

УСПЕХИ ФИЗИЧЕСКИХ НАУК

524.8+539.12.01

КОСМОЛОГИЯ, ПЕРВИЧНЫЕ ЧЕРНЫЕ ДЫРЫ  
И СВЕРХМАССИВНЫЕ ЧАСТИЦЫ

А. Г. Полнарев, М. Ю. Хлопов

СОДЕРЖАНИЕ

Введение	369
1. Сверхмассивные метастабильные частицы и ранние пылевидные стадии	371
а) Метастабильные частицы	371
б) Остаточная концентрация метастабильных сверхмассивных частиц	371
в) Стадии доминантности сверхмассивных частиц	372
2. Первичные черные дыры и неоднородность ранней Вселенной	373
а) Свойства ПЧД	373
б) Образование ПЧД и ранние пылевидные стадии	378
в) Влияние пылевидных стадий на связь между $\alpha(M)$ и $\beta(M)$	382
г) Астрофизические ограничения на спектр ПЧД	383
3. Ограничения на параметры сверхмассивных частиц и неоднородность ранней Вселенной	385
а) Связь спектра ПЧД с параметрами сверхмассивных частиц	385
б) Сравнение минимальной вероятности образования ПЧД с астрофизическими ограничениями	386
4. Ограничения на параметры единых калибровочных теорий	388
а) Ограничения на массу магнитных монополей	390
б) Ограничения на параметры асимптотически свободной SU(5)-теории	392
в) Ограничения на параметры сверхмассивных нейтральных фермионов	393
г) Происхождение спектра начальных возмущений в расширяющейся Вселенной и пылевидные стадии	395
Заключение	396
Приложение. Учет неоднородности конфигурации в рамках толменовского решения	397
Список литературы	398

ВВЕДЕНИЕ

Фундаментальная взаимосвязь физики элементарных частиц и эволюции ранней Вселенной привлекает все большее внимание как физиков, изучающих элементарные частицы, так и астрофизиков, занимающихся вопросами космологии. Всесторонний анализ этой взаимосвязи позволяет построить физически обоснованную космологию ранней Вселенной. С другой стороны, анализ космологических следствий теорий элементарных частиц дает возможность получить ту уникальную информацию о свойствах элементарных частиц и их взаимодействиях, которую современные лабораторные методы дать не в состоянии <sup>1</sup>. В самом деле, совокупность наблюдательных данных о динамике расширения Вселенной, об изотропии и спектре реликтового излучения, данные о распространенности легких элементов, наблюдаемая крупномасштабная структура неоднородности Вселенной позволили построить вполне определенную качественную картину эволюции Вселенной после первой секунды от начала расширения <sup>2,3</sup>. Эта картина опирается на физические законы, надежно проверенные в лабораторных условиях. Построение

1 УФН, т. 145, вып. 3

картины более ранней эволюции с необходимостью требует привлечения современной теории элементарных частиц. В рамках таких теорий, объединяющих различные типы взаимодействий элементарных частиц (см., например, <sup>4</sup>), удалось разработать (пока лишь качественно) ряд нетривиальных сценариев эволюции ранней Вселенной, позволяющих объяснить наблюдаемую энтропию и барионную асимметрию Вселенной <sup>1</sup>. Механизмы спонтанного нарушения симметрии в таких теориях вызывают фазовые переходы <sup>5</sup>, сопровождаемые образованием сверхмассивных магнитных монополей <sup>6-9</sup>, а в ряде вариантов теории — сверхплотных стенок <sup>7,10</sup> или нитей <sup>7</sup>. Кроме магнитных монополей, теории предсказывают целый ряд новых частиц. Некоторые из частиц являются стабильными, и в рамках упомянутых сценариев ранней Вселенной можно оценить их остаточную концентрацию. Анализ влияния этих частиц на такие процессы, протекающие во Вселенной после 1 с, как нуклеосинтез, формирование спектра реликтового излучения, образование наблюдаемой крупномасштабной структуры, и динамику Вселенной в целом позволил получить ограничения на количество сортов частиц <sup>11</sup>, их массы <sup>1,12-22</sup> и остаточные концентрации <sup>1,13-22</sup>, что в свою очередь позволило получить ограничения на параметры самих теорий, предсказывающих эти частицы. Особо отметим выявленную при данном анализе возможную связь нерелятивистских стабильных частиц с развитием неоднородностей Вселенной. Эффекты стабильных частиц в развитии современной крупномасштабной структуры широко обсуждались <sup>16,17,23-30</sup> в связи с возможным наличием у нейтрино массы покоя <sup>31</sup>. Теоретическое исследование пространственного распределения описываемых частиц в наблюдаемых неоднородностях современной Вселенной позволило дать более сильные ограничения <sup>14,32</sup> на параметры этих частиц по сравнению с ограничениями, полученными из анализа их возможного влияния на эволюцию Вселенной в целом <sup>18,20</sup>.

Однако большинство предсказываемых теорией новых частиц нестабильно, и их время жизни существенно меньше 1 с. Более того, для многих из рассматриваемых частиц предсказываются столь большие массы, что их образование в поздней Вселенной, т. е. после 1 с от начала расширения, практически невозможно по энергетическим соображениям, и существовать они могли только в очень ранней Вселенной.

В эпоху, когда тепловая энергия частиц  $kT$  значительно превышала их энергию покоя  $mc^2$ , эти частицы по своему влиянию на динамику ранней Вселенной в целом и развитие неоднородностей в ту эпоху ничем не отличались от других сортов релятивистских частиц. Если время жизни частиц значительно превышало космологическое время на момент, когда  $kT \sim mc^2$ , то роль таких «долгоживущих» частиц в развитии неоднородности ранней Вселенной могла быть схожей с ролью стабильных частиц в развитии неоднородностей в поздней Вселенной. Возникает естественный вопрос, можно ли, основываясь на совокупности астрофизических данных, получить какую-то информацию о мелкомасштабных неоднородностях, о влиянии долгоживущих частиц на развитие указанных неоднородностей и, тем самым, провести косвенную проверку теорий, предсказывающих существование частиц с теми или иными параметрами (такой теорией может являться какой-либо из известных вариантов единой калибровочной теории, либо теория, основанная на каких-то еще не известных принципах). Чтобы ответить на этот вопрос, обратимся к следующему сценарию эволюции ранней Вселенной.

Пусть на ранних стадиях расширения Вселенной существовали сверхмассивные частицы, остаточная концентрация которых достаточно велика, так что эти частицы, став нерелятивистскими, начинают доминировать в ранней Вселенной. Это означает, что Вселенная в ходе своей эволюции могла вступить в раннюю пылевидную стадию расширения (гл. 1). Кроме того, пылевидная стадия могла бы осуществляться по окончании стадии раздувания Вселенной в ходе колебаний классического скалярного поля <sup>33-35,22</sup>.

На ранних пылевидных стадиях возможен рост малых начальных неоднородностей, приводящий на нелинейной стадии развития неоднородности к образованию конфигураций, обособившихся от общего расширения Вселенной. Малая доля конфигураций в ходе последующего сжатия может превратиться в первичные черные дыры (ПЧД), возможность образования которых на ранних стадиях расширения Вселенной была впервые указана в работе <sup>36</sup> в связи с анализом возможности коллапса маломассивных тел <sup>37</sup>. Ключевым моментом описываемого сценария является то, что спектр таких ПЧД хранит некоторую информацию о спектре начальных мелкомасштабных неоднородностей и о свойствах сверхмассивных метастабильных частиц долгое время после того, как сами эти частицы прекратили свое существование.

Задаваясь спектром начальных неоднородностей можно оценить минимальную вероятность образования ПЧД (гл. 2). В гл. 3 эта минимальная вероятность сравнивается с наблюдательными астрофизическими ограничениями сверху на спектр ПЧД, что и приводит к ряду нетривиальных ограничений на свойства сверхмассивных метастабильных частиц в зависимости от спектра начальных неоднородностей. В частности (гл. 4), можно ограничить параметры конкретных вариантов единых калибровочных теорий.

#### 1. СВЕРХМАССИВНЫЕ МЕТАСТАБИЛЬНЫЕ ЧАСТИЦЫ И РАННИЕ ПЫЛЕВИДНЫЕ СТАДИИ

##### а) М е т а с т а б и л ь н ы е ч а с т и ц ы

Как было отмечено во введении, нас интересуют лишь долгоживущие частицы, т. е. метастабильные частицы. Появление в теориях метастабильных (или даже абсолютно стабильных относительно распада) частиц может быть связано с новым приближенно или строго сохраняющимся квантовым числом. Одним из ярких примеров являются магнитные монополи <sup>6,7</sup>. Их абсолютная стабильность относительно распада следует из строгого сохранения магнитного заряда. Появление в теории этого сохраняющегося квантового числа обусловлено топологической структурой калибровочной группы, объединяющей электромагнетизм с остальными взаимодействиями <sup>6,7,38</sup>. Существование сохраняющегося квантового числа (обобщенного заряда) \*) должно приводить к абсолютной стабильности самых легких из сверхмассивных частиц, обладающих таким зарядом, как это и имеет место в случае магнитных монополей. Однако такого сорта теории неизбежно предсказывают существование соответствующих античастиц. Парная аннигиляция частиц и античастиц приводит к закалке их концентрации (впервые закалка антипротонов была рассмотрена в <sup>40</sup>, а закалка кварков в <sup>41</sup>) и может впоследствии приводить к сильному падению концентрации абсолютно стабильных частиц в неоднородностях (см. ниже).

Приближенное сохранение квантового числа приводит к тому, что обладающие соответствующим зарядом сверхмассивные частицы метастабильны относительно распада на более легкие частицы, не обладающие таким зарядом. Аналогичная ситуация, хотя и в других масштабах времен и энергий, возникает в рамках гипотезы о нестабильности (точнее метастабильности) протона из-за нестрогого сохранения барионного числа.

##### б) О с т а т о ч н а я к о н ц е н т р а ц и я м е т а с т а б и л ь н ы х с в е р х м а с с и в н ы х ч а с т и ц

В зависимости от конкретных свойств частиц их образование могло носить как равновесный, так и неравновесный характер. Однако в более поздние моменты времени, когда  $kT < mc^2$ , концентрация метастабильных частиц

\*) Отметим, что обобщенный заряд не обязательно является скаляром. В случае суперсимметричных теорий <sup>39</sup>, например, появляются спинорные заряды.

в расширяющейся Вселенной неизбежно превышает равновесную (соответствующую данной температуре  $T$ ). Другими словами, рано или поздно происходит закалка концентрации сверхмассивных метастабильных частиц.

Закаленную концентрацию  $n_m$  метастабильных частиц удобно характеризовать относительной концентрацией  $\nu$ , равной

$$\nu = \frac{n_m}{n_r} = \frac{n_m}{\kappa n_\gamma}, \quad (1.1)$$

где  $n_r$  и  $\kappa$  — суммарная концентрация и число сортов релятивистских частиц, а  $n_\gamma$  — концентрация фотонов. Величина  $\nu$  определяется числом сортов релятивистских частиц  $\kappa$ , сечением парной аннигиляции метастабильных частиц со своими античастицами, характером их взаимодействия с остальными частицами и характером их образования, если метастабильные частицы образуются неравновесным образом.

Если в ходе образования частиц имели место эффекты нарушения симметрии между частицами и античастицами, величина  $\nu$  может определяться избытком частиц над античастицами (или античастиц над частицами). Аналогом такого избытка частиц над античастицами является, согласно современному представлению о генерации барионного заряда (см. обзор <sup>1</sup>), концентрация барионов в современной Вселенной.

#### в) Стадии доминантности сверхмассивных частиц

После того как произошла закалка сверхмассивных частиц с массой  $m$  в ходе дальнейшего расширения Вселенной, отношение плотности  $\varepsilon_m = mc^2 \nu n_r$  таких частиц к плотности релятивистских частиц  $\varepsilon_r \sim kT \cdot n_r$  растет как  $mc^2/kT$ . Действительно, плотность числа частиц как релятивистских, так и нерелятивистских убывает в ходе расширения как  $a^{-3}$ , где  $a$  — масштабный фактор. При этом масса нерелятивистской частицы не меняется, поэтому их плотность массы падает как  $a^{-3}$ . Энергия же каждой ультрарелятивистской частицы убывает как  $a^{-1}$  из-за красного смещения в ходе расширения Вселенной. Следовательно, относительный вклад нерелятивистских частиц в среднюю плотность Вселенной растет как  $a$ , т. е. обратно пропорционально температуре. К моменту времени

$$t_0 \sim \left( \frac{m_{Pl}}{\sqrt{m}} \right)^2 t_{Pl} \quad (1.2)$$

(где  $t_{Pl} = \sqrt{\frac{G\hbar}{c^5}}$  и  $m_{Pl} = \sqrt{\frac{\hbar c}{G}}$  — планковское время и планковская масса), когда температура падает до величины

$$T_0 = \frac{\nu mc^2}{k}, \quad (1.3)$$

наступает стадия доминантности сверхмассивных частиц. На этой стадии эффективное уравнение состояния Вселенной становится близким к  $p = 0$ . Таким образом, мы приходим к выводу, что одним из космологических следствий моделей, в которых предсказывается существование метастабильных, достаточно долгоживущих частиц, являются ранние пылевидные стадии расширения Вселенной. Ставя перед собой задачу выявить принципиальную связь между указанными моделями элементарных частиц и космологией ранней Вселенной, мы ограничимся рассмотрением очень приближенного, но зато простого сценария.

Для простоты предположим, что имеется только один сорт сверхмассивных метастабильных частиц массы  $m$  с закаленной концентрацией  $\nu$ . При  $t < t_0$  их вклад в космологическую плотность мал и динамика расширения Вселенной определяется релятивистскими частицами, дающими основной вклад в космологическую плотность. Хорошо известно <sup>2,3</sup>, что в этом случае уравнение состояния вещества (т. е. связь давления с плотностью) имеет вид

$p = \varepsilon/3$ . При  $t \sim t_0$  вклад нерелятивистских частиц в космологическую плотность сравнивается с вкладом релятивистских частиц и начинается переход к пылевидной стадии расширения. Аналогичный переход к стадии доминантности массивных нейтрино в существенно более позднюю эпоху расширения Вселенной был подробно исследован в <sup>24</sup>. В ходе такого перехода давление релятивистских частиц оказывает все меньшее влияние на динамику расширения Вселенной, и со все большей степенью точности уравнение состояния вещества приближается к уравнению состояния пылевидной среды:  $p = 0$ . Наконец, при  $t \sim t_K$  ранняя пылевидная стадия заканчивается либо вследствие распадов метастабильных частиц, либо из-за парной аннигиляции таких частиц в неоднородностях, формирующихся на стадии  $p = 0$ . Как в том, так и в другом случае окончание стадии  $p = 0$  сопровождается постепенным переходом плотности энергии покоя нерелятивистских сверхмассивных частиц в существенно более легкие ультрарелятивистские частицы. Поэтому при  $t > t_K$  уравнение состояния вещества вновь принимает вид  $p = \varepsilon/3$ . Хотя и начало и конец ранней пылевидной стадии не являются мгновенными, для последующих оценок по порядку величины примем следующую простую зависимость уравнения состояния вещества от времени:

$$p = \begin{cases} \frac{\varepsilon}{3} & \text{при } t < t_0, \\ 0 & \text{при } t_0 < t < t_K, \\ \frac{\varepsilon}{3} & \text{при } t > t_K. \end{cases} \quad (1.4)$$

Отметим, что если окончание пылевидной стадии обусловлено аннигиляцией сверхмассивных частиц, формирующихся на стадии  $p = 0$  в гравитационно-связанных структурах, то можно ожидать чередования пылевидных стадий. Действительно, какая-то доля частиц не входит в такие конфигурации и сохраняется во Вселенной по окончании ранней пылевидной стадии. Несмотря на то, что эти частицы первоначально составляют малую долю от проаннигилировавших частиц, они могут вновь начать доминировать в космологической плотности в ходе последующего расширения Вселенной. Чередование пылевидных стадий возможно и в случае нескольких сортов сверхмассивных метастабильных частиц с различными  $mt$ .

Важнейшим следствием существования достаточно длительных ранних пылевидных стадий является рост малых начальных возмущений, в результате которого могут образоваться ПЧД. Свойства ПЧД и условия их образования из малых начальных возмущений обсуждаются в следующей главе.

## 2. ПЕРВИЧНЫЕ ЧЕРНЫЕ ДЫРЫ И НЕОДНОРОДНОСТЬ РАННЕЙ ВСЕЛЕННОЙ

### а) Свойства ПЧД

Еще в 1794 г. Лаплас <sup>42</sup> указывал на возможность существования во Вселенной объектов со столь сильным гравитационным полем, что параболическая скорость на поверхности таких объектов превышает скорость света, так что даже свет не может преодолеть их гравитационное притяжение. Однако до создания Эйнштейном общей теории относительности это высказывание Лапласа оставалось лишь гениальной догадкой. Настоящая история теоретического исследования черных дыр начинается с работы Шварцшильда <sup>43</sup>, который сразу же после опубликования Эйнштейном уравнений гравитационного поля в 1916 г. получил первые точные решения этих уравнений в сферически симметричном случае. В решение входил свободный параметр, который впоследствии был интерпретирован как масса «черной дыры». Мы не будем здесь останавливаться на свойствах решения Шварцшильда, а также его

обобщениях на случай заряженных <sup>44</sup> и вращающихся <sup>45</sup> черных дыр, рекомендуя интересующемуся читателю книги и подробный обзор <sup>46</sup>. Отметим лишь, что во всех решениях, описывающих гравитационное поле черной дыры, масса самой дыры произвольна, т. е. является как мы уже говорили, свободным параметром решения. Важным этапом в развитии теории черных дыр явились работы Оппенгеймера, Волкова <sup>47</sup>, а также Оппенгеймера, Снайдера <sup>48</sup>, которые получили теоретическое ограничение на массы черных дыр, образующихся на заключительной стадии звездной эволюции. Оказалось, что черные дыры могут образовываться только из тех звезд, масса которых превышает  $(2,5-3) M_{\odot}$ . Однако в 1962 г. Зельдович <sup>37</sup> обратил внимание на то, что гравитационно связанная конфигурация произвольной массы метастабильна относительно образования черной дыры, т. е., в принципе, возможно образование черных дыр из объектов любой массы. Для этого необходимо преодолеть энергетический барьер, обусловленный градиентами давления вещества. Высота этого барьера для объекта данной массы существенным образом зависит от его начальной плотности. Предельная масса, полученная в работах <sup>47,48</sup>, соответствовала исчезновению указанного барьера при ядерных плотностях, достижимых в ходе эволюции звезды.

Чтобы образовать черную дыру из менее массивного тела, необходимо сжать это тело до более высокой плотности, приложив внешнее давление. Каждой наперед заданной массе соответствует свой характерный размер

$$r_g = \frac{2GM}{c^2}, \quad (2.1)$$

при достижении которого масса сжимается самопроизвольно под действием сил самогравитации. В принципе, если бы произошла флуктуация, в результате которой тело массы  $M$  сжалось до плотности

$$\rho(M) \sim \frac{M}{r_g^3}, \quad (2.2)$$

то это и означало бы последующее образование черной дыры. Однако в сегодняшней Вселенной вероятность такой флуктуации экспоненциально мала.

В 1966 г. Зельдович и Новиков <sup>36</sup> (а затем в 1971 г. Хоукинг <sup>49</sup>) указали на возможность образования так называемых первичных черных дыр произвольных масс в ранней Вселенной.

Процесс образования ПЧД в ранней Вселенной можно представить себе следующим образом. Взяв в качестве нулевого приближения однородную и изотропную модель Фридмана <sup>2</sup>, пространство-время Вселенной можно описать метрическим тензором  $g_{ik} = g_{ik}^{(0)} + h_{ik}$ , где  $g_{ik}^{(0)}$  — невозмущенный тензор, соответствующий модели Фридмана, а  $h_{ik}$  — возмущения метрики. Представим себе, что в некоторой области пространства возмущение метрики изначально порядка 1. В достаточно ранние моменты времени эта область не является причинно-связанной. Действительно, причинно-связанной в момент времени  $t$  после начала расширения Вселенной может быть лишь та область, размер которой меньше  $ct$ . Область с таким характерным размером называется в космологии горизонтом. В некоторый момент времени  $t_r$  возмущение оказывается внутри горизонта, и, начиная с этого момента времени, мы вправе рассматривать область, охваченную возмущением, как некоторый объект по отношению к внешнему наблюдателю (только при  $t > t_r$  сигнал успевает дойти до наблюдателя вне этой области). Возмущение метрики в рассматриваемой области по существу означает, что темп расширения данной области отличается от темпа расширения остальной Вселенной. Если амплитуда возмущения метрики порядка 1, то за время  $t \sim t_r$  расширение вещества в возмущенной области сменяется сжатием. Могут ли силы давления воспрепятствовать этому сжатию? Чтобы ответить на этот вопрос надо сравнить плотность в данной конфигурации в момент  $t \sim t_r$  с характерной плотностью гравитационного самозамыкания объекта, которая дается соотноше-

нием (2.2). В ходе расширения Вселенной плотность вещества изменяется по закону <sup>2</sup>

$$\rho(t) \propto (Gt^2)^{-1} \quad (2.3)$$

(от уравнения состояния зависит лишь численный множитель, который мы здесь не выписываем <sup>2</sup>). Масса вещества, заключенная в рассматриваемой области, в момент  $t_r$  равна

$$M = \rho(t_r) (ct_r)^3 = \frac{c^3 t_r}{G}. \quad (2.4)$$

Тогда гравитационный радиус  $r_g$  в рассматриваемой области равен

$$r_g \sim \frac{GM}{c^2} \sim ct_r \quad (2.5)$$

и из (2.3) — (2.5) следует, что  $\rho(t_r) \sim M/r_g^3$ . Это означает, что никакие градиенты давления не успевают остановить сжатие. Другими словами, рассматриваемая область выходит из под горизонта уже в виде черной дыры. Если же возмущения метрики много меньше 1, то смена расширения сжатием не может произойти раньше, чем за время  $t \gg t_r$ . За это время градиенты давления успели бы воспрепятствовать сжатию.

Как хорошо известно из работы Лифшица <sup>50</sup> об эволюции малых возмущений метрики в однородной изотропной Вселенной, на стадии расширения с уравнением состояния вещества  $p = \epsilon/3$  возмущения метрики остаются постоянными. Следовательно, на этой стадии образование черной дыры, предполагающей большие возмущения метрики  $h \sim 1$ , возможно лишь в том случае, если возмущения метрики в данном масштабе были велики изначально. По иному обстоит дело на стадии  $p = 0$ , на которой, как показано в той же работе Лифшица <sup>50</sup>, возможен рост возмущений метрики и плотности, в результате которого необходимая для образования черной дыры массы  $M$  плотность достигается существенно позже момента  $t_r$  <sup>51-54</sup>, уже на нелинейной стадии роста возмущений. Мы подробно рассмотрим возможности образования черных дыр на пылевидной стадии расширения в гл. 2. Сейчас же мы остановимся на двух важных аспектах дальнейшей судьбы уже образовавшихся ПЧД на стадии  $p = \epsilon/3$ . Во-первых, масса уже образовавшейся черной дыры может расти за счет аккреции, т. е. за счет падения на нее окружающего вещества и излучения. Поскольку в момент своего образования (на стадии  $p = \epsilon/3$ ) характерный размер черной дыры сравним с размером космологического горизонта, то возникает естественный вопрос, может ли реализоваться такой режим аккреции (режим катастрофической аккреции), когда масса черной дыры все время порядка массы внутри космологического горизонта. Как отмечено в книге <sup>55</sup>, для ответа на этот вопрос оказывается недостаточно оценок по порядку величины, поскольку ответ на этот вопрос критическим образом зависит от того, насколько близка масса образующейся черной дыры к массе, заключенной внутри космологического горизонта на этот момент. Поэтому для выяснения возможности катастрофической аккреции были, с одной стороны, предприняты попытки <sup>56</sup> найти точное автономное решение задачи, а с другой стороны, были проведены численные расчеты <sup>57</sup> образования и последующей эволюции ПЧД на стадии  $p = \epsilon/3$  с учетом возникающих при этом градиентов давления. Оба подхода привели к выводу об отсутствии катастрофической аккреции, что означает, что масса ПЧД не может существенно возрасти в ходе расширения Вселенной. Попутно отметим, что проблема катастрофической аккреции не возникает в случае образования ПЧД на пылевидной стадии <sup>53</sup>, поскольку масса таких ПЧД уже с самого начала, т. е. с момента их образования много меньше массы, заключенной внутри космологического горизонта \*).

\*) Экзотические, на наш взгляд, случаи, когда катастрофическая аккреция все-таки может иметь место, см. в <sup>58-60</sup>.

Однако, если даже аккреция вещества на ПЧД незначительна, их относительный вклад в космологическую плотность растет в ходе расширения Вселенной. Действительно, так же как и для любых нерелятивистских частиц (см. выше), плотность числа ПЧД падает в ходе расширения как  $1/a^3$ , где  $a$  — масштабный фактор. По такому же закону падает их вклад в космологическую плотность, так как масса каждой ПЧД остается неизменной. При этом плотность числа ультрарелятивистских частиц, доминирующих на стадии  $p = \varepsilon/3$  тоже падает как  $1/a^3$ , но вследствие красного смещения энергия каждой частицы убывает пропорционально  $a^{-1}$ . Поэтому относительный вклад ПЧД в космологическую плотность растет со временем как  $a$ . Это позволяет наложить сильные ограничения на долю вещества  $\beta(M)$ , вошедшего в ПЧД на ранних стадиях расширения Вселенной, исходя из того факта, что в современной Вселенной отсутствуют прямые астрофизические проявления ПЧД. Действительно, рассматривая ПЧД, как одну из форм так называемой «скрытой» массы, можно воспользоваться универсальным простым ограничением на современную плотность скрытой массы, не зависящим от ее физической природы. Очевидный физический аргумент, приведенный в <sup>12</sup>, сводится к следующему: космологическая плотность зависит от времени, прошедшего с начала расширения по закону (2.3). Возраст Вселенной заведомо превышает возраст Земли. Это и означает, что мы имеем ограничение на полную современную плотность Вселенной, а, следовательно, и на плотность скрытой массы. Оказывается, что эта плотность не может более, чем в 100 раз превышать плотность видимого вещества. А поскольку, как мы уже говорили, относительный вклад ПЧД в космологическую плотность на стадии  $p = \varepsilon/3$  возрастал, то указанное ограничение тем сильнее ограничивает долю вещества  $\beta$ , вошедшего в ПЧД в момент их образования, чем раньше они образовались. Ясно, что ПЧД образуются тем раньше, чем меньше их масса. Следовательно, ограничения на  $\beta(M)$  тем сильнее, чем меньше масса ПЧД.

В 1974 г. Хоукинг <sup>61</sup> теоретически обнаружил процесс испарения черных дыр, суть которого заключается в том, что в сильном гравитационном поле черной дыры происходит рождение из вакуума частиц, уносящих массу черной дыры на бесконечность (подробнее см. обзор <sup>46</sup>).

Здесь следует отметить два существенных обстоятельства, позволяющих понять эффект Хоукинга <sup>61</sup>. Во-первых, из закона сохранения энергии следует, что для рождения частиц с энергией  $\varepsilon$  из вакуума в гравитационном поле необходимо существование двух таких точек в пространстве, разность гравитационных потенциалов между которыми удовлетворяет неравенству

$$\frac{\varepsilon}{c^2} \Delta\varphi \gtrsim \varepsilon \quad (2.6)$$

(ср. с аналогичным условием рождения частиц в электрическом поле:  $e\Delta\varphi_{эл} \gtrsim \varepsilon$ ). Из (2.6) следует, что  $\Delta\varphi \gtrsim c^2$ . Но это условие, в свою очередь, предполагает наличие горизонта: либо горизонта событий в поле черной дыры, либо космологического горизонта. (О процессах рождения частиц гравитационным полем в космологии см. <sup>62</sup> и «испарении горизонтами» см. <sup>63</sup>.)

С другой стороны, гравитационное поле внутри горизонта событий черной дыры является существенно нестационарным <sup>64</sup>. Вследствие нестационарности гравитационного поля под горизонтом событий и нелокализации процесса рождения частиц, являющейся следствием принципа неопределенности, вблизи горизонта черной дыры рождаются частицы, которым соответствует длина волны порядка  $r_g$ . Одна из частиц уходит на бесконечность, унося энергию черной дыры. Темп потери энергии за счет частиц, уходящих на бесконечность, определяется гравитационным радиусом черной дыры и соответствует излучению черного тела с температурой  $T \propto 1/r_g$ . Характерное время полной потери массы черной дыры, т. е. время ее испарения, составляет



согласно <sup>61</sup>

$$t_{\text{исп}} \sim \left( \frac{M}{m_{\text{Pl}}} \right)^3 t_{\text{Pl}}. \quad (2.7)$$

Из (2.7) видно, что для черных дыр, образующихся в ходе звездной эволюции, характерное время испарения существенно больше возраста Вселенной и только для ПЧД очень малых масс указанный процесс испарения оказывается существенным. За время жизни Вселенной успевают испариться ПЧД с  $M < 10^{15}$  г. Такие маломассивные черные дыры не могут давать вклада в скрытую массу и мы не можем воспользоваться указанным выше ограничением на долю вещества, вошедшего в эти ПЧД в момент их образования. Однако ограничения на спектр ПЧД (который и есть доля вещества, вошедшего в ПЧД в момент их образования) могут быть получены, если учесть влияние продуктов испарения этих ПЧД на различные астрофизические процессы (см. обзоры <sup>65, 66</sup>). Ограничения на спектр ПЧД дают важную информацию о спектре начальных возмущений метрики и плотности в ранней Вселенной. Если, как обычно предполагают, среднеквадратичные возмущения метрики малы на стадии  $p = \varepsilon/3$  (радиационно-доминированная (РД) стадия), ПЧД возникают из возмущений метрики  $\sim 1$ , соответствующих экспоненциальным хвостам гауссовского распределения по амплитуде <sup>59, 60, 65, 67</sup>. Если предположить, что вполне естественно <sup>30, 68</sup>, что спектр начальных возмущений метрики плоский, т. е. возмущения метрики во всех масштабах масс одинаковы, то по ограничениям, полученным из наблюдаемой изотропии реликтового излучения (см., например, <sup>30, 69, 70</sup>), возмущения метрики и связанные с ними возмущения плотности  $\delta\rho/\rho$  во всех масштабах малы ( $h \sim \delta\rho/\rho \lesssim 10^{-4}$ ). При этом, как отмечалось выше, момент образования ПЧД однозначно определяется ее массой  $M$  <sup>36</sup>

$$t_{\text{обп}} \sim t_{\text{r}} \sim \frac{M}{m_{\text{Pl}}} t_{\text{Pl}}. \quad (2.8)$$

С момента  $t_{\text{обп}}$  и до момента испарения  $t_{\text{исп}}$  (см. (2.7), (2.8))

$$t_{\text{исп}} = t_{\text{обп}} \left( \frac{t_{\text{обп}}}{t_{\text{Pl}}} \right)^2, \quad (2.9)$$

если ПЧД массы  $M$  испаряется на стадии  $p = \varepsilon/3$  или до конца  $t_*$  РД-стадии, вклад ПЧД в космологическую плотность растет, как  $a \propto t^{1/2}$  <sup>2</sup>. Поэтому связь между долей вещества  $\beta(M)$ , вошедшего в ПЧД массы  $M$  в момент их образования, и вкладом  $\alpha(M)$  таких ПЧД в общую плотность Вселенной в момент их испарения, если  $M < 10^{15}$  г, или в современную космологическую плотность, если  $M > 10^{15}$  г, имеет следующий вид:

$$\frac{\alpha}{\beta} = \sqrt{\min\{t_{\text{исп}}, t_*\} t_{\text{обп}}^{-1}}. \quad (2.10)$$

Отсюда с учетом (2.7) — (2.9) получаем явную зависимость отношения  $\alpha/\beta$  от массы ПЧД  $M$  (см. кривую А на рис. 1):

$$\frac{\alpha(M)}{\beta(M)} = \begin{cases} \frac{M}{m_{\text{Pl}}} \min \left\{ 1, \left( \frac{M_{**}}{M} \right)^{3/2} \right\} & \text{при } M < M_*, \\ 1 & \text{при } M > M_*, \end{cases} \quad (2.11)$$

где  $M_* = m_{\text{Pl}} (t_*/t_{\text{Pl}}) \sim 10^{15} M_{\odot}$ ,  $M_{**}$  — масса ПЧД, испаряющихся в момент  $t_*$  окончания РД-стадии:

$$M_{**} \sim m_{\text{Pl}} \left( \frac{t_*}{t_{\text{Pl}}} \right)^{1/3} \sim 10^{13} \text{ г}. \quad (2.12)$$

Очевидно, что для  $M > M_*$ , т. е. для ПЧД, образованных по окончании РД-стадии, относительный вклад в общую плотность не растет, т. е.  $\alpha/\beta = 1$ .

Соотношение (2.11) следует модифицировать при наличии ранних пылевидных стадий. Такие стадии (см. (1.3)) могут возникать за счет доминантности во Вселенной метастабильных сверхмассивных частиц. В принципе пылевидные стадии могли бы возникать и за счет доминантности ранее образовав-

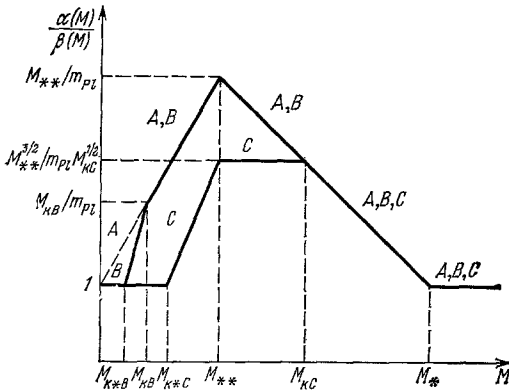


Рис. 1. Связь  $\alpha(M)$  и  $\beta(M)$  (в логарифмическом масштабе).

Линия А — без учета ранних пылевидных стадий; линии В и С — с учетом таких стадий, В — соответствует стадии с  $t_K < 10^{-25}$  с, С — соответствует стадии с  $t_K > 10^{-25}$  с.  $M_* \sim 10^{15} M_\odot$  — масса, заключенная под горизонтом в момент окончания РД-стадии  $t_*$ ;  $M_{**} \sim 10^{13}$  г, равная массе, заключенной внутри космологического горизонта на момент  $t \sim 10^{-25}$  с, масса ПЧД, испаряющейся к моменту  $t_*$ ;  $M_{KB}$  и  $M_{KC}$  — массы, заключенные под горизонтом в момент окончания ранней пылевидной стадии, соответственно в случаях В и С;  $M_{KB}$  и  $M_{KC}$  — массы ПЧД, испаряющихся за время  $t_K$  соответственно в случаях В и С.

шихся маломассивных ПЧД<sup>71,72</sup>, например, за счет высокоамплитудных случайных выбросов<sup>67,72</sup> в пространственном распределении неоднородностей с малой дисперсией.

#### б) Образование ПЧД и ранние пылевидные стадии

Обратимся к качественному рис. 2, который иллюстрирует связь между  $t_{обр}$  и массой ПЧД  $M$  при наличии пылевидной стадии. Напомним, что каждой массе  $M$  соответствует момент  $t_r$ , когда масса  $M_r$ , заключенная внутри

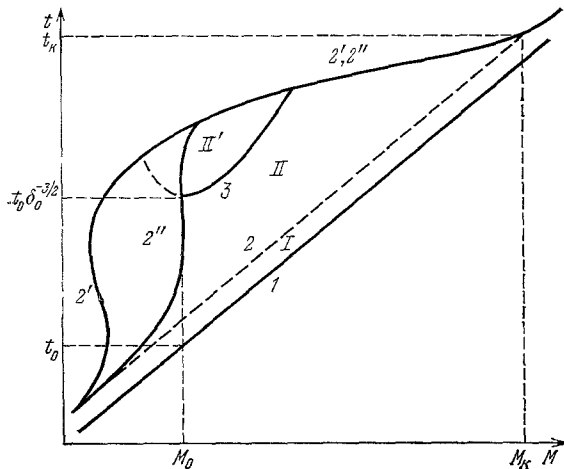


Рис. 2. Связь между временем образования ПЧД и ее массой.

1 — связь между массой конфигурации  $M$  и моментом ее выхода из-под горизонта,  $t_{гор}(M)$ . 2, 2' и 2'' — связь между джинсовской массой  $M_{Дж}$  и космологическим временем: 2 — при отсутствии ранней пылевидной стадии, 2' — с учетом ранней пылевидной стадии доминантности сверхмассивных частиц, не взаимодействующих с ультрарелятивистским веществом; 2'' — с учетом ранней пылевидной стадии доминантности сверхмассивных частиц, эффективно взаимодействующих (сцепленных) с ультрарелятивистскими частицами. 3 — начало нелинейной стадии эволюции неоднородностей массы  $M$ . Область I — образование ПЧД из возмущений метрики  $h \sim 1$ ; области II и II' — образование ПЧД с  $h < 1$  (см. текст).

космологического горизонта, равна  $M$  (линия 1 на рис. 2). Это время  $t_r$  ограничивает  $t_{обр}$  снизу:  $t_{обр} > t_r$ , поскольку понятие «черная дыра» не имеет смысла при  $M > M_r$ . С другой стороны, масса ПЧД в момент образования ПЧД должна превышать так называемую джинсовскую массу  $M_{Дж} \sim \sim \rho (c_{зв} t)^3$ , где  $c_{зв}$  — скорость звука.  $M_{Дж}$  — это масса, заключенная в области, которую звуковая волна успевает пройти за космологическое время, поэтому физический смысл джинсовской массы в том, что это минимальная масса, для которой силы давления еще не препятствуют развитию гравитационной неустойчивости. На стадии  $p = \varepsilon/3$ ,  $M_{Дж}$  несколько меньше (посколь-

ку  $c_{\text{эв}} = c/\sqrt{3}$ ), но одного порядка с  $M_{\text{Г}}$  (линия 2 на рис. 2):  $M_{\text{Дж}} = 3^{-3/2} M_{\text{Г}}$ , и образование ПЧД возможно лишь в малой области I, ограниченной линиями 1 и 2, так что в этом случае для порядковых оценок можно воспользоваться соотношением (2.8).

Напомним, что образование черной дыры автоматически предполагает, что возмущение метрики  $h$  в конфигурации, из которой образуется ПЧД, порядка 1. Известно также, что при  $t < t_{\text{Г}}$  возмущение метрики в масштабе  $M$  остается постоянным<sup>50</sup>. Именно отсюда и делается вывод о том, что образование ПЧД на стадии  $p = \varepsilon/3$  (область I на рис. 2) происходит на экспоненциальном хвосте гауссовского распределения возмущений метрики по амплитуде  $h$ <sup>65</sup>. Если дисперсия возмущений метрики  $\delta(M) < 1$ , то вероятность реализации конфигурации с  $h \sim 1$  есть

$$P(h) \sim \delta^{-1}(M) \exp\left(-\frac{h^2}{\delta^2(M)}\right). \quad (2.13)$$

Подробное обсуждение см. в работах<sup>59,60,67,72</sup>. (Гидродинамика образования ПЧД с  $h \sim 1$  на стадии  $p = \varepsilon/3$  см. в<sup>57</sup>.)

Совершенно иначе обстоит дело на стадии  $p = 0$ <sup>51-54</sup>. Джинсовская масса  $M_{\text{Дж}}$ , начиная с момента  $t_0$ , и до момента  $t_{\text{к}}$ , много меньше массы внутри космологического горизонта (кривые 2' и 2'' на рис. 2). При  $t > t_0$   $M_{\text{Дж}}$  определяется свойствами частиц, доминирующих на стадии  $p = 0$ . Если сверхмассивные частицы, доминирующие при  $t > t_0$ , не взаимодействуют с веществом, то изменение  $M_{\text{Дж}}$  схематически представлено кривой 2'. Если же сверхмассивные частицы взаимодействуют с релятивистскими частицами и излучением, то на стадии  $p = 0$  зависимость величины  $M_{\text{Дж}}$  от времени представлена кривой 2''. Благодаря тому, что  $M_{\text{Дж}} \ll M_1$ , при  $p = 0$  появляется возможность образования ПЧД из конфигураций с  $h < 1$  (области II и II' на рис. 2). Действительно, конфигурация с начальным возмущением метрики  $h < 1$  в момент, когда ее размер сравнивается с горизонтом, так же как и в случае  $p = \varepsilon/3$  имеет контраст плотности  $\delta\rho/\rho \sim h$ . Но затем  $\delta\rho/\rho$  растет по закону  $\delta\rho/\rho \propto (t/t_0)^{2/3}$ . В момент времени

$$t_1 \sim t_0 h^{-3/2}, \quad (2.14)$$

когда  $\delta\rho/\rho \sim 1$ , рассматриваемая конфигурация вступает в нелинейную стадию развития возмущений и конфигурация обособляется от космологического расширения. В ходе последующего сжатия такая конфигурация с некоторой вероятностью в момент времени  $t_{\text{обр}} \geq t_1(M, h)$  становится ПЧД.

Оценим, следуя<sup>51-54</sup>, минимальную вероятность образования ПЧД на нелинейной стадии развития неоднородностей в эпоху доминантности сверхмассивных частиц.

В момент начала сжатия  $t_1$  распределение плотности конфигурации и ее форма характеризуются следующими величинами: а) средней плотностью  $\rho_1$ , равной по порядку величины средней плотности Вселенной на момент  $t_1$ ; б) характерным размером конфигурации  $r_1$ :  $M = (4\pi/3) \rho_1 r_1^3$ ; в) степенью отклонения конфигурации от сферической симметрии  $s$ :  $s = \max\{|\gamma_1 - \gamma_2|, |\gamma_1 - \gamma_3|, |\gamma_2 - \gamma_3|\}$ , где величины  $\gamma_1$ ,  $\gamma_2$  и  $\gamma_3$  соответствуют главным значениям тензора деформаций рассматриваемой конфигурации; г) неоднородностью распределения плотности внутри самой конфигурации  $u$ :  $u \approx (\rho_{\text{с1}} - \rho_1)/\rho_1$ , где  $\rho_{\text{с1}}$  — плотность в центре конфигурации в момент  $t_1$ .

Образование ПЧД означает, что в ходе нелинейной стадии конфигурация в момент  $t_{\text{обр}}$  сжалась до размеров  $\sim r_{\text{г}}$ , где  $r_{\text{г}}$  — гравитационный радиус конфигурации. Средняя плотность конфигурации  $\rho_{\text{пчд}}$  на момент  $t_{\text{обр}}$  должна быть

$$\rho_{\text{пчд}} \sim \frac{M}{(4\pi/3) r_{\text{г}}^3} \sim \rho_1 x^{-3}, \quad (2.15)$$

где

$$x = \frac{r_g}{r_1}. \quad (2.16)$$

С другой стороны, максимально достижимая плотность при сжатии с сохранением близкой к сферической формы конфигурации составляет

$$\rho_{\max} \sim \rho_1 s^{-3}. \quad (2.17)$$

Оценка (2.17) следует из того, что минимальный размер конфигурации  $r_{\min} > \min \{t_{\text{сж}} \Delta v, \Delta r\}$ , где  $t_{\text{сж}}$  — характерное время сжатия конфигурации,  $\Delta v \lesssim sr_1/t_{\text{сж}}$  — характерное различие начальных скоростей сжатия по различным осям,  $\Delta r \lesssim sr_1$  — характерная начальная сплюснутость конфигурации.

Из соотношений (2.16) и (2.17) можно сделать вывод, что для образования ПЧД конфигурация должна быть почти сферически симметричной

$$s \lesssim x \lesssim 1. \quad (2.18)$$

При  $s \gtrsim x$ , т. е. для абсолютного большинства конфигураций, образуются не ПЧД, а структуры с малыми гравитационными потенциалами (например, сильно несферические «блины» <sup>2,30</sup>).

К моменту достижения плотности  $\rho_{\text{ПЧД}}$  уравнение состояния в конфигурации может опять стать  $p = \varepsilon/3$ . Но если неоднородность в конфигурации на момент  $t_{\text{обр}}$  достаточно мала

$$\frac{\delta \rho_{\text{ПЧД}}}{\rho_{\text{ПЧД}}} < 1, \quad (2.19)$$

то силы давления, действующие на единичный объем вещества,  $f_p \sim \text{grad } p \lesssim (\delta \rho/r_g) c^2$ , не превышают соответствующих гравитационных сил,  $f_g \sim (GM/r_g^2) \rho \sim \rho c^2/r_g$ , и заведомо не могут препятствовать образованию ПЧД.

Если частицы не взаимодействуют друг с другом и с излучением, то смена уравнения состояния при сжатии до плотности  $\rho_{\text{ПЧД}}$  может и не происходить. В этом случае ПЧД заведомо образуется, если конфигурация успевает сжаться до размера  $r_g$  раньше, чем в центре плотность формально обратится в бесконечность из-за самопересечения слоев свободно движущихся по радиусу частиц (образование так называемой каустики):

$$t_{\text{обр}} < t_{\text{каус}}. \quad (2.20)$$

В противном случае, пройдя через центр, частицы могут вновь разлетаться из центральной области, препятствуя тем самым образованию ПЧД.

Если к моменту  $t_{\text{обр}}$  конфигурация успела фрагментировать на слабо взаимодействующие друг с другом «комки» с характерной массой  $\Delta M < \delta \cdot M$ , то даже с учетом дисперсии скоростей таких комков заведомо достаточное условие образования ПЧД вновь сводится к соотношению (2.20).

Сжатие почти сферической пылевидной ( $p = 0$ ) конфигурации можно приближенно описать толменовским решением (см., например, <sup>73</sup>). В Приложении показано, что как условие (2.19), так и условие (2.20), сводятся к одному и тому же ограничению на неоднородность конфигурации на момент начала сжатия  $t_1$ :

$$u \lesssim x^{3/2}. \quad (2.21)$$

Оценим вероятность  $W_u$  того, что конфигурация имеет степень неоднородности  $u$ , отвечающую неравенству (2.21). Согласно <sup>2</sup> величина  $r_*$ , характеризующая в формуле (П.5) Приложения неоднородность распределения плотности внутри конфигурации, однозначно определяется конкретным спектром начальных возмущений.

Предположим, что с точностью до численного коэффициента порядка единицы  $V\langle r_*^2 \rangle \sim r_1$ . Тогда, практически при любом законе распределения по величине  $u$ , вероятность образования конфигураций с аномально малыми  $u$ , удовлетворяющими (2.21), по порядку величины составит

$$W_u \sim x^{3/2}. \quad (2.22)$$

(Например, при нормальном законе распределения с дисперсией  $\sigma \sim 1$ , следующей из нормировки величины  $u$ ,  $W_u \sim \int_0^{x^{3/2}} e^{-u^2} du \sim x^{3/2}$ .)

Предположение, что  $V\langle r_*^2 \rangle \sim r_1$ , вполне естественно для конфигураций в среднем (после усреднения по масштабам  $r < r_1$ ). Другими словами, влияние эффектов «комковатости» конфигурации явным образом не анализируется. Но, по-видимому, конфигурации, удовлетворяющие условию (2.21), не могут содержать комков. Вопрос о связи критерия (2.21) и характера мелкомасштабной неоднородности внутри конфигурации представляет самостоятельный интерес и требует привлечения строгих математических методов.

Оценим теперь вероятность  $W_s$  того, что конфигурация обладает достаточно высокой степенью сферичности, удовлетворяющей неравенству (2.18). Этот довольно тонкий вопрос исследован Дорошкевичем<sup>74</sup>. Хотя случайные компоненты тензора деформации распределены по случайному закону, но сама процедура приведения тензора деформации к главным осям является процедурой существенно нелинейной. Поэтому закон распределения введенных ранее главных значений  $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$  отличается от нормального закона множителем  $(\gamma_1 - \gamma_2)(\gamma_2 - \gamma_3)(\gamma_1 - \gamma_3)$ . С учетом всех численных множителей, заимствованных из работы<sup>74</sup>,  $W_s$  оказывается равной (см. <sup>52-54</sup>)

$$W_s \approx 2 \cdot 10^{-2} x^5. \quad (2.23)$$

Таким образом, из (2.22) и (2.23) следует, что ПЧД заведомо образуется с вероятностью не меньше, чем

$$W_{\text{ПЧД}} = W_s W_u \geq 2 \cdot 10^{-2} x^{13/2}. \quad (2.24)$$

Формула (2.21) определяет минимальную долю вещества, вошедшего в ПЧД массы  $M$  в момент образования ПЧД.

Величину  $x$  в формуле (2.24) нетрудно связать с величиной  $h$ :

$$x \sim \frac{GM}{c^2} \left( \frac{\rho_1}{M} \right)^{1/3} \sim \frac{G}{c^2} M^{2/3} \rho_0^{1/3} \left( \frac{t_0}{t_1} \right)^{2/3}.$$

Но согласно (2.14)

$$x \sim \frac{GM_0^{2/3} \rho_0^{1/3}}{c^2} h \left( \frac{M}{M_0} \right)^{2/3},$$

где

$$M_0 = \rho_0 (ct_0)^3 \quad (2.25)$$

— масса, заключенная внутри космологического горизонта в момент  $t_0$ . Поскольку  $\rho_0 \sim 1/Gt_0^2$ , окончательно имеем

$$x(M) \sim h(M) \left( \frac{M}{M_0} \right)^{2/3}. \quad (2.26)$$

Тогда формулу (2.24) можно переписать в следующем виде:

$$W_{\text{ПЧД}} \geq W(M, h) \approx 2 \cdot 10^{-2} h^{13/2} \left( \frac{M}{M_0} \right)^{13/3}. \quad (2.27)$$

С учетом (2.13), (2.26) и (2.27) доля вещества, вошедшего в ПЧД, образующегося из конфигураций массы  $M > M_0$ ,

$$\beta(M) \approx 2 \cdot 10^{-2} h^{13/2} \left( \frac{M}{M_0} \right)^{13/3}. \quad (2.28)$$

Если  $t_1(M, \delta(M))$  (кривая 3 на рис. 2) меньше, чем  $t_K$ , то в нелинейную стадию вступает подавляющее большинство конфигураций с массой  $M$  (область  $II'$  на рис. 2). Поэтому основной вклад в  $\beta(M)$  дают  $h \sim \delta$ , так что экспоненциальная малость в вероятности образования ПЧД, характерная для РД-стадии, отсутствует. Область  $II'$  ограничена со стороны малых масс  $M < M_0$  кривой 4, учитывающей частичное или полное затухание маломассивных конфигураций, вышедших из-под космологического горизонта еще на РД-стадии.

Отметим также, что на стадии  $p = 0$  ПЧД могут образовываться в результате нелинейной эволюции более массивных конфигураций (например, в результате фрагментации), либо в ходе сгущивания менее массивных обособившихся конфигураций (или уже образовавшихся ПЧД меньшей массы).

#### в) Влияние пылевидных стадий на связь между $\alpha(M)$ и $\beta(M)$

Если в ранней Вселенной при  $t < t_*$  (т. е. до окончания РД-стадии в стандартной модели горячей Вселенной) реализуется пылевидная стадия, начинающаяся в момент  $t_0$  и заканчивающаяся в момент  $t_K$ , относительный вклад ПЧД в космологическую плотность в период  $t_0 < t < t_K$  не растет. При наличии такой стадии зависимость  $t_{обр}$  от  $M$  не является уже столь простой, как соотношение (2.8). Однако в случае произвольной, но однозначной связи между  $t_{обр}$  и  $M$ , соотношение (2.10) может быть обобщено следующим образом<sup>53</sup>:

$$\frac{\alpha(M)}{\beta(M)} = \sqrt{\frac{t_0}{\min\{t_{обр}, t_0\}}} \times \begin{cases} 1 & \text{при } t_{исп} < t_K, \\ \sqrt{\frac{1}{\min\{t_{исп}, t_*\} \max\{t_K, t_{обр}\}}} & \text{при } t_{исп} > t_K. \end{cases} \quad (2.29)$$

Соотношение (2.29) показывает, что для ПЧД с  $t_{обр} < t_K$  ранние пылевидные стадии  $p = 0$  существенно влияют на соотношение между  $\alpha$  и  $\beta$ . При  $t_{обр} > t_K$  соотношение (2.29) переходит в соотношение (2.10).

Для ПЧД, образовавшихся на ранней пылевидной стадии и испарившихся после ее окончания (именно такие ПЧД представляют для нас особый интерес), т. е. при  $t_0 < t_{обр} < t_K$  и  $t_{исп} > t_K$  получаем, что

$$\beta(M) = \alpha(M) \sqrt{\frac{t_K}{\min\{t_{исп}, t_*\}}}. \quad (2.30)$$

С учетом формулы (2.10), которая выражает аналогичную связь  $\beta(M)$  и  $\alpha(M)$  в отсутствие ранних пылевидных стадий, а также формулы (2.8) соотношение (2.30) можно переписать в следующем, удобном для обсуждения виде:

$$\beta(M) = \beta_0(M) \left(\frac{t_K}{t_{Pl}}\right)^{1/2} \left(\frac{M}{M_{Pl}}\right)^{-1/2}, \quad (2.31)$$

где  $\beta_0(M)$  — доля вещества, вошедшего в ПЧД массы  $M$  при заданном  $\alpha(M)$ , если бы ранняя пылевидная стадия отсутствовала.

В разделе б) гл. 2 мы видели, что величина  $\beta(M)$ , определенная ранее как доля вещества, вошедшего в ПЧД с массой  $M$  на момент их образования, при наличии ранней пылевидной стадии теряет смысл, поскольку в отличие от случая непрерывной РД-стадии  $\beta(M)$  зависит теперь не только от массы ПЧД, но и от начальных характеристик конфигураций, из которых ПЧД образовались, а также от конкретного механизма их образования. Однако, как следует из (2.29) для ПЧД, образовавшихся на ранней пылевидной стадии, момент  $t_{обр}$  не входит явно в связь между  $\alpha(M)$  и  $\beta(M)$ . Поэтому целесообразно переопределить величину  $\beta(M)$  следующим образом: при

$M < M_K$ , т. е. массы горизонта на момент  $t_K$ ,  $\beta(M)$  есть доля вещества, заключенная в ПЧД с массой  $M$  на момент окончания ранней пылевидной стадии  $t_K$ , а при  $M > M_K$ ,  $\beta(M)$  имеет прежний смысл, т. е.  $\beta(M)$  есть доля вещества, вошедшего в ПЧД с массой  $M$  на момент их образования.

Теперь можно выписать в явном виде отношение  $\alpha(M)$  к переопределенной величине  $\beta(M)$  как функцию  $M$  и единственного параметра пылевидной стадии  $M_K$  (кривая  $B$  или  $C$  на рис. 1). Сразу заметим, что  $\alpha(M)/\beta(M) \sim 1$  для ПЧД с  $t_{исп} < t_K$ , т. е. с  $M < M_{K*} \equiv m_{Pl} (t_K/t_{Pl})^{1/3}$ , поскольку, если бы даже такие ПЧД существовали на момент  $t_K$ , они испарились бы так быстро, что их относительный вклад в плотность Вселенной при  $t > t_K$  не успел бы заметно возрасти. Для более массивных ПЧД, как следует из (2.29), имеем

$$\frac{\alpha(M)}{\beta(M)} = \begin{cases} 1 & \text{при } M < M_{K*}, \\ \frac{M}{m_{Pl}} \min \left\{ 1, \left( \frac{M_{**}}{M} \right)^{3/2} \right\} \min \left\{ 1, \left( \frac{M}{M_K} \right)^{1/2} \right\} & \text{при } M_{K*} < M < M_*, \\ 1 & \text{при } M > M_*. \end{cases} \quad (2.32)$$

Очевидно, что при  $M > M_*$ , как и прежде,  $\alpha(M)/\beta(M) = 1$ .

#### г) Астрофизические ограничения на спектр ПЧД

ПЧД, образующиеся в очень ранней Вселенной, сохраняются на более поздних стадиях расширения, причем их вклад в космологическую плотность на следующей стадии  $\rho = \varepsilon/3$  растет, и соответственно усиливается их влияние на физические процессы во Вселенной. Как отмечалось ранее, согласно Хоукингу<sup>61</sup>, ПЧД с массами, меньшими  $10^{15}$  г успевают испариться к настоящему моменту за счет квантовых процессов. Корректное рассмотрение испарения ПЧД возможно только для масс ПЧД, превышающих планковскую массу  $10^{-5}$  г, поскольку для ПЧД с меньшими массами ширина относительно испарения сравнима с величиной их массы (о возможности стабильных максимонов, т. е. ПЧД с массой  $10^{-5}$  г см.<sup>75</sup>, о ПЧД с массой меньше  $10^{-5}$  г см.<sup>76</sup>). ПЧД с  $M < 10^9$  г испаряются до 1 с и ограничения на такие ПЧД получаются из анализа влияния их испарения на величину энтропии Вселенной<sup>66</sup>. При таком анализе следует учитывать как генерацию барионного заряда<sup>77</sup>, так и генерацию дополнительной энтропии в процессах испарения ПЧД<sup>66</sup>. Испарение ПЧД с  $M > 10^9$  г происходит в период после 1 с. Если массы ПЧД лежат в интервале  $10^9 - 10^{10}$  г, что соответствует времени испарения в интервале  $1 - 10^3$  с, то продукты испарения таких черных дыр оказывают влияние на соотношение между закаленными концентрациями нейтронов и протонов и, следовательно, на обилие первичного гелия, что позволяет по наблюдаемому обилию гелия наложить ограничения<sup>78,79</sup> на допустимую величину  $\alpha(M)$  в этом интервале масс. А по наблюдаемому обилию дейтерия можно ограничить<sup>79,80</sup> величину  $\alpha(M)$  для ПЧД с массами  $10^{10} - 10^{13}$  г, испаряющихся в период  $10^3 - 10^{12}$  с. Анализ динамики комбинации позволяет ограничить  $\alpha(M)$  для  $M \sim 10^{13} - 10^{14}$  г<sup>81</sup>, испаряющихся в эпоху отделения излучения от вещества. Наиболее жесткие ограничения на  $\alpha(M)$  получаются для ПЧД с массами  $10^{14} - 10^{15}$  г<sup>82,83</sup> из наблюдений  $\gamma$ -фона и  $\gamma$ -вспышек, см.<sup>82-84</sup>, а также из анализа синхротронного радиоизлучения<sup>85</sup>.

ПЧД с  $M > 10^{15}$  г сохраняются до настоящего времени и ограничения на их современную концентрацию могут быть получены по их вкладу в космологическую плотность<sup>36</sup> или по их влиянию на динамику сверхскоплений<sup>66</sup> (при  $M > 10^{15} M_\odot$ ) и на крупномасштабную структуру Вселенной.

Астрофизические ограничения на величину  $\alpha(M)$  позволяют ограничить сверху величину  $\beta(M)$ . В случае непрерывной РД-стадии от планковских

времен и до эпохи вблизи рекомбинации водорода связь между  $\alpha(M)$  и  $\beta(M)$  выражается соотношением (2.10), и наблюдательные ограничения на величину  $\alpha(M)$  приводят к ограничениям на  $\beta(M)$ , изображенным на рис. 3 (кривая 2). При наличии ранних пылевидных стадий ограничения на величину  $\beta(M)$ , определенную в предыдущем разделе, существенным образом зависят от момента  $t_K$ , когда кончается ранняя пылевидная стадия. Величина

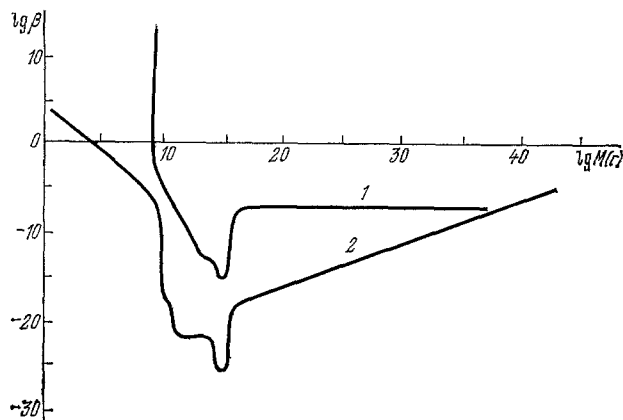


Рис. 3. Ограничение на величину  $\beta(M)$ .

1 — с учетом возможности пылевидной стадии с  $t_K \leq 1$  с, 2 — в предположении об отсутствии ранних пылевидных стадий

$t_K$  может зависеть как от параметров конкретных моделей великого объединения, так и от целого ряда деталей эволюции нелинейных структур, образующихся на ранней пылевидной стадии. Однако, как было показано в работах <sup>15,53</sup>, можно дать хотя и грубое, но вполне надежное ограничение на величину  $t_K$  сверху:

$$t_K \leq 1 \text{ с.} \quad (2.33)$$

Это ограничение получается из условия, что ранние пылевидные стадии должны окончиться раньше 1 с с начала расширения Вселенной, чтобы не вступить в противоречие с наблюдаемым обилием легких элементов и спектром реликтового излучения.

Ограничения на спектр ПЧД (кривая 1 на рис. 3), полученные на основе (2.32) и (2.33), хотя и являются значительно более слабыми, чем полученные ранее (см., например, <sup>68</sup>, кривая 2 на рис. 3), являются более надежными, поскольку они не используют неявного предположения об отсутствии ранних пылевидных стадий \*).

Кроме того, мы не исключаем возможность, что по окончании ранней пылевидной стадии  $p = 0$  во Вселенной наряду с добавочной энтропией генерируется и избыток барионного заряда. В этом случае начальная энтропия и вклад в нее ПЧД малой массы, испаряющихся до 1 с, как бы забываются. Это фактически снимает какие-либо астрофизические ограничения на величину  $\alpha(M)$ , а следовательно, и на величину  $\beta(M)$  при  $M < 10^9$  г.

Таким образом, при наличии ранних пылевидных стадий уже нельзя, в принципе, исключить сколь угодно неоднородное в масштабах  $M < 10^9$  г расширение Вселенной.

В рамках конкретных моделей великого объединения, предсказывающих параметры ранних пылевидных стадий с  $t_K \leq 1$  с, ограничения на спектр ПЧД существенно усиливаются по сравнению с ограничениями, даваемыми кри-

\*) В принципе не исключены относительно короткие пылевидные стадии в период  $1-10^4$  с <sup>13-15</sup>. Однако именно из-за относительно малой продолжительности таких стадий, они не могут приводить к существенному ослаблению ограничений на  $\beta(M)$ .



вой 1 на рис. 3, но остаются более слабыми по сравнению с кривой 2 на рис. 3. Такие модели устанавливают связь между параметрами нарушения СР-инвариантности, возможной величиной избытка барионного заряда, генерируемого в неравновесных процессах в ранней Вселенной, и параметрами сверхмассивных частиц. Это накладывает дополнительные ограничения на длительность пылевидных стадий. Действительно, если такая стадия определялась доминантностью частиц массы  $m$  с закаленной относительной концентрацией  $v = (n_m/n_\gamma)_0$  и продолжалась с момента  $t_0$  и до момента  $t_K$ , и по ее окончании к начальному избытку барионного заряда  $(n_B/n_\gamma)_0 = v (n_B/n_m)_0$  добавился избыток барионного заряда  $\Delta n_B/n_m = \Delta B$ , то конечное отношение числа барионов к числу фотонов равно

$$\left(\frac{n_B}{n_\gamma}\right)_K = \left[\left(\frac{n_B}{n_\gamma}\right)_0 + v\Delta B\right] \sqrt{\frac{t_0}{t_K}}. \quad (2.34)$$

Чтобы получить (2.34) достаточно принять во внимание, что

$$(n_B)_K = (n_B)_0 + \Delta n_B, \quad (n_\gamma)_K = (n_\gamma)_0 + \frac{mv (n_\gamma)_0}{T_K},$$

$$T_K = T_0 \sqrt{\frac{t_0}{t_K}}, \quad T_0 \sim vm.$$

Величины, входящие в правую часть (2.34), определяются параметрами конкретных моделей. Отсюда же видно, что не задаваясь конкретными моделями, нельзя дать ограничений на пылевидные стадии, исходя только из наблюдаемой энтропии Вселенной.

В рамках конкретной модели асимптотически свободной SU (5) теории<sup>86</sup> анализ совокупности космологических следствий существования метастабильных, сверхмассивных G-фермионов, (в том числе их влияния на энтропию Вселенной) позволяет дать жесткие ограничения<sup>87</sup> на свободный параметр  $k_D$  теории, о котором пойдет речь в разделе б) гл. 4.

При наличии нескольких ранних пылевидных стадий, не имея детальной картины их чередования с РД-стадиями, в полученной ранее формуле (2.32), связывающей  $\alpha(M)$  и  $\beta(M)$ , под  $t_K$  следует понимать момент окончания последней стадии  $p = 0$ .

Отметим также, что учет возможности ранних пылевидных стадий может приводить к ослаблению ограничений, полученных без учета таких стадий на концентрации не только ПЧД, но и ряда частиц<sup>14,15</sup> (например, гравитино,<sup>20</sup>).

### 3. ОГРАНИЧЕНИЯ НА ПАРАМЕТРЫ СВЕРХМАССИВНЫХ ЧАСТИЦ И НЕОДНОРОДНОСТЬ РАННЕЙ ВСЕЛЕННОЙ

#### а) Связь спектра ПЧД с параметрами сверхмассивных частиц

В предыдущей главе была дана оценка минимальной вероятности  $W_{\text{ПЧД}}(M)$  образования ПЧД массы  $M$  на ранней пылевидной стадии. Величина  $W_{\text{ПЧД}}(M)$  существенно зависит от вида спектра начальных возмущений метрики  $\delta(M)$ . Пусть спектр возмущений метрики имеет вид

$$\delta(M) = \delta_0 \left(\frac{M}{M_0}\right)^{-n}, \quad (3.1)$$

где в качестве  $M_0$  выбрана масса, заключенная внутри космологического горизонта на момент начала ранней пылевидной стадии. Соответствующие возмущения плотности к началу пылевидной стадии имеют вид (см., например,<sup>2)</sup>

$$\frac{\delta\rho}{\rho}(M, t_0) = \delta(M) \begin{cases} 1, & M_{\min} < M < M_0, \\ \left(\frac{M}{M_0}\right)^{-2/3}, & M > M_0, \end{cases} \quad (3.2)$$

где  $M_{\min}$  — характерный масштаб затухания возмущений плотности. Чтобы результаты последующих ограничений на параметры сверхмассивных частиц не зависели от конкретных механизмов затухания возмущений на стадии  $p = \varepsilon/3$  при  $t < t_0$  (в частности, от самой величины  $M_{\min}$ , которая, однако, заведомо меньше  $M_0$ ), ограничимся рассмотрением масштабов, превышающих  $M_0$ . Тогда из (2.27) имеем<sup>51–54</sup>

$$W_{\text{ПЧД}}(M) > 2 \cdot 10^{-2} \delta_0^{13/2} \left( \frac{M}{M_0} \right)^{-13n/2}. \quad (3.3)$$

Эта минимальная оценка справедлива для не слишком больших масс  $M_0 < M < M_{\max}$ , где  $M_{\max}$  — максимальная масса конфигураций, успевающих обособиться от общего космологического расширения до окончания ранней пылевидной стадии, т. е. для которых характерное время начала нелинейной стадии  $t_1$ , определяемое условием

$$\frac{\delta \rho}{\rho}(M_{\max}, t_0) \left( \frac{t_1}{t_0} \right)^{2/3} \sim 1, \quad (3.4)$$

по порядку величины равно времени окончания ранней пылевидной стадии  $t_k \sim \tau$ . Из (3.1), (3.2), (3.4), (2.25) и (1.2) получаем

$$M_{\max} \approx m_{\text{Pl}} \left( \frac{\tau}{t_{\text{Pl}}} \right)^{2/(2+3n)} \left( \frac{m_{\text{Pl}}}{\nu m} \right)^{6n/(2+3n)} \delta_0^{3/(2+n)}. \quad (3.5)$$

Таким образом, интервал масс ПЧД ( $M_0, M_{\max}$ ), в котором оценена минимальная вероятность их образования на ранних пылевидных стадиях, существенным образом зависит от параметров сверхмассивных частиц  $\tau$  и  $\nu m$ , а также от амплитуды спектра  $\delta_0$  и показателя спектра  $n$  начальных возмущений метрики.

#### б) Сравнение минимальной вероятности образования ПЧД с астрофизическими ограничениями

Суть ограничений на  $\tau$  и  $\nu m$ , значения которых зависят от конкретной модели элементарных частиц и являются параметрами сверхмассивных

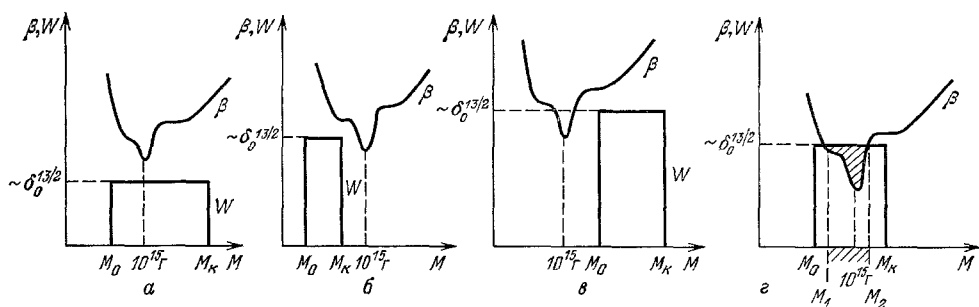


Рис. 4. Сравнение наблюдательных ограничений сверху на  $\beta$  — долю вещества, вошедшего в ПЧД, и минимальной вероятности образования ПЧД [на ранних пылевидных стадиях]

На рисунке схематически представлены четыре возможных соотношения между  $\beta$  и  $W$ . Существование ранней пылевидной стадии не вступает в противоречие с наблюдательными данными, если достаточно малы возмущения метрики (случай а). При этом начало стадии и ее окончание могут быть произвольными. При больших начальных возмущениях метрики ранняя пылевидная стадия должна либо заканчиваться рано (так, чтобы  $M_K$  было достаточно мало — случай б), либо начинаться достаточно поздно (так, чтобы  $M_0$  было достаточно велико — случай в). Таким образом, ограничение на параметры теории элементарных частиц диктуется условием, чтобы не возникала ситуация, изображенная на рис. 4, когда для некоторого интервала масс ПЧД ( $M_1, M_2$ )  $W > \beta$

частиц, заключается в следующем: конкретный вариант модели заведомо находится в противоречии с астрофизическими ограничениями на спектр

ПЧД,  $\beta(M)$ , если

$$W_{\text{ПЧД}}(M) > \beta(M), \quad (3.6)$$

хотя бы для одного значения  $M$  в интервале  $(M_0, M_{\text{max}})$  (см. схематический рис. 4).

Проиллюстрируем вышесказанное более подробно для случая плоского спектра начальных возмущений метрики, т. е. положив  $n = 0$ .

Условие  $M_0 < M$  с учетом (2.25) сводится к неравенству для параметра сверхмассивной частицы  $\nu m$

$$\frac{\nu m}{m_{\text{Pl}}} > \left( \frac{M}{m_{\text{Pl}}} \right)^{-1/2}. \quad (3.7)$$

Условие  $M < M_{\text{max}}$ , как следует из (3.5), если положить  $n = 0$ , можно переписать в виде неравенства для другого параметра  $\tau$ , характеризующего длительность пылевидной стадии ( $\tau \sim t_{\text{к}}$ )

$$\frac{\tau}{t_{\text{Pl}}} > \frac{M}{m_{\text{Pl}}} \delta_0^{-3/2}. \quad (3.8)$$

Само же неравенство (3.6), как следует из формулы (2.31), можно переписать в виде ограничения на тот же самый параметр  $\tau$

$$\frac{\tau}{t_{\text{Pl}}} < \frac{M}{m_{\text{Pl}}} \left[ \frac{W_{\text{ПЧД}}(M)}{\beta_0(M)} \right]^2. \quad (3.9)$$

Таким образом, если теория предсказывает такие значения параметров сверхмассивных частиц  $\nu m$  и  $\tau$ , при которых существует интервал масс  $(M_1, M_2)$  ( $M_1 \geq M_0$ ,  $M_2 \leq M_{\text{к}}$ ), в котором одновременно выполняются неравенства (3.7) — (3.9), то такая теория противоречит наблюдательным астрофизическим ограничениям на спектр ПЧД в предположении  $n = 0$ .

Полученные ограничения на  $\tau$  и  $\nu m$  приведены на рис. 5<sup>53</sup>.

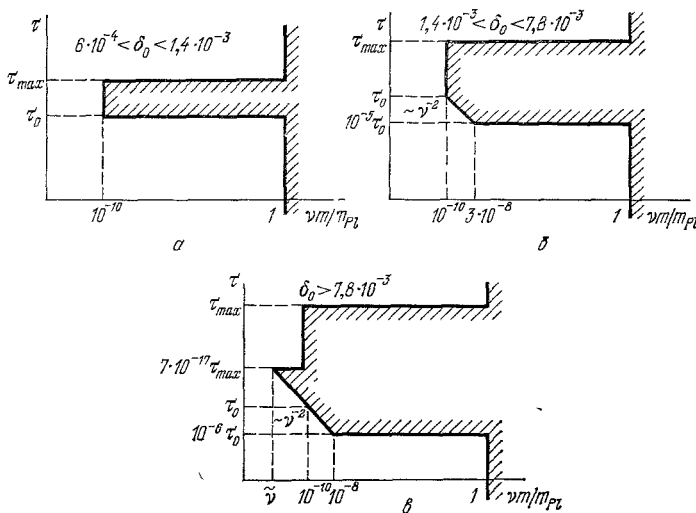


Рис. 5. Ограничения на параметры сверхмассивных метастабильных частиц ( $\tau$ ,  $\nu m$ ) с учетом влияния ранних пылевидных стадий на связь между  $\alpha$  и  $\beta$ , в предположении о плоском спектре начальных возмущений метрики

Заштрихованная область запрещена из наблюдательных ограничений на спектр ПЧД<sup>53</sup>

Отметим, что при достаточно малых  $\delta_0$  ограничения на  $\tau$  и  $\nu m$  отсутствуют (соответствующего интервала масс не существует, так как неравенства (3.8), (3.9) несовместны). Как видно из (3.8), (3.9) и кривой 2 на рис. 3,

это происходит при

$$\delta_0^{3/4} \leq \frac{\min \beta_0(M)}{\max W_{\text{ПЧД}}(M)}, \quad (3.10)$$

т. е. при

$$\delta_0 \leq 6 \cdot 10^{-4}. \quad (3.11)$$

При  $6 \cdot 10^{-4} < \delta_0 < 1,5 \cdot 10^{-3}$  интервал  $(M_1, M_2)$  сводится к узкой области вблизи  $M \sim 10^{15}$  г ( $M_1 \sim M_2 \sim 10^{15}$  г) и запрещенная область  $(\tau, \nu m)$  показана на рис. 5, а.

При  $1,4 \cdot 10^{-3} \leq \delta_0 < 8 \cdot 10^{-3}$ ,  $M_1 \sim 10^{10}$  г и  $M_2 \sim 10^{15}$  г (см. рис. 5, б).

И, наконец, при  $8 \cdot 10^{-3} \leq \delta_0 < 1$ ,  $M_1 \sim 10^9$  г и  $M_2 \sim 10^{15}$  г ( $\delta_0/8 \cdot 10^{-3}$ )<sup>29/2</sup>. Соответствующая запрещенная область параметров  $(\tau, \nu m)$  изображена на рис. 5, в.

Ограничения на  $\nu m$  и  $\tau$ , изображенные на рис. 5, носят совершенно общий характер и им должны удовлетворять любые теории элементарных частиц, в частности, различные варианты единых калибровочных теорий (ЕКТ). Поэтому полученные ограничения не только демонстрируют принципиальную возможность установления связи между параметрами сверхмассивных частиц и астрофизическими ограничениями на спектр ПЧД, но и служат по существу своеобразным рецептом сравнения моделей элементарных частиц с астрофизическими наблюдениями. Действительно, для любого типа метастабильных частиц в принципе можно оценить  $\tau$  и  $\nu$  в рамках соответствующей модели ЕКТ, как это будет продемонстрировано в следующем разделе для случая магнитных монополей, тяжелых кварков и лептонов. Непосредственное сравнение таких оценок  $\tau$  и  $\nu m$  с ограничениями, представленными на рис. 5, позволяет получить нетривиальные ограничения на свойства таких частиц, например, на их массу.

#### 4. ОГРАНИЧЕНИЯ НА ПАРАМЕТРЫ ЕДИНЫХ КАЛИБРОВОЧНЫХ ТЕОРИЙ

Принципы локальной калибровочной инвариантности позволили в рамках единой теории описать слабое и электромагнитное взаимодействие элементарных частиц<sup>4,88,89</sup>. Такой подход оказался плодотворным и для построения теории сильного взаимодействия — квантовой хромодинамики (КХД)<sup>4,90</sup>. Теория, объединяющая электромагнитное и слабое взаимодействие (ЭСВ) предсказывает слабый логарифмический рост «константы» электромагнитного взаимодействия с увеличением энергии, а также параметра теории  $\sin^2 \theta_W$  (см. 4). КХД предсказывает согласующееся с экспериментами на ускорителях логарифмическое падение фундаментальной «константы» сильного взаимодействия с энергией. Экстраполяция этих зависимостей к большим энергиям, недостижимых в современных лабораторных условиях, выделяет характерную энергию порядка  $\Lambda \sim 10^{14} - 10^{16}$  ГэВ, при которой «константы» КХД и электромагнитного взаимодействия сравниваются. Именно это обстоятельство легло в основу современных моделей, объединяющих сильное, слабое и электромагнитное взаимодействия<sup>4,91</sup>. Такие модели вполне согласуются с экспериментом по измерению параметра теории ЭСВ  $\sin^2 \theta_W$  (см., например, 4). Ведутся эксперименты по проверке других предсказаний таких моделей. Это эксперименты по поиску неустойчивости протона<sup>92-94</sup>, осцилляций нейтрон — антинейтрон<sup>95-96</sup>. Следует подчеркнуть, что все эти эффекты, относящиеся к области энергий малых по сравнению с масштабом объединения, имеют очень малую вероятность, поскольку обусловлены виртуальными переходами с участием сверхмассивных частиц с массами  $m \sim \Lambda$  \*). Характерное время жизни  $\tau_1$  таких частиц, предсказываемых теорией, определяется

\*) Аналогичные виртуальные переходы могут обеспечить в некоторых моделях малую величину массы нейтрино и малую вероятность нейтринных осцилляций<sup>28,97,98</sup>.

вероятностью  $W_1$  прямого распада бозона на два легких фермиона или фермиона на бозон и фермион и оказывается очень малым. В системе единиц  $\hbar = c = 1$ , в которой вероятность измеряется в единицах массы,  $W_1$  имеет вид

$$W_1 = \frac{1}{\tau_1} = k_1 m, \quad (4.1)$$

где численный множитель  $k_1$  зависит от свойств конкретных частиц. Однако, наряду с короткоживущими частицами, для которых  $k_1 \sim \alpha \div \alpha^2$ , теории предсказывают несколько возможных семейств метастабильных частиц, времена жизни которых существенно превышают указанные выше времена жизни «нормальных» короткоживущих частиц (т. е.  $k_1 \ll \alpha^2$ ). Все имеющиеся в настоящее время модели основываются на простых группах симметрии единого взаимодействия и неизбежно предсказывают существование абсолютно стабильных магнитных монополей \*).

В теории, кроме того, могут возникать частицы, для которых двухчастичные переходы в более легкие частицы по той или иной причине запрещены. Распады таких частиц могут происходить только через промежуточные (виртуальные) бозоны с массами  $m \sim \Lambda$ . Из соображений размерности нетрудно оценить вероятность (характерное время) такого трехчастичного распада:

$$W_2 = \frac{1}{\tau_2} = k_2 \frac{1}{\Lambda^4} m^5, \quad (4.2)$$

где  $k_2$  — численный множитель, зависящий от конкретных параметров модели, например, от статистического веса частиц, величины соответствующих факторов смешивания, числа возможных каналов распада и т. д. К таким частицам относятся: а) сверхмассивные нейтральные фермионы, в частности, правые нейтрино в моделях  $O(10)^{97,99}$ , б) сверхмассивные кварки, так называемого В-мультиплета в модели  $SU(5)$  с асимптотической свободой. Эти кварки имеют цветовые свойства глюонов, и по этой причине их прямые переходы в обычные кварки запрещены.

В моделях супергравитации предсказываются массивные фермионы со спином  $3/2$  — партнеры гравитона по суперсимметричному мультиплету — гравитино<sup>99</sup>. Масса гравитино  $m_G$  определяется масштабом нарушения суперсимметрии. Оценки<sup>20</sup> вероятности распада гравитино приводят к величине

$$W_3 = \frac{1}{\tau_3} = k_3 \frac{m_G^2}{m_{Pl}^2} \quad (4.3)$$

с численным фактором  $k_3 \ll 1$ . Аналогичная зависимость может иметь место и для стадий доминирования скалярного поля, например, в случае скаляронов<sup>100</sup> под  $m_G$  тогда следует понимать массу скаляронов.

Перейдем теперь к анализу космологических следствий существования указанных выше метастабильных частиц, используя ограничения, приведенные в гл. 3, и конкретизируя их для каждого из указанных сортов частиц. Для этого учтем взаимодействие таких частиц между собой (парная аннигиляция) и с ультрарелятивистскими существенно менее массивными частицами, и оценим в каждом конкретном случае остаточную концентрацию сверхмассивных частиц. Это в свою очередь, позволяет связать параметры ранней пылевидной стадии расширения Вселенной ( $t_0$  и  $t_K$ ) с массой частиц и тем самым, наложить на нее ограничения, зависящие от амплитуды начальных возмущений метрики.

\*) Кроме монополей, теории предсказывают существование антимонполей. О парной аннигиляции монополей и антимонполей (см. <sup>8</sup> и раздел а) гл. 4 данного обзора)

## а) Ограничения на массу магнитных монополей

ЕКТ предсказывают <sup>6,38</sup> существование монополей и антимонполей с магнитными зарядами  $g = \pm \hbar c/2e$ . Оценку остаточной концентрации монополей и их времени жизни относительно аннигиляции можно получить <sup>8,9</sup> на основе следующих физических соображений:

1) В релятивистской плазме с температурой  $kT < mc^2$  главным механизмом взаимодействия монополей с окружающей средой является многократное рассеяние монополя на частицах с эффективным сечением (в ед.  $\hbar = c = k = 1$ )

$$\sigma_s \sim \frac{1}{Tm}. \quad (4.4)$$

2) Аннигиляция монополей и антимонполей определяется их магнитным «кулоновским» притяжением друг к другу.

3) В разреженной плазме, когда эффективное торможение монополей за счет рассеяния на легких заряженных частицах несущественно, скорость аннигиляции определяется захватом монополя антимонполем с испусканием дипольного излучения <sup>8</sup>:

$$\langle \sigma v \rangle \sim \pi v^{-9/5} \frac{g^4}{m^2}. \quad (4.5)$$

4) В плотной плазме скорость аннигиляции определяется скоростью диффузии монополя к антимонполю в ходе многократного рассеяния монополей на частицах среды.

5) Диффузионное приближение при расчете аннигиляции монополей справедливо при условии, что длина торможения монополей (антимонполей) за счет многократного рассеяния  $\lambda = 1/n_s \sigma_s$  много меньше характерного «кулоновского» радиуса монополя (антимонполя)  $r_c = g^2/T$ .

6) В ранней Вселенной монополи (и антимонполи) образуются в ходе фазового перехода от симметричного вакуума единой теории к асимметричному вакууму с отделившимся от остальных взаимодействий электромагнетизмом. Концентрация образующихся монополей существенным образом зависит от длительности и характера фазового перехода.

Следует сразу оговориться, что в моделях раздувающейся Вселенной, согласно <sup>101–103</sup>, по окончании фазового перехода предсказывается настолько малая концентрация монополей, что стадия их доминирования исключена. Однако в <sup>104</sup> обсуждалась возможность образования значительного количества монополей и после фазы раздувающейся Вселенной. Кроме того, предпринимались попытки решить проблему монополей, не прибегая к сценарию раздувающейся Вселенной, согласно которому концентрация монополей подавлена с самого начала. Так, в работе <sup>105</sup> обсуждалась возможность аннигиляции монополей на стадии их конфайнмента в сравнительно более позднюю эпоху расширения Вселенной, соответствующую  $10^{13} \gtrsim T \gtrsim 10^2$  ГэВ. Согласно <sup>105</sup> аннигиляция монополей в этот период должна происходить в два этапа, причем значительная часть монополей аннигилирует только на втором этапе, при  $T \sim 10^2$  ГэВ, после фазового перехода с нарушением симметрии Вайнберга — Салама. Тем самым, этот механизм <sup>105</sup> обеспечивает отсутствие заметного количества монополей во Вселенной при  $T < 10^2$  ГэВ, но не исключает их большую концентрацию в период, соответствующий  $T > 10^2$  ГэВ. Поэтому представляет интерес дать независимое ограничение на массу монополей в предположении, что их начальная концентрация достаточно велика и механизм диффузионной аннигиляции достаточно эффективен. В этом случае закаленная концентрация не зависит от величины начальной концентрации и определяется только массой и зарядом монополя.

С учетом всего вышесказанного в пунктах 1) — 6) остаточная концентрация оказывается по порядку величины равной <sup>8,9</sup>,

$$v \sim \frac{m}{m_{\text{Pl}} g^5} \sim 10^{-9} \frac{m}{10^{16} \text{ ГэВ}} \left( \frac{137}{g} \right)^5, \quad (4.6)$$

так что

$$vm \approx 10^7 \left( \frac{m}{10^{16} \text{ ГэВ}} \right)^2 \text{ ГэВ}. \quad (4.7)$$

Монополи абсолютно стабильны относительно распада, и окончание ранней пылевидной стадии их доминантности может быть связано лишь с их аннигиляцией с антимонополями в обособляющихся на этой стадии конфигурациях. Характерное время такой аннигиляции

$$\tau \approx (n_m \langle \sigma v \rangle)^{-1}, \quad (4.8)$$

где  $n_m$  — характерная плотность монополей в таких конфигурациях, а  $\langle \sigma v \rangle$  — средняя скорость аннигиляции. По порядку величины  $n_m$  соответствует космологической плотности на момент начала нелинейной стадии  $t_1$  для конфигураций массы  $M_0$ . С учетом (4.6) и (4.7)

$$n_m \sim \frac{\rho}{m} \Big|_{t=t_1} \sim$$

$$\sim \delta_0^3 \cdot 10^{53} \left( \frac{m}{10^{16} \text{ ГэВ}} \right)^7. \quad (4.9)$$

Примем, что характерная скорость монополей в конфигурации порядка вириальной  $v \sim \sqrt{GM/r_1}$ . Тогда с учетом (2.26) при  $M = M_0$  и  $h = \delta_0$

$$v \sim c \delta_0^{1/2}. \quad (4.10)$$

Скорость аннигиляции монополей (4.5) с учетом (4.10) по порядку величины равна

$$\langle \sigma v \rangle \sim \frac{g^4}{m^2} \delta_0^{-9/10}. \quad (4.11)$$

Из (4.9) — (4.11) получаем

$$\tau \sim 10^{-8} \text{ с} \left( \frac{10^{16} \text{ ГэВ}}{m} \right)^5 \delta_0^{-21/10}. \quad (4.12)$$

Получаемые из рис. 5 с учетом (4.7) и (4.12) ограничения на массу монополя при различных значениях  $\delta_0$  исключают возможность существования монополей с  $m > 10^{17}$  ГэВ при  $\delta_0 > 2,5 \cdot 10^{-3}$  (рис. 6). Это ограничение является более слабым, чем полученное в <sup>51,52</sup> без учета ослабления ограничений на  $\beta(M)$  при наличии ранних пылевидных стадий. Следует, однако, отметить, что в принципе можно было бы усилить это ограничение, если дополнительно учесть образование ПЧД в ходе дальнейшей эволюции обособившихся конфигураций, не относящихся к рассматриваемому классу специально сферически симметричных и однородных конфигураций. Количественный анализ такого образования ПЧД пока не проведен, качественное обсуждение см. в <sup>106,87</sup>.

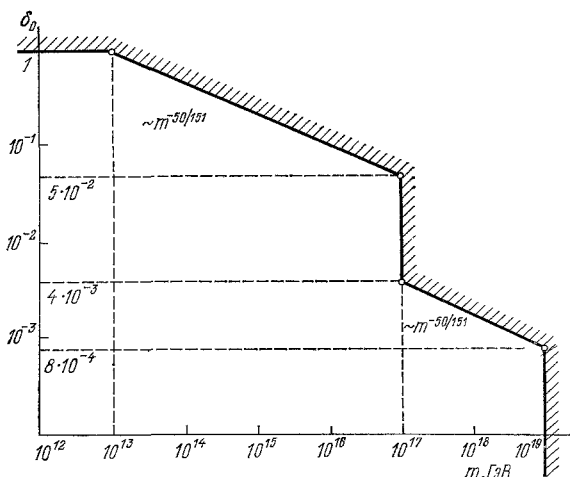


Рис. 6. Ограничения на массу магнитных монополей в зависимости от  $\delta_0$

### б) Ограничения на параметры асимптотически свободной SU (5)-теории

Когда говорят об асимптотической свободе в квантовой теории поля, то имеют в виду логарифмическое падение констант взаимодействия к большим энергиям. В моделях ЕКТ асимптотическая свобода реализуется только в том случае, если потребовать определенную симметрию между фермионными и бозонными мультиплетами, а также выполнение целого ряда алгебраических соотношений между константами тех взаимодействий, которые обеспечивают спонтанное нарушение калибровочной симметрии ЕКТ. Таким образом, условие асимптотической свободы ограничивает произвол в выборе параметров спонтанного нарушения симметрии ЕКТ. Отмеченные выше условия асимптотической свободы в простейшей модели ЕКТ, обладающей калибровочной симметрией SU (5) требуют введения в теорию фермионного 24-плета (так называемого В-мультиплета<sup>86</sup>), в котором наряду с другими частицами неизбежно присутствуют нейтральные G-фермионы, сверхмассивные, метастабильные кварки с цветовыми свойствами глюонов. Такие сверхмассивные кварки G массы  $m$  могут взаимодействовать с легкими кварками  $q$  и глюонами  $g$  и аннигилировать со своими античастицами  $\bar{G}$ . Термодинамическое равновесие сверхмассивных кварков с остальными частицами осуществляется реакциями типа  $G\bar{G} \rightleftharpoons q\bar{q}; gg$ . В расчетах КХД широко применяется аналогия с квантовой электродинамикой. В этом смысле рассматриваемые реакции цветового взаимодействия аналогичны процессам аннигиляции  $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-; \gamma\gamma$ , скорость которых известна<sup>107</sup>. Эта аналогия позволяет дать грубую оценку скорости реакций цветового взаимодействия при  $T \ll m$ :

$$\langle \sigma v \rangle \sim \frac{\alpha^2}{m^2} N_c, \quad (4.13)$$

где  $N_c \sim 10$  — число возможных каналов таких реакций,  $\alpha \sim 1/50$ .

Подробный анализ кинетики закалки концентрации G и  $\bar{G}$  (см. обзор<sup>1</sup>) дает при скорости их парной аннигиляции (4.13) величину закаленной концентрации сверхмассивных кварков

$$v \approx \frac{m}{m_p} \cdot \frac{10}{\alpha^2 N_c} A, \quad (4.14)$$

где в системе единиц  $\hbar = c = 1$  численный коэффициент

$$A = \frac{1}{\kappa^2} \left[ 42 + \ln (\langle \sigma v \rangle m_p m) - \frac{1}{2} \ln \kappa \right] \sim \frac{1}{40};$$

$M_p$  — масса протона, а  $\langle \sigma v \rangle$  определяется формулой (4.13).

В теории<sup>86</sup> предсказываются очень малый параметр  $k_2$ , характеризующий распад сверхмассивных кварков и определяющий их время жизни  $\tau$  по формуле (4.2),  $k_2 < 10^{-26}$ , так что время жизни сверхмассивных кварков достаточно велико, и уже при  $\delta_0 > 10^{-7}$  продолжительность пылевидной стадии их доминантности определяется аннигиляцией в конфигурациях, обособившихся от космологического расширения. Оценка характерного времени аннигиляции, проведенная аналогично случаю монополей, при скорости аннигиляции (4.13) дает

$$\tau \approx 3 \cdot 10^{-25} \text{ с} \left( \frac{10^{15} \text{ ГэВ}}{m} \right)^5 \delta_0^{-3}. \quad (4.15)$$

Масса  $m$  сверхмассивных кварков, через которую мы выразили  $\tau$  и  $v$ , может быть выражена через массу  $X$  — бозона  $m_X \sim 10^{15}$  ГэВ, связанную с временем жизни протона, и свободный параметр теории  $k_D$ :

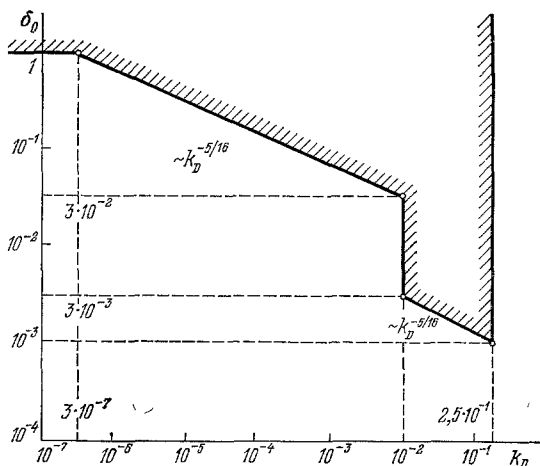
$$m = 2k_D m_X. \quad (4.16)$$



В рамках нашего подхода представляется уникальная возможность ограничить параметр  $k_D$ . Этот параметр не фигурирует в предсказаниях теорий в области более низких энергий. В то же время он является весьма существенным для самой теории, поскольку именно этим параметром определяются массы всех частиц В-мультиплета, как нестабильных, так и метастабильных. Кроме того, в зависимости от конкретного значения  $k_D$ , метастабильными

Рис. 7. Ограничения по сверхмассивным кваркам на параметр  $k_D$  в асимптотически свободной SU(5)-теории в зависимости от  $\delta_0$ .

Правая граница запрещенной области связана с тем, что при достаточно больших  $k_D$  сверхмассивные кварки нестабильны и распадаются прежде, чем начинают доминировать в плотности Вселенной



будут те или иные частицы, составляющие В-мультиплет. Таким образом, астрофизические ограничения на параметр  $k_D$  на наш взгляд, носят более общий характер, чем ограничения только на массу сверхмассивных кварков.

С учетом (4.14) — (4.16) выразим  $\tau$  и  $\nu m$  через параметр  $k_D$ :

$$\tau \approx 10^{-27} \text{ с } k_D^5 \delta_0^{-3}, \quad (4.17)$$

$$\nu m \approx 10^{14} \text{ ГэВ } k_D^2. \quad (4.18)$$

Из рис. 5 и соотношений (4.17), (4.18) получаем ограничения на  $k_D$  в зависимости от  $\delta_0$ , которые представлены на рис. 7. Приведенные на рис. 7 ограничения на параметр  $k_D$  позволяют существенно сузить класс асимптотически свободных моделей SU(5).

#### в) Ограничения на параметры сверхмассивных нейтральных фермионов

В моделях единой теории, предполагающих более высокую калибровочную симметрию, чем симметрия группы SU(5), появляются сверхмассивные нейтральные лептоны, которые можно рассматривать как правые нейтрино. Как предсказывает ряд моделей<sup>97,99</sup>, взаимодействие этих частиц друг с другом и с остальными частицами осуществляется только за счет обмена Х-бозонами, масса которых имеет порядок величины  $\Lambda$  и существенно превышает массу рассматриваемых частиц. В этом случае характерное время такого взаимодействия становится больше космологического вскоре после того как температура  $T$  сравнивается с величиной  $\Lambda$  ( $T \sim \Lambda \gg m$ ). Это означает, что правые нейтрино выходят из термодинамического равновесия с остальными частицами, оставаясь релятивистскими. Следовательно, их относительная остаточная концентрация

$$\nu \sim \frac{1}{\kappa} \sim \frac{1}{10^5}, \quad (4.19)$$

где  $\kappa$  — число сортов всех релятивистских частиц, находившихся в термодинамическом равновесии при  $T \sim \Lambda$ .

В отличие от монополей и сверхмассивных кварков, время жизни тяжелых нейтрино, а тем самым и длительность соответствующей пылевидной стадии определяется их распадом.

Если считать массу  $m$  этих частиц свободным параметром теории, то ограничения на  $m$  в зависимости от  $\delta_0$ , полученные из рис. 5 и соотношения (4.2), приведены на рис. 8.

В ряде моделей предсказывается связь <sup>97,99</sup> между массой  $m$  тяжелых нейтрино и массой легких нейтрино  $m_\nu$ :

$$m_\nu = \frac{\lambda^2}{m}, \quad (4.20)$$

где  $\lambda \sim 100$  ГэВ — характерный масштаб энергий объединения электромагнитного и слабого взаимодействия. Наш метод позволяет в принципе, получить ограничения и на массу легкого нейтрино в зависимости от начальной неоднородности  $\delta_0$ . Однако следует отметить, что взаимодействие сверхмассивных нейтрино со сравнительно легкими хиггсовскими бозонами (с массой порядка  $\lambda \ll m$ ) может

Рис. 8. Ограничения на массу сверхмассивного нейтрино в зависимости от  $\delta_0$

привести к слишком быстрому (раньше, чем успеет наступить ранняя пылевидная стадия) распаду тяжелых нейтрино на легкие фермионы и хиггсовские бозоны <sup>108</sup>. Именно так и обстоит дело в имеющихся на сегодняшний день мо-

делях, что не позволяет получить нетривиальные ограничения на величину  $m_\nu$ . Однако сама идея получения ограничений на массу легких частиц из ограничений по пылевидным стадиям доминантности соответствующих сверхмассивных частиц может представлять интерес при анализе моделей, в которых соотношение типа (4.20) не связано с быстрыми распадами сверхмассивных частиц. Аналогичная (4.20) связь осуществляется в моделях супергравитации <sup>39</sup>, в которых масса гравитино связана с планковской массой соотношением <sup>39,20</sup>

$$m = \frac{d}{m_{\text{Pl}}}, \quad (4.21)$$

где  $d$  — масштаб нарушения суперсимметрии — является свободным параметром теории (размерности  $m^2$  в единицах  $\hbar = c = 1$ ).

Если задаться амплитудой начальных возмущений метрики, то при больших  $d$  рассматриваемый метод позволит получить ограничения на массу гравитино в зависимости от свободного параметра  $d$ . Указанные ограничения для различных  $\delta_0$  приведены на рис. 9.

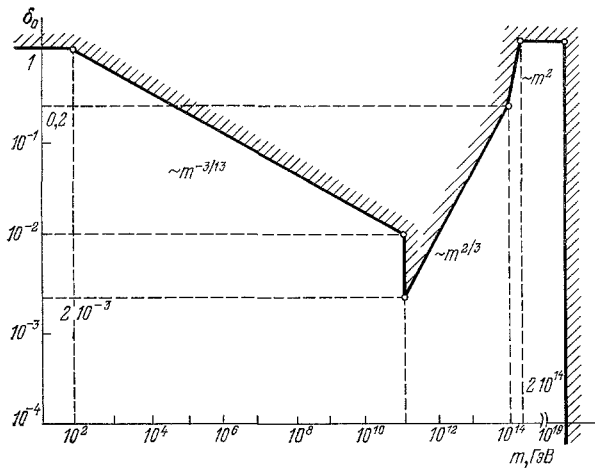


Рис. 9. Ограничения на массу сверхмассивных гравитино в зависимости от  $\delta_0$

В локально-суперсимметричных моделях с  $N = 1$  предсказываются значительно меньшие массы гравитино  $\sim 100$  ГэВ и описанный метод непосредственно не позволяет дать ограничения на их концентрацию. Однако для подавления остаточной концентрации таких «легких гравитино» обычно требуется, чтобы по окончании стадии раздувания существовала достаточно длительная пылевидная стадия колебаний скалярного поля<sup>22</sup>. Наш метод позволяет дать ограничения на допустимую неоднородность на этой стадии. Следовательно, и в этом случае описанный метод в принципе позволяет, хотя и косвенным путем, получить ограничения на параметры моделей супергравитации.

### г) Происхождение спектра начальных возмущений в расширяющейся Вселенной и пылевидные стадии

До сих пор мы рассматривали амплитуду начальных возмущений  $\delta_0$  как свободный параметр космологической модели.

В последнее время наметились пути связать спектр начальных возмущений с квантовыми флуктуациями плотности в очень ранней Вселенной (вблизи сингулярности) за счет существования деситтеровской стадии экспоненциального расширения Вселенной — так называемой инфляционной стадии (стадия доминантности «ложного» вакуума). Такая стадия может возникать из-за поляризации вакуума вблизи сингулярности<sup>100</sup> или из-за вакуумных фазовых переходов, предсказываемых ЕКТ<sup>101–103</sup> (подробный обзор см. в<sup>109</sup>). Существование стадии экспоненциального расширения Вселенной — экспоненциальный рост масштаба возмущений — связывает глобальную структуру современной Вселенной с физическими процессами вблизи сингулярности. При переходе с де Ситтеровской стадии на фридмановскую стадию расширения возникают возмущения метрики и плотности, обусловленные неодновременностью фазового перехода в различных областях<sup>110–113</sup>. Кроме того, спектр начальных возмущений может формироваться в результате так называемого параметрического усиления малых начальных флуктуаций, рассматриваемых как фононы в гидродинамической среде<sup>114–116</sup> (см. также<sup>117,118</sup>). Указанный механизм аналогичен параметрическому усилению гравитационных волн<sup>119</sup>. Анализ эволюции квантовых флуктуаций, не рассматривающий их как фононы в гидродинамической среде, на деситтеровской стадии см. в<sup>120</sup>. Так или иначе, по окончании экспоненциальной стадии предсказывается некоторый спектр возмущений, который, в частности, должен объяснить крупномасштабную структуру Вселенной.

Здесь важно подчеркнуть, что параметры указанного спектра начальных возмущений существенным образом зависят, во-первых, от параметров деситтеровской стадии (ее начала и продолжительности), во-вторых, от того, как именно происходит распад «ложного» вакуума при переходе к последующей фридмановской стадии расширения.

В свете всего вышесказанного особый интерес представляет программа построения самосогласованной картины эволюции очень ранней Вселенной в рамках той или иной модели ЕКТ. Такая картина должна включать в себя начало и конец де Ситтеровской стадии, и, в частности, должна связать параметры возмущений метрики в конце этой стадии с параметрами соответствующей модели ЕКТ. Хотя такая программа еще не завершена, но определенные успехи в этом направлении достигнуты уже сегодня. Так, расчеты<sup>110–113, 115–117</sup> показывают, что спектр возмущений является почти плоским ( $n = 0$ ). Плоский спектр генерируется и предсказываемыми некоторыми моделями ЕКТ сверхмассивными нитями<sup>121,122</sup>.

С другой стороны, что уже не раз отмечалось в данном обзоре, параметры тех же самых моделей ЕКТ определяют параметры и ранних пылевидных стадий.

Очень важно подчеркнуть, что такие пылевидные стадии доминирования сверхмассивных метастабильных частиц реализуются существенно позже стадий экспоненциального расширения, так что характер физических процессов на экспоненциальной стадии не влияет на закаленную концентрацию сверхмассивных частиц, но достаточно рано, так что образование ПЧД определяется той мелкомасштабной частью спектра, которая впоследствии испытает полное затухание, т. е. единственной информацией об этой части спектра является спектр ПЧД в соответствующих масштабах масс. (Различные аспекты образования ПЧД в ходе фазового перехода см. в <sup>123-125</sup>, а непосредственно после его окончания см. в <sup>126,127</sup>.)

Наряду с ранними пылевидными стадиями доминирования сверхмассивных частиц в различных вариантах инфляционных моделей предсказываются «сверххранние» пылевидные стадии колебаний классического скалярного поля (см., например, <sup>22,100</sup>) и последующего доминирования нерелятивистских скалярных частиц. Такие сверххранние стадии следуют непосредственно за инфляционными стадиями и могут быть достаточно длительными, так что на этих стадиях рост возмущений успевает вступить на нелинейную стадию. Проведенное выше сопоставление вероятности образования ПЧД с имеющимися наблюдательными ограничениями на спектр ПЧД позволяет сделать следующий важный вывод: независимо от длительности сверххранние пылевидные стадии не противоречат указанным ограничениям на ПЧД, если амплитуда плоского спектра возмущений метрики не превосходит  $6 \cdot 10^{-4}$ . Но, если окажется, что фактическая вероятность образования ПЧД существенно превышает полученную выше нижнюю оценку, то сопоставление предсказываемого спектра ПЧД с астрофизическими ограничениями может, в принципе, дать ограничение на длительность сверххранних пылевидных стадий и, следовательно, на допустимые варианты инфляционного сценария.

Таким образом, спектр ПЧД является связующим звеном между параметрами ЕКТ, определяющими спектр начальных возмущений и параметрами пылевидных стадий, и совокупностью астрофизических данных, которые несут характер ограничений на спектр ПЧД. Поэтому, заглядывая в будущее, можно ожидать, что при завершении указанной выше программы построения самосогласованной картины ранней Вселенной в рамках теории элементарных частиц рассмотренный в данном обзоре метод послужит тестом на такую теорию.

#### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Итак, теории элементарных частиц в совокупности с теорией горячей Вселенной могут предсказывать существование пылевидных стадий расширения в ранней Вселенной, неизбежным следствием которых является рассмотренный выше механизм образования ПЧД из малых начальных возмущений метрики. Указанная связь параметров теории и начальной неоднородности Вселенной, которая в свою очередь, связана в рамках рассмотренного механизма со спектром ПЧД, позволяет получить ряд астрофизических наблюдательных ограничений на параметры теории в зависимости от начальной неоднородности Вселенной. Все приведенные выше оценки еще предстоит подкрепить детальными расчетами, и в этом смысле количественные результаты, приведенные в обзоре, нельзя считать окончательными.

Еще предстоит построить более детальную картину эволюции возмущений на пылевидных стадиях, например, учесть плавное начало и конец стадии, остаточное давление релятивистских частиц, роль «комковатости» конфигураций и, возможно, многое другое. В случае взаимодействующих с излучением частиц учет конкретных механизмов сброса энтропии на нелинейной стадии эволюции возмущений позволит повысить нижнюю границу вероятности образования ПЧД и тем самым усилить ограничения на параметры теории, предсказывающей существование таких частиц. Но уже приведенные выше оценки демонстрируют принципиальную возможность получения информации

о параметрах теории элементарных частиц из сопоставления астрофизических следствий существования ранних пылевидных стадий с наблюдательными ограничениями на спектр ПЧД.

Мы благодарны А. Г. Дорошкевичу, Я. Б. Зельдовичу, Д. А. Компанейцу, А. Д. Линде, П. Д. Насельскому, И. Д. Новикову, Л. Б. Окуню, Б. М. Понтекору, С. Ф. Шандарину за стимулирующие дискуссии.

#### ПРИЛОЖЕНИЕ

##### УЧЕТ НЕОДНОРОДНОСТИ КОНФИГУРАЦИИ В РАМКАХ ТОЛЛИНОВСКОГО РЕШЕНИЯ

В синхронной и одновременно сопутствующей системе отсчета сферически-симметричный элемент интервала, описывающий поведение пылевидного вещества, имеет вид (см. книги <sup>46</sup>)

$$ds^2 = d\tau^2 - e^{\lambda(\tau, R)} dR^2 - r^2(\tau, R) (d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2); \quad (\text{П. 1})$$

здесь  $\tau$  — собственное время,  $R$  — лагранжев радиус,  $r$  — эйлеров радиус, выбранный таким образом, что  $2\pi r$  есть длина окружности с центром в начале координат.

Предположим для простоты (хотя это существенно не влияет на приводимые ниже оценки), что расширение сменяется сжатием одновременно по всей конфигурации в момент времени  $t_1$ . Тогда интегрирование уравнений Эйнштейна при этих начальных условиях позволяет получить зависимость  $r(\tau, R)$  в следующем параметрическом виде (см. книги <sup>46</sup>):

$$r = \frac{1}{2} r_1(R) (1 + \cos \eta), \quad (\text{П. 2})$$

$$\tau = t_1 + \frac{1}{2} \frac{r_1^{3/2}(R)}{r_g^{1/2}(R)} (\eta + \sin \eta); \quad (\text{П. 3})$$

здесь  $0 \leq \eta \leq \pi$ ,  $r_g$  есть гравитационный радиус массы, заключенной внутри лагранжева радиуса  $R$ ,  $r_1(R)$  определяется распределением плотности  $\rho_1(R)$  в момент  $t_1$ . Дальнейшая эволюция плотности определяется из тех же уравнений Эйнштейна следующим соотношением:

$$\rho(\tau, R) = \rho_1(R) \frac{r_1^2(R) r_1'(R)}{r^2(R, \tau) r'(R, \tau)}; \quad (\text{П. 4})$$

здесь штрих означает частную производную по  $R$ . Пусть в момент  $t_1$  плотность  $\rho_1(R)$  распределена по закону

$$\rho_1(R) = \rho_{c1} \left[ 1 - \frac{r_1^2(R)}{r_*^2} \right], \quad (\text{П. 5})$$

$r_*$  характеризует степень неоднородности конфигурации и определяется второй производной распределения плотности по эйлерову радиусу в центре конфигурации. Причем определенная ранее степень неоднородности конфигурации  $u = (r_1/r_*)^2$ , где  $r_1$  — введенный ранее характерный размер конфигурации. Из (П. 5) немедленно следует, что

$$r_g(R) = \frac{8\pi G \rho_{c1}}{3} r_1^3(R) \left[ 1 - \frac{3r_1^2(R)}{5r_*^2} \right]. \quad (\text{П. 6})$$

Момент образования каустики в центре конфигурации происходит согласно (П. 2), (П. 3) и (П. 6) в момент времени  $t_{\text{каус}}$ , равный

$$t_{\text{каус}} = t_1 + \left( \frac{3\pi}{32G\rho_{c1}} \right)^{1/2}. \quad (\text{П. 7})$$

Момент, когда вся конфигурация оказывается под своим гравитационным радиусом,  $t_{\text{ПЧД}}$  определяется соотношением

$$t_{\text{ПЧД}} \approx t_1 + \left( \frac{3\pi}{32G\rho_{c1}} \right)^{1/2} \left( 1 - \frac{4}{3\pi} x^{3/2} \right) \left( 1 - \frac{3}{5} u \right)^{-1/2}, \quad (\text{П. 8})$$

где  $x = r_g/r_1$ .

Как следует из соотношений (П. 7), (П. 8), условие (2.20) действительно сводится к неравенству (2.21). Из формул (П. 2) — (П. 6) следует, что

$$\rho(\tau, R) \approx \rho_1(R) \left( \frac{2}{1 + \cos \eta} \right)^3 \left[ 1 + \frac{3}{5} \frac{\sin \eta (\eta + \sin \eta) r_1^2(R)}{(1 + \cos \eta)^2 r_*^2} \right]^{-1}. \quad (\text{П. 9})$$

В момент  $t_{\text{ПЧД}}$  параметр  $\eta$  в центре конфигурации принимает значение

$$\eta_c = \pi - 2x^{1/2} (1 - \xi)^{1/3}, \quad (\text{П.10})$$

где

$$\xi = \frac{9\pi}{40} \frac{u}{x^{3/2}}. \quad (\text{П.11})$$

В этот же момент времени на внешней границе конфигурации параметр  $\eta$  равен

$$\eta_\Gamma = \pi - 2x^{1/2}. \quad (\text{П.12})$$

Тогда, с учетом (П. 9) — (П. 12), условие (2.19) выполняется при  $\xi \leq 1$ , что опять-таки сводится к неравенству (2.24).

Институт космических исследований  
АН СССР  
Институт прикладной математики  
им. М. В. Келдыша АН СССР

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Долгов А. Д., Зельдович Я. Б. — УФН, 1980, т. 130, с. 559.
2. Зельдович Я. Б., Новиков И. Д. Стрoение и эволюция Вселенной. — М.: Наука, 1975.
3. Weinberg S. The First Three Minutes. — Fontana: Collins, 1978; перевод: Вайнберг С. Первые три минуты — М.: Энергоатомиздат, 1981.
4. Окунь Л. Б. Лептоны и кварки. — М.: Наука, 1980; УФН, 1981, т. 134, с. 3.
5. Linde A. D. — Rept. Progr. Phys., 1979, v. 42, p. 390.
6. Поляков А. М. — Письма ЖЭТФ, 1974, т. 20, с. 430.
7. 't Hooft G. — Nucl. Phys. Ser. B, 1974, v. 79, p. 276.
8. Kibble T.W.B. — J. Phys. Ser. A, 1976, v. 9, p. 1387.
9. Zeldovich Ya. B., Khlopov M. Yu. — Phys. Lett. Ser. B, 1978, v. 79, p. 239.
10. Preskill J. P. — Phys. Rev. Lett., 1979, v. 43, p. 1365.
11. Зельдович Я. Б., Кобзарев И. Ю., Окунь Л. Б. — ЖЭТФ, 1974, т. 67, с. 3.
12. Шварцман В. Ф. — Письма ЖЭТФ, 1969, т. 9, с. 315.  
См. также: Steigman G., Schramm D. N., Gunn J. E. — Phys. Lett. Ser. B, 1977, v. 66, p. 202.  
Austin S. M. — Progr. Part. and Nucl. Phys., 1981, v. 7, p. 1.  
Wagoner R., Fowler W. A., Hoyle F. — Astrophys. J., 1967, v. 148, p. 3.  
Olive K. A., Schramm D. N., Steigman G. — In: Proc. of the Seminar on Proton Stability. — University of Wisconsin, 1978.  
Shapiro S. L., Teuclolsky S. A., Wasserman I. — Phys. Rev. Lett., 1980, v. 45, p. 665.  
Khlopov M. Yu., Petcov S. T. — Phys. Lett. Ser. B, 1981, v. 99, p. 117.
13. Долгов А. Д. — ЯФ, 1981, т. 33, с. 1309.
14. Зельдович Я. Б., Смородинский Я. А. — ЖЭТФ, 1961, т. 41, с. 907.
15. Герштейн С. С., Зельдович Я. Б. — Письма ЖЭТФ, 1966, т. 4, с. 174.
16. Дорошкевич А. Г., Хлопов М. Ю. — Письма Астрон. ж., 1983, т. 9, с. 323.
17. Дорошкевич А. Г., Хлопов М. Ю. — ЯФ, 1984, т. 39, с. 869.
18. Полнарев А. Г., Хлопов М. Ю. — Астрон. ж., 1982, т. 59, с. 15.
19. Szalay A. S., Marx G. — Astron. and Astrophys., 1976, v. 49, p. 437.
20. Cowsic R., McClelland J. — Phys. Rev. Lett., 1972, v. 29, p. 669.
21. Tremaine S., Gunn J. E. — Ibidem, 1979, v. 42, p. 407.  
Gunn J. E., Lee B. W., Lerche I., Schramm D. N., Steigman G. — Astrophys. J., 1978, v. 223, p. 1015.
22. Висоцкий М. И., Долгов А. Д., Зельдович Я. Б. — Письма ЖЭТФ, 1977, т. 26, с. 200.  
Lee B. W., Weinberg S. — Phys. Rev. Lett., 1977, v. 39, p. 165.
23. Dine M., Fishler W. — Phys. Lett. Ser. B, 1983, v. 120, p. 137.
24. Abbott L., Sikivie P. — Ibidem, p. 133.
25. Preskill J., Wise M., Wilczek F. — Ibidem, p. 127.
26. Irsper J., Sikivie P. — Phys. Rev. Lett., 1983, v. 50, p. 925.
27. Stecker F. W., Shafi Q. — Ibidem, p. 928.
28. Weinberg S. — Ibidem, 1982, v. 48, p. 1303.
29. Балестра Ф., Пираджини Г., Понтекорво Д., Саножников М. Г., Фаломкин И. В., Хлопов М. Ю. — ЯФ, 1984, т. 39, с. 990; Nuovo Cimento. Ser. A, 1984, v. 79, p. 193.
30. Khlopov M. Yu., Linde A. D. — Phys. Lett. Ser. B, 1984, v. 138, p. 265.

23. Peebles P.J.E. The Large Scale Structure of the Universe.— Princeton: Princeton Univ. Press, 1980; перевод: Пиблс П. Дж. Е. Структура Вселенной в больших масштабах.— М.: Мир, 1983.
24. Дорошkevич А. Г., Зельдович Я. Б., Сюняев Р. А., Хлопов М. Ю.— Письма Астрон. ж., 1980, т. 6, с. 457, 465.  
Дорошkevич А. Г., Хлопов М. Ю.— Астрон. ж., 1981, т. 58, с. 913.  
Doroshkevich A. G., Khlopov M. Yu., Sunyaev R. A., Szalay A. S., Zeldovich Ya. B.— Ann. N. Y. Acad. Sci., 1981, v. 375, p. 32.
25. Бисноватый-Коган Г. С., Новиков И. Д.— Астрон. ж., 1980, т. 57, с. 899.  
Bisnovatyii-Kogan G. S., Lukash V. N., Novikov I. D.— In: Variability in Stars and Galaxies: Proc. of 5th European Regional Meeting in Astronomy.— Liège, 1980.
26. Bond J. R., Efstathiou G., Silk J.— Phys. Rev. Lett., 1980, v. 45, p. 1980.
27. Sato H., Takahara F.— Progr. Theor. Phys., 1980, v. 64, p. 2029.
28. Schramm D. N., Steigman G.— Astrophys. J., 1981, v. 243, p. 1.
29. Зельдович Я. Б., Хлопов М. Ю.— УФН, 1981, т. 135, с. 45.
30. Шандарин С. Ф., Дорошkevич А. Г., Зельдович Я. Б.— УФН, 1981, т. 139, с. 83.
31. Любимов В. А., Новиков Е. Г., Нозик В. З., Третьяков Е. Ф., Нозик В. С.— ЯФ, 1980, т. 32, с. 301.  
Любимов В. А., Новиков Е. Г., Нозик В. З., Третьяков Е. Ф., Нозик В. С., Мясоeдов Н. Ф.— ЖЭТФ, 1981, т. 81, с. 1158.
32. Зельдович Я. Б., Клыпин А. А., Хлопов М. Ю., Чечеткин В. М.— ЯФ, 1980, т. 31, с. 1286.
33. Linde A. D.— Rept. Progr. Phys., 1984, v. 47, No. 8.
34. Coughlan G. D., Fishler W., Kolb E. W., Raby S., Ross G. G.— Phys. Lett. Ser. B, 1983, v. 131, p. 59.  
Goncharov A. S., Linde A. D., Vysotsky M. I. Preprint ITEP-109.— Moscow, 1984.
35. Turner M. S.— Phys. Rev. Ser. D, 1983, v. 28, p. 1243.
36. Зельдович Я. Б., Новиков И. Д.— Астрон. ж., 1966, т. 43, с. 758.
37. Зельдович Я. Б.— ЖЭТФ, 1962, т. 42, с. 641.
38. Schwartz A. S.— Nucl. Phys. Ser. B, 1976, v. 112, p. 358.
39. Фридман Д., ван Ньювенхейзен П.— УФН, 1979, т. 128, с. 137.  
Fayet P.— In: Unification of Fundamental Particle Interactions/Ed. S. Ferrara et al.— 1980, p. 587.  
Dezer S., Zumino B.— Phys. Rev. Lett., 1977, v. 38, p. 1433.  
Cremer E., Julia B., Sherk J., Ferrara S., Girardello L., van Nieuwenhuizen P.— Nucl. Phys. Ser. B, 1979, v. 147, p. 105.  
Cremer E., Ferrara S., Girardello L., van Proyen A.— Ibidem, 1983, v. 212, p. 413.
40. Зельдович Я. Б.— ЖЭТФ, 1965, т. 48, с. 986.
41. Зельдович Я. Б., Окунь Л. Б., Пикельнер С. Б.— УФН, 1965, т. 87, с. 113.
42. Laplace P. S. Le Systeme de Mond.— Paris, 1795, t. 2; The System of the World/Ed. W. Flint.— Lnd., 1809.
43. Schwarzschild K.— Sitzungber. Deutsch. Akad. Wiss. Math.— Phys.— Techn. Kl.— Berlin, 1916, S. 189.
44. Reissner H.— Ann. Phys. (Lpz.), 1916, Bd. 50, S. 106.  
Nordström G.— Proc. Kon. Ned. Akad. Wett., 1918, v. 20, p. 1238.
45. Kerr R. P.— Phys. Rev. Lett., 1963, v. 11, p. 237.
46. Зельдович Я. Б., Новиков И. Д. Теория тяготения и эволюция звезд.— М.: Наука, 1971.  
Мизнер Ч., Торн К., Уилер Дж. Гравитация.— М.: Мир, 1977.  
Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теория поля.— М.: Наука, 1973.  
Фролов В. П.— УФН, 1978, т. 118, с. 473.
47. Oppenheimer J. R., Volkoff G. M.— Phys. Rev., 1938, v. 55, p. 374.
48. Oppenheimer J. R., Snyder H.— Ibidem, 1939, v. 56, p. 455.
49. Hawking S. W.— Mon. Not. RAS, 1971, v. 152, p. 75.
50. Лифшиц Е. М.— ЖЭТФ, 1946, т. 16, с. 587.
51. Khlopov M. Yu., Polnarev A. G.— Phys. Lett. Ser. B, 1980, v. 97, p. 383.
52. Полнарев А. Г., Хлопов М. Ю.— Астрон. ж., 1981, т. 58, с. 706.
53. Полнарев А. Г., Хлопов М. Ю.— Ibidem, 1982, т. 59, с. 639.
54. Khlopov M. Yu., Polnarev A. G.— In: The Very Early Universe/Ed. G. W. Gibbons, S. W. Hawking, S. Siclos.— Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1983, p. 407.
55. Зельдович Я. Б., Новиков И. Д. Релятивистская астрофизика.— М.: Наука, 1967.
56. Carr B. J., Hawking S. W.— Mon. Not. RAS, 1974, v. 168, p. 399.

57. Надежин Д. К., Новиков И. Д., Полнарев А. Г. — Астрон. ж., 1978, т. 55, с. 216.  
Новиков И. Д., Полнарев А. Г. — Ibidem, 1980, т. 57, с. 250.
58. Lin D. N. C., Carr B. J., Fall S. M. — Mon. Not. RAS, 1976, v. 177, p. 51.  
Bicknell G. V., Henriksen R. N. — Astrophys. J., 1978, v. 219, p. 1043;  
1979, v. 232, p. 670.
59. Заботин Н. А., Насельский П. Д. — Астрон. ж., 1982, т. 59, с. 647.
60. Заботин Н. А., Насельский П. Д. — Письма Астрон. ж., 1980, т. 6, с. 14, Астрофизика, 1982, т. 18, с. 310.
61. Hawking S. W. — Nature, 1974, v. 43, p. 199; v. 248, p. 30; Comm. Math. Phys., 1975, v. 43, p. 199.
62. Зельдович Я. Б., Старобинский А. А. — ЖЭТФ, 1971, т. 61, с. 2161;  
Письма ЖЭТФ, 1977, т. 26, с. 373.
63. Hawking S. W. — Phys. Rev. D, 1976, v. 14, p. 2460.  
Gibbons G. W., Hawking S. W. — Ibidem, 1977, v. 15, p. 2738.
64. Новиков И. Д. — Астрон. ж., 1961, т. 38, с. 564.
65. Carr B. J. — Astrophys. J., 1975, v. 201, p. 1.
66. Novikov I. D., Polnarev A. G., Starobinsky A. A., Zeldovich Ya. B. — Astron. and Astrophys., 1979, v. 80, p. 104.  
Carr B. J. — В кн. Труды второго семинара «Квантовая гравитация», Москва. 13—15 октября 1981 г. — М: ИЯИ АН СССР, 1982, с. 195.
67. Заботин Н. А., Марочник Л. С., Насельский П. Д. — Астрофизика, 1982, т. 18, с. 161.
68. Zeldovich Ya. B. — Mon. Not. RAS, 1972, v. 160, p. 1.
69. Парийский Ю. Н., Петухов З. Н., Чернов А. Н. — Письма Астрон. ж., 1977, т. 3, с. 483.  
Partridge R. B. — Physica Scripta, 1980, v. 21, p. 624.  
Cescaarelli C., Melchiorri F., Pietranera L., Dall'Oglio G., Melchiorri-Olivo B. — Astrophys. J. Lett., 1983, v. 269, p. 27.  
Fiken D. J., Cheng E. S., Wilkinson D. T. — Phys. Rev. Lett., 1983, v. 50, p. 620.
70. Старобинский А. А. — Письма Астрон. ж., 1983, т. 9, с. 573.
71. Barrow J. D. — Mon. Not. RAS, 1980, v. 192, p. 457.
72. Заботин Н. А., Насельский П. Д. — Астрофизика, 1980, т. 16, с. 337.
73. Полнарев А. Г. — Астрофизика, 1977, т. 13, с. 375.
74. Дорошкевич А. Г. — Астрофизика, 1970, т. 6, с. 581.
75. Марков М. А. — Progr. Theor. Phys. Supl. Ext., 1965, v. 85; ЖЭТФ, 1966, т. 51, с. 878.
76. Зельдович Я. Б. — Цит. в <sup>66</sup> сб., с. 146.
77. Зельдович Я. Б. — Письма ЖЭТФ, 1976, т. 24, с. 29.
78. Вайнер Б. В., Насельский П. Д. — Письма Астрон. ж., 1977, т. 3, с. 147.
79. Зельдович Я. Б., Старобинский А. А., Хлопов М. Ю., Четкин В. М. — Ibidem, с. 208.
80. Chechetkin V. M., Khlopov M. Yu., Sapozhnikov M. G., Zeldovich Ya. B. — Phys. Lett. Ser. B, 1982, v. 118, p. 329.  
Chechetkin V. M., Khlopov M. Yu., Sapozhnikov M. G. — Rev. Nuovo Cimento, 1982, v. 10, p. 1.
81. Насельский П. Д. — Письма Астрон. ж., 1978, т. 4, с. 387.
82. Page D. N., Hawking S. W. — Astrophys. J., 1976, v. 206, p. 1.
83. Carr B. J. — Ibidem, p. 8.
84. Rees M. J. — Nature, 1977, v. 268, p. 333.  
Blanford R. D. — Mon. Not. RAS, 1977, v. 181, p. 489.
85. Насельский П. Д., Пелихов Н. В. — Астрон. ж., 1979, т. 23, с. 402.
86. Kalashnikov O. K., Lebedev Inst. Preprint-79. — Moscow, 1980.
87. Kalashnikov O. K., Khlopov M. Yu. — Phys. Lett. Ser. B, 1983, v. 127, p. 407.
88. Salam A. — In: 8th Nobel Symposium/Ed. N. Svartholm. — Stockholm, 1968.
89. Weinberg S. W. — Phys. Rev. Lett., 1967, v. 19, p. 1264.
90. Politzer H. — Ibidem, 1973, v. 30, p. 1364.  
Gross D. J., Wilczek F. — Ibidem, p. 1343.
91. Georgy H., Glashow S. L. — Phys. Rev. Lett., 1974, v. 32, p. 483.
92. Learned J., Reines F., Soni A. — Ibidem, 1979, v. 43, p. 907.
93. Cherry M. L., Deakynne M., Lande K., Lee C. K., Steinberg R. I., Cleveland B. — Ibidem, 1981, v. 47, p. 1507.
94. Proc. of 1982 Summer Workshop on Proton Decay Experiment/Ed. D. S. Ayres. — ANL, 1982.
95. Кузьмин В. А. — Письма ЖЭТФ, 1970, т. 13, с. 335.
96. См. обзор: Fidesaro J. Preprint CERN-EP/83-102. — 1983.
97. Witten E. — Phys. Lett. Ser. B, 1979, v. 91, p. 81.
98. Gell-Mann M., Ramond P., Slansky R. — Rav. Mod. Phys., 1978, v. 50, p. 721; перевод: УФН, 1980, т. 130, с. 459.



99. Wetterich C.— Nucl. Phys. Ser. B, 1981, v. 187, p. 343
100. Starobinsky A. A.— Phys. Lett. Ser. B, 1980, v. 91, p. 99.
101. Guth A.— Phys. Rev. Ser. D, 1981, v. 23, p. 347.
102. Linde A. D.— Phys. Lett. Ser. B, 1982, v. 108, p. 389.
103. Albrecht A., Steinhardt P. J.— Phys. Rev. Lett., 1982, v. 48, p. 1220.
104. Moss M.— Phys. Lett. Ser. B, 1983, v. 128, p. 385.
105. Linde A. D.— Ibidem, 1980, v. 96, p. 293.
106. Goldman T., Kolb E. W., Toussaint D.— Phys. Rev. Ser. D, 1981, v. 23, p. 867.
107. Ахмезер А. И., Берестецкий В. Б. Квантовая электродинамика.— М.: Физматгиз, 1959.
108. Klinkhamer F. R., Branko G., Derendinger J. P., Hut P., Masiero A., — Astron. and Astrophys., 1981, v. 94, p. L19.
109. Линде А. Д.— УФН, 1984, т. 144, с. 177.
110. Hawking S. W.— Phys. Lett. Ser. B, 1982, v. 117, p. 175.
111. Guth A., Pi S.-Y.— Phys. Rev. Lett., 1982, v. 49, p. 1110.
112. Starobinsky A. A.— Phys. Lett. Ser. B, 1982, v. 117, p. 175.
113. Bardeen J., Steinhardt P. J., Turner M. S.— Phys. Rev. Ser. D, 1983, v. 29, p. 679.
114. Лукаш В. Н.— ЖЭТФ, 1980, т. 79, с. 1601.
115. Компанеец А. Д., Лукаш В. Н., Новиков И. Д.— Астрон. ж., 1982, т. 59, с. 424.
116. Lucash V. N., Novikov I. D.— In: 10th Intern. Conference on General Relativity and Gravitation. Padova, Italy, July 4—19, 1983.
117. Chibisov G. V., Mukhanov V. F.— Mon. Not. RAS, 1982, v. 200, p. 535.
118. Компанеец А. Д., Лукаш В. Н.— Астрон. ж., 1981, т. 58, с. 482.
119. Грищук Л. П.— ЖЭТФ, 1974, т. 67, с. 825.
120. Муханов В. Ф., Чибисов Г. В.— Письма ЖЭТФ, 1981, т. 38, с. 549.
121. Schwartz A. S.— Nucl. Phys. Ser. B, 1982, v. 208, p. 100.  
Everett A., Vilenkin A.— Ibidem, v. 207, p. 43.  
Everett A.— Phys. Rev. Ser. D, 1981, v. 24, p. 858.  
Kibble T., Lazarides G., Shafi Q.— Ibidem, 1982, v. 26, p. 435.  
Shafi Q.— Цит. в <sup>54</sup> сб., p. 147.  
Vilenkin A.— Ibidem, p. 163.
122. Zeldovich Ya. B.— Mon. Not. RAS, 1980, v. 190, p. 48.
123. Hawking S. W., Moss I. G., Stewart J. M.— Phys. Rev. Ser. D, 1982, v. 26, p. 2681.
124. Berezin V. A., Kuzmin V. A., Tkachev I. I.— Phys. Lett. Ser. B, 1983, v. 120, p. 91; in: Proc. of Intern. Symposium «Phenomenology of Unified Theory».— Singapore: World Scientific Publ., 1984.
125. Sato K., Sasaki M., Kodama M., Maeda K.— Progr. Theor. Phys., 1981, v. 65, p. 1443; Phys. Lett. Ser. B, 1982, v. 108, p. 98.
126. Kardashev N. S., Novikov I. D.— In: Proc. of IAU Symp. No. 104.— Crete, Greece, 1982.
127. Насельский П. Д., Полнарев А. Г.— Препринт ИКИ АН СССР ПР-913.— Москва, 1984; Астрон. ж., 1985, т. 62