1986 г. Декабрь **Том 150, вып. 4**

УСПЕХИ ФИЗИЧЕСКИХ НАУК

ФИЗИКА НАШИХ ДНЕЙ

539.12.01

СУПЕРСТРУНЫ, или ЗА ПРЕДЕЛАМИ СТАНДАРТНЫХ ПРЕДСТАВЛЕНИЙ *)

Д. И. Казаков

Панорама физики высоких энергий.— Что такое суперструны.— Динамика суперструны.— Типы теорий.— Взаимодействие суперструн.— Суперструнная теория возмущений.— Расходимости.— Аномалии.— Низкоэнергетическая эффективная теория.— Спонтанная компактификация.— Размерная редукция.— Феноменологические следствия.— Конечные суперсимметричные теории.— Проблемы и перспективы.

ВВЕДЕНИЕ

Цель настоящей краткой статьи — рассказать по возможности в понятной форме о тех захватывающих идеях в физике высоких энергий, которые появились в последние годы и с которыми связываются большие надежды в построении единой теории всех фундаментальных взаимодействий. Изложение никоим образом не претендует на оригинальность и не носит исчерпывающего характера [1,2]. Область науки, о которой пойдет речь, сейчас очень интенсивно развивается, ею начинают заниматься все больше и больше физиков и математиков. Фундаментальным объектом этой новой теории является протяженный объект — струна, действие для которой обладает свойством суперсимметрии. Поэтому теория носит название теории суперструны. Она основывается на нестандартных представлениях и требует привлечения сложного и нового для физиков математического аппарата из топологии, дифференциальной геометрии и т. д. Я не ставлю перед собой цель дать обзор математических методов, используемых в теории суперструны, как не буду касаться по возможности и технической стороны обсуждаемых проблем. Все это можно найти в обширной уже литературе по суперструне, а также в появившихся теперь обзорах [3]. Моя цель — дать представление об основных понятиях и объектах теории суперструны, а также о тех заманчивых перспективах, которые возникают перед нами. Несмотря на сложность и абстрактность математического описания, здесь открывается широчайший простор воображению и фантазии, ставятся вопросы, которые показались бы по меньшей мере преждевременными совсем недавно. Поэтому, даже если конкретные современные модели окажутся отвергнутыми впоследствии, уже сама широта постановки вопроса и нестандартность взглядов намного обогащают наш идейный и технический арсенал и заслуживают изучения.

*) Доклад на 23-й сессии секции Ученого совета ОИЯИ по теоретической физике, ноябрь 1985.

1. ПАНОРАМА ФИЗИКИ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ

Вторая часть заголовка настоящей статьи — «За пределами стандартных представлений». Что же подразумевается под стандартными представлениями и почему возникает необходимость выхода за их рамки? Под стандартной моделью сейчас понимают описание сильных, слабых и электромагнитных взаимодействий на кварк-лептонном уровне в рамках локальной калибровочной теории, основанной на группе

$$G_{\text{станд}} = \mathrm{SU_c}\,(3) \times \mathrm{SU_L}\,(2) \times \mathrm{U_Y}\,(1).$$

Сильные взаимодействия описываются квантовой хромодинамикой с цветовой калибровочной группой $\mathrm{SU_c}$ (3). Электрослабые взаимодействия — моделью Глэшоу — Вайнберга — Салама с группой $\mathrm{SU_L}\,(2) \times \mathrm{U_Y}\,(1)$. Все существующие экспериментальные данные находятся в хорошем согласии со стандартной моделью.

Иногда стандартная схема дополняется требованием суперсимметрии. Однако, несмотря на привлекательность суперсимметричных моделей, экспериментального подтверждения они пока не получили и относятся к разделу гипотез.

Следующий шаг на пути единства сил природы — теории великого объединения. Они также основаны на идее локальной калибровочной инвариантности. Здесь обсуждаются группы симметрии SU(5), SO(10), E_6 и т. д. Экспериментального подтверждения идеи великого объединения пока не получено, но нет и противоречащих ей фактов.

Несмотря на достигнутые успехи, стандартная модель и теории великого объединения оставляют много нерешенных проблем и большой произвол в выборе параметров. К основным вопросам можно отнести следующие [2]:

— Почему фермионы киральные?
— Сколько существует поколений кварков и лептонов?
— Чем определяется хиггсовский сектор?
— Почему $\mathrm{SU(3)} \times \mathrm{SU(2)} \times \mathrm{U(1)}$?

Непонятно также:

— Как включить в общую схему гравитацию?
— Должна ли теория быть конечной?
— Почему космологическая постоянная $\Lambda \approx 0$?

Поиск ответов на поставленные вопросы побуждает обращаться к основам квантовой теории поля. При критическом взгляде здесь возникают гораздо более фундаментальные вопросы, на которые нас наталкивает новейшее развитие теории и прежде всего теория суперструны:

— Неизбежны ли бесконечности?
— Всегда ли верна локальная квантовая теория поля?
— Почему четыре измерения?

Ответы на поставленные вопросы лежат за пределами стандартных представлений. Что же мы имеем на сегодняшний день?

Эксперимент:

— нет признаков распада протона;
— нет признаков монополей;
— нет признаков аксионов;
— нет признаков суперсимметрии...

Вывод: нет надежных проявлений чего-либо, не объясняемого стандартной моделью.

Теория: радикальные изменения и новые идеи.

По выражению М. Даффа, выход за пределы стандартной модели означает сейчас выход:

— за пределы четырех измерений;
— за пределы планковского масштаба;
— за пределы воображения.

Возникает парадоксальный вопрос: в пространстве какой размерности мы живем?! Очевидный ответ: $D = 4$. В теории суперструны ответ менее очевиден, но более логически обоснован — минимальное $D = 10$! В бозонном варианте теории $D = 26$! Став же на точку зрения Калуцы — Клейна, как это будет ясно в дальнейшем, получаем $D = 506$! По-видимому, это — три эквивалентных варианта математического описания единой физической

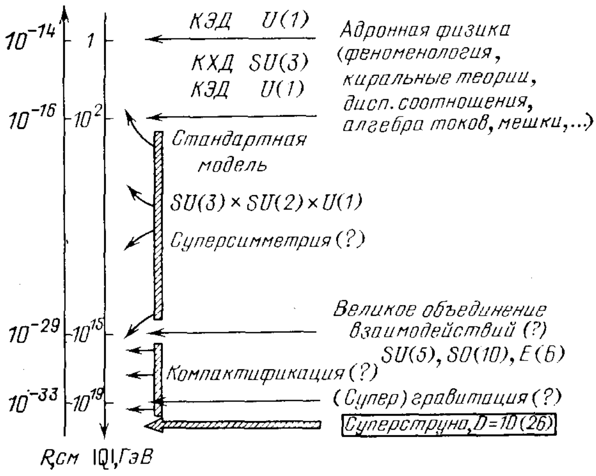


Рис. 1

реальности. Примирение экспериментальной и теоретической точек зрения состоит в том, что многомерная теория суперструны справедлива в полной мере в области энергий, недоступной непосредственному наблюдению.

Современная панорама физики высоких энергий схематически представлена на рис. 1.

2. ЧТО ТАКОЕ СУПЕРСТРУНЫ

Как уже упоминалось, фундаментальным объектом в теории суперструны является нелокальный протяженный объект с характерным размером порядка планковской длины, т. е. на расстояниях меньше 10^{-33} см мы отказываемся от локальной теории поля, заменяя ее нелокальной теорией. Основу этой теории составляют классические релятивистские протяженные объекты — струны. Динамика струн обсуждается в следующем разделе.

Теория струн имеет уже двадцатилетнюю историю. Струны возникли в адронной физике как динамическая основа модели Венециано и дуально-резонансных моделей [4]. В квантовой хромодинамике струны связывают между собой кварки, образуя адроны. С самого начала теория струн столкнулась с серьезными проблемами: последовательное квантование оказалось возможным только в критической размерности пространства-времени. Для бозонной струны $D_{кр} = 26$, а для фермионной $D_{кр} = 10$. При этом в спектре частиц присутствуют тахионы и безмассовые частицы спина 1 и 2. Эти состояния отсутствуют в адронной физике, и от них необходимо избавляться.

Недостатки струнной теории обернулись ее достоинствами, когда на струну взглянули совсем с другой точки зрения. В конце семидесятых годов Шерком и Шварцем было осознано [5], что теория струны может служить объединению всех фундаментальных взаимодействий, включая гравитацию. Высшая размерность пространства-времени при этом не воспринимается как курьез, а приобретает буквальный смысл. Мы наблюдаем здесь возрождение на новой основе идей Калуцы и Клейна пятидесятилетней давности. «Лишние» безмассовые состояния теперь отождествляются с полями Янга — Миллса и гравитации, а тахионы в новой теории отсутствуют за счет суперсимметрии.

При квантовании одна струна представляет собой бесконечную последовательность нормальных мод — последовательность массивных состояний в квантовой теории поля. При этом расщепление масс Δm^2 пропорционально натяжению струны T. В теории суперструны $T \approx (10^{19}$ ГэВ$)^2$, в отличие от адронной физики, где $T \sim (1$ ГэВ$)^2$.

Струны бывают открытыми и замкнутыми. Открытые струны в качестве низших безмассовых состояний содержат частицы спина 1: поля Янга — Миллса, а замкнутые — частицы спина 2: гравитоны. На этом пути в теории струны возникает квантовая теория, объединяющая гравитацию и поля Янга—Миллса — переносчики всех взаимодействий.

На расстояниях много больше планковской длины (10^{-33} см), или при энергиях много меньше массы Планка (10^{19} ГэВ), массивные состояния «отщепляются», и возникает эффективная точечная теория поля (супергравитация и янг-миллсовская суперсимметричная теория) с фиксированными параметрами и составом частиц. При этом наблюдаемые частицы (кварки, лептоны, калибровочные бозоны,...) должны быть среди безмассовых возбуждений ($m \ll 10^{19}$ ГэВ). На расстояниях меньше 10^{-33} см (или энергиях больше 10^{19} ГэВ) массивные состояния присутствуют и осуществляют модификацию общей теории относительности на этих масштабах. Как выясняется, действие ОТО представляет собой лишь первый член разложения эффективной суперструнной теории.

3. ДИНАМИКА СУПЕРСТРУНЫ

Подобно тому, как точка описывает в пространстве-времени мировую линию, струна при своем движении заметает мировую поверхность. Эта двумерная поверхность может быть вложена в пространство любой размерности. Однако, имея в виду дальнейшее квантование, рассмотрим десятимерное пространство. Помимо этого, так как струна является суперсимметричной, пространство дополняется грассмановыми образующими, т. е. имеется суперпространство, где число грассмановых образующих зависит от типа суперсимметрии. Мировая поверхность (рис. 2) параметризуется двумя параметрами (σ и τ), имеющими смысл длины вдоль струны и собственного времени. Точка на поверхности имеет координаты суперпространства $X^{\mu}(\sigma, \tau)$ и $\theta^{\alpha}(\sigma, \tau)$.

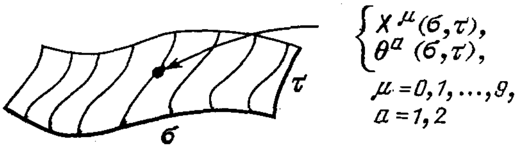


Рис. 2

Действие для струны является обобщением действия для точечной частицы. Там S = длине мировой линии $= \int ds$. Для струны S = площади мировой поверхности $= \int d\Sigma$. Параметрически инвариантное действие для бозонной струны имеет вид

$$S = -\frac{T}{2} \int d\sigma\, d\tau \eta_{\mu\nu} (-g)^{1/2} g^{\alpha\beta} \partial_{\alpha} X^{\mu} \partial_{\beta} X^{\nu}, \tag{1}$$

где T — натяжение струны, $\eta_{\mu\nu}$ — метрика в десятимерном пространстве (Минковского), $g^{\alpha\beta}$ — метрика в σ, τ-пространстве. Как легко заметить, это есть обобщение хорошо знакомого действия для точечной частицы в квантовой механике

$$S \sim \int \frac{\dot{x}^2}{2} dt.$$

В случае суперструны $\partial_\alpha X^\mu$ заменяется на $\Pi^\mu_\alpha = \partial_\alpha X^\mu - i\bar\theta\gamma^\mu\,\partial_\alpha\theta$, так что действие становится инвариантным относительно преобразований суперсимметрии, а также добавляются члены, кубичные и четвертичные по координатам:

$$S = -\frac{T}{2}\int d\,\sigma d\,\tau\eta_{\mu\nu}(-g)^{1/2}g^{\alpha\beta}\Pi^\mu_\alpha\Pi^\nu_\beta - \\ - iT\int d\sigma\, d\tau\eta_{\mu\nu}\varepsilon^{\alpha\beta}(\partial_\alpha X^\mu\bar\theta\gamma^\nu\partial_\beta\theta - i\bar\theta\gamma^\nu\partial_\alpha\theta\bar\theta\gamma^\nu\partial_\beta\theta). \quad (1')$$

Рассматривая X^μ и θ^α как поля, заданные на двумерной поверхности, теорию с действием (1′) можно трактовать как двумерную ОТО с полями материи X^μ и θ^α. Отсюда видна тесная аналогия между струнной теорией и

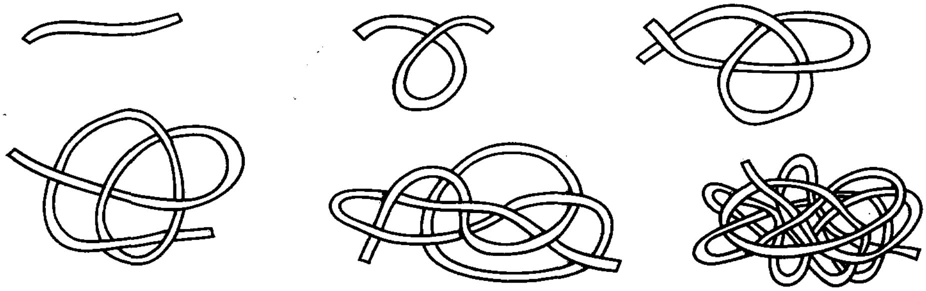


Рис. 3

двумерными нелинейными σ-моделями, так интенсивно изучаемыми в последнее время.

Конфигурация струны может быть очень сложной (рис. 3) и определяется решениями уравнений движения с соответствующими краевыми условиями.

4. ТИПЫ ТЕОРИЙ

Различают следующие типы теорий суперструны [6].

4.1. Тип I

К нему относятся разомкнутые неориентированные струны с ($N = 1$)-суперсимметрией, на концах которых находятся калибровочные заряды. При математическом описании с концами струны ассоциируются матрицы фундаментального представления калибровочной группы. Струны при этом реализуют как синглетные, так и несинглетные представления, причем согласованная квантовая теория неориентированных струн допускает только классические группы SO(n) и USp(n). Эта схема включения группы внутренней симметрии, называемая схемой Чана — Патона, возникла в адронной физике при описании мезонов как открытых струн с кварками на концах. Как оказывается в дальнейшем, требование сокращения аномалий и расходимостей оставляет только группу SO(32). Взаимодействуя, открытые струны образуют замкнутые конфигурации — синглеты по группе внутренней симметрии.

При квантовании открытые струны порождают поля Янга — Миллса, а замкнутые — поля гравитации. В пределе малых энергий, т. е. когда $p \ll T^{1/2}$, суперструны типа I приводят к ($D = 10$)-суперсимметричной теории Янга — Миллса и ($N = 1$)-супергравитации, причем константа калибровочного взаимодействия g и константа гравитационного взаимодействия $K = G^{1/2}$, где G — постоянная Ньютона, связаны соотношением

$$K = g^2 T. \tag{2}$$

Калибровочные и гравитационные взаимодействия оказываются неразрывно связанными между собой по своему происхождению. Таким образом, в суперструне мы наблюдаем возрождение идеи Эйнштейна — идеи создания единой теории, объединяющей электромагнитные (калибровочные) и гравитационные взаимодействия.

4.2. Тип II

К этому типу относятся замкнутые ориентированные струны с ($N = 2$)-суперсимметрией. Здесь нет группы внутренней симметрии. В пределе малых энергий, $p \ll T^{1/2}$, получается ($D = 10$, $N = 2$)-теория супергравитации.

Различают теории типа IIA и типа IIБ. В первом случае фермионы имеют различную киральность, во втором — одинаковую. Теория типа IIБ приводит к эффективной низкоэнергетической теории с киральными фермионами, как того требует феноменология.

В последнее время появилась еще одна суперструнная теория, названная гетерозисной или гибридной [7]. С ней связывают большие надежды.

4.3. Гетерозисная струна

Это — замкнутая ориентированная струна. Она названа гетерозисной, ибо является гибридом 26-мерной бозонной струны и 10-мерной фермионной струны типа IIБ. Гетерозисная струна обладает свойствами струн типа I и II: у нее та же ($N = 1$)-суперaлгебра Пуанкаре, что и у струны типа I, и те же топологические свойства, что и у струны типа II. Гетерозисная струна, так же как и другие замкнутые струны типа II, может быть получена путем компактификации ($D = 26$)-бозонной струны на 16-мерный тор T^{16}. В этой схеме решетка корней группы идентифицируется с решеткой дискретных импульсов, сопряженных с внутренними измерениями, компактифицируемыми на тор, а фермионы возникают как солитоны бозонной теории. При этом, следуя идеологии Калуцы — Клейна, возникают 16 калибровочных бозонов группы $[U(1)]^{16}$. Но и сама струна может также навиваться на тор, образуя топологически нетривиальные конфигурации — солитоны. Они образуют дополнительно 480 калибровочных бозонов. Итого 496. Так в гетерозисной струне возникает калибровочная группа, несмотря на то, что струна замкнута. При этом, очевидно, ранг группы равен 16, а размерность — 496. Такой калибровочной группой являются группы SO(32) и $E_8 \times E_8$, где E_8 — максимальная исключительная группа в классификации Картана.

Таким образом, критическая размерность пространства для бозонной струны получила интерпретацию $26 = 10 + \operatorname{rank} G$. В последовательной идеологии Калуцы — Клейна такой ситуации соответствует пространство размерности $506 = 10 + \dim G$. Группа калибровочной симметрии здесь возникает в результате компактификации 496 измерений [2].

Для гетерозисной струны, так же как и для струны типа I, поля Янга — Миллса неразрывно связаны с гравитацией в силу своего происхождения. Но, в отличие от струны типа I, связь между калибровочной константой g и гравитационной K имеет другой вид:

$$K^2 = \frac{g^2}{T}, \tag{3}$$

сохраняющийся при компактификации, как это видно из анализа размерностей.

Различные типа самосогласованных суперструнных теорий представлены в таблице [2].

Типы суперструнных теорий

Тип	Спинор	Струна	Безмассовые состояния
I [SO (32)]	Вейля — Майораны	Открытая + замкнутая	[$N=1$, SO (32)]-теория Янга — Миллса + ($N=1$)-супергравитация
IIA	Майораны	Замкнутая	($N=2$)-некиральная супергравитация
IIБ	Вейля	»	($N=2$)-киральная супергравитация
Гетерозисная [SO (32)]	Вейля — Майораны	»	[$N=1$, SO (32)]-теория Янга — Миллса + ($N=1$)-супергравитация
Гетерозисная ($E_8 \times E_8$)	» »	»	($N=1$, $E_8 \times E_8$)-теория Янга — Миллса + ($N=1$)-супергравитация

5. ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ СУПЕРСТРУН

Хотя струны и являются нелокальными объектами, но взаимодействие их носит локальный характер. В настоящий момент не существует калибровочно-инвариантного ковариантного формализма для описания вторичноквантованной струны *). Используется калибровка светового фронта. В этом случае струны описываются функционалами от поперечных координат, которые в свою очередь заданы на мировой поверхности струны и сопряженных импульсов p^+. Открытые струны обозначаются через $\Phi\,[\mathbf{x}\,(\sigma),\ \theta(\sigma),\ \tilde{\theta}\,(\sigma),\ p^+]$, а замкнутые — через $\Psi\,[\mathbf{x}\,(\sigma),\ \theta\,(\sigma),\ \tilde{\theta}\,(\sigma),\ p^+]$, где Φ есть матрица присоединенного представления, а Ψ — синглет калибровочной группы. Эти функционалы являются обобщением локальных полей, зависящих от пространственно-временной точки.

Взаимодействия струн описываются локальными кубическими членами типа

$$\frac{\delta^2}{\delta x^2(\sigma)}\,\Psi^3$$

для замкнутых струн и аналогично — типа $\mathrm{Tr}\,\Phi^3$ для открытых и $(\mathrm{Tr}\,\Phi)\,\Psi$ — для переходов одних в другие. Пример взаимодействия, приводящего к слиянию двух замкнутых струн, приведен на рис. 4. Эти взаимодействия порождают контактные взаимодействия нормальных мод возбуждений струн, т. е.

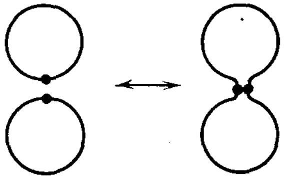


Рис. 4

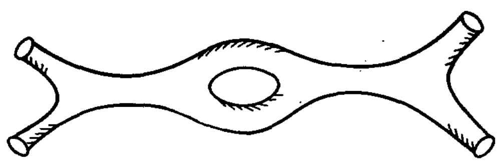


Рис. 5

локальных квантовых полей. Приведенный пример является обобщением трехгравитонного взаимодействия в ОТО. Для открытых струн возможны также локальные взаимодействия типа $\mathrm{Tr}\,\Phi^4$.

*) В работах самого последнего времени (см., например, [16]) предлагаются различные варианты такого формализма.

Взаимодействия струн можно изобразить с помощью струнных диаграмм Фейнмана, только вместо линий, изображающих частицы, здесь будут поверхности. Пример такой диаграммы в случае взаимодействия замкнутых струн приведен на рис. 5.

Отметим отсутствие контактных взаимодействий высшего порядка. Так же как и в суперсимметричных локальных теориях, суперпотенциал содержит только кубичные члены. Все контактные взаимодействия в эйнштейновской гравитации возникают как «низкоэнергетическая» эффективная теория при $p \ll T^{1/2}$, аналогично тому, как четырехфермионное взаимодействие возникает в модели Вайнберга — Салама при $p \ll M_W$.

6. СУПЕРСТРУННАЯ ТЕОРИЯ ВОЗМУЩЕНИЙ

Следующим шагом является построение теории возмущений. Взаимодействуя, струны могут рассеиваться, рождать новые струны, а также испускать точечные частицы. В эффективной локальной теории этому соответствуют всевозможные взаимодействия локальных полей.

6.1. Древесные диаграммы

В качестве примера рассмотрим рассеяние двух гравитонов на струне. В низшем приближении амплитуда рассеяния имеет вид (рис. 6)

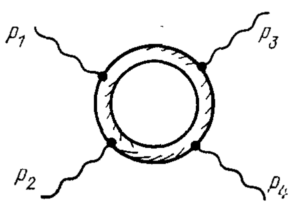


Рис. 6

$$T_4 = (\text{эйнштейновская супергравитация}) \times \frac{\Gamma\left(1-\frac{s}{T}\right)\Gamma\left(1-\frac{t}{T}\right)\Gamma\left(1-\frac{u}{T}\right)}{\Gamma\left(1+\frac{s}{T}\right)\Gamma\left(1+\frac{t}{T}\right)\Gamma\left(1+\frac{u}{T}\right)}, \quad (4)$$

где s, t, u — обычные мандельстамовские переменные, T — натяжение струны, а Γ — гамма-функция Эйлера.

Амплитуда (4) обладает необходимым свойством кроссинг-симметрии и в низкоэнергетическом пределе ($T \to \infty$) дает эйнштейновскую супергравитацию.

6.2. 1-петлевые диаграммы

Здесь мы впервые сталкиваемся с расходимостями, причем существуют топологические различия между открытыми и замкнутыми струнами. Для открытых струн необходимо учитывать перекрещивания. Например, в случае

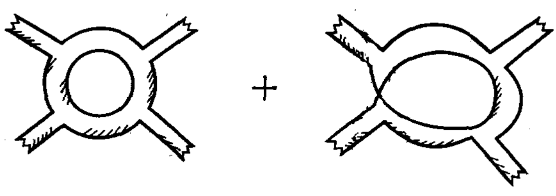


Рис. 7

рассеяния двух открытых струн типа I существуют две диаграммы (рис. 7). В первой, как это имеет место и в случае локальных теорий, возникает след по группе внутренней симметрии. Вторая диаграмма следа не содержит. В результате для групп $SO(n)$ и $USp(n)$ вклад в амплитуду рассеяния пропорционален $n \mp 32$ соответственно. Каждая диаграмма при этом расходится. Поэтому условие сокращения расходимостей выделяет единственную возможную группу симметрии — SO(32). Эта же самая группа симметрии возникает при изучении расходимостей в эффективной точечной теории, которая получается из суперструны типа I в пределе $T \to \infty$ [8]. Строго говоря, здесь возникают две возможности: SO(32) и $E_8 \times E_8$, однако, как мы уже упоминали, исключительные группы не могут быть реализованы на суперструне типа I. Группа $E_8 \times E_8$ соответствует гетерозисной струне.

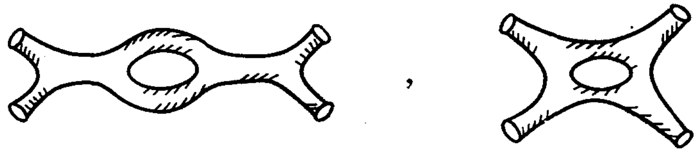


Рис. 8

Для струны типа II и гетерозисной диаграммы рассеяния двух струн представлены на рис. 8. Эти диаграммы топологически эквивалентны и также конечны.

6.3. N-петлевые диаграммы

N-петлевые диаграммы строятся по тем же самым правилам, что и однопетлевые. Надежды на получение конечных амплитуд здесь связывают с суперсимметрией. К анализу этих проблем мы и переходим.

7. РАСХОДИМОСТИ

Рассмотрим замкнутые струны. Конечность диаграмм, изображенных на рис. 8, обусловливается тем, что они топологически эквивалентны диаграммам типа «головастик» (рис. 9).

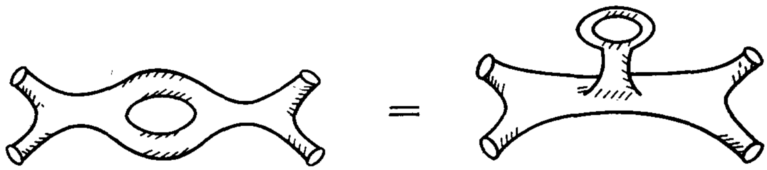


Рис. 9

Получившийся головастик соответствует распространению так называемого «дилатона» — безмассовой скалярной частицы. В старых струнных теориях головастики расходились, но в теориях суперструны, благодаря наличию суперсимметрии, они равняются нулю ($\bullet\!\sim\!\sim = 0$). Здесь мы видим отличие от точечных теорий поля. Действительно, там аналог рис. 9 имеет вид рис. 10 и не приводит к конечной теории.

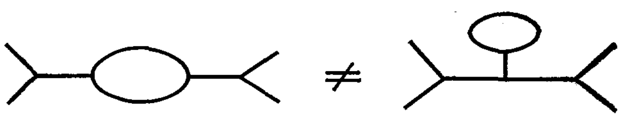
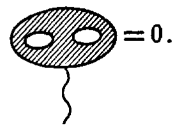


Рис. 10

Таким образом, сокращение расходимостей в суперструнных теориях основано не просто на наличии нелокальности, а связано с топологией и суперсимметрией диаграмм Фейнмана.

В многопетлевом случае ситуация очень похожа (рис. 11). Здесь теория конечна, если



Однако общего доказательства отсутствия расходимостей во всех порядках теории возмущений пока не получено. Другой подход к этой проблеме

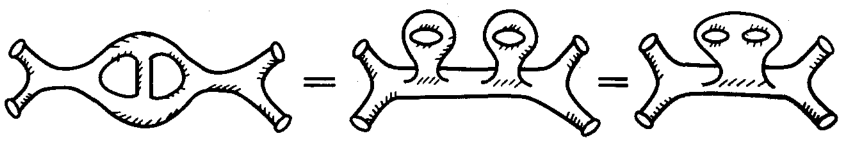


Рис. 11

основан на использовании функционального интеграла. Но в отличие от интегрирования по случайным локальным полям, здесь интегрирование ведется по случайным поверхностям.

8. АНОМАЛИИ

С проблемой расходимостей оказывается тесно связанной другая известная проблема квантовой теории поля — проблема аномалий. Так же как и в локальных теориях, в теории суперструны взаимодействие между физическими и нефизическими (продольными) модами калибровочных полей может приводить к аномалиям. В десятимерном пространстве аномальными являются шестиугольные диаграммы (рис. 12). Они являются аналогом треугольной аномалии в четырехмерном пространстве. Внешними полями здесь являются поля Янга — Миллса или гравитоны, а петле соответствует пропагатор струны или пропагаторы фермионов со спином 1/2 и 3/2 и антисимметричных тензорных полей эффективной локальной теории. В зависимости от типа внешних полей получаем калибровочные, гравитационные или смешанные аномалии.

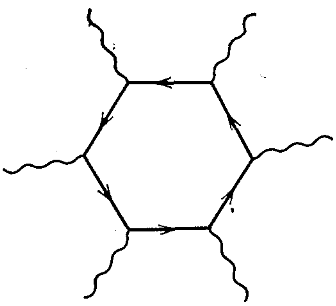


Рис. 12

Замечательным фактом является сокращение всех аномалий в случае групп внутренней симметрии SO(32) и $E_8 \times E_8$ [9]. Таким образом, эти две группы симметрии с неизбежностью появляются в теории суперструны, причем имеется три независимых источника их появления: 1) сокращение расходимостей, 2) сокращение аномалий, 3) редукция из 26-мерной бозонной струны в 10-мерную гетерозисную суперструну.

9. НИЗКОЭНЕРГЕТИЧЕСКАЯ ЭФФЕКТИВНАЯ ТЕОРИЯ

Рассмотрим теперь эффективную локальную теорию поля в 10-мерном пространстве, которая возникает из суперструны, когда $p \ll T^{1/2}$. В принципе она может быть получена путем разложения в ряд по энергии $T^{-1/2}$. Состав полей, как уже указывалось, определяется спектром безмассовых нормальных мод. Это есть мультиплет супергравитации ($g^{\mu\nu}$, $B^{\mu\nu}$, Φ, Ψ_μ^+, λ^-), который содержит гравитон, антисимметричные тензорные поля, скаляр, гравитино — поля Рариты — Швингера — с положительной киральностью и майорановский спинор с отрицательной киральностью, а также супермультиплет полей Янга — Миллса (A_μ, X^+), который содержит векторное поле и майорановский фермион положительной киральности. Здесь перечислены физические степени свободы без вспомогательных полей.

Действие имеет вид

$$S = -\int \mathrm{d}^{10}x\,(-g)^{1/2}\Big[\frac{1}{2k^2}R + \frac{1}{k^2}\Big(\frac{\partial\Phi}{\Phi}\Big)^2 + \\ + \frac{1}{4g^2\Phi}F^{\alpha}_{\mu\nu}F^{\mu\nu\alpha} + \frac{3k^2}{2g^4\Phi^2}H_{\mu\nu\rho}H^{\mu\nu\rho} + \ldots\Big]. \qquad (5)$$

Заметим, что в уравнении (5) нет свободных параметров, константа g поглощается в нормировку поля Ф. Здесь $F^{ab}_{\mu\nu}$ — поля Янга — Миллса, a, b = $= 1, 2, \ldots, \dim G$, $R^{mn}_{\mu\nu}$ — десятимерная кривизна, m, $n = 1, 2, \ldots, 10$, $H_{\mu\nu\rho}$ — напряженность поля B:

$$H = \mathrm{d}B - \frac{1}{30}\,\omega^0_{3\mathrm{Y}} + \omega^0_{3\mathrm{L}}. \qquad (6)$$

Многоточие в уравнении (5) соответствует фермионным членам и членам высшего порядка (R^2 и др.).

Особое внимание следует обратить на так называемые черн-саймоновские члены $\omega^0_{3\mathrm{Y}}$ и $\omega^0_{3\mathrm{L}}$ в уравнении (6): $\mathrm{d}\omega^0_{3\mathrm{Y}} = F\widetilde{F}$, $d\omega^0_{3\mathrm{L}} = R\widetilde{R}$. Они отсутствуют в минимальной локальной теории поля, однако необходимы для сокращения квантовых аномалий. В теории суперструны черн-саймоновские члены автоматически присутствуют в требуемом виде.

10. СПОНТАННАЯ КОМПАКТИФИКАЦИЯ

Интерес к суперструнным теориям значительно возрос, когда Грином и Шварцем [8,9] было обнаружено замечательное сокращение аномалий и расходимостей в эффективной локальной теории для групп SO(32) и $\mathrm{E}_8 \times \mathrm{E}_8$. Впервые была предсказана калибровочная группа на основе внутренних свойств квантовой теории! Как мы увидим в дальнейшем, группа E_8 является предпочтительной с феноменологической точки зрения, так как содержит известные группы великого объединения $\mathrm{E}_8 \supset \mathrm{E}_6 \supset \mathrm{SO}(10) \supset \mathrm{SU}(5) \supset \mathrm{SU}(3) \times \mathrm{SU}(2) \times \mathrm{U}(1)$.

Не менее важным фактом оказалась и необходимая модификация тензора напряженности $H_{\mu\nu\rho}$, обсуждаемая в предыдущем разделе. Она тесным образом связана с компактификацией «лишних» пространственных измерений. Как было обнаружено Виттеном и соавторами [10], дополнительно возникающие черн-саймоновские члены $R \times \widetilde{R}$ совместно с высшими производными в уравнениях движения приводят к спонтанной компактификации шести пространственных измерений. Они нашли решения типа $M_{10} = M_4 \times K$, где M_n — n-мерное пространство Минковского, а K — специфическое компактное пространство, называемое многообразием Калаби — Яо. Оно не имеет непрерывных симметрий, и поэтому при компактификации не возникают дополнительные векторные поля Калуцы — Клейна. Зато гравитационные спиновые связности в шестимерном пространстве оказываются равны янг-миллсовским потенциалам, в результате чего $\mathrm{d}H^6$ равен нулю.

Как выясняется, топологические свойства многообразий Калаби — Яо во многом определяют физику в эффективной четырехмерной теории.

11. РАЗМЕРНАЯ РЕДУКЦИЯ

Решения уравнений струнной теории поля должны по идее определить структуру пространства-времени и привести к компактификации шести пространственных измерений. Однако это очень сложная задача. Пока что получены только относительно простые варианты компактификации. В то же время попытки решения проблемы в рамках эффективной низкоэнергетической теории не всегда правомерны, так как отброшенные члены разложения суперструнного действия могут оказаться важными.

И все же существуют некоторые топологические ограничения, не зависящие от варианта компактификации. Так, например, из уравнения (6) следует, что для однозначного глобального определения напряженности H необходимо выполнение условия [11]

$$\int\limits_{M_4} \left(\operatorname{tr} R\widetilde{R} - \frac{1}{30}\operatorname{Tr} F\widetilde{F}\right) dv = 0, \tag{7}$$

где интегрирование ведется по произвольному замкнутому 4-мерному многообразию. Выполнение ограничения (7) гарантирует отсутствие аномалий в компактифицированной теории, а также связывает топологические свойства пространства со значением полей Янга — Миллса в «лишних» измерениях. Действительно, так как в компактном пространстве $R^{mn}_{\mu\nu} \neq 0$, то из (7) следует, что и $F^{ab}_{\mu\nu} \neq 0$ для некоторой подгруппы H из SO(32) или $E_8 \times E_8$. В результате группа симметрии компактифицированной теории нарушается до некоторой подгруппы G. При этом спектр безмассовых частиц эффективной четырехмерной теории реализует представления группы G. Схематически:

$$D = 10 \xrightarrow{R\neq 0} D = 4,$$

$$\left.\begin{matrix} \mathrm{SO}\,(32), \\ E_8 \times E_8 \end{matrix}\right\} \xrightarrow{F\neq 0} G.$$

Таким образом, топологические свойства пространства определяют группу внутренней симметрии! В случае компактификации Калаби — Яо, так как группа голономии $\mathscr{H} = \mathrm{SU}(3)$, то уравнение (7) означает, что

$$R^{mn}_{\mu\nu} = F^{mn}_{\mu\nu} \subset \mathrm{SU}\,(3).$$

Это, в свою очередь, приводит к нарушению, например, группы $E_8 \times E_8$ до $E_8 \times E_6$. При этом группа E_6 рассматривается как группа (супер)теории великого объединения, а ненарушенная группа E_8 относится к так называемому теневому миру.

Свойства теории зависят от вида многообразия Калаби — Яо. Их известно около 10 000 и пока нет примера, удовлетворяющего всем необходимым требованиям. Возможно, будут найдены какие-либо внутренние ограничения, подобно тому как это имело место для групп калибровочной симметрии.

12. ФЕНОМЕНОЛОГИЧЕСКИЕ СЛЕДСТВИЯ

Феноменологические следствия суперструнной теории пока еще разработаны мало. В большой степени они зависят от конкретного механизма компактификации. При переходе к эффективной теории великого объединения ситуация мало отличается от уже исследованных моделей, за исключением некоторых ограничений.

Эффективная теория, возникающая после компактификации $E_8 \times E_8$ гетерозисной струны на пространство Калаби — Яо, обладает следующими свойствами [1,2]:

— остается ненарушенной ($N = 1$)-суперсимметрия;

— одна из групп E_8 нарушается до E_6 как результат группы голономии $\mathcal{H} = SU(3)$;

— вторая E_8 остается ненарушенной и связана с «теневым» миром или «скрытым» сектором, который взаимодействует с нашим миром только посредством гравитации или обмена частицами с массой порядка M_{Pl};

— фермионы принадлежат 27-плетам группы E_6. Помимо кварков и лептонов, туда входят некоторые экзотические частицы;

— число поколений N_F фиксировано и равно $N_F = |X|/2$, где X — так называемая эйлерова характеристика, топологический инвариант многообразия;

— «реалистические» пространства Калаби — Яо, где $N_F = 3, 4, \ldots$, не являются просто связными, например, содержат дырки. В этом случае симметрия E_6 нарушается кольцеобразными вихрями, заключенными в многообразии

$$\begin{aligned} E_6 &\to SU(3) \times SU(2) \times U(1) \times \underline{U(1) \times U(1)}, \\ &\to SU(3) \times SU(2) \times U(1) \times \underline{SU(2)}, \end{aligned}$$

минуя группы SO(10) и SU(5). При этом получаются дополнительные, по сравнению со стандартной моделью, симметрии, которые должны проявляться на опыте;

— отсутствуют корректирующие параметры в хиггсовском секторе. Все юкавские константы связи низкоэнергетической теории определяются топологией и отличаются от стандартных теорий великого объединения. $\sin^2\theta_W$ на масштабе объединения оказывается стандартным;

— протон является (практически) стабильным;

— суперсимметрия может нарушаться «глюонным» конденсатом в теневом мире без появления космологической постоянной. В классической теории $\Lambda = 0$.

Конкретные предсказания пока весьма скудны и не сильно отличаются от теорий великого объединения. Помимо этого, из суперструнных теорий следует:

— наличие дополнительных Z- и W-бозонов от дополнительных U(1)- и SU(2)-симметрий;

— существование дробных электрических e/k и соответственно кратных магнитных $2\pi/ek$ зарядов (k — целое). Это — стабильные частицы с массой порядка M_{Pl}.

13. КОНЕЧНЫЕ СУПЕРСИММЕТРИЧНЫЕ ТЕОРИИ

Возможная конечность суперструнных теорий вселяет надежду на построение самосогласованной квантовой теории поля, включающей гравитацию. Далее она может привести и к конечной теории великого объединения. Однако, как уже говорилось, однозначного пути получения эффективной низкоэнергетической теории, исходя из суперструны, пока нет. К этой проблеме можно подойти и со стороны низких энергий, пытаясь построить конечную модель локальной квантовой теории поля.

Первая такая модель была получена путем компактификации суперструны типа I на шестимерный тор T^6 [12]. Она представляет собой максимально расширенную ($N = 4$)-суперсимметричную теорию Янга — Миллса, конечную во всех порядках теории возмущений [13].

Расширение класса конечных теорий было достигнуто в рамках ($N = 2$)-суперсимметричных моделей. Здесь расходимости возникают только в одной петле в силу так называемых теорем о неперенормировке. Добиваясь сокращения однопетлевых расходимостей соответствующим выбором набора гипермультиплетов, можно получить конечную теорию [14]. Однако такие теории малоприемлемы с феноменологической точки зрения, ибо содержат зеркальные партнеры обычных частиц, не наблюдаемые на опыте.

Недавно был предложен метод построения конечных ($N = 1$)-суперсимметричных теорий Янга — Миллса [15]. Класс таких теорий достаточно широк и не исчерпывается ($N = 4$)- или ($N = 2$)-суперсимметричными моделями. Набор полей материи в этих теориях удовлетворяет единственному ограничению

$$\sum_R T(R) = 3C_G;$$

здесь C_G — квадратичный оператор Казимира калибровочной группы, а $T(R)\,\delta^{ab} = \mathrm{Sp}\,R^aR^b$, где R^a — матрица (вообще говоря) приводимого представления полей материи.

Конечные ($N = 1$)-суперсимметричные теории великого объединения, построенные с помощью предложенного метода, выделены среди всех объединенных теорий. В них, во-первых, фиксировано число полей (число поколений), а во-вторых, существует жесткая связь между амплитудами различных процессов в силу наличия единственной независимой константы связи.

14. ПРОБЛЕМЫ И ПЕРСПЕКТИВЫ

Развитие суперструнной картины показало, что эта теория является многообещающим обобщением точечных теорий поля. На таком пути, возможно, удастся построить самосогласованную квантовую теорию всех фундаментальных взаимодействий. Однако современное понимание проблемы весьма приблизительно, препятствий впереди еще очень много. Имеющиеся пять суперструнных теорий, видимо, не исчерпывают всех возможностей, но и этого, пожалуй, слишком много, если иметь в виду уникальную квантовую теорию, внутренне самосогласованную и выделенную по своим математическим свойствам.

По-прежнему остается не ясным, чем определяются низкоэнергетические параметры теории: почему наблюдаемая размерность пространства $D = 4$? Почему группа симметрии стандартной теории есть $\mathrm{SU}(3) \times \mathrm{SU}(2) \times \mathrm{U}(1)$? Каков радиус компактификации?

Одним из главных вопросов является вопрос о том, какой физический принцип лежит в основе суперструнной теории? Возможно, что существует обобщение принципа эквивалентности ОТО в пространстве всех струнных конфигураций, приводящее к геометрическому описанию суперструн. С этим связано и понимание того, как геометрические свойства определяют физику пространства-времени.

В ближайшее время, вероятно, мы узнаем ответы на многие из поставленных здесь вопросов, и станет ясно, является ли суперструнная теория столь долгожданной «теорией всего сущего» («Theory of Everything»), или синяя птица вновь выскользнула из наших рук.

Объединенный институт ядерных исследований,
Дубна, Московская обл.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Green M. B.//а) Proc. of HEP-85 Conference. Bari, Italy, July 1985.— P. 28; б) Preprint QMC-85-15.
2. Duff M. J.//1a.— P. 679; CERN-TH. 4288/85.— Geneva, 1985.
3. Schwarz J. H.//Phys. Rept. 1982. V. 89. P. 223; Symmetry and Supergravity-84//Eds B. de Witt et. al.— Singapore: World Scientific, 1984.— P. 426.
Green M. B.//Surv. HEP. 1983. V. 3. P. 127.
Арефьева И. Я., Волович И. В.//УФН. 1985. Т. 146. С. 655. См. также ссылки в этих обзорах.

4. R e b b i C.//Phys. Rept. Ser. C. 1974. V. 12. P. 3.
S c h e r k J.//Rev. Mod. Phys. 1975. V. 47. P. 123.
5. G r e e n M. B., S c h w a r z J. H.//Nucl. Phys. Ser. B. 1974. V. 81. P. 118.
6. G r e e n M. B., S c h w a r z J. H.//Phys. Lett. Ser. B. 1984. V. 136. P. 367.
7. G r o s s D. et al.//Phys. Rev. Lett. 1985. V. 54. P. 502.
8. G r e e n M. B., S c h w a r z J. H.//Phys. Lett. Ser. B. 1985. V. 151. P. 21.
9. G r e e n M. B.//Ibidem. 1984. V. 149. P. 117.
10. C a n d e l a s P. et al.//Nucl. Phys. Ser. B. 1985. V. 258. P. 46.
11. W i t t e n E. Some Properties of SO (32) Superstrings: Princeton Univ. Preprint.— Pricenton, 1985.
12. G l i o z z i F., S c h e r k J., O l i v e D.//Nucl. Phys. Ser. B. 1977. V. 122. P. 253.
13. B r i n k L., L i n d g r e n O., N i l s s o n B. E. W.//Nucl. Phys. Ser. B. 1983. V. 212. P. 401.
14. M a n d e l s t a m S.//Ibidem. V. 213. P. 149.
H o w e P., T o w n s e n d P. K., S t e l l e K.//Ibidem. V. 214. P. 519.
H o w e P., S t e l l e K., W e s t P.//Phys. Lett. Ser. B. 1983. V. 124. P. 55.
15. E r m u s h e r A. V., K a z a k o v D. I., T a r a s o v O. V. Construction of Finite $N=1$ Supersymmetric Yang-Mills Theories: JINR E2-85-794.— Dubna, 1985.
16. W i t t e n E.//Nucl. Phys. Ser. B. 1986. V. 268. P. 253.