого гелия <sup>42</sup>, процессы квантового преломления на атомах насыщенного пара также объясняют ряд экспериментально наблюдаемых эффектов <sup>14</sup>.

## 6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

За последний год интерес к исследованию свойств квантовых газов заметно возрос в связи с экспериментальным подтверждением наиболее ярких и нетривиальных предсказаний теории. Изложенная в обзоре теория строго, без привлечения каких бы то ни было модельных представлений, описывает такие разреженные системы, как газообразные гелий и водород. Теория также хорошо работает и для слабонеидеального газа квазичастиц в конденсированных средах, таких, как растворы <sup>3</sup>He — <sup>4</sup>He, полумангнитные полупроводники и др. И если такое удивительное явление, как коллективные спиновые осцилляции, уже обнаружено в газообразных H<sup>+</sup>, <sup>3</sup>He<sup>+</sup> и растворах <sup>3</sup>He<sup>+</sup> — <sup>4</sup>He, то аналогичные эффекты в полупроводниках так же, как и не менее удивительные магнитные и структурные фазовые переходы в классической температурной области, еще ждут своего экспериментального открытия.

Институт физических проблем  
им. С. И. Вавилова АН СССР

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Башкин Е. П. — ЖЭТФ, 1984, т. 86, с. 937.
- Каган Ю., Вартамянц И. А., Шляпников Г. В. — ЖЭТФ, 1981, т. 81, с. 1113.
- Каган Ю., Шляпников Г. В., Вартамянц И. А., Глухов Н. А. — Письма ЖЭТФ, 1982, т. 35, с. 386.
- Сильвера А. Ф., Валравен Ю. — УФН, 1983, т. 139, с. 701.
- Silvera I. F. — Physica. Ser. B, 1982, v. 109/110, p. 1499.
- Sprink R., Walraven J. T. M., Silvera I. F. — Phys. Rev. Lett., 1983, v. 51, p. 479, 942.
- Hess H. F., Bell D. A., Kochanski G. P., Kleppner D., Greytak T. J. — Ibidem, 1984, v. 52, p. 1520.
- J. de Phys. Coll. Ser. C-7, 1980, t. 41. — Spin Polarized Quantum Systems.
- Nacher P. J., Leduc M., Trenes G., Laloë F. — J. de Phys. Lett., 1982, t. 43, p. L-525.
- Leduc M., Nacher P. J., Crampton S. B., Laloë F. — In: Quantum Fluids and Solids/Eds E. D. Adams, G. G. Ihas. — 1983, p. 179.
- Barbe R., Laloë F., Brosset J. — Phys. Rev. Lett., 1975, v. 34, p. 1488.
- Халатников И. М. Теория сверхтекучести. — М.: Наука, 1971, с. 211.
- Башкин Е. П. — ЖЭТФ, 1977, т. 73, с. 1849.
- Башкин Е. П. — Письма ЖЭТФ, 1981, т. 34, с. 86; ЖЭТФ, 1982, т. 82, с. 254, 1868.
- Башкин Е. П. — Письма ЖЭТФ, 1981, т. 33, с. 11.
- Lhuillier C., Laloë F. — J. de Phys., 1982, t. 43, p. 197, 225, 833.
- Leggett A. J. — J. Phys. Ser. C, 1970, v. 3, p. 448.
- Meuserovich A. E. — J. Low Temp. Phys., 1983, v. 53, p. 487.
- Johnson B. R., Denker J. S., Bigelow N., Levy L. P., Freed J. H., Lee D. M. — Phys. Rev. Lett., 1984, v. 52, p. 1508; v. 53, p. 302.
- Levy L. P., Ruckenstein A. F. — Ibidem, v. 52, p. 1512; v. 53, p. 302.

21. Nacher P. J., Tastevin G., Leduc M., Crampton S. B., Laloë F. — J. de Phys. Lett., 1984, t. 45, p. L-441.
22. Башкин Е. П. — ЖЭТФ, 1984, т. 87, с. 1948.
23. Башкин Е. П., Мейерович А. Э. — ЖЭТФ, 1979, т. 77, с. 383.
24. Bashkin E. P., Meuserovich A. E. — Adv. Phys., 1981, v. 30, p. 11.
25. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Квантовая механика. — М.: Наука, 1974, с. 678.
26. Ахизер А. И., Пелетминский С. В. Методы статистической физики. — М.: Наука, 1977, с. 137.
27. Галицкий В. М. — ЖЭТФ, 1956, т. 34, с. 151.
28. Силин В. П. Введение в кинетическую теорию газов. — М.: Наука, 1971, с. 221.
29. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Статистическая физика. — М.: Наука, 1976, ч. 1, с. 384.
30. Lhuillier C. — J. de Phys., 1983, t. 44, p. 1.
31. Gully W.J., Mullin W.J. — Phys. Rev. Lett., 1984, v. 52, p. 1810
32. Башкин Е. П., Мейерович А. Э. — Письма ЖЭТФ, 1977, т. 26, с. 696; ЖЭТФ, 1978, т. 74, с. 1904.
33. Башкин Е. П., Мейерович А. Э. — УФН, 1980, т. 130, с. 279.
34. Meuserovich A. E. — J. Low. Temp. Phys., 1982, v. 47, p. 271.
35. Лифшиц Е. М., Питаевский Л. П. Физическая кинетика. — М.: Наука, 1979, с. 53, 89.
36. Bashkin E. P. — Phys. Lett. Ser. A, 1984, v. 101, p. 164.
37. Силин В. П. — ЖЭТФ, 1957, т. 6, с. 945.
38. Van Yperen G. H., Silvera I. F., Walraven J. T. M., Berkhout J., Brisson J. G. — Phys. Rev. Lett., 1983, v. 50, p. 53.
39. Fermi E. — Nuovo Cimento, 1934, v. 11, p. 157.
40. Алексеев В. А., Собельман И. И. — ЖЭТФ, 1965, т. 49, с. 1274.
41. Барышевский В. Г. Ядерная оптика поляризованных сред. — Минск: Изд-во Бел. ун-та, 1976, с. 32.
42. Эдельман В. С. — УФН, 1980, т. 130, с. 675.
43. Аропов А. Г. — ЖЭТФ, 1977, т. 73, с. 577.
44. Bashkin E. P. — Phys. Rev. Lett., 1985, v. 55, p. 1426.
45. Meuserovich A. E. — Phys. Lett. Ser. A, 1985, v. 107, p. 177.
46. Башкин Е. П. — Письма ЖЭТФ, 1984, т. 40, с. 383.
47. Набутовский В. М., Немов Н. А., Пейсахович Ю. Г. — ЖЭТФ, 1980, т. 79, с. 2196.
48. Tastevin G., Nacher P. J., Leduc M., Laloë F. J. de Phys. Lett., 1985, t. 45, p. L-249.