

534.222

ПЕРЕХОДНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ АКУСТИЧЕСКИХ ВОЛН**В. И. Павлов, А. И. Сухоруков****СОДЕРЖАНИЕ**

Введение	83
1. Излучение звука движущимися источниками	88
а) Исходные уравнения и энергетические характеристики излучения	88
б) Зона формирования излучения	90
2. Переходное излучение звука	91
а) Переходное излучение на плоской границе раздела сред	91
б) Возбуждение звука в жидкости лазерными импульсами. Интерпретация эффекта с точки зрения теории переходного излучения	97
в) Переходное излучение звука термооптическим источником, создаваемым при сканировании лазерного пучка через границу раздела двух сред	99
г) Переходное излучение при пересечении источником неоднородностей ограниченных размеров	100
д) Переходное излучение на слое вязкой жидкости. Влияние диссипации на формирование излучения	100
е) Переходное излучение в нестационарной среде	102
3. Дифракционное излучение звука	104
а) Излучение звука источником, движущимся вблизи неровной поверхности	104
б) Излучение звука источником, движущимся мимо полуплоскости	106
в) Излучение звука источником, пролетающим через отверстие в жестком экране	108
4. Переходное рассеяние в акустике	110
а) Переходное рассеяние в случайно-неоднородной среде	111
б) Переходное рассеяние в турбулентной среде	112
в) Переходное рассеяние поверхностных волн в акустические	112
Заключение	113
Список литературы	114

ВВЕДЕНИЕ

При движении физических объектов, не обладающих собственными частотами (в дальнейшем мы будем называть их источниками) с постоянными скоростями в упругих однородных средах единственным возможным видом акустического излучения является излучение волн Маха, имеющее место для сверхзвукового режима движения источника. В то же время в неоднородной, нестационарной средах или вблизи таких сред движение источника даже с дозвуковыми скоростями сопровождается излучением, получившим название *переходного* ¹⁻³.

Эффект переходного излучения был открыт в электродинамике в середине 40-х годов В. Л. Гинзбургом и И. М. Франком, рассмотревшими задачу о пересечении зарядом границы раздела двух сред ⁴. Впоследствии в работе ⁵ было рассмотрено рентгеновское переходное излучение, испускаемое вперед по направлению движения релятивистским зарядом и показано, что интенсивность излучения линейно растет с увеличением энергии заряда. Это обстоятельство открыло перспективы создания переходных счетчиков, эффективных для заряженных частиц больших энергий. В результате интерес к переходному излучению резко возрос. К настоящему времени этой проблеме в электродинамике посвящено огромное количество публикаций (см. ¹⁻¹⁰ и приведенную там литературу).

Переходное излучение имеет место не только в электродинамике, но и в акустике, обычной и магнитной гидродинамике, гидродинамике сверхтекучих жидкостей и т. д. Очевидно, что переходное излучение — явление универсального характера: оно может иметь место для полей любого типа. В общем случае переходное излучение может сосуществовать и интерферировать с излучением волн, возникающим в результате ускоренного движения источника или его движения со скоростью, превышающей фазовую скорость распространения волн в среде.

В данной статье дается обзор работ, посвященных теории переходного излучения акустических волн в гидродинамических средах. Поскольку речь идет, как отмечалось выше, об общеволновом явлении, то ясно, что переходное излучение акустических волн имеет много общего с переходным излучением электромагнитных волн, для которых это явление и было впервые установлено. Обзор содержит краткое описание методов решения и результатов для ряда акустических задач, многие из которых имеют близкие электродинамические аналоги. Представленные в статье задачи, имея определенное практическое значение, являются в то же время достаточно простыми. Они выбраны с целью избежать влияния посторонних эффектов и понять физические механизмы излучения. При этом следует также учесть очевидную связь данной работы с публиковавшимися ранее в УФН обзорами, которые посвящены аналогичным проблемам в электродинамике.

Мы хотели бы сразу подчеркнуть специфику, связанную с движущимися источниками акустического излучения. Известно, что движение макроскопических тел в упругой среде сопровождается созданием гидродинамических напряжений, имеющих при значительных скоростях перемещения источника нелинейный характер (появление вихрей, турбулентности, при сверхзвуковых скоростях — ударных волн и т. д.). Поэтому на основе классического волнового уравнения допустимо корректно рассматривать либо микроскопические источники (пучки заряженных или нейтральных частиц, тела в разреженной среде и т. д.), либо так называемые «бестелесные» источники, т. е. перемещаемые в среде области гидродинамических напряжений, которые могут создаваться, например, электромагнитными полями (за счет выделения тепла или стрикции), движущимися вихрями, турбулентными потоками и т. п. либо, если речь идет о кристалле, дислокациями. Наконец, в рамках линейной теории может быть рассмотрено также движение в газе хорошо обтекаемых тонких «крыльев» при малых углах наклона к направлению потока (малых «углах атаки»), а также протяженных тел вращения^{11, 12}. Такие тела должны иметь удлиненную в направлении движения форму, плавно заостренную сзади, а спереди — закругленную для дозвукового и заостренную (с малым углом заострения) для сверхзвукового движения. При выполнении этих условий можно считать, что течение газа сохраняет потенциальность, которая не нарушается ударными волнами малой интенсивности, возникающими при сверхзвуковом движении тела^{*}).

По-видимому, переходное излучение акустических волн впервые рассматривалось в работе¹⁴, где решалась простейшая в известном смысле задача — пересечение плоской границы раздела двух газообразных сред телом, размеры которого меньше длины свободного пробега молекул среды.

В последние годы выполнен ряд исследований по изучению переходного излучения звука движущимися дислокациями в кристаллах. Переход дисло-

^{*}) Следует, однако, иметь в виду, что это утверждение касается лишь «умеренных» сверхзвуковых скоростей движения тела, когда вызываемые им возмущения среды малы. В случае же гиперзвуковых скоростей ($Ma \gg 1$) возмущения скорости частиц, малые по сравнению со скоростью набегающего потока V , могут быть не малыми по сравнению со скоростью звука c . При этом выводы линейной теории становятся неприменимыми даже при рассмотрении хорошо обтекаемых тонких заостренных тел (см., например, ^{11, 13}). Наконец, линейная теория неприменима также в случае околосвуковых $Ma \rightarrow 1$ скоростей движения тел.

каций через плоскость разрыва упругих модулей в кристаллах должен сопровождаться излучением звука, механизм которого следует считать переходным¹⁵. Известным аналогом рассматриваемого эффекта является излучение звука дислокациями при их выходе на поверхность кристалла *). Теоретически обоснованный в работе¹⁵, этот тип излучения впоследствии был обнаружен и исследован в ряде экспериментальных работ¹⁶⁻¹⁹. Авторам работы¹⁷ удалось выявить излучение звука, сопровождающее момент выхода дислокаций на поверхность, в чистом виде, исключив нестационарное перемещение дислокаций внутри кристалла, обуславливающее излучение звука, аналогичное тормозному излучению электромагнитных волн ускоренно движущимися зарядами. В работе¹⁸ проведено измерение пространственного распределения излучения от скопления дислокаций, в¹⁹ зарегистрированы импульсы акустической эмиссии, генерируемые при выходе на поверхность отдельных дислокаций.

Переходное излучение акустических волн при прохождении заряженной частицы границы раздела двух сред с различными акустоэлектрическими свойствами изучено в работе²⁰. Оно обусловлено движением границы раздела под действием электрического поля, сопровождающего частицу.

Несомненный интерес представляет исследование переходного излучения многочисленных типов поверхностных акустических волн в твердых телах. Отметим здесь работу²¹, в которой рассмотрено излучение рэлеевских волн дислокацией, выходящей на поверхность кристалла, а также²², где анализировалась генерация волн типа Гуляева — Блюстейна при прохождении пучка заряженных частиц через границу раздела вакуум — пьезоэлектрик.

Изучению некоторых вопросов теории переходного излучения в гидродинамике посвящены работы²³⁻²⁷. В²⁸ рассмотрено переходное излучение акустико-гравитационных волн источником массы, пересекающим границу раздела двух сред, в каждой из которых из-за влияния поля тяжести давление и плотность меняются по барометрическому закону.

Усиление в последнее время интереса к рассматриваемому кругу акустических задач в немалой степени обусловлено появившейся возможностью генерации звука движущимися оптико-акустическими источниками²⁹⁻³¹. Такие источники, представляющие собой движущиеся области напряжений в среде и вызываемые либо неоднородным нагревом среды при поглощении оптического излучения, либо электрострикцией, могут быть реализованы, например, сканированием по поверхности жидкости лазерными пучками³² или созданием движущегося светового фокуса в нелинейной среде³³. Одно из очевидных преимуществ оптико-акустических источников заключается в отсутствии эффектов обтекания средой, что облегчает сопоставление выводов теории с экспериментом. Указанные возможности стимулировали исследование различных вопросов теории излучения звука движущимися источниками^{29, 34-38} и, в частности, переходного излучения звука оптико-акустическими источниками³⁹⁻⁴⁴.

Как известно, среди механизмов оптико-акустического эффекта наиболее существенным в оптически поглощающих средах и при малых (по сравнению с теплотой парообразования) плотностях выделившейся в среде энергии является тепловой механизм. В последние годы теория оптической генерации звука в условиях теплового механизма получила значительное развитие²⁹⁻³¹. Наряду с другими вопросами детально исследовано возбуждение звука в жидкости лазерными импульсами. Для нас здесь существенно то обстоятельство, что распространяющийся в среде лазерный импульс также является оптико-акустическим источником, движущимся со скоро-

*) Часто термин «переходное излучение» трактуется в более широком смысле: он распространяется и на излучение, связанное с исчезновением источника при выходе на поверхность.

стью света. При пересечении таким импульсом границы раздела сред возникает переходное излучение звука. Таким образом, эффект возбуждения звука в жидком полупространстве лазерными импульсами может рассматриваться как одна из разновидностей акустического переходного излучения (см., например, ^{30, 45-53}).

Итак, одним из источников, представляющих наибольший интерес в акустике движущихся сред, является оптико-акустический источник. Если при этом преобладающим механизмом генерации звуковых возмущений является тепловой механизм, такой источник называют также термооптическим или тепловым. Не ограничивая общности, будем говорить в этом случае о тепловом источнике, имея в виду также пучки заряженных частиц. Действительно, тепловой механизм генерации звуковых возмущений играет основную роль и в случае пролета пучков тяжелых заряженных частиц через конденсированные среды. Существенно упрощая рассмотрение, можно считать, что при своем движении в среде частица окружена «перегретой» областью, размеры которой в основном определяются процессом гидродинамической разгрузки ⁵⁴.

Кроме перечисленных выше, в акустике представляет интерес источник возмущений, характеризующийся силой, обратной лобовому сопротивлению. Этот механизм генерации звука является существенным в задачах аэроакустики и рассматривался, в частности, в работе ¹⁴. При движении в газообразной среде объектов с линейными размерами l , не превосходящими длины свободного пробега $\lambda_{св}$, имеет место режим свободного молекулярного обтекания. Сила лобового сопротивления, действующая на движущееся с постоянной скоростью V тело, определяется выражением

$$F^* = -\alpha S \rho_0 s V$$

в случае дозвукового движения ($V < s$) и

$$F^* = -\alpha S \rho_0 |V|$$

в случае сверхзвукового движения ($V > s$). Здесь α — численный коэффициент, зависящий от характера соударений атомов или молекул среды с поверхностью тела и ее формы, S — эффективная площадь лобового сечения, ρ_0 — равновесная плотность среды, s — скорость звука. Движущееся тело действует с силой $F = -F^*$ на частицы среды, расположенные в непосредственной близости от него. Если ограничиться рассмотрением гидродинамических возмущений с характерными размерами, превышающими длину свободного пробега и, следовательно, много больше размеров тела, то силу f , действующую на единицу объема среды, можно записать в виде

$$f = F \delta(x - Vt - x_0). \quad (B.1)$$

В ряде случаев источником гидродинамических возмущений может быть движущееся распределение источников массы. При этом в уравнение непрерывности входит слагаемое вида

$$m = \mu g(x - Vt - x_0), \quad (B.2)$$

где функция g описывает распределение источника, а $\mu(t)$ — его изменение во времени.

Наконец, упомянем здесь еще один механизм генерации звука, имеющий важное значение в аэроакустике.

Лайтхиллом ⁵⁵ был предложен подход для расчета акустического излучения, генерируемого занимающим относительно небольшую область турбулентным потоком, помещенным в однородную среду, в которой скорость звука и равновесная плотность остаются постоянными. Им было получено уравнение вида

$$\Delta p' - \frac{1}{s^2} \frac{\partial^2 p'}{\partial t^2} = - \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} T_{ij}, \quad (B.3)$$

где p' — вариации давления, s — скорость звука, $T_{ij} = \rho v_i v_j + \delta_{ij}(p' - s^2 \rho')$ — тензор турбулентных напряжений Лайтхилла, e_{ij} — тензор вязких напряжений.

Это уравнение имеет такую же структуру, как и волновое уравнение, описывающее акустическое поле, генерируемое квадрупольным источником. Оно служит отправной точкой при рассмотрении задачи генерации аэродинамического шума, например, турбулентным воздушным потоком (или любым другим нестационарным потоком при больших числах Рейнольдса) относительно небольшой пространственной протяженности (такой, как струя). В ряде случаев можно ограничиться приближением^{56, 57}, при котором $T_{ij} \sim \rho v_i v_j$ в области струи и равно нулю вне ее.

Итак, уже предварительно можно выделить некоторые наиболее существенные особенности переходного излучения в акустике.

Во-первых, в отличие от электродинамических задач источники звуковых возмущений могут быть весьма разнообразными (тепловой, массовый, силовой и т. д.).

Во-вторых, пересечение источником границы раздела сред в ряде случаев сопровождается перестройкой самого источника (например, в случае теплового источника — изменением его мощности, характерных размеров, а также теплофизических параметров). Как будет показано ниже, возникающее при этом излучение интерферирует с переходным. Если, кроме того, источник перемещается со сверхзвуковой скоростью, излучается также волна Маха (черенковское излучение).

Очевидно, что в этом случае может иметь место интерференция трех видов излучения.

Наконец, еще один важный аспект различия электродинамической и акустической задач состоит в подходах к проблеме. В электродинамике наибольший интерес представляет вопрос об энергетических потерях на излучение движущейся точечной частицы и основными характеристиками переходного излучения являются спектральная плотность (либо спектральная мощность) излучения, угловое распределение энергии излучения и т. д.

В акустике же часто оказывается важным иметь пространственно-временное описание распределения давлений, поскольку акустические датчики обычно измеряют не интенсивность излучения, а непосредственно давление в звуковой волне.

Далее, в отличие от электродинамики, в акустике зачастую важен учет протяженности источника. В этом случае переходное излучение представляет собой звуковой импульс, форма которого, определяемая структурой самого движущегося источника, и является наиболее важной характеристикой процесса.

Структура статьи следующая.

В гл. 1 рассматриваются общие вопросы акустического переходного излучения, дается качественный анализ процесса формирования излучения.

В гл. 2 обсуждаются некоторые основные задачи теории акустического переходного излучения.

Согласно принятому определению, к переходному излучению мы относим также излучение, возникающее при движении источника в однородной среде, но вблизи каких-либо неоднородностей (экранов, неровных поверхностей и т. д.). Вместе с тем как в электродинамике, так и в акустике излучение этого вида чаще именуется дифракционным. Соответствующие аспекты будут затронуты в гл. 3.

Гл. 4 посвящена переходному рассеянию. Акустическим переходным рассеянием, по аналогии с переходным рассеянием в электродинамике, могут быть названы процессы трансформации в акустические волны волн и возмущений любой физической природы, обусловленные взаимодействием последних с движущимися или неподвижными источниками.

1. ИЗЛУЧЕНИЕ ЗВУКА ДВИЖУЩИМИСЯ ИСТОЧНИКАМИ

а) Исходные уравнения и энергетические характеристики излучения

Выпишем прежде всего систему линеаризованных уравнений гидродинамики, дополненных уравнениями состояния и теплопроводности жидкости:

$$\rho_0 \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} = -\nabla p' + \eta \Delta \mathbf{v} + \left(\zeta + \frac{\eta}{3} \right) \nabla \operatorname{div} \mathbf{v} + \mathbf{f}, \quad (1.1)$$

$$\frac{\partial \rho'}{\partial t} = -\rho_0 \operatorname{div} \mathbf{v} + m, \quad (1.2)$$

$$\rho_0 T_0 \frac{\partial \sigma'}{\partial t} = \kappa \Delta T' + Q, \quad (1.3)$$

$$\rho' = \frac{1}{s^2} p' - \frac{\rho_0 \beta T_0}{c_p} \sigma', \quad (1.4)$$

$$T' = \frac{\beta T_0}{\rho_0 c_p} p' + \frac{T_0}{c_p} \sigma'; \quad (1.5)$$

здесь \mathbf{v} — скорость жидкости, p' , ρ' , T' и σ' — вариации давления, плотности, температуры и энтропии относительно их равновесных значений ρ_0 , ρ_0 , T_0 и σ_0 ; η и ζ — коэффициенты сдвиговой и объемной вязкости. Величины Q , \mathbf{f} и m характеризуют действие соответственно тепловых, силовых и массовых источников в среде: Q — плотность мощности тепловых источников, обусловленных поглощением в жидкости, например, оптического излучения, и т. п., \mathbf{f} — сила, действующая на единицу объема среды, m — количество массы, выделившееся в единице объема среды в единицу времени. Наконец, s — скорость звука, β — коэффициент теплового расширения, c_p — теплоемкость при постоянном давлении *).

Предположим, что источники в каждый момент времени локализованы в ограниченной области пространства. Пусть l_{\min} — характерный минимальный размер этой области (например, в случае теплового источника l_{\min} — минимальный размер области поглощения возбуждающего звук излучения). Тогда при выполнении условий

$$\omega \gg \left\{ \frac{\chi}{l_{\min}^2}, \frac{\nu}{l_{\min}^2} \right\}, \quad (1.6)$$

где ω — частота излучаемой звуковой волны, $\nu = [(4\eta/3) + \zeta]/\rho_0$ — кинематическая вязкость, $\chi = \kappa/\rho_0 c_p$, исходная система уравнений существенно упрощается и может быть сведена к уравнению для вариаций давления:

$$\Delta p' - \frac{1}{s^2} \frac{\partial^2 p'}{\partial t^2} + 2\delta \Delta \frac{\partial p'}{\partial t} = \operatorname{div} \mathbf{f} - \frac{\beta}{c_p} \frac{\partial Q}{\partial t} - \frac{\partial m}{\partial t}, \quad (1.7)$$

где $\delta = (1/2s^2) [\nu + \chi(c_p/c_v - 1)]$, c_v — теплоемкость при постоянном объеме.

Условие (1.6), которое характеризует малое влияние теплопроводности и вязкости на эффективность механизма генерации звука, ограничивает звуковые частоты ω снизу. Те же процессы ограничивают звуковые частоты сверху условием малости поглощения генерируемых волн:

$$\omega \ll \left\{ \frac{s^2}{\chi}, \frac{s^2}{\nu} \right\}. \quad (1.8)$$

При выполнении этого условия (справедливого для большинства жидкостей вплоть до гиперзвуковых частот) влиянием диссипации в волновой зоне можно пренебречь и записать закон сохранения энергии для исходной

*) При учете стрикционного механизма в правую часть уравнения (1.1) следует добавить слагаемое $(\rho_0/8\pi) (\partial \epsilon / \partial \rho) \mathbf{T} \nabla (E^2)$, где ϵ — диэлектрическая проницаемость жидкости, E — напряженность электрического поля оптического излучения (см. ⁴⁵).

системы в виде ⁵⁸

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[\int d\mathbf{x} \left(\frac{\rho_0 v^2}{2} + \frac{p'^2}{2\rho_0 s^2} \right) \right] + \oint_{\Sigma} d\Sigma p' \mathbf{v} = \int d\mathbf{x} \left[\mathbf{v} \mathbf{f} + \frac{\beta}{\rho_0 c_p} p' Q + \frac{1}{\rho_0} p' m \right]. \quad (1.9)$$

Здесь первое и второе слагаемое характеризуют изменение во времени плотности акустической энергии и ее поток через ограничивающую поверхность Σ , величина в правой части характеризует работу силы радиационного трения.

Сразу подчеркнем, что для рассматриваемого ниже переходного эффекта излученная энергия, как правило, не будет равна работе, совершаемой полем над источником *). Это обстоятельство обусловлено тем, что при переходе источника из одной среды в другую изменяется его собственное (сопровождающее) поле, т. е. изменяется энергия собственного поля источника. Аналогичный вопрос о макроскопической перенормировке массы (заряда) при пересечении им границы раздела двух сред подробно обсуждался в ¹.

Поэтому укажем сразу один из известных методов вычисления спектральной плотности энергии излучения.

На больших расстояниях $|\mathbf{x}|$ от области развития интересующего нас процесса (больших по сравнению с характерными пространственными масштабами явления) излученное поле в малых участках пространства можно рассматривать как плоскую волну. Излученные волны уносят определенную энергию. Поток энергии дается вектором $\mathbf{S} = p' \mathbf{v}$, равным в плоской волне $\mathbf{S} = (p')^2 \mathbf{n} / \rho_0 s$, где \mathbf{n} — единичный вектор из начала координат в точку наблюдения. Интенсивность излучения в элемент угла $d\Omega = \sin \theta d\theta d\varphi$, как известно, определяется как количество энергии, протекающей в единицу времени через элемент $d\Sigma = |\mathbf{x}|^2 d\Omega$ шаровой поверхности с центром в начале координат и с радиусом $|\mathbf{x}|$. Тогда полное количество энергии, протекшей через элемент $d\Sigma$, есть

$$\mathcal{E} = \int_{-\infty}^{\infty} dt \frac{(p')^2}{\rho_0 s} |\mathbf{x}|^2 d\Omega. \quad (1.10)$$

Имея в виду соотношение

$$\int_{-\infty}^{\infty} dt (p')^2 = 2 \int_0^{\infty} \frac{d\omega}{2\pi} |p_{\omega}|^2, \quad \omega > 0, \quad (1.11)$$

получаем

$$\mathcal{E} = \int_0^{\infty} d\omega d\Omega \left(\frac{1}{\pi \rho_0 s} |\rho_{\omega}|^2 |\mathbf{x}|^2 \right), \quad (1.12)$$

т. е. величина

$$d\mathcal{E}_{\mathbf{n}, \omega} = \frac{1}{\pi \rho_0 s} |\mathbf{x}|^2 |\rho_{\omega}|^2 d\omega d\Omega = \mathcal{E}_{\mathbf{n}, \omega} d\omega d\Omega \quad (1.13)$$

имеет смысл энергии, излученной в элемент телесного угла $d\Omega$ в направлении \mathbf{n} в виде волн в частотном интервале $d\omega$. При этом величина $\mathcal{E}_{\mathbf{n}, \omega}$ характеризует угловое распределение спектральной плотности энергии излучения.

*) Равенство этих величин, разумеется, имеет место в задачах дифракционного излучения и переходного рассеяния (см. гл. 3—4), когда энергия собственного поля источника в среде в среднем остается неизменной.

б) З о н а ф о р м и р о в а н и я и з л у ч е н и я

Если интересующий нас процесс происходит в системе, состоящей из граничащих между собой областей, в каждой из которых справедливы уравнения (1.1) — (1.5) с соответствующими значениями равновесных параметров, то следует принимать во внимание и граничные условия. Именно наличие границ и является, как правило, причиной формирования переходного излучения (рис. 1).

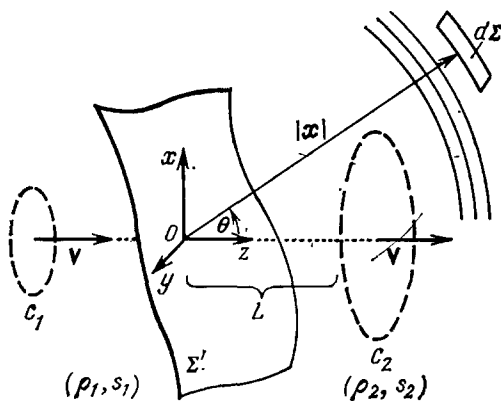


Рис. 1. Пересечение источником границы раздела Σ' сред с различными акустическими параметрами и последующее перестроение «шубы» источника с излучением звука

Дело заключается в том, что равномерно движущийся с дозвуковой скоростью источник окружен сопровождающей его областью гидродинамических возмущений — «шубой», которая не отрывается от него. Распределение «шубы» вокруг источника определяется как скоростью его движения V , так и равновесными параметрами, характеризующими среду, такими, например, как скорость звука, плотность и т.п. (Некоторая линия равного напряжения $C_{1,2}$, окружающего источник поля, изображена на рис. 1.) Попада-

дая в область пространства, где эти параметры имеют отличные от первоначальных значения, «шуба» начинает перестраиваться, стремясь к распределению, соответствующему новым параметрам среды. Этот процесс не может осуществиться мгновенно из-за конечности скорости распространения акустического сигнала и развивается в течение некоторого характерного времени τ . За это время источник успевает переместиться на расстояние $L_f = V\tau$. Очевидно, что расстояние L_f , на котором перестроение сопровождающего источник поля практически завершается, может называться длиной формирования.

Эта величина может быть определена также следующим образом. Перестроение сопровождающего источник поля в силу закона сохранения энергии (и выполнения граничных условий) сопровождается появлением добавочного поля — поля излучения. Расстояние, на котором поле излучения и сопровождающее источник поле окажутся разделенными на величину порядка длины волны, также может рассматриваться как характерная длина развития процесса¹.

Длину зоны формирования излучения можно определить, таким образом, выражением

$$L_f = \frac{\lambda/2}{|(s/V) - \cos \theta|}, \quad (1.14)$$

где θ — угол между направлениями излучения и движения источника. Для источника же конечных размеров импульс переходного излучения с характерной длительностью τ_{\max} , определяемой параметрами задачи, формируется на длине

$$L_f = \frac{s\tau_{\max}}{|(s/V) - \cos \theta|}. \quad (1.15)$$

Заметим, что выражения (1.14) — (1.15) справедливы как для дозвукового, так и для сверхзвукового движения источника.

В заключение настоящего раздела остановимся кратко на вопросе о том, в каких случаях мы можем считать, что параметры, характеризующие источ-

ник (скорость движения, характерные размеры источника, величины Q , t и др.), остаются неизменными при движении источника в однородных средах и могут изменяться только при пересечении им границ раздела сред. Это предположение справедливо, если характерная длина L , на которой в действительности все же происходит изменение параметров источника *), значительно превышает длину формирования переходного излучения L_f :

$$L \gg L_f. \quad (1.16)$$

Так как изменение источника на длине L сопровождается излучением волн с характерной доплеровской частотой ⁵⁹

$$\omega_d = \frac{2\pi V/L}{|1 - (V/s) \cos \theta|}, \quad (1.17)$$

то в соответствии с (1.14) при выполнении условия $L \gg L_f$ переходное излучение и излучение, обусловленное изменением источника во времени, будут разнесены по частоте и могут рассматриваться независимо ⁴⁰. Отметим, что влияние особенностей поглощения проникающего излучения в конденсированной среде на генерацию звука рассматривалось в работе ⁶⁰.

Наконец, еще одно замечание касается вопроса о том, допустимо ли при наличии излучения (и, следовательно, связанного с ним изменения собственной энергии источника) считать скорость источника V постоянной. Ситуация здесь, разумеется, совершенно та же, что и в электродинамике ¹⁻³: скорость источника может считаться неизменной (в отсутствие внешних сил) вследствие предположения о бесконечно большой его собственной энергии. Вместе с тем скорость источника может изменяться под действием внешних сил, и в таких случаях это изменение, обуславливающее появление тормозного излучения, конечно, необходимо учитывать.

2. ПЕРЕХОДНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ ЗВУКА

а) Переходное излучение на плоской границе раздела сред

1. Начнем с рассмотрения наиболее характерной задачи: выяснения свойств переходного излучения звука при пересечении тепловым источником плоской границы раздела двух сред. Подобная задача для малого тела, действующего на среду с силой, обратной лобовому сопротивлению, решена в работе ¹⁴. Детальный анализ переходного излучения при пересечении плоской границы раздела двух сред протяженным оптико-акустическим источником проведен в работе ⁴⁰. Ниже мы будем следовать в основном этой работе.

Будем считать, что источник движется в положительном направлении оси Oz и симметричен относительно этой оси. На границе раздела, совпадающей с плоскостью x, y , скачкообразное изменение испытывают скорость звука s_n и равновесные значения параметров сред: плотность ρ_n , коэффициент объемного расширения β_n , теплоемкость c_{pn} , $n = 1, 2$ (рис. 2).

Исходным для решения задачи является волновое уравнение

$$\Delta p_n - \frac{1}{s_n^2} \frac{\partial^2 p_n}{\partial t^2} = - \frac{\partial D_n}{\partial t}, \quad (2.1)$$

где $D_n = \beta_n Q_n / c_{pn}$, $Q_n(x - V_n t)$ — количество тепла, выделившегося в единице объема в единицу времени.

*) В реальных ситуациях всегда имеет место изменение движущегося источника во времени. Например, при распространении в среде лазерного импульса происходит его ослабление вследствие поглощения; в этом случае $L = \mu^{-1}$, где μ — коэффициент поглощения лазерного излучения. Если речь идет о движущемся в среде пучке частиц, то изменение источника во времени может быть связано с изменением энергетических потерь частиц, их скорости (вследствие торможения).

Уравнение (2.1) необходимо дополнить граничными условиями, следующими из требования неразрывности среды и равенства давлений на границе раздела, причем первое из этих условий записывается в виде равенства нормальных компонент скоростей. В линейном приближении граничные условия при $z = 0$ имеют вид

$$\frac{1}{\rho_1} \frac{\partial p_1}{\partial z} = \frac{1}{\rho_2} \frac{\partial p_2}{\partial z}, \quad p_1 = p_2. \quad (2.2)$$

Прежде чем перейти непосредственно к изложению результатов решения поставленной задачи, сделаем одно замечание общего характера. Строго говоря, переходным излучением мы должны называть излучение, связанное с изменением акустических параметров на траектории движения источника. Одновременное изменение теплофизических параметров β_n , c_{pn} и величины Q_n , входящих в правую часть уравнения (2.1) и тем самым характеризующих

Рис. 2. Пересечение источником плоской границы раздела сред

источник, дает вклад в общее излучение, обусловленный *перестройкой самого источника*. Излучение, вызванное изменением скорости движения V_n источника, по аналогии с электродинамикой, можно называть тормозным. Тем не менее излучение звука, обусловленное перестройкой источника, и тормозное излучение — эффекты, в известном смысле родственные переходному излучению, и представляет интерес оценить их влияние на картину излучения именно в такой простейшей постановке задачи.

Так как задача является однородной по времени и по направлениям Ox и Oy , удобно воспользоваться преобразованием Фурье по времени и преобразованием Ханкеля по поперечной координате r :

$$p(x, t) = \int_0^\infty d\kappa \int_{-\infty}^\infty \frac{d\omega}{2\pi} \kappa J_0(\kappa r) e^{-i\omega t} \bar{p}_{\omega, \kappa}(z), \quad (2.3)$$

$$\bar{p}_{\omega, \kappa}(z) = \int_0^\infty dr \int_{-\infty}^\infty dt r J_0(\kappa r) e^{i\omega t} p(x, t).$$

Подставляя разложение (2.3) в (2.1), (2.2), получаем систему уравнений для фурье-компоненты $\bar{p}(z)$ (для краткости индексы ω и κ опускаем)

$$\frac{d^2 \bar{p}_n}{dz^2} + \left(\frac{\omega^2}{s^2} - \kappa^2 \right) \bar{p}_n = \frac{i\omega \bar{D}_n(\omega/V_n, \kappa)}{V_n} e^{i\omega z/V_n}, \quad (2.4)$$

$$\frac{1}{\rho_1} \frac{\partial \bar{p}_1}{\partial z} \Big|_{z=0} = \frac{1}{\rho_2} \frac{\partial \bar{p}_2}{\partial z} \Big|_{z=0}, \quad \bar{p}_1|_{z=0} = \bar{p}_2|_{z=0}, \quad (2.5)$$

где $\bar{D}_n\left(\frac{\omega}{V_n}, \kappa\right) = \frac{1}{2\pi} \int d\mathbf{x} D_n(\mathbf{x}, t=0) e^{-i\mathbf{k}\mathbf{x}}, \quad \mathbf{k} = \left\{ \kappa, \frac{\omega}{V_n} \right\}.$

Решение уравнения (2.4) будет суммой частного решения, определяющего собственное поле источника в среде:

$$\bar{p}_n^{\text{собств}} = \frac{i\omega}{V_n} \frac{\bar{D}_n(\omega/V_n, \kappa)}{\mu_n^2 - (\omega^2/V_n^2)} e^{i\omega z/V_n}, \quad (2.6)$$

и общего решения, определяющего поле излучения:

$$\bar{p}_n^{\text{перех}} = a_n e^{\pm i\mu_n z}, \quad \text{где } \mu_n = \sqrt{(\omega^2/s_n^2) - \kappa^2}. \quad (2.7)$$

Амплитуды a_n находятся из граничных условий (2.5) и оказываются равными

$$\begin{aligned} a_1 &= \frac{i\omega\rho_2}{\rho_1\mu_2 + \rho_2\mu_1} \left[\frac{\rho_1/\rho_2}{\omega + \mu_2 V_2} \bar{D}_2 \left(\frac{\omega}{V_2}, \kappa \right) - \frac{\omega - \mu_2 V_1 \rho_1/\rho_2}{\omega^2 - \mu_1^2 V_1^2} \bar{D}_1 \left(\frac{\omega}{V_1}, \kappa \right) \right], \\ a_2 &= \frac{i\omega\rho_1}{\rho_1\mu_2 + \rho_2\mu_1} \left[\frac{\omega + \mu_1 V_2 \rho_2/\rho_1}{\omega^2 - \mu_2^2 V_2^2} \bar{D}_2 \left(\frac{\omega}{V_2}, \kappa \right) - \frac{\rho_2 \rho_1}{\omega - \mu_1 V_1} \bar{D}_1 \left(\frac{\omega}{V_1}, \kappa \right) \right]. \end{aligned} \quad (2.8)$$

Поле $\bar{p}_n^{\text{перех}}$ представляет собой поле переходного излучения, но только в том случае, когда выражение (2.7) описывает распространяющуюся волну, т. е. при $\omega^2/s_n^2 > \kappa^2$. При $\omega^2/s_n^2 < \kappa^2$ поле $\bar{p}_n^{\text{перех}}$ экспоненциально затухает с удалением от границы и в этом случае необходимо положить $\mu_n = i\sqrt{\kappa^2 - (\omega^2/s_n^2)}$.

2. Для получения пространственно-временного описания поля излучения необходимо совершить обратное преобразование Фурье — Ханкеля. Основной вклад интеграла по κ находится методом перевала. Для определенности примем гауссово распределение функции D_m :

$$D_m(\mathbf{x} - \mathbf{V}t) = (\gamma_m \rho_m / l_m b_m^2 \pi^{3/2}) \exp \left[-\frac{(z - V_m t)^2}{l_m^2} - \frac{r^2}{b_m^2} \right], \quad \gamma_m = \frac{\beta_m g_m}{\rho_m c_{pm}},$$

и, опуская соответствующие вычисления, выпишем выражение для давления в дальней зоне по отношению к «следу» источника на границе ^{40 *}:

$$\begin{aligned} p_n^{\text{перех}}(|\mathbf{x}|, \theta_n, t) &= \frac{\rho_n W_n(\theta_n)}{4\pi^{3/2} |\mathbf{x}|} \left[\gamma_2 f_2^{(n)}(\theta_n) \frac{e^{-[t - (|\mathbf{x}|/s_n)]^2 / (\tau_{l_2}^2 + \tau_{b_{2n}}^2)}}{\sqrt{\tau_{l_2}^2 + \tau_{b_{2n}}^2}} - \right. \\ &\quad \left. - \gamma_1 f_1^{(n)}(\theta_n) \frac{e^{-[t - (|\mathbf{x}|/s_n)]^2 / (\tau_{l_1}^2 + \tau_{b_{1n}}^2)}}{\sqrt{\tau_{l_1}^2 + \tau_{b_{1n}}^2}} \right]; \end{aligned} \quad (2.9)$$

здесь $W_n(\theta_n) = \frac{2 \cos \theta_n}{\cos \theta_n + Z_{n\alpha} \sqrt{1 - (s_\alpha/s_n)^2 \sin^2 \theta_n}}$ — коэффициент прохождения волны через границу ($\alpha = 3 - n$); $\tau_{lm} = l_m/V_m$ — время пробега источником границы, $\tau_{bmn} = (b_m/s_n) \sin \theta_n$ — время «пробега звуком» проекции поперечного размера источника b_m на направление наблюдения; $f_m^{(n)}$ — функции, характеризующие направленность излучения; так, для второй среды ($n = 2$)

$$\begin{aligned} f_1^{(2)}(\theta_2) &= \frac{1}{1 - (V_1/s_1) \sqrt{1 - (s_1/s_2)^2 \sin^2 \theta_2}}, \\ f_2^{(2)}(\theta_2) &= \frac{1 + Z_{21}(V_2/V_1) \sqrt{1 - (s_1/s_2)^2 \sin^2 \theta_2}}{1 - (V_2/s_2)^2 \cos^2 \theta_2}, \end{aligned} \quad (2.10)$$

θ_1, θ_2 — углы между вектором наблюдения и вектором $-\mathbf{V}_1$ (для первой среды) и \mathbf{V}_2 для второй среды, $Z_{n\alpha} = \rho_n s_n / \rho_\alpha s_\alpha$.

Анализ выражения (2.9) показывает, что импульсы переходного излучения также имеют гауссову форму и длительности, определяемые наиболь-

*) Дальняя зона определяется условием справедливости перехода к асимптотике функций Ханкеля при большом аргументе. Кроме того, необходимо потребовать плавность зависимостей $D_m(\kappa)$. Наконец, условие отсутствия интерференции переходного излучения с собственным полем источника записывается в виде $|\mathbf{x}| \gg L_{tn}$, где длина формирования L_{tn} определяется выражением (1.15). Перечисленные условия задают область применимости выражения (2.9):

$$|\mathbf{x}| \gg \max \left\{ \frac{s_n (\tau_{\max})_n}{\sin^2 \theta_n}, \frac{s_n (\tau_{\max})_n}{1 - (V_m/s_n) \cdot \cos \theta_n} \right\},$$

где $(\tau_{\max})_n = \max \{ \tau_{l_m}, \tau_{b_{mn}} \}$; $m, n = 1, 2$ (см. ниже).

шим из характерных времен τ_{l_1} , $\tau_{b_{1n}}$ или τ_{l_2} , $\tau_{b_{2n}}$, причем полярность импульсов может быть разной. Отметим, что при $\tau_{l_m} \gg \tau_{b_{mn}}$ источник можно считать δ -образным в поперечном сечении. Для точечных источников звуковые импульсы в точке наблюдения имеют вид δ -функций.

3. Так выглядит картина излучения, если движение источника в обеих средах дозвуковое. Рассмотрим теперь противоположный случай: источник

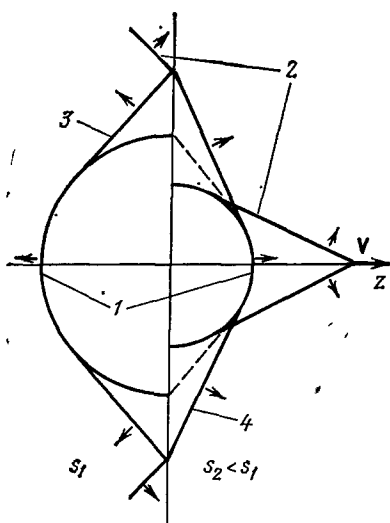


Рис. 3. Расположение волновых фронтов излучаемых звуковых волн в случае $V_1 = V_2 = V > s_1 > s_2$ ⁴⁰.

1 — $p_{1\text{перех}}$, $p_{2\text{перех}}$; 2 — p_1^{Ma} , p_2^{Ma} ; 3 — $p_{(1 \rightarrow 2)}^{\text{Ma}}$; 4 — $p_{(1 \rightarrow 2)}^{\text{Ma}}$

переходного излучения, будет присутствовать волна Маха p_2^{Ma} , распространяющаяся под углом $\theta_2^{\text{Ma}} = \arccos(s_2/V)$, а также волна Маха $p_{(1 \rightarrow 2)}^{\text{Ma}}$, прошедшая из первой среды:

$$p_{(1 \rightarrow 2)}^{\text{Ma}}(|\mathbf{x}|, \theta_2, t) = W_1(\theta_1^{\text{Ma}}) p_1^{\text{Ma}}(|\mathbf{x}|, \theta_2, t, \theta_{(1 \rightarrow 2)}^{\text{Ma}}); \quad (2.13)$$

здесь $W_1(\theta)$ — коэффициент прохождения волны из первой среды во вторую (см. (2.12)). Волна Маха, прошедшая из первой среды, дает вклад в направлениях $\pi/2 > \theta_2 > \theta_{(1 \rightarrow 2)}^{\text{Ma}} = \arcsin[(s_2/s_1) \sin \theta_1^{\text{Ma}}]$, при $(s_2/s_1) \sin \theta_1^{\text{Ma}} > 1$ волна Маха в первой среде испытывает на границе полное внутреннее отражение.

На рис. 3 для рассмотренного случая изображено расположение волновых фронтов излучаемых звуковых волн в некоторый момент времени после прохождения источником границы раздела. Стрелки показывают направления распространения волн.

4. Получим теперь выражение для углового распределения спектральной плотности излучения. Такая характеристика представляет интерес в настоящей задаче, поскольку дает возможность проведения наиболее наглядных аналогий с электродинамическим случаем. Ее легко найти, зная выражение (2.9) для давления, рассчитанное методом перевала. Можно, однако, исходить и непосредственно из выражений (2.8) для амплитуд $a_n(\frac{\omega}{V}, \kappa)$, следуя изложенному в ¹⁻³ методу. Идея этого метода заключается в том, что для нахождения энергии излучения достаточно вычислить ее асимптотическое при $t \rightarrow \infty$ значение. Подставляя в выражение для энергии волн $\mathcal{E}_n = \int dx (p_n^{\text{перех}})^2 / \rho_n s_n^2$

пересекает границу раздела сред, двигаясь со скоростью, превышающей скорости звука s_1 и s_2 . Для определенности положим $V_1 = V_2 = V > s_1 > s_2$. Тогда в первой среде источник излучает волну Маха p_1^{Ma} (см. ⁴⁰), распространяющуюся под углом $\theta_1^{\text{Ma}} = \arccos(s_1/V)$. Эта волна, отражаясь от границы, дает дополнительный к переходному излучению вклад в направлениях $\theta_1^{\text{Ma}} < \theta_1 < \pi/2$ и определяется выражением

$$p_{(1 \rightarrow 1)}^{\text{Ma}}(|\mathbf{x}|, \theta_1, t) = V(\theta_1^{\text{Ma}}) p_1^{\text{Ma}}(|\mathbf{x}|, \theta_1, t, \theta_1^{\text{Ma}}), \quad (2.11)$$

где $V(\theta_1^{\text{Ma}})$ — коэффициент отражения плоской волны, падающей на границу под углом θ_1 :

$$V(\theta_1) = \frac{Z_{21} \cos \theta_1' - \sqrt{1 - (s_2/s_1)^2 \sin^2 \theta_1}}{Z_{21} \cos \theta_1 + \sqrt{1 - (s_2/s_1)^2 \sin^2 \theta_1}}. \quad (2.12)$$

Во второй среде, помимо собственно пере-

разложение (2.3) и проводя интегрирование по r , а затем один раз по κ , получаем

$$\begin{aligned}\mathcal{E}_n &= \frac{1}{2\pi\rho_n s_n^2} \int_{-\infty}^{\infty} dz \int_{\kappa^2 < \omega^2/s_n^2} d\kappa \int_{-\infty}^{\infty} d\omega' d\omega'' \kappa (\bar{p}_n \bar{p}_n^*) e^{-i(\omega' - \omega'')t} = \\ &= \frac{1}{\rho_n s_n^2} \int_{\kappa^2 < \omega^2/s_n^2} d\kappa \int_{-\infty}^{\infty} d\omega' d\omega'' (a_n' a_n'^*) \delta[\mu_n(\omega') - \mu_n(\omega'')].\end{aligned}\quad (2.14)$$

Учитывая, что $\delta[\mu_n(\omega') - \mu_n(\omega'')] = \delta(\omega' - \omega'') \left(\frac{d\mu_n}{d\omega}\right)^{-1}$, находим для энергии излучения

$$\mathcal{E}_n = \frac{1}{\rho_n} \int_{\kappa^2 < \omega^2/s_n^2} d\kappa \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \frac{\kappa}{\omega} \sqrt{\frac{\omega^2}{s_n^2} - \kappa^2} |a_n|^2. \quad (2.15)$$

Наконец, введем угол θ_2 между векторами \mathbf{n} и \mathbf{V} (для излучения вперед) и θ_1 между \mathbf{n} и $-\mathbf{V}$ (для излучения назад), согласно выражению $\sin^2 \theta_n = \kappa^2 s_n^2 / \omega^2$ (*). Окончательно получаем

$$\mathcal{E}_n = \int_0^{\infty} d\omega \int_0^{\pi/2} d\theta_n \cdot 2\pi \sin \theta_n \cdot \mathcal{E}_{n, \omega}, \quad (2.16)$$

где

$$\mathcal{E}_{n, \omega} = \frac{1}{\rho_n s_n^3} \omega^2 \cos^2 \theta_n |a_n|^2, \quad (2.17)$$

а амплитуды a_n даются выражениями (2.8), в которых нужно учесть, что $\kappa^2 = (\omega^2/s_n^2) \sin^2 \theta_n$, причем угол θ_n как для $n = 2$, так и для $n = 1$ изменяется в пределах от 0 до $\pi/2$ (**).

Из выражений (2.8), (2.17) следует, что при пересечении источником границы раздела сред с различными акустическими сопротивлениями $\rho_n s_n$ переходное излучение интерферирует с излучением, обусловленным перестройкой самого источника на границе (изменением параметров γ_n , характерных размеров источника l_n , b_n). Если в момент пересечения источником границы изменяется скорость его движения V_n , возникает также тормозное излучение; при этом имеет место интерференция всех названных видов излучения.

5. Рассмотрим теперь, исходя из полученных соотношений, случай пересечения свободной поверхности жидкости источником, движущимся с дозвуковой скоростью и распределенным по гауссову закону. Из (2.8), (2.17) имеем

$$\mathcal{E}_{n, \omega} = \frac{\rho_0 \gamma^2}{4\pi s^2} \frac{(V/s)^2 \cos^2 \theta}{[1 - (V/s)^2 \cos^2 \theta]^2} \exp\left(-\frac{\omega^2 b^2}{2s^2} \sin^2 \theta - \frac{\omega^2 l^2}{2V^2}\right), \quad (2.18)$$

где $0 \leq \theta \leq \pi/2$. Анализ этого выражения для малых скоростей $V \ll s$ показывает, что при $l \gg b$ излучение носит дипольный характер: $\mathcal{E}_{n, \omega} \sim \cos^2 \theta$. Действительно, в этом случае характерная длина звуковой волны значительно больше характерных размеров области генерации звука: $\lambda \sim sl/V \gg l \gg b$.

*) Как и ранее, учитываем только распространяющиеся волны, поэтому интегрирование по κ^2 в (2.15) проводится по области значений $\kappa^2 < \omega^2/s_n^2$.

**) Следует отметить тот факт, что выражение (2.17) описывает также возбуждение боковых волн, убывающих быстрее, чем по закону $|x|^{-1}$ (см. ⁶¹, а также ⁴⁰). Боковая волна возбуждается в направлениях $\theta_n > \theta_n^*$ (θ_n^* — угол полного внутреннего отражения), причем в той из сред, скорость звука в которой меньше. Так, если $s_1 > s_2$, то боковая волна возбуждается во второй среде в направлениях $\theta_2 > \theta_2^* = \arcsin(s_2/s_1)$. Для таких углов $(s_2/s_1)^2 - \sin^2 \theta_2 < 0$, поэтому знак модуля в формуле (2.17) оказывается существенным. На рис. 3 вклад боковой волны изображен штриховой линией.

В случае скоростей, близких к скорости звука ($1 - V^2/s^2 \ll 1$), излучение оказывается сконцентрированным в узком диапазоне углов $0 < \theta^2 \leq 1 - V^2/s^2 \ll 1$ по направлению движения источника, при этом выражение (2.18) для $l \gg b$ переписывается в виде

$$\mathcal{E}_{n, \omega} \approx \frac{\rho_0 \gamma^2}{4\pi^3 s} \frac{1}{[1 - (V^2/s^2) + \theta^2]^2} e^{-\omega^2 l^2 / 2V^2}, \quad (2.19)$$

Полная энергия излучения оказывается равной

$$\mathcal{E} = \pi \int_0^\infty d\theta^2 \int_0^\infty d\omega \mathcal{E}_{n, \omega} = \frac{\rho_0 \gamma^2}{2(2\pi)^{3/2} l} \frac{1}{1 - (V^2/s^2)}. \quad (2.20)$$

Представляет интерес сравнить эффекты переходного излучения при пересечении источником свободной поверхности жидкости и излучения при мгновенной остановке источника, движущегося в однородной среде. Из (2.8), (2.17) для последнего случая получим

$$\mathcal{E}_{n, \omega} = \frac{\rho_0 \gamma^2}{16\pi^3 s} \frac{(V/s)^2 \cos^2 \theta}{[1 - (V/s) \cos \theta]^2} \exp\left(-\frac{\omega^2 b^2}{2s^2} \sin^2 \theta - \frac{\omega^2 l^2}{2V^2}\right), \quad (2.21)$$

где в отличие от (2.18) угол θ изменяется в пределах $0 \leq \theta \leq \pi$. Последнее как раз и объясняет тот факт, что как следует из сравнения (2.18) и (2.21), для малых скоростей движения источника ($V \ll s$) интенсивность переходного излучения в телесном угле $d\Omega$ в четыре раза больше интенсивности излучения при мгновенной остановке источника. В случае же скоростей $V \rightarrow s$ излучение в обоих случаях сконцентрировано в малом диапазоне углов $\theta^2 \ll 1$ по направлению движения источника и энергетические характеристики оказываются одинаковыми.

Сравнение выражений (2.17)–(2.21) с результатами известной аналогичной электродинамической задачи (см. ¹⁻³) позволяет выявить как сходство, обусловленное общеволновым характером явления, так и различия, связанные со спецификой поляризации волн, дисперсионных свойств. В частности, для ультрарелятивистского заряда угловое распределение излучения сильно вытянуто по направлению его движения. Такой же характер направленности переходного излучения может иметь место и в акустическом случае (в зависимости, однако, от степени перестройки источника) при скоростях $V \rightarrow s_2$ ($V < s_2 < s_1$). С другой стороны, для малых скоростей ($V \ll s_n$ в акустике и $V \ll c$ в электродинамике) диаграммы направленности различаются существенно: например, в электродинамическом случае излучение в направлении движения заряда отсутствует. Далее, в электродинамике между переходным излучением при влете заряда из вакуума в идеальный проводник и излучением при мгновенной остановке заряда в вакууме имеют место соотношения, аналогичные рассмотренным выше (между акустическим переходным излучением при пересечении источником свободной поверхности жидкости и излучением при мгновенной остановке источника в однородной среде).

Наконец, существенное различие связано со спецификой акустики — отсутствием значимой дисперсии для большинства жидкостей. По этой причине интеграл

$$\mathcal{E} = \int_0^\infty d\omega \mathcal{E}_\omega,$$

рассчитанный для точечного источника, расходится, и для оценки полной энергии переходного излучения верхний предел необходимо положить равным $\omega_{\max} \simeq s/a$, где a — характерный размер источника. В электродина-

мике же, в тех случаях, когда допустимо использовать для диэлектрической проницаемости плазменную формулу *), соответствующие интегралы могут быть вычислены до конца и для точечного источника.

б) Возбуждение звука в жидкости лазерными импульсами. Интерпретация эффекта с точки зрения теории переходного излучения

Исследованию в рамках теплового механизма процесса генерации звука в жидкости лазерными импульсами посвящено большое число теоретических и экспериментальных работ (см., например, ⁴⁶⁻⁵³). Наиболее важные результаты, полученные в этой области, недавно обсуждались в обзорах ^{29, 30}. Поэтому ниже мы остановимся только на интерпретации данного эффекта с точки зрения теории акустического переходного излучения.

Распространяющийся в слабопоглощающей жидкости лазерный импульс является термооптическим тепловым источником, движущимся со скоростью света. При пересечении таким импульсом границы жидкости возникает переходное излучение ³⁹. Однако в развитой теории генерации звука лазерными импульсами термин «переходное излучение» не использовался, так как скорость света сразу полагалась бесконечно большой по сравнению со скоростью звука. При этом процесс генерации звука рассматривался как следствие изменения во времени распределения действующих в жидкости тепловых источников, плотность мощности которых

$$Q(x, t) = A\mu I(x, y)e^{-\mu z}f(t), \quad (2.22)$$

где A — коэффициент прохождения оптического излучения через границу жидкости, μ — коэффициент поглощения света в жидкости, $I(x, y)$ — функция, описывающая поперечное распределение интенсивности в лазерном луче, $f(t)$ — функция, описывающая зависимость интенсивности от времени ($\max f(t) = 1$).

Чтобы проиллюстрировать связь эффекта возбуждения звука в жидкости лазерными импульсами в условиях теплового механизма с теорией переходного излучения, указанный подход необходимо несколько видоизменить. В качестве выражения для плотности мощности теплового источника используем выражение (2.22), в котором вместо $f(t)$ будем писать $f(t - z/c)$, где c — скорость света. Выше было установлено, что переходное излучение и излучение, обусловленное изменением движущегося источника во времени (в данном случае — ослаблением вследствие поглощения), могут рассматриваться независимо при $L \gg L_f$; здесь L — длина, на которой происходит изменение источника (в случае лазерного импульса $L \sim \sim \mu^{-1}$, $L_f = c\tau_{\max}/|1 - (c/s) \cos \theta|$ — длина формирования переходного излучения (звукового импульса с характерной длительностью τ_{\max}). Выписанное условие в случае лазерного импульса ($c \gg s$) эквивалентно условию $\tau_{\max} \ll \ll \tau_{\mu}$, где $\tau_{\max} = \max \{\tau_n, \tau_b\}$ (см. п.а.)), τ_n — длительность лазерного импульса, $\tau_b = = (b/s) \sin \theta$ и $\tau_{\mu} = (1/\mu s) \cos \theta$ — характерные времена запаздывания звука от элементарных тепловых источников, расположенных соответственно

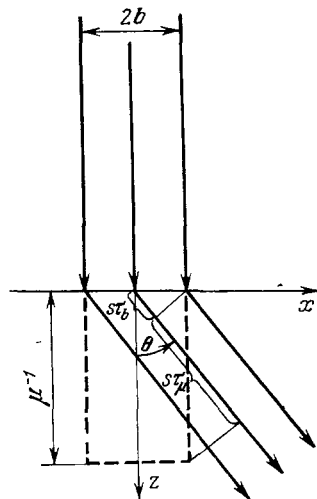


Рис.4. Область тепловыделения при возбуждении звука лазерными импульсами в жидкости в условиях теплового механизма

*) Отметим, что в случае ультрарелятивистских частиц максимально излучаемая частота попадает в область прозрачности любого вещества ($\omega \gg \omega_{pe}$), и плазменная формула $\epsilon(\omega) = 1 - (\omega_{pe}^2/\omega^2)$ применима для любых сред ¹.

в горизонтальном и вертикальном сечениях области эффективного тепловыделения (рис. 4). Следовательно, при указанных выше условиях вклад переходного излучения может быть рассмотрен отдельно, в предположении неизменности лазерного импульса. Соответствующее выражение для давления при этом (для гауссова распределения интенсивности $I(x, y) = I_0 \exp(-r^2/b^2)$) находится из (2.9), где следует положить $\gamma_1 = 0$, $\gamma_2 = (\pi^{3/2} c \tau_b b^2) \times (\beta/\rho_0 c_p)(\mu A I_0)$, $\rho_1 s_1 \ll \rho_2 s_2 = \rho_0 s$, $V_1 = V_2 = c \gg s$ *). В случае лазерного импульса произвольной формы, описываемой функцией $f(t - |x|/c)$, при $\tau_b \gg \tau_b$, $\tau_\mu \gg \tau_b$ имеем

$$p(x, t) = -\frac{A\beta I_0 b^2}{2|x|c_p \tau_\mu} f\left(t - \frac{|x|}{s}\right). \quad (2.23)$$

Экспоненциальное ослабление лазерного импульса в жидкости также можно учесть, несколько модифицировав метод расчета, изложенный в п. а).

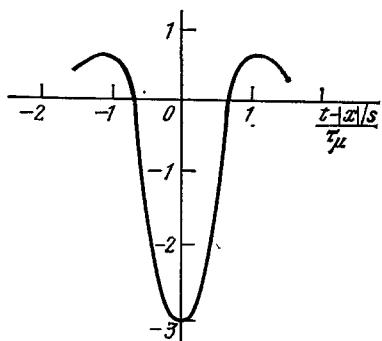
(Функция источника D в этом случае уже не будет зависеть только от разностного аргумента $x - Vt$.) При тех же условиях найдем

$$p(x, t) = -\frac{A\beta I_0 b^2}{2|x|c_p \tau_\mu} \left[f\left(t - \frac{|x|}{s}\right) - \pi \frac{\sigma}{\tau_\mu} e^{-t - |x|/s \tau_\mu} \right], \quad (2.24)$$

где

$$\sigma = \int_{-\infty}^{\infty} dt f(t) \ll \tau_\mu.$$

Рис. 5. Вид звукового сигнала, генерируемого коротким лазерным импульсом ($\tau_\mu \gg \tau_b \gg \tau_n$)²⁹



Выражение (2.24) совпадает с полученным в работе⁴⁷ с точностью до опущенных здесь членов более высокого порядка малости по параметру $(\mu c \tau_b)^{-1}$.

Таким образом, в рассмотренном случае звуковой сигнал является суммой двух импульсов, первый из которых имеет отрицательную полярность и форму, повторяющую огибающую лазерного импульса. Из сравнения выражений (2.23) и (2.24) видно, что этот импульс и является импульсом переходного излучения^{39,40}. Положительная добавка в (2.24), пропорциональная малому параметру τ_b/τ_μ , связана с ослаблением лазерного импульса при распространении в жидкости (излучение, обусловленное изменением источника во времени).

Аналогичное рассмотрение может быть проведено и для других соотношений характерных времен задачи. В частности, при $\tau_\mu \gg \tau_b \gg \tau_n$ вклад переходного излучения также может быть рассмотрен отдельно. Вводя указанные выше переобозначения, из выражения (2.9) найдем

$$p(x, t) = -\frac{A\beta I_0 b^2 \tau_n}{2|x|c_p \tau_\mu \tau_b} e^{-(t - |x|/s)^2/\tau_b^2}. \quad (2.25)$$

Вид импульса переходного излучения в данном случае определяется поперечным распределением интенсивности в лазерном импульсе и не зависит от формы последнего. При учете ослабления лазерного импульса при распространении в жидкости в выражение для давления войдет также положительная добавка, пропорциональная малому параметру τ_b/τ_μ и существенная при $|t - (|x|/s)| > \tau_b$ (см. рис. 5). Окончательный результат, разумеется,

*) Напомним, что рассмотрение задачи о переходном излучении на плоской границе раздела сред в п. а) было проведено в предположении, что все параметры источника в каждой из сред остаются постоянными и могут изменяться только в момент пересечения границы.

совпадает с полученным ранее иным путем в работе ⁴⁷ (см. также обзоры ^{29,30} *).

В заключение отметим, что в том случае, когда времена τ_n или τ_b становятся сравнимыми с τ_μ , имеет место интерференция переходного излучения и излучения, обусловленного ослаблением лазерного импульса вследствие поглощения.

в) Переходное излучение звука
термооптическим источником, создаваемым
при сканировании лазерного пучка через
границу раздела двух сред

Исследование данного вида переходного излучения представляет значительный интерес, связанный, в частности, с возможностью реализации на практике источников, движущихся с произвольными (в том числе и с околозвуковыми) скоростями. Теоретический расчет переходного излучения для этого случая выполнен в работах ^{40,44}. Он отличается от изложенного в п. а) тем, что источник является уже несимметричным относительно направления своего движения и необходимо учитывать наличие свободной (или закрепленной) поверхности жидкости.

Известным аналогом рассматриваемого эффекта является излучение звука, возникающее при пересечении лазерным пучком резкой границы непрозрачного экрана, закрывающего часть поверхности однородной жидкости ³⁹⁻⁴³. В этом случае переходное излучение представляет собой один звуковой импульс, форма которого существенно зависит от соотношения характерных времен задачи, а амплитуда, в частности, пропорциональна доплеровскому фактору:

$$J = \frac{1}{1 - (V/s) \cos \theta}. \quad (2.26)$$

Таким образом, для сверхзвуковой скорости движения источника при переходе направления наблюдения через направление распространения волны Маха происходит изменение полярности импульса. Этот факт объясняется тем, что в направлениях наблюдения, для которых $\cos \theta > s/V$, источник обгоняет возбуждаемую им звуковую волну. Указанное свойство переходного излучения было предсказано в ^{39,40} и обнаружено в ⁴¹.

Авторами работ ⁴¹⁻⁴⁴ проведен ряд детальных экспериментов по исследованию переходного излучения звука движущимся термооптическим источником. В ⁴¹⁻⁴³ исследовались свойства переходного излучения, возникающего при пересечении лазерным пучком резкой границы непрозрачного экрана, закрывавшего часть свободной поверхности жидкости, в ⁴⁴ источник создавался при сканировании лазерного пучка вдоль свободной поверхности двух жидкостей (этанол/вода), разделенных тонкой акустически прозрачной пленкой. В последнем случае радиус светового пятна по поверхности жидкости равнялся 0,5 см, распределение по поперечному сечению луча было близко к гауссову. Импульсы лазерного излучения ($\lambda = 1,06$ мкм) имели колоколообразную форму с длительностью на полувысоте $\tau \approx 150$ мкс и энергией $\mathcal{E} \approx 0,6$ Дж. Скорость сканирования изменялась от $1,05 \cdot 10^5$ см/с до $1,7 \cdot 10^5$ см/с, коэффициенты поглощения лазерного излучения за счет растворения поглощающей

*) Отметим, что в соответствующие выражения названных работ входит величина

$$\sigma = \int_{-\infty}^{\infty} dt f(t).$$

Так как выражение (2.9) было получено для гауссовой формы источника, то в нашем случае $\sigma = \sqrt{\pi} \tau_n$.

примеси были одинаковы: $\mu = 0,6 \text{ см}^{-1}$. Зарегистрированный на расстоянии $R = 0,6 \text{ м}$ от точки пересечения источником границы для $\theta = 21^\circ$ переходной сигнал имел форму N -импульса, начинающегося с фазы разрежения,

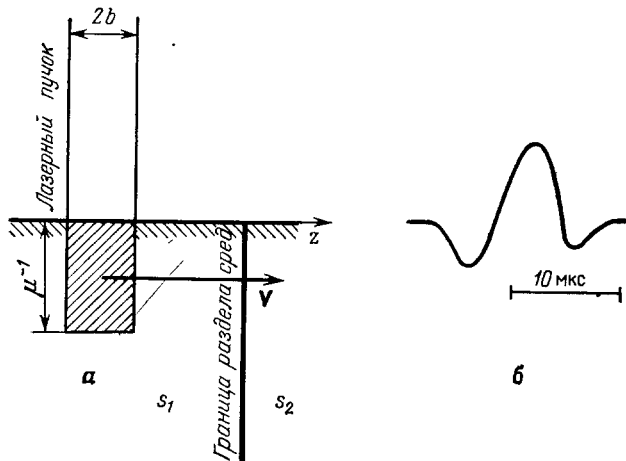


Рис. 6. Переходное излучение звука термооптическим источником, создаваемым при сканировании лазерного пучка через границу двух сред⁴⁴.

a — Геометрия задачи, b — вид наблюдаемого звукового импульса

с амплитудами $p \sim 11 \pm 3 \text{ Па}$ (рис. 6). Результаты отмеченных экспериментов хорошо согласуются с теоретической моделью эффекта^{40,44}.

г) Переходное излучение при пересечении источником неоднородностей ограниченных размеров

При пересечении источником неоднородностей ограниченных размеров важную роль играет такой параметр, как отношение характерного размера неоднородности d к длине формирования излучения L_f . В этом случае источник после прохождения неоднородности возвращается в исходную среду, и если $d \ll L_f$, то перестройка его собственного поля на границах будет незначительной — излучение будет мало. Разумеется, в общем случае картина излучения существенно определяется также формой неоднородности. Некоторые особенности переходного излучения при пересечении источником сферической границы раздела двух сред рассмотрены в работе⁶². Было показано, в частности, что при $d \gg L_f$ (d — диаметр сферы) и скорости движения источника, близкой к скоростям звука s_n ($\rho_1 s_1 \sim \rho_2 s_2$ — отражение от границ мало) излучение такое же, как и при пересечении плоского бесконечного слоя толщиной d .

д) Переходное излучение на слое вязкой жидкости. Влияние диссипации на формирование излучения

До сих пор при рассмотрении различных проявлений эффекта переходного излучения мы пренебрегали влиянием диссипативных процессов. Действительно, для обычных жидкостей поглощение звука, обусловленное вязкостью, а тем более теплопроводностью, мало. Вместе с тем в некоторых случаях влияние диссипации на формирование излучения может оказаться существенным. Дело заключается в том, что процесс формирования излучения зависит от соотношения между тремя характерными масштабами: длиной формирования излучения L_f , характерными размерами неоднородностей в среде d , где развивается процесс, и наконец, длиной диссипации L_d , определяемой вязкостью и теплопроводностью среды, на которой вследствие диссипативных процессов амплитуда волны существенно уменьшается.

В идеальной среде $L_d \rightarrow \infty$ и процесс формирования переходного излучения определяется соотношением между L_t и d : если $L_t \gg d$, излучение мало — сопровождающее источник поле перестроиться не успевает; если $L_t \ll d$ — эффект переходного излучения четко выражен.

Рассмотрим модельную ситуацию, когда точечный тепловой источник пересекает бесконечный плоский слой вязкой жидкости толщиной d . Здесь следует иметь в виду, что в вязкой жидкости могут существовать поперечные волны. Даже в том случае, если источники являются потенциальными (таковы, в частности, тепловой и массовый источники) имеет место трансформация их собственного продольного поля в вихревую компоненту на границах вязкого слоя *). При этом, хотя уравнение для вихревой компоненты, имеющее вид уравнения теплопроводности, не содержит внешних источников, возбуждение поперечных волн происходит вследствие появления на границах (в области их пересечения источниками) сдвиговых напряжений. Математически этот факт отражается в граничных условиях, связывающих потенциальную и вихревую компоненты поля.

Таким образом, если по крайней мере в одной из граничащих жидкостей существенна вязкость, то в такой системе может иметь место переходное излучение поперечных волн. Как известно, поперечные волны в жидкости очень быстро затухают при удалении от границы. Тем не менее в общем балансе энергии их, разумеется, необходимо учитывать. Здесь этот вопрос мы рассматривать не будем и ограничимся лишь оценкой влияния диссипативных процессов на формирование переходного излучения звуковых волн.

Расчет, проведенный для околосвучковой скорости источника V ($1 - V^2/s_1^2 \ll 1$, причем $s_2 = s_1 + \Delta s$, $|\Delta s| \ll s_2$ — отражение от границ мало), в пренебрежении перестройкой источника ($\gamma_1 \simeq \gamma_2$), показывает, что при малой толщине слоя $d \gg L_d$ основной вклад в энергию переходного излучения дает слагаемое вида

$$\mathcal{E}_{n, \omega} \approx \frac{\rho_0 V^2 \omega^2}{\pi^5 s_1^3} \left| \frac{1}{L_{t2}^{-1} + L_d^{-1}} - \frac{1}{L_{t1}^{-1}} \right|^2 \sin^2 \frac{\pi d}{2L_t}, \quad (2.27)$$

где

$$L_{tn} = \frac{\pi V / \omega}{1 - (V^2 / s_n^2) + \theta^2}$$

— длина формирования излучения в средах 1 и 2,

$$L_d = \frac{2s_2^3 / \omega^2}{v + \chi [(c_p / c_v) - 1]}$$

— длина диссипации для волновой моды частоты ω ; v — кинематическая вязкость, $\chi = \kappa / \rho_0 c_p$, κ — коэффициент теплопроводности.

Оказывается, что если помимо условия $d \ll d_a$ выполнено $L_{t2} \ll L_d$, то переходное излучение сконцентрировано в малом диапазоне углов $\theta^2 \ll 1$ по направлению движения источника. Из выражения (2.27) также следует, что если длина формирования излучения L_{t2} от первой границы значительно превышает толщину слоя d , то $\mathcal{E}_{n, \omega} \sim (d/L_{t2})^2$ — как и следовало ожидать, энергетический выход мал. В случае $L_t \ll d$ фактор $\sin^2 \left(\frac{\pi d}{2L_{t2}} \right)$ быстро осциллирует при изменении угла θ и его среднее значение равняется $1/2$. При этом, как нетрудно найти из сравнения выражений (2.27) и (2.17), энергия переходного излучения на слое приближенно равняется сумме энергий излучений от двух границ (при $L_{t2} \ll L_d$). Наибольшее же излучение имеет

*) Отметим в этой связи, что, например, силовой источник вида (В.1) является непотенциальным и переходное излучение в этом случае происходит как за счет перестройки на границе раздела продольной компоненты сопровождающего поля, так и за счет вихревой компоненты.

место при выполнении условия интерференции $d = (2n + 1)L_{t_2}^*$). Наличие малой вязкости слоя при условии $L_{t_2} \ll L_d$ приводит к некоторому уменьшению энергии переходного излучения, практически не влияя на диаграмму направленности излучения. В противоположном случае $L_{t_2} \gg L_d$ излучение уже не будет сконцентрировано в малом диапазоне углов $\theta^2 \ll 1$.

Рассмотрим теперь случай $L_d \ll d$, когда влияние вязкости становится значительным. Если длина формирования излучения L_{t_2} от первой границы мала по сравнению с длиной диссипации L_d , то влияние первой границы будет пренебрежимо малым, поскольку фононы успевают сформироваться на длине слоя и поглотиться. Если же длина формирования L_{t_2} становится сравнимой с длиной поглощения фононов L_d , то отделить «излучаемые» фононы от «виртуальных» уже невозможно. В этом случае можно говорить лишь о полных потерях энергии источником, так как выделение потерь на излучение уже не может быть совершенно однозначным образом.

е) Переходное излучение в нестационарной среде

Как уже было отмечено во введении, переходное излучение звука движущимся источником имеет место и в пространственно-однородной среде, свойства которой изменяются во времени. Существование эффекта ниже будет проиллюстрировано для теплового источника на примере резкого изменения параметров среды в некоторый момент времени. Пусть в момент времени $t = 0$ скачком изменяются скорость звука, плотность среды, коэффициент теплового расширения, теплоемкость среды, а также мощность и характерные размеры источника от значений $s_1, \rho_1, \beta_1, c_{p1}, q_1, l_1, b_1$ до $s_2, \rho_2, \beta_2, c_{p2}, q_2, l_2, b_2$, соответственно. Для определения характеристик возникающего при этом излучения необходимо решить волновое уравнение (2.1) при $t < 0$ и $t > 0$ и сшить полученные решения при $t = 0$. Условия сшивания, непосредственно следующие из уравнений (1.1), (1.2) при равенстве нулю величин f, m, η, ζ , заключаются в непрерывности смещения и скорости при $t = 0$. Тогда для фурье-компоненты потенциала скоростей ($\mathbf{v} = \nabla \varphi$) имеем

$$\frac{\partial^2 \varphi_{\mathbf{k}n}}{\partial t^2} + k^2 s_n^2 \varphi_{\mathbf{k}n} = - \frac{\bar{D}_n(\mathbf{k}) s_n^2}{\rho_n} e^{-i(\mathbf{k}\mathbf{v})t}, \quad (2.28)$$

$$\rho_1 \frac{\partial \varphi_{\mathbf{k}1}}{\partial t} \Big|_{t=0} = \rho_2 \frac{\partial \varphi_{\mathbf{k}2}}{\partial t} \Big|_{t=0}, \quad \varphi_{\mathbf{k}1}|_{t=0} = \varphi_{\mathbf{k}2}|_{t=0}, \quad (2.29)$$

где

$$\varphi_{\mathbf{k}}(\mathbf{k}, t) = \int d\mathbf{x} e^{-i\mathbf{k}\mathbf{x}} \varphi(\mathbf{x}, t), \quad (2.30)$$

$$\varphi(\mathbf{x}, t) = \int \frac{d\mathbf{k}}{(2\pi)^3} e^{i\mathbf{k}\mathbf{x}} \varphi_{\mathbf{k}}(\mathbf{k}, t),$$

$$\bar{D}_n(\mathbf{k}) = \int d\mathbf{x} e^{-i\mathbf{k}\mathbf{x}} D_n(\mathbf{x}, t=0).$$

Решения уравнения (2.28) имеет вид

$$\begin{aligned} \varphi_{\mathbf{k}1} &= - \frac{\bar{D}_1(\mathbf{k})/\rho_1}{k^2 - [(\mathbf{k}\mathbf{V})^2/s_1^2]} e^{-i(\mathbf{k}\mathbf{V})t}, & t < 0, \\ \varphi_{\mathbf{k}2} &= - \frac{\bar{D}_2(\mathbf{k})/\rho_2}{k^2 - [(\mathbf{k}\mathbf{V})^2/s_2^2]} e^{-i(\mathbf{k}\mathbf{V})t} + a_+ e^{-ihs_2t} + a_- e^{ihs_2t}, & t > 0. \end{aligned} \quad (2.31)$$

*) Изложенные выше выводы, разумеется, верны и при полном отсутствии вязкости ($L_d \rightarrow \infty$). При этом выражение (2.27) имеет структуру, во многом сходную с соответствующим выражением для углового распределения спектральной плотности излучения в задаче о пересечении зарядом пластинки инородного вещества¹. В частности, картина излучения также существенно зависит от фактора $\sin^2(\pi d/2L_{t_2})$. В то же время, в отличие от акустического случая, излучение при $d \ll L_{t_2}$ оказывается не сконцентрированным в диапазоне углов $\theta^2 \ll 1$.

При $t < 0$ решением является лишь частное решение уравнения (2.28) и излучение отсутствует. При $t > 0$ возникают две волны с амплитудами a_+ и a_- , распространяющиеся вдоль вектора \mathbf{k} и против \mathbf{k} соответственно.

Удовлетворяя условиям (2.29), получаем для амплитуд a_+ и a_- выражения

$$a_{\pm} = \frac{1}{2k^2} \left\{ \frac{[1 \pm (\mathbf{nV}/s_2)] \bar{D}_2/\rho_2}{1 - [(\mathbf{nV})^2/s_2^2]} - \frac{[1 \pm (\rho_1/\rho_2) \mathbf{nV}/s_2] \bar{D}_1/\rho_1}{1 - [(\mathbf{nV})^2/s_1^2]} \right\}, \quad (2.32)$$

где $\mathbf{n} = \mathbf{k}/|\mathbf{k}|$ — единичный вектор в направлении \mathbf{k} . Отсюда следует, что $a_- (-\mathbf{k}) = a_+^*(\mathbf{k})$, поэтому для фиксированного \mathbf{k} амплитуда a_+ определяет излучение вперед, т. е. в раствор углов $0 \leq \psi \leq \pi/2$, где ψ — угол между векторами \mathbf{k} и \mathbf{V} , амплитуда a_- — излучение назад ($\pi/2 \leq \psi \leq \pi$).

Для получения пространственно-временного описания поля излучения совершим обратное фурье-преобразование. Принимая гауссово распределение источника, находим

$$p(|\mathbf{x}|, \theta, t) = \frac{\rho_2}{4\pi^{3/2} |\mathbf{x}|} \left[\gamma_2 f_2(\theta) \frac{e^{-[t - (|\mathbf{x}|/s_2)]^2/(\tau_{l_2}^2 + \tau_{b_2}^2)}}{\sqrt{\tau_{l_2}^2 + \tau_{b_2}^2}} - \gamma_1 f_1(\theta) \frac{e^{-[t - (|\mathbf{x}|/s_2)]^2/(\tau_{l_1}^2 + \tau_{b_1}^2)}}{\sqrt{\tau_{l_1}^2 + \tau_{b_1}^2}} \right], \quad (2.33)$$

где

$$f_1(\theta) = \frac{1 + Z_{12}(V/s_1) \cos \theta}{1 - (V/s_1)^2 \cos^2 \theta}, \quad f_2(\theta) = \frac{1}{1 - (V/s_2) \cos \theta}, \quad (2.34)$$

$\tau_{lm} = (l_m/s_2) \cos \theta$, $\tau_{bm} = (b_m/s_2) \sin \theta$ — характерные времена «пробега звуком» проекций продольного и поперечного размеров источника на направление наблюдения, $Z_{12} = \rho_1 s_1 / \rho_2 s_2$, $m = 1, 2$.

Как следует из (2.33), импульс переходного излучения в нестационарной среде представим в виде суммы двух импульсов, имеющих гауссову форму и длительности, определяемые наибольшим из времен τ_{l_1} , τ_{b_1} или τ_{l_2} , τ_{b_2} .

Угловое распределение спектральной плотности энергии излучения легко найти, используя непосредственно формулы (2.32). Подставляя разложение (2.30) в выражении для энергии излученных волн $\mathcal{E} = \int d\mathbf{x} \frac{\rho_2}{s_2} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial t} \right)^2$, получаем

$$\begin{aligned} \mathcal{E} &= \frac{\rho_2}{(2\pi)^6 s_2^2} \int_{t \rightarrow \infty} d\mathbf{x} \int d\mathbf{k}' d\mathbf{k}'' e^{i(\mathbf{k}' + \mathbf{k}'') \cdot \mathbf{x}} \frac{\partial \Phi_{\mathbf{k}'}}{\partial t} \frac{\partial \Phi_{\mathbf{k}''}}{\partial t} = \\ &= \frac{\rho_2}{4\pi^3} \int dk \int_0^\pi d\theta \sin \theta 2\pi k^4 |a_{\pm}|^2 = \int_0^\infty d\omega \int_0^\pi d\theta \sin \theta \cdot 2\pi \mathcal{E}_{n, \omega}. \end{aligned} \quad (2.35)$$

Отсюда, учитывая, что $k = \omega/s_2$, находим

$$\mathcal{E}_{n, \omega} = \frac{\rho_2}{4\pi^3 s_2^5} \omega^4 |a_{\pm}|^2. \quad (2.36)$$

Выражения (2.33) и (2.36) при углах $0 \leq \theta \leq \pi/2$ описывают излучение вперед, при $\pi/2 \leq \theta \leq \pi$ — излучение назад.

Как известно¹, в электродинамике излучение вперед для ультрарелятивистской частицы практически одинаково в случае переходного излучения на границе раздела двух сред и в случае резкого изменения диэлектрической проницаемости во времени *). В акустике подобное совпадение при

*) Для ультрарелятивистских частиц в излучение вперед основной вклад вносят высокие частоты $\omega \gg \omega_{pe}$, при этом магнитные проницаемости $\mu_1 = \mu_2 = 1$.

$V \rightarrow s_2$ ($V < s_2 < s_1$) также имеет место, однако только в том случае, если изменения касаются лишь скорости звука. При этом выражения (2.17) и (2.36) для $l \gg b$ приводятся к виду

$$\varepsilon_{n, \omega} = \frac{\rho_0 \gamma^2}{4\pi^3 s_2} \left| \frac{1}{1 - (V^2/s_2^2) + \theta^2} - \frac{1}{1 - (V^2/s_1^2) + \theta^2} \right|^2 e^{-\omega^2 l^2 / 2 s_2^2}. \quad (2.37)$$

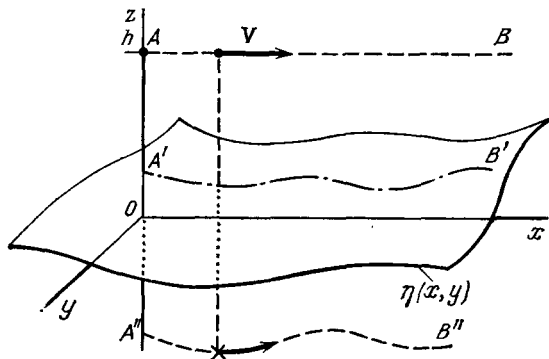
Излучение оказывается сконцентрированным в узком диапазоне углов $0 < \theta^2 \leq 1 - V^2/s_2^2 \ll 1$ по направлению движения источника.

3. ДИФРАКЦИОННОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ ЗВУКА

Равномерно движущемуся в однородной среде источнику соответствует сопровождающее поле, распределенное по некоторому закону в области, окружающей источник. Именно сопровождающее поле, а не сам источник (точечный или протяженный) имеет определяющее значение для формирования излучения. Поэтому даже в том случае, когда непосредственно на траектории источника нет изменений свойств среды, но вблизи траектории какие-либо неоднородности имеются (например, экраны, неровности, вкрапления и т.д.), перестройка сопровождающего источника поля также имеет место. Если акустические параметры неоднородностей таковы, что происходит полное внутреннее отражение на их границах, то возникающее излучение обычно именуется дифракционным *). Очевидно, таким образом, что дифракционное излучение можно трактовать как разновидность переходного излучения, понимаемого в широком смысле. Вместе с тем методы решения дифракционных задач достаточно разнообразны. Ниже наряду с изложением результатов для некоторых основных задач акустического дифракционного излучения кратко будут освещены и методы их решения.

а) Излучение звука источником, движущимся вблизи неровной поверхности

Пусть точечный источник массы движется с постоянной дозвуковой скоростью $V = Ma s$ над неровной абсолютно жесткой поверхностью, отклонения которой от плоскости xOy



характеризуются величиной η — ее формой (рис. 7). Исходным для решения задачи является уравнение Гельмгольца для фурье-компоненты потенциала Φ_ω

$$\Delta \Phi_\omega + \frac{\omega^2}{s^2} \Phi_\omega = \frac{\gamma}{Ma s} \delta(y) \delta(z-h) e^{i(\omega/Ma s)x} \quad (3.1)$$

с граничным условием

$$\frac{\partial \Phi_\omega}{\partial n} \Big|_\eta = 0; \quad (3.2)$$

Рис. 7. Источник, движущийся над неровной, акустически жесткой поверхностью

здесь $\gamma = \mu/\rho_0$, μ — расход массы вещества в единицу времени, ρ_0 — равновесная плотность среды; в случае теплового источника $\gamma = \beta q/\rho_0 c_p$.

Рассмотрение проведем для случая пологих неровностей поверхности η , т. е. $|\nabla_\perp \eta| \ll 1$, где $\nabla_\perp = i\partial/\partial x + j\partial/\partial y$ — двумерный оператор дифферен-

*) Основные свойства дифракционного излучения в электродинамике изложены в обзорах 7,8.

цирования. Поставленная задача решается методом малых возмущений, причем справедливость результатов будет ограничиваться условием малости неровностей $\lambda \gg |\eta|$. Разлагая граничное условие (3.2) в ряд в окрестности $z = 0$, приведем его к виду

$$\frac{\partial \varphi_\omega}{\partial z} \Big|_{z=0} = - \frac{\partial^2 \varphi_\omega}{\partial z^2} \Big|_{z=0} \eta + \nabla_\perp \eta \cdot \nabla_\perp (\varphi_\omega|_{z=0}) + \dots \quad (3.3)$$

Решение уравнения (3.1) с граничным условием (3.3) представляется в виде разложения по малому параметру $|\eta|/\lambda$:

$$\varphi_\omega = \varphi_\omega^{(1)} + \varphi_\omega^{(2)} + \dots, \quad \text{где } \varphi_\omega^{(n)} \sim (|\eta|/\lambda)^{n-1}. \quad (3.4)$$

В нулевом приближении, соответствующем ровной поверхности ($\eta = 0$), производная $\frac{\partial \varphi_\omega^{(1)}}{\partial z} \Big|_{z=0} = 0$ и потенциал выражается через функции Макдональда:

$$\varphi_\omega^{(1)} = \frac{\gamma}{2\pi \text{Ma} s} e^{z(\omega/\text{Ma} s)x} [K_0(\alpha \sqrt{y^2 + (z+h)^2}) + K_0(\alpha \sqrt{y^2 + (z-h)^2})], \quad (3.5)$$

где $\alpha = \frac{\omega}{s} \sqrt{\frac{1}{\text{Ma}^2} - 1}$, $\text{Ma} = V/s < 1$.

Выражение (3.5) определяет вызываемые движением источника возмущения среды. При больших значениях аргумента функция Макдональда имеет следующую асимптотику: $K_0(\xi) \simeq (\pi/2\xi)^{1/2} \exp(-\xi)$. Возмущения среды экспоненциально быстро затухают в направлениях, нормальных оси движения, и, таким образом, источник, движущийся с постоянной дозвуковой скоростью в однородной среде над ровной поверхностью, не излучает.

Формирование излучения обусловливается неровностями поверхности, которые учитываются в первом приближении по величине $|\eta|/\lambda$:

$$\Delta \varphi_\omega^{(2)} + \frac{\omega^2}{s^2} \varphi_\omega^{(2)} = 0, \quad (3.6)$$

$$\frac{\partial \varphi_\omega^{(2)}}{\partial z} \Big|_{z=0} = - \frac{\partial^2 \varphi_\omega^{(1)}}{\partial z^2} \Big|_{z=0} \eta + \nabla_\perp \eta \cdot \nabla_\perp (\varphi_\omega^{(1)}|_{z=0}).$$

Решение системы (3.6) легко выписывается с помощью функции Грина второй краевой задачи.

1. Рассмотрим случай пролета источника над гофрированной поверхностью $\eta = a \sin kx$. Анализ показывает, что излучение в заданном направлении происходит на частотах

$$\omega_m = \frac{mk \text{Ma} s}{1 - \text{Ma} \sin \theta \cos \varphi}, \quad (3.7)$$

где $m = 1, 2, \dots$ — порядок спектра. Тот факт, что спектр излучения определяется выражением (3.7) и не зависит от структуры поверхности, а связан лишь с ее периодом, легко понять из следующих простых рассуждений. Предположим, что излучение волны $\sim \exp(i\mathbf{k}\mathbf{r} - i\omega t)$ от некоторой точки синусоиды происходит только в момент прохождения над ней источника. Тогда от точки $\mathbf{r} + \mathbf{d}$, отстоящей на один период синусоиды $d = 2\pi/k$, в момент $t' = t + d/V$ излучится волна $\sim \exp\{i\mathbf{k}(\mathbf{r} + \mathbf{d}) - i\omega(t + d/V)\}$. Эти волны будут складываться когерентно, если разность фаз будет кратна 2π : $\mathbf{k}\mathbf{d} - \omega d/V = 2\pi m$, и поскольку $\mathbf{k}\mathbf{d} = \frac{\omega}{s} \frac{2\pi}{k} \sin \theta \cos \varphi$, то отсюда следует выражение (3.7). Можно привести и другое его наглядное истолкование: величина $k \text{Ma} s$ есть частота прохождения источником одного периода синусоиды, а измененная вследствие эффекта Допплера частота излучения в точности совпадает с (3.7). Из выражения (3.7) следует, что частота ω_m может

присутствовать в излучении только в m направлениях, причем

$$\frac{\omega_m}{\kappa s} \left(\frac{1}{\text{Ma}} - 1 \right) \leq m \leq \frac{\omega_m}{\kappa s} \left(\frac{1}{\text{Ma}} + 1 \right). \quad (3.8)$$

Эффективная генерация имеет место для $m = 1$, излучение для $m > 1$ экспоненциально подавлено. В линейном по параметру $|\eta|/\lambda$ приближении мо-

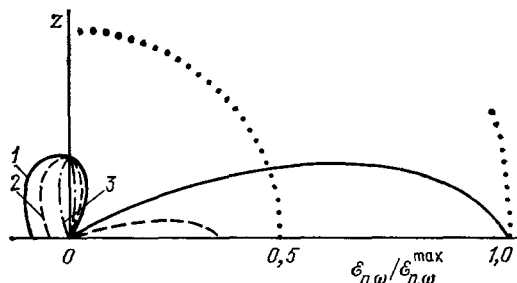


Рис. 8. Сечения диаграммы направленности излучения на частоте $\omega = 50 \text{ с}^{-1}$ для $\text{Ma} = 0,5$ плоскостями: $\varphi = 0, \pi$ (1), $\varphi = \pi/4, 5\pi/4$ (2) и $\varphi = \pi/2, 3\pi/2$ (3)

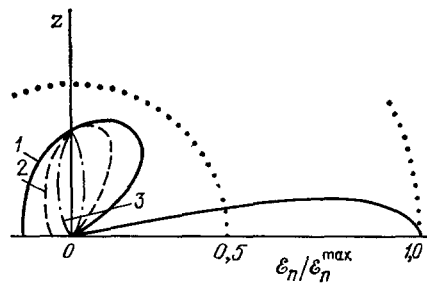


Рис. 9. Сечения диаграммы направленности интегрального по частотам излучения для $\text{Ma} = 0,9$ плоскостями: $\varphi = 0, \pi$ (1), $\varphi = \pi/4, 5\pi/4$ (2) и $\varphi = \pi/2, 3\pi/2$ (3)

жет быть рассчитан спектр излучения только первого порядка. При этом в силу периодичности η интерес представляет мощность излучения $\dot{\mathcal{E}}_n$. Как показывает расчет, последняя дается выражением

$$\dot{\mathcal{E}}_n = \frac{\rho_0 \gamma^2}{8\pi} \frac{a^2 \kappa^4 s}{\text{Ma}} \frac{(\beta_1^2 - \beta_2/\text{Ma})^2}{\beta_1^2 \beta_2^2} e^{-2\kappa h \beta_1/\beta_2}, \quad (3.9)$$

где $\beta_1 = (\text{Ma}^{-2} - 1 + \sin^2 \theta \sin^2 \varphi)$, $\beta_2 = \text{Ma}^{-1} - \sin \theta \cos \varphi$.

2. Предположим теперь, что поверхность является случайной по координате x и ее высоты распределены по нормальному закону с совместной плотностью вероятности

$$W(\eta'(x'), \eta''(x'')) = \frac{1}{2\pi\sigma^2(1-C^2)^{1/2}} \exp \left[-\frac{\eta'^2 - 2C\eta'\eta'' + \eta''^2}{2\sigma^2(1-C^2)} \right], \quad (3.10)$$

где σ^2 — дисперсия, $C(\rho) = \exp \{ -(x' - x'')^2/l^2 \}$ — коэффициент корреляции высот на расстоянии $\rho = |x' - x''|$. В этом случае

$$\dot{\mathcal{E}}_{n,\omega} = \frac{\rho_0 \gamma^2}{\pi^2 s^2} \frac{\sigma^2 \omega^4}{\text{Ma} s^4} \frac{(\beta_1^2 - \beta_2/\text{Ma})^2}{\beta_1^2} \exp \left(-\frac{\omega^2 l^2}{4s^2} \beta_2^2 - \frac{2h\omega}{s} \beta_1 \right). \quad (3.11)$$

Основные свойства диаграммы направленности излучения видны из рис. 8—9, где представлены ее сечения плоскостями $\varphi = 0, \pi$; $\varphi = \pi/4, 5\pi/4$; $\varphi = \pi/2, 3\pi/2$ для частоты $\omega = 50 \text{ с}^{-1}$ и $\text{Ma} = 0,5$, а также интегрального по частотам излучения и $\text{Ma} = 0,9$.

Отметим, что в случае абсолютно мягких поверхностей в выражения (3.9) (3.11) вместо фактора $(\beta_1^2 - \beta_2/\text{Ma})^2/\beta_1^2$ входит $\cos^2 \theta$. Последнее соответствует интерпретации излучателя как диполя с переменным моментом, движущегося в направлении, нормальном к своей оси. Наконец, общим свойством для всех типов поверхностей является экспоненциально быстрое убывание интенсивности излучения при увеличении высоты движения источника над поверхностью.

б) Излучение звука источником, движущимся мимо полуплоскости

При решении ряда задач дифракционного излучения успешно используется метод Винера — Хопфа. С помощью этого метода, например, может быть рассчитано излучение звука источником, движущимся мимо полуплоскости ⁶⁴.

Пусть протяженное, хорошо обтекаемое тело длины l движется в однородной среде с постоянной дозвуковой скоростью $V = \text{Mas}$ ($\text{Ma} < 1$) мимо полуплоскости $z = 0$, $y > 0$ бесконечного акустически абсолютно жесткого экрана. Траектория движения тела лежит в плоскости yOz , образуя с осью Oy угол ψ ; a — минимальное расстояние от ребра экрана до траектории источника (рис. 10).

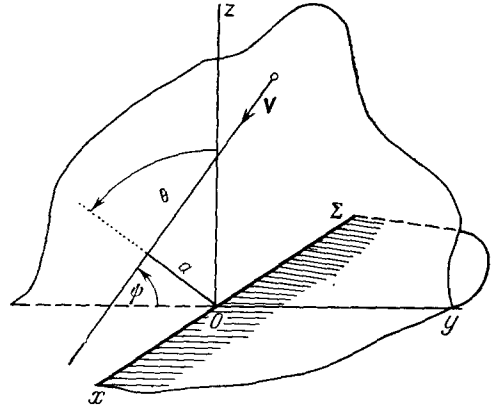


Рис. 10. Движение хорошо обтекаемого тела мимо полуплоскости по траектории $x_0(t) = \{0, -Vt \cos \psi, -Vt \sin \psi + (a/\cos \psi)\}$

В предположении потенциальности движений среды исходная система линеаризованных уравнений гидродинамики может быть сведена к волновому уравнению для потенциала скоростей ϕ *). Решение этого уравнения ищется в виде суммы $\phi = \phi^{(1)} + \phi^{(2)}$, где потенциал $\phi^{(1)}$ описывает поле возмущений среды движущимся телом в безграничном пространстве (собственное поле источника), а $\phi^{(2)}$ учитывает наличие полуплоскости.

Для определения величины $\phi^{(1)}$ удобно ввести цилиндрическую систему координат $\{r, \chi, \xi\}$, связанную с движущимся телом таким образом, что ось ξ совпадает с осью тела, причем начало его соответствует точке $\xi = 0$, а конец точке $\xi = l$. Фурье-компонента потенциала $\phi^{(1)}$ равна

$$\phi_{\omega}^{(1)} = \frac{\text{Mas}}{2\pi} f(\omega) K_0 \left(\frac{\omega r}{s} \sqrt{\frac{1}{\text{Ma}^2} - 1} \right), \quad (3.12)$$

где $f(\omega)$ определяется из граничного условия на поверхности обтекаемого тела (заключающегося в том, что скорость потока должна быть направлена по касательной к поверхности тела) и равняется **)

$$f(\omega) = \frac{1}{2\pi \text{Mas}} \int_0^l d\xi e^{-i(\omega/\text{Mas})\xi} \frac{dS(\xi)}{d\xi}; \quad (3.13)$$

Здесь $S(\xi) = \pi r^2(\xi)$ — площадь поперечного сечения тела.

Полученное решение теперь можно преобразовать в исходную систему координат $\{x, y, z\}$ и воспользоваться разложением потенциалов в интеграл Фурье по переменным t и x . Тогда поле излучения удовлетворяет уравнению

$$(\Delta_{y,z} + p^2) \phi_{\omega,q}^{(2)} = 0, \quad (3.14)$$

где $p^2 = \omega^2/s^2 - q^2$ (для определенности $\text{Im } p > 0$), а также граничному условию на поверхности экрана

$$\frac{\partial \phi_{\omega,q}^{(2)}}{\partial z} = -\frac{\partial \phi_{\omega,q}^{(1)}}{\partial z} \quad (\text{при } z = 0, y > 0) \quad (3.15)$$

и условию непрерывности $\phi_{\omega,q}^{(2)}$ на его продолжении (при $z = 0, y < 0$).

*) В действительности движение жидкости в случае хорошо обтекаемого тела может считаться потенциальным во всем пространстве, за исключением тонкого слоя вблизи поверхности тела и в сравнительно узкой области «следа» позади тела ¹¹. Отметим в этой связи работу ⁶⁵, где на основе представления Лайтхилла дан анализ излучения звука турбулентным следом, возникающим при обтекании тела однородным потоком.

**) В случае точечного теплового или массового источника величина $f(\omega)$ определяется из решения неоднородного уравнения Гельмгольца (типа (3.1)).

Решение системы (3.14—3.15) находится методом Винера — Хопфа. Запишем

$$\Phi_{\omega, z}^{(2)} = -\frac{\operatorname{sgn} z}{2\pi i} \int_{-\infty}^{\infty} d\eta \frac{F(\eta)}{\sqrt{p^2 - \eta^2}} e^{i\eta y + i\sqrt{p^2 - \eta^2}|z|}, \quad (3.16)$$

где $F(\eta)$ — некоторая подлежащая определению функция комплексного переменного η ; $\operatorname{Im}(\sqrt{p^2 - \eta^2}) > 0$ вследствие принципа излучения. Требование выполнения граничных условий (3.15) приводит к системе парных интегральных уравнений для функции $F(\eta)$:

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{\infty} d\eta e^{i\eta y} F(\eta) &= -\frac{v \operatorname{Mas}}{2\lambda} f(\omega) e^{-\mu y - \lambda a} \quad \text{при } y > 0, \\ \int_{-\infty}^{\infty} d\eta \frac{e^{i\eta y}}{\sqrt{p^2 - \eta^2}} F(\eta) &= 0 \quad \text{при } y < 0, \end{aligned} \quad (3.17)$$

где $\mu = \lambda \sin \psi - \frac{i\omega}{\operatorname{Mas}} \cos \psi$, $v = \lambda \cos \psi + \frac{i\omega}{\operatorname{Mas}} \sin \psi$, $\lambda = \sqrt{\frac{\omega^2}{\operatorname{Mas}^2 s^2} - p^2}$. Опуская последующие расчеты, приведем выражение для углового распределения спектральной плотности излучения⁶⁴:

$$\mathcal{E}_{n, \omega} \approx \frac{\rho_0 \operatorname{Ma}^2 s^3}{2} |f(\omega)|^2 \frac{\sin \theta \cdot \exp[-2a(\omega/s) \sqrt{\operatorname{Ma}^{-2} - \sin^2 \theta}]}{(\operatorname{Ma}^{-2} - \sin^2 \theta)^{3/2}}. \quad (3.18)$$

Излучение максимально в направлении $\theta = \pi/2$ и отсутствует в направлениях $\theta = 0, \pi$. Спектральная плотность излучения экспоненциально убывает с увеличением «прицельного параметра» a .

в) Излучение звука источником, пролетающим через отверстие в жестком экране

Рассмотрим задачу о дифракционном излучении звука, допускающую сравнительно простое решение⁶⁶. Пусть по оси Oz круглого отверстия радиусом R в бесконечном акустически абсолютно жестком экране Σ пролетает точечный источник, скорость которого V близка к скорости звука: $1 - \operatorname{Ma}^2 \ll \ll 1$ (рис. 11). Создаваемые источником возмущения среды описываются неоднородным волновым уравнением, решение которого представимо в виде суммы фурье-компонент $\varphi_{\omega} = \varphi_{\omega}^{(1)} + \varphi_{\omega}^{(2)}$, где $\varphi_{\omega}^{(1)}$ — собственное поле источника (см. (3.5), (3.12)):

$$\varphi_{\omega}^{(1)} = \frac{\gamma}{2\pi \operatorname{Mas}} K_0\left(\frac{\omega r}{s} \sqrt{\frac{1}{\operatorname{Ma}^2} - 1}\right) e^{i(\omega/\operatorname{Mas})z}, \quad (3.19)$$

а поле излучения $\varphi_{\omega}^{(2)}$ удовлетворяет однородному уравнению Гельмгольца и определяется значением его производной, взятой в плоскости экрана Σ . В волновой зоне, т. е. при $|\mathbf{x}| \gg R_1$ и $|\mathbf{x}| \gg (\omega/s) R_1^2$ (R_1 — характерный размер области, где $\left.\frac{\partial \varphi_{\omega}^{(2)}}{\partial n}\right|_{z=0}$ отлична от нуля) можно приближенно записать

$$\varphi_{\omega}^{(2)} \approx -\frac{1}{2\pi} \int_{\Sigma} d\mathbf{r}' \frac{d\varphi_{\omega}^{(2)}}{dz'} \Big|_{z'=0} e^{-i(\omega/s)\mathbf{n}\mathbf{r}'} \frac{e^{-i(\omega/s)|\mathbf{x}|}}{|\mathbf{x}|}, \quad (3.20)$$

где \mathbf{n} — единичный вектор в направлении наблюдения. Входящая в (3.20) величина $\left.\frac{\partial \varphi_{\omega}^{(2)}}{\partial z}\right|_{z=0}$ определяется из граничных условий при $z = 0$. Заметим, что вследствие условия $1 - \operatorname{Ma}^2 \ll 1$ собственное поле источника сильно

сплющено в направлении его движения и по своим свойствам мало отличается от ансамбля плоских волн, падающих на отверстие. Поэтому задача может быть решена методом, аналогичным методу Кирхгофа в задачах о дифракции высокочастотных плоских волн на отверстиях в экране. Как известно, в этом случае в плоскости отверстия ($r < R$) полное поле $\varphi_\omega = \varphi_\omega^{(1)} + \varphi_\omega^{(2)}$ считается таким же, как если бы экран отсутствовал:

$$\left. \frac{\partial \varphi_\omega}{\partial z} \right|_{z=0} = \left. \frac{\partial \varphi_\omega^{(1)}}{\partial z} \right|_{z=0},$$

а в тени экрана ($r > R$)

$$\left. \frac{\partial \varphi_\omega}{\partial z} \right|_{z=0} = 0.$$

Это предположение справедливо для волн с частотами $\omega \gg s/R$. Вычисления в (3.20) приводят к следующему выражению для углового распределения спектральной плотности излучения:

$$\mathcal{E}_{\mathbf{n}, \omega} = \frac{\rho_0 \gamma^2 \text{Ma}}{2\pi^2 s} \frac{D[\xi, \eta]}{(1 - \text{Ma}^2)^2}, \quad (3.21)$$

где

$$D[\xi, \eta] = \frac{\xi^2}{(1 + \eta^2/2)} [J_0(\xi\eta) K_1(\xi) - \eta J_1(\xi\eta) K_0(\xi)],$$

$\xi = (\omega R/s) (\text{Ma}^{-2} - 1)^{1/2}$, $\eta = \theta (\text{Ma}^{-2} - 1)^{-1/2}$ — безразмерные переменные. Полная энергия излучения по порядку величины равна

$$\mathcal{E} \sim \frac{\rho_0 \gamma^2}{R (1 - \text{Ma}^2)^{3/2}}, \quad (3.22)$$

т. е. возрастает с уменьшением R и при стремлении $\text{Ma} \rightarrow 1$ до тех пор, пока не начинают сказываться такие факторы, как конечный размер источника, наличие поглощения в среде и т. п. При уменьшении R «отсекаемая» доля сопровождающего источник поля увеличивается и эффективность излучения возрастает. Следует, однако, иметь в виду, что формула (3.21) имеет смысл для частот $\omega \gg s/R$, т. е. $\xi \gg (1 - \text{Ma}^2)^{1/2}$. При частотах $\omega \lesssim s/R$ нарушается условие применимости использованных предположений.

На рис. 12 приведен график зависимости спектральной плотности излучения от переменных (ξ, η) . Из него, в частности, следует, что максимум излучения соответствует значению $\xi_m \simeq 1$, т. е. частоте $\omega_m \approx (s/R) (\text{Ma}^{-2} - 1)^{-1/2}$.

Выписанное выше условие $|x| \gg (\omega/s) R_1^2$ в данной задаче имеет простую интерпретацию. В случае дифракции плоской волны на отверстии r качестве характерного масштаба области, где

$$\left. \frac{\partial \varphi_\omega}{\partial z} \right|_{z=0}$$

существенно отлична от нуля, выбирался размер этого отверстия. В данном же рассмотрении, согласно (3.19), этим масштабом является величина $R_1 \sim (s/\omega) (\text{Ma}^{-2} - 1)^{-1/2}$. Поэтому

$$\frac{\omega}{s} R_1^2 \sim \frac{\text{Ma}^2 s}{\omega (1 - \text{Ma}^2)} \sim \frac{\lambda}{1 - \text{Ma}} \sim L_f, \quad (3.23)$$

где L_f — длина формирования излучения. Условие, о котором идет речь,

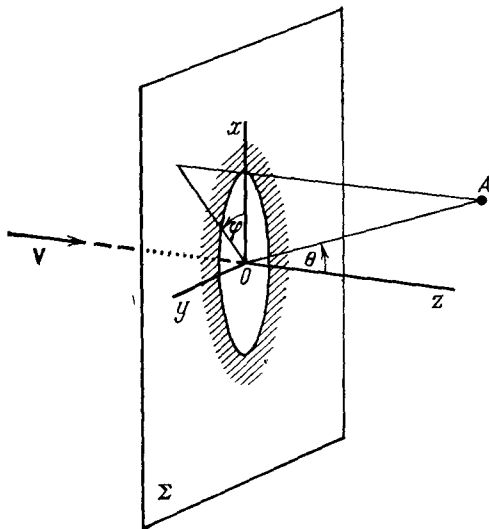


Рис. 11. Пролет источника через круглое отверстие радиусом R в акустически жестком экране Σ .

При $v \sim s$ излучение в основном направлено вперед по направлению его движения

записывается тогда в виде $|x| \gg L_f$ и заключается в том, что точка наблюдения должна быть расположена на расстоянии, значительно превышающем длину формирования.

Выше на примерах решения некоторых характерных задач были выявлены общие свойства дифракционного излучения. Наиболее существенные из

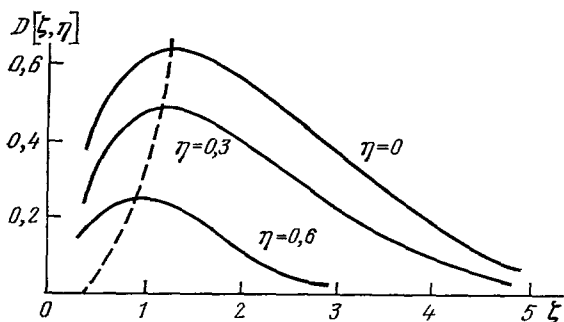


Рис. 12. Зависимость углового распределения спектральной плотности излучения от величин $\xi = (\sqrt{1 - Ma^2}/Ma) \omega R/s$ и $\eta = (Ma/\sqrt{1 - Ma^2}) \theta$

них заключаются в следующем. Спектральная плотность (или мощность) излучения во всех случаях экспоненциально убывает с увеличением параметра $\omega R/s$, где R — характерный пространственный масштаб задачи; в случае пролета источника над неровной поверхностью таковым является высота пролета, в случае пролета источника через круглое отверстие в экране — радиус экрана и т. д. Полная энергия излучения обратно пропорциональна R и

существенно зависит от близости скорости движения источника к скорости звука.

Рядом особенностей обладает дифракционное излучение в системах, состоящих из периодических структур (периодически неровная подстилающая поверхность, периодическая решетка из акустически непрозрачных экранов и т. д.) *). Излучение в определенном направлении имеет место в этом случае лишь для конечного числа дискретных частот, его спектр определяется периодом структуры. Вследствие непрерывности процесса излучения энергетической характеристикой служит не энергия излучения, а мощность излучения. Строго говоря, здесь мы имеем дело уже не с дифракционным излучением, а с дифракционным рассеянием — разновидностью переходного рассеяния.

4. ПЕРЕХОДНОЕ РАССЕЯНИЕ В АКУСТИКЕ

Термин «переходное рассеяние» был введен в электродинамике ⁶⁷ в связи с рассмотрением задачи о рассеянии волны диэлектрической проницаемости на неподвижном заряде. В ¹⁻³ обосновывается и целесообразность либо возможность употребления этого термина.

Охарактеризуем здесь кратко отличительные черты переходного рассеяния **).

Одно из основных отличий переходного рассеяния от переходного излучения состоит в том, что оно имеет место и для неподвижного источника. Примером может служить излучение звука при падении немодулированного лазерного луча на волнующуюся поверхность жидкости. Момент включения источника (области поглощения) сопровождается появлением импульса переходного излучения, а последующее непрерывное излучение звука обусловлено переходным рассеянием поверхностных волн в акустические на возмущениях, создаваемых источником. При этом, если в общем случае пе-

*) В недавно появившейся работе ⁸¹ рассмотрено излучение акустических волн равномерно движущимся в разреженной среде телом, пролетающим над периодической структурой, представляющей собой систему периодически расположенных акустически непрозрачных полос. Расчет проведен с использованием принципа Гюйгенса — Френеля.

**) Они, разумеется, те же, что и в электродинамике ¹⁻³.

переходное рассеяние на движущемся источнике описывается равенством

$$\omega - kV = \omega_0 - k_0V, \quad (4.1)$$

где ω_0 , ω и k_0 , k — частоты и волновые векторы соответственно падающей и рассеянной волны, V — скорость источника, то в последнем случае $V = 0$ и излучение происходит без изменения частоты.

С непрерывностью процесса излучения связано второе отличие переходного рассеяния от переходного излучения, которое носит импульсный характер. Поэтому энергетической характеристикой переходного рассеяния является не энергия, а мощность излучения.

Переходное рассеяние с излучением акустических волн имеет место для волн любой природы, которые могут существовать в системе. Например, только что отмеченное переходное рассеяние поверхностных волн в акустические. В принципе, к переходному рассеянию можно отнести и довольно разнообразные явления, связанные с трансформацией акустических волн одного типа в акустические волны другого типа на различных неоднородностях и возмущениях. В этом смысле особым разнообразием обладает переходное рассеяние в твердых телах. Это, например, взаимное преобразование объемных и поверхностных акустических волн на периодически возмущенном участке поверхности упругого тела⁶⁸, трансформация рэлеевских волн на поверхностных дефектах (трещинах, неровностях) в продольные и поперечные объемные волны⁶⁹⁻⁷¹ и т. д.

Разновидностью переходного рассеяния следует считать излучение источника, равномерно движущегося в случайно-неоднородной среде и в пространственно-периодической среде *). Эти процессы описываются выражением (4.1) при $\omega_0 = 0$ и в электродинамике часто называются резонансным переходным излучением или просто резонансным излучением.

а) Переходное рассеяние в случайно-неоднородной среде

Как уже отмечалось выше, для переходного рассеяния характерно непрерывное излучение вдоль всей траектории источника. Очевидно, что при этом, в отличие от переходного излучения, собственная энергия поля источника в среде остается в среднем неизменной. Следовательно, мощность излучения полностью определяется работой заданного источника. Поэтому ее расчет может быть проведен методом реакции излучения среднего поля.

Этот метод использован в работе⁷², где дан анализ акустического переходного излучения (рассеяния) в неоднородной газообразной среде точечным тепловым и силовым источниками в случае как мелко-, так и крупномасштабных неоднородностей. По аналогии с электромагнитным случаем введено понятие тензора эффективной проницаемости ϵ_{ij}^{eff} , характеризующего связь между фурье-образами средних значений импульса единицы объема среды и скорости возмущений \mathbf{v} :

$$\langle (\rho_0 + \delta\rho(\mathbf{r})) v_i(\omega, \mathbf{r}) \rangle_{\mathbf{k}} = \rho_0 \epsilon_{ij}^{eff}(\omega, \mathbf{k}) \langle v_j(\omega, \mathbf{k}) \rangle, \quad (4.2)$$

где $\epsilon(\mathbf{r}) = \delta\rho(\mathbf{r})/\rho_0$, $|\epsilon(\mathbf{r})| \ll 1$, $\delta\rho(\mathbf{r})$ — флуктуация плотности газа относительно среднего значения ρ_0 .

Приведем некоторые результаты расчета⁷² для теплового источника и экспоненциальной функции корреляции флуктуаций $\epsilon(\mathbf{r})$.

В случае мелкомасштабных флуктуаций ($k_0 l \ll 1$, $k_0 = \omega/s_0$, s_0 — средняя скорость звука, l — радиус корреляции) при малых скоростях движения источника ($Ma^2 \ll 1$) энергетический выход очень мал: при медленной

*) В этой связи, как уже отмечалось в гл. 3, излучение звука источником, движущимся вблизи неровной поверхности или периодической структуры, может быть названо дифракционным или переходным рассеянием.

($\text{Ma}^2 \ll (k_0 l)^2 \ll 1$) смене реализаций $\delta\rho$ спектральная мощность излучения $\dot{\mathcal{E}}_\omega \sim \text{Ma}^3$, при сравнительно быстрой ($(k_0 l)^2 \ll \text{Ma}^2 \ll 1$) вклады на большом числе неоднородностей компенсируются и $\dot{\mathcal{E}}_\omega \sim (k_0 l)^2 / \text{Ma}$. При $(k_0 l)^2 \simeq \text{Ma}^2 \ll 1$ существует локальный максимум мощности излучения, обусловленный синхронизмом между продольным масштабом изменения собственного поля движущегося источника Ma/k_0 и радиусом корреляции l . По мере приближения к черенковскому порогу $\dot{\mathcal{E}}_\omega$ возрастает и на пороге (сдвинутом, вследствие наличия флуктуаций, относительно $\text{Ma} = 1$ в сторону больших Ma на величину $(2/3)\langle \varepsilon^2 \rangle$) достигает максимума

$$\dot{\mathcal{E}}_\omega \approx \frac{\rho_0 \gamma^2 \omega}{8\pi s_0}, \quad (4.3)$$

где $\gamma = \beta q / \rho_0 c_p$. Для гиперзвукового источника ($\text{Ma}^2 \gg 1$)

$$\dot{\mathcal{E}}_\omega \approx \frac{\rho_0 \gamma^2 \omega}{4\pi s_0 \text{Ma}}. \quad (4.4)$$

Из (4.3) следует, что в отличие от электродинамики, в рассматриваемой ситуации имеет место жесткое включение черенковского излучения: оно доминирует уже при околопороговом значении скорости.

В случае крупномасштабных флуктуаций ($k_0 l \gg 1$) при $\text{Ma} \ll 1$ $\dot{\mathcal{E}}_\omega \sim \text{Ma}^3$, далее мощность излучения возрастает с ростом скорости источника, на пороге черенковского излучения описывается выражением (4.3), а при $\text{Ma}^2 \gg 1$ — выражением (4.4). Здесь уже условие синхронизма $\text{Ma} \approx k_0 l$ не может быть выполнено при $\text{Ma} < 1$, поэтому резонансный механизм переходного излучения не наблюдается.

б) Переходное рассеяние в турбулентной среде

Переходное рассеяние в турбулентной среде рассматривалось в работе ⁷³ для силового источника вида (В.1). Предполагалось, что частоты турбулентных пульсаций скорости малы по сравнению с характерными частотами акустических величин. Диссипативные эффекты и температурные флуктуации считались пренебрежимо малыми. Исследовалось угловое распределение спектральной мощности излучения $\dot{\mathcal{E}}_{n,\omega}$ в приближении однократного рассеяния. В частности, было показано, что при малых числах Маха $\text{Ma} \ll 1$ имеет место очень сильная степенная зависимость $\dot{\mathcal{E}}_{n,\omega}$ от Ma — излучение мало. При этом мощность излучения вперед по направлению движения источника ($\theta = 0$) того же порядка, что и в обратном направлении ($\theta = \pi$), а излучение в направлении $\theta = \pi/2$ отсутствует. Переходное излучение наиболее эффективно при приближении к черенковскому порогу. В этом случае излучение в основном направлено вперед по направлению движения источника.

в) Переходное рассеяние поверхностных волн в акустические

Переходное рассеяние как в электродинамике, так и в акустике в реальных ситуациях может возникать при весьма разнообразных условиях. Общие представления о переходном рассеянии могут быть с успехом применены как для наглядной интерпретации известных физических явлений, так и для анализа новых эффектов. В качестве примера ниже рассмотрим предложенный в работе ⁷⁴ один из возможных механизмов генерации инфразвука в системе атмосфера — океан, суть которого находит объяснение в рамках теории переходного рассеяния *).

*) Известные механизмы генерации низкочастотных шумов в системе атмосфера — океан обсуждаются в ⁷⁵.

В неоднородном воздушном потоке над поверхностью океана могут формироваться локальные неоднородности, имеющие ограниченные размеры и значительные местные скорости (структуры типа вихревых нитей, колец, тороидальных вихрей Хилла ⁷⁶, а также уединенных тороидальных вихрей ⁷⁷, для которых характерно экспоненциально быстрое спадание локальной скорости на бесконечности). Находясь вблизи волнующейся поверхности океана, такие вихри могут быть причиной достаточно мощного инфразвукового излучения. Дело заключается в том, что с локальным вихрем связано значительное избыточное гидродинамическое давление — «собственное поле источника». Его взаимодействие с поверхностными волнами обуславливает рассеяние последних, сопровождающееся частичной трансформацией в объемные: в атмосферу и океан излучаются акустические волны. Такая интерпретация находится в соответствии с теорией переходного рассеяния, причем излучение в случае неподвижного источника (вихря) происходит без изменения частоты: наиболее эффективна генерация инфразвуковых волн.

В рамках рассмотренной в ⁷⁴ модели излучение оказывается практически изотропным. Мощность излучения для реальных параметров вихрей может достигать значений порядка киловатт, что позволяет сделать вывод о значимости данного механизма генерации инфразвука в системе атмосфера — океан.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Данный обзор теории акустического переходного излучения, конечно, не полон. Многие аспекты этой теории остались незатронутыми или затронутыми лишь вскользь. Круг ее задач весьма разнообразен и во многих направлениях исследования находятся еще в начальной стадии. Некоторые из них уже были перечислены в тексте настоящего обзора, а также в монографии ¹, где обращалось внимание на ряд интересных акустических задач (в частности, на акустическое переходное рассеяние в сверхтекучем гелии-II, акустическое переходное излучение и переходное рассеяние различных типов волн в твердых телах).

Разумеется, в акустике, так же как и в электродинамике, имеет место еще один переходной эффект — аналог переходного тормозного излучения ¹. Переходное тормозное излучение в электродинамике возникает в случае пролета в среде двух зарядов на достаточно близком расстоянии друг от друга и обусловлено рассеянием волн поляризуемости, создаваемых одним из зарядов, на поле другого заряда. Такое излучение интерферирует с обычным тормозным излучением, связанным с ускорением зарядов, но, в отличие от последнего, не исчезает в пределе бесконечно больших масс «сталкивающихся» частиц. Подобный эффект в акустике может наблюдаться, например, при сканировании по поверхности жидкости двух лазерных пучков при условии, что пятна облучения проходят на достаточно близком расстоянии друг от друга.

Все переходные эффекты, очевидно, играют определенную роль в аэроакустике. Известно, что электродинамическими аналогами процессов аэродинамической генерации звука, обусловленных взаимодействием возмущений энтропии и завихренности с неоднородным полем течения, являются эффекты излучения электромагнитных волн зарядами, движущимися в неоднородных электрических или магнитных полях (см., например, ⁷⁸⁻⁸⁰). Однако аналогично тому, как в электродинамике переходное излучение может сосуществовать с магнитотормозным излучением (например, в вакууме в сильном магнитном поле ¹), механизм акустического переходного излучения (и акустического переходного тормозного излучения) также может быть значимым в различных процессах аэродинамической генерации звука.

Мы надеемся, что приведенный материал стимулирует постановку новых задач, представляющих интерес не только для акустики, но и для других областей физики.

В заключение авторы выражают благодарность В.Л. Гинзбургу, по инициативе которого была начата работа по написанию настоящей статьи.

Московский государственный университет
им. М. В. Ломоносова.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гинзбург В. Л., Цытович В. Н. Переходное излучение и переходное рассеяние.— М.: Наука, 1984.
2. Гинзбург В. Л., Цытович В. Н.— УФН, 1978, т. 126, с. 553. Phys. Rept., 1979, v. 49, p. 1.
3. Гинзбург В. Л. Теоретическая физика и астрофизика.— М.: Наука, 2-е изд., 1981; 3-е изд., 1985.
4. Гинзбург В. Л., Франк И. М.— J. Phys. URSS, 1945, v. 9, p. 353; ЖЭТФ, 1946, т. 16, с. 15.
5. Гарибян Г. М.— ЖЭТФ, 1959, т. 37, с. 527.
6. Басс Ф. Г., Яковенко В. М.— УФН, 1965, т. 86, с. 189.
7. Болотовский Б. М., Воскресенский Г. В.— УФН, 1966, т. 88, с. 209.
8. Болотовский Б. М., Воскресенский Г. В.— УФН, 1968, т. 94, с. 377.
9. Болотовский Б. М.— Тр. ФИАН СССР, 1982, т. 140, с. 95.
10. Тер-Микаелян М. Л. Влияние среды на электромагнитные процессы при высоких энергиях.— Ереван: Изд-во АН АрмССР, 1969.
11. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Механика сплошных сред.— М.: Гостехиздат, 1954.
12. Блохинцев Д. И. Акустика неоднородной движущейся среды.— М.: Наука, 1981.
13. Чёрный Г. Г. Течения газа с большой сверхзвуковой скоростью.— М.: Физматгиз, 1959.
14. Докучаев В. П.— ЖЭТФ, 1962, т. 43, с. 594.
15. Нацик В. Д.— Письма ЖЭТФ, 1968, т. 8, с. 324.
16. Бойко В. С., Гарбер Р. И., Кривенко Л. Ф., Кривуля С. С.— ФТТ, 1969, т. 11, с. 3624.
17. Бойко В. С., Гарбер Р. И., Кившик В. Ф., Кривенко Л. Ф.— ЖЭТФ, 1976, т. 71, с. 708.
18. Бойко В. С., Кривенко Л. Ф.— ЖЭТФ, 1981, т. 80, с. 255.
19. Бойко В. С., Кившик В. Ф., Кривенко Л. Ф.— ЖЭТФ, 1982, т. 82, с. 504.
20. Левин В. М., Пустовойт В. И., Чернозатонский Л. А.— ЖЭТФ, 1973, т. 64, с. 1799.
21. Нацик В. Д., Бурканов А. Н.— ФТТ, 1972, т. 14, с. 1289.
22. Vurtyka M. V., Yakovenko V. M.— Sol. State Comm., 1978, v. 25, p. 591.
23. Павлов В. И., Сухорукوف А. И., Треблер П. М.— Изв. вузов. Сер. «Радиофизика», 1982, т. 25, с. 412.
24. Павлов В. И., Треблер П. М.— Вестн. Моск. ун-та, 1982, т. 23, с. 87.
25. Гончаров В. П., Павлов В. И.— Изв. АН СССР. Сер. «Физика атмосферы и океана», 1982, т. 18, с. 887.
26. Павлов В. И., Сухорукوف А. И.— ЖЭТФ, 1983, т. 85, с. 527.
27. Теодорович Э. В.— Изв. АН СССР. Сер. «Физика атмосферы и океана», 1984, т. 30, с. 300.
28. Григорьев Г. И., Савина О. Н.— Изв. вузов. Сер. «Радиофизика», 1983, т. 26, с. 135.
29. Лямшев Л. М.— УФН, 1981, т. 135, с. 637.
30. Лямшев Л. М., Седов Л. В.— Акуст. ж., 1981, т. 27, с. 5.
31. Boshkov A. I., Bunkin F. V., Kolomenskii A. A., Mikhailovich V. G.— In: Soviet Scientific Reviews. Sect. A: Physics Reviews,— N.Y.: Harwood Academic Publ., 1981, v. 3, p. 459.
32. Божков А. И., Бункин Ф. В., Коломенский А. А.— Квант. электрон., 1977, т. 4, с. 942.
33. Луговой В. Н., Стрельцов В. Н.— ЖЭТФ, 1973, т. 65, с. 1407.
34. Красильников В. А., Павлов В. И.— ДАН СССР, 1981, т. 256, с. 370.
35. Красильников В. А., Павлов В. И.— Изв. вузов. Сер. «Радиофизика», 1981, т. 24, с. 321.
36. Красильников В. А., Павлов В. И., Треблер П. М.— Акуст. ж., 1981, т. 24, с. 321.
37. Makagewicz R.— Acustica, 1979, v. 41, p. 267.
38. Oie S., Takeuchi R.— Acustica, 1981, v. 48, p. 123.
39. Божков А. И., Бункин Ф. В., Коломенский А. А., Маляровский А. И., Михалевич В. Г.— Письма ЖТФ, 1979, т. 5, с. 1281.

40. Коломенский А. А. Переходное излучение звука оптико-акустическим источником.: Препринт ФИАН СССР № 123.— Москва, 1979.
41. Божков А. И., Бункин Ф. В., Коломенский А. А., Лямшев М. Л., Маляровский А. И., Михалевич В. Г., Родин А. М.— Письма ЖТФ, 1980, т. 6, с. 1313.
42. Божков А. И., Бункин Ф. В., Коломенский А. А., Лямшев М. Л., Маляровский А. И., Михалевич В. Г., Родин А. М.— Акуст. ж., 1982, т. 28, с. 461.
43. Божков А. И., Бункин Ф. В., Галстян А. М., Коломенский А. А., Михалевич В. Г.— Изв. АН СССР. Сер. физ., 1982, т. 46, с. 1624.
44. Бункин Ф. В., Коломенский А. А., Маляровский А. И., Михалевич В. Г.— Ibidem, 1983, т. 47, с. 1968.
45. Бункин Ф. В., Трибельский М. И.— УФН, 1980, т. 130, с. 193.
46. Касоев С. Г., Лямшев Л. М.— Акуст. ж., 1977, т. 23, с. 890.
47. Касоев С. Г., Лямшев Л. М.— Ibidem, 1978, т. 24, с. 534.
48. Бурмистрова Л. В., Карабутов А. А., Портнягин А. И., Руденко О. В., Черепецкая Е. Б.— Ibidem, с. 655.
49. Карабутов А. А., Руденко О. В., Черепецкая Е. Б.— Ibidem, 1979, т. 25, с. 383.
50. Городецкий В. С., Егерев С. В., Есипов И. Б., Наугольных К. А.— Квант. электрон., 1978, т. 5, с. 2396.
51. Егерев С. В., Есипов И. Б., Лямшев Л. М., Наугольных К. А.— Акуст. ж., 1979, т. 25, с. 220.
52. Дунина Т. А., Егерев С. В., Лямшев Л. М., Наугольных К. А.— Письма ЖТФ, 1979, т. 5, с. 986.
53. Hutcheson L., Roth O., Barnes F.— In: Records of 11th Symposium on Electron, Ion and Laser Beam Technology. Boulder, Colorado, 1971, p. 431.
54. Гольдманский В. И., Ланцбург Е. Я., Ямпольский П. А.— Письма ЖТФ, 1975, т. 21, с. 365.
55. Lighthill M. Y.— Proc. Roy. Soc. Ser. A, 1952, v. 211, p. 564; 1954, v. 222, p. 1.
56. Голдстейн М. Е. Аэроакустика.— М.: Машиностроение, 1981.
57. Лайтхилл Дж. Волны в жидкостях.— М.: Мир, 1981.
58. Липовский В. Д.— Изв. вузов. Сер. «Радиофизика», 1980, т. 23, с. 159.
59. Лямшев Л. М., Седов Л. В.— Акуст. ж., 1979, т. 25, с. 906.
60. Лямшев Л. М., Челноков Б. И.— ЖТФ, 1983, т. 53, с. 2238.
61. Бреховских Л. М. Волны в слоистых средах.— М.: Наука, 1973.
62. Павлов В. И., Сухоруков А. И.— Акуст. ж., 1984, т. 30, с. 249.
63. Павлов В. И., Сухоруков А. И.— Ibidem, 1983, т. 29, с. 673.
64. Шегурова Г. И.— Ibidem, 1971, т. 17, с. 284.
65. Лямшев Л. М., Скворцов А. Т.— Письма ЖТФ, 1983, т. 9, с. 1506.
66. Павлов В. И., Сухоруков А. И.— Акуст. ж., 1984, т. 30, с. 527.
67. Гинзбург В. Л., Цытович В. Н.— ЖЭТФ, 1973, т. 65, с. 1818.
68. Гуляев Ю. В., Плесский В. П.— Радиотехн. и электрон., 1980, т. 25, с. 1569.
69. Бреховских Л. М.— Акуст. ж., 1959, т. 5, с. 282.
70. Викторov И. А. Звуковые поверхностные волны в твердых телах.— М.: Наука, 1981.
71. Rischbieter F.— Acustica, 1965, v. 16, p. 75.
72. Липовский В. Д., Тамойкин В. В.— Изв. вузов. Сер. «Радиофизика», 1983, т. 26, с. 183.
73. Павлов В. И.— Акуст. ж., 1982, т. 28, с. 96.
74. Павлов В. И., Сухоруков А. И.— Изв. АН СССР. Сер. «Физика атмосферы и океана», 1984, т. 20, с. 759.
75. Акустика океана/Под ред. Бреховских Л. М.— М.: Наука, 1974.
76. Ламб Г. Гидродинамика.— М.: Гостехиздат, 1947.
77. Петвишвили В. И., Похотелов О. А., Чудин Н. В.— ЖЭТФ, 1982, т. 82, с. 1833.
78. Howe M. S.— J. Fluid Mechanics, 1975, v. 71, p. 625.
79. Ffowcs Williams J. E., Howe M. S.— Ibidem, 1975, v. 70, p. 605.
80. Касоев С. Г.— Акуст. ж., 1976, т. 22, с. 131.
81. Стакун Н. С.— Ibidem, 1984, т. 30, с. 281.