УСПЕХИ ФИЗИЧЕСКИХ НАУК

533.951

ПОГЛОЩЕНИЕ ИЗЛУЧЕНИЯ ТУРБУЛЕНТНОЙ ЛАЗЕРНОЙ ПЛАЗМОЙ

В. П. Силин

СОДЕРЖАНИЕ

Введение	225
1. Поглощение излучения благодаря электрон-ионным столкновениям (обратное	
тормозное поглощение) и резонансное поглощение в линейном режиме	226
2. Обратное тормозное поглощение — нелинейный режим	230
3. Поглощение излучения в нестационарной движущейся плазме	231
4. Эффект самоограничения поля	238
5. Параметрическая турбулентность и обусловленное ею поглощение излучения	241
6. Поглощение излучения, обусловленное ионно-звуковой турбулентностью	246
Заключение	248.
Список литературы	251

ВВЕДЕНИЕ

Физические процессы, определяющие поглощение электромагнитного лазерного излучения в плазме, привлекают к себе внимание в течение многих лет. Понимание таких процессов является необходимым для теоретического описания эффективности вложения энергии лазера в плазму. В то же время нужно отметить, что в поле мощного излучения картина протекания процессов поглощения излучения в плазме в определяющей мере зависит от самого состояния плазмы, о котором часто говорят как о турбулентном состоянии. Строгого определения того, что отвечало бы общепринятым представлениям о турбулентности плазмы, в настоящее время нет. Однако сложность протекания процессов поглощения в настоящее время выявлена как при статистическом, так и при динамическом описании плазмы. В то же время турбулентная картина поглощения не исключает реализацию таких ламинарных процессов, как обратное тормозное поглощение и резонансное поглощение. Поэтому в нашем изложении мы прежде всего остановимся на процессах столкновительного поглощения и линейной трансформации излучения в рамках линейного приближения (раздел 1), затем укажем результаты нелинейной теории обратного тормозного поглощения (раздел 2). Далее мы изложим положения динамической теории поглощения в разлетающейся плазме-(раздел 3) и отдельно остановимся на явлении самоограничения поля (раздел 4) при сверхзвуковом движении плазмы. В разделе 5 мы изложим результаты об эффективности поглощения излучения, вытекающие из теории параметрической турбулентности. Наконец, изложим новые результаты, касающиеся ионно-звукового поглощения (раздел 6). В заключение остановимся на некоторых результатах экспериментов по поглощению лазерного излучения.

1. ПОГЛОЩЕНИЕ ИЗЛУЧЕНИЯ БЛАГОДАРЯ ЭЛЕКТРОН-ИОННЫМ СТОЛКНОВЕНИЯМ (ОБРАТНОЕ ТОРМОЗНОЕ ПОГЛОЩЕНИЕ) И РЕЗОНАНСНОЕ ПОГЛОЩЕНИЕ В ЛИНЕЙНОМ РЕЖИМЕ

Одним из простейших, а в определенных условиях одним из важнейших механизмов, определяющих поглощение лазерного излучения в плазме, является механизм столкновений электронов плазмы с ионами, при которых энергия колебаний электронов в поле электромагнитной волны переходит в тепловую энергию электронов. Характерной мерой таких столкновений является электрон-ионная частота столкновений $v = v_{ei} = 4V 2\pi e^2 e_i^3 n_i \Lambda \times [3 (\varkappa T_e)^{3/2} m_e^{1/2}]^{-1}$; здесь e — заряд электрона, $e_i = Z |e|$ — заряд иона, n_e — число электронов в 1 см³, $n_i \equiv n = n_e Z^{-1}$ — число ионов, Λ — кулоновский логарифм ($\sim 6-20$), m_e — масса электронов, T_e — температура электронов.

Простейшая картина столкновительного поглощения может быть продемонстрирована для случая s-поляризации излучения, когда электрический вектор электромагнитной волны перпендикулярен направлению неоднородности плазмы, которая предполагается одномерно неоднородной. В случае линейного профиля плазмы $(x \ge 0)$ $n_e(x) = (x/L) n_c$, $\varepsilon = 1 - (x/L) +$ $+ i (x/L) v_{ei} (x)/\omega_0$; здесь ε — диэлектрическая постоянная плазмы, а $n_c =$ $= m_e \omega_0^2/4\pi e^2$ — критическая плотность, при которой частота излучения ω_0 сравнивается с электронной ленгмюровской частотой плазмы. Для электрического поля s-поляризованной электромагнитной волны можно записать следующее уравнение:

$$E'' + \frac{\omega_0^2}{c^2} \left(1 - \frac{x}{L} + i \frac{v_c x^2}{\omega_0 L^2} \right) E = 0, \qquad (1.1)$$

тде v_c есть электрон-ионная частота столкновений, соответствующая критической плотности. Уравнение (1.1) отвечает нормальному падению волны. В условиях, когда характерный размер неоднородности плазмы велик по сравнению с длиной волны излучения $L \gg \lambda_0 = c/\omega_0 = \lambda_0/2\pi$, решение уравнения поля (1.1) можно записать в приближении геометрической оптики в следующем виде:

$$E(x) = \exp\left(i\int_{0}^{x} k(x) dx\right) + R \exp\left(-i\int_{0}^{x} k(x) dx\right),$$

где

$$k(x) = \frac{\omega_0}{c} \sqrt{1 - \frac{x}{L} + i \frac{v_c x^2}{\omega_0 L^2}}.$$

Коэффициент отражения R определяется из условия обращения электрического поля E(x) в нуль на поверхности критической плотности (x = L): $R = \exp(2i \int_{-L}^{L} k(x) dx) = \exp(-i4\omega_0 L/3c) \exp(-16\nu_c L/15c)$. Это выраже-

ние определяет отношение плотности потока энергии отраженного излучения q_R к плотности потока энергии q излучения, падающего на плазму: $q_R/q = |R|^2 = \exp(-32v_cL/15c)$.] Продуктивно понятие оптической толщины

$$au=2i\int\limits_{0}^{L_{1}}\mathrm{d}x\,\mathrm{Im}\,k\left(x
ight).$$

В рассматриваемом случае $\tau = (16/15)$ ($v_c L/c$). Доля поглощаемой плазмой энергии $A = 1 - (q_R/q) = 1 - \exp(-2\tau)$. Имея в виду соотношение $v_c = Z\Lambda \cdot 10^{11} (\lambda_0 \text{ мкм})^{-2} (T_e \text{ кэВ})^{-3/2} \text{ c}^{-1}$, можем записать

$$A = 1 - \exp\left[-7 \cdot 10^{-4} \frac{\Lambda Z \left(L \text{ Mrm}\right)}{\left(\lambda_0 \text{ Mrm}\right)^2 \left(T_e \text{ kb}\right)^{3/2}}\right]. \tag{1.2}$$

Поглощение на уровне больше 10% обеспечивается при выполнении неравенства

$$\frac{L}{\lambda_0} Z \ge 10 \left(T_{\rm e} \, \text{kgB} \right)^{3/2} \left(\lambda_0 \, \text{Mrm} \right). \tag{1.3}$$

Отсюда видно, что обратное тормозное поглощение становится неэффективным: а) при малом значении L, что реализуется в случае коротких импульсов лазерного излучения; б) для плазмы с небольшим эффективным зарядом ионов Z; в) при достаточно высокой температуре электронов; г) при достаточно большой длине волны лазерного излучения, например излучения CO_2 -лазеров. Напротив, для излучения коротковолновых лазеров облегчается выполнение условия (1.1), которое, например, при $\lambda_0 = 0.35$ мкм имеет вид $(L \ \text{мкм}) \ Z \ge (T_e \ \kappa \exists B)^{3/2}.$

В отличие от рассмотренного здесь случая s-поляризации электромагнитного поля, дополнительное обсуждение необходимо тогда, когда лазерное





Рис. 1. Зависимость от координаты электрического поля s-поляризованной волны в неоднородной лазерной плазме

Рис. 2. Зависимость от координаты *х* поля р-поляризованной волны

излучение имеет р-компоненту, т. е. когда излучение поляризовано так, что у вектора напряженности электрического поля имеется отличная от нуля проекция на направление пространственной неоднородности плазмы. Под действием такой компоненты возникает движение электронов в направлении неоднородности плазмы. Такое движение ведет к разделению заряда и к возникновению продольных плазменных колебаний в окрестности слоя критической плотности, где осуществляется резонанс колебаний электронов в поле лазерного излучения и электронных ленгмюровских колебаний плазмы.

На рис. 1 приведено пространственное распределение электрического поля s-поляризованного излучения в плазме, интенсивность которого возрастает по мере углубления в плазму, достигая при нормальном падении слоя критической плотности, а при наклонном падении под углом в отражаясь от слоя с плотностью n_c cos² θ. При приближении со стороны разреженных слоев плазмы к точке отражения $x/L = \cos^2 \theta$ характерный масштаб пространственного изменения поля возрастает от вакуумной длины волны $\lambda_0 = \lambda_0/2\pi = c/\omega_0$ до λ_0 (L/λ_0)^{1/3}. Одновременно с разбуханием пространственного масштаба поля происходит также увеличение его амплитуды, определяющееся фактором $(L/\lambda_0)^{1/3}$. Правее точки отражения электромагнитное поле экспоненциально спадает на расстоянии $\sim \lambda_0$ (sin θ)⁻¹. Проникновение р-поляризованного поля (рис. 2) вплоть до поверхности критической плотности, на которой имеет место плазменный резонанс $\omega_0 = \omega_{Le}$, т. е. про-никновение от поверхности отражения на расстояние $\sim L \sin^2 \theta$, возможно при выполнении условия оптимальных углов падения sin $\theta_{\text{оп т}} \sim (\lambda_0/L)^{1/3}$. Детально теория р-поляризованного электромагнитного поля в условиях плазменного резонанса была построена Денисовым ³ (см. также ^{2, 4}). Однако в ³ не была определена эффективность поглощения электромагнитного поля в окрестности резонанса. Последовательная система уравнений, учитываю-

В. П. СИЛИН

чих волновое продольное поле в окрестности резонанса, была сформулирована в работе Пилия ⁵. Однако выводы этой работы относительно эффективности поглощения неточны, что выявили Омельченко и Степанов ⁶. Отметим, что на значительное поглощение в окрестности плазменного резонанса рполяризованного электромагнитного поля указано в книге Баддена ⁷. Чис-



ленное решение уравнений поля, проведенное в работах ^{8, 9}, подтвердило вывод о значительном до 50% поглощении в окрестности плазменного резонанса (резонансное поглощение). В работах ^{10, 11} была развита взаимосогласующаяся аналитическая теория резонансного поглощения, переходящая в пределе малых углов падения в теорию ⁶. При этом, в частности, было показано, что полученные Денисовым ³ закономерности, описывающие электромагнитное поле вблизи плазменного резонанса, качественно правильно описывают резонансное поглощение, хотя и завышают максимальное поглощение примерно в 1,4 раза.

Базируясь на подходе Денисова³, изложим здесь некоторые положения теории резонансного поглощения в условиях, когда диссипация волны определяется частотой столкновений v_c . Соответственно этому для наибольшей в окрестности резонанса x = L продольной компоненты электрического поля E_x имеем следующую связь с магнитным полем B_z :

$$\varepsilon E_x = \left(1 - \frac{x}{L} + i \frac{v_c}{\omega_0}\right) E_x(x) = B_z(L) \sin \theta.$$
(1.4)

В свою очередь магнитное поле в окрестности резонанса связано с амплитудой В магнитного поля падающего на плазму из вакуума излучения:

$$\sin\theta B_z(L) = \left(\frac{\hbar_0 \cos\theta}{2\pi L}\right)^{1/2} \widetilde{\Phi}\left(\left(\frac{L}{\hbar_0}\right)^{1/3} \sin\theta\right) B, \qquad (1.5)$$

где согласно ³ $\tilde{\Phi}$ (τ) = $4\tau \sqrt{\pi} [Ai^3 (\tau^2)/Ai (\tau^2)]^{1/2}$, где Ai и Ai — функция Эйри и ее производная. График функции $\tilde{\Phi}$ приведен на рис. 3.

Поглощаемая плазмой мощность определяется в основном работой, совершаемой E_x -компонентой поля. Считая $v_c \ll \omega_0$, имеем $Q = (cB^2 \cos \theta/8\pi) \tilde{\Phi}^2 ((L/\lambda_0)^{1/3} \sin \theta)$. Отношение этого выражения к плотности потока энергии падающего на плазму излучения $q = (cE^2 \cos \theta/4\pi) = (cB^2 \cos \theta/4\pi)$ представляет собой коэффициент поглощения $A = (1/2) \tilde{\Phi}^2 ((L/\lambda_0)^{1/3} \sin \theta)$. Имея в виду результат работы Перта ¹¹, запишем следующую интерполяционную формулу:

$$A = 18\sin^2\theta \left(\frac{\xi L}{\lambda_0}\right)^{2/3} \left| \frac{\operatorname{Ai}^3 \left((L/\lambda_0)^{2/3} \sin^2\theta \right)}{\operatorname{Ai} \left((L/\lambda_0)^{2/3} \sin^2\theta \right)} \right|,$$
(1.6)

отличающуюся от предыдущего выражения численным множителем. Для оптимальных углов падения это выражение может достигать ~50%. Здесь нужно отметить, что механизм рассмотренного поглощения обусловлен электрон-ионными столкновениями. С другой стороны, независимость (1.6) от частоты столкновений обусловлена резонансным возрастанием электрического поля в окрестности критической плотности плазмы. Подчеркнем, что резонансное поглощение реализуется и тогда, когда поток энергии поля из области плазменного резонанса определяется возбуждаемыми в этой области продольными электронными ленгмюровскими волнами. Поле таких волн при пренебрежении столкновениями описывается уравнением

$$\left(1 - \frac{x}{L}\right) E_x + 3r_{\mathbf{D}e}^2 \frac{\mathrm{d}^2 E_x}{\mathrm{d}x^2} = B_z(L)\sin\theta, \qquad (1.7)$$

где $r_{\rm De}$ — электронный дебаевский радиус. Характерное расстояние, на котором изменяется поле E_x , в этом случае равно $(\delta x)_l \sim (Lr_{\rm De}^{-})^{1/3}$, в то время как в условиях преобладания столкновений согласно (1.3) характерное расстояние изменения поля E_x дается формулой $(\delta x)_{\rm st} \sim (v_{\rm c}/\omega_0) L$. Сравнение этих двух выражений показывает, что механизм столкновений становится несущественным при $v_{\rm c}/\omega_0 < (r_{\rm De}/L)^{2/3}$. При этом в области резонанса электромагнитное излучение трансформируется в продольные плазменные волны с коэффициентом трансформации, совпадающим с выражением (1.6). Поскольку возникающие при такой трансформации плазменные волны затем поглощаются электронами плазмы, то такой коэффициент трансформации представ-

ляет собой коэффициент поглощения электромагнитного излучения. Однако здесь необходимо подчеркнуть, что поглощение плазменных волн возможно благодаря различным механизмам. При этом поглощение, обусловленное электрон-ионными столкновениями, ведет к повышению температуры основной массы электронов. Другой механизм поглощения связан с бесстолкновительным затуханием Ландау, при котором плазменная волна поглощается 0,2 благодаря черенковскому взаимодействию с электронами. Согласно уравнению (1.7) поле плазменных волн экспоненциально спадает в область плотной плазмы x > L и, напротив, в сторону разреженных слоев плазмы 0 < x < Lраспространение электронной плазменной волны возможно. Однако из того же уравнения (1.7) следует, что волновой вектор плазменной волны при ее удалении от резонансной области растет закону $k_x(x) = r_{\rm De}^{-1} \sqrt{(L-x)/3L}$. по





При этом, когда $k_x r_{De}$ достигает примерно 0,2, затухание Ландау, не учтенное в уравнении (1.7), приводит к практически полному поглощению плазменных волн. Такое бесстолкновительное поглощение ведет к генерации быстрых (надтепловых) электронов.

Простая картина слоисто-неоднородной лишь в одном направлении нлазмы приводит к немалому резонансному поглощению только при выполнении условия оптимальных углов sin $\theta_{ont} \sim (\lambda_0/L)^{1/3}$. Реализация резонансного поглощения облегчается в двумерно неоднородной, а также и трехмерно неоднородной плазме. Именно, например, в случае волнистой зависимости плотности плазмы от координаты в направлении оси у на целом ряде участков вдоль такого направления достигается выполнение условия оптимальных углов паделия. Это особенно существенно тогда, когда характерный масштаб неоднородности вдоль оси у оказывается близким к длине волны электромагнитного поля. На рис. 4 приведена зависимость от угла падения, полученная в работе ¹², для коэффициента поглощения плазмой, неоднородность плотности которой описывается формулой $n_e(x, y) = n_c (x + \mu \sin ky) L^{-1}$. Штриховая линия отвечает обычной зависимости формулы (1.6), линии 1 и 2 отвечают соответственно значениям $\mu k (L/\lambda_0)^{1/3} = 0,6 и 0,4$.

Еще более благоприятным для резонансного поглощения является наличие магнитного поля, которое может приводить к почти стопроцентному поглощению в плазме поля необыкновенной волны ¹²⁻¹⁴. Однако нужно подчеркнуть, что практически стопроцентное резонансное поглощение возможно и в отсутствие магнитного поля, когда более сложная нелинейная зависимость профиля плотности от координаты позволяет обеспечить лучшее согласование падающего на плазму поля электромагнитной волны с поглощающей излучение нагрузкой — плазмой ^{15, 16}. Это означает, что величина резонансного поглощения на реальном профиле плотности плазмы может превышать значение, предписываемое формулой (1.6). Ниже при рассмотрении динамического изменения профиля плотности разлетающейся плазмы мы увидим, что резонансное поглощение определяется динамикой плотности плазмы.



Рис. 5. Угловая зависимость оптической толщины плазмы

Пространственная неоднородность плотности и температуры плазмы, не сопровождающаяся чрезмерным уменьшением пространственного масштаба неоднородности, не меняет качественно величины оптической толщины и коэффициента поглощения излучения при нормальном падении волны на плазму, определяемых столкновениями электронов с понами. Однако угловая зависимость поглощения в существенной мере зависит от вида пространственной зависимости плотности и температуры плазмы от координат ¹⁷. При этом для отвечающего уравнению (1.1) случая $T_e = \text{const}, n_e \sim x$ оказывается, что τ (θ) $\sim \cos^5 \theta$. Далее, закон τ (θ) $\sim \cos^3 \theta$ реализуется как в слу-

чае $T_e = \text{const}$ и $n_e = \exp(-x/x_0)$, так и в случае $n_e \sim x$ и $n_e T_e^{-3/2} = \text{const.}$ Наконец, $\tau(\theta) \sim \cos \theta$ в случае $n_e T_n^{-3/2} = \text{const}$ и $n_e \sim x$. На рис. 5 приведены три соответствующие кривые для коэффициента поглощения, построенные в предположении, что при нормальном падении коэффициент поглощения составляет 30%.

2. ОБРАТНОЕ ТОРМОЗНОЕ ПОГЛОЩЕНИЕ — НЕЛИНЕЙНЫЙ РЕЖИМ

Одним из наиболее давно привлекших внимание исследователей нелинейных процессов, влияющих на величину поглощения излучения, является нелинейное обратное тормозное поглощение, имеющее место в условиях, когда амплитуда скорости осцилляций электрона $v_{
m E}=\mid e\mid E/m\omega_{0}$ в поле электромагнитной волны превышает тепловую скорость $v_{\rm Te} = \sqrt{\kappa T_{\rm e}/m_{\rm e}}$ электрона. При этом, поскольку] эффективная частота столкновений обратно пропорциональна кубу скорости электрона, то возникает соответствующая нелинейная зависимость от поля и в эффективной частоте электрон-ионных соударений, определяющей диссипацию благодаря нелинейному обратному тормозному эффекту. Помимо такой нелинейной зависимости возникает также логарифмическая зависимость, связанная с изменением под действием электрического поля минимального прицельного параметра, а также в случае плоской поляризации излучения, связанная с тем, что в течение периода колебаний скорость осцилляций электрона принимает небольшие значения. Эта совокупность эффектов была выявлена в работе ¹⁸, использовавшей классическое кинетическое уравнение для быстропеременных процессов в плазме в сильных полях ^{19, 20} (см. также¹). После работы ¹⁸ нелинейному режиму обратного тормозного поглощения был посвящен целый ряд работ, нацеленный на построение квантовой теории (см. ²¹ и цитируемую там литературу и ее критический анализ).

Тепло, выделяющееся в единице объема плазмы в результате обратного тормозного поглощения, определяется формулой

$$Q_{\alpha} = n_{\rm e} m_{\rm e} v_{\rm E}^2 v_{\alpha} \left(E \right), \tag{2.1}$$

где зависящая от поляризации а нелинейная эффективная частота столкновений электронов с ионами записывается в виде ²¹

$$\mathbf{v}_{\alpha}\left(E\right) = \frac{8e^{2}e_{1}^{2}n_{1}}{m_{e}^{2}v_{E}^{2}} R_{\alpha}\left(E\right).$$
(2.2)

ПОГЛОЩЕНИЕ ИЗЛУЧЕНИЯ ТУРБУЛЕНТНОЙ ЛАЗЕРНОЙ ПЛАЗМОЙ

В простейшей ситуации круговой поляризации излучения минимальный прицельный параметр, отвечающий возможности использовать теорию возмущений в задаче рассеяния электрона ионом, имеет вид $r_{\rm s} = 4Ze^2/m_e v_{\rm E}^2$. В предположении максвелловского распределения по скоростям и, например, в условиях, когда амплитуда скорости осцилляций электрона значительно превышает тепловую скорость и $\kappa T_{\rm e} \gg \hbar \omega_0$, а в то же самое время расстояние $v_{\rm Te}/\omega_0$, проходимое за период поля тепловым электроном, велико по сравнению с минимальным прицельным параметром $r_{\rm s}$, который в свою очередь велик по сравнению с длиной волны де Бройля, имеем

$$R_{\rm s} = \frac{\pi}{\sqrt{2}} \ln \left| \frac{v_{\rm Te}}{\omega_0 r_{\rm s}} \right|. \tag{2.3}$$

Эта формула и целый ряд других, практически исчерпывающих все возможные соотношения между $\kappa T_{\rm e}$, $\hbar\omega_0$, а также длиной волны де Бройля и минимальным прицельным параметром, получены в ²¹⁻²³.

В случае плоско поляризованного излучения характерными являются зависимости, содержащие произведения логарифмов. Приведем здесь простейшую формулу, отвечающую классическому пределу $Ze^2 \gg \hbar v_E$, когда расстояние v_{Te}/ω_0 , проходимое за период поля тепловым электроном, велико по сравнению с $Ze^2/\kappa T_e$; для излучения плоской поляризации (имеем '

$$R_l = \left(\ln \frac{v_{\rm E}}{v_{\rm Te}}\right) \ln \frac{\kappa T_e v_{\rm E}}{Z e^2 \omega_{\rm Le}} \,. \tag{2.4}$$

При этом возникновение $\ln (v_{\rm E}/v_{\rm Te})$ обусловлено тем, что скорость осцилляций электрона в плоской волне периодически обращается в нуль. Необходимый учет влияния квантовомеханических эффектов на столкновения электронов с ионами в поле сильной электромагнитной волны плоской поляризации проведен в ²¹.

Другое нелинейное уменьшение обратного тормозного поглощения согласно²⁴ обусловлено перестройкой под действием поля симметричной части распределения электронов, которое тем сильнее отличается от максвелловского, чем больше заряд ионов и чем больше энергия осцилляций электронов в поле электромагнитной волны. В результате распределения электронов приближается к описываемому формулой exp ($-v^5/v_0^5$). Детальная теория распределения электронов в сильном электромагнитном поле изложена в работе²⁵. Согласно²⁶ количественное уменьшение оптической толщины, обусловленное такой перестройкой распределения электронов, дается множителем

$$1 - 0.533 \left\{ 1 + \left[\frac{0.27}{Z} \left(\frac{m_{e} \omega_{Le} v_{Te}}{eE_0} \right)^2 \right]^{0.75} \right\}^{-1}.$$
 (2.5)

Из этого выражения следует, что при немалых Z оптическая толщина может уменьшаться вдвое.

Отметим, что помимо обсужденных здесь эффектов уменьшения обратного тормозного поглощения к существенному уменьшению такого поглощения ведет также укручение профиля плотности плазмы под действием пондеромоторной силы мощного излучения.

3. ПОГЛОЩЕНИЕ ИЗЛУЧЕНИЯ В НЕСТАЦИОНАРНОИ ДВИЖУЩЕЙСЯ ПЛАЗМЕ

При воздействии мощного электромагнитного излучения на разлетающуюся в вакуум плазму не только происходит передача энергии поля плазме как благодаря столкновениям, так и благодаря резонансной трансформации, но одновременно осуществляется силовое воздействие, обусловленное пондеромоторной силой. Возникновение пондеромоторной силы связано как с полем падающего на плазму излучения, так и с полем продольных волн, возникающих в процессе резонансной трансформации. В этой связи особый интерес

представляет картина воздействия на плазму р-поляризованного излучения. Ниже мы изложим некоторые результаты динамического подхода к такому явлению, базирующиеся на исследованиях Андреева, Силина, Стенчикова ²⁸⁻³³, в которых рассматривается самосогласованная динамическая картина электродинамики и гидродинамики плазмы, дополненная кинетикой электронов, что позволяет видеть целую совокупность возникающих при этом явлений.

Для моделирования условий, в которых будем изучать динамику взаимодействия излучения с плазмой, рассмотрим плоский слой полностью ионизованной плазмы с ионной плотностью n(x, t), возрастающей вдоль оси x, на который из области x < 0 наклонно под углом θ к градиенту плотности падает электромагнитное поле, характеризующееся формулами

$$\mathbf{k}_{0} = \frac{\omega_{0}}{c} \{\cos\theta, \sin\theta, 0\}, \quad \mathbf{B}_{0} = \{0, 0, B\},$$
$$\mathbf{E}_{0} = \{E_{x}, E_{y}, 0\}, \quad \mathbf{B} = \mathbf{B}(x, t) \exp\left\{-i\omega_{0}\left[t - \frac{y}{c}\sin\theta\right]\right\},$$
$$\mathbf{E}_{0} = \mathbf{E}(x, t) \exp\left\{-i\omega_{0}\left[t - \frac{y}{c}\sin\theta\right]\right\}, \quad (3.1)$$

тде ω_0 — частота электромагнитного поля, **В** и **Е** — напряженности магнитного и электрического полей. При этом для электрического поля используем обычные укороченные уравнения, учитывающие нединейные эффекты с помощью обычной диэлектрической постоянной $\varepsilon = 1 - (zn/n_c) [1 - i(v_e/\omega_0)]$ благодаря наличию в ней нелинейно зависящей от поля плотности ионов n(x, t). В таких уравнениях затухание продольной компоненты поля характеризуется затуханием Ландау, являющимся функционалом электронной функции распределения, которая подчиняется квазилинейному уравнению.

Далее, плотность числа ионов, а с нею и диэлектрическая постоянная, меняется благодаря динамике плазмы, которая описывается гидродинамическими уравнениями

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \frac{\partial (nv)}{\partial x} = 0,$$

$$\frac{\partial (nv)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} [n (v^2 + v_{\mathbf{s}}^2)] + \frac{Ze^2 n}{4M m_{\mathbf{s}} \omega_{\mathbf{s}}^2} \frac{\partial |\mathbf{E}|^2}{\partial x} = 0,$$
(3.2)

учитывающими воздействие на плазму пондеромоторной силы. Здесь $v_s^2 = = \varkappa (ZT_e + 3T_i)/M_i$ — квадрат скорости ионного звука, Z — заряд, M_i — масса иона. Уравнения (3.2) будем использовать в предположении пространственной однородности температуры электронов, что отвечает предположению о том, что длина свободного пробега электронов λ_{Te} значительно превышает размеры области, в которой происходит основное выделение энергии поля в плазме.

Уравнение поля на основной частоте ω_0 излучения позволяет определить нелинейный ток на частоте $N\omega_0$, обусловливающий возбуждение N-й гармоники электромагнитного поля в плазме. В нашем случае плоско-слоистой среды N-я гармоника может быть охарактеризована z-компонентой магнитного поля

$$\mathbf{B}_{N\omega_0}(x, y, t) = \left\{0, 0, B_N(x, t) \exp\left[-tN\omega_0\left(t - \frac{y}{c}\sin\theta\right)\right]\right\}, \quad [(3.3)$$

уравнение поля для которой определяется нелинейным током j^(N). В частности, при описании генерации второй гармоники

$$\mathbf{j}^{(2)} = \frac{ie}{8\pi\omega_0 m_e} \left(\mathbf{E}_0 \operatorname{div} \mathbf{E}_0 + \frac{\omega_{\mathrm{Le}}^2}{4\omega_0^2} \operatorname{grad} |\mathbf{E}_0|^2 \right), \qquad (3.4)$$

где $\mathbf{E}_0 = (E_x, E_y, 0)$ — решение укороченных уравнений поля основной гармоники.

232

No. 10

ПОГЛОЩЕНИЕ ИЗЛУЧЕНИЯ ТУРБУЛЕНТНОЙ ЛАЗЕРНОЙ ПЛАЗМОЙ

Подчеркнем, что уравнение поля гармоник должно быть дополнено граничными условиями, отвечающими свободному излучению в вакуум и отражению волны из области плотной плазмы (для второй гармоники от области $n > 4n_c$). Получаемое при этом решение определяет коэффициент преобразования энергии падающего излучения, например, во вторую гармонику

$$K_2 = \left(\frac{B_2}{B_0}\right)^2,$$

где B_2 и B_0 — магнитное поле второй гармоники и падающего на плазму излучения в вакууме.

Численный метод решения системы уравнений поля и нелинейной гидродинамики описан в ³⁰. При этом уравнения решались численно в области $0 \leq x \leq L$ длиной в несколько вакуумных длин волн излучения ($L \geq 30\lambda_0$), содержащей точку с $Zn = n_c$. В начальный момент t = 0 задавались распределения плотности $n(x, 0) = n_0(x)$ и скорости $u(x, 0) = u_0(x)$, а для электромагнитного поля использовалось стационарное решение на начальном $n_0(x)$ профиле плотности. Включение падающего на плазму излучения моделировалось линейным нарастанием во времени энергии падающей волны до максимального значения, которое затем во времени сохранялось (рис. 6).



Рис. 6. Сверхзвуковой разлет.

а — Зависимости от времени коэффициента поглощения А и доли энергии, поглощаемой благодаря столкновениям Q_T; б — форма импульса лазерного излучения W_L (t) (1) и зависимость от времени коэффициента трансформации излучения во вторую гармонику (2)

Остановимся теперь на граничных условиях для гидродинамических величин. Они существенно зависят от скорости плазмы в точках x = 0 и x = L. При сверхзвуковых скоростях втекания плазмы в область взаимодействия с излучением $u(L, t) < -v_s$ в точке x = L задавались плотность и скорость $n(L, t) = n_0(L)$, $u(L, t) = u_0(L)$. При дозвуковом втекании $|u(L, t)| < v_s$ необходимо задание при x = L только одного граничного условия, определяющего плотность или скорость. Левая граница x = 0 при сверхзвуковом вытекании плазмы $u(0, t) < -v_s$ считалась свободной, а при дозвуковом течении моделировалась фиксацией плотности плазмы n(0, t) = $= n_0(0).$

Функция распределения электронов определялась только в области локализации ленгмюровских колебаний ($x_l < x < x_l + l_d$) с граничным условием, отвечающим поступлению в эту область электронов с распределением Максвелла и температурой, совпадающей с температурой плазмы вблизи слоя критической плотности. Ускоренные электроны из области квазилинейной диффузии выходят свободно. Однако на границе с вакуумом быстрые электроны возвращаются внутрь плазмы, что симметризует распределение электронов по скорости. Подчеркнем здесь, что как гидродинамическая, так и электродинамическая нелинейности приводят к перекачке энергии в мелкомасштабные моды возмущений. Коротковолновые возмущения эффективно поглощаются электронами благодаря черенковскому взаимодействию. Это существенно сглаживает решения, ограничивая спектр длинами волны, допустимыми благодаря затуханию Ландау.

4 УФН, т. 145, вып. 2

Два типа начальных условий были использованы при получении решений системы уравнений гидродинамики, кинетики и электродинамики. В первом случае течение характеризуется близкими по величине градиентами скорости плотности плазмы, а во втором случае соответствующие масштабы могут значительно отличаться друг от друга.

Методика решения системы уравнений электродинамики, гидродинамики и кинетики реализована в численном коде ³⁰ LAST (light absorption by strong turbulence).

Остановимся сначала на результатах, отвечающих сравнимым градиентам скорости и плотности в начальных условиях, когда начальное состояние (t = 0) может быть описано волной разрежения: $n(x) = n_c \exp[(x - x_c)/l]$, $u(x) = -v_c + v_s (x - x_c)/l$ (здесь v_c — абсолютная величина скорости плазмы в точке x_c с критическим значением плотности, l — характерный пространственный масштаб изменения плотности и скорости: $l = v_s t_0$, где t_0 время образования волны разрежения), которая является точным решением уравнений изотермической гидродинамики, в пренебрежении пондеромоторной силой, что может быть оправдано в течение начальной фазы действия нарастающего во времени импульса излучения.

Численное интегрирование при начальных условиях волны разрежения проводилось для близких к реализующимся в эксперименте параметров $T_{e0} = 1,25$ кэВ, $v_{\rm E}/c = 0,015$, где $v_{\rm E} = |e| E_{\rm пад}/m_{\rm e}\omega_0$ — амплитуда скорости осцилляции электрона в поле волны накачки в вакууме. Для излучения неодимового лазера ($\omega_0 = 1,8\cdot10^{15}$ с⁻¹) последнее отвечает плотности потока энергии $q = 5\cdot10^{14}$ Вт/см². Начальный масштаб неоднородности принимался равным $l = 10\lambda_0$ и отвечал сверхзвуковому течению плазмы с резким градиентом плотности и скорости. Принимался угол падения излучения $\theta \approx 17^{\circ}$ (sin $\theta = 0,29$), а эффективная частота столкновений задавалась соотношением $v_c/\omega_0 = 5\cdot10^{-3}$.

На рис. 6 изображены зависимости от времени коэффициента поглощения A, доли энергии, поглощаемой благодаря столкновениям $Q_{\rm T}$, а также дана форма импульса лазерного излучения $W_{\rm L}(t) = E_{\rm nan}^2(t)/4\pi n_{\rm c} \varkappa T_{\rm e0}$. При этом коэффициент отражения лазерного излучения (при x = 0) R(t) определяет коэффициент поглощения $A = 1 - |R(t)|^2$. Доля энергии, поглощаемая в результате столкновений $Q_{\rm T}$ и идущая на нагрев основной массы электронов плазмы, определена соотношением

$$Q_{\mathrm{T}} \frac{c}{8\pi} |E_0|^2 \cos \theta = \int_0^L \mathrm{d}x v_{\mathrm{c}} \frac{n}{n_{\mathrm{c}}} |\mathbf{E}(x, t)|^2.$$

На рис. 6, б приведена также зависимость от времени коэффициента трансформации излучения во вторую гармонику. На начальном этапе времени рис. 6 демонстрирует уменьшение поглощения и сравнительно большое различие между величинами А и Q_т. Это обусловлено при включении излучения нарастанием внутреннего продольного поля в плазме. Далее, коэффипиент трансформации во вторую гармонику быстро перестает быть пропорциональным $W_{\rm L}$ (t). Это связано с тем, что при $t \sim (k_0 v_{\rm s})^{-1}$ начинает де-формироваться профиль плотности плазмы в окрестности критической плотности. Именно, формируется резкий переход — скачок — через точку с критическим значением плотности. При временах $t \ge 7$ $(k_0 v_s)$ возникает квазистационарный режим, для которого характерны зависимости рис. 7, отвечающего $t = 8 (k_0 v_s)^{-1}$. При этом $A \approx 40\%$, доля энергии, идущая на нагрев основной массы электронов благодаря столкновениям, составляет 25%, а 15% падающей на плазму энергии излучения передается «быстрым» электронам благодаря черенковскому взаимодействию. Распределение электронов при этом имеет вид рис. 8. При этом учтен факт отражения быстрых электронов от границы плазмы. Видно, что горячие электроны возникают на небольшом конечном интервале скоростей.

поглощение излучения турбулентной лазерной плазмой

Качественно иная картина может возникать при изменении характерного масштаба *l* начального распределения скорости. Для моделирования такого изменения проводились численные расчеты с начальными условиями

$$n(x, 0) = n_{\rm c} \left(1 + \frac{x - x_{\rm c}}{l_n} \right), \quad u(x, 0) = -v_{\rm c} \left(1 + \frac{x - x_{\rm c}}{l_n} \right)^{-1}, \qquad (3.5)$$

отвечающими однородному потоку n(x, 0) u $(x, 0) = -n_{\rm c}v_{\rm c}$ с линейным профилем плотности. Из (3.5) в малой окрестности критической плотности



Рис. 7. Зависимости от координат: плотности плазмы (a), скорости плазмы (б), электрического поля (e) (1 — E_x , 2 — E_y при сверхзвуковом разлете)

следует формула вида волны разрежения с характерным пространственным масштабом $l = (v_s/v_c) l_n$. При этом масштаб неоднородности зависит от скорости в критической точке $(n = n_c)$. Проведенные расчеты показали, что эта зависимость весьма существенна. В частности, при сверхзвуковых значениях и корониториий масштаб пространственного

 $v_{\rm c}$ характерный масштаб пространственного изменения сравнительно невелик и начальные условия (3.16), (3.17) приводят к картине, во многом сходной с характеризуемой рис. 6—8. Иное положение возникает при малых значениях $v_{\rm c}$.

На рис. 9—11 приведены результаты численного решения уравнений (3.2) — (3.8) с начальными условиями $v_c = 0$ (все остальные параметры такие же, как и в случае рис. 6—8).

Сравнение рис. 6 и 9, характеризующих динамику поглощения на основной частоте и излучения на частоте второй гармоники $2\omega_0$, демонстрирует качественное различие. Здесь и резкие до 100% пики поглощения и существенное — более чем на порядок увеличение трансформации излучения во вторую гармонику. Последнее является особенно важным указанием на значительное

4*



Рис. 8. Функция распределения электронов, ускоренных благодаря черенковскому механизму, при сверхзвуковом разлете плазмы

увеличение электромагнитного поля в плазме. Корреляция всплесков генерации гармоник с пиками поглощения говорит о роли сильного внутреннего поля в процессе передачи энергии излучения плазме. Рис. 10 для $t = 11,5/(k_0 v_s)$ демонстрирует пространственное распределение плотности скорости и электромагнитного поля. Важно подчеркнуть наличие кавитонов — областей пространства, ограниченных с обеих сторон «горбами»



Рис. 9. Дозвуковой разлет. а — Зависимости от времени коэффициента поглощения А и доли энергии, поглощаемой благодаря столкновениям Q_{T} ; б — форма импульса лазерного излучения (1) и зависимость от времени коэффициен-та трансформации излучения во вторую гармонику (2)



Рис. 10. Зависимость от координат: плотности плазмы (a), скорости плазмы (б), электри-ческого поля (s) (1 — E_y , 2 — E_x при дозвуковом разлете)





с закритическим значением плотности ($n > n_{\rm c}$), в которых захвачено и усилено поле продольных ленгмюровских колебаний. Именно в такие моменты образования кавитонов и захвата поля поглощение достигает особенно большого значения ($A \approx 95\%$) и больше половины поглощаемой энергии идет на генерацию «горячих» электронов ($Q_{\rm F} \approx 40\%$). Подчеркнем еще раз динамический характер поглощения и генерации гармоник, связанный с возникновением и разрушением кавитонов. При этом возможны состояния плазмы, отражающие больше энергии, чем в этот момент падает на нее, что связано с отражением запасенной в кавитонах энергии поля.

На рис. 11 для $t = 11,5/(k_0 v_s)$ представлена функция распределения электронов, качественно отличающаяся от распределения рис. 8, полученного для сверхзвукового разлета. Отметим, что наличие кавитонов, запирающих энергию ленгмюровских волн, приводит к эффективному ускорению электронов в обоих направлениях. Далее, $T_{\rm hot} \approx 7T_{\rm eo}$, и такое распределение имеет место для широкого интервала скоростей,



Рис. 12. Эволюция во времени плотности плазмы

что отвечает широкому спектру длин волн ленгмюровских колебаний внутри кавитонов.

Расчеты с малым конечным значением v_c и начальным условием (3.5) сохраняют кавитонную картину, исчезающую лишь при больших ve. Так,



Рис. 13. Эволюция во времени коэффициента поглощения А и доли энергии, поглощаемой благодаря столкновениям QT

при | u (L, t) | = 0,5 $v_{\rm s}$, когда $l_n = 41\lambda_0$ и $l = 49\lambda_0$, т. е. при сравнительно больших масштабах неоднородности, возрастает число кавитонов и процесс их образования становится квазистационарным. На рис. 12 представлено изменение распределения плотности плазмы со временем, для которого характерна кавитонная структура. Отвечающая такой структуре зависимость от времени коэффициента поглощения приведена на рис. 13.

Подводя итог динамическому рассмотрению поглощения мощного излучения плазмой, можно констатировать наличие качественно различных режимов взаимодействия излучения с плазмой. Именно, с одной стороны, в режиме со сравнительно плавным градиентом скорости осуществляется кавитонный режим, в котором кавитоны заполнены сильным и коротковолновым полем, осуществляющим эффективную передачу энергии горячим электронам. В противоположном режиме резкого градиента скорости выявлены условия затруднения образования кавитонов. В этом режиме подавлены внутренние поля в плазме, подавлена генерация гармоник, подавлена генерация горячих электронов. Поэтому можно полагать, что при воздействии мощного излучения на плазму возможны диаметрально различные картины турбулентного состояния, возникающего в плазме под действием излучения.

Отметим, что совместные расчеты локальной структуры поля и течения плазмы в области поглощения с помощью кода LAST и глобального гидродинамического разлета с помощью кода MEDUSA продемонстрировали важность обсужденных здесь режимов ³⁴.

4. ЭФФЕКТ САМООГРАНИЧЕНИЯ ПОЛЯ

Содержание предыдущего раздела показывает, что обусловленное пондеромоторной силой нелинейное видоизменение пространственного распределения плотности и скорости плазмы качественно влияет на закономерности поглощения излучения. В этой связи обсудим некоторые следствия нелинейной электродинамики сверхзвукового течения плазмы, допускающие в том числе аналитически доказанные положения. Именно, рассмотрим следствия одномерной бездиссипативной стационарной гидродинамики плазмы, базирующейся на уравнениях

$$\frac{\partial (nu)}{\partial x} = 0, \quad u \; \frac{\partial u}{\partial x} = -\frac{1}{n} \; \frac{\partial nv_{\rm s}^2}{\partial x} - \frac{Ze^2}{4m_{\rm e}M_1\omega_0^2} \; \frac{\partial |\mathbf{E}|^2}{\partial x}. \tag{4.1}$$

Эта система уравнений имеет следующие два интеграла: $(1/2) u^2(x) + v_s^2 \ln n (x) + Ze^2 | E(x) |^2 (4m_e M_1 \omega_0^2)^{-1} = (1/2) V^2 + v_s^2 \ln N = \text{const},$ n(x) u(x) = NV = const.

Эти формулы позволяют записать одно уравнение, связывающее плотность ионов плазмы с амплитудой электрического поля:

$$\frac{1}{2} V^2 \left(1 - \frac{N^2}{n^2(x)} \right) + v_s^2 \ln \frac{N}{n(x)} = \frac{Ze^2 | \mathbf{E}(x) |^2}{4m_e M_1 \omega_0^2}.$$
(4.2)

Это соотношение вместе с выражением для диэлектрической постоянной

$$\varepsilon (\omega, |\mathbf{E}(x)|^2) = 1 - \frac{Zn(x)}{n_c}$$
(4.3)

представляет собой материальное уравнение. Это материальное уравнение приводит к существенно различным электродинамическим следствиям для дозвуковых и сверхзвуковых стационарных течений плазмы. С другой стороны, качественно такое различие можно усмотреть также из следующего уравнения, вытекающего из уравнений (4.1):

$$(u^2 - v_{\rm s}^2) \frac{1}{n} \frac{\partial n}{\partial x} = \frac{Ze^2}{4m_{\rm e}M_1\omega_0^2} \frac{\partial |\mathbf{E}(x)|^2}{\partial x}.$$

Эта формула показывает, что в дозвуковом потоке ($u^2 < v_8^2$) максимуму напряженности электрического поля отвечает минимум плотности плазмы,

поглощение излучения турбулентной лазерной плазмой

что приводит к нелинейной фокусировке поля в плазме. Напротив, уравнение (4.6) для сверхзвукового потока показывает, что пондеромоторная сила сгребает плазму в область сильного поля. Теоретические указания на последнюю возможность можно найти в работах ³⁵⁻³⁷. Прямое экспериментальное подтверждение такого поведения плазмы продемонстрировано в работе ³⁸.

Для того чтобы продемонстрировать своеобразие электродинамики сверхзвукового течения плазмы, мы рассмотрим те простые следствия, которые легко получить для слабонелинейного состояния, когда давление электромагнитного поля мало по сравнению с тепловым давлением. При этом в соотношении (4.2) можно принять $n(x) = N + \delta n(x)$, $u(x) = V + \delta u(x)$, считая δn и δu малыми. Тогда

$$\delta n = \frac{NZ \mid \mathbf{E}(x) \mid^2}{(V^2 - v_8^2) \, 16\pi n_c M_1} \,, \quad \delta u = -\frac{VZ \mid \mathbf{E}(x) \mid^2}{(V^2 - v_8^2) \, 16\pi n_c M_1} \,. \tag{4.4}$$

Эти выражения позволяют согласно (4.5) записать в следующем виде диэлектрическую постоянную:

$$\varepsilon = 1 - \frac{ZN}{n_{\rm c}} - \frac{Z^2N |\mathbf{E}(x)|^2}{16\pi n_{\rm c}^2 M_1 (V^2 - v_{\rm s}^2)} \,.$$

Используем это выражение для получения решения уравнений Максвелла для случая s-поляризованного излучения, падающего на плазму под углом θ , которые в этом случае сводятся к следующему уравнению для комплексной амплитуды E(x):

$$E''(x) + \frac{\omega_0^2}{c^2} \left(\varepsilon_0 - \sin^2 \theta - \frac{|E(x)|^2}{E_v^2} \right) E(x) = 0,$$
 (4.5)

где $\varepsilon_0 = 1 - (ZN/n_c), E_v^2 = Z^{-2}N^{-1}16\pi n_c M_i (V^2 - v_s^2).$

Вводя по формуле $E(x) = \mathscr{E}(x) \exp[i\varphi(x)]$ действительные амплитуду $\mathscr{E}(x)$ и фазу $\varphi(x)$, из (4.10) получаем

$$\mathcal{E}'' - \frac{M^2}{\mathcal{E}^3} + \frac{\omega_0^2}{c^2} \left(\varepsilon_0 - \sin^2 \theta - \frac{\mathcal{E}^2}{E_v^2} \right) \mathcal{E} = 0, \qquad (4.6)$$
$$M' = 0,$$

где $M = \mathscr{E}^2 \varphi'$. Имея в виду M = const, можно говорить о том, что уравнение (4.6) отвечает уравнению движения ангармони-

ческого ротатора. Интеграл энергии такого ротатора имеет вид

$$(\mathcal{E}')^2 + \frac{M^2}{\mathcal{E}^2} + \frac{\omega_0^2}{c^2} \left[\left(\varepsilon_0 - \sin^2 \theta \right) \mathcal{E}^2 - \frac{\mathcal{E}^4}{2E_v^2} \right] = \text{const.}$$

$$(4.7)$$

На рис. 14 приведена зависимость суммы центробежной (M^2/\mathcal{E}^2) и потенциальной $((\omega_0/c)^2 [(\varepsilon_0 - - \sin^2 \theta) \mathcal{E}^2 - (\mathcal{E}^4/2E_v^2)])$ энергий ротатора от квадрата напряженности электрического поля. Из этого рисунка следует, что максимально возможное значение напряженности электрического поля электромагнитной волны в сверхзвуковом потоке плазмы оказывается ограниченным ³⁹⁻⁴¹ (см. также ⁴²⁻⁴⁴), поскольку регулярным решениям уравнения (4.6) отвечают состояния внутри эффективной потенциальной ямы рис. 14. Приве-





денные на этом рисунке две кривые отвечают равному нулю и отличному от нуля значениям M.Из их сравнения легко видеть, что при превышении

некоторого критического значения потока энергии электромагнитной волны в сверхзвуковом потоке распространение электромагнитных волн запрещено. Из формулы (4.7) вытекает следующее ограничение:

$$\lambda_0 M \leq \left(\frac{2}{3}\right)^{3/2} 16\pi \varkappa T \frac{n_c}{ZN} \left(\cos^2 \theta - \frac{ZN}{n_c}\right)^{3/2} \left(\frac{V^2}{v_s^2} - 1\right).$$
(4.8)

При максимальном потоке, которому в этой формуле отвечает знак равенства, решение уравнения (4.6) имеет вид плоской волны с постоянной амплитудой $E(x) = \sqrt{2/3} E_v \sqrt{\epsilon_0 - \sin^2 \theta} \exp [ix (\omega_0/c) \sqrt{2/3}]$. Из рис. 14 ясно, что с уменьшением M возрастает возможная максимальная напряженность электрического поля, достигая наибольшего значения

$$E_{\max} = E_{\nabla} \sqrt{\varepsilon_0 - \sin^2 \theta} \tag{4.9}$$

при M = 0. Поясним сущность вскрытого нами явления самоограничения поля при сверхзвуковом разлете плазмы. Дело заключается в том, что благодаря сгребанию плазмы в область сильного поля возрастание плотности делает плазму менее прозрачной, что затрудняет существование поля в такой плазме, приводит к ограничению на абсолютную величину ее интенсивности.

Приведем здесь еще один результат работы ³⁹, относящийся к случаю заданного (линейного) профиля плотности плазмы ($n = n_c (x + L)/L$) и нормального падения излучения. При этом в нашем случае дефокусирующей нелинейности имеем

$$E'' - \frac{\omega_0^2}{c^2} \left[\frac{x}{L} + \left(\frac{E}{E_v} \right)^2 \right] E = 0.$$
(4.10)

При углублении в область непрозрачности поле убывает и принимает вид, отвечающий асимптотике линейного уравнения, получающегося из (4.10) при пренебрежении слагаемым $\sim E^3$. Такая асимптотика описывается асимптотикой функции Эйри

$$E_{i}(x) = \frac{\mathfrak{L}}{2\sqrt{\pi}} E_{v} \left(\frac{\hbar_{0}}{L}\right)^{1/3} \left(\frac{\hbar_{0}^{2}L}{x^{3}}\right)^{1/2} \exp\left\{-\frac{2}{3} \left(\frac{x^{3}}{\hbar_{0}^{2}L}\right)^{1/2}\right\}.$$
 (4.11)

При малых значениях постоянной \mathfrak{A} полученные в результате численного интегрирования решения уравнения (4.10) практически не отличаются от функции Эйри. Это видно из рис. 15, *a*, на котором изображено решение уравнения (4.10) с асимптотикой (4.11) для $\mathfrak{A} = 0,4$ (рис. 15, *a*). С ростом величины \mathfrak{A} положение меняется. В частности, благодаря деформации плотности максимум поля смещается в сторону разреженных слоев плазмы, что видно из рис. 15, *e*, построенного для $\mathfrak{A} = 1,4169$. Однако наиболее существенным является то, что конечное решение уравнения (4.10) при асимптотике (4.11) отсутствует для $\mathfrak{A} > \sqrt{2}$. Этот факт был установлен в теории уравнения Пенлеве второго рода ⁴⁵. Такое отсутствие решений уравнения поля (4.10) отвечает эффекту самоограничения поля в пространственно-неоднородной плазме. Для демонстрации качественного отличия картины поведения поля в сверхзвуковом и дозвуковом потоках на рис. 15, *б* показано, как в случае фокусирующей нелинейности ($E_v^2 < 0$) при $\mathfrak{A} = 10$ поле смещается внутрь плазмы, а не наружу, как это имеет место на рис. 15, *e* для случая сверхзвукового потока.

Полученные выше аналитические результаты позволяют сделать вывод о том, что в условиях малости диссипации энергии электромагнитного поля и при не очень малом масштабе пространственного изменения плотности в сверхзвуковом неоднородном потоке плазмы напряженность электрического поля падающего на плазму излучения благодаря эффекту самоограничения

ПОГЛОЩЕНИЕ ИЗЛУЧЕНИЯ ТУРБУЛЕНТНОЙ ЛАЗЕРНОЙ ПЛАЗМОЙ

поля, осциллируя в пространстве, будет не нарастать, как это имеет место в линейной электродинамике и нелинейной электродинамике дозвукового течения, а, напротив, при углублении в плазму и до достижения слоя непрозрачности амплитуда поля будет, осциллируя, убывать. Такой вывод под-

тверждается рис. 16, на котором сравниваются картины проникновения слабого поля (линейная теория) и сильного поля (б) в сверхзвуковом одномерном потоке разлетающейся плазмы. Эта картина получена с помощью решения уравнений раздела 3 нашей статьи для поля s-поляризованного излучения в работе 40.

Определенное экспериментальное подтверждение представлений о самоограничении поля в сверхзвуковом потоке дано в работах ⁴⁰, ⁴¹, где проводилось изучение эволюции во времени взаимодействия излучения неодимового лазера с плазмой алюминиевой мишени. Результаты спектрально-временных исследований этих работ иллюстрируются рис. 17 для нормального падения излучения на плазму. При этом генерация второй гармоники (рис. 17. а) и слабое отражение излучения назад (рис. 17, б) коррелируют во времени с той первой половиной импульса, когда спектр отраженного излучения смещен в красную сторону. Напротив, во вторую половину длительности импульса греющего плазму излучения, для которого характерно значительное синее смещение отраженного назад излучения, указывающего на сверхзвуковой характер течения, излучение второй гармоники, а также поглощение излучения существенно подавляются. Это можно считать указанием на



Рис. 15. Зависимость электрического поля от координаты в плазме с линейно неоднородным профилем.

значительное уменьшение электромагнитного поля, проникающего к области критической плотности, в соответствии с эффектом самоограничения поля,



Рис. 16. Проникновение поля в плазму при сверхзвуковом разлете. *а* — Слабое поле; *б* — сильное поле!

связанным с тем, что в условиях сверхзвукового течения возникающая в плазме пондеромоторная сила сгребает плазму в область сильного поля, что ведет к запрету существования волнового поля в плазме.

5. ПАРАМЕТРИЧЕСКАЯ ТУРБУЛЕНТНОСТЬ И ОБУСЛОВЛЕННОЕ ЕЮ ПОГЛОЩЕНИЕ ИЗЛУЧЕНИЯ

Среди возможных нелинейных эффектов, возникающих в плазме под действием мощного электромагнитного излучения, большой интерес вызывает широкий класс параметрических эффектов 27. При этом для физической картины аномального взаимодействия мощного лазерного излучения с плазмой важное значение имеет последовательный учет факта пространственной неоднородности реальной лазерной плазмы, проявляющейся как в видоизменении порогов параметрической неустойчивости, так и в пространственной локализации параметрической турбулентности. Последний факт может проявляться в подавлении параметрической турбулентности лазерной плазмы по сравнению с гипотетической пространственно-однородной моделью. В то же время подчеркнем, что определенная переоценка такого подавления приводила, как показано в ⁴⁶ (см. также ^{47, 48}), к существенному занижению оценки эф-



17. Экспериментальные Рис. зависимости от времени.

а — Генерация второй гармоники; б — отражение изизучения, з — спектральный состав отраженного на зад излучения

мы эта неустойчивость изучалась в работах ^{49, 50}. Роль неоднородности плазмы в развитии такой неус-тойчивости была изучена в работах ⁵¹⁻⁵⁴. Здесь нужно отметить установленное в этих работах важное положение об абсолютной параметрической неустойчивости распада волны накачки на два плазмона. При этом было показано ^{51, 54, 55}, что размер области пространственной локализации нарастающих в плазме возмущений с данным значением компоненты волнового вектора, поперечной направлению пространственной неоднородности, определяется сравнительно малой величиной

$$\sim \frac{v_{\rm E}}{c} L,$$
 (5.2)

фективности аномального по-

турбулентности пространственно-неоднородной плазмы будем считать, что плотность электронов (и ионов) линейно зависит

 $n(x) = n_0 \left(\text{const} + \frac{x}{L} \right)$, (5.1)

где *L* — характерный размер

неоднородности. Ниже мы обсудим некоторые следствия теории параметрических неустойчивостей, возникающих в окрестности плотности электро-

нов, равной критической (n_c)

на результатах теории распада

волны накачки на два плазмона

 $\mathbf{t} \rightarrow 2l$, имеющего место вблизи

четверти

Прежде всего остановимся

В теории однородной плаз-

от одной координаты х:

лазерного

Для иллюстрации положе-

теории параметрической

излуче-

критиче-

глощения

и равной

 $(1/4) n_{\rm c}$.

ской (1/4) n_c.

ния.

ний

где с — скорость света, $v_{\rm E} = |e| E_0/m_{\rm e}\omega_0$ — амплитуда скорости осцилля-

поглощение излучения турбулентной лазерной плазмой

ний электрона в электрическом поле волны накачки

$$E(x, t) = E_0 \sin(\omega_0 t - \int k_0 dx).$$

Малость величины (5.2) привела к утверждению (Чен, Лю, 1977) ⁵⁶ о малости аномального поглощения лазерного излучения в окрестности четверти критической плотности. Это утверждение возникло из анализа параметрически рождающихся в этой области солитонов. Однако, как это было показано Ерохиным и Силиным (1977) ⁴⁶, подобное утверждение является лишь следствием искусственного самоограничения использованием лишь одномерных солитонов. Напротив, многомерные солитонные решения могут позволить заполнить весьма широкую область, определяющуюся линейной теорией параметрического двухплазмонного распада и отвечающую совокулности ряда областей (5.2), отвечающих плазмонам с различными поперечными компонентами волнового вектора (⁵⁴, 1977; ⁴⁸ 1977). При этом не слишком близко к порогу полный линейный размер область развития параметрической неустойчивости составляет величину

$$\Delta x \sim 3Lr_{\rm De}^2 k_{\rm max}^2, \tag{5.3}$$

где $r_{\rm De}$ — электронный дебаевский радиус и $k_{\rm max}$ — максимально допустимое значение волнового вектора плазмона. Соотношение (5.4) возникает из элементарных (но незамеченных в солитонной теории) соображений о расстройке резонанса. Поскольку в области коротких волн граница неустойчивости оказывается нечувствительной к влиянию пространственной неоднородности, то общий размер области двухплазмонного распада оказывается равным ⁵⁴ $\Delta x_{2l} \sim L [\ln (c/v_{\rm E})]^{-1}$. Очевидно, что область двухплазмонного распада может занимать значительную часть неоднородного профиля короны лазерной плазмы. Отметим, что утверждение Рубенчика ⁵⁷ о малости аномального двухплазмонного поглощения связано с предположением о малости области локализации области турбулентности двухплазмонного распада без обоснования такого предположения.

Оценка размера пространственной области неустойчивости, даваемая формулой (5.3), является весьма универсальной. Так, в случае еще одной абсолютной неустойчивости, но теперь имеющей место вблизи критической илотности, представляющей собой апериодическую параметрическую неустойчивость ⁵⁸, в результате которой волна накачки превращается в продольную электронную ленгмюровскую волну и апериодическое плазмонное возмущение (солитон или кавитон), характерный размер области развития такой неустойчивости оказывается равным ⁴⁸ $\Delta x_{la} \sim L\{\ln [(r_{De}^2 + r_{Di}^2))r_{E}^2)\}^{-1}$, где r_{Di} — дебаевский радиус ионов, $r_{E} = v_{E}/\omega_{0}$ — амплитуда осцилляций электрона в поле накачки. Снова, как и в случае двухплазмонного распада, область параметрической неустойчивости оказывается сравнымой с размером короны (L) лазерной плазмы.

Наконец, остановимся на конвективной распадной неустойчивости поперечной волны накачки на электронную ленгмюровскую и ионно-звуковую ⁵⁸, ⁵⁹. Несмотря на принципиальное отличие такой неустойчивости от обсужденных выше абсолютных, область конвективного усиления волны с данным волновым вектором имеет сравнительно малый размер. Поэтому для оценки размера всей области неустойчивости снова можно использовать формулу (5.3). При этом в качестве максимального волнового вектора для оценки можно подставить то значение, при котором становится существенным затухание Ландау, запрещающее генерацию коротковолновых плазмонов. В результате имеем $\Delta x_{ls} \sim L \max\{[\ln (\omega_0/v_{el})]^{-1}; 0,3\}$, где v_{el} — частота электронных столкновений. Последняя формула также указывает на то, что распадная неустойчивость развивается в области, сравнимой с характерным размером L неоднородности плазмы. Этот размер при не слишком больших

плотностях потока энергии лазерного излучения определяется обычной гидродинамикой разлета короны лазерной плазмы. Напротив, при больших потоках излучения, когда пондеромоторные силы укручают профиль неоднородной плотности плазмы, величина L может стать сравнительно малой. Изложенные здесь соображения о локализации в пространстве областей параметрической турбулентности в настоящее время распространены широко.

Определив характерный размер области параметрической турбулентности, перейдем теперь к обсуждению характерной скорости аномального поглощения излучения, характеризуемой параметрической турбулентностью. Для этого используем понятие эффективной частоты столкновений v_{eff}, характеризующей эффективность трансформации энергии электромагнитного поля накачки $E_0^2/4\pi$ в плазменные волны и тепло. Преобразуемая при этом мощность запишется в виде

$$Q = v_{\rm eff} \, \frac{E_0^2}{4\pi} \,. \tag{5.4}$$

Для определения (5.4), а поэтому и для определения v_{eff} , обсудим возбуждение электронных ленгмюровских волн с волновым вектором k_d и инкрементом соответствующей параметрической неустойчивости $\gamma \equiv \gamma$ (E_0 , k_d). При этом будем считать k_d не очень малым: $k_d r_{De} > \omega_{Li}/\omega_{Le}$, так что дисперсионная поправка к частоте ленгмюровских волн оказывается больше ионнозвуковой частоты неизотермической плазмы. Тогда главным процессом нелинейного взаимодействия волн в сравнительно широкой области параметров оказывается вторичная параметрическая неустойчивость относительно возбуждения ленгмюровских (и низкочастотных) плазменных волн. Обозначив γ_k инкремент такой вторичной параметрической неустойчивости, можно записать для вкачиваемой в плазму мощности следующее выражение:

$$Q = \gamma_h \frac{E_{I\gamma}^2}{4\pi}, \qquad (5.5)$$

где $E_{1\gamma}$ — напряженность поля электронных ленгмюровских волн в области раскачки. Имея в виду зависимость γ_k от E_1 , для определения $E_{1\gamma}$ можно воспользоваться условием квазистационарности в области раскачки, которое отвечает равенству инкрементов первичной γ и вторичной γ_k параметрических неустойчивостей при $k = k_d$:

$$\gamma_{k=k_{\mathrm{d}}}(E_{l\gamma}) = \gamma(E_{0}k_{\mathrm{d}}). \tag{5.6}$$

С помощью уравнения (5.6) определим преобразуемую мощность излучения ⁶⁰ для различных механизмов вторичных параметрических процессов. Прежде всего, в неизотермической плазме и в условиях слабой связи параметрически возбуждаемых волн

$$\gamma < \omega_{\rm Li} k_{\rm d} r_{\rm De}, \tag{5.7}$$

когда электронная ленгмюровская волна распадается на такую же волну и звук, для инкремента такой распадной неустойчивости имеем

$$\gamma_{k_{\rm d}} = (\omega_{\rm Le}\omega_{\rm Li}k_{\rm d}r_{\rm De})^{1/2}E_{l\gamma} (32\pi n_{\rm e}\varkappa T_{\rm e})^{-1/2}.$$
 (5.8)

Тогда согласно (5.6) получаем для (5.5) следующее выражение ⁶¹:

$$Q \simeq \frac{8n_{\rm e}\kappa T_{\rm e}\gamma^3}{\omega_{\rm Le}\omega_{\rm Li}k_{\rm d}r_{\rm De}}.$$
(5.9)

В изотермической плазме декремент затухания ионно-звуковых волн γ_s сравним с частотой звука $\gamma_s \sim \omega_{\text{Li}} r_{\text{De}} k_d$. Поэтому в условиях (5.9) для инкремента вторичной неустойчивости имеем

$$\gamma_h \approx \omega_{\rm Le} \frac{E_{\rm Ly}^2}{32\pi n_{\rm e} \varkappa T_{\rm e}} \cdot \tag{5.10}$$

Это выражение совместно с уравнением (5.6) дает для вкачиваемой в плазму мощности выражение

$$Q \approx 8n_{\rm e} \varkappa T_{\rm e} \frac{\gamma^2}{\omega_{\rm Le}} , \qquad (5.11)$$

полученное в работе 62.

Определим теперь в условиях слабой связи (5.10) v_{eff} . Для первичной параметрической неустойчивости, отвечающей распаду $t \rightarrow l + s$, когда инкремент дается формулой вида (5.11), из (5.12) получаем ⁸⁴

$$v_{\rm eff}^{(ls)} \sim 2\gamma \leqslant \omega_{\rm s}.$$
 (5.12)

Для первичной параметрической неустойчивости в изотермической плазме, отвечающей апериодической неустойчивости $t \rightarrow l + a$, когда инкремент описывается формулой вида (5.10), из (5.11) имеем ⁶¹

$$v_{\rm eff}^{(la)} \sim \frac{\omega_0^2}{\omega_{\rm s}} \frac{v_{\rm E}^2}{v_{\rm Te}^4} \lesssim \omega_{\rm s}.$$
(5.13)

Наконец, для первичной параметрической неустойчивости, отвечающей двухплазмонному распаду t $\rightarrow 2l$ и имеющей инкремент,

$$\gamma_{2l} \sim \omega_{\rm Le} \, \frac{v_E}{c} \,. \tag{5.14}$$

В случае неизотермической плазмы, когда имеет место соотношение (5.9), получаем ⁶¹

$$\mathbf{v}_{\rm eff}^{(2l)} \sim \omega_0 \frac{v_{\rm Te}^2}{c^2} \frac{\omega_{\rm Le} v_{\rm E}}{\omega_{\rm Li} r_{\rm De} k_{\rm d} c} \leqslant \omega_0 \frac{v_{\rm Te}^2}{c^2}. \tag{5.15}$$

Для изотермической плазмы с помощью (5.11) получаем

$$v_{e f}^{(2l)} \sim \omega_0 \frac{v_{Te}^2}{c^2}.$$
 (5.16)

Формула такого типа получена в работе ⁵⁷. Выражения (5.12), (5.13) и (5.15), (5.16) легко допускают значения, превышающие электрон-ионную частоту столкновений, а поэтому отвечают весьма эффективной параметрической трансформации электромагнитного излучения в продольные электронные ленгмюровские волны. При этом в условиях слабой связи такие волны могут поглощаться из-за электрон-ионных столкновений. Повышенная эффективность поглощения фактически отвечает сравнительно сильному плазменному полю, возникающему в плазме благодаря параметрической трансформации.

Обратимся теперь к достаточно сильным полям накачки, для которых нарушено условие (5.7), когда можно говорить о сильной параметрической связи волн. При этом спектр низкочастотных колебаний существенно определяется полем:

$$\omega_{k} \sim \gamma_{k} \sim \left(\omega_{\mathrm{Le}} \omega_{\mathrm{Li}}^{2} k_{\mathrm{d}}^{2} r_{\mathrm{De}}^{2}\right)^{1/3} \left(\frac{E_{l\gamma}^{2}}{4\pi n_{\mathrm{e}} \varkappa T_{\mathrm{e}}}\right)^{1/3} \sim E_{l\gamma}^{2/3}.$$
(5.17)

В то же время, если при нарушении условия (5.7) одновременно выполнено условие малости инкремента по сравнению с дисперсионной поправкой катастоте ленгмюровской волны

$$\omega_{\rm s} = \omega_{\rm Li} r_{\rm De} k_{\rm d} < \gamma < \omega_{\rm Le} \, (k_{\rm d} r_{\rm De})^2, \tag{5.18}$$

то в зоне раскачки спектральная перекачка сохраняет распадный характер с модифицированной низкой частотой. При этом для достаточно длинноволновых вторичных продуктов с $k_a < k_d$, для которых $\gamma_{k_a} = \omega_{\rm Le} (k_a r_{\rm De})^2$, возникает апериодическая неустойчивость. Однако для наших рассуждений важно условие баланса (5.6), которое в условиях (5.10) определяется вторичным рас-

В. П. СИЛИН

падным процессом. Поскольку в условиях (5.18) вторичный параметрический процесс описывается инкрементом вида (5.17), то из уравнения (5.6) получаем следующее выражение ⁶⁰:

$$Q = \frac{\gamma^4 n_{\rm e} \varkappa T_{\rm e}}{\omega_{\rm Le} \omega_{\rm Li}^2 k_{\rm d}^2 r_{\rm De}^2}$$

Наконец, при больших инкрементах, когда $\gamma > \omega_{\rm Le} k_{\rm d}^2 r_{\rm De}^2$, апериодическая неустойчивость возникает непосредственно в зоне раскачки, а поэтому является вторичным процессом, определяющим баланс с вкачиваемой мощностью благодаря первичной параметрической неустойчивости. При этом для инкремента апериодической неустойчивости имеем $\gamma_k \sim \omega_{\rm Li} E_{I\gamma} (4\pi n_{\rm e} \varkappa T_{\rm e})^{-1/2}$. Подставляя это выражение в (5.6) и определяя $E_{I\gamma} = [\gamma (E_0, k_{\rm d})/\omega_{\rm Li}] (4\pi n_{\rm e} \varkappa T_{\rm e})^{1/2}$, после подстановки в (5.5) находим ⁶³

$$Q = \frac{\gamma^3}{\omega_{\rm Li}^2} n_{\rm e} \varkappa T_{\rm e}.$$

Мощность, параметрически трансформируемая в продольные волны, в условиях отсутствия вторичной апериодической неустойчивости поглощается благодаря электрон-ионным столкновениям. Напротив, для больших длин волн, когда $k < k_a$, благодаря апериодической неустойчивости возможны перекачка по спектру ленгмюровской турбулентности в область коротких волн и черенковское поглощение волн электронами, что может быть эффективной причиной генерации горячих электронов.

В заключение следует отметить, что учет конвекции в описании такой конвективной неустойчивости, как распад t $\rightarrow l$ + s, применительно к условиям пространственно-неоднородной плазмы вместо баланса (5.6) требует равенства пространственных инкрементов усаления первичной и вторичной конвективных параметрических неустойчивостей ^{64, 65}. При этом для эффективной частоты столкновений возникает выражение $v_{eff} \sim 0.4 k_d v_E$, что может превышать (5.12).

6. ПОГЛОЩЕНИЕ ИЗЛУЧЕНИЯ, ОБУСЛОВЛЕННОЕ ИОННО-ЗВУКОВОЙ ТУРБУЛЕНТНОСТЬЮ

В плазме, поглощающей мощное электромагнитное излучение, возникает поток тепла, переносимый электронами плазмы. Наличие такого потока тепла может быть причиной ионно-звуковой неустойчивости ⁶⁶, приводящей к ионно-звуковой турбулентности. Наличие интенсивных ионно-звуковых флуктуаций может быть причиной дополнительного поглощения электромагнитного излучения, когда, например, электромагнитные волны на ионном звуке трансформируются в возмущения продольного поля, могущие поглощаться как из-за рассеяния колеблющихся в поле волны электронов, так и из-за черенковского поглощения электронами. Вопрос о поглощении излучения благодаря трансформации на ионных флуктуациях в продольные возмущения поставлен давно ⁶⁷ и в том числе применительно к лазерной плазме ⁶⁸. В работах ⁶⁹⁻⁷² в рамках качественного подхода к исследованию ионно-звукового поглощения было показано, что при достаточно большом уровне ионно-звуковой турбулентности поглощение может быть большим. Здесь нужно подчеркнуть, что проводившиеся ранее исследования велись в условиях теоретически неустановленного распределения ионно-звуковой турбулентности. В этой связи представляют интерес последние результаты теории ионно-звуковой турбулентности 73-76, полученные в модели, учитывающей индуцированное рассеяние ионного звука на ионах и квазилинейное рассеяние электронов на ионном звуке. Такая модель сохранила закон Кадомцева — Петвиашвили для распределения турбулентных пульсаций по абсолютным значениям волнового вектора, позволила найти аналити-

ческий закон распределения пульсаций по углам, устранила качественное противоречие с опытом модели Кадомцева — Петвиашвили, приводившей к завышению значения интенсивности турбулентных пульсаций.

В соответствии с работой 74 причиной возникновения ионно-звуковой турбулентности является векторная комбинация $\mathbf{R} = n_e e \mathbf{E} - \nabla (n_e \varkappa T_e)$ квазистационарного электронного поля и градиентов плотности и температуры. В частности, в случае максвелловского распределения основной массы электронов для распределения турбулентных пульсаций имеем $N(k, \cos \theta) =$ $N(k) \Phi (\cos \theta_k)$, где N(k) — распределение Кадомцева — Петвиашвили, а угловое распределение ($\Phi (\cos \theta_k)$) и сама величина интенсивности флуктуаций зависят от турбулентного числа Кнудсена

$$\mathsf{K}_{\mathsf{N}} = \frac{3\pi r_{\mathsf{D}i}^2 R}{r_{\mathsf{D}e}^2 m_{\mathsf{e}} n_{\mathsf{e}} v_{\mathsf{s}} \omega_{\mathsf{L}i}}.$$
(6.1)

При этом для $K_N \gg 1$ согласно ⁷⁶ угловое распределение иллюстрируется

рис. 18 (кривая *I*), где для сравнения при-веден также результат численного модели-рования работы ⁷⁷ (кривая 2).

В соответствии с положениями работы 67 можно охарактеризовать ионно-звуковое поглощение электромагнитного излучения с частотой w₀, волновым вектором k₀ и поляризацией е₀ с помощью следующей эффективной частоты столкновений 78:

$$v_{\text{eff}}^{(l)} = \int \frac{\mathrm{d}\mathbf{k}}{(2\pi)^3} \frac{\omega_{\text{Le}}^2 \omega_{\text{s}}(k) N(\mathbf{k}) (\mathbf{k} \mathbf{e}_0)^2}{\omega_0 n_e \varkappa T_e k^2} \frac{\mathrm{Im} \varepsilon_l(\omega, k)}{|\varepsilon_l(\omega, k)^2|},$$
(6.2)

где є₁ — продольная диэлектрическая постоянная и принято, что $k \gg k_0$ и $\omega_0 \gg$ $\gg v_{\rm eff}^{(l)}$.

Для аксиально-симметричного распределения работ $^{69-72}$ формула (6.2) может быть записана в виде $v_{eff}^{(l)} = e_{0x}^2 v_{||}^{(l)} + (e_{0y}^2 + e_{0z}^2) v_{\perp}^{(l)};$ здесь ориентирована вдоль вектора **R**, а $v_{\perp}^{(l)} = (1/2) (M_0 - M_1) \widetilde{v}, v_{\parallel}^{(l)} = M_1 \widetilde{v},$ где

$$M_n = \int_0^1 \mathrm{d} \,(\cos\theta) \cos^{2n}\theta \Phi \,(\cos\theta), \quad \widetilde{\mathbf{v}} = \frac{1}{4} \,\frac{v_{\mathrm{s}}^2}{v_{\mathrm{Ti}}^2} \,\omega_{\mathrm{Li}} N \,(\omega_0),$$
$$N \,(\omega_0) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \,\frac{\omega_{\mathrm{Le}}}{\omega_0} \,\int_{r_{\mathrm{De}}\hbar_{\mathrm{min}}}^1 \mathrm{d}x \, x^{-1} \ln x^{-1} \mathrm{Im} \,\varepsilon_l \,(\omega_0, \, xr_{\mathrm{De}}^{-1}) \,|\varepsilon_l \,(\omega_0, \, xr_{\mathrm{De}}^{-1})|^2.$$

В пределе $\omega_0^2 \ll 2\omega_{Le}^2$ имеем $N(\omega_0) \approx 1$. Этот предел отвечает физической картине диссипации, выявленной в ⁷⁹ и отвечающей потере энергии электроном, колеблющимся в поле излучения, при его рассеянии на ионно-звуковых флуктуациях.

Обсудим теперь, следуя 79, зависимость от турбулентного числа Кнудсена и анизотропию эффективных частот столкновений. В пределе ${\sf K}_{
m N}\gg 1$ согласно ⁷⁶ $M_n = m_n \sqrt{K_N}$, где $m_0 = 2,04$, $m_1 = 1,10$. Следовательно, в этом пределе анизотропия невелика, а эффективные частоты столкновений $\sim \sqrt{K_{\rm N}}$. В противоположном пределе $K_{\rm N} \ll 1$, но не слишком близко к поро-гу ионно-звуковой турбулентности ($K_{\rm st} \gg 1$), с помощью углового распре-

30 60 911 A Рис. 18. Угловое распределение ионно-звуковой турбулентности при больших значениях турбулентного числа Кнудсена.

1--- аналитическая теория, 2-- резуль-тат, полученный методом частиц ⁷⁷



деления работ ⁶⁹⁻⁷² можем записать

$$M_n = \frac{4K_N}{3\pi} \int_0^1 d\xi \,\xi^{2n-1} \frac{d}{d\xi} \frac{\xi^4}{1+\Delta-\xi},$$

где $\Delta = \max (\delta; (8 K_N/3\pi) \ln K_N^{-1})$ и $\delta = (\omega_{Le}/\omega_{Li}) (ZT_e/T_i)^{3/2} \exp (-ZT_e/T_i)$. В пределе небольшой неизотермичности плазмы $\delta \gg 1$, и имеем $v_{\perp}^{(l)} = (1/3) v_{\parallel}^{(l)}$ и $M_1 = (16/15 \pi) (K_N/\delta)$. В противоположном пределе сильной неизотермичности, когда $\delta \ll 1$, анизотропия эффективных частот столкновений становится особенно сильной $(v_{\parallel}^{(l)} \gg v_{\perp}^{(l)})$. Действительно, при $\Delta \ll 1$ имеем $M_1 = 4 K_N/3\pi\Delta$, $M_0 - M_1 = (8 K_N/3\pi)$ in Δ^{-1} . Отсюда следует, что при $\delta \gg (8 K_N/3\pi) \ln K_N^{-1}$ эффективные частоты столкновений пропорциональны K_N . Если же $1 \gg (8 K_N/3\pi) \ln K_N^{-1} \gg \delta$, то малая эффективная частота столкновений $v_{\perp}^{(l)}$ растет с ростом K_N , а $v_{\parallel}^{(l)}$ меняется медленно, поскольку в таком пределе $M_1 = (1/2) [\ln K_N^{-1}]^{-1}$. Подчеркнем, что отвечающая этому пределу ярко выраженная анизотропия эффективных частот сизлучения. При этом оптическая толщина плазмы, отвечающая поглощению р-поляризованного излучения, в таком пределе определятся формулой

$$\tau^{(l)} = \sin^2 \theta \, \frac{L\omega_{\rm Li} v_{\rm s}^2}{8 c v_{\rm Ti}^2} \, \overline{N\left(\omega_0, x\right) \left(\ln \frac{1}{K_{\rm N}}\right)^{-1}},\tag{6.3}$$

где усреднение проводится по неоднородному слою плазмы, в который про никает излучение. Поскольку в достаточно разреженной плазме, $\omega_{Le}^2(x) < (1/2) \omega_0^2$, эффективная частота столкновений убывает: $\sim \exp \left[-\omega_0^2/2\omega_{Le}^2(x)\right]$, то формула (6.3) отвечает существенному поглощению при углах падения излучения на плазму $\leq 60^{\circ}$ ⁷⁴. Очевидно, что максимум поглощения (6.3) как функция угла падения, вообще говоря, зависит от вида распределения плотности плазмы.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Необходимость вложения в плазму значительной доли энергии падающего на плазму излучения связана с самой постановкой задачи о лазерном термоядерном синтезе. Тот факт, что обычное столкновительное поглощение быстро убывает как с ростом температуры плазмы, так и с ростом напряженности поля, уже давно привлек внимание к необходимости изучения физики аномальных процессов поглощения. В настоящее время целый ряд таких процессов привлекается для понимания реальных закономерностей эксперимента. В то же время выявились условия, в которых столкновительное поглощение играет определяющую роль.

На рис. 19 приведены собранные в ⁴³ экспериментальные результаты по поглощению лазерного излучения, полученные в опытах с плоскими мишенями в различных лабораториях мира в течение нескольких лет.

Сравнительно сильное поглощение коротковолнового лазерного излучения связывается с важной ролью электрон-ионных столкновений (см.

формулу (1.7)). Напротив, для истолкования поглощения излучения CO₂лазера обычно используется положение о резонансной трансформации излучения на профиле плазмы, укручение которого обеспечивается достаточно большой пондеромоторной силой.



Рис. 19...Экспериментальные данные, характеризующие коэффициент поглощения A в зависимости от плотности потока лазерного излучения q (Вт/см²), полученные в различных условиях:

1 — 1,06 мкм; 2 — 0,53 мкм, 30 пс, медная милиень (Гархинг); 3 — 10 мкм, 1,5 нс; 4 — 1,06 мкм, 100 пс; 5 — 0,52 мкм, 80 пс; 6 — 0,53 мкм, 2 нс, полиэтиленовая милиень (Палезо); 7 — 1,06 мкм, 2,5 нс; 8 — 1,06 мкм, CH₂; 9 — 1,06 мкм, Au; 10 — 0,53 мкм, CH₂, 500 пс, 45°; 11 — 0,53 мкм, 100 пс, 23°; 12 — 10 мкм, 1 нс (Ocara)

Грубые данные о полном поглощении в сравнительно широком диапазоне соответствуют теории столкновительного и резонансного поглощения. Детальные данные для своего объяснения требуют дополнительных гипотез.



Рис. 20. Угловая зависимость поглощения A излучения р-поляризации (1) и s-поляризации (2)

Например, на рис. 20 (из статьи ⁸¹) демонстрируется различие поглощения sи р-поляризованного излучения $\rm CO_2$ -лазера. Попытки объяснить эти данные с помощью представлений о резонансном поглощении приводят к оценке 5 ион – 4/с тога с

249

5 УФН, т. 145, вып. 2

масштаба пространственного изменения профиля плотности плазмы 10— 20 мкм. Такой характерный масштаб и значение $T_e = 0.23$ кэВ привели авторов работы ⁸¹ к оценке столкновительного поглощения A < 5%. Значительно большее поглощение, демонстрируемое рис. 20 при $\theta = 0^{\circ}$, для большого фокусного расстояния линзы работы ⁸¹, приводящего к малому углу схождения лучей $\Delta \theta \sim 3^{\circ}$, может быть связано, по мысли авторов статьи ⁸¹, с поперечным гофром плотности плазмы ($L_{\rm tr} \sim \lambda_0$), или с сильным магнитным полем ($\sim 10^6$ Гс), или с некоторыми другими результатами сильного воздействия излучения на плазму.

В нашем рассмотрении мы не обсуждали эффектов нагрева плазмы при очень больших значениях плотности потока излучения, когда возрастает роль вынужденного комбинационного рассеяния (см., например, ⁸²). В то же время роль этой параметрической неустойчивости может быть важной. Отметим в этой связи сообщение Киндела ⁸³ об увеличении эффективности



Рис. 21. Зависимость поглощения А в плазме мишени С₁₀Н₈О₄

поглощения CO_2 -лазера от 20 до 70% при увеличении плотности потока излучения от 10^{14} до 10^{15} Br/cm². При этом высказывается мысль о том, что при потоке 10^{15} Br/cm² поглощение определяется следующими процессами: резонансное поглощение на линейной неоднородности — 20%, резонансное поглощение, обусловленное гофром (которого по предположению не было при малых потоках лазерной энергии), — 30%, поглощение за счет BKP (вынужденного комбинационного рассеяния) — 20%. Отметим, что приведенные на рис. 19 данные о поглощении излучения CO_2 -лазера также указывают на рост поглощения с увеличением плотности потока излучения.

Для того чтобы более отчетливо усмотреть экспериментальные закономерности, на рис. 21 приведены результаты группы Политехнической школы (Франция) по поглощению излучения в плоской мишени из C₁₀H₈O₄ для случая излучения основной гармоники неодимового лазера (1, 1,06 мкм, длительность импульса 2,5 нс) и для случая излучения второй гармоники (2, 0,53 мкм, 2 нс). Рост поглощения с уменьшением длины волны демонстрирует проявление столкновительного (обратного тормозного) поглощения. При этом уменьшение длины волны, во-первых, отвечает увеличению критической плотности плазмы; во-вторых, увеличение плотности электронов ведет к понижению их температуры при сравнимой доли полной поглощаемой энергии. Оба таких явления ведут к росту эффективной частоты столкновений, к росту оптической толщины, обусловленной электрон-ионными столкновениями.

Другая экспериментальная закономерность иллюстрируется рис. 22, на котором сравниваются данные по поглощению излучения неодимового лазера в плоской C₁₀H₈O₄-мишени для двух различных длительностей импуль-са (1, 100 пс, 2, 2,5 нс). Из этого рисунка видно, что с увеличением длительности импульса возрастает поглощение лазерного излучения. Это возрастание обусловлено увеличением масштаба неоднородности разлетающейся плазмы, что, с одной стороны, ведет к уменьшению поглощения, обусловленного трансформацией лазерного излучения в продольное плазменное поле, а с другой стороны, такое увеличение масштаба неоднородности ведет к увеличению обратного тормозного поглощения. Данные рис. 22 указывают на существенную роль последнего эффекта⁸⁵.



Рис. 22. Зависимость поглощения А излучения неодимового лазера в плазме мищения С₁₀Н₈О₄ для двух длительностей импульса — 100 пс, и 2,5 нс

Реальная ответственность различных процессов за поглощение излучения в плазме может быть установлена только на основании реальных свепений о внутреннем состоянии плазмы, которые, несомненно, значительно проще получить в крупномасштабных лабораторных экспериментах, чем в лазерной плазме. В то же время, несомненно, большое значение имеют и будут иметь численные коды, описывающие глобальное поведение разлетающейся лазерной плазмы. Для формулировки последних важное значение имеет построение реалистической теории переноса энергии, поглощаемой в плазме. Развитие такой теории требует модификации методов вычисления потоков в условиях, когда длина свободного пробега сравнима с характерным масштабом неоднородности, выяснения возможной роли магнитных полей. генерируемых в лазерной плазме, понимания роли турбулентных процессов. В этой связи изучение закономерностей поглощения лазерного излучения: плазмой в настоящее время базируется на экспериментальном материале. для исчерпывающего анализа которого требуется более глубокое понимание до сих пор еще недостаточно изученных кинетических процессов, изложению исследования которых следовало бы посвятить специальный обзор.

Физический институт им. П. Н. Лебедева AH CCCP

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Силин В. П. Введение в кинетическую теорию газов. М.: Наука, 1971.
- 2. Гинзбург В. Л., Распространение электромагнитных волн в плазме. М.: Наука, 1967.
- а., 1991. 3. Денисов Н. Г.— ЖЭТФ, 1956, т. 31, с. 609. 4. Гильденбург В. Б.— ЖЭТФ, 1963, т. 45, с. 1978.
- 5*

В. П. СИЛИН

5. Пилия А. Д. — ЖТФ, 1966, т. 36, с. 818.

- 6. Омельченко А. Я., Степанов К. Н. Укр. физ. ж., 1967, т. 12, с. 1445.
- Омельченко А. Я. идр. Изв. вузов. Сер. «Радиофизика», 1971, т. 14, с. 1484. 7. Budden K. G. Radio Waves in the Ionosphere. - Cambridge: Cambridge University
- Press, 1961, p. 351. 8. Kelley D. L., Banos A. Jr. U.C.L.A. Plasma Physics Group Report No. PPG-170.--1974.
- 170.-1974.
 Forslund D. W., Kindel J. M., Lee K., Lindman E. L., Morse R. L. Phys. Rev. Ser. A, 1976, v. 11, p. 679.
 Speziale T., Catto P. J. Phys. Fluids, 1977, v. 20, p. 990.
 Pert G. J. Plasma Phys., 1978, v. 20, p. 175.
 David F. Rapport d'activité 1979 du GRECO ILM. Palaiseau Cedex: Ecole Polytochemica 4070

- Polytechnique, 1979.
- 13. Woo W., Estabrook K., De Groot J. S. Phys. Rev. Lett., 1978, v. 40, . 1094.
- 14. Montes A., Hubbard M. Plasma Phys., 1979, v. 21, p. 885.
- Montes A., Hubbard M. Plasma Phys., 1979, v. 21, p. 885.
 Aliev Yu. M., Gradov O. M., Kyrie A. Yu. Phys. Rev., 1977, v. 15, p. 2120. Алмев Ю. М., Вукович С., Градов О. М., Кирий А. Ю., Ча-деж В. Письма ЖЭТФ, 1977, т. 25, с. 351.
 Жарков А. А., Кондратьев И. Г., Миллер М. М. Ibidem, с. 355.
 Мааswinkel A. G. M. Experimental Investigation of Linear Mode Conversion in Laser-produced Plasmas. Projektgruppe für Laserforschung, 1980, PLF 39.
 Силин В. П. ЖЭТФ, 1964, т. 47, с. 2254.
 Силин В. П. ЖЭТФ, 1960, т. 38, с. 1771.
 Силин В. П. ЖЭТФ, 1961, т. 41, с. 861.
 Силин В. П., Урюпин С. А. ЖЭТФ, 1981, т. 81, с. 940.
 Shima Y., Yatom H. Phys. Rev. Ser. A, 1975, v. 12, p. 2406.
 Карапетян Р. В. Автореферат кандидатской диссертации. М.: ФИАН СССР.

- 23. Карапетян Р. В. Автореферат кандидатской диссертации. М.: ФИАН СССР, 1980.

- Langdon A. B. Phys. Rev. Lett., 1980, v. 44, p. 575.
 Balescu R. J. Plasma Phys., 1982, v. 27, p. 553.
 Max C. E. In: Interaction Laser-plasma/Eds. R. Balian, J.-C. Adam. Amsterdam; New York; Oxford: North-Holland, 1982, p. 316.
- 27. Силин В. П. Параметрическое воздействие излучения большой мощности на плазму. — М.: Наука, 1973. 28. Андреев Н. Е., Силин В. П. — Физ. плазмы, 1978, т. 4, с. 908. 29. Андреев Н. Е., Силин В. П., Стенчиков Г. Л. — Письма ЖЭТФ, 1978,
- т. 28, с. 533.
- 30. Андреев Н. Е., Силин В. П., Стенчиков Г. Л. Вкн. Взаимодействие сильных электромагнитных волн с бесстолкновительной плазмой, — Горький; ИПФ АН СССР, 1980, с. 156.
- 31. Андреев Н. Е., Силин В. П., Стенчиков Г. Л. ЖЭТФ, 1980, т. 78, c. 1396.
- 32. Andreev N. E., Silin V. P., Stenchikov G. L. Physica. Ser. D, 1981, v. 2, p. 146.
- 33. Андреев Н. Е., Силин В. П., Стенчиков Г. Л. Физ. плазмы, 1982, т. 8, с. 600.

- т. 8, с. 600.
 34. Андреев Н. Е., Градов О. М., Карл П., Силин В. П., Стенчи-ков Г. Л. Кр. сообщ. физ. (ФИАН СССР), 1982, № 3, с. 26.
 35. Lee K., Forslund D. W., KindelJ. M., Lindman E. L. Phys. Fluids, 1977, v. 20, p. 51.
 36. Mulser P., van Kessel C. Phys. Rev. Lett., 1977, v. 38, p. 902.
 37. Цинцадзе Н. Л., Цхакая Д. Д. ЖЭТФ, 1977, 72, с. 480.
 38. Акіуата Н., Маtsumoto О., Такеdа S. In: Proc. of Intern. Conference on Plasma Phys. Nagoya, Japan, 1980, v. 1, p. 393.
 39. Андреев Н. Е., Сплин В. П., Силин П. В. ЖЭТФ, 1980, т. 79, с. 1293.
 40. А'ндреев Н. Е., Арцимович В. Л., Касьянов Ю. С., Короб-кин В. В., Силин В. П., Силин П. В., Стенчиков Г. Л. Письма ЖЭТФ, 1980, т. 31, с. 636.
 41. Апdreev N. Е., Аrtsimovich V. L., Kas'yanov Yu. S., Korob-kin V. V., Silin V. P., Silin P. V., Stenchikov G. L. Phys. Lett. Ser. A, 1981, v. 82, p. 177.
 42. Silin V. P. In: The Physics of Ionized Gases/Ed. M. Matic. Beograd, 1980, p. 575.
- 575.
- 43. Silin V. P. In Proc. of the XV Intern. Conference on Phenomena in Ionized Gases:
- 45. SIIII V. P.— IN Froc. of the XV Intern. Conference on Phenomena in Ionized Gases: Invited Papers. Minsk, 1981, p. 357.
 44. Andreev N. E., Silin V. P., Silin P. V.— In: Nonlinear Waves/Ed. L. Debnath.— Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1983.
 45. Ablowitz M. J., Segur H.— Phys. Rev. Lett., 1977, v. 38, p. 1103.
 46. Ерохин А. Н., Силин В. П.— Кр. сообщ. физ. (ФИАН СССР), 1977, № 12, с. 42.

 - c. 42.

поглощение излучения турбулентной дазерной плазмой

- 47. Силин В. П. О поглощении излучения турбулентной лазерной плазмой: Препринт 47. Силин В. П. О потлощении излучения туроулентной лазерной плазмой: препрант ФИАН, СССР № 241.— Москва, 1978.
 48. Силин В. П.— J. de Phys., 1977, Coll. C6, Suppl. Nr. 12, С 6-153.
 49. Кгеп z J. Н., Кіпо G. S.— J. Appl. Phys., 1965, v. 36, p. 2387.
 50. Јаск son Е. А.— Phys. Rev., 1967, v. 153, p. 235.
 51. Силин В. П., Стародуб А. Н.— ЖӘТФ, 1974, т. 66, с. 176.
 52. Lee Y. C., Каw Р.— Phys. Rev. Lett., 1974, v. 32, p. 135.
 53. Liu C. S., Rosenbluth M. N.— Phys. Fluids, 1976, v. 19, p. 976.
 54. Силин В. П., Стародуб А. Н.— ЖӘТФ, 1977, т. 73, с. 884.
 55. Силин В. П., Стародуб А. Н., Филиппов М. В.— ЖӘТФ, 1977, т. 73, с. 188.

- 188.
- 56. Chen H. H., Liu C. S. Phys. Rev. Lett., 1977, v. 39, p. 881. 57. Рубенчик А. М. In: Proc. of XIII Intern. Conference Phenomena in Ionized Ga-57. Губенчики, и. и. 100. 11, 110. 801. Сонстстве Гиспонски и Гонгес Оказев: Сонтивние раретя. — 1977, рт. Иг. в. 887.
 58. Силин В. П. — ЖЭТФ, 1965, т. 47, р. 2254.
 59. DuBois D. F., Goldman M. V. — Phys. Rev. Lett., 1965, v. 14, р. 544.
 60. Силин В. П., Тихончук В. Т. — Письма ЖЭТФ, 1978, т. 27, с. 504.
 61. Быченков В. Ю., Силин В. П., Тихончук В. Т. — Іbidem, 1977, т. 26, 200

- c. 309.

- с. 309. 62. Кгиег W. L., Valeo E. J.— Phys. Fluids, 1973, v. 16, р. 675. 63. Галеев А. А., Сагдеев Р. З., Шапиро В. Д., Шевченко В. И.— ЖЭТФ, 1977, т. 73, с. 1352. 64. Silin V. P., Tikhonchuk V. T.— Phys. Lett. Ser. A, 1980, v. 78, р. 246. 65. Силин В. П., Тихончук В. Т.— ЖЭТФ, 1981, т. 81, с. 2039. 66. Forslund D. W.— J. Geophys. Res., 1970, v. 75, p. 17. 67. Dawson J., Oberman C.— Phys. Fluids, 1962, v. 5, p. 517; 1963, v. 6, p. 394. 68. Faehl J., Kruer W. L.— Ibidem, 1977, v. 20, p. 55. 69. Manheimer W. M., Colombant D. S., Ripin B. H.— Phys. Rev. Lett., 1977. v. 38. p. 4135. 1977, v. 38, p. 1135.

- 1977, v. 36, р. 1135.
 70. Manheimer W. M. Phys. Fluids, 1977, v. 20, p. 265.
 71. Manheimer W. M., Colombant D. S. Ibidem, 1978, v. 21, p. 1818.
 72. Colombant D., Manheimer W. M. Ibidem, 1980, v. 23, p. 2512.
 73. Bychenkov V. Yu., Silin V. P. In: Proc. of Intern. Conference on Plasma Physics. Göteborg, Sweden, 1982, 14 P-11-03, p. 369.
 74. Быченков В. Ю., Силин В. П. ЖЭТФ, 1982, т. 82, с. 1886.
 75. Быченков В. Ю., Градов О. М., Силин В. П. ЖЭТФ, 1982, т. 83, с. 2073.
- c. 2073.
- 76. Быченков В. Ю., Градов О. М., Силин В. П.— Физ. плазмы, 1984, 10, c. 33.
- 77. Візкатр D., Chodura R.— Phys. Rev. Lett., 1971, v. 27, р. 1553. 78. Быченков В. Ю., Силин В. П.— Физ. плазмы, 1983, т. 9, с. 282.

- 79. Силин В. П.— Кр. сообщ. физ. (ФИАН СССР), 1983, № 5, с. 59. 80. Horton W., Jr., Choi D. I.— Phys. Rept., 1979, v. 49, p. 273. 81. Garban-Labaune C., Fabre E., David F., Maingnan J., Mu-
- chard A. J. Phys. Lett., 1980, t. 41, p. L-463. 82. Estabrook K., Kruer W. L., Lasinski B. F. Phys. Rev. Lett., 1980, v. 45, p. 1399.
- 83. K in del J. M. The talk during USA-USSR workshop on the dense plasma. Tucson, Arizona, USA, March 7-14, 1983. 84. Kruer W. L., Valeo E. J.- Phys. Fluids, 1973, v. 18, p. 1308.
- 85. Rapport d'activité 1982 du GRECO ILM. --Palaiseau Cedex: Ecole Polytechnique, 1982.