

УСПЕХИ ФИЗИЧЕСКИХ НАУК

537.311.5

**НИЗКОЧАСТОТНЫЙ ТОКОВЫЙ ШУМ СО СПЕКТРОМ ТИПА $1/f$
В ТВЕРДЫХ ТЕЛАХ****Ш. М. Коган****СОДЕРЖАНИЕ**

1. Введение	285
2. Некоторые общие свойства шума типа $1/f$	288
2.1. Зависимость спектральной плотности от частоты	288
2.2. Дисперсия шума и функция корреляции флуктуаций во времени	291
2.3. Измерения функции распределения флуктуаций и величины $\langle x(t) x(0)=x_0 \rangle$	292
2.4. Стационарность шума типа $1/f$	295
2.5. Зависимость шума $1/f$ от среднего напряжения или тока	296
2.6. Анизотропия флуктуаций проводимости	298
2.7. Длина корреляции флуктуаций электропроводности и зависимость шума от размеров проводника	300
2.8. Зависимость шума $1/f$ от числа свободных носителей тока в проводнике. Эмпирическое соотношение Хоуге	301
2.9. Наблюдение шума $1/f$ при низких температурах	303
2.10. Возможное влияние инфранизкочастотных флуктуаций на измерения шума типа $1/f$	303
3. Модель экспоненциально широкого распределения времен релаксации	304
3.1. Общая идея	304
3.2. Некоторые модели систем с экспоненциально широким распределением времен релаксации	306
4. Токковый шум, вызываемый флуктуациями температуры	311
4.1. Идея механизма и первые эксперименты	311
4.2. Спектр флуктуаций температуры	313
4.3. Пространственная корреляция флуктуаций	314
5. Низкочастотный токковый шум в полупроводниках	315
5.1. Поверхностный шум	315
5.2. Другие проблемы	319
6. Токковый шум в металлах и полуметаллах	319
6.1. Температурная зависимость СПФ в металлах	319
6.2. Низкочастотный токковый шум и внутреннее трение в металлах	321
7. Флуктуации со спектром типа $1/f$ в других системах	323
8. Заключение	324
Список литературы	325

1. ВВЕДЕНИЕ

Спектр шума, или зависимость спектральной плотности флуктуаций (СПФ) от частоты, — одна из важнейших характеристик флуктуационного процесса. СПФ равна отношению среднего квадрата шумового сигнала, прошедшего через фильтр с полосой пропускания достаточно малой ширины Δf вблизи частоты f , к ширине полосы Δf . По теореме Винера — Хинчина

спектральная плотность (СП) стационарного шума равна удвоенному фурье-образу функции корреляции флуктуаций $x(t)$ во времени:

$$S_x(f) = 2 \int_{-\infty}^{+\infty} d(t_1 - t_2) e^{i\omega(t_1 - t_2)} \overline{x(t_1) x(t_2)} = \\ = 4 \int_0^{\infty} d(t_1 - t_2) \cos \omega(t_1 - t_2) \overline{x(t_1) x(t_2)}. \quad (1.1)$$

Таким образом, спектр $S(f)$ отражает кинетику тех процессов, которые определяют наблюдаемый шум.

В короткозамкнутом проводнике, находящемся в состоянии термодинамического равновесия (средний ток $I = 0$), возникают флуктуации тока $\delta I(t)$, а на концах разомкнутого проводника — флуктуационные напряжения $\delta U(t)$. Соответствующие СПФ равны (теорема Найквиста)

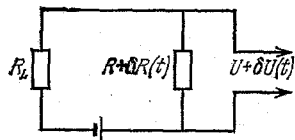


Рис. 1. Схема измерения токового шума

$$S_U(f) = 4kT \operatorname{Re} Z(f), \quad S_I(f) = 4kT \operatorname{Re} Z^{-1}(f); \quad (1.2)$$

здесь T — абсолютная температура проводника, k — постоянная Больцмана, $Z(f)$ — импеданс проводника на той частоте f , на которой измеряется СПФ.

При протекании тока по проводнику СП электрических флуктуаций увеличивается по сравнению с равновесной величиной (1.2). Это увеличение S_U или S_I называют токовым шумом. Обычно токовый шум возникает из-за флуктуаций сопротивления $\delta R(t)$, которые вызваны флуктуациями числа носителей тока в проводнике, их подвижности и т. п. Если шумящий образец со средним сопротивлением R включен в цепь с сопротивлением нагрузки R_L (рис. 1), то СП токового шума равна

$$S_U = U^2 \left[1 + \left(\frac{R}{R_L} \right) \right]^{-2} \frac{S_R}{R^2}, \quad S_I = I^2 \left[1 + \left(\frac{R_L}{R} \right) \right]^{-2} \frac{S_R}{R^2}, \quad (1.3)$$

где U — среднее напряжение на образце, I — средний ток, $S_R(f)$ — СПФ сопротивления образца.

Токовый шум не есть, вообще говоря, просто видоизмененный (протекающим по проводнику током) равновесный найквистовский шум: в тот и другой шум дают вклад разные механизмы флуктуаций *). Например, генерационно-рекомбинационные флуктуации в полупроводниках, представляющие собой флуктуации числа носителей тока, вызывают флуктуации сопротивления и, соответственно, токовый шум, но не дают практически никакого вклада в равновесный шум (1.2). Таким образом, в токовом шуме часто проявляются такие флуктуационные механизмы в проводнике, которые практически вовсе не обнаруживаются в равновесном шуме, и зависимость СП токового шума от частоты, вообще говоря, — совершенно иная, нежели у равновесного шума.

В 1925 г. Джонсон ¹, изучая флуктуации тока термоэлектронной эмиссии, обнаружил помимо дробового шума, СП которого не зависит от частоты в области низких частот, также шум, СП которого растет с понижением частоты f . Шоттки ² предположил, что этот шум вызван медленными флуктуационными изменениями поверхности термокатода, и предложил для него название «фликкер-эффект» (flicker по-английски — мерцание, мерцать).

*) Особый случай представляет собой изменение шума под действием разогрева носителей тока в сильном электрическом поле: часть изменения СП по сравнению с равновесным значением связана просто с изменением функции распределения носителей тока по энергии (с увеличением «электронной температуры»).

вают шум $1/f$ в реальных проводниках и приборах, разработаны лишь для нескольких систем (аналогичная ситуация и в других перечисленных выше областях кинетики неупорядоченных систем: конкретные механизмы широкого разброса времен релаксации чаще всего неизвестны). С этой точки зрения проблема шума $1/f$ представляется проблемой низкочастотной кинетики неупорядоченных твердых тел.

Большой интерес к исследованиям шума $1/f$ вызван тем, что проблема эта весьма общая и в значительной степени нерешенная. Однако важную роль играет и большое прикладное значение этих исследований, так как шум $1/f$ является помехой, ограничивающей параметры многих электронных приборов на низких частотах. Влияет он и на работу таких высокочастотных приборов как кварцевые генераторы и атомные стандарты частоты: их рабочая частота претерпевает случайные «уходы» и спектр этих флуктуаций — типа $1/f$. Из-за этого, в частности, относительная погрешность измерения времени не может быть сделана меньше определенной величины при неограниченном увеличении измеряемого промежутка времени (см. гл. 7).

Настоящий обзор далеко не полный: практически не рассмотрен шум $1/f$ в приборах, не анализируются и даже не упоминаются многие теории шума $1/f$, представляющиеся неубедительными. Можно надеяться все же, что обзор дополнит уже имеющиеся в литературе ³⁻¹¹.

2. НЕКОТОРЫЕ ОБЩИЕ СВОЙСТВА ШУМА ТИПА $1/f$

2.1. Зависимость спектральной плотности от частоты

Главная особенность рассматриваемого шума состоит в том, что его СП $S(f)$ монотонно растет с понижением частоты f . Практически во всех случаях этот рост наблюдается вплоть до наименьшей частоты, до которой удастся провести измерения, и никакого выхода $S(f)$ на плато не видно. В ¹² измерения спектра избыточного шума (операционных усилителей) доведены до рекордно низкой частоты $5 \cdot 10^{-7}$ Гц (рис. 2). В ⁹ есть ссылка на неопубликованную работу, в которой спектр шума типа $1/f$ прослежен до 10^{-7} Гц. Такие измерения требуют времени усреднения порядка месяца и технически чрезвычайно трудны.

При больших частотах шум $1/f$ «тонет» в равновесном, генерационно-рекомбинационном или дробовом шумах, СП которых при тех же частотах не зависит от f . Частота, при которой шум $1/f$ перестает быть заметным, зависит от интенсивности этого шума в системе и в различных системах изменяется от $\sim 10^2$ до $\sim 10^6$ Гц.

Часто экспериментальный спектр шума аппроксимируют степенной функцией $f^{-\gamma}$. На рис. 3 представлен типичный спектр токового шума образца VO_2 ¹³. С высокой точностью он описывается степенным законом с $\gamma = 1,188 \pm 0,002$. Обычно показатель γ очень близок к 1, что и оправдывает название шума $1/f$. Например, у сплошных металлических пленок (толщиной $\sim 10^{-5}$ см) при комнатной температуре усредненные по многим образцам значения γ равны ¹⁴: $1,19 \pm 0,07$ (Ag), $1,17 \pm 0,09$ (Cu), $1,08 \pm 0,08$ (Au), $1,20 \pm 0,08$ ($\text{Au}_x\text{Ag}_{1-x}$), $1,14 \pm 0,08$ (In), $1,16 \pm 0,11$ (Sn), $1,15 \pm 0,10$ (Pb), $1,15 \pm 0,07$ (Pt). Очень близок к 1 показатель γ у угольных резисторов и во многих других случаях. Однако очень часто γ значительно отличается от 1, достигая $\sim 0,8$ (островковые пленки Pt ¹⁵, инверсионные слои на кремнии ¹⁶ и др.) и $\sim 1,45$ (пленка Au на сапфире при ~ 150 К ¹⁷). В табл. I приведены значения γ в разных системах.

Спектры низкочастотного токового шума зависят от температуры. У пленок Ag, Au, Ni и Cu показатель γ падает на несколько десятых при увеличении температуры от 200 до 600 К, проходя при этом (в случае первых трех металлов) через значение $\gamma = 1$ (рис. 4). Отметим, что неточность в опре-

После того как в 30-х годах рост СП токового шума с понижением частоты был обнаружен в угольных микрофонах (гранулярном проводнике) и металлических пленках, а в 40-х и 50-х годах и в различных полупроводниках и полупроводниковых приборах, стало очевидным, что фликкерный шум — весьма распространенное (если не универсальное) явление в проводниках.

Измерения спектров токового шума к настоящему времени проведены на огромном числе самых разнообразных полупроводников, полуметаллов, металлов, электронных и других приборов и т. п. Практически во всех случаях наблюдается рост СП токового шума с понижением частоты f примерно пропорционально $1/f$ вплоть до самых низких частот, при которых проводятся измерения СП. Этот токовый шум обычно называют шумом $1/f$ (или типа $1/f$), реже — фликкерным шумом или, наконец, избыточным шумом.

Та часть проблемы шума типа $1/f$, которая касается статистических свойств этого шума, в основном решена. Частотная зависимость и порядок величины СП шума известны для многих классов проводников и электронных приборов (п. 2.1). Было также много измерений функции распределения флуктуаций с тем, чтобы выяснить, является ли этот случайный процесс гауссовским (п. 2.3). Целый ряд экспериментальных работ посвящен выяснению того, является ли этот процесс стационарным (п. 2.4). Хотя обычно наблюдаемая квадратичная зависимость СП от приложенного напряжения в однородных омических проводниках указывает на то, что шум вызывается равновесными флуктуациями сопротивления, а ток лишь «проявляет» эти флуктуации, факт этот был доказан также с помощью специальных опытов (п. 2.5). В последние несколько лет возникло новое направление исследований — изучение анизотропии флуктуаций проводимости — и удалось установить, что в ряде проводников они анизотропны (п. 2.6). Почти во всех случаях, когда на опыте измерялась пространственная корреляция флуктуаций проводимости, вызывающих шум $1/f$, обнаружить ее не удалось, т. е. радиус корреляции оказывался очень малым (п. 2.7). Наконец, найдена эмпирическая формула (Хоуге), позволяющая оценить порядок СП шума $1/f$ в однородных проводниках (п. 2.8). Таким образом, ответы на вопрос «как шумит?» в основном получены.

Другая часть проблемы — «что именно шумит и вызывает наблюдаемый токовый шум?» — решена в гораздо меньшей степени, и поиск механизмов шума $1/f$ продолжается интенсивно и поныне.

Около 10 лет тому назад было высказано предположение, что шум $1/f$ вызывается флуктуациями температуры. Казалось, что некоторые эксперименты свидетельствуют в пользу именно этого механизма. Однако в последние несколько лет было показано как экспериментально, так и теоретически, что флуктуации температуры не могут быть ответственными за наблюдаемый шум $1/f$ (гл. 4).

В единственном общем подходе к объяснению шума $1/f$, против которого в настоящее время нет прямых возражений, предполагается, что в проводниках, обнаруживающих этот шум, происходят разнообразные релаксационные процессы с широким спектром времен релаксации τ , охватывающим много порядков изменения τ (гл. 3). Эти процессы связаны, например, с кинетикой дефектов, т. е. в конце концов — с неупорядоченностью твердых тел. На связь шума $1/f$ с дефектами твердых тел (в том числе — с неконтролируемыми дефектами) указывает тот факт, что образцы, изготовленные по одной и той же технологии и имеющие близкие электрофизические параметры, часто обнаруживают разный шум $1/f$: спектральные плотности могут отличаться на порядок и более (п. 2.8). При оценке реальности такой физической картины шума следует также иметь в виду, что широкое распределение времен релаксации привлекается для объяснения и других физических явлений в неупорядоченных твердых телах — диэлектрической и магнитной релаксации, внутреннего трения. К сожалению, удовлетворительные микроскопические модели тех релаксационных процессов, которые вызы-

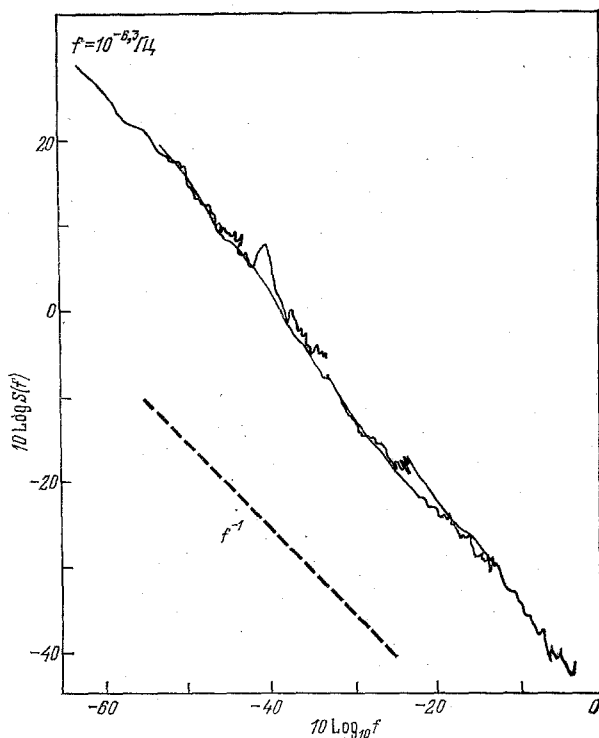


Рис. 2. Зависимость спектральной плотности токового шума операционного усилителя от частоты ¹².

Штриховая прямая соответствует зависимости f^{-1}

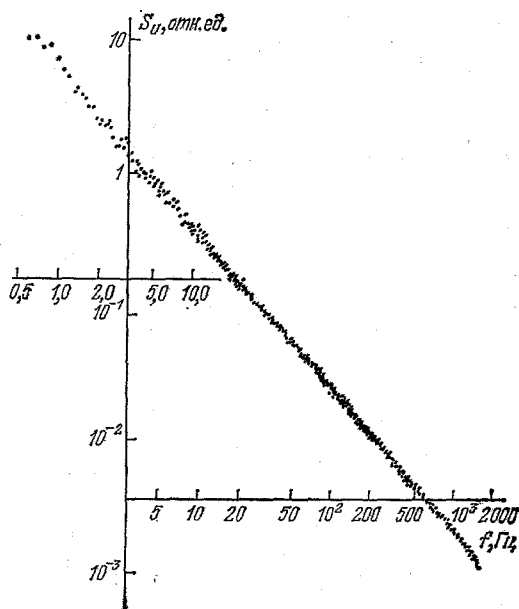


Рис. 3. Типичный спектр токового шума VO_2 ¹³.

Показатель $\gamma = 1,188 \pm 0,002$

Таблица I

Зависимость спектральной плотности шума типа $1/f$ от частоты

Источник шума	Измеряемый диапазон частот, Гц	$\gamma = -d \ln S / d \ln f$	Примечание
Ag на сапфире ¹⁷	0,25—50	0,9—1,15	Точность определения γ в ¹⁷ равна $\pm 0,06$. γ падает с ростом температуры (рис. 4)
Cu » »	»	1,1—1,3	
Au » »	»	0,9—1,45	
Ni » »	»	0,85—1,2	
Sn на стекле ¹⁸	0,1—50	1	γ зависит от кристаллографической ориентации вискера
Pb » »	1—10 ³	1,1	
Cr » » ¹⁹	0,1—50	1,1	
Bi » »	»	1,0	
Au на сапфире ²⁰	1—100	1,0—1,1	
Bi, вискеры ²¹	»	0,9—1,2	
Cr, островковые пленки ²²	1—2·10 ⁵	0,9—1,3	$R_{300} = 50$ Ом·см
Pt, островковые пленки ¹⁵	30—3·10 ⁴	0,8—1,2	
Ge ²³	3·10 ⁻² —1	1	
Ge в магнитном поле 0,5 Тл ²³	»	1,1—1,2	Прыжковая проводимость
Инверсионные слои на Si ¹⁶	0,2—500	0,8—1	
VO ₂ ¹³	2—2·10 ⁴	1,188	Точность $\pm 0,002$
VO ₂ ¹³	»	1,05	
Угльные резисторы ²⁴	2,5·10 ⁻⁴ —10	1	» $\pm 0,01$
Плоскостные Ge-фотодиоды ²⁵	2·10 ⁻³ —2·10 ⁴	1—1,28	
Биполярный транзистор ²⁶	10 ⁻⁴ —10 ⁻¹	0,86	» $\pm 0,02$
Операционные усилители ¹²	10 ^{-6,3} —1	1—1,3	
МОП-полевые транзисторы ²⁷ (Si, n-канальные)	75—5·10 ⁴	1	В большей части диапазона $\gamma = 1,3$ (рис. 2)
Система МО-p-Si	10—10 ³	1	

деления γ в ¹⁷ ($\pm 0,06$) значительно меньше наблюдаемых изменений γ . В образцах VO₂ измерены значения $\gamma = 1,188 \pm 0,002$ и $1,05 \pm 0,01$: разница между ними также больше неточности измерений ¹³.

На многих спектрах шума видна и мелкая «рябь» и даже «волнистость». Такая немонотонность производной dS/df чаще всего находится в пределах

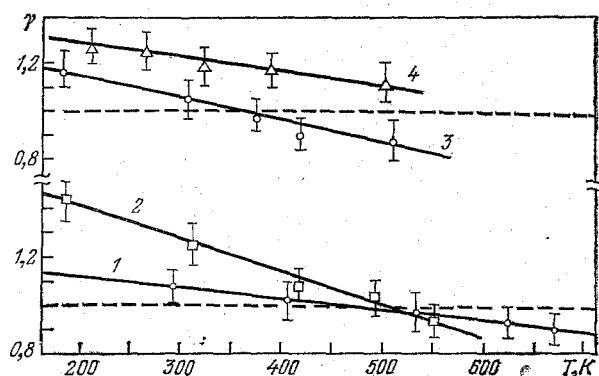


Рис. 4. Температурная зависимость показателя γ в спектре токового шума ($\gamma = -d \ln S / d \ln f$) металлических пленок ¹⁷.
1 — Ag, 2 — Au, 3 — Ni, 4 — Cu

погрешности измерений, но иногда выходит за эти пределы. На рис. 5 представлены спектры токового шума образцов n-InSb с близкими электрофизи-

ческими параметрами, а на рис. 6 — тех же образцов в магнитном поле. Несмотря на близость электрофизических параметров, спектры шума разных образцов сильно различаются не только по величине, но даже по виду. У некоторых образцов спектры не укладываются в степенную зависимость

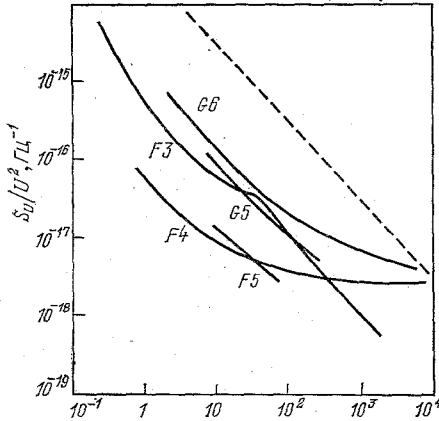


Рис. 5. Спектры относительных флуктуаций напряжения в нескольких образцах n -InSb высокой степени чистоты ($n = 7 \cdot 10^{13} \text{ см}^{-3}$), $T = 75 \text{ К}$ ²⁹.

Штриховая прямая соответствует эмпирическому соотношению Хоуге (2.8.1); по оси абсцисс — частота, Гц

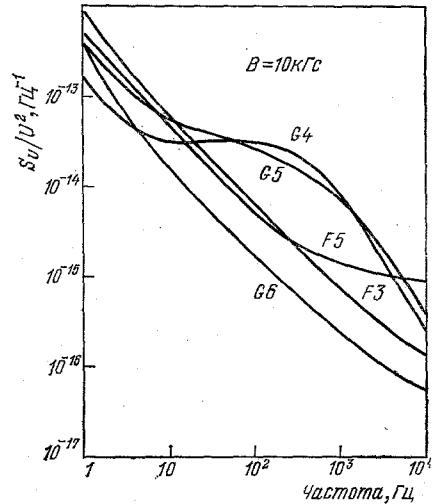


Рис. 6. Спектры относительных флуктуаций напряжения в нескольких образцах n -InSb высокой степени чистоты ($n = 7 \cdot 10^{13} \text{ см}^{-3}$) в магнитном поле $B = 1 \text{ Тл}$, $T = 75 \text{ К}$ ²⁹.

Спектры тех же образцов при $B = 0$ представлены на рис. 5

от частоты. Магнитное поле изменяет не только величину, но и саму форму спектра шума ²⁹.

Таким образом, экспериментальные данные указывают скорее на то, что нет универсального спектра низкочастотного токового шума. Из этого можно, по-видимому, сделать вывод, что нет и единого механизма шума типа $1/f$.

2.2. Дисперсия шума и функция корреляции флуктуаций во времени

Коль скоро известна СП $S_x(f)$ стационарного шума $x(t)$, можно с помощью теоремы Винера — Хинчина (1.1) найти функцию корреляции флуктуаций во времени $\psi_{xx}(t_1 - t_2) = \overline{x(t_1)x(t_2)}$ как функцию разности моментов времени $t_1 - t_2$ (полагаем $x = 0$):

$$\psi_{xx}(t) = \int_0^\infty df \cos \omega t S_x(f). \quad (2.2.1)$$

В частности, при $t_1 = t_2$ корреляционная функция равна среднему квадрату флуктуаций, т. е. дисперсии шума:

$$\overline{x^2} = \int_0^\infty df S_x(f). \quad (2.2.2)$$

Если подставить сюда СП в обычном для шума типа $1/f$ виде, т. е. $S(f) \propto f^{-\gamma}$, то при $\gamma > 1$ интеграл в (2.2.2) разойдется на нижнем пределе, а если $\gamma < 1$, то на верхнем пределе, если же $\gamma = 1$, то на обоих пределах, но лишь логарифмически (медленно). Расходимость среднего квадрата флуктуаций шума

типа $1/f$ рассматривается обычно как парадокс — самый известный парадокс в этой проблеме.

При измерениях статистических характеристик шума никакой бесконечной дисперсии, разумеется, не наблюдается хотя бы потому, что при таких измерениях полоса частот всегда ограничена как снизу, так и сверху. Снизу она ограничена либо фильтром, препятствующим попаданию постоянного напряжения на анализатор, либо просто конечной длительностью каждой реализации случайного процесса. Если это время равно t_m , то измеряемые частоты случайного процесса $\omega \geq t_m^{-1}$. При высоких же частотах шум типа $1/f$ «тонет» в шуме какого-либо другого происхождения, и для измерения характеристик самого шума $1/f$ ограничиваются диапазоном частот, в котором он преобладает, и отсекают более высокие частоты.

Обозначим через f_1 и f_2 минимальную и максимальную частоты, пропускаемые измерительной системой, и исследуем свойства того шума, который реально измеряется, т. е. с учетом фильтрации. Можно приближенно положить, что вне диапазона от f_1 до f_2 СП вообще равна нулю, а в этом диапазоне пропорциональна $1/f$:

$$S(f) = \begin{cases} C_{1/f} f^{-1}, & f_1 \leq f \leq f_2, \\ 0, & < f_1, f > f_2; \end{cases} \quad (2.2.3)$$

здесь $C_{1/f}$ — коэффициент, определяющий интенсивность шума.

Дисперсия этого шума согласно (2.2.2) равна

$$\overline{x^2} = C_{1/f} \ln \frac{f_2}{f_1}. \quad (2.2.4)$$

Если нижняя частота $f_1 \sim t_m^{-1}$ (см. выше), то дисперсия растет по мере увеличения t_m .

В наиболее интересном случае $f_2 \gg f_1$. Как следует из (2.2.1), корреляционная функция $\psi_{xx}(t)$ шума с СП (2.2.3) падает с ростом t от начального значения $\psi_{xx}(0) = x^2$ сначала параболически (при $t \ll \omega_2^{-1}$, где $\omega_2 = 2\pi f_2$), а затем — при $\omega_2^{-1} \ll t \ll \omega_1^{-1}$ — по логарифмическому закону

$$\frac{\psi_{xx}(t)}{x^2} \approx 1 - \frac{1}{\ln(f_2/f_1)} (C + \ln \omega_2 t), \quad (2.2.5)$$

где $C = 0,577\dots$ — постоянная Эйлера. Наконец, при $t \gg \omega_1^{-1}$ она имеет вид затухающих осцилляций, являющихся следствием резкого обрыва СП в (2.2.3) при $f = f_1$. Графики $\psi_{xx}(t)$ при нескольких значениях f_2/f_1 представлены на рис. 7.

Таким образом, на основном участке от $\sim \omega_2^{-1}$ до $\sim \omega_1^{-1}$ корреляционная функция падает со временем логарифмически, т. е. очень медленно. Ниже в п. 2.3 представлены полученные экспериментально³⁰ зависимости от времени величины, которая в случае гауссовских флуктуаций с точностью до коэффициента равна корреляционной функции. Можно будет убедиться в том, что в случае гауссовской функции распределения экспериментальные зависимости действительно логарифмические.

2.3. Измерения функции распределения флуктуаций и величины $\langle x(t) | x(0) = x_0 \rangle$

Гауссовский характер шума указывает на то, что он складывается из большого числа случайных процессов. Для выяснения природы шума $1/f$ важно поэтому знать, является ли он гауссовским случайным процессом. Строго говоря, чтобы установить это, следовало бы измерить сколь угодно высокие моменты флуктуирующей величины и сравнить их со вторым моментом. Так как это невозможно, следует довольствоваться проверкой гауссовости на первых нескольких моментах. Нужно, конечно, прежде всего изме-

рять первую функцию распределения флуктуаций $x(t)$ и найти, имеет ли она гауссовский вид:

$$w_1(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi x^2}} e^{-x^2/2x^2}. \quad (2.3.1)$$

Такие измерения делались многократно (см., например, ³⁰⁻³³). Как правило, в тех случаях, когда шум $1/f$ наблюдается в достаточно чистом виде (не примешивается, например, так называемый «взрывной», или импульсный шум), $w_1(x)$ — гауссовская функция.

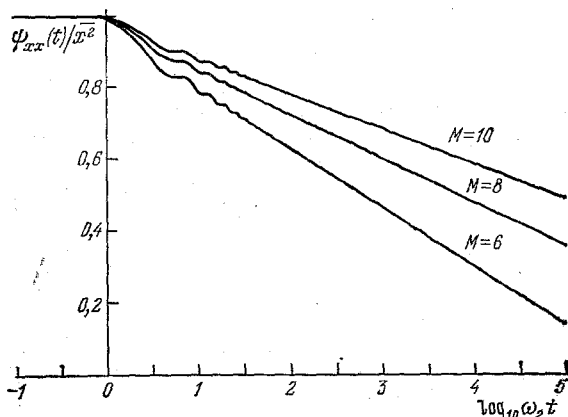


Рис. 7. Автокорреляционная функция стационарного случайного процесса, СП которого пропорциональна $1/f$ в диапазоне от f_1 до f_2 и равна нулю вне этого диапазона.

Числа у кривых обозначают $M = \log_{10} (f_2/f_1)$

В ³⁰ измерения проводились на 5 различных источниках шума $1/f$: А) полевой МДП транзистор; В) угольное сопротивление; С) обратно смещенный переход коллектор — база Si n-p-n-транзистора (флуктуации тока); D) Si n-p-n-транзистор в режиме усилителя с общим эмиттером (флуктуации выходного напряжения); Е) обратно смещенный p-n-переход (флуктуации тока),

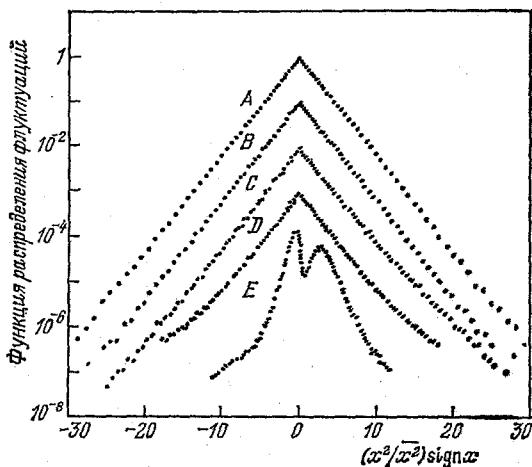


Рис. 8. Функции распределения флуктуаций w_1 пяти различных источников токового шума, описанных в тексте ³⁰.

Для наглядности кривые сдвинуты относительно друг друга

который в отличие от остальных источников обнаруживал значительный взрывной шум. Спектры шума в исследуемом диапазоне частот (0,03 Гц — 5 кГц) были все типа $1/f$. На рис. 8 представлены соответствующие функции распределения флуктуаций $w_1(x)$. Видно, что в случаях А, В и С это гауссовские функции, а в случае D и особенно E отклонения от (2.3.1) значительные.

В ³⁰ для каждого из 5 источников шума измерена величина $\langle x(t) | x(0) = x_0 \rangle$, т. е. средняя величина флуктуаций в момент времени t при условии, что в начальный момент флуктуация равна заданному значению x_0 . В каждой

серии измерялась величина флуктуации $x(t)$ в $2N + 1$ последовательных момента ($N = 1024$) с шагом $\Delta t = 0,2$ мс, т. е. в моменты времени $t_n = n\Delta t$, где число n принимало целые значения от $-N$ до N . Эти данные записывались, а затем с помощью ЭВМ отбирались те реализации шума (те серии), у которых величина флуктуации в середине серии ($n = 0$) попадала в малый интервал около заданного значения x_0 . Величина $\langle x(t) | x(0) = x_0 \rangle$ получалась усреднением по большому числу серий измерений, удовлетворяющих заданному условию.

Идея Восса³⁰ состояла в следующем: если кинетика флуктуаций в шуме $1/f$ — линейная, то отношение

$$\varphi(x_0, t) = \langle x(t) | x(0) = x_0 \rangle x_0^{-1} \quad (2.3.2)$$

не должно зависеть от величины x_0 , т. е. должно быть одинаковой функцией времени t при всех x_0 . Результаты экспериментов представлены на рис. 9.

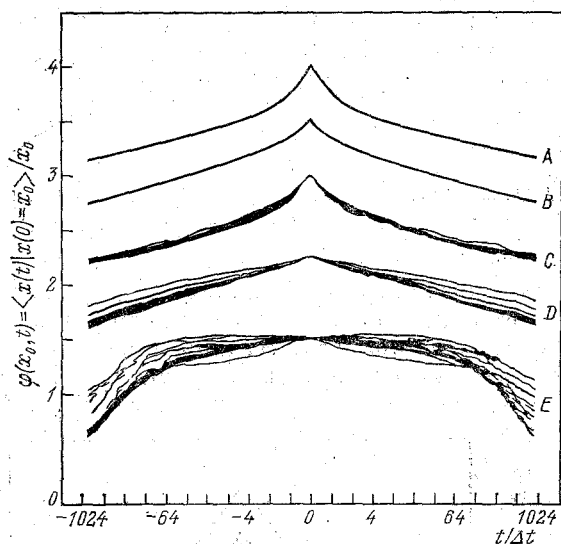


Рис. 9. Зависимость величины $\varphi(x_0, t)$ (см. (2.3.2)) от времени при различных значениях x_0 (см. в тексте)³⁰.

A, B, C, D и E — различные источники токового шума, описанные в тексте. По горизонтальной оси — отношение $t/\Delta t$, где $\Delta t = 0,2$ мс

У источников A и B, у которых, заметим, спектры ближе всего к закону $1/f$, величины $\varphi(x_0, t)$ ложатся на одну кривую при всех x_0 , в случае C и D релаксационные кривые при разных x_0 заметно различаются, а у источника E зависимость от x_0 очень велика. В³⁰ сделан вывод, что кинетика различных систем, обнаруживающих шум $1/f$, может быть разной — как линейной, так и нелинейной, и что, следовательно, единого механизма шума $1/f$ не существует.

Эту интерпретацию нужно уточнить. Как отмечено в³⁴, вывод Восса не имеет отношения к линейности или нелинейности динамики тех микроскопических процессов, которые ответственны за шум $1/f$. Можно говорить лишь о линейности или нелинейности феноменологических стохастических уравнений для флуктуирующей величины. Кроме того, если стационарный шум представляет собой гауссовский случайный процесс, то, как известно, имеет место равенство $\langle \psi_{xx}(t) \rangle$ — автокорреляционная функция флуктуаций

$$\varphi(x_0, t) = \psi_{xx}(t) \bar{x}^{2-1} \quad (2.3.3)$$

и, следовательно, $\varphi(x_0, t)$ не зависит от x_0 . Поэтому результат³⁰ можно интерпретировать следующим образом: в тех случаях, когда функция распределения $w_1(x)$ — гауссовская, шум $1/f$ удовлетворяет также и другому необ-

ходимому условию гауссовости (качественному) — независимости $\varphi(x_0, t)$ от x_0 . Количественная проверка (2.3.3) не проводилась.

В ряде работ³⁵⁻³⁷ делались попытки связать возникновение шума типа $1/f$ с нелинейностью кинетики флуктуаций. Существенных результатов на этом пути получено не было.

2.4. Стационарность шума типа $1/f$

Если шум стационарный, т. е. в среднем не меняется со временем (строгое определение стационарного случайного процесса см. в³⁸), функция распределения $w_1(x)$ не зависит от времени, а корреляционная функция ψ_{xx} зависит лишь от разности времен $t_1 - t_2$. СП $S(f)$ в случае стационарного шума зависит лишь от одной частоты f . Некоторые авторы^{3, 39} пытались объяснить парадоксальные свойства шума $1/f$ (отсутствие минимальной частоты, ниже которой СП не растет с понижением частоты) его нестационарностью. В³⁹ предложена математическая модель нестационарного случайного процесса, средняя СП которого пропорциональна $1/f$. Не видно, однако, никакой связи между этой моделью и какими-либо физическими процессами.

В основе нескольких экспериментов по выявлению возможной нестационарности шума $1/f$ ^{31-33, 40-42} лежит следующая идея. Записывается большое число реализаций шума, каждая в течение интервала времени T . Для каждой из полученных реализаций можно найти дисперсию \bar{x}_T^2 . Эти величины случайно меняются от одной реализации к другой. Можно найти их среднее значение \bar{x}^2 , а также средний квадрат $\langle(\bar{x}_T^2 - \bar{x}^2)^2\rangle$ — дисперсию величин дисперсий. Нестационарность шума должна сказаться на величине безразмерного отношения $\langle(\bar{x}_T^2 - \bar{x}^2)^2\rangle/(\bar{x}^2)^2$. При достаточно большой нестационарности это отношение окажется слишком большим, чтобы его можно было объяснить в рамках предположения о стационарном характере шума. Мы изложим лишь последний из этих экспериментов⁴².

Пусть $x(t)$ — стационарный случайный процесс, среднее значение $\bar{x} = 0$, а функция корреляции равна $\psi_{xx}(t_1 - t_2)$. Величина

$$y(t) = \frac{1}{T} \int_0^T dt' x^2(t-t') e^{-t'/T} \quad (2.4.1)$$

представляет собой квадрат флуктуации, усредненный по такому интервалу времени, что конец этого интервала совпадает с моментом времени t , а эффективная его длительность равна T . Величина $y(t)$ — случайная. Из (2.4.1) следует, что ее среднее значение $\bar{y} = \bar{x}^2$. В предположении, что $x(t)$ — стационарный гауссовский процесс, корреляционную функцию флуктуаций $y(t) - \bar{y}$ можно выразить через ψ_{xx} :

$$\overline{(y(t) - \bar{y})(y(t+\tau) - \bar{y})} = \int_0^\infty du e^{-u} [\psi_{xx}^2(uT + \tau) + \psi_{xx}^2(uT - \tau)]. \quad (2.4.2)$$

Отсюда следует (при $\tau = 0$), что «дисперсия дисперсии»

$$\overline{[y(t) - \bar{y}]^2} = 2 \int_0^\infty du e^{-u} \psi_{xx}^2(uT). \quad (2.4.3)$$

В³¹ измерения проводились с шумом, СП которого пропорциональна $1/f$ в некотором диапазоне частот от f_1 до f_2 , а вне этого диапазона равна нулю

(см. (2.2.3)). Для такого шума легко найти $\psi_{xx}(t)$ и $\overline{x^2}$ и с помощью (2.4.3) вычислить отношение

$$\eta = \overline{(y - \overline{y})^2} (\overline{x^2})^{-2} \quad (2.4.4)$$

как функцию величин $\omega_2 T$ и f_2/f_1 , которые можно менять в эксперименте, а затем сравнить расчет с непосредственным измерением η . В ⁴² опыты проводились на угольных резисторах и биполярных транзисторах. Как видно

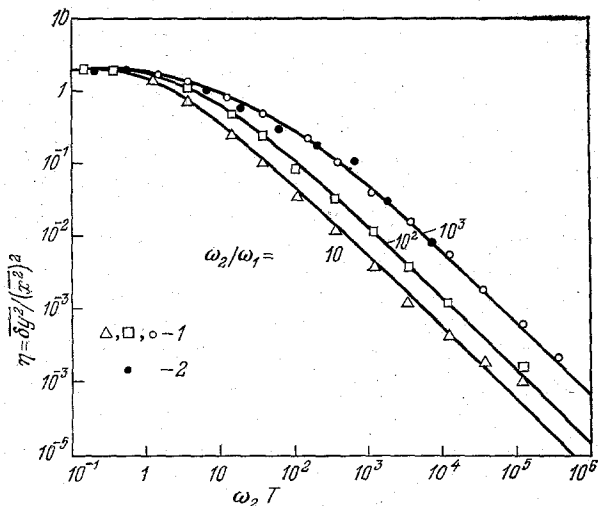


Рис. 10. Зависимость величины η (формула (2.4.4)) от длительности интервала времени T ⁴² (см. текст).

ω_1 и ω_2 — минимальная и максимальная частоты в спектре шума $1/f$. Сплошные кривые — расчет. 1 — измерения на угольном и металлических резисторах, 2 — измерения на п-п-транзисторе

из рис. 10, согласие между экспериментом и расчетом хорошее. Если бы шум был нестационарным, экспериментальные точки располагались бы заметно выше расчетных и даже могли превосходить максимальную величину η , равную 2. Никакого проявления нестационарности шума замечено не было.

Так как формула (2.4.3) получена в предположении, что шум — гауссовский, ее можно рассматривать как необходимое условие того, что шум — действительно гауссовский. Совпадение результатов эксперимента и расчетов в ⁴² означает, что это условие действительно выполняется ³⁴.

Стационарность шума проверялась и непосредственно: интенсивность шума в резисторе, полученном ионной имплантацией, оставалась неизменной (в пределах точности измерений $\pm 10\%$) в течение 2,5 лет, а интенсивность шума в полупроводниковом стабилитроне — в течение 4,5 лет (точность $\pm 20\%$) ³⁹.

2.5. Зависимость шума $1/f$ от среднего напряжения или тока

Как правило, СП токового шума пропорциональна квадрату среднего напряжения U^2 или тока I^2 во всей той области напряжений, в которой выполняется закон Ома. На металлических пленках зависимость (1.3) $S_U(f) \propto U^2 \propto I^2$ проверена, например, в ⁴³. Она нарушается при очень больших токах, когда либо сильно нагревается весь образец, либо становятся горячими носители тока. Неудивительно, что зависимость СП шума от смещения в полупроводниковых структурах, приборах и т. п. сложнее: увеличение напряжения изменяет барьеры для носителей тока и т. д.

Не всегда омической зависимости между средним током и напряжением соответствует линейная зависимость СП шума от U^2 . В островковых Pt пленках $S_U \propto U^\beta$, где показатель β у разных образцов изменяется от 1 до 4 ¹⁵. В гранулированных композитах, представляющих собой частицы Ni в матрице Al_2O_3 , при малых U ($\leq 2,5$ В) $S_U \propto U^2$, а при более высоких U (до

35 В) $S_U \propto U$, хотя во всей этой области напряжений отступления от закона Ома незаметны ⁴⁴. Еще один пример — контактный шум в образцах p - InSb ⁴⁵. Хотя сопротивление этих контактов — очень малое, а выпрямление на них совершенно не заметно, контактный $1/f$ шум изменяется в несколько (до 6—10) раз при изменении направления тока на обратный (шум больше, когда потенциал контакта отрицательный по отношению к образцу).

Вопрос о зависимости $S_U(f)$ от U связан с вопросом: электрический ток вызывает наблюдаемый шум типа $1/f$ или только «проявляет» те флуктуации (сопротивления), которые происходят и в отсутствие тока, т. е. в термодинамически равновесном состоянии? В литературе высказывалось мнение, что шум типа $1/f$ — следствие неустойчивости газа носителей тока, вызванной протеканием тока. Такой механизм находится в противоречии не только с наблюдаемой обычно зависимостью $S_U \propto U^2$, но и со специально поставленным экспериментом Восса и Кларка ⁴³. Идея опыта состоит в следующем. СП равновесных флуктуаций напряжения зависит от сопротивления R образца (см. (1.2)). Если сопротивление флуктуирует, то флуктуирует на тех же частотах и сам равновесный шум. Измеряя спектр низкочастотных флуктуаций равновесного шума («шум шума»), можно найти СПФ сопротивления $S_R(f)$ и убедиться в том, что на низких частотах она пропорциональна $1/f$, как это следует из других опытов — по измерению СП флуктуаций напряжения $S_U(f)$ при протекании тока. Важно, что в отличие от экспериментов по измерению $S_U(f)$, в опыте Восса и Кларка напряжение к образцу не приложено ($\bar{U} = 0, \bar{I} = 0$) и в нем текут лишь флуктуационные токи.

Эта идея реализуется следующим образом. Флуктуационное напряжение $\delta U(t)$, снимаемое с проводника, проходит через фильтр с полосой пропускания от некоторой частоты ν_1 до частоты ν_2 . Полученный после фильтрации сигнал $\delta U_{\Delta\nu}(t)$ возводится в квадрат. Величина $P(t) = \delta U_{\Delta\nu}^2(t)$ флуктуирует около среднего значения, даваемого формулой Найквиста (1.2):

$$\bar{P} = \int_{\nu_1}^{\nu_2} d\nu \cdot 4kT \operatorname{Re} Z(\nu), \quad (2.5.1)$$

в которой (C — емкость проводника, $\tau = RC$)

$$\operatorname{Re} Z(\nu) = R(1 + 4\pi^2\nu^2\tau^2)^{-1}$$

На опыте измеряется СП $S_P(f)$ флуктуаций $\delta P(t) = P(t) - \bar{P}$ на низких частотах $f \ll \nu_1$.

Низкочастотные флуктуации $P(t)$ вызываются двумя причинами: флуктуациями температуры T и сопротивления R , входящих в выражение для \bar{P} (2.5.1), а также случайным характером движения и рассеяния носителей тока в проводнике. Второй механизм создавал бы флуктуации $\delta P(t)$ (обозначим эти сторонние флуктуации через $\delta P_{\text{ext.}}(t)$), даже если бы T и R не флуктуировали. Таким образом,

$$\delta P(t) = \frac{\partial \bar{P}}{\partial T} \delta T(t) + \frac{\partial \bar{P}}{\partial R} \delta R(t) + \delta P_{\text{ext.}}(t). \quad (2.5.2)$$

Во втором слагаемом справа δR представляет собой ту часть флуктуации сопротивления, которая не связана с флуктуацией δT .

Поскольку отдельные слагаемые в правой части (2.5.2) некоррелированы, их СП складываются:

$$S_P(f) = \left(\frac{\partial \bar{P}}{\partial T} \right)^2 S_T(f) + \left(\frac{\partial \bar{P}}{\partial R} \right)^2 S_R(f) + S_{P_{\text{ext.}}}(f). \quad (2.5.3)$$

Можно показать ⁴⁶, что если при фиксированных T и R равновесные флуктуации — гауссовские, то при частотах $f \ll \nu_1$

$$S_{P_{\text{ext}}} = 2 \int_{\nu_1}^{\nu_2} d\nu S_U^2(\nu) \quad (2.5.4)$$

и не зависит от частоты f . Поэтому, если в S_T или S_R есть часть, пропорциональная $1/f$, то при достаточно низких частотах именно она становится определяющей в СП $S_P(f)$.

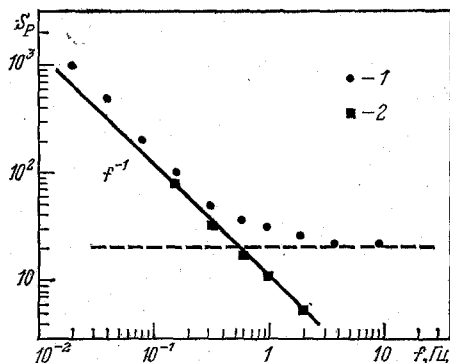


Рис. 11. Спектр флуктуаций квадрата джонсоновских (найквистовских) флуктуаций в угольном резисторе ⁴⁷.

1 — эксперимент, 2 — после вычитания белого шума, показанного штриховой линией; сплошная прямая — закон $1/f$

В ⁴⁸ измерения проведены на образце InSb и пленке Nb, а в ⁴⁷ по той же схеме — на угольных резисторах. Как видно из рис. 11, взятого из ⁴⁷, на низких частотах действительно $S_P \propto 1/f$. Величина S_R , найденная из этих измерений с помощью (2.5.3), согласуется с величиной S_R , найденной обычным образом по измерениям токового шума (1.3). Анализ опытов типа ^{43, 47} см. в ⁴⁸.

Таким образом, опыты по наблюдению низкочастотных флуктуаций равновесного электрического шума в отсутствие тока подтверждают, что шум $1/f$ вызван флуктуациями сопротивления проводника и ток обычно служит лишь для обнаружения этих флуктуаций.

Ряд других экспериментальных данных, подтверждающих этот вывод, получен в ⁴⁹.

2.6. Анизотропия флуктуаций проводимости

В пространственно однородных изотропных средах и кристаллах кубической сингонии в отсутствие магнитного поля тензор электропроводности $\sigma_{ij} = \sigma \delta_{ij}$, т. е. сводится к скалярной величине σ . Однако флуктуация локальной электропроводности $\delta\sigma_{ij}(\mathbf{r}, t)$ может даже в изотропной среде быть тензорной величиной. Она сводится к скалярной величине, например, в том случае, если она вызвана флуктуацией температуры δT или концентрации носителей тока δn . Если источник шума — флуктуации температуры, то

$$\delta\sigma_{ij} = \frac{\partial\sigma_{ij}}{\partial T} \delta T = \delta_{ij} \frac{\partial\sigma}{\partial T} \delta T.$$

Следует ожидать, что спонтанные перемещения дефектов в кристалле являются источником анизотропных флуктуаций проводимости. Поэтому для выяснения механизма объемного токового шума полезно определить, являются ли соответствующие флуктуации электропроводности изотропными или анизотропными.

Если радиус корреляции флуктуаций электропроводности мал по сравнению с размерами той области образца, которая определяет измеряемые токовые флуктуации, функцию корреляции флуктуаций электропроводности в двух точках \mathbf{r}_1 и \mathbf{r}_2 можно считать пропорциональной $\delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)$ (о пространственной корреляции флуктуаций проводимости см. п. 2.7):

$$\langle \delta\sigma_{ij}(\mathbf{r}_1, t_1) \delta\sigma_{kl}(\mathbf{r}_2, t_2) \rangle = F_{ijkl}(t_1 - t_2) \delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2). \quad (2.6.1)$$

Симметрия введенного здесь тензора F_{ijkl} отражает анизотропию флуктуаций проводимости. В частности, в случае изотропных флуктуаций $F_{ijkl} = F\delta_{ij}\delta_{kl}$, где F — некоторая скалярная функция.

В общем случае флуктуацию тензора электропроводности можно представить в виде суммы трех слагаемых:

$$\begin{aligned}\delta\sigma_{ij} &= \delta_{ij}\delta\sigma + \delta\sigma_{ij}^{(s)} + \delta\sigma_{ij}^{(a)}, \\ \delta\sigma &= \frac{1}{3} \text{Sp } \widehat{\delta\sigma}, \quad \delta\sigma_{ij}^{(a)} = \frac{1}{2} (\delta\sigma_{ij} - \delta\sigma_{ji}), \\ \delta\sigma_{ij}^{(s)} &= \frac{1}{2} (\delta\sigma_{ij} + \delta\sigma_{ji}) - \frac{1}{3} \delta_{ij} \text{Sp } \widehat{\delta\sigma}.\end{aligned}\quad (2.6.2)$$

Первое слагаемое в правой части (2.6.2) — скалярная (изотропная) часть флуктуации, $\delta\sigma_{ij}^{(s)}$ образует неприводимый тензор второго ранга, $\delta\sigma_{ij}^{(a)}$ — антисимметричный тензор. Это разбиение флуктуации проводимости на части определенной тензорной симметрии аналогично разбиению флуктуации диэлектрической проницаемости в теории рассеяния электромагнитных волн⁵⁰. В изотропной среде коррелируют лишь флуктуации одной тензорной симметрии, и поэтому

$$F_{ijkl} = F_0\delta_{ij}\delta_{kl} + F_a \left(\delta_{ik}\delta_{jl} + \delta_{il}\delta_{jk} - \frac{2}{3}\delta_{ij}\delta_{kl} \right) + F_s (\delta_{ik}\delta_{jl} - \delta_{il}\delta_{jk}). \quad (2.6.3)$$

При изучении шума $1/f$ представляют интерес частоты малые по сравнению с обратными кинетическими временами носителей тока и фоонов, а также длины, превышающие кинетические длины. Следует ожидать, что состояние системы с флуктуацией электропроводности является в этом случае квазиравновесным, а флуктуация удовлетворяет принципу симметрии Онзагера $\delta\sigma_{ij}(\mathbf{r}, t; \mathbf{B}) = \delta\sigma_{ji}(\mathbf{r}, t; -\mathbf{B})$, где \mathbf{B} — магнитное поле. Отсюда следует, что при $B = 0$ функция F_{ijkl} симметрична не только относительно перестановки первой и второй пар индексов, но и относительно перестановки индексов внутри каждой пары. При этом также $\delta\sigma_{ij}^{(a)} = 0$, $F_a = 0$ и в изотропной среде корреляционная функция (а также СП) флуктуаций электропроводности описывается двумя функциями: F_0 и F_s (в кубических кристаллах — тремя). Величина отношения фурье-образов $F_s(\omega)/F_0(\omega)$ является мерой анизотропии флуктуаций электропроводности на данной частоте $f = \omega/2\pi$.

В^{51, 52} предлагается для исследования анизотропии флуктуаций проводимости использовать образцы в форме «мальтийского креста» (рис. 12) с четырьмя лепестками, на каждом из которых два отделенных друг от друга контакта: один токовый, другой потенциометрический. Флуктуации напряжения на потенциометрических контактах при протекании тока определяются флуктуациями электропроводности в центральной (узкой) области «креста». При условии, что токи I_A (между контактами A_1 и A_2) и I_B (между B_1 и B_2) фиксированы, соответствующие флуктуации напряжения равны

$$\begin{aligned}\delta U_A &= I_A \delta R_{AA} + I_B \delta R_{AB}, \\ \delta U_B &= I_A \delta R_{AB} + I_B \delta R_{BB}.\end{aligned}\quad (2.6.4)$$

С помощью феноменологической теории⁵³ можно найти, что

$$\delta R_{AB}(t) = \int d\mathbf{r} e_{Ai}(\mathbf{r}) \delta\sigma_{ij}(\mathbf{r}, t) e_{Bj}(\mathbf{r}), \quad (2.6.5)$$

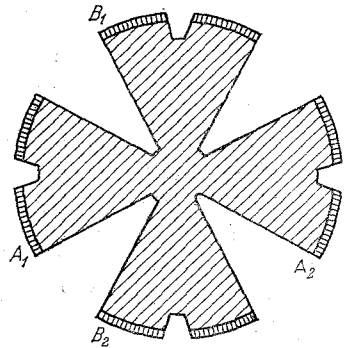


Рис. 12. Форма образцов, применяемых при исследовании анизотропии флуктуаций электропроводности⁵¹

где вектор $e_A(\mathbf{r})$ равен отношению омического поля $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ в точке \mathbf{r} , вызванного протеканием тока I_A , к величине этого тока. Выражения, аналогичные (2.6.5), легко написать для δR_{AA} и δR_{BB} . Из (2.6.1) и (2.6.5) следует, что СП флуктуаций δR_{AB} равна

$$\langle \delta R_{AB} \delta R_{AB} \rangle_f = 2F_{ijkl}(\omega) \int d\mathbf{r} e_{Ai} e_{Bj} e_{Ak} e_{Bl}. \quad (2.6.6)$$

Измеряя СП напряжений S_{UA} , S_{UB} и перекрестную СП S_{UAB} при разных I_A и I_B , можно найти СП $\langle \delta R_{AA} \delta R_{BB} \rangle_f$ и $\langle \delta R_{AB} \delta R_{AB} \rangle_f$, а по ним с помощью (2.6.6) — компоненты тензора F_{ijkl} . При этом распределение величин $e_A(\mathbf{r})$, $e_B(\mathbf{r})$ можно либо рассчитать, либо измерить на аналоговой модели.

Подставим выражение (2.6.3) для тензора F_{ijkl} изотропной среды в (2.6.6) и аналогичную формулу для $\langle \delta R_{AA} \delta R_{BB} \rangle_f$. Можно найти, что

$$\frac{F_s}{F_0} = \frac{G+1-Q}{\left(G+\frac{4}{3}\right)Q - \frac{2}{3}(2-G)}, \quad (2.6.7)$$

где

$$Q = \frac{\langle \delta R_{AA} \delta R_{BB} \rangle_f}{\langle \delta R_{AB} \delta R_{AB} \rangle_f}, \quad G = \frac{\int d\mathbf{r} (e_A e_B)^2}{\int d\mathbf{r} (e_A e_B)^2}. \quad (2.6.8)$$

В образцах, исследованных в ⁵², $G = 1,35$. Если подставить измеренные в ⁵² значения Q в (2.6.7), то для двух пленок углерода получается $F_s/F_0 = 0,43$ и $0,56$, для пленки Au $0,65$, а для двух пленок Cr $1,18$ и $3,42$. Еще более значительная анизотропия флуктуаций проводимости наблюдалась в Bi ⁵⁴.

Значительная анизотропия низкочастотных флуктуаций проводимости указывает на то, что они вызваны не флуктуациями температуры, а каким-то иным механизмом.

В ^{55, 97} рассмотрены флуктуации проводимости, вызываемые спонтанными перескоками дефектов, симметрия которых ниже точечной симметрии кристалла, между несколькими положениями с одинаковой энергией, но различной ориентацией в решетке. В этом случае $\text{Sp } \hat{\delta\sigma} = 0$, $F_0 = 0$ и флуктуации — чисто анизотропные.

2.7. Длина корреляции флуктуаций электропроводности и зависимость шума от размеров проводника

Исследования длины корреляции флуктуаций электропроводности проводились главным образом в связи с проверкой модели, по которой шум $1/f$ вызывается флуктуациями температуры (гл. 4). Было найдено ²⁰, что флуктуации со спектром $1/f$ в двух пленках Au, изолированных одна от другой слоем SiO толщиной $0,6 \text{ мкм}$, некоррелированы. Нет корреляции между флуктуациями в двух соседних участках тонкой и узкой металлической пленки, находящихся на расстоянии $\sim 1 \text{ мм}$ ¹⁹. Не обнаружено никакой корреляции токовых флуктуаций в двух соседних транзисторах интегральной схемы (расстояние между транзисторами — несколько десятков мкм) ⁵⁶. Нет корреляции между флуктуациями проводимости различных участков инверсионного канала на p-Si (расстояние $\sim 0,1 \text{ мм}$) ⁵⁷. Это означает, что корреляционная длина флуктуаций, вызывающих шум, во всяком случае меньше указанных длин.

Если проводник однородный, флуктуации проводимости объемные (а не связаны, скажем, с поверхностью или контактом) и радиус корреляции этих флуктуаций мал по сравнению с размерами проводника, т. е. справедливо

равенство (2.6.1), то СП относительных флуктуаций напряжения или тока обратно пропорциональна объему V проводника: $S_U/U^2 \propto V^{-1}$. Действительно, сопротивление проводника можно выразить через введенную выше величину $e(r)$:

$$R = \sigma \int dr |e(r)|^2.$$

Из (1.3) и (2.6.6) следует

$$\frac{S_U(f)}{U^2} = \frac{S_R(f)}{R^2} = 2F_{ijkl}(\omega) \frac{\int dr e_i e_j e_k e_l}{\left(\sigma \int dr |e(r)|^2\right)^2}. \quad (2.7.1)$$

При одинаковом изменении всех размеров проводника или при изменении одного размера в направлении, в котором $e(r)$ не меняется, выражение в правой части (2.7.1) изменяется как V^{-1} .

Автор⁵⁸ измерял СП шума $1/f$ сложных сопротивлений, составленных путем такого последовательного и параллельного соединения m номинально одинаковых угольных резисторов, при котором полное сопротивление совпадало с сопротивлением одного резистора. Оказалось, что СП относительных флуктуаций напряжения пропорциональна $1/m$, т. е. обратному объему сложного сопротивления.

В тонких пленках и нитях Pt СП шума следует закону $S_U f / U^2 \propto N^{-1}$, где N — число атомов Pt в образце, в огромном интервале изменения N от $\sim 10^7$ до $\sim 10^{14}$ ⁵⁹.

Если бы радиус корреляции флуктуаций проводимости был больше размеров образца, СП относительных флуктуаций напряжения при протекании тока вообще не изменялась бы при изменении этих размеров. Так было бы, например, если бы источником шума $1/f$ были какие-нибудь геофизические или космофизические явления (такие гипотезы тоже высказывались). Наблюдаемая на опыте малая длина корреляции токового шума $1/f$ позволяла исключить подобные объяснения этого шума.

2.8. Зависимость шума $1/f$ от числа свободных носителей тока в проводнике. Эмпирическое соотношение Хоуге

В тех чаще всего встречающихся случаях, когда СП токового шума $S_U \propto U^2$ и показатель γ в частотной зависимости СП ($f^{-\gamma}$) близок к 1, СП относительных флуктуаций можно представить в виде $S_U/U^2 = C/f$, где C — безразмерный коэффициент. Хоуге⁶⁰ сопоставил большое число полученных разными авторами экспериментальных данных о величине шума $1/f$ в полупроводниках и металлических пленках. Он отложил эти данные на плоскости $C - N_c$, где $N_c = nV$ — полное число свободных носителей тока в образце, n — их концентрация, V — объем. Каждая точка относится к определенному полупроводнику или металлу. Расположение точек обнаружило качественную закономерность, которую Хоуге аппроксимировал формулой $C = \alpha/N$ и принял, что $\alpha = 2 \cdot 10^{-3}$ — универсальный коэффициент. Эмпирическое соотношение

$$\frac{S_U(f)}{U^2} = \frac{\alpha}{N_c f} \quad (2.8.1)$$

стали называть в литературе соотношением Хоуге, а константу α — константой Хоуге и обозначать α_H .

Качественная тенденция уменьшения шума $1/f$ по мере уменьшения удельного сопротивления образца ρ ($\alpha \propto n^{-1}$) была подмечена еще в 50-х годах на образцах Ge⁶¹. Сюда же относится тот известный факт, что шум $1/f$ в металлах на порядки меньше, чем в полупроводниках. Хоуге впервые попытался придать этой качественной тенденции вид количественной зависимости.

Будь соотношение Хоуге точным, а значит, — универсальным, оно было бы убедительным доводом в пользу единого механизма шума $1/f$. Однако даже поверхностный анализ экспериментальных данных показывает, что это соотношение не является точным, а потому не может быть и универсальным. Известно, например, что шум в металлических пленках сильно зависит (изменения на два порядка и более) от температуры и типа подложки, хотя при всех этих изменениях число свободных носителей не изменяется. В образцах Bi шум $1/f$ примерно такой же, как в металлических пленках тех же размеров, несмотря на то, что концентрация свободных носителей в полуметалле Bi на несколько порядков меньше.

Сделанный в ⁶⁰ вывод, что механизм шума $1/f$ — всегда объемный, противоречит известным эффектам сильного изменения шума при изменении условий на поверхности (гл. 5). Уменьшение шума в полупроводниках с ростом n можно объяснить и в рамках поверхностного механизма шума: с ростом n уменьшается толщина области пространственного заряда, в которой изменяется проводимость под действием флуктуаций заряда в поверхностных состояниях.

Таблица II

Величины $\alpha = S_U f n V / U^2$ в различных проводниках

Материал	T, К	n , см ⁻³	V , см ³	C	α	Литература
n-Ge	300	$0,8 \cdot 10^{15}$	$2,1 \cdot 10^{-3}$	$6 \cdot 10^{-16}$	$1 \cdot 10^{-3}$	62
n-Ge	300	$1,5 \cdot 10^{14}$	$1,8 \cdot 10^{-3}$	$1,3 \cdot 10^{-14}$	$3,5 \cdot 10^{-3}$	61
n-Ge	300	$1,3 \cdot 10^{14}$	$1,8 \cdot 10^{-3}$	$7,7 \cdot 10^{-16}$	$1,8 \cdot 10^{-4}$	61
n-Ge	300	$5 \cdot 10^{13}$	$1,8 \cdot 10^{-5}$	$6 \cdot 10^{-13}$	$6 \cdot 10^{-4}$	63
p-Ge	300	$8,7 \cdot 10^{15}$	$1,8 \cdot 10^{-3}$	$3,2 \cdot 10^{-16}$	$5 \cdot 10^{-3}$	61
InSb	300	$2,8 \cdot 10^{16}$	$2,7 \cdot 10^{-5}$	$6,9 \cdot 10^{-14}$	$5,1 \cdot 10^{-2}$	64
InSb	300	$4,6 \cdot 10^{16}$	$2,3 \cdot 10^{-5}$	$5,5 \cdot 10^{-14}$	$5,5 \cdot 10^{-2}$	64
InAs	300	$1,2 \cdot 10^{18}$	$2,5 \cdot 10^{-6}$	$5,6 \cdot 10^{-15}$	$1,8 \cdot 10^{-3}$	64
n-InSb	76	$1 \cdot 10^{14}$	$2,1 \cdot 10^{-4}$	$2 \cdot 10^{-14}$	$4 \cdot 10^{-4}$	65
n-InSb	76	$1 \cdot 10^{14}$	$1,1 \cdot 10^{-3}$	$3 \cdot 10^{-16}$	$3,4 \cdot 10^{-5}$	65
n-InSb	77	$1,6 \cdot 10^{14}$	$3,2 \cdot 10^{-5}$	$2 \cdot 10^{-13}$	$1 \cdot 10^{-3}$	66
n-InSb	295	$1,6 \cdot 10^{16}$	$3,2 \cdot 10^{-5}$	$8 \cdot 10^{-15}$	$4 \cdot 10^{-3}$	66
n-InSb	77	$1,6 \cdot 10^{14}$	$1,1 \cdot 10^{-4}$	$9 \cdot 10^{-14}$	$1,6 \cdot 10^{-3}$	66
n-InSb	295	$1,6 \cdot 10^{16}$	$1,1 \cdot 10^{-4}$	$1,6 \cdot 10^{-15}$	$2,7 \cdot 10^{-3}$	66
p-InSb	77	$1,2 \cdot 10^{16}$	$1,4 \cdot 10^{-4}$	$4 \cdot 10^{-15}$	$7 \cdot 10^{-3}$	66
p-InSb	295	$1,6 \cdot 10^{16}$	$1,4 \cdot 10^{-4}$	$1,6 \cdot 10^{-15}$	$3,7 \cdot 10^{-3}$	66
n-GaAs	295	$2,3 \cdot 10^{16}$	$8 \cdot 10^{-4}$	$3 \cdot 10^{-16}$	$6 \cdot 10^{-3}$	66
p-GaAs	295	$2,3 \cdot 10^{16}$	$1 \cdot 10^{-3}$	$7,5 \cdot 10^{-17}$	$1,7 \cdot 10^{-3}$	66
p-GaAs	295	$2,3 \cdot 10^{16}$	$5,1 \cdot 10^{-4}$	$5 \cdot 10^{-16}$	$5 \cdot 10^{-3}$	66
n-GaP	295	$2,9 \cdot 10^{16}$	$1,1 \cdot 10^{-4}$	$3 \cdot 10^{-16}$	$9 \cdot 10^{-3}$	66
Au	300	$5,9 \cdot 10^{22}$	—	—	$2,4 \cdot 10^{-3}$	67
Au	308	$5,9 \cdot 10^{22}$	—	—	$4 \cdot 10^{-3}$	17 *)
Cu	490	$8,4 \cdot 10^{22}$	—	—	$4,8 \cdot 10^{-2}$	17 **)
Ag	410	$5,8 \cdot 10^{22}$	—	—	$6,8 \cdot 10^{-2}$	17
Bi	300	$2,8 \cdot 10^{18}$	$1,1 \cdot 10^{-10}$	$1,3 \cdot 10^{-14}$	$4,3 \cdot 10^{-6}$	43
Sn	300	—	—	—	$0,7 \cdot 10^{-3}$	68 ***)
Sn	300	—	—	—	$5,4 \cdot 10^{-3}$	68 ****)

*) α увеличивается в 50 раз с ростом T от 100 до 500 К.

**) α изменяется почти на 3 порядка с ростом T от 100 до 410 К.

***) Пленка на сапфире и промежуточной подложке (окись Sn).

****) Пленка на стекле.

В табл. II приведены значения

$$\alpha = \frac{S_U(f) f n V}{U^2}$$

для ряда полупроводников и металлов. Интересно сравнить их с константой Хоуге $\alpha_H = 2 \cdot 10^{-3}$. Если бы экспериментальные значения α отклонялись от α_H всегда в большую сторону, можно было бы предположить, что есть

универсальный шум, описываемый соотношением Хоуге (« α -шум»), а помимо него — еще какой-то шум с тем же спектром. Однако часто $\alpha < \alpha_H$. Например, в некоторых образцах n -InSb, спектры которых представлены на рис. 5, α на два порядка меньше α_H (но есть образцы n -InSb, в которых α на порядок больше α_H).

Пленки из одного и того металла, изготовленные по одной и той же технологии и имеющие примерно одно и то же удельное сопротивление ρ , как правило, сильно различаются по величине шума $1/f$ (разница может превосходить один порядок)¹⁴. Совершенно неизвестно, какие факторы за это ответственны. Однако, если для каждого металла взять образец с минимальной величиной $S_U(f) N/U^2$, где N — число атомов в пленке, и отложить эти величины как функцию ρ , то получается эмпирическая зависимость¹⁴, уточняющая соотношение Хоуге (2.8.1):

$$\left[\frac{S_U(f) N}{U^2} \right]_{\min} = \frac{\rho_0}{\rho} \frac{1}{f^\gamma},$$

где при $\gamma \approx 1$ величина $\rho_0 = 6 \cdot 10^{-9}$ Ом·см.

Было бы неправильно также недооценить соотношение Хоуге. Оно является единственным соотношением, позволяющим хотя бы грубо оценивать величину СП шума $1/f$ в однородных проводниках с точностью, которая чаще всего не хуже одного-двух порядков.

2.9. Наблюдения шума $1/f$ при низких температурах

Имеется много исследований шума $1/f$ при температуре жидкого азота (см. табл. II). Естествен вопрос: не исчезает ли этот шум при очень низких температурах?

В¹⁶ исследован шум $1/f$ в инверсионных слоях на Si при 4,2 К в условиях, когда проводимость — прыжковая. Согласно⁵⁷ шум в инверсионном слое на p -Si даже возрастает при понижении температуры от 4,2 до 1,5 К.

Шум $1/f$ представляет собой существенную помеху при работе СКВИДов (использующих эффект Джозефсона) на низких частотах⁶⁹.

2.10. Возможное влияние инфранизкочастотных флуктуаций на измерения шума типа $1/f$

Интересная идея была высказана Шульманом⁷⁰. Допустим, что в проводнике имеется механизм флуктуаций сопротивления с очень большим временем релаксации τ таким, что $\tau^{-1} \ll f_1$, где f_1 — нижняя частота того диапазона, в котором измеряется спектр низкочастотного шума. Такой флуктуационный процесс назван в⁷⁰ инфранизкочастотным (ИНЧ). Спектр флуктуационного процесса с определенным временем релаксации τ можно рассматривать как лоренцевскую линию, центрированную на нулевой частоте, а ту часть спектра, которая соответствует частотам $f \gg \tau^{-1}$, — дальним крылом этой линии. Известно, что для измерения формы линии нужно, чтобы ширина полосы анализатора спектра Δf была малой по сравнению с шириной линии τ^{-1} . Обычно при измерениях спектра низкочастотного шума добиваются выполнения лишь условия достаточно большой добротности: $f \gg \Delta f$. Нарушение же требования $\Delta f \ll \tau^{-1}$ может привести к тому, что спектр отклика анализатора оказывается пропорциональным не истинному спектру ИНЧ шума, а некоторому интегралу от этого спектра по области частот f значительно меньших центральной частоты анализатора f_0 (при каждой данной $f_0 > f_1$). Хотя в этой области частот отклик анализатора мал, реально он не равен нулю. В⁷⁰ показано, что если измерения ведутся с постоянной добротностью $f_0/\Delta f = \text{const}$ отклик анализатора на ИНЧ шум изменяется с f_0

как $1/f_0$. Таким образом, в ⁷⁰ обращается внимание на возможность того, что измеряемый $1/f$ шум есть результат неадекватного измерения ИНЧ шума, имеющего в действительности какой-то другой спектр.

Это замечание ⁷⁰ в принципе — правильное, однако можно привести ряд аргументов в пользу того, что измеряемый обычно шум $1/f$ — подлинный. Во-первых, если бы измеряемый спектр $1/f$ был результатом неправильной фильтрации, его интенсивность и сам вид спектра зависели бы от используемой спектральной аппаратуры, а это никем никогда не отмечалось. Притом результаты зависели бы от характеристик фильтров на частотах f , которые на порядки меньше центральной частоты f_0 , т. е. в области частот, где отклик анализатора номинально считается пренебрежимо малым. Во-вторых, известны работы (например, ⁴²), в которых получено отличное совпадение измеряемых величин (в ⁴² — дисперсии величин дисперсии флуктуаций, см. п. 2.4) и тех же величин, рассчитанных в предположении, что спектр шума в исследуемом диапазоне частот действительно имеет вид $1/f$. Все же желательна непосредственная экспериментальная проверка указанной в ⁷⁰ возможности применительно к различным типам систем, обнаруживающих шум $1/f$.

3. МОДЕЛЬ ЭКСПОНЕНЦИАЛЬНО ШИРОКОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ВРЕМЕН РЕЛАКСАЦИИ

3.1. Общая идея

Пусть $x(t)$ — флуктуирующая величина с нулевым средним значением. В простейшем случае, когда кинетика флуктуаций характеризуется одним временем релаксации τ , корреляционная функция $\psi_{xx} = \overline{x^2} \exp(-|t_1 - t_2|/\tau)$, а СП шума

$$S_x(f) = 4 \int_0^{\infty} dt \psi_{xx}(t) \cos \omega t = \overline{x^2} \frac{4\tau}{1 + \omega^2 \tau^2} \quad (3.1.1)$$

имеет вид лоренцевской функции. В более сложных случаях кинетика флуктуаций может описываться несколькими временами релаксации. В общем случае может иметь место непрерывное распределение времен релаксации с функцией распределения $p(\tau)$. Тогда

$$S_x(f) = \int_0^{\infty} d\tau p(\tau) \frac{4\tau^2}{1 + \omega^2 \tau^2}. \quad (3.1.2)$$

Так как средний квадрат (дисперсия) флуктуаций равен

$$\overline{x^2} = \int_0^{\infty} df S_x(f) = \int_0^{\infty} d\tau p(\tau), \quad (3.1.3)$$

то величина $p(\tau) d\tau$ есть вклад в дисперсию тех процессов, времена релаксации которых находятся в интервале от τ до $\tau + d\tau$.

Если $p(\tau) \propto 1/\tau$ в некотором интервале от τ_1 до $\tau_2 \gg \tau_1$, а вне этого интервала равна нулю, то согласно (3.1.2) $S_x \propto 1/f$ в диапазоне частот $\tau_1^{-1} \ll f \ll \tau_2^{-1}$. Требуемое распределение $p(\tau)$ получается, если процессы, ответственные за шум, — активационные, т. е. $\tau = \tau_0 \exp(E/kT)$, где E — энергия активации, τ_0^{-1} — частота попыток преодолеть активационный барьер, и распределение энергий активации $F(E)$ слабо зависит от E в некотором достаточно широком интервале ^{72, 73}. Действительно, $p(\tau) = (kT/\tau) F(E)$ и при $F(E) = \text{const}$ функция $p(\tau) \propto 1/\tau$. Аналогичная ситуация возникает тогда, когда релаксация определяется туннелированием частиц: в этом случае

т экспоненциально зависит от расстояния, на которое частицам приходится туннелировать ⁷⁴.

Рассмотрим для определенности шум, вызываемый активационными процессами с некоторым распределением энергий активации $F(E, T)$. Зависимость F от температуры T может возникнуть, например, в том случае, когда средняя концентрация дефектов, флуктуации числа или ориентации которых создают шум, не является заданной, а растет с увеличением T . СП шума равна

$$S(f) = \int_0^{\infty} dE F(E, T) \frac{4\tau_0 e^{E/kT}}{1 + \omega^2 \tau_0^2 e^{2E/kT}} = \frac{1}{\pi f} \int_0^{\infty} dE \frac{F(E, T)}{\text{ch}[(E - E_\omega)/kT]}. \quad (3.1.4)$$

В последнем интеграле введено обозначение $E_\omega = kT \ln(\omega\tau_0)^{-1}$. В конденсированных телах $\tau_0^{-1} \sim 10^{12} - 10^{14} \text{ с}^{-1}$. При тех частотах, при которых наблюдают шум $1/f$, величина $(\omega\tau_0)^{-1} \gg 1$ и даже $\ln(\omega\tau_0)^{-1} \gg 1$. Поэтому энергия E_ω может быть порядка обычных энергий активации ($\sim 1 \text{ эВ}$).

В интеграле (3.1.4) множитель при $F(E, T)$ представляет собой как функция E узкий пик шириной $\sim kT$ с максимумом при $E = E_\omega$. При удалении E от E_ω в ту или иную сторону на несколько kT эта функция падает экспоненциально с ростом $|E - E_\omega|$. Если ширина распределения энергий активации $F(E)$ значительно меньше kT , СП шума, естественно, сводится к лоренцевской функции (3.1.1). Однако, если учесть, что энергия kT мала по сравнению с обычными энергиями активации даже при T в несколько сотен К, то представляется реальным и противоположный случай, когда ширина распределения $F(E)$ гораздо больше kT . Тогда можно в (3.1.4) вынести $F(E)$ при $E = E_\omega$ из-под знака интеграла. СП шума равна ^{72, 75}

$$S(f) = kTF(E_\omega, T) \frac{1}{f}. \quad (3.1.5)$$

Поскольку $F(E_\omega, T)$ зависит от E_ω слабо, а E_ω зависит от частоты f лишь логарифмически, отклонение $S(f)$ от закона $1/f$ невелико. Напомним (п. 2.1), что измеряемый спектр шума аппроксимируют зависимостью $f^{-\gamma}$ и γ отличается от 1 лишь в пределах $\sim \pm 0,2$. Так как $F(E, T)$ может вблизи $E = E_\omega$ как расти, так и падать с ростом E , СП $S(f)$ может отклоняться от $1/f$ как в сторону более крутого, так и в сторону более плавного падения с ростом f .

То, что спектр типа $1/f$ возникает в результате наложения случайных процессов с самыми разными временами релаксации и, соответственно, разными энергиями активации, по-видимому, довольно наглядно продемонстрировано в недавних опытах ¹⁴¹ с полевыми транзисторами на основе структуры металл — диэлектрик — полупроводник (Si), имеющими чрезвычайно малые размеры ($1 \times 0,1 \text{ мкм}^2$). Оказалось, что в каждом таком транзисторе флуктуации тока в инверсионном канале представляют собой случайную последовательность переключений между двумя состояниями с разными (но при данных условиях — определенными) сопротивлениями, отличающимися на несколько десятых процента. Среднее время пребывания прибора в состоянии с большим сопротивлением ($\langle \tau_{\text{on}} \rangle$) и среднее время пребывания в состоянии с меньшим сопротивлением ($\langle \tau_{\text{off}} \rangle$) экспоненциально зависят как от обратной температуры (с некоторыми энергиями активации E_{on} и E_{off}), так и от напряжения на затворе V_g , т. е. между металлом и полупроводником. В разных приборах величины E_{on} и E_{off} — разные.

В некоторых транзисторах шум представляет собой суперпозицию двух типов переключений с разными характерными временами. Интересно, что в транзисторах больших размеров ($10 \times 20 \text{ мкм}^2$), выращенных в одном процессе с субмикронными транзисторами, отдельные переключения разрешить не удается и виден обычный шум $1/f$.

Полученные результаты интерпретируются в ¹⁴¹ следующим образом. Токковый шум вызывается захватом электронов в ловушки и эмиссией электро-

нов из ловушек (в ¹⁴¹ найдено, что ловушки находятся в слое окисла). В субмикронных образцах из-за малой площади шум определяется одной-двумя ловушками, а при больших размерах — суперпозицией эффектов от большого числа ловушек с самыми разными характерными временами и энергиями активации, что и приводит к шуму $1/f$.

В ¹⁴⁸ выдвинута общая идея, согласно которой отличие релаксации в неупорядоченном материале от простой экспоненциальной релаксации с одним временем τ связано с наличием ряда кинетических процессов, действующих, однако, не параллельно (как это обычно предполагается), а, так сказать, последовательно: каждый последующий процесс может произойти лишь после того, как в результате более быстрого предыдущего процесса система оказывается в определенном состоянии. Неэкспоненциальный характер релаксации в целом является, таким образом, следствием связей между различными кинетическими процессами.

3.2. Некоторые модели систем с экспоненциально широким распределением времен релаксации

а) Модель Макуортера ⁷⁴

Принимается, что флуктуации числа носителей тока в приповерхностном слое полупроводника (и соответственно флуктуации проводимости) возникают из-за обмена электронами между приповерхностным слоем и ловушками, находящимися в слое окисла, покрывающего поверхность, или на внешней поверхности окисла. Переход электрона в ловушку или из ловушки происходит путем его туннелирования. Поэтому характерное обратное время релаксации такого процесса падает экспоненциально с увеличением расстояния x от поверхности полупроводника до ловушки: $\tau^{-1} = \tau_0^{-1} \exp(-x/\lambda)$. Здесь $\lambda \sim 10^{-8}$ см, а τ_0^{-1} — предэкспоненциальный множитель, лишь слабо зависящий от x . Поскольку расстояния x до разных ловушек разные (разброс $\gg \lambda$), возникает охватывающее много порядков распределение времен релаксации числа носителей тока в полупроводнике.

Следует ожидать, что экспоненциальный рост τ с x имеет место лишь до расстояний x порядка среднего расстояния между ловушками в диэлектрике: обмен с более удаленными от поверхности ловушками происходит так, что электрон туннелирует сначала в ближайшую к поверхности ловушку, а более удаленных достигает путем прыжкового движения по ловушкам.

Модель многократно использовалась для объяснения токового шума типа $1/f$ в полевых транзисторах с МДП-структурой (см. п. 5.1).

б) Флуктуации прыжковой проводимости полупроводника ^{76,77}

В слаболегированном компенсированном полупроводнике при достаточно низких температурах проводимость носит прыжковый характер. Частота туннельных прыжков носителей заряда между двумя примесными центрами i и j экспоненциально зависит от расстояния r_{ij} между ними: $\nu(r_{ij}) = \nu_0 \exp(-2r_{ij}/a)$, где a — эффективный боровский радиус основного состояния примеси, ν_0 — коэффициент. В силу того, что расстояние между примесными центрами — случайная величина, полупроводник в условиях прыжковой проводимости представляет собой пример неупорядоченной среды с экспоненциально широким распределением локальных проводимостей и времен релаксации. Как известно ⁷⁸, прыжковая проводимость полупроводника определяется проводимостью так называемой критической сетки, которая строится следующим образом. Пара примесных центров считается связанной, если $r_{ij} < r$, где r — заданное расстояние. Связанные между собой центры образуют кластер. При малых $r \ll N^{-1/3}$, где N — концентрация примесных центров, связанными оказываются лишь случайно сближенные центры, обра-

зующие небольшие кластеры. С ростом r возникают кластеры со все большим числом центров и при $r = r_c = 0,865 N^{-1/3}$ впервые возникает бесконечный кластер (БК), пронизывающий весь макроскопический образец. Прыжковая электропроводность определяется БК с $r_{ij} < r_c + ma$, где $m \sim 1$. Этот БК представляет собой довольно редкую сетку, которую называют критической: именно она определяет проводимость. Низкочастотные флуктуации проводимости с частотами $f \ll \nu(r_c)$ возникают из-за флуктуаций числа носителей на критической сетке, а они в свою очередь вызваны случайным характером обмена носителями заряда между критической сеткой и конечными кластерами, расположенными в ее порах.

По мере понижения частоты f растет наибольшее расстояние между центрами $r(f) = (a/2) \ln(\nu_0/2\pi f)$, обратное время переходов носителей заряда между которыми больше f . Одновременно растет БК (включающий критическую сетку как свою часть), внутри которого все $\nu(r_{ij}) > f$. СПФ числа носителей заряда на критической сетке и проводимости растет с понижением f за счет включения в процесс новых конечных кластеров и отдельных примесных центров. Последними к БК присоединяются (при $r(f_1) \approx 2r_c$) такие центры, которые случайно оказались в «пустых» полостях, так что ближайшие соседние центры находятся на расстоянии, значительно большем r_c . Так как таких центров экспоненциально мало, СП ниже f_1 перестает расти с понижением f . Характер падения СП при $f > f_1$ зависит от величины Na^3 . В пределе очень малых концентраций примеси ($Na^3 \rightarrow 0$) СП падает по закону, приближающемуся к $1/f$. Особенность рассматриваемой системы состоит, однако, в том, что ширина распределения времен релаксации связана с величиной среднего сопротивления: при очень малых Na^3 сопротивление огромно и наблюдение как токового шума, так и проводимости чрезвычайно трудно. В Ge и Si с мелкими примесями прыжковую проводимость наблюдают лишь при $Na^3 \geq 10^{-4}$. Численные расчеты, проведенные в ⁷⁷ для таких не слишком малых концентраций примеси, показали, что (при учете кулоновского взаимодействия между носителями заряда) $S(f) \propto f^{-\gamma}$ с $\gamma \approx 0,6$, т. е. падает по закону заметно более пологому по сравнению с $1/f$.

Этот результат указывает на то, что более вероятными являются модуляционные механизмы шума $1/f$: релаксационные процессы (например, атомные) модулируют электронную проводимость, так что разброс времен релаксации прямо не связан с величиной средней проводимости.

в) Двухуровневые туннельные системы

Целый ряд неупорядоченных систем — прежде всего диэлектрические стекла — обнаруживают при низких температурах аномальную температурную зависимость теплоемкости и теплопроводности, а также специфические явления в поглощении звука ^{79, 80}. Все эти явления удалось объяснить на основе модели двухуровневых туннельных систем ⁸¹. Согласно этой модели в аморфных структурах имеются атомы или группы атомов, которые могут находиться в двух положениях, так что их энергию как функцию конфигурации можно представить в виде двух потенциальных ям, разделенных барьером высотой V (рис. 13). В общем случае ямы несимметричны и энергии их минимумов отличаются на ϵ . Атомы (или группы атомов) могут туннелировать из одной ямы в другую. Квантomeханическая прозрачность барьера между ними порядка $e^{-\lambda}$, где $\lambda = d\sqrt{2MV}/\hbar$, d — толщина барьера, M — масса туннелирующих частиц.

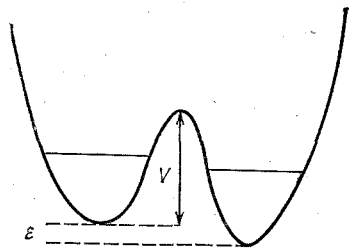


Рис. 13. Двухъямный потенциал двухуровневой туннельной системы

В рассматриваемых системах есть два низколежащих энергетических уровня, расстояние между которыми равно $E = \sqrt{\varepsilon^2 + \Delta^2}$, где $\Delta = \hbar\omega_0 e^{-\lambda}$, ω_0 порядка частоты колебаний частицы в отдельной потенциальной яме. Именно переходы атомов между этими уровнями и изменение относительного заполнения этих уровней при изменении температуры или под действием акустических колебаний ответственны за наблюдаемые в стеклах низкотемпературные эффекты. Такие же эффекты, связываемые с наличием двухуровневых туннельных систем (ДУТС), обнаружены также в аморфных металлах и ионных проводниках⁸⁰.

В силу неупорядоченности ДУТС имеют различные значения ε и λ . На основе простых физических соображений принимается, что функция распределения ДУТС по ε и λ почти постоянна при тех значениях $\lambda \gg 1$ и $\varepsilon \ll \hbar\omega_0$, которые определяют наблюдаемые эффекты, т. е. в этой области $P(\lambda, \varepsilon) \approx \bar{P}$. Величину \bar{P} находят путем сравнения теории с опытом.

Скорость релаксации ДУТС определяется ее взаимодействием либо с фононами (в диэлектрических стеклах), либо с электронами (в металлах). Соответствующие обратные времена релаксации равны^{79, 80}

$$\tau_{ph}^{-1} = aE\Delta^2 \operatorname{cth} \frac{E}{2kT}, \quad \tau_e^{-1} = b \frac{\Delta^2}{\hbar E} \operatorname{cth} \frac{E}{2kT}; \quad (3.2.4)$$

здесь a — коэффициент, зависящий от параметров взаимодействия ДУТС с акустическими фононами и от скоростей звука, b — безразмерный коэффициент, зависящий от взаимодействия ДУТС с электронами металла и от плотности электронных состояний на поверхности Ферми (b может быть ~ 1). Из (3.2.4) следует, что функция распределения по временам релаксации τ и энергиям E равна $p(\tau, E) = (E/2\varepsilon\tau) P(\lambda, \varepsilon)$ и что большие τ имеют место в системах с $\Delta \ll \varepsilon \simeq E$, так что при больших τ функция $p(\tau, E) = P(\lambda, \varepsilon)/2\tau \simeq \bar{P}/2\tau$. Таким образом, из-за экспоненциальной зависимости τ от туннельного параметра ($\tau \propto e^{2\lambda}$) ДУТС характеризуются экспоненциально широким распределением времен релаксации (иерархией времен) и функция распределения по τ примерно обратно пропорциональна τ , как это характерно для систем, обнаруживающих шум $1/f$ (см. п. 3.1).

Спонтанные переходы между уровнями ДУТС могут приводить к флуктуациям макроскопических величин (сопротивления неупорядоченных металлов^{97, 98}, плотности электронных состояний на поверхностях полупроводников и в МДП структурах, туннельного тока через диэлектрические промежутки между металлами¹⁴⁴ и т. д.). Этот шум согласно сказанному должен иметь спектр типа $1/f$.

Пусть δx_i — изменение величины x (например, сопротивления) при переходе i -й ДУТС с нижнего уровня на верхний. Тогда флуктуация $\delta x(t) = \sum_i \delta x_i \delta n_i(t)$, где δn_i — флуктуация числа заполнения верхнего уровня.

Так как средний квадрат $\overline{\delta n_i^2} = [4\operatorname{ch}^2(E_i/2kT)]^{-1}$ и переходы в отдельных ДУТС некоррелированы, СПФ величины x равна

$$S_x(f) = V \int d\tau dE (\delta x^2)_{\lambda, \varepsilon} \frac{p(\tau, E)}{\operatorname{ch}^2(E/2kT)} \frac{\tau}{1 + \omega^2 \tau^2}; \quad (3.2.2)$$

здесь $(\delta x^2)_{\lambda, \varepsilon}$ — квадрат δx_i , усредненный по ДУТС с близкими λ и ε , V — объем, по которому усредняется флуктуация δx .

Пусть τ_T — время релаксации тех ДУТС, у которых $\Delta \simeq kT$, $E \approx kT$, а τ_{\max} — время релаксации, отвечающее максимальному λ , при котором еще $P(\lambda, \varepsilon) \approx \bar{P} = \text{const}$ (обозначим это значение λ_{\max}). В диапазоне частот $\tau_{\max}^{-1} \ll f \ll \tau_T^{-1}$ основной вклад в СП (3.2.2) дают такие значения τ и E , при которых $p(\tau, E) \approx \bar{P}/2\tau$. Обычно в соответствующем диапазоне λ и ε

величину $(\overline{\delta x^2})_{\lambda, \varepsilon}$ можно считать во всяком случае не зависящей сильно от λ и ε . Тогда (3.2.2) принимает вид

$$S_x(f) \approx \frac{1}{4} \overline{\delta x^2} V P k T \frac{1}{f}, \quad \tau_{\max}^{-1} \ll f \ll \tau_T^{-1}, \quad kT \ll \hbar \omega_0. \quad (3.2.3)$$

Из-за экспоненциальной зависимости времени релаксации ДУТС от туннельного параметра λ и равномерного распределения λ спонтанные переходы в ДУТС приводят к флуктуациям физических величин (чувствительных к этим переходам) со спектром $1/f$ в обширном диапазоне f . Из-за равномерной плотности энергий возбуждения E ДУТС спектр шума линейно растет с температурой (как и вклад ДУТС в теплоемкость).

Нижняя частотная граница спектра $1/f$ определяется либо λ_{\max} , либо скоростью активационных процессов. Согласно ¹⁴² $\lambda_{\max} \sim 10^2$, поэтому соответствующее значение $\tau_{\max} \propto e^{-2\lambda_{\max}}$ во всяком случае меньше любых технически достижимых частот при измерении спектра шума. Скорость активационных процессов $\sim \omega_0 \exp(-\hbar \omega_0 / kT)$ и тоже очень мала при низких температурах $kT \ll \hbar \omega_0$. Вместе с тем при $f \rightarrow 0$ никакой расходимости $S_x(f)$ нет и парадокс, отмеченный в п. 2.2, не возникает.

Интересный пример — флуктуации туннельного сопротивления перехода металл — диэлектрик — металл, используемого в качестве джозефсоновского элемента в криоэлектронике. Туннельно тонкий слой диэлектрика (окисла) обычно сильно неупорядоченный ¹⁴³, и естественно предположить, что в нем имеются ДУТС. При спонтанных переходах в ДУТС возникают флуктуации $\delta G(t)$ туннельной проводимости G диэлектрического слоя. В соответствии с (3.2.3) СП относительных флуктуаций G равна ¹⁴⁴

$$S_G(f) G^{-2} = \frac{d}{4} \frac{\overline{\delta G^2}}{(G/A)^2} \overline{P} k T \frac{1}{A f},$$

где A — площадь контакта, $d = V/A$ — толщина диэлектрика.

Флуктуации туннельной проводимости приводят в джозефсоновском переходе $S - I - S$ к флуктуациям критического тока I_c , которые влияют на чувствительность приборов (например, СКВИДов) на низких частотах ⁶⁹. Интересно, что наблюдаемая СП шума $1/f$ в джозефсоновских переходах действительно линейно растет с температурой ^{145, 146}. Если положить (как в ¹⁴⁴) $\overline{\delta G^2} / (G/A)^2 \sim a_0^{-4}$, где $a_0 \sim 1 \text{ \AA}$ — межатомное расстояние, а \overline{P} положить равным типичному для аморфных веществ значению ⁸⁰, то оценка шума оказывается того же порядка, что и шум, измеренный в ¹⁴⁶, но больше измеренного в ¹⁴⁵. В модели ДУТС шум зависит от технологии приготовления диэлектрического слоя (через величину \overline{P}).

г) Неупорядоченная кинетическая модель Изинга.

Шум $1/f$ и логарифмическая релаксация параметра порядка

Характерной особенностью ряда магнетиков является чрезвычайно медленная релаксация намагниченности $M(t)$ после выключения магнитного поля (магнитная вязкость). Ход $M(t)$ после некоторого сравнительно небольшого времени t_1 можно аппроксимировать логарифмической функцией времени t :

$$M(t) = M_1 - s \ln \frac{t}{t_1}, \quad (3.2.4)$$

где $M_1 = M(t_1)$ обычно в несколько раз меньше начальной намагниченности $M(0)$, s — коэффициент. Логарифмический закон (3.2.4) может иметь место лишь до некоторого максимального времени t_m , не превосходящего $t_1 \exp(M_1/s)$. Логарифмическая релаксация характерна, в частности, для спиновых стекол ⁸², т. е. разбавленных твердых растворов переходного ме-

талла (Fe, Mn) в благородном металле (Au, Cu). Аналогичным образом ведет себя диэлектрическая поляризация в неупорядоченных диэлектриках⁸³.

В соответствии с флуктуационно-диссипационным соотношением (см. ⁸⁴) спектральная плотность (СП) равновесных флуктуаций намагниченности (в отсутствие магнитного поля) связана с релаксацией $M(t)$ во времени после выключения (при $t = 0$) малого магнитного поля H_0 :

$$S_M(f) = \frac{2kT}{\pi f} \int_0^{\infty} dt \sin(2\pi ft) \left[-\frac{d}{dt} \frac{M(t)}{H_0} \right] \quad (3.2.5)$$

В случае логарифмической релаксации (3.2.4) из (3.2.5) следует, что⁸⁵

$$S_M(f) = \frac{kTs}{H_0} \frac{1}{f}, \quad t_m^{-1} \ll 2\pi f \ll t_1^{-1} \quad (3.2.6)$$

Таким образом, логарифмическая релаксация физической величины и пропорциональность $1/f$ СП ее флуктуаций, а также логарифмическое падение корреляционной функции шума $1/f$ (см. п. 2.2) — тесно связанные между собой явления⁸⁵.

Для понимания природы логарифмической релаксации многое дали исследования кинетической неупорядоченной модели Изинга, которая служит моделью спинового стекла⁸⁶⁻⁹⁰. С рассматриваемой нами точки зрения это модель системы с непрерывным распределением энергий активации.

Неупорядоченная модель Изинга представляет собой систему взаимодействующих между собой спинов, расположенных в узлах решетки. Каждый спин S_i может принимать два значения (например, ± 1), а энергия системы равна $-\sum_{ij} J_{ij} S_i S_j$. Здесь J_{ij} — константа взаимодействия спинов i и j ,

а суммирование проводится по всем парам спинов (обычно предполагается, что взаимодействуют лишь спины, находящиеся в соседних узлах решетки). В модели J_{ij} принимают случайные значения — как положительные (ферромагнитное взаимодействие), так и отрицательные (антиферромагнитное взаимодействие) — и характер неупорядоченности определяется функцией распределения этих энергий $f(J)$. При исследовании кинетики модели принимается, что спины взаимодействуют не только друг с другом, но и с термостатом (электронами металла, фононами). Это последнее взаимодействие приводит к переворотам спинов ($S_i \rightarrow -S_i$). Вероятность переворота спина в единицу времени $W(E_i, T)$ зависит от изменения E_i энергии системы при перевороте i -го спина: $E_i = S_i \sum_j J_{ij} S_j$. Вероятности прямого и обратного процессов должны

удовлетворять условию

$$\frac{W(E_i, T)}{W(-E_i, T)} = e^{-E_i/kT},$$

где T — температура термостата.

Важная особенность модели, являющаяся следствием сильной ее неупорядоченности, — большая плотность низколежащих метастабильных состояний, т. е. долин в пространстве состояний системы, отделенных друг от друга и от основного состояния барьерами различной высоты E . Внутри каждой большой долины есть много мелких, отделенных друг от друга мелкими барьерами. При низких температурах, когда ширина распределения $f(J)$ велика по сравнению с энергией kT , система в своем тепловом движении сравнительно быстро преодолевает эти мелкие барьеры, но ей очень редко удается перескочивать из одного метастабильного состояния в соседнее, так как характерное время преодоления барьера E пропорционально $\exp(E/kT)$. В соответствии с такой картиной релаксация из неравновесного состояния складывается из быстрой фазы, связанной с переходами внутри метастабильных

состояний, и медленной, связанной с перескоками между метастабильными состояниями. Эта медленная релаксация может быть аппроксимирована логарифмической функцией времени типа (3.2.4).

Существенно, что в неупорядоченных системах имеется много метастабильных состояний, энергии которых очень мало отличаются от энергии основного состояния. Это приводит, с одной стороны, к тому, что такая система даже при низких температурах проводит в метастабильных состояниях значительную долю времени, перескакивая из одного такого состояния в другое, что и обнаруживается в низкочастотных флуктуациях, а с другой стороны, к тому, что слабое возмущение переводит систему в метастабильные состояния, из которых она медленно «выбирается» после выключения внешнего возмущения.

По-видимому, в большинстве случаев наблюдаемый шум $1/f$ не связан с флуктуациями такого параметра порядка, который можно было бы изменять внешним полем (как в случае флуктуаций намагниченности). Однако описанные выше структура энергетического спектра неупорядоченных систем (наличие низколежащих метастабильных состояний) и картина теплового движения такой системы остаются справедливыми и в более общем случае.

Для модели шума $1/f$ важно, чтобы верхняя граница иерархии времен релаксации была достаточно большой. В простейшей модели с распределением энергий активации — одномерной неупорядоченной модели Изинга со взаимодействием ближайших соседей — наибольшая энергия активации примерно равна дисперсии энергий взаимодействия соседних спинов, т. е. это микроскопическая одночастичная энергия. Однако в общем случае энергии активации в неупорядоченных спиновых моделях могут достигать значительных величин, которым отвечают «геологические» времена.

4. ТОКОВЫЙ ШУМ, ВЫЗЫВАЕМЫЙ ФЛУКТУАЦИЯМИ ТЕМПЕРАТУРЫ

4.1. Идея механизма и первые эксперименты

Температура любого тела, которое находится в тепловом равновесии с окружающими телами, играющими роль термостата, флуктуирует около среднего значения, равного общей температуре T всей системы. Средний квадрат этих флуктуаций равен ⁸⁴

$$\overline{(\delta T)^2} = \int_0^\infty df S_T(f) = kT^2 C^{-1}, \quad (4.1.1)$$

где C — теплоемкость тела, $S_T(f)$ — СПФ его температуры. Таким образом, интеграл от S_T по всем частотам есть термодинамическая величина, не зависящая от условий теплового контакта данного тела с окружающими его телами (в отличие от самой функции $S_T(f)$).

Модель, связывающая низкочастотный токовый шум с равновесными флуктуациями температуры проводника, была предложена в ⁴³. По этой модели токовые флуктуации возникают из-за температурной зависимости сопротивления: $\delta R(t) = (dR/dT) \delta T(t)$. СП относительных флуктуаций напряжения в режиме заданного тока равна

$$\frac{S_U(f)}{U^2} = \frac{S_R(f)}{R^2} = \left(\frac{d \ln R}{dT} \right)^2 S_T(f). \quad (4.1.2)$$

В ⁴³ измерялись флуктуации напряжения на концах тонких (250—2000 Å) сплошных пленок Au, Ag, Cu, Sn, Bi и сплава манганина при комнатной температуре. Во всех случаях, кроме одного, наблюдался шум со СП $S_U(f)$, приблизительно пропорциональной $1/f$. Примечательным исключением был манганин, сопротивление которого при комнатной температуре почти не зависит от температуры: $|\beta| = |d \ln R/dT| < 10^{-4} \text{ K}^{-1}$. Этот

факт рассматривался в ⁴³ как указание на то, что в металлах шум $1/f$ вызывается флуктуациями температуры. Поскольку никаких данных, указывающих на то, что спектр флуктуаций температуры $S_T(f)$ может при каких-либо условиях теплопередачи иметь вид $1/f$, у авторов ⁴³ не было, они просто постулировали, что $S_T \propto 1/f$ в диапазоне частот f от f_1 до f_2 и сконструировали модельную непрерывную функцию $S_T(f)$, интеграл от которой по всем частотам совпадает с (4.1.1):

$$S_T(f) = \frac{kT^2}{cV [3 + \ln(f_2/f_1)]} \begin{cases} \frac{1}{f_1}, & f < f_1, \\ \frac{1}{f}, & f_1 \leq f \leq f_2, \\ \frac{f_2^{1/2}}{f^{3/2}}, & f > f_2; \end{cases} \quad (4.1.3)$$

здесь V — объем образца, c — удельная теплоемкость металла. Авторы ⁴³ связывали частоты f_1 и f_2 с обратными временами теплопроводности на соответственно длину l и ширину w образца: $f_1 = D/\pi l^2$, $f_2 = D/\pi w^2$, где D — температуропроводность металла. В трехмерном случае $S_T(0) = \text{const}$, а при частотах, превышающих обратное время распространения тепла на минимальный размер пленки, $S_T(f)$ должна падать как $f^{-3/2}$. Это и учтено в (4.1.3).

Измеренная в ⁴³ СП токового шума оказалась близкой к величине, даваемой (4.1.2) и (4.1.3), т. е. к

$$S_U(f) = U^2 \left(\frac{d \ln R}{d \ln T} \right)^2 \frac{k}{cV [3 + \ln(f_2/f_1)]} \frac{1}{f}. \quad (4.1.4)$$

Это рассматривалось как еще один аргумент в пользу того, что токовый шум $1/f$ вызван флуктуациями температуры.

Аналогичные исследования спектра шума были выполнены в ⁹¹ на пленках Sr . На спектрах регулярно наблюдался излом на частоте порядка $D/2\pi w^2$.

В ⁴³ указан еще один способ проверки того, вызывается ли наблюдаемый токовый шум флуктуациями температуры. Идея состоит в том, чтобы измерить корреляцию флуктуаций напряжения $\delta U_1(t)$ и $\delta U_2(t)$ на концах двух частей одной и той же пленки, находящихся на расстоянии L друг от друга. Если флуктуации напряжения вызваны флуктуациями температуры, они должны быть коррелированными на низких частотах, когда обе части пленки имеют общую температуру и $\delta T_1 = \delta T_2$, и некоррелированными на высоких частотах, начиная с частоты $\sim D/\pi L^2$. Эксперимент, проведенный на двух пленках висмута, обнаружил, что корреляция действительно падает с f и обращается в нуль примерно при $D/\pi L^2$ в согласии с температурным механизмом токового шума. Однако в одном из образцов корреляция после прохождения через нуль становится отрицательной. Авторы ⁴³ объясняют это погрешностями измерений. Они делают вывод, что измеренная корреляция флуктуаций также подтверждает температурный механизм токового шума в металлических пленках.

Значительная корреляция флуктуаций напряжения на соседних участках металлических пленок (расстояние $\sim 0,2$ мм) наблюдалась также в ⁹¹. Однако она уменьшалась по мере уменьшения тока и становилась довольно малой при наименьшей плотности тока, использованной в измерениях.

В проведенных впоследствии экспериментах ¹⁷ $S_U(f)$ была измерена на металлических пленках в широком диапазоне температур 100–600 К. Было найдено, что хотя при комнатной температуре S_U близка к величине, полученной в ⁴³, и, следовательно, к величине, даваемой (4.1.4), но при других температурах $S_U(f)$ очень далека от (4.1.4), а главное, температурная

зависимость шума совершенно не описывается этим модельным выражением. Совпадение $S_U(f)$ в ⁴³ с (4.1.4) представляется поэтому случайным. Были проведены также измерения корреляции флуктуаций напряжения в термически связанных металлических пленках ^{19, 20}, но никакой корреляции обнаружено не было, в отличие от результата ⁴³ на пленках Vi (подробнее см. п. 4.3).

4.2. Спектр флуктуаций температуры

Спектральную плотность флуктуаций температуры $S_T(f)$ можно вычислить двумя эквивалентными способами. Во-первых, можно решить уравнение теплопроводности для флуктуаций температуры $\delta T(t)$ со сторонними ланжевеновскими потоками, функция корреляции которых известна ⁹². Во-вторых, можно вычислить отклик $\Delta T(\omega) e^{-i\omega t}$ на выделяющуюся в образце переменную мощность $P(\omega) e^{-i\omega t}$. Та часть отклика, которая находится в фазе с переменной мощностью, связана флуктуационно-диссипационным соотношением с $S_T(f)$ (см., например, ^{93, 94}):

$$S_T(f) = 2kT^2 \operatorname{Re} \frac{\Delta T(\omega)}{P(\omega)}. \quad (4.2.1)$$

Если образец конечных размеров находится в контакте с трехмерной бесконечной или полубесконечной средой, то при достаточно низких частотах f распространение тепла от него в среду носит трехмерный характер и $S_T \rightarrow \text{const}$ при $f \rightarrow 0$. Частота, ниже которой S_T практически не меняется, зависит от размеров образца, теплопроводностей образца и среды и от характера теплового контакта между ними.

Наиболее интересная с точки зрения механизма низкочастотного шума ситуация возникает тогда, когда процесс распространения тепла можно считать одномерным. Расчеты $S_T(f)$ в таких системах проводились в ⁹³ (пленка на подложке той же площади) и ⁹⁵ (образец в контакте с однородным проводом — внешней цепью). Оказалось, что когда толщина подложки или длина внешней цепи бесконечно велики, $S_T(f) \propto f^{-1/2}$ при $f \rightarrow 0$. Если эти длины велики, но конечны, то при достаточно низкой частоте рост $S_T(f)$ с понижением f сменяется переходом к постоянному значению. Согласно ⁹³ спектр S_T типа $1/f$ может возникнуть в том случае, когда есть чисто поверхностный флуктуационный поток энергии (из-за флуктуаций теплового излучения). Однако, если такой спектр и может проявиться, то лишь в очень узком диапазоне частот: доминирует спектр типа $f^{-1/2}$.

Аналогичный общий вывод сделан и в ⁹⁵. Часть $S_T(f)$, связанная со сторонними потоками тепла в самом образце, действительно ведет себя как $1/f$ в некотором диапазоне частот в условиях, когда теплообмен с внешней цепью затруднен, но в этих условиях преобладающей является та часть $S_T(f)$, которая связана со сторонними потоками тепла во внешней цепи и имеет иную частотную зависимость. В ⁹⁵ показано, что этот вывод остается справедливым и для трехмерной системы, которая эффективно сводится к одномерной в области низких частот.

Таким образом, теоретические расчеты ^{93, 95} показывают, что СПФ температуры не имеет вида $1/f$ в каком-либо широком диапазоне частот.

Флуктуационно-диссипационное соотношение (4.2.1) позволяет не только вычислить, но и измерить $S_T(f)$. С помощью импульса тока в образец вводят некоторое количество тепла Q и по изменению сопротивления образца $R(t)$ измеряют релаксацию температуры $\Delta T_{\text{im}}(t)$. Легко видеть, что

$$\operatorname{Re} \frac{\Delta T(\omega)}{P(\omega)} = \int_0^{\infty} dt \cos \omega t \frac{\Delta T_{\text{im}}(t)}{Q}. \quad (4.2.2)$$

Измерения, проведенные в ⁴³ на металлических пленках, показали, что при низких частотах (в ⁴³ — при $f < \sim 10$ Гц) величина правой части (4.2.2), а значит, и S_T не зависят от частоты.

В ⁹⁶ предлагается усреднять флуктуации температуры не по объему образца (что было бы правильно), а по объему с размером, равным расстоянию, на которое тепло распространяется за время $1/f$. Этот размер $\propto f^{-1/2}$ при $f \rightarrow 0$. На основе этого допущения получен спектр $S_T \propto 1/f$, что противоречит термодинамическому соотношению (4.1.1), строгим расчетам (в частности, ^{93,95}) и эксперименту.

4.3. Пространственная корреляция флуктуаций

Идея Восса и Кларка ⁴³ об измерении корреляции токовых флуктуаций в различных образцах, термически связанных между собой, оказалась плодотворной. Был выполнен ряд экспериментов ^{19, 20, 56}), но в отличие от первых опытов ^{43,91}, никакой пространственной корреляции обнаружено не было.

Исследованная в ²⁰ система состояла из двух пленок Au (толщиной ~ 600 Å), гальванически изолированных друг от друга слоем диэлектрика SiO толщиной $\sim 0,6$ мкм. Были выполнены измерения двух типов. Во-первых, измерялась СП S_{T12} — фурье-образ функции корреляции флуктуаций температур δT_1 и δT_2 в разных пленках, а также СП S_{T1} и S_{T2} флуктуаций температуры в каждой из пленок. При этом непосредственно измерялась та часть отклика температуры в одной пленке на переменный нагрев другой пленки током, которая находится в фазе с переменной мощностью, и по флуктуационно-диссипационному соотношению типа (4.2.1) определялась S_{T12} (аналогичным образом определялись S_{T1} и S_{T2}). Мерой корреляции флуктуаций температуры в разных образцах служит величина

$$\gamma_T(f) = \frac{S_{T12}(f)}{\sqrt{S_{T1}(f) S_{T2}(f)}}. \quad (4.3.1)$$

На частотах, меньших обратного времени распространения тепла от одной пленки до другой, температуры их флуктуируют «единым образом» и $\gamma_T(f) \approx 1$. Измерения это подтвердили.

С другой стороны, можно измерить корреляцию флуктуаций напряжения на обеих пленках при пропускании тока, т. е. $S_{U12}(f)$, а также СП S_{U1} и S_{U2} , и составить безразмерное отношение γ_U , аналогичное γ_T . Если бы флуктуации проводимости пленок были целиком связаны с флуктуациями температуры, имело бы место равенство

$$\gamma_U^2 = \gamma_T^2 \left\{ \left[1 + \frac{S_{B1}}{S_{U1}(f)} \right] \left[1 + \frac{S_{B2}}{S_{U2}(f)} \right] \right\}^{-1}, \quad (4.3.2)$$

где S_{B1} и S_{B2} — «фоновые» СП флуктуаций, которые в той и другой пленке заведомо не коррелированы (поэтому и введена поправка в (4.3.2)). Зависимость $\gamma_U^2(f)$, определенная по (4.3.2) на основе измеренных γ_T (термические измерения), показана на рис. 14 (кривая 1).

Однако непосредственные измерения S_{U12} не обнаружили никакой корреляции флуктуаций напряжения: γ_U^2 с точностью $5 \cdot 10^{-4}$ равна нулю (прямая 2 на рис. 14). К тому же оценка по формуле (4.1.2) показала, что флуктуации температуры ответственны за токовый шум (со спектром, не зависящим от частоты при $f < \sim 10$ Гц), который на частоте 10 Гц более чем на 3 порядка меньше наблюдаемого токового шума.

Сходные эксперименты выполнены на транзисторах в Si-интегральной схеме. В пределах точности эксперимента ($\sim 2\%$) никакой корреляции флуктуаций напряжения на разных транзисторах не было найдено, хотя флуктуации температуры в них на тех же частотах практически полностью коррелированы ⁵⁶. Отсутствует также корреляция флуктуаций напряжения на концах двух половин одной и той же металлической пленки длиной ~ 1 мм ¹⁹.

Несмотря на то, что причины, по которым в ^{43, 91} наблюдалась заметная пространственная корреляция токовых флуктуаций со спектром $1/f$, не выяснены, на основе изложенных экспериментов и теоретических расчетов можно считать, что шум $1/f$ обычно вызывается не флуктуациями темпера-

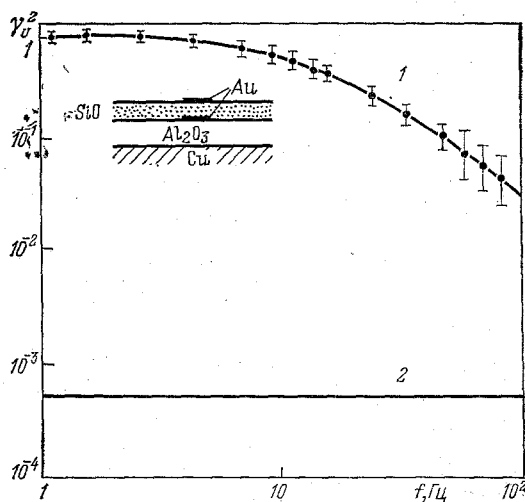


Рис. 14. Зависимость квадрата коэффициента корреляции токовых флуктуаций в двух пленках Au, разделенных диэлектриком, от частоты ²⁰.

1 — зависимость, вычисленная по формуле (4.3.2) с использованием измеренных величин γ_T ; 2 — прямая, соответствующая непосредственному измерению кросс-корреляции, проведена на уровне экспериментальной погрешности. На вставке — схематический разрез образца

туры, а какими-то иными механизмами. Флуктуации температуры, по-видимому, действительно определяют токовый шум в состоянии, переходном от нормального к сверхпроводящему ¹⁸, когда температурная зависимость сопротивления огромна, но наблюдаемый при этом токовый шум не имеет четко выраженного спектра $1/f$.

5. НИЗКОЧАСТОТНЫЙ ТОКОВЫЙ ШУМ В ПОЛУПРОВОДНИКАХ

5.1. Поверхностный шум

Интенсивные исследования механизмов низкочастотного токового шума в полупроводниках и полупроводниковых приборах ведутся с начала 50-х годов, т. е. с начала бурного развития физики полупроводников и полупроводниковой электроники, которое последовало за созданием технологий чистых полупроводниковых материалов и изобретением транзистора. Большое внимание привлекает, в частности, вопрос: где находятся источники шума типа $1/f$ — в объеме или на поверхности полупроводника?

Как известно, электропроводность приповерхностной области пространственного заряда (ОПЗ) зависит от величины заряда в поверхностных состояниях полупроводника. Флуктуации этого заряда должны приводить к флуктуациям электропроводности ОПЗ и всего образца, которые обнаруживаются в виде токового шума. Чтобы установить, какую роль играет этот поверхностный механизм токового шума, следует выяснить, как влияют на него такие изменения поверхности, которые не сопровождаются изменением объемных свойств полупроводника, — наложение электрического поля, перпендикулярного поверхности, через диэлектрический слой (как в эффекте поля) и хемосорбция или десорбция различных веществ путем изменения среды, в которой находится образец.

Влияние электрического поля, перпендикулярного поверхности, на шум $1/f$ было исследовано в ⁹⁹ на образцах Ge n- и p-типа толщиной 50 — 100 мкм. Шум растет по мере того, как тип проводимости в ОПЗ становится противоположным типу проводимости в объеме, т. е. по мере роста инверсионного

слоя на поверхности. Наибольшее увеличение шума — примерно в 5—6 раз. В образцах *p*-типа шум увеличивался лишь при росте потенциала поверхности φ_s в положительную сторону, а в образцах *n*-типа, наоборот, — только при изменении φ_s в отрицательную сторону. Изменение φ_s в противоположную сторону не вызывало заметного изменения шума. Интересно, что при изменениях поля шум релаксирует во времени по очень медленному (логарифмическому) закону, проводимость же (эффект поля) — гораздо быстрее.

Влияние газовой среды на шум $1/f$ наблюдалась в ¹⁰⁰ на образцах Ge *n*- и *p*-типа с поперечным сечением $0,5 \times 0,5$ мм². Относительное изменение СП шума при переходе от сухого азота к влажному в разных образцах было от $-0,5$ до $+5,5$. Наблюдалось также 10-кратное увеличение шума при переходе от сухого азота к жидкому CCl_4 . При этом изменялся также показатель γ в частотной зависимости спектральной плотности ($f^{-\gamma}$) от 1 до 1,2.

Другое наблюдение сильной зависимости шума типа $1/f$ от состава газовой среды было сделано в ¹⁰¹ на Si-фотодиоде в условиях обратного смещения. При замене сухой атмосферы на влажную и неизменном токе шум увеличился в $\sim 10^3$ раз на частоте 10⁴ Гц и в $\sim 5 \cdot 10^5$ раз на частоте 100 Гц.

Изменения проводимости, вызываемые изменением заряда поверхности, ограничены тонкой ОПЗ, толщина которой в Si и Ge обычно $\sim 10^{-5}$ — 10^{-4} см. Чаще всего толщина d образцов гораздо больше толщины ОПЗ, и следует ожидать, что влияние поверхности на шум тем больше, чем тоньше образец. Чтобы увеличить чувствительность шума к условиям на поверхности, измерения в ⁶³ проводились на довольно тонких образцах *n*-Ge ($d \sim 2$ — 6 мкм). Состав газовой среды циклически изменялся от влажного азота до озона. Этот цикл позволяет изменять потенциал поверхности от положительных значений (ОПЗ обогащена электронами) до таких отрицательных значений, при которых имеет место инверсия типа проводимости у поверхности. Как и следовало ожидать ¹⁰², проводимость образцов проходила при этом через минимум G_m . Непосредственно измерялась СП шума S_G как функция превышения проводимости G над G_m (рис. 15). Интересно, что шум минимален при том же составе газовой среды, что и проводимость. В крайних точках цикла шум больше, чем в минимуме, в 25—40 раз. В ⁶³ в отличие от ⁹⁹ наблюдалось увеличение шума не только при изменении потенциала в сторону образования инверсионного слоя, но и при противоположном изменении φ_s . Однако рост шума как функция $G - G_m$ гораздо более крутой в первом случае.

Влияние обработки поверхности (травления) на величину СП шума $1/f$ в образцах *n*-InSb показано на рис. 16.

Один из основных приборов полупроводниковой электроники — полевой триод на основе структуры металл — диэлектрик — полупроводник — обнаруживает значительный токовый шум типа $1/f$. Речь идет о флуктуациях тока (в полупроводнике) параллельного поверхности раздела диэлектрик — полупроводник. Исследованию шума в этих приборах посвящено большое число работ ^{103–107, 141}. Ряд обнаруженных при этом факторов послужил основанием для вывода о поверхностном механизме шума. В ¹⁰³ измерения зависимости СП шума от напряжения V_g на затворе (т. е. между полупроводником и металлом) сопоставлены с измеренной на той же структуре зависимостью плотности поверхностных состояний $\rho_{ss}(V_g)$. Эти зависимости при низких частотах $f < 1$ кГц оказались подобными (рис. 17). Подобными оказались также зависимости $S_U(V_g)$ и поперечной проводимости $G_{ss}(V_g)$, связанной с перетеканием заряда в поверхностные состояния. Аналогичное сопоставление S_U и ρ_{ss} сделано в ¹⁰⁴. Обнаружено, что независимо от температуры и кристаллографической ориентации поверхности Si все точки зависимости $S_U(\rho_{ss})$ в двойном логарифмическом масштабе ложатся на одну прямую.

Если флуктуации проводимости полупроводника вызываются флуктуациями концентрации носителей тока в ОПЗ и, в конечном счете, — флуктуа-

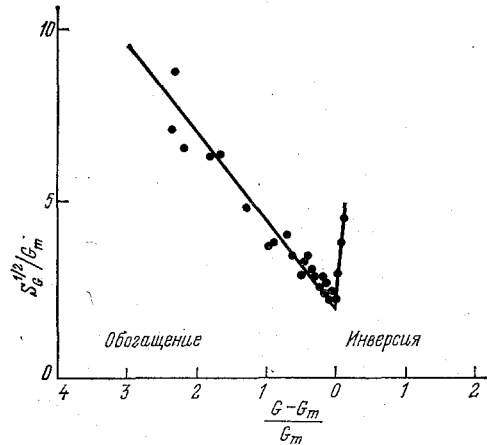
циями потенциала поверхности φ_s , то СП флуктуаций напряжения равна

$$\frac{S_U(f)}{U^2} = \left(\frac{dG_s}{d\varphi_s} \right)^2 \frac{S_\varphi(f)}{(G_V + G_s)^2}; \quad (5.1.1)$$

здесь G_V — проводимость образца в отсутствие заряда на поверхности, G_s — проводимость ОПЗ, S_φ — СПФ потенциала поверхности.

Рис. 15. Зависимость СП относительных флуктуаций проводимости образца n-Ge от относительного изменения проводимости в цикле изменения газовой среды над поверхностью⁶³.

Толщина образца 6 мкм, $\rho = 32$ Ом·см. Частота 20 Гц; по оси ординат ед. 10^{-7} Гц $^{-1/2}$



Видно, что поверхностный токовый шум должен исчезать при том же потенциале поверхности, при котором поверхностная проводимость G_s минимальна. Это согласуется с опытом⁶³, но лишь в том смысле, что на опыте

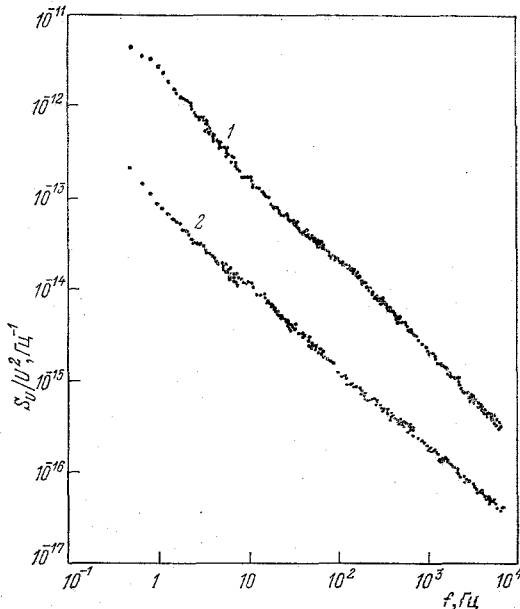


Рис. 16. Частотная зависимость СП относительных флуктуаций напряжения в образце n-InSb⁶⁵.

$n = 10^{14}$ см $^{-3}$, размеры $7 \times 0,4 \times 0,4$ мм 2 . 1 — до травления, 2 — после травления в СР-4

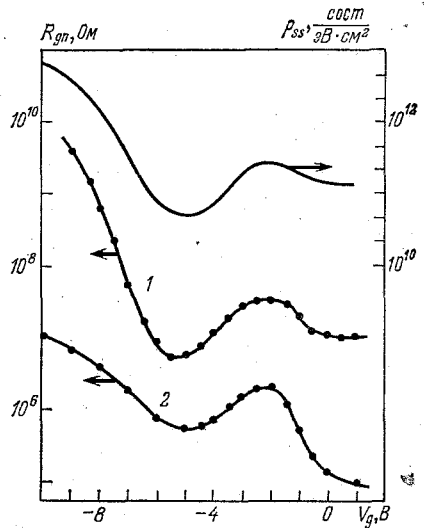


Рис. 17. Эквивалентное шумовое сопротивление полевого транзистора (левая шкала) и плотность поверхностных состояний (правая шкала) как функции напряжения на затворе¹⁰³.

1 — частота 20 Гц, 2 — частота 1 кГц

шум проходит через минимум одновременно с G . Однако шум не обращается в нуль при $G = G_m$, хотя и сравнительно мал в этой точке. Его ненулевое

значение можно объяснить либо неоднородностью потенциала поверхности, либо флуктуациями подвижности носителей тока, либо наличием объемных источников шума.

В довольно общем виде можно понять также зависимость поверхностного токового шума от размеров образца. Если поверхность однородная и радиус корреляции флуктуаций заряда в поверхностных состояниях мал по сравнению с размерами поверхности, то $S_\varphi \propto A^{-1}$, где A — площадь поверхности. Из (5.1.4) следует, что при $G_V \gg G_s$ шум $S_U/U^2 \propto (Vd)^{-1}$, где d — толщина образца, V — его объем, а при $G_V \propto G_s$ шум $S_U/U^2 \propto A^{-1}$. Зависимость СП относительных флуктуаций напряжения $S_U/U^2 \propto (Vd)^{-1}$ приводится в ¹⁰⁸. Она подтверждена в ¹⁰⁸ экспериментально на p^+-n-n^+ GaAs-резисторах, что позволило сделать вывод о поверхностном механизме шума $1/f$ в этих резисторах (в случае чисто объемных источников шума $S_U/U^2 \propto V^{-1}$, см. п. 2.7).

Зависимость поверхностного токового шума от концентрации основных носителей тока n в объеме полупроводника не является, вообще говоря, однозначной, так как при переходе от одного образца с одной концентрацией n к другому с другой (или даже той же) концентрацией n могут измениться все характеристики поверхности. Известно, однако, что при типичной обработке на поверхностях Ge и Si ¹⁰⁹, а также GaAs ¹¹⁰ возникает такой спектр поверхностных состояний в запрещенной зоне полупроводника, который фиксирует положение уровня Ферми E_F относительно краев зон $E_c(0)$ и $E_v(0)$ на поверхности независимо от n . В частности, в Ge и Si $E_c(0) = E_F \approx E_g/2$, где E_g — ширина запрещенной зоны.

Большая плотность поверхностных состояний приводит не только к независимости уровня Ферми на поверхности от n , но и к тому, что емкость поверхностных состояний велика по сравнению с емкостью ОПЗ. Следует ожидать, что по этим причинам СП S_φ не зависит от объемной концентрации носителей n . Кроме того, в том случае, когда уровень Ферми на поверхности фиксирован далеко от краев зон, в материалах, в которых концентрация носителей в объеме велика по сравнению с собственной концентрацией n_i , в ОПЗ образуется слой истощения. С помощью (5.1.4) и выражения для $dG_s/d\varphi_s$ из ¹⁰² нетрудно найти, что в случае слоя истощения и не очень тонких образцов ($G_V \gg G_s$)

$$\frac{S_U(f)}{U^2} = \frac{\kappa \epsilon^2}{8\pi k T n V d (|Y| - 1)} A S_\varphi. \quad (5.1.2)$$

В этом равенстве κ — диэлектрическая проницаемость кристалла,

$$|Y| = \frac{e |\varphi_s|}{kT} = [E_c(0) - E_F] (kT)^{-1} + \ln \frac{n}{N_c},$$

N_c — эффективная плотность состояний в зоне основных носителей.

Таким образом, в рассматриваемых довольно типичных условиях СП токового шума S_U/U^2 пропорциональна $1/n$ с точностью до слабой логарифмической зависимости $|Y|$ от n и ожидаемой слабой зависимости S_φ от n . Такая закономерность (пропорциональность СП шума $1/f$ удельному сопротивлению материала) была подмечена в ⁶¹ в опытах на Ge n - и p -типа. Она соответствует также эмпирическому соотношению Хоуге (2.8.1), которое, однако, Хоуге считал свидетельством в пользу объемного механизма шума.

Конкретные механизмы флуктуаций заряда в поверхностных состояниях со спектром типа $1/f$ в настоящее время известны явно недостаточно, однако общие выводы модели поверхностного токового шума (зависимость от потенциала, размеров образца, концентрации носителей тока в объеме) согласуются с экспериментом. Сказанное не означает, что в полупроводниках шум $1/f$ всегда связан с поверхностью или контактами. Мы не рассматриваем здесь объемные механизмы шума $1/f$, потому что, если позволительно так выразиться, они еще менее известны, чем поверхностные механизмы шума.

5.2. Другие проблемы

Большое внимание уделялось вопросу: чем вызван шум $1/f$ в полупроводниках — флуктуациями числа носителей тока или флуктуациями их подвижности^{10?} В¹⁴⁷ измерялась СП шума $1/f$ эпитаксиальной пленки $n\text{-GaAs}$ в условиях сильного геометрического магнитосопротивления, когда длина образца в направлении тока мала по сравнению с линейными размерами контакта. Если бы шум вызывался флуктуациями подвижности μ , измеряемая СПФ напряжения S_U обращалась бы в нуль при $\mu B = 1$, где B — магнитная индукция. В действительности СП вообще не менялась с B , а это значит, что шум вызван отнюдь не флуктуациями подвижности.

За недостатком места мы не можем обсудить целый ряд интересных проблем шума в полупроводниках: влияние магнитного поля на шум^{23,29,45,61,111}, флуктуации холловского напряжения^{112,113}, флуктуаций термоэдс¹¹⁴, влияние сильного электрического поля^{115,116} и деформации⁶². Шум в полупроводниковых приборах рассматривается в обзорах^{6,117}. Измерения интенсивности низкочастотного токового шума использовались для отбраковки ненадежных полупроводниковых приборов: чем больше шум, тем вероятнее отказ прибора во время работы¹¹⁸.

6. ТОКОВЫЙ ШУМ В МЕТАЛЛАХ И ПОЛУМЕТАЛЛАХ

6.1. Температурная зависимость СПФ в металлах

Выше был уже приведен ряд данных о шуме типа $1/f$ в сплошных металлических пленках (толщина $\sim 10^{-5}$ см): о частотной зависимости $S_U(f)$ (п. 2.4), об абсолютной величине S_U/U^2 и ее соответствии соотношению Хоуге (п. 2.8). В настоящем разделе мы приведем экспериментальные данные о температурной зависимости шума.

Впервые шум типа $1/f$ в сплошных металлических пленках (Au) был измерен, по-видимому, в⁶⁷ (ранее измерения велись на островковых пленках, в которых шум типа $1/f$ гораздо больше). Авторы нашли, что СПФ в Au на стеклянных подложках равна $S_U/U^2 = \alpha/nVf$, где n — концентрация электронов в Au, V — объем образца, $\alpha = 2,4 \cdot 10^{-3}$, т. е. СПФ согласуется с формулой Хоуге (2.8.1). Они нашли также, что $S_U(f)$ слабо зависит от температуры.

Совершенно иная температурная зависимость шума наблюдается в сплошных пленках Ag, Au, Cu и Ni на сапфировых подложках^{17,119–121}. Она была измерена в широком интервале температур от 100 до ~ 600 К главным образом с целью проверить предложенную ранее⁴³ модель шума $1/f$ (см. п. 4.1). Полученные данные представлены на рис. 18–21.

Согласно^{9,17} шум складывается из двух частей: А) шума, почти не зависящего от температуры, но сильно зависящего от рода подложки, и В) шума, сильно зависящего от температуры, но очень слабо зависящего от подложки. При $T \lesssim 350$ К шум типа В пропорционален $\exp(-E_g/kT)$, причем величина E_g/k равна 1750 К (Ag), 1400 К (Au) и 1250 К (Cu). При комнатной температуре, как правило, преобладающим является шум типа В. В^{9,17,75} обсуждаются возможные механизмы возникновения такой температурной зависимости шума. Отметим лишь, что сопротивление ρ пленок зависит от температуры так, как это характерно для металлов, экспоненциальная температурная зависимость не наблюдается.

На рис. 18–21 пунктирной линией проведена зависимость S_U/U^2 от температуры в том случае, если бы СПФ следовала формуле (4.1.4) Восса и Кларка. Видно, что ниже комнатной температуры наблюдаемый шум намного меньше, т. е. модельная формула (4.1.4) не описывает температурную зависимость шума типа $1/f$ в металлах.

Шум в пленках Sn сильно зависит от рода подложки (стекло или сапфир) и от сцепления пленки с подложкой⁶⁸. В пленках, нанесенных на сапфир, шум меньше. Шум дополнительно снижается, если олово нанесено на проме-

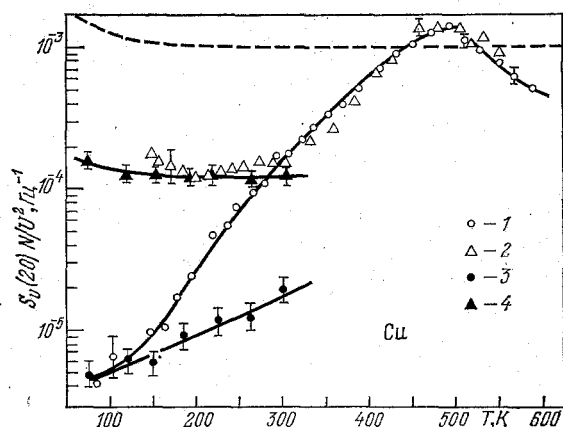


Рис. 18. Температурная зависимость СП относительных флуктуаций напряжения на пленках Sn¹²⁰.

N — полное число атомов в пленке, $f = 20$ Гц. Непосредственные измерения шума: подложка из сапфира (1) и кварца (2). Расчет на основе измерений отклика на ступенчатое введение мощности в пленку по Восу и Кларку: подложка из сапфира (3) и кварца (4). Штриховая кривая — расчет по модели Восса и Кларка

жуточный слой (толщиной ~ 50 Å) окиси олова, полученный с помощью тлеющего разряда.

Многочисленные экспериментальные данные, полученные Жигальским с сотрудниками^{122–125} на пленках Al и Cr, указывают на то, что токовый шум растет по мере увеличения концентрации дефектов в металле.

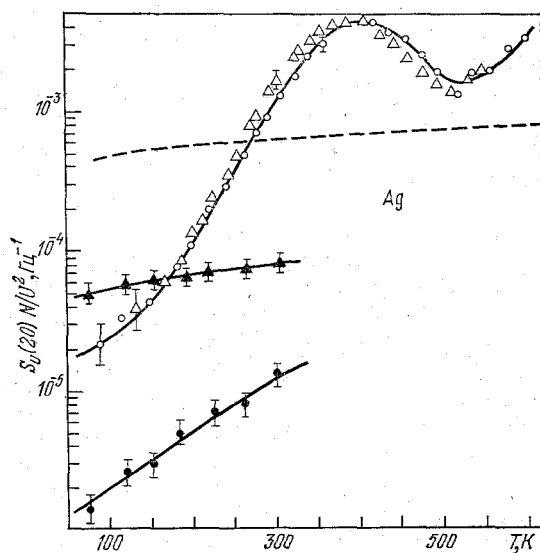


Рис. 19. Температурная зависимость СП относительных флуктуаций напряжения на пленках Ag¹²⁰.

Обозначения те же, что и на рис. 18

С точки зрения модели флуктуаций температуры (см. гл. 4) наблюдаемое сильное влияние материала подложки на шум объяснялось разной теплопроводностью на границе пленка — подложка в зависимости от материала подложки и качества сцепления пленки с ней. В настоящее время температурная модель представляется неубедительной (гл. 4), и влияние подложки на шум можно, по-видимому, связывать лишь с разной дефектной структурой пленок, полученных на разных подложках.

Островковые металлические пленки обнаруживают гораздо больший токовый шум, чем сплошные пленки тех же металлов (исследования шума

Рис. 20. Температурная зависимость СП относительных флуктуаций напряжения на пленке Au толщиной 800 Å на сапфировой подложке ¹⁷.

N — полное число атомов в пленке, $f = 20$ Гц. Штриховая кривая — расчет по модели флуктуаций температуры ⁴³. Заштрихованный прямоугольник — область, в которую попадают экспериментальные данные ⁴³

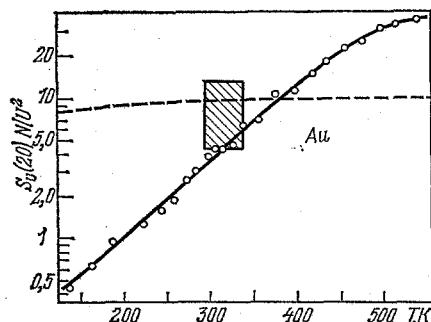
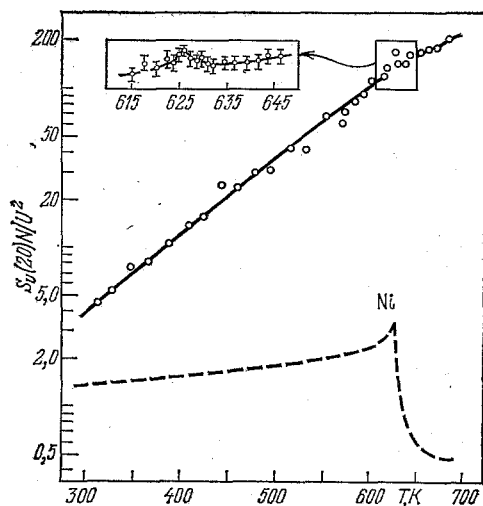


Рис. 21. Температурная зависимость СП относительных флуктуаций напряжения на пленке Ni толщиной 800 Å на сапфировой подложке ¹⁷.

На вставке более подробно показана область вблизи точки Кюри. Штриховая кривая — расчет по модели флуктуаций температуры Восса и Кларка ⁴³



в островковых пленках проводились, в частности, в ²²). Авторы ²¹ отмечают, что висмутовые вискры тоже шумят гораздо сильнее пленочных образцов.

6.2. Низкочастотный токовый шум и внутреннее трение в металлах

Довольно естественной представляется идея — связать низкочастотный токовый шум типа $1/f$ с другими релаксационными явлениями в твердых телах, обратные времена релаксации которых (явлений) того же порядка, что и частоты, на которых наблюдается шум $1/f$. Одно из таких явлений — внутреннее трение, механизмы которого довольно хорошо изучены ¹²⁶. На низких частотах внутреннее трение создается различными движениями дефектов — переориентацией их, миграцией и т. п. В ^{55,97} исследован вклад этих хорошо установленных механизмов внутреннего трения в токовый шум.

Многие дефекты имеют более низкую симметрию по сравнению с точечной симметрией кристалла и могут находиться в нескольких положениях, энергии которых одинаковы. Пример — примеси внедрения в октаэдрических междоузлиях ОЦК кристалла (C и N в α -Fe). Каждый атом примеси имеет ось 4-го порядка вдоль одной из трех кубических осей кристалла. В этом конкретном случае число возможных положений дефекта $s = 3$. При перескоке его в соседнее междоузлие его ориентация меняется. В состоянии термодинамического равновесия и в отсутствие деформации все s возможных ориентаций дефекта равновероятны. При наложении упругих напряжений

σ_{ij} свободные энергии, соответствующие разным ориентациям α ($\alpha = 1, \dots, s$), неодинаковы и ориентации неравновероятны. Если частота деформации ω не слишком мала и не слишком велика по сравнению с обратным временем τ^{-1} перескока дефекта из одного положения в другое, между $\sigma_{ij}(\omega)$ и деформацией $u_{ij}(\omega)$ возникает разность фаз и происходит диссипация упругой энергии. Обратная добротность, характеризующая величину внутреннего трения, может быть записана в виде ¹²⁶

$$Q^{-1}(\omega, T) = B \frac{n_d}{kT} \frac{\omega\tau}{1 + \omega^2\tau^2}; \quad (6.2.1)$$

здесь n_d — концентрация дефектов, коэффициент $B \sim 10^{-34} - 10^{-33}$ эрг·см³.

Из-за случайного характера переориентаций концентрация n_α дефектов с каждой данной ориентацией флуктуирует около среднего значения n_d/s . Из-за того, что те дефекты, симметрия которых ниже точечной симметрии кристалла и которые дают вклад во внутреннее трение, по-разному рассеивают электроны проводника в разных своих положениях, флуктуации δn_α вызывают флуктуации тензора электросопротивления

$$\delta \rho_{ij}(\mathbf{r}, t) = \sum_{\alpha} \frac{\overline{\partial \rho_{ij}}}{\partial n_{\alpha}} \delta n_{\alpha}(\mathbf{r}, t); \quad (6.2.2)$$

здесь тильда обозначает, что из производной вычтена та ее часть, которая не зависит от ориентации α и имеет ту же симметрию, что и среднее сопротивление кристалла. Это значит, что $\sum_{\alpha} \overline{\partial \rho_{ij}} / \partial n_{\alpha} = 0$.

Величина $\sum_i \overline{\partial \rho_{ii}} / \partial n_{\alpha}$ (след тензора), будучи скаляром, одинакова для разных ориентаций α . Поэтому она равна $\frac{1}{s} \sum_{\alpha} \sum_i \overline{\partial \rho_{ii}} / \partial n_{\alpha}$. Так как сумма по α равна нулю, равен нулю и след тензора $\overline{\partial \rho_{ij}} / \partial n_{\alpha}$. Отсюда следует, что в рассматриваемой модели флуктуационный тензор удельных сопротивлений (6.2.2) характеризуется нулевым следом.

Спектральная плотность флуктуаций удельного сопротивления в точках \mathbf{r}_1 и \mathbf{r}_2 пропорциональна $\delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)$ (см. (2.6.1)), а коэффициент пропорциональности равен ^{55,97}

$$F_{ijkl}(\omega) = \frac{4n_d\tau}{s(1 + \omega^2\tau^2)} \sum_{\alpha\beta} \frac{\overline{\partial \rho_{ij}}}{\partial n_{\alpha}} \frac{\overline{\partial \rho_{kl}}}{\partial n_{\beta}} \left(\delta_{\alpha\beta} - \frac{1}{s} \right). \quad (6.2.3)$$

Оценка дает, что $|\overline{\partial \rho_{ij}} / \partial n_{\alpha}| / \rho \sim \sigma_s l$, где $\sigma_s \sim a_0^2$ — сечение рассеяния электронов дефектом, a_0 — межатомное расстояние (размер точечного дефекта), l — длина свободного пробега электронов. Поэтому

$$\frac{S_U}{U^2} \approx \frac{n_d(\sigma_s l)^2}{V} \frac{\tau}{1 + \omega^2\tau^2}. \quad (6.2.4)$$

Из-за того, что время релаксации τ дефектов обычно на много порядков превосходит как время свободного пробега электронов, так и время релаксации температуры пленки, токовый шум, вызываемый перемещениями дефектов, может на низких частотах $\omega \ll \tau^{-1}$ превосходить как найквистовский шум (при плотностях тока, обычно используемых при измерениях токового шума в металле $j \sim 10^6$ А/см²), так и токовый шум, вызываемый флуктуациями температуры.

Если имеется плавное распределение $n(E)$ дефектов по энергиям активации E ($\tau = \tau_0 \exp(E/kT)$), то, с одной стороны, возникает токовый шум со спектром, близким к $1/f$ (см. п. 3.1):

$$\frac{S_U(f)}{U^2} \approx \frac{n(E_\omega) [l\sigma_s(E_\omega)]^2 kT}{Vf}, \quad E_\omega = kT \ln(\omega\tau_0)^{-1}, \quad (6.2.5)$$

а с другой стороны, внутреннее трение, которое лишь слабо зависит от частоты f и температуры T (фон в спектре внутреннего трения):

$$Q_{\text{фон}}^{-1} = \frac{\pi}{2} n(E_\omega) B(E_\omega). \quad (6.2.6)$$

Пользуясь (6.2.5) и (6.2.6), можно связать величину шума $1/f$ с величиной фона в спектре внутреннего трения^{55,97}:

$$\frac{S_U(f)}{U^2} = \frac{2kT [l\sigma_s(E_\omega)]^2 Q_{\text{фон}}^{-1}}{\pi B(E_\omega)} \cdot \frac{1}{Vf}. \quad (6.2.7)$$

Фон в спектре $Q^{-1}(T)$ действительно наблюдается и особенно высокий ($Q_{\text{фон}}^{-1} \sim 10^{-4} - 10^{-3}$) — в металлах (рис. 22). При типичных для металлов

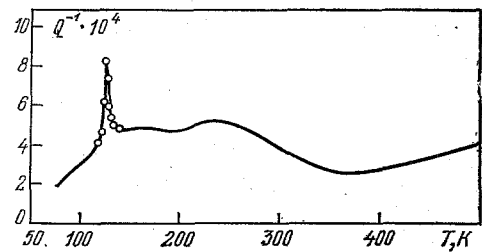


Рис. 22. Спектр внутреннего трения в хроме на частоте $\sim 1,7$ Гц — зависимость обратной добротности от температуры¹²⁷. Видны дебаевский пик при 126 К и фон внутреннего трения

значениях параметров коэффициент при $1/Vf$ в (6.2.7) порядка $10^{-26} - 10^{-25} \text{ см}^3$, т. е. порядка α_H/n , где $n \sim 10^{22} - 10^{23} \text{ см}^{-3}$ — концентрация электронов, $\alpha_H = 2 \cdot 10^{-3}$ — константа Хоуге. Таким образом, изложенный механизм флуктуаций проводимости позволяет объяснить не только их анизотропию, но и характерную величину СП шума $1/f$ в металлических пленках. Остается однако, неясным, с чем связан широкий разброс энергий активации дефектов.

7. ФЛУКТУАЦИИ СО СПЕКТРОМ ТИПА $1/f$ В ДРУГИХ СИСТЕМАХ

Электрические флуктуации со спектром типа $1/f$ наблюдаются не только в твердых телах, но и в жидкостях: в жидком галлии¹²⁸ и электролите¹²⁹. СП флуктуаций напряжения на мембране живого, т. е. неравновесного, но спокойного нерва тоже следует закону $1/f$ ¹³⁰.

Есть целый ряд работ по наблюдению магнитного шума со спектром типа $1/f$ в ферромагнетиках¹³¹⁻¹³⁴.

Частота ν сигнала, генерируемого стандартами частоты, претерпевает медленные «уходы» (наряду с «дрейфом»). СП относительных флуктуаций частоты $S_\nu(f) = \nu_0^{-2} S_\nu(f)$ содержит не только часть, не зависящую от частоты f флуктуаций («белый» шум), но и часть, обратно пропорциональную частоте f . Ее можно записать в виде C/f , где C — некоторый безразмерный коэффициент. Мерой разброса (неточности) частоты ν служит $\sigma^2(t_m)$ — зависящий от времени t_m измерения средний квадрат относительных отклонений частоты ν . Можно показать¹³⁵, что вклад белого шума в $\sigma^2(t_m)$ пропорционален t_m^{-1} , а вклад шума $1/f$ равен $2C \ln 2$, т. е. не зависит от времени измерения t_m . Таким образом, шум $1/f$ определяет минимальную достижимую неточность измерения частоты и времени.

Измерения на многих кварцевых стандартах частоты показали, что величина шума $1/f$ в спектре уходов частоты (т. е. коэффициент C) зависит от

добротности Q кварцевого резонатора: $C = 62 Q^{-4,3}$ (эмпирический аналог флуктуационно-диссипационного соотношения)¹³⁶.

Целый ряд геофизических (скорости течений, разливы рек и т. п.) и астрофизических процессов (мощность различных источников излучений) флуктуирует. В ряде случаев соответствующая СПФ — типа $1/f$ (см. обзор⁵).

Авторы¹³⁷ наблюдали флуктуации числа машин, проходящих в единицу времени по скоростному шоссе. Корреляционный анализ показал, что СПФ при низких частотах пропорциональна $1/f$ (при высоких имеет место дробовой шум).

Количество инсулина, потребное больному диабетом для поддержания неизменного количества сахара в крови, флуктуирует (при неизменной диете). Корреляционный анализ флуктуаций показал, что СПФ следует закону $1/f$ в большом диапазоне частот (измерения проводились в течение более 8 лет)¹³⁸.

Вполне вероятно, что каждый из перечисленных случайных процессов складывается из большого числа «элементарных» процессов с чрезвычайно сильно отличающимися характерными временами релаксации.

Спектры типа $1/f$ могут возникать в *динамических* (детерминированных) нелинейных системах (см., например,^{139,140}). В настоящее время неясно, в каком отношении находятся эти результаты к рассмотренному выше шуму $1/f$ в *кинетических* системах.

8. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Попытаемся оценить состояние проблемы шума $1/f$. К настоящему времени благодаря многочисленным экспериментам (некоторые из них очень остроумны и стали классическими), а также благодаря теоретическому анализу этих экспериментов установлены основные свойства этого шума. Общим свойством шума этого типа является монотонный (как правило) рост спектральной плотности (СП) с понижением частоты и видимое отсутствие перехода СП на плато вплоть до рекордно низких частот ($\sim 10^{-7}$ Гц в случае электрического шума). Однако достоверно установлено также, что, несмотря на сходство спектров шума, форма их все же разная в разных системах, и даже в одном образце спектр зависит от температуры и других факторов (п. 2.1), а это заставляет сомневаться в существовании универсального механизма шума $1/f$. В типичных случаях функция распределения флуктуаций — гауссовская (2.3) и шум представляет собой стационарный случайный процесс (п. 2.4), вызываемый равновесными флуктуациями проводимости (п. 2.5), радиус корреляции которых настолько мал, что в тех опытах, в которых пространственная корреляция флуктуаций измерялась, был найден лишь верхний предел длины корреляции (п. 2.7). Прямые теоретические расчеты (п. 4.2), анизотропия флуктуаций проводимости в ряде твердых тел (п. 2.6), отсутствие пространственной корреляции флуктуаций проводимости на «термических масштабах» (пп. 2.7 и 4.3) дают основание считать, что шум $1/f$ вызывается не флуктуациями температуры, а другими механизмами. В настоящее время на роль таких механизмов могут претендовать, по-видимому, разнообразные процессы возникновения и перемещения дефектов в проводниках. Эта идея, высказанная, по существу, Шоттки сразу же после открытия шума $1/f$ (применительно к термоэмиссионному катоду), представляется и сейчас наиболее правдоподобным объяснением этого шума. Как уже упоминалось во введении, на связь шума $1/f$ с дефектной структурой твердых тел указывает, помимо прочего, сильная зависимость шума от технологии получения образцов, а также тот факт, что даже у образцов, полученных по одной технологии и имеющих близкие электрофизические параметры, интенсивность шума $1/f$ часто совершенно разная (п. 2.8).

Несмотря на то, что основные свойства шума $1/f$ известны, проблема далека от удовлетворительного решения, так как многие эффекты, связанные с этим шумом, не поняты, для многих систем механизмы шума не найдены и

даже локализация источников шума остается неопределенной. Трудная проблема — шум $1/f$ в жидкостях^{128,129}: находятся ли источники шума в жидкости или на контакте с твердым телом?

Чаще всего шум $1/f$ не удается связать с другими явлениями в тех же системах. Это можно объяснить, во-первых, тем, что измерение спектра токового шума (флуктуационная спектроскопия) гораздо чувствительнее других методов к низкочастотной кинетике дефектов, так что наблюдаемые по спектру шума релаксационные явления не удается одновременно (на тех же образцах) наблюдать по другим физическим эффектам, и, во-вторых, тем, что кинетика дефектов изучена совершенно недостаточно. С другой стороны, экспоненциально широкое распределение времен релаксации (или плавное распределение энергий активации и туннельных параметров), с помощью которого объясняют спектр шума $1/f$ (гл. 3), позволяет объяснить и ряд других явлений диэлектрической и магнитной релаксации, внутреннего трения, так что эту картину низкочастотной кинетики реальных твердых тел нельзя считать лишь гипотезой, придуманной для объяснения одного явления — шума $1/f$.

Нужно иметь в виду, что шум $1/f$ — серьезная помеха во многих электронных приборах. Есть надежда хотя бы частично его устранить, если удастся полное решить проблему, и, в частности, выявить конкретные механизмы низкочастотного токового шума.

Автор очень признателен М. И. Дьяконову, В. Б. Сандомирскому, Р. А. Сурису и А. Я. Шульману, прочитавшим рукопись обзора и сделавшим ценные замечания.

Институт радиотехники и электроники АН СССР

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Johnson J. B.— Phys. Rev., 1925, v. 26, p. 71.
2. Schottky W.— Ibidem, 1926, v. 28, p. 74.
3. Малахов А. Н.— Радиотехн. и электрон., 1959, т. 4, с. 54.
4. Hooge F. N.— Physica. Ser. B, 1976, v. 83, p. 14.
5. Press W. H.— Comm. Astrophys. and Space Phys., 1978, v. 7, p. 103.
6. Van der Ziel A.— Adv. Electron. and Electron. Phys., 1979, v. 49, p. 225.
7. Bell D. A.— J. Phys. Ser. C, 1980, v. 13, p. 4425.
8. Weissman M. B.— In: Proc. of 6th Intern. Conference on Noise in Physical Systems.— Washington D. C.: U. S. Department of Commerce, 1981, p. 133.
9. Dutta P., Horn P. M.— Rev. Mod. Phys., 1981, v. 53, p. 497.
10. Hooge F. N., Kleinpenning T. G. M., Vandamme L. K. J.— Rept. Progr. Phys., 1981, v. 44, p. 479.
11. Keshner M. S.— Proc. IEEE, 1982, v. 70, p. 212.
12. Calloyanides M. A.— J. Appl. Phys., 1974, v. 45, p. 307.
13. Андреев В. Н., Захарченя Б. П., Капшин Ю. С., Носкин В. А., Чудновский Ф. А.— ЖЭТФ, 1980, т. 79, с. 1353.
14. Fleetwood D. M., Giordano N.— Phys. Rev. Ser. B, 1983, v. 27, p. 667.
15. Williams J. L., Stone I. L.— J. Phys. Ser. C, 1972, v. 5, p. 2105.
16. Voss R. F.— Ibidem, 1978, v. 11, p. L923.
17. Eberhard J. W., Horn P. M.— Phys. Rev. Ser. B, 1978, v. 18, p. 6681.
18. Clarke J., Hsiang T.— Ibidem, 1976, v. 13, p. 4790.
19. Black R. D., Weissman M. B., Fliegel F. M.— Ibidem, 1981, v. 24, p. 7454.
20. Scofield J. H., Darling D. H., Webb W. W.— Ibid, p. 7450.
21. Leemann C., Scove M. J., Stillwell E. P.— Sol. State Comm., 1980, v. 35, p. 97.
22. Паленский В. П. Автореферат канд. диссертации.— Вильнюс, 1976.
23. Dilmi T., Chovet A., Viktorovich P.— J. Appl. Phys., 1979, v. 50, p. 5348.
24. Rollin B. V., Templeton I. M.— Proc. Phys. Soc. Ser. B, 1953, v. 66, p. 259.
25. Лифшиц Т. М., Первова Л. Я.— Радиотехн. и электрон., 1959, т. 4, с. 1543.
26. Stoisiak M., Wolf D., Werner W.— Electron. Lett., 1980, v. 16, p. 372.
27. Aoki M., Katto H., Yamada E.— J. Appl. Phys., 1977, v. 48, p. 5135.
28. Amberiadis K., van der Ziel A., Rucker L. M.— J. Appl. Phys., 1981, v. 52, p. 6989.
29. Vande Voorde P., Love W. F.— Phys. Rev. Ser. B, 1981, v. 24, p. 4781.

30. Voss R. F.—Phys. Rev. Lett., 1978, v. 40, p. 913.
31. Brophy J. J.—Phys. Rev., 1968, v. 166, p. 827.
Greenstein L. J., Brophy J. J.—J. Appl. Phys., 1969, v. 40, p. 682.
32. Moore W. J.—Ibidem, 1974, v. 45, p. 1986.
33. Restle P. J., Weissman M. B., Black R. D.—Ibidem, 1983, v. 54, p. 5844.
34. Nelkin M., Tremblay A. M. S.—J. Stat. Phys., 1981, v. 25, p. 253.
35. Putterman S.—Phys. Rev. Lett., 1977, v. 39, p. 585.
36. Teitler S., Osborne M. F. M.—Phys. Rev. Lett., 1971, v. 27, p. 912.
37. Mikulinsky M., Starobinets S.—Phys. Rev. Ser. B, 1980, v. 21, p. 5558.
38. Рытов С. М. Введение в статистическую радиофизику. Ч. 1: Случайные процессы.— М.: Наука, 1976.
39. Tandon J. L., Bilger H. R.—J. Appl. Phys., 1976, v. 47, p. 1697.
40. Purcell W. E.—Ibidem, 1972, v. 43, p. 2890.
41. Dell R. A.—Ibidem, 1973, v. 44, p. 472.
42. Stoisiak M., Wolf D.—Ibidem, 1976, v. 47, p. 362.
43. Voss R. F., Clarke J.—Phys. Rev. Ser. B, 1976, v. 13, p. 556.
44. Mantese J. V., Goldberg W. I., Darling D. H., Craighead H. G., Gibson U. J., Buhrman R. A., Webb W. W.—Sol. State Comm., 1981, v. 37, p. 353.
45. Vande Voorde P., Love W. F.—Appl. Phys. Lett., 1981, v. 39, p. 575.
46. Коран Ш. М.—УФН, 1977, т. 123, с. 131.
47. Beck H. G. E., Spruit W. P.—J. Appl. Phys., 1978, v. 49, p. 3384.
48. Tremblay A. M. S., Nelkin M.—Phys. Rev. Ser. B, 1981, v. 24, p. 2551.
49. Паленский В. П., Леонтьев Г. Е., Миколайтис Г. С.—Радиотехн. и электрон., 1976, т. 21, с. 2433.
50. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Электродинамика сплошных сред.— М.: Наука, 1982,— § 117.
51. Weissman M. B.—J. Appl. Phys., 1980, v. 51, p. 5872.
52. Weissman M. B., Black R. D., Snow W. M.—Ibidem, 1982, v. 53, p. 6276.
53. Van Bokhoven W. M. C.—Arch. Elektron. Übertragungstechn., 1978, Bd. 32, S. 349.
54. Black R. D., Restle P. J., Weissman M. B.—Phys. Rev. Lett., 1983, v. 51, p. 1476.
55. Коран Ш. М., Нараев К. Э.—ФТТ, 1982, т. 24, с. 3381.
56. Kilmer J., Chenette E. R., van Vliet C. M., Handel P. H.—Phys. Stat. Sol. Ser. a, 1982, v. 70, p. 287.
57. Adkins C. J., Koch R. H.—J. Phys. Ser. C, 1982, v. 15, p. 1829.
58. De Felice L. J.—J. Appl. Phys., 1976, v. 47, p. 350.
59. Fleetwood D. M., Masden J. T., Giordano N.—Phys. Rev. Lett., 1983, v. 50, p. 450.
60. Hooge F. N.—Phys. Lett. Ser. A, 1969, v. 29, p. 139.
61. Montgomery H. C.—Bell Syst. Techn. J., 1952, v. 31, p. 950.
62. Brophy J. J.—J. Appl. Phys., 1956, v. 27, p. 1383.
63. Noble V. E., Thomas J. E.—Ibidem, 1961, v. 32, p. 1709.
64. Epstein M.—Ibidem, 1965, v. 36, p. 2590.
65. Vande Voorde P., Iddings C. K., Love W.—Phys. Rev. Ser. B, 1979, v. 19, p. 4121.
66. Vandamme L. K. J.—Phys. Lett. Ser. A, 1974, v. 49, p. 233.
67. Hooge F. N., Hoppenbrouwers A. M. F.—Physica, 1969, v. 45, p. 386.
68. Fleetwood D. M., Giordano N.—Phys. Rev. Ser. B, 1982, v. 25, p. 1427.
69. Clarke J.—In: SQUID-80: Proc. of Intern. Conference. West Berlin, 1980.—Berlin; New York, 1980, p. 187.
70. Шульман А. Я.—ЖЭТФ, 1981, т. 81, с. 784.
71. Surdin M.—J. de Phys. et le Radium, 1939, t. 10, p. 188; 1951, t. 12, p. 777.
72. Du Pré F. K.—Phys. Rev., 1950, v. 78, p. 615.
73. Van der Ziel A.—Physica, 1950, v. 16, p. 359.
74. McWhorter A. L.—In: Semiconductor Surface Physics/Ed. R. H. Kingston.—Philadelphia: Univ. Pennsylvania Press, 1957,— p. 207.
75. Dutta P., Dimon P., Horn P. M.—Phys. Rev. Lett., 1979, v. 43, p. 646.
76. Shklovskii B. I.—Sol. State Comm., 1980, v. 33, p. 273.
77. Коран Ш. М., Шкловский Б. И.—ФТП, 1981, т. 15, с. 1049.
78. Шкловский Б. И., Эфрос А. Л. Электронные свойства легированных полупроводников.— М.: Наука, 1979.
79. Смоляков Б. П., Хаймович Е. П.—УФН, 1982, т. 136, с. 317.
80. Black J. L.—In: Glassy Metals. I./Ed. H.-J. Güntherodt, H. Beck.—Berlin; Heidelberg; New York; Tokyo: Springer-Verlag, 1981,— p. 167.
81. Anderson P. W., Halperin B. I., Varma C.—Phil. Mag., 1972, v. 25, p. 1.
- Phillips W. A.—J. Low Temp. Phys., 1972, v. 7, p. 351.
82. Guy C. N.—J. Phys. Ser. F, 1978, v. 8, p. 1309; J. Appl. Phys., 1979, v. 50, p. 7308.

83. Daniel V. V. Dielectric Relaxation.— Lnd.; N. Y.: Academic Press, 1967.
84. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Статистическая физика. Ч. 1.— М.: Наука, 1976.
85. Kogan Sh. M.— Sol. State Comm., 1981, v. 38, p. 1015.
86. Fernandez J. F., Medina R.— Phys. Rev. Ser. B, 1979, v. 19, p. 3561.
87. Kumar D., Stein J.— J. Phys. Ser. C, 1980, v. 13, p. 3011.
88. Li T.— Phys. Rev. Ser. B, 1981, v. 24, p. 6579.
89. Morgenstern I., Horner H.— Ibidem, 1982, v. 25, p. 504, 6067.
90. Chen H.-H., Ma S.— J. Stat. Phys., 1982, v. 29, p. 717.
91. Жигальский Г. П., Карев А. В.— Радиотехн. и электрон., 1977, т. 22, с. 2610.
92. Лифшиц Е. М., Питаевский Л. П. Статистическая физика. Ч. 2.— М.: Наука, 1978, § 88.
93. Van Vliet K. M., van der Ziel A., Schmidt R. R.— J. Appl. Phys., 1980, v. 51, p. 2947.
94. Weissman M. B.— Phys. Rev. Lett., 1978, v. 41, p. 1.
95. Вайнштейн Л. А.— ЖЭТФ, 1982, т. 83, с. 1841.
96. Климонтович Ю. Л.— ЖЭТФ, 1981, т. 80, с. 2243; см. также: Статистическая физика.— М.: Наука, 1982, с. 271.
97. Kogan Sh. M., Nagaev K. E.— Sol. State Comm., 1984, v. 49, p. 387.
98. Ludviksson A., Kree R., Schmid A.— Phys. Rev. Lett., 1984, v. 52, p. 950.
99. McRae A. U., Levinstein H.— Phys. Rev., 1960, v. 119, p. 62.
100. Maple T. G., Bess L., Gebbie H. A.— J. Appl. Phys., 1955, v. 26, p. 490.
101. Pearson G. L., Montgomery H. C., Feldman W. L.— Ibidem, 1956, v. 27, p. 91.
102. Garrett C. G. B., Brattain W. H.— Phys. Rev., 1955, v. 99, p. 376.
103. Sah C. T., Hielscher F. H.— Phys. Rev. Lett., 1966, v. 17, p. 956.
104. Abovitz G., Arnold E., Leventhal E. A.— IEEE Trans. Electron Dev., 1967, v. ED-14, p. 775.
105. Nicollian E. H., Melchior H.— Bell Syst. Techn. J., 1967, v. 46, p. 1935.
106. Hsu S. T., Fitzgerald D. J., Grove A. S.— Appl. Phys. Lett., 1968, v. 12, p. 287.
107. Hawkins R. J., Mansour I. R., Bloodworth G. G.— Brit. J. Appl. Phys. Ser. 2, 1969, v. 2, p. 1063.
108. Mircea A., Roussel A., Mittonneau A.— Phys. Lett. Ser. A, 1972, v. 41, p. 345.
109. Снитко О. В.— Проблемы поверхности полупроводников/Под ред. О. В. Снитко.— Киев: Наукова думка, 1981, с. 7.
110. Spicer W. E., Chye P. W., Garner C. M., Lindau L., Pianetta P.— Surface Sci., 1979, v. 86, p. 763.
111. Suhl H.— Bell Syst. Techn. J., 1953, v. 32, p. 647.
112. Vaes H. M. K., Kleinpennig T. G. M.— J. Appl. Phys., 1977, v. 48, p. 5131.
113. Kleinpennig T. G. M., Bell D. A.— Physica. Ser. B, 1976, v. 81, p. 301.
114. Kleinpennig T. G. M.— Ibidem, 1974, v. 77, p. 78.
115. Kleinpennig T. G. M.— Ibidem, 1981, v. 103, p. 340.
116. Kleinpennig T. G. M.— Ibidem, 1982, v. 113, p. 189.
117. Нарышкин А. К., Врачев А. С. Теория низкочастотных шумов.— М.: Энергия, 1972.
118. Пряников В. С. Прогнозирование отказов полупроводниковых приборов.— М.: Энергия, 1978.
119. Eberhard J. W., Horn P. M.— Phys. Rev. Lett., 1977, v. 39, p. 643.
120. Dutta P., Eberhard J. W., Horn P. M.— Sol. State Comm., 1978, v. 27, p. 1389.
121. Eberhard J. W., Dutta P., Horn P. M.— Phys. Rev. Ser. B, 1979, v. 19, p. 1307.
122. Жигальский Г. П., Жильков Э. А., Терехов Н. Д., Федоров А. С.— В кн. Сб. научных трудов по проблемам микроэлектроники. Сер. «Полупроводниковые приборы и интегральные схемы».— М.: МИЭТ, 1976, вып. 27, с. 134.
123. Жигальский Г. П., Федоров А. С.— Ibidem, с. 147.
124. Жигальский Г. П., Соков Ю. Е., Томсон Н. Г.— Радиотехн. и электрон., 1979, т. 24, с. 410.
125. Жигальский Г. П., Бакши И. С.— Ibidem, 1980, т. 25, с. 410.
126. Новик А., Берри Б. Релаксационные явления в кристаллах.— М.: Атомиздат, 1975.
127. Weller M., Moser P.— J. de Phys., 1981, Colloque C5, t. 42, Suppl. au Nr. 10, p. 741.
128. Kedzia J., Vandamme L. K. J.— Phys. Lett. Ser. A, 1978, v. 66, p. 313.
129. Hooge F. N.— Ibidem, 1970, v. 33, p. 169.

130. Verveen A. A., Derksen H. E.—Proc. IEEE, 1968, v. 56, p. 906.
131. Колачевская В. В., Колачевский Н. Н., Рождественский В. В., Стрыгин Л. В.—Радиотехн. и электрон., 1971, т. 16, с. 1211.
132. Бухаров М. В., Колачевский Н. Н., Рождественский В. В.—В кн. Физика магнитных материалов: Межвуз. тем. сб.—Калинин: КГУ, 1978,—с. 3.
133. Бухаров М. В., Колачевский Н. Н.—Радиотехн. и электрон., 1981, т. 26, с. 999.
134. Лебедь В. И., Марчик И. И., Носкин В. А., Ширко В. Г.—ФТТ, 1982, т. 24, с. 1497.
135. Vessot R. F. C.—In: Experimental Gravitation: Proc. of Intern. School of Physics «Enrico Fermi». Course 56.—N. Y.: Academic Press, 1974, p. 111.
136. Gagnepain J. J., Uehersfeld J.—In: Proc. of Symposium on 1/f Fluctuations/Ed. T. Musha.—Tokyo, 1977, p. 173.
137. Musha T., Higuchi H.—Japan J. Appl. Phys., 1976, v. 15, p. 1271; 1978, v. 17, p. 811.
138. Campbell M. J., Jones B. W.—Science, 1972, v. 177, p. 889.
139. Manneville P.—J. de Phys., 1980, t. 41, p. 1235.
140. Procaccia I., Schuster H.—Phys. Rev. Ser. A, 1983, v. 28, p. 1210.
141. Ralls K. S., Skocpol W. J., Jackel L. D., Howard R. E., Fetter L. A., Eprworth R. W., Tennant D. M.—Phys. Rev. Lett., 1984, v. 52, p. 228.
142. Карпов В. Г., Клиггер М. И., Игнатьев Ф. Н.—ЖЭТФ, 1983, т. 84, с. 760.
143. Kuan T. S., Raider S. I., Drake R. E.—J. Appl. Phys., 1982, v. 53, No. 11, pt. 1, p. 7464.
144. Коган Ш. М., Нагаев К. Э.—Письма ЖТФ, 1984, т. 10, с. 313.
145. Rogers C. T., Buhrman R. A.—IEEE Trans. Magnet., 1983, v. Mag-19, p. 453.
146. Clarke J., Hawkins G.—Phys. Rev. Ser. B, 1976, v. 14, p. 2826.
147. Левинштейн М. Е., Румянцев С. А.—ФТП, 1983, т. 17, с. 1830.
148. Palmer R. G., Stein D. L., Abrahams E., Anderson P. W.—Phys. Rev. Lett., 1984, v. 53, p. 958.