1986 г. Ноябрь Том 150, вып. 3
УСПЕХИ ФИЗИЧЕСКИХ НАУК

ФИЗИКА НАШИХ ДНЕЙ

539.12.01

АНОМАЛИИ *)

У. А. Бардин

Аномалии различными способами влияют на многие стороны физических явлений. Рассматривается роль аномалий в выяснении физических структур, начиная с амплитуды распада π^0 и кончая основами теории суперструн.

Аномалия впервые возникла как несогласованность в применении мезонной теории к двухфотонному распаду пиона. Псевдоскалярное и псевдовекторное описания взаимодействий пиона приводили к различным предсказаниям для амплитуды распада π^0, в то время как полевые уравнения требовали совпадения результатов обоих вычислений. Это расхождение оказалось не артефактом конкретной вычислительной схемы, но проявлением общего явления, ныне известного как аномалия. Со времени своего открытия это явление оказало влияние на многие разделы физики. В этом докладе я коротко опишу роль аномалий в определении структуры физических эффектов от распада π^0 до суперструн.

Аномалии были впервые открыты при применении методов теории возмущений к вычислению различных физических амплитуд. Знаменитая треугольная диаграмма дает вклад в двухфотонный матричный элемент аксиального тока, вычисляемый в приближении одной спинорной петли. Аномалия появляется как дополнительный вклад в тождество Уорда — Такахаши для треугольной диаграммы. Когда в начале 50-х годов было проделано прямое вычисление этого вклада [1,2], истинное значение аномалии не было оценено. Это произошло лишь много позднее в работах Адлера [3] и Белла и Джэкива [4].

Адлер изучал аномалию в контексте спинорной электродинамики и показал, что ее следует интерпретировать как операторную поправку к дивергенции аксиального векторного тока, присутствующую во всех порядках теории возмущений. Интересно, что в статье Белла и Джэкива была сделана попытка построить калибровочно и кирально инвариантную схему регуляризации для киральных полевых теорий, которая исключала бы аномалию, невозможность чего была как раз доказана Адлером. Фактически «регуляризационная» схема Белла и Джэкива не регуляризовала спинорные петли, а была скорее схемой сокращения аномалии, в которой дополнительный

*) Bardeen W. A. Anomalies: A Talk.— Перевод А. Ю. Морозова.

Уильям А. Бардин работает в Отделе теоретической физики Национальной лаборатории ускорителей им. Ферми, Батавия, США.

© W. A. Bardeen 1986
© Перевод на русский язык, издательство «Наука». Главная редакция физико-математической литературы, «Успехи физических наук», 1986

сильно взаимодействующий тяжелый фермион использовался для сокращения аномалии легкого фермиона. Когда масса этого регуляторного фермиона становится большой, он не отщепляется от легкого сектора, а индуцирует эффективное «весс-зуминовское» действие для кирального поля. Подобный механизм был недавно переоткрыт при более общем анализе отщепления тяжелых степеней свободы. Со времени этих ранних пертурбативных вычислений влияние аномалий распространилось практически на все области физики частиц и вышло за ее пределы. Я хотел бы дать обзор структуры аномалий и их влияния на широкий спектр физических результатов.

Анализ абелевой аномалии был вскоре распространен на общий неабелев случай. Аномальные тождества Уорда — Такахаши были определены для произвольного спинорного поля, взаимодействующего с неабелевым внешним полем общего вида, которое может иметь векторные, аксиально-векторные, скалярные и псевдоскалярные составляющие [5]. Этот результат показал, что аномалия является свойством взаимодействия самих неабелевых калибровочных полей [5]. Говоря современным языком, калибровочная зависимость спинорного детерминанта (или эффективного действия, генерируемого спинорными петлями) была вычислена для произвольных взаимодействий с внешними полями в операторе Дирака. Возникновение аномалии означает, что фермионный детерминант не может сохранить калибровочную ковариантность классического действия, и калибровочная нековариантность в точности определяется формулой [5], выведенной для аномалии. Это оригинальное вычисление было впоследствии многократно воспроизведено в литературе с использованием самых разнообразных методов, начиная с регуляризации Паули — Вилларса, применявшейся Штейнбергом, до элегантного метода Фуджикавы [6], опирающегося на функциональные интегралы.

Следствия спинорной аномалии выходят далеко за рамки исходного пертурбативного вычисления спинорной петли. Весс и Зумино [7] показали, что аномалия обязана удовлетворять набору условий согласованности, и что эти условия могут быть в некоторых случаях явно разрешены. Такой подход был затем чрезвычайно развит с использованием методов дифференциальной геометрии [8]. Весс и Зумино применили условия согласованности для вывода эффективного действия, описывающего взаимодействие мягких пионных полей с учетом вкладов аномалии. Аномальные члены, теперь называемые весс-зуминовскими, включают в себя амплитуду распада π^0, а также поправки к амплитудам сильных взаимодействий и многих других процессов. Значение этих членов подчеркивалось Виттеном [9]. В последнее время эти результаты применяются во многих задачах, от скирмионов до суперструн.

Фундаментальная природа спинорных петлевых аномалий определяется также существованием «адлер-бардиновских» нон-ренормализационных теорем [10,11]. Для различных методов регуляризации было продемонстрировано, что выражения для аномалий, полученные из простых спинорных петель, никак не изменяются в высших порядках теории возмущений. Эти результаты были также получены Зи [12] с использованием ренормгрупповых методов. Таким образом, аномальная структура полной теории полностью определяется известной аномальной структурой спинорной петли. Не часто случается, что точные результаты удается получить в нетривиальной физической теории поля. Однако кое-какие аспекты нон-ренормализационных теорем остаются спорными, в частности в суперсимметричных теориях [13].

В теориях калибровочных полей аномальные структуры приводят к трем важным следствиям.

а) Динамические токи должны быть калибровочно ковариантными и свободными от всех аномалий. Этого можно достичь, потребовав либо отсутствия аномалий в спинорных петлях вообще, либо сокращения различных аномальных вкладов в спинорные петли. Было показано, что вторая возмож-

ность осуществляется в стандартной модели электрослабого взаимодействия, где кварковые аномалии сокращаются с лептонными. Эти условия сокращения [14] должны быть наложены для самосогласованности динамической калибровочной симметрии.

б) С флэйворными токами связаны заряды, которые коммутируют с калибровочными динамическими токами. Однако флэйворные токи могут иметь собственные динамические аномалии, когда сохранение флейворного тока нарушается из-за аномалии, включающей динамические калибровочные поля. Эти аномалии приводят к распаду протона в стандартной модели [15], к разрешению U(1)-проблемы в КХД [16] и к фиксации структуры аксионных взаимодействий в моделях, решающих проблему CP-нарушения в сильных взаимодействиях [17].

в) Флэйворные токи могут иметь аномалии, связанные с другими флэйворными токами. Поскольку эти аномалии не перенормируются, они должны быть отражены в инфракрасной структуре точной теории. Весс-зуминовские члены [7] в эффективном пионном действии в КХД генерируются этими аномалиями. В составных моделях эти аномалии налагают на структуру связанных состояний ограничения, которые формулируются в виде условий согласованности т'Хоофта [18] на спектр связанных состояний. Эти условия доставляют практически уникальную надежную информацию о связанных структурах.

В большинстве перечисленных приложений пертурбативное вычисление аномальной структуры в сочетании с соответствующей нон-ренормализационной теоремой оказывается достаточным для получения необходимых результатов. Однако аномалии важны также и в тех случаях, когда внешние калибровочные поля имеют нетривиальную топологическую структуру.

Атья и Зингер [19] продемонстрировали существование аномалии при изучении индекса оператора Дирака, содержащего внешние калибровочные поля. Теоремы об индексе связывают топологическую структуру внешних полей с инвариантными свойствами спектра оператора. Джэкив и Ребби [20] обнаружили, что нетривиальная топологическая структура внешнего поля может привести к образованию аномальных, дробных зарядов, отвечающих токам, в которых имеется аномалия. Было предсказано [21], что дробные заряды возникают у определенных возбуждений в реальных твердотельных системах, таких, как полиацетилен; эти аномальные эффекты действительно наблюдаются экспериментально. Природа топологического заряда, генерируемого солитонами, является одновременно глобальной и локальной [22]. При анализе механизмов образования дробных зарядов была также использована теория индексов и спектральных потоков [23].

Интерпретация топологических структур в качестве частиц была впервые предложена в оригинальной работе Скирма [24]. Солитон в киральном мезонном поле стабилизируется определенным взаимодействием с высшими производными, так называемым скирмовским членом в эффективном действии. Интерес к этим скирмионам возродился [25] после открытия зарядовой и спиновой структуры солитонов, индуцированной аномалиями [26]. Приложение этих методов к эффективному действию известных мезонов (пионов, каонов и т. д.), определяемому КХД в пределе большого числа цветов, привело к интерпретации наблюдаемых барионов как солитонов мезонного поля. Хотя в мезонной теории все еще сохраняются определенные неясности, предварительные попытки развития реалистической феноменологии барионов оказались замечательно успешными [27].

Аномалия оказывает также влияние на динамику монополей. Драматическим выводом работ Рубакова [28] и Каллана [29] явилось предсказание монопольной стимуляции распада протона. Их результаты вызвали к жизни большое количество работ о взаимодействии фермионов с монополями, включая вывод законов сохранения, следующих из аномалий, связанных с топологической структурой поля монополя [30].

Показано, что взаимодействие фермионов с внешним гравитационным полем также индуцирует киральные аномалии [31]. Алварес-Гомé и Виттен [32] открыли, что фермионы, взаимодействующие с внешним гравитационным полем, могут также генерировать чисто гравитационные аномалии. Эти гравитационные аномалии ограничивают самосогласованность теорий, включающих взаимодействие с гравитационным полем, подобно случаю с обычными калибровочными аномалиями. Гравитационные взаимодействия должны обладать общековариантной и локальной лоренцевой симметриями. Гравитационные аномалии могут быть исследованы методами, развитыми для обычных калибровочных взаимодействий, благодаря прямой связи между локальной симметрией гравитации и локальными симметриями калибровочных полей. Структура гравитационных аномалий оказалась идентичной структуре соответствующих калибровочных аномалий [33]. Для построения теорий, включающих самосогласованную трактовку гравитации, необходимо понимание полной структуры гравитационных аномалий.

За последний год суперструны приобрели статус единственного кандидата на роль фундаментальной теории всей материи, которая дает единую картину всех взаимодействий, включая гравитацию. Аномалии играли критическую роль в развитии суперструнных теорий и продолжают служить существенным инструментом анализа этих теорий. Изучая калибровочные и гравитационные аномалии в высших размерностях пространства-времени. Алварес-Гомé и Виттен [32] обнаружили, что модель супергравитации, основанная на суперструнах типа II, свободна от аномалий, в то время как модели, связанные с суперструнами типа I, содержат и калибровочные и гравитационные аномалии. К сожалению, с учетом эффектов Калуцы — Клейна при редукции из естественных для суперструн десяти измерений в физические четыре измерения, лишь теории типа I имеют достаточно богатую калибровочную структуру, необходимую для описания известной феноменологии.

Аккуратный анализ теорий типа I, проведенный Грином и Шварцем [34], показал, что петлевые аномалии могут сократиться после введения в лагранжиан дополнительных аномальных членов, включающих суперпартнеров гравитационного поля. Эти члены аналогичны весс-зуминовским членам в киральных моделях и фактически содержатся в правильной версии суперструнной теории. Этот тонкий механизм сокращения работает лишь для калибровочной группы SO_{32}. Следовательно, аномальная структура разрешает единственную единую фундаментальную теорию калибровочных и гравитационных взаимодействий. Фактически супергравитационная теория допускает только одну отличную от SO_{32} калибровочную группу — $E_8 \otimes E_8$. Гросс, Харвей, Мартинек и Ром [35] использовали эту возможность и изобрели совершенно новую теорию замкнутых струн, названную ими гетеротической струной, которая может описать обе калибровочные группы SO_{32} и $E_8 \otimes E_8$.

Интенсивному изучению подвергаются эффективные низкоэнергетические теории, следующие из суперструн. И снова аномалии, в виде теорем об индексе, играют критическую роль в этом анализе. Теории суперструн должны формулироваться в десяти измерениях пространства-времени. Наблюдаемые четыре измерения получаются после отождествления шести пространственноподобных измерений с компактным шестимерным многообразием планковского размера. Большинство струнных состояний будет тогда иметь массы порядка планковского масштаба, но некоторые из струнных состояний останутся легкими и смогут сыграть роль наблюдаемых кварков, лептонов, калибровочных бозонов и т. д. Спектр легких состояний зависит от топологической структуры компактного многообразия и может быть определен из соответствующих теорем об индексе. Хотя этот анализ весьма сложен, кажется, что гетеротическая струна воспроизводит все компоненты правильной низкоэнергетической феноменологии [36], одновре-

менно с конечной теорией всех взаимодействий даже за планковским масштабом.

Аномалия возникла как курьезная несогласованность при применении мезонной теории к вычислению петли в амплитуде распада π^0. Сегодня аномалии представляются фундаментальными для многих аспектов теории частиц, в том числе для низкоэнергетических теорем КХД, сокращения аномалий в калибровочных теориях, решения U(1)-проблемы, решения проблемы сильного CP-нарушения с помощью аксионов и описания их феноменологии, для условий т'Хоофта в составных моделях, аномальных зарядовых структур солитонов, скирмионной интерпретации барионов, динамики монополей и для развития суперструнных теорий и их феноменологического анализа. Даже этот длинный список не исчерпывает всех свойств аномалий, и этот короткий обзор не может отразить разнообразные вклады многих моделей в наше понимание аномалий, их структуры и их следствий.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Steinberger J.//Phys. Rev. **1949**. V. 76. P. 1180.
   Fukuda H., Miyamoto Y.//Prog. Theor. Phys. **1949**. V. 4. P. 347.
2. Schwinger J.//Phys. Rev. **1951**. V. 82. P. 664.
3. Adler S. L.//Ibidem. **1969**. V. 177. P. 2426.
4. Bell J. S., Jackiw R.//Nuovo Cimento. **1969**. V. 60. P. 47.
5. Bardeen W. A.//Phys. Rev. **1969**. V. 184. P. 1848.
6. Этот результат был недавно распространен на случай внешних неабелевых тензорных полей общего вида; никаких новых аномалий обнаружено не было: Bardeen W. A., Deo N.//Nucl. Phys. Ser. B. **1986**. V. 264. P. 364.
7. Wess J., Zumino B.//Phys. Lett. Ser. B. **1971**. V. 37. P. 95.
8. Zumino B. Chiral Anomalies and Differencial Geometry//1983 Les Houches Lectures.
   Zumino B., Wu T.-S., Zee A.//Nucl. Phys. Ser. B. **1984**. V. 239. P. 477.
9. Witten E.//Ibidem. **1983**. V. 223. P. 422.
10. Adler S. L., Bardeen W. A.//Phys. Rev. **1969**. V. 182. P. 1517.
11. Bardeen W. A.//Proc. of Conference on Renormalization of Yang-Mills Fields/Ed. C. Korthais-Altes.— Marseille, 1972; Proc. of the XVI Intern. Conference on High Energy Physics.— Berkeley: Fermilab., 1972.— V. 2. P. 295.
12. Zee A.//Phys. Rev. Lett. **1972**. V. 29. P. 1198.
13. Breitenlohner P., Maison D., Stelle K. S.//Phys. Lett. Ser. B. **1984**. V. 134. P. 63.
    Jones D. R. T., Mezincescu L., West P. COLO-HEP-81.— 1984.
14. Bouchiat C., Iliopoulos J., Meyer Ph.//Phys. Lett. Ser. B. **1972**.V.38. P. 519.
    Gross D. J., Jackiw R.//Phys. Rev. Ser. D. **1972**. V. 6. P. 477.
    Korthais-Altes C. P., Perrottet M.//Phys. Lett. Ser. B. **1972**. V. 39. P. 546.
    Georgi H., Glashow S. L.//Phys. Rev. Ser. D. **1972**. V. 6. P. 429.
    Gunaydin M.//Ibidem. **1973**. V. 7. P. 1924.
15. 't Hooft G.//Phys. Rev. Lett. **1976**. V. 37. P. 8; Phys. Rev. Ser. D. **1976**. V. 14. P. 3423.
16. Witten E.//Nucl. Phys. Ser. B. **1979**. V. 156. P. 269.
17. Wilczek F., Weinberg S. Talks at the Ben Lee Memorial Conference. 1977.
    Weinberg S.//Phys. Rev. Lett. **1978**. V. 40. P. 223.
    Wilczek F.//Ibidem. P. 279.
    Bardeen W. A., Tye S. H. H.//Phys. Lett. Ser. B. **1978**. V. 74. P. 229.
18. 't Hooft G.//Cargese Lectures.— Cargese Summer Institute, 1979.— QCD 161: 577: 1979.
    Freishman Y., Schwinder A., Banks T., Yankielewicz S.// Nucl. Phys. Ser. B. **1981**. V. 177. P. 157.
    Coleman S., Grossman B.//Ibidem. **1982**. V. 203. P. 205.
19. Atiyah M. F., Singer I. M.//Ann. of Math. **1968**. V. 87. P. 485; **1971**. V. 97. P. 119. 139.
    Atiyah M. F., Segal G. B.//Ibidem. **1968**. V. 87. P. 531.
    Atiyah M. F., Patodi V., Singer I. M.//Bull. London Math. Soc. **1973**. V. 5. P. 229.
20. Jackiw R., Rebbi C.//Phys. Rev. Ser. D. **1976**. V. 13. P. 3398.
21. Su W. P., Schrieffer J. R., Heeger A. J.//Phys. Rev. Lett. **1979**. V. 42. P. 1692; Phys. Rev. Ser. B. **1980**. V. 22. P. 2099.
    Jackiw R., Schrieffer J. K.//Nucl. Phys. **1981**. V. 13. P. 253.

22. Goldstone J., Wilczek F.//Phys. Rev. Lett. 1981. V. 47. P. 986.
Bardeen W. A., Elitzur S., Frishman Y., Rabinovici E.//Nucl. Phys. Ser. B. 1983. V. 218. P. 445.
Zee A.//Phys. Lett. Ser. B. 1984. V. 135. P. 307.
23. Niemi A. J., Semenoff G. W.//Phys. Rev. Ser. D. 1984. V. 30. P. 609.
24. Skyrme T. H. R.//Proc. Roy. Soc. Ser. A. 1961. V. 260. P. 127.
25. Pak N. K., Tze H. C.//Ann. of Phys. 1979. V. 117. P. 164.
26. Balachandran A. P., Nair V. P., Rajeev S. G., Stern A.//Phys. Rev. Ser. D. 1983. V. 27. P. 1153.
26. Witten E.//Nucl. Phys. Ser. B. 1983. V. 223. Pp. 422, 433.
27. Adkine G. S., Nappi C. R., Witten E.//Ibidem. V. 228. P. 552.
Mattis M. P., Karliner M.//Phys. Rev. Ser. D. 1985. V. 31. P. 2833.
Caldi D. G. BNL-35050.
Fujiwara T., Igarashi Y., Kobayashi A., Otsu H., Sato T., Sawada S. DPNU-84-42.— October 1984.
28. Rubakov V. A.//Nucl. Phys. Ser. B. 1982. V. 203. P. 311.
29. Callan C. G., Jr.//Ibidem. 1983. V. 212. P. 391.
30. Sen A.//Phys. Rev. Ser. D. 1983. V. 28. P. 876.
31. Kimura T.//Prog. Theor. Phys. 1969. V. 42. P. 1191.
Delbourgo R., Salam A.//Phys. Lett. Ser. B. 1972. V. 40. P. 381.
Eguchi T., Freund P. G. O.//Phys. Rev. Ser. D. 1976. V. 37. P. 1251.
32. Alvarez-Gaumé L., Witten E.//Nucl. Phys. Ser. B. 1984. V. 234. P. 269.
Alvarez-Gaumé L., Ginsparg A.//Ibidem. P. 449.
33. Bardeen W. A., Zumino B.//Ibidem. V. 244. P. 421.
Baulieu L., Thierry-Mieg J.//Phys. Lett. Ser. B. 1984. V. 145. P. 53.
Kangouche F., Schucker J., Stora R.//Ibidem. P. 342.
34. Schwarz J. H., Green M. B.//Ibidem. V. 149. P. 117.
35. Gross D. J., Harvey J. A., Martinec E., Rohm R.//Nucl. Phys. Ser. B. 1985. V. 256. P. 253.
36. Candelas P., Horowitz G. T., Strominger A., Witten E.//Ibidem. V. 258. P. 46.