

621. 378. 325 (049. 3)

## УРАВНЕНИЕ ФОККЕРА—ПЛАНКА

Risken H. The Fokker-Planck Equation: Method of Solution and Application.— Berlin; Heidelberg; New York; Tokyo: Springer-Verlag, 1984.— 452 p.

Книга Г. Рискина, известного специалиста по теории лазера, содержит детальное изложение различных методов решения уравнения Фоккера — Планка и его приложений к некоторым физическим проблемам. Она представляет большой интерес не только для специалистов по теории лазера, а и для широкого круга читателей, интересующихся приложениями уравнения Фоккера — Планка в своей области, поскольку это уравнение широко применяется в различных областях теоретической физики, физики твердого тела, теоретической биологии, теории флуктуаций в электрических цепях и т. д. Эта направленность книги соответствует тому, что она вышла в редактируемой Хакемом серии книг по синергетике, рассчитанной на читателей различных специальностей.

Первые две главы книги носят вводный характер и содержат обзор и классификацию различных типов уравнений Фоккера — Планка и их обобщений и краткое изложение основных понятий теории вероятности и случайных процессов. Гл. 3 посвящена изложению теории уравнения Ланжевена для броуновского движения частиц. Ясно и доступно для широкого круга читателей, не обладающих специальной математической подготовкой, изложены основные свойства нелинейного уравнения Ланжевена с мультипликативным шумом и возможные его интерпретации по Ито и по Стратоновичу, которые различаются определением математического смысла производной по времени в уравнении Ланжевена.

Гл. 4—6 посвящены детальному обсуждению основных свойств уравнения Фоккера — Планка и методов их решения. Изложение носит концентрический характер, начиная с самых простых одномерных задач. Рассмотрены случаи, допускающие аналитическое решение. Для исследования нестационарных случаев развивается метод разложения плотности вероятности по собственным функциям оператора уравнения Фоккера — Планка и ему сопряженного оператора, причем широко используется аналогия с уравнением Шрёдингера квантовой механики. Обсуждаются численные методы решения, вариационный метод и метод матричных непрерывных дробей. Формулируется  $H$ -теорема, обобщающая для уравнения Фоккера—Планка  $H$ -теорему Больцмана.

В гл. 7 изложена теория линейного отклика на основе уравнения Фоккера — Планка. Метод линейного отклика, который широко используется в статистической механике, оказался полезным и для уравнения Фоккера—Планка и очень похож на метод Кубо. Однако квантовый случай уже не может быть рассмотрен на основе уравнения Фоккера—Планка, так как при этом следует рассматривать уравнение не для плотности вероятности, а для плотности квазивероятности.

В гл. 8 показывается, что метод цепных дробей, рассмотренный ранее для случая уравнения Фоккера—Планка, может быть эффективно применен в теории обыкновенных дифференциальных уравнений и уравнений в частных производных.

Гл. 11—12 посвящены приложениям к теории броуновского движения в периодическом потенциальном поле и к расчету статистических свойств лазерного излучения для квазиклассической модели.

В целом книга написана простым, доступным языком и будет весьма полезна широкому кругу читателей—физиков, химиков и биологов, начинающих применять метод уравнения Фоккера — Планка в своих исследованиях.

Д. Н. Зубарев