

# УСПЕХИ ФИЗИЧЕСКИХ НАУК

535.130.182+532.783.

## ОРИЕНТАЦИОННАЯ ОПТИЧЕСКАЯ НЕЛИНЕЙНОСТЬ ЖИДКИХ КРИСТАЛЛОВ

Б. Я. Зельдович, Н. В. Табириян

### СОДЕРЖАНИЕ

Введение . . . . .	633
1. Гигантская оптическая нелинейность (ГОН) нематика: эксперимент и простые оценки . . . . .	634
1.1. Эксперимент . . . . .	634
1.2. Оценки . . . . .	635
2. Получение исходных уравнений теории . . . . .	636
2.1. Вариационные уравнения Эйлера — Лагранжа — Рэлея . . . . .	636
2.2. Упругая (франковская) часть свободной энергии . . . . .	637
2.3. Электромагнитная часть свободной энергии (лагранжиана) . . . . .	637
3. Исследования гигантской оптической нелинейности в ячейках с жидкими кристаллами (ЖК) . . . . .	641
3.1. Теория ГОН . . . . .	641
3.2. Экспериментальные исследования ГОН . . . . .	644
3.3. Влияние нежесткого закрепления на границе . . . . .	648
3.4. Ячейки с неоднородной ориентацией . . . . .	649
3.5. Смектики-С . . . . .	651
4. Светоиндуцированный переход Фредерикса (СПФ) . . . . .	652
4.1. Широкие пучки: пороговое поведение . . . . .	653
4.2. Широкие пучки: надпороговая структура . . . . .	654
4.3. Эффекты поперечной ограниченности пучка . . . . .	656
4.4. Экспериментальные исследования СПФ . . . . .	656
5. Вынужденное рассеяние (ВР) и решеточная ориентационная нелинейность . . . . .	658
5.1. Теория ориентационного ВР в нематических ЖК . . . . .	659
5.2. Наблюдение ВР в нематических ЖК . . . . .	660
5.3. Наблюдение статических решеток и четырехволновое смешение . . . . .	661
5.4. СПФ в поле обыкновенной волны . . . . .	661
6. Воздействие света на поверхностный слой жидкого кристалла . . . . .	662
6.1. ГОН и СПФ в поле поверхностной световой волны . . . . .	663
6.2. Взаимодействие поверхностных плазмонов с ЖК . . . . .	665
6.3. Изменение шага холестерической спирали . . . . .	666
7. Нелинейности, связанные с поглощением . . . . .	668
7.1. Тепловые самофокусировка и самодефокусировка . . . . .	668
7.2. Вынужденное температурное рассеяние . . . . .	669
7.3. Тепловая переориентация . . . . .	669
7.4. Нелинейность за счет фотостимулированных превращений . . . . .	670
8. К истории вопроса . . . . .	671
Заключение . . . . .	672
Список литературы . . . . .	673

### ВВЕДЕНИЕ

В последние несколько лет появилось и бурно развивается новое направление в физике жидких кристаллов (ЖК) — ориентационная оптическая нелинейность мезофазы ЖК. Сейчас всем стало очевидно, что электрическое поле световой волны столь же хорошо позволяет переориентировать директор ЖК, как и статическое магнитное или электрическое поле. Однако до первого эксперимента далеко не очевидным был ответ на простой вопрос: позволит ли прозрачность мезофазы ЖК (как известно, не слишком высокая

из-за рассеяния и поглощения) пропустить свет достаточной мощности на длину, достаточную для наблюдения эффектов ориентационной нелинейности. К счастью, ответ оказался положительным, что в конечном счете и привело к потребности в написании настоящего обзора.

## 1. ГИГАНТСКАЯ ОПТИЧЕСКАЯ НЕЛИНЕЙНОСТЬ (ГОН) НЕМАТИКА: ЭКСПЕРИМЕНТ И ПРОСТЫЕ ОЦЕНКИ

### 1.1. Эксперимент <sup>12</sup>

Излучение неон-гелиевого лазера ( $\lambda = 628$  нм) мощностью от 0 до 20 мВт фокусировалось линзой с фокусным расстоянием 25 см в ячейку с планарно

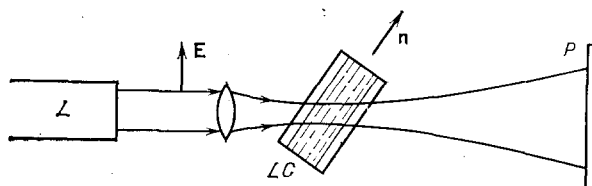


Рис. 1. Схема эксперимента по наблюдению ГОН.  
L — лазер; LC — НЖК-ячейка; P — экран

ориентированным нематическим жидким кристаллом (НЖК) толщиной 60 мкм (рис. 1). Ячейка была наклонена по отношению к пучку, так что орт поляризации волны необыкновенного типа в НЖК составлял угол  $\alpha$  с директором, т. е. с оптической осью. Угловая структура прошедшего

излучения регистрировались в дальней зоне. При малом уровне мощности,  $W \lesssim 3$  мВт, угловое распределение прошедшей волны было практи-

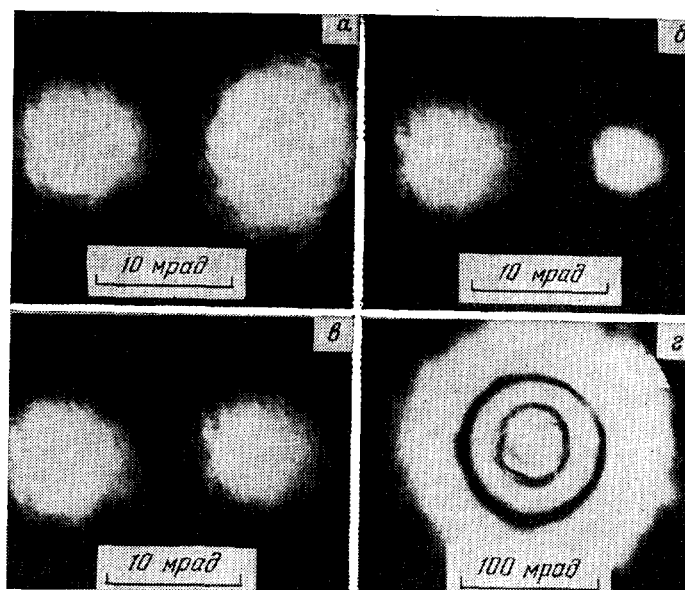


Рис. 2. Угловое распределение падающих на ячейку и прошедших через нее пучков для различных случаев.

a — Слева — падающий пучок, справа — пучок, испытывавший самофокусировочное уширение, при  $W \sim 3$  мВт; б — слева — падающий пучок, справа — пучок, испытывавший угловое сжатие, при самофокусировке в ячейке, поставленной за фокальной перетяжкой; в — совпадение расходимостей падающего и прошедшего пучков для случаев обыкновенной волны и нормального падения необыкновенной волны; г — абберационная кольцевая структура самофокусировки в прошедшем пучке ( $W \sim 20$  мВт, масштаб в 10 раз крупнее)

чески таким же, как и в отсутствие ячейки (рис. 2). При повышении мощности угловая расходимость прошедшего пучка увеличилась. В последующих опытах при еще большей мощности,  $W \sim 20$  мВт, угловое распределение

в дальней зоне приобрело своеобразную кольцевую структуру. Эффект усиливался с ростом угла  $\alpha$  (максимальное значение  $\alpha$  в эксперименте составляло  $32^\circ$ ). Если ячейка устанавливалась с небольшим сдвигом на перетяжку сфокусированного пучка, т. е. в область с расходящейся волной, то при повышении мощности от нуля до 10 мВт расходимость не только не увеличивалась, но даже уменьшалась по сравнению с исходной. Это означало, что ячейка играла роль положительной линзы, фокусирующей расходящуюся волну. Тем самым был зарегистрирован эффект самофокусировки света при очень малом уровне мощности,  $W \approx 3 \cdot 10^{-3}$  Вт; соответствующая плотность мощности на ячейке составляла около 50 Вт/см<sup>2</sup>. Время установления эффекта составляло около 10 с. Контрольные опыты показали, что в соответствии с теорией эффект отсутствует при нормальном падении волны на ячейку,  $\alpha = 0$ , и для волны обыкновенного типа при любой ориентации ячейки.

## 1.2. Оценки

В описываемом эксперименте были проведены достаточно подробные измерения зависимости силы нелинейной линзы от угла  $\alpha$  и интенсивности света. Здесь мы ограничимся лишь простейшими оценками, подтверждающими, что в эксперименте обнаружили именно то, что искали, — ориентационную оптическую нелинейность.

В пучке с плотностью мощности 50 Вт/см<sup>2</sup> напряженность электрического поля световой волны составляет  $|E| = 0,5 \text{ CGSE} = 1,5 \cdot 10^2 \text{ В/см}$ . Анизотропная часть плотности энергии взаимодействия поля с НЖК может быть представлена в виде  $U_E = -(\epsilon_a/16\pi) |E|^2 \cos^2(\alpha - \theta)$ , где  $\epsilon_a = \epsilon_{||} - \epsilon_{\perp}$  — анизотропия диэлектрической проницаемости НЖК на световой частоте;  $\epsilon_a = n_{||}^2 - n_{\perp}^2 = (1,71)^2 - (1,51)^2 = 0,64$  в условиях эксперимента. Например, при  $\alpha = 45^\circ$  изменение ориентации директора на угол  $\theta > 0$  приближает оптическую ось к направлению поля  $E$  и понижает энергию на величину  $\delta U_E$  (эрг/см<sup>3</sup>)  $= -(\epsilon_a/16\pi) |E|^2 \theta$ . Однако на стенках ячейки задана жесткая планарная ориентация, так что возмущение  $\theta$  максимально в середине кюветы и обращается в нуль на стенках. Плотность соответствующей энергии неоднородной деформации составляет  $\delta U_d \approx \approx KL^{-2}\theta^2$ , где  $L$  — толщина ячейки,  $K \sim 10^{-6}$  эрг/см — константа Франка. Минимизируя сумму  $\delta U_E + \delta U_d$ , получим отклонение директора на угол  $\theta = \epsilon_a |E|^2 L^2 / 32\pi K \approx 6 \cdot 10^{-2}$  рад в условиях эксперимента. При  $\alpha = 45^\circ$  такое отклонение оптической оси приведет к изменению показателя преломления волны необыкновенного типа на величину  $\delta n \approx (n_{||} - n_{\perp}) \theta = 1,2 \cdot 10^{-2} > 0$ . В результате на длине  $z = L/\cos \alpha \approx 1,4L$  возникает дополнительный сдвиг фазы  $\delta\phi = 2\pi\delta n/\lambda = 10$  рад. Эта цифра относится к центру пучка, где интенсивность  $|E|^2$  максимальна, а на краях пучка  $\delta\phi \approx 0$ . В силу  $\delta n > 0$  волновой фронт центральной части пучка оказывается задержанным относительно периферии, что и означает самофокусировку света.

В нелинейной оптике явление самофокусировки света принято описывать в терминах зависимости диэлектрической проницаемости среды на оптической частоте от интенсивности поля,  $\epsilon = \epsilon_0 + 0,5\epsilon_2 |E|^2$ , где  $\epsilon_2$  (см<sup>3</sup>/эрг) — константа нелинейности. Для одной из наиболее нелинейных сред — жидкого сероуглерода CS<sub>2</sub> — эта константа составляет  $\epsilon_2 \approx 10^{-10}$  см<sup>3</sup>/эрг. Если пересчитать результаты рассмотренного эксперимента на значение  $\epsilon_2$ , то получается  $\epsilon_2 \approx 0,07$  см<sup>3</sup>/эрг, т. е. примерно в  $10^9$  раз больше, чем для CS<sub>2</sub>. В этой связи обнаруженная нелинейность получила название гигантской ориентационной нелинейности (также ГОН).

Как известно, порядок величины константы Франка можно получить из требования, чтобы при 100 %-ной деформации с масштабом  $a$  порядка размера молекулы  $a_m$  возмущенная плотность свободной энергии  $Ka_m^{-2}$  совпала с  $Nk_B T$ , где  $N \sim a_m^{-3}$  — плотность,  $k_B T$  — температура в энергетических единицах; отсюда следует оценка  $K \sim Na_m^2 k_B T \sim k_B T/a_m$ . С другой

стороны, для изотропной жидкости, состоящей из оптически сильноанизотропных молекул, имеет место <sup>10</sup> следующая оценка константы ориентационной нелинейности:  $\varepsilon_2(\text{ИЖ}) \sim (Nk_B T)^{-1}$ . В результате мы приходим к выводу, что если в мезофазе  $\varepsilon_a \sim 1$ , то отвечающая ей константа  $\varepsilon_2(\text{ГОН}) \sim \sim L^2/K$  больше  $\varepsilon_2(\text{ИЖ})$  на следующий множитель:

$$\frac{\varepsilon_2(\text{ГОН})}{\varepsilon_2(\text{ИЖ})} \approx \left( \frac{L}{a_m} \right)^2.$$

И действительно, если принять  $L = 5 \cdot 10^{-3}$  см,  $a_m = 10^{-7}$  см, то этот множитель составляет около  $10^9$  в соответствии с результатами эксперимента. Практически в то же число раз увеличивается и время установления нелинейности. Это означает, что для получения заданного возмущения  $\delta \varepsilon$  требуется примерно одинаковое значение  $|E|^2 t_{\text{имп}}$  как для изотропной жидкости, так и для мезофазы; здесь  $t_{\text{имп}}$  — длительность светового импульса.

В последующих разделах обзора будут рассмотрены и более сложные виды деформаций ЖК. Для них роль размера будет играть уже не толщина ячейки  $L$ , а масштабы картины интерференции световых полей. С учетом такой замены полученная выше оценка фактора выигрыша справедлива и в общем случае.

## 2. ПОЛУЧЕНИЕ ИСХОДНЫХ УРАВНЕНИЙ ТЕОРИИ

### 2.1. Вариационные уравнения

#### Эйлера — Лагранжа — Рэлея

Уравнения равновесия жидкого кристалла принято получать из вариационного принципа, согласно которому свободная энергия  $\mathcal{F} = \int F d^3r$  при постоянной температуре в установившемся состоянии должна принимать минимальное значение. Если плотность  $F$  (эрг/см<sup>3</sup>) зависит от некоторого числа  $m$  независимых переменных  $u_m(\mathbf{r})$  и их производных  $\partial u_m / \partial x_j$ , то применение стандартных методов вариационного исчисления дает систему уравнений равновесия

$$\frac{\partial}{\partial x_j} \frac{\delta F}{\delta (\partial u_m / \partial x_j)} - \frac{\delta F}{\delta u_m} = 0 \quad (2.1)$$

(уравнения Эйлера — Лагранжа). Для описания релаксационных процессов установления стационарного состояния следует еще ввести плотность диссипативной функции  $R(u_m)$ , такую, что темп релаксации энергии в тепло равен  $2R$  (эрг·см<sup>-3</sup>·с<sup>-1</sup>). Здесь точка обозначает производную по времени. Тогда вместо (2.1) следует записать

$$\frac{\partial}{\partial x_j} \frac{\delta F}{\delta (\partial u_m / \partial x_j)} - \frac{\delta F}{\delta u_m} - \frac{\delta R}{\delta \dot{u}_m} = 0 \quad (2.2)$$

— уравнения Эйлера — Лагранжа — Рэлея.

Обычно плотность свободной энергии  $F$  и плотность диссипативной функции  $R$  выбирают из феноменологических соображений, с учетом требований инвариантности относительно группы трансляций, вращений и т. п. На первый взгляд можно было бы написать непосредственно феноменологические уравнения, удовлетворяющие тем же требованиям. Если бы мы имели дело только с одной независимой функцией  $u$ , то использование вариационного аппарата действительно не давало бы почти никаких преимуществ. Однако при наличии нескольких переменных (например, декартовых компонент директора  $\mathbf{n}$ ) использование вариационных принципов позволяет автоматически учесть соотношения взаимности, получить которые достаточно сложно при прямой записи уравнений. Например, «сила»  $f_m = \partial F / \partial u_m$  удовлетворяет соотношению симметрии  $\partial f_m / \partial u_n = \partial f_n / \partial u_m$ , поскольку обе эти производные равны  $\partial^2 F / \partial u_m \partial u_n$ . Аналогично сам факт, что диссипативные «силы»

$f'_m$  получаются дифференцированием единой функции  $R$ , автоматически обеспечивая выполнение принципа симметрии кинетических коэффициентов Онсагера  $\partial f'_m / \partial \dot{u}_n = \partial f'_n / \partial \dot{u}_m = \partial^2 R / \partial \dot{u}_n \partial \dot{u}_m$ .

Кроме того, наличие специальных видов симметрии функции  $F$ , играющей роль лагранжиана, по теореме Э. Нётер позволяет сразу выписывать (в общем случае весьма сложные и труднопроверяемые) законы сохранения.

## 2.2. Упругая (франковская) часть свободной энергии

Нематик и холестерик характеризуются единичным вектором директора  $\mathbf{n}$ ,  $|\mathbf{n}| = 1$ ,  $\mathbf{n}$  и  $-\mathbf{n}$  считаются эквивалентными. Плотность свободной энергии  $F$  деформированного ( $\mathbf{n} = \mathbf{n}(\mathbf{r})$ ) состояния принимается в виде

$$F = \frac{1}{2} K_1 (\text{div } \mathbf{n})^2 + \frac{1}{2} K_2 (\mathbf{n} \text{ rot } \mathbf{n} + q_0)^2 + \frac{1}{2} K_3 [\mathbf{n} \text{ rot } \mathbf{n}]^2; \quad (2.3)$$

здесь  $q_0 = 2\pi/h$ , где  $h$  — равновесный шаг спирали холестерика;  $K_1, K_2, K_3$  — константы Франка размерности дин;  $q_0 = 0$  для нематиков. Плотность диссипативной функции мы примем в простейшем виде

$$R = 0,5\gamma \dot{\mathbf{n}}^2, \quad (2.4)$$

где  $\gamma$  (пуаз, П) — вязкостная константа. Отметим, что здесь мы пренебрегаем связью директора с гидродинамическими степенями свободы; см. подробнее <sup>1</sup>.

Воспользоваться непосредственно уравнениями (2.1) или (2.2) и свободной энергией (2.3) невозможно, поскольку три величины  $n_x, n_y, n_z$  связаны между собой соотношением  $n_x^2 + n_y^2 + n_z^2 = 1$ . Здесь есть два пути. Прежде всего можно явно исключить лишнюю переменную, например положить  $n_z = (1 - n_x^2 - n_y^2)^{1/2}$  или перейти к сферическим координатам  $\theta, \varphi$  или каким-либо двум другим независимым переменным. Если же по каким-то причинам желательно сохранить запись, симметричную относительно всех трех декартовых компонент  $n_x, n_y, n_z$ , то можно воспользоваться методом неопределенного множителя Лагранжа  $\lambda(\mathbf{r})$ , см. <sup>1</sup>. В этом методе к плотности свободной энергии  $F$  добавляется слагаемое  $0,5\lambda(\mathbf{r})(n^2 - 1)$ , так что вариационные уравнения принимают вид

$$\frac{\partial}{\partial x_j} \frac{\delta F}{\delta (\partial n_k / \partial x_j)} - \frac{\delta F}{\delta n_k} - \frac{\delta R}{\delta \dot{n}_k} = \lambda(\mathbf{r}) n_k.$$

Для определения множителя  $\lambda(\mathbf{r})$  достаточно умножить обе части этого равенства на  $n_k$  и учесть соотношение  $n_k n_k = 1$ . Отсюда сразу следует, что уравнения, получаемые с учетом связи  $n^2 = 1$ , имеют вид

$$\Pi_{ik} \left[ \frac{\partial}{\partial x_j} \frac{\delta F}{\delta (\partial n_i / \partial x_j)} - \frac{\delta F}{\delta n_i} - \frac{\delta R}{\delta \dot{n}_i} \right] = 0, \quad (2.5)$$

$$\Pi_{ik} = \delta_{ik} - n_i n_k,$$

т. е. отличаются от «обычных» уравнений (2.1), (2.2) умножением на оператор проектирования на плоскость, перпендикулярную локальному направлению  $\mathbf{n}(\mathbf{r})$ .

## 2.3. Электромагнитная часть свободной энергии (лагранжиана)

В пренебрежении электронной нелинейностью взаимодействие среды с внешними электрическим ( $\vec{\mathcal{E}}$ ) и магнитным ( $\vec{\mathcal{H}}$ ) полями описывается вкладом в свободную энергию вида

$$\mathcal{F}_{\mathcal{E}} + \mathcal{F}_{\mathcal{H}} = -\frac{1}{8\pi} (\epsilon_{ik}^0 \mathcal{E}_i \mathcal{E}_k + \mu_{ik} \mathcal{H}_i \mathcal{H}_k), \quad (2.6)$$

где  $\varepsilon_{ik}^0$  и  $\mu_{ik}$  — тензоры диэлектрической и магнитной проницаемости. Чаще всего в жидком кристалле  $\varepsilon_{ik}^0$  и  $\mu_{ik}$  — одноосные тензоры вида

$$\begin{aligned}\varepsilon_{ik}^0 &= \varepsilon_{\perp}^0 \delta_{ik} + \varepsilon_a^0 n_i n_k, \\ \mu_{ik} &= (1 + 4\pi\chi) \delta_{ik} + 4\pi\chi_a \left( n_i n_k - \frac{1}{3} \delta_{ik} \right),\end{aligned}\quad (2.7)$$

где  $\chi_a \sim 10^{-7}$  — анизотропия магнитной поляризуемости,  $\varepsilon_a^0 = \varepsilon_{\parallel} - \varepsilon_{\perp}$ ,  $|\varepsilon_a^2| \sim 1$ .

При переходе к световым полям следует учесть, что в электромагнитной волне  $|E| \sim |H|$ . Поскольку анизотропия магнитной поляризуемости на 7 порядков меньше, чем анизотропия диэлектрической проницаемости, то для электромагнитных волн (и в том числе световых) влиянием магнитного поля волны на ориентацию директора можно пренебречь. Кроме того, квадрат вещественной напряженности  $E_{\text{вещ}}^2$  следует заменить на  $0,5EE^*$ , где  $E$  — комплексная амплитуда, связанная с вещественной соотношением

$$E_{\text{вещ}} = \frac{1}{2} [E \exp(-i\omega t) + E^* \exp(i\omega t)];$$

при этом опускаются слагаемые на удвоенной световой частоте. Наконец, под  $\varepsilon_{ik}$  следует понимать симметричный вещественный тензор диэлектрической проницаемости на световой частоте, и тогда

$$F_E = -\frac{1}{16\pi} \varepsilon_{ik}(\mathbf{r}) E_i(\mathbf{r}) E_k^*(\mathbf{r}). \quad (2.8)$$

Варьирование суммы выражений (2.3), (2.6) и (2.8) по переменным  $\mathbf{n}$  при фиксированных  $\vec{\mathcal{E}}(\mathbf{r})$ ,  $\vec{\mathcal{H}}(\mathbf{r})$ ,  $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ ,  $\mathbf{E}^*(\mathbf{r})$  и выражения (2.4) по переменным  $\mathbf{n}$  позволяет получить искомые уравнения Эйлера — Лагранжа — Рэлея для скорости релаксации директора  $\mathbf{n}(\mathbf{r}, t)$  или для равновесия — в стационарном случае. К этим уравнениям следует добавить уравнения электростатики  $\text{rot } \vec{\mathcal{E}} = 0$ ,  $\text{div}(\hat{\varepsilon}^0 \vec{\mathcal{E}}) = 0$ , и уравнения Максвелла

$$\frac{i\omega}{c} \hat{\varepsilon} \mathbf{E}(\mathbf{r}) = \text{rot } \mathbf{H}, \quad \frac{i\omega}{c} \mathbf{H} = \text{rot } \mathbf{E}, \quad (2.9)$$

которые удобно свести к одному уравнению

$$\text{rot rot } \mathbf{E} - \left( \frac{\omega}{c} \right)^2 \hat{\varepsilon}(\mathbf{r}) \mathbf{E}(\mathbf{r}) = 0. \quad (2.10)$$

Мы можем пользоваться уравнениями Максвелла для монохроматических полей даже при описании нестационарных эффектов взаимодействия света с ЖК, поскольку время распространения света по образцу  $\tau \sim L/c \lesssim 10^{-11}$  с на много порядков меньше любых времен процессов ориентации ЖК.

Замечательно, что и сами уравнения (2.10) можно получить из вариационного принципа, если в качестве энергии (т. е. лагранжиана со знаком «минус») взять

$$F_{\text{свет}} = \frac{1}{16\pi} \left[ \left( \frac{c}{\omega} \right)^2 \left( \frac{\partial E_i}{\partial x_k} \frac{\partial E_i^*}{\partial x_k} - \frac{\partial E_i}{\partial x_k} \frac{\partial E_k^*}{\partial x_i} \right) - \varepsilon_{ik}(\mathbf{r}) E_i(\mathbf{r}) E_k^*(\mathbf{r}) \right] \quad (2.11)$$

Здесь уже при варьировании величины  $\mathbf{n}(\mathbf{r})$  и вместе с ними  $\varepsilon_{ik}(\mathbf{r})$  следует считать фиксированными, а в качестве независимых переменных взять  $\mathbf{E}(\mathbf{r})$  и  $\mathbf{E}^*(\mathbf{r})$ .

Тем самым всю совокупность требуемых нам уравнений можно получить, варьируя единую свободную энергию — сумму выражений (2.3), (2.6), (2.11) — по независимым переменным  $\mathbf{n}(\mathbf{r})$ ,  $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ ,  $\mathbf{E}^*(\mathbf{r})$ .

В связи с имеющимися в литературе неправильными утверждениями, относящимися к вариационному принципу для ЖК в световых полях, остановимся на этом вопросе несколько подробнее.

Плотность энергии в световой волне состоит из «электрического» члена  $\varepsilon |E|^2/16\pi$  и «магнитного»  $|H|^2/16\pi$ . Для упрощения рассуждений здесь мы пренебрегаем тензорным характером и частотной дисперсией величины  $\varepsilon$ . В бегущей волне, как известно,  $\varepsilon |E|^2 = |H|^2$ , так что полная плотность электромагнитной энергии вдвое выше, чем один только «электрический» член. В результате добавочный вклад в энергию диэлектрика в присутствии световой волны дается выражением

$$\bar{U}_E = 2 \frac{\varepsilon |E|^2}{16\pi}, \quad (2.12)$$

где черта обозначает усреднение во времени по нескольким световым периодам.

Хорошо известен эффект электрострикции. Он состоит в том, что вещество втягивается в область с большей интенсивностью света, причем соответствующее добавочное давление  $\delta p$  отрицательно и равно

$$\delta p = -\rho \frac{\partial \varepsilon}{\partial \rho} \frac{|E|^2}{16\pi}, \quad (2.13)$$

где  $\rho$  — плотность массы. Выражение (2.13) неоднократно проверялось теоретически и подтверждалось в экспериментах по вынужденному рассеянию света на гиперзвуковых волнах. На первый взгляд оно противоречит выражению (2.12), поскольку обычно пользуются формулой

$$\delta p = \rho \frac{\partial U}{\partial \rho}, \quad (2.14)$$

где  $U$  — добавочная плотность энергии. В самом деле, если варьировать (2.12) при фиксированной напряженности поля  $E$ , то получится выражение, вдвое большее правильной величины (2.13) и к тому же с неправильным знаком.

Разрешение этого кажущегося противоречия было дано Л. П. Питаевским в работе <sup>2</sup>; см. также § 81 в книге <sup>3</sup>. Дело в том, что при адиабатическом, т. е. достаточно медленном, изменении диэлектрической проницаемости  $\varepsilon$  не сохраняются ни амплитуда поля  $|E|$ , ни амплитуда индукции  $|D| = |\varepsilon E|$ , ни плотность энергии  $\varepsilon |E|^2/8\pi$ , ни, наконец, вектор Пойнтинга  $|P| = c\varepsilon^{1/2} |E|^2/8\pi$  или какая-либо его компонента. В действительности сохраняющейся величиной является адиабатический инвариант, т. е. отношение энергии к частоте излучения, которое с точностью до постоянной Планка  $\hbar$  совпадает с числом квантов. Иначе говоря, при адиабатическом изменении параметров среды номер квантового состояния (т. е. число квантов) сохраняется. С другой стороны, для заданного типа колебаний (заданной моды электромагнитного поля в пространстве) имеет место функциональная зависимость  $\omega \propto \varepsilon^{-1/2}$ . (Эту зависимость легче всего проследить на примере резонатора длиной  $L$  с показателем преломления  $\varepsilon^{1/2}$ , где частота  $m$ -й моды определяется условием  $L\omega_m \sqrt{\varepsilon}/c = \pi m$ .) В итоге получается, что при виртуальном изменении  $\varepsilon$  частота виртуально меняется на величину  $\delta\omega = -0,5 \cdot \omega \delta\varepsilon/\varepsilon$ . Поэтому виртуальное изменение энергии  $\delta\bar{U}$  может быть получено с учетом сохранения адиабатического инварианта  $A = \bar{U}/\omega$ :

$$\delta\bar{U} = \delta(\omega A) = A\delta\omega = -\frac{1}{2} A\omega \frac{\delta\varepsilon}{\varepsilon} = -\frac{1}{2} \bar{U} \frac{\delta\varepsilon}{\varepsilon}. \quad (2.15)$$

Если при варьировании в (2.14) использовать (2.15), то получится выражение (2.13) как с правильным знаком, так и с правильным коэффициентом.

Для того чтобы не обращаться каждый раз к соображениям адиабатической инвариантности, в работе <sup>2</sup> этот результат был сформулирован так. Сила, действующая на диэлектрик со стороны переменного поля, может быть получена варьированием взятой со знаком «минус» одной только электриче-

ской части энергии при фиксированном поле  $\mathbf{E}$ :

$$\delta \bar{U} = \delta \left( -\frac{\varepsilon |\mathbf{E}|^2}{16\pi} \right)_{\mathbf{E}=\text{const}} = -\frac{|\mathbf{E}|^2}{16\pi} \delta \varepsilon \quad (2.16)$$

или взятой со знаком «плюс» электрической части энергии при фиксированной индукции  $\mathbf{D}$ :

$$\delta \bar{U} = \delta \left( \frac{|\mathbf{D}|^2}{16\pi\varepsilon} \right)_{\mathbf{D}=\text{const}} = -\frac{|\mathbf{D}|^2}{16\pi\varepsilon^2} \delta \varepsilon. \quad (2.17)$$

Л. П. Питаевский показал также <sup>2</sup>, что выражения (2.16), (2.17) остаются справедливыми и при учете частотной зависимости диэлектрической проницаемости  $\varepsilon(\omega)$ . Выражения (2.16), (2.17) элементарно обобщаются и на случай тензорной диэлектрической проницаемости.

В ряде работ <sup>6-8</sup> по теории ориентационного воздействия света на НЖК, а также в монографии <sup>9</sup> (с. 141, 332) допущены существенные ошибки. Их суть мы проиллюстрируем на примере наклонного падения широкого светового пучка на плоскопараллельный слой среды, в котором развивается эффект электрострикции. Рассуждения в этих работах примерно таковы. Возьмем полную плотность энергии  $\bar{U}$  и (в пренебрежении дисперсией  $\varepsilon(\omega)$ ) выразим ее через  $z$ -компоненту вектора Пойнтинга  $P_z$ :

$$P_z = \frac{c |\mathbf{E}|^2}{8\pi} \left( \varepsilon - \frac{q^2 c^2}{\omega^2} \right)^{1/2}, \quad \bar{U} = 2 \frac{\varepsilon |\mathbf{E}|^2}{16\pi} = \frac{\varepsilon P_z}{c [\varepsilon - (q^2 c^2 / \omega^2)]^{1/2}}. \quad (2.18)$$

Здесь ось  $z$  направлена перпендикулярно границам слоя и  $q$  — поперечная компонента волнового вектора; величина  $q$ , как известно, сохраняется при распространении в среде с  $z$ -зависящей диэлектрической проницаемостью. Если варьировать выражение из (2.18) по  $\varepsilon$ , считая  $P_z = \text{const}$  (в противоречии с тем, что при виртуальных изменениях  $\varepsilon$  сохраняется адиабатический инвариант), то получим

$$\delta \bar{U} = \left( \frac{\delta \bar{U}}{\delta \varepsilon} \right)_{P_z=\text{const}} \delta \varepsilon = \frac{1}{2} \frac{\bar{U}}{\varepsilon} \delta \varepsilon \frac{\varepsilon - (2q^2 c^2 / \omega^2)}{\varepsilon - (q^2 c^2 / \omega^2)}. \quad (2.19)$$

Ошибочность такого подхода видна прежде всего из того, что даже в случае нормального падения ( $q = 0$ ) выражение (2.19) имеет неправильный знак. В самом деле, из (2.19) следовало бы, что при  $(\partial \varepsilon / \partial \rho) > 0$  энергия растет с плотностью, т. е. что вещество должно было бы выталкиваться из области, занятой полем, а не втягиваться, как это имеет место на самом деле. Кроме того, при  $q \neq 0$  и величина  $|\delta \bar{U}|$  из (2.19) оказывается неправильной. Конкретные выражения из работ <sup>6-9</sup> не позволяют описать эффект отклонения директора в 1-м порядке по интенсивности света при наклонном падении (ГОН); таким образом, результаты этих работ противоречат не только правильной теории, но и эксперименту.

Возвращаясь к задаче о жидком кристалле в световом поле, повторим еще раз: правильные уравнения для директора получаются варьированием суммы выражений (2.3) и (2.11) при фиксированном  $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ . Разумеется, после получения этих уравнений в них нужно подставлять то значение вектора  $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ , которое получается в результате решения самосогласованной задачи на уравнения Максвелла с данным (искаженным) распределением тензора  $\varepsilon_{ik}(\mathbf{r})$ .

В качестве примера рассмотрим задачу об ориентации световым полем с комплексной амплитудой  $\mathbf{E}(\mathbf{r})$  образца НЖК с исходно однородным распределением директора  $\mathbf{n} = \mathbf{n}^0$ . Предположим также, что на образец наложено магнитное поле  $\vec{\mathcal{H}} = \mathcal{H} \mathbf{n}^0$ , направленное параллельно невозмущенному директору. Если ограничиться линейными членами по возмущению  $\delta \mathbf{n}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{n}(\mathbf{r}, t) - \mathbf{n}^0$  (причем  $(\mathbf{n}^0 \delta \mathbf{n}) = 0$ ), то вариационные уравнения Эйлера —



Лагранжа — Рэлея дают

$$\begin{aligned} \gamma \frac{\partial \delta n_i}{\partial t} + K_2 [\nabla_i (\nabla \delta n) + (\mathbf{n}^0 \nabla)^2 \delta n_i - \Delta \delta n_i] - K_1 \nabla_i (\nabla \delta n) - \\ - K_3 (\mathbf{n}^0 \nabla)^2 \delta n_i + (K_1 - K_2) n_i^0 (\mathbf{n}^0 \nabla) (\nabla \delta n) + \chi_a \mathcal{H}^2 \delta n_i = \\ = \frac{\varepsilon_a}{16\pi} (\delta_{il} n_m^0 + \delta_{im} n_l^0 - 2n_i^0 n_l^0 n_m^0) E_l E_m^* \quad (2.20) \end{aligned}$$

и уравнения Максвелла (2.10).

### 3. ИССЛЕДОВАНИЯ ГИГАНТСКОЙ ОПТИЧЕСКОЙ НЕЛИНЕЙНОСТИ В ЯЧЕЙКАХ С ЖИДКИМИ КРИСТАЛЛАМИ

Выше уже отмечалось, что плотность энергии, с которой ЖК сопротивляется ориентирующему действию светового поля, падает пропорционально  $l^{-2}$  с ростом пространственного масштаба  $l$  неоднородности возмущения директора. Именно поэтому при  $l$  порядка толщины ячейки,  $l \sim \sim 10^{-2}$  см, нелинейность имеет гигантскую величину — на 9 порядков выше нелинейности жидкого сероуглерода. В дальнейшем термином «гигантская ориентационная нелинейность» (ГОН) мы будем обозначать возникновение возмущения диэлектрической проницаемости, линейного по интенсивности падающего света и имеющего пространственный масштаб  $l$ , максимально возможный при данной геометрии образца. Роль  $l$  будет играть толщина ячейки  $L$  или поперечный размер пучка  $a$ , если  $a \lesssim L$ .

#### 3.1. Теория ГОН

Рассмотрим ячейку с планарно ориентированным НЖК (рис. 3). Нормаль к стенкам ячейки будем считать совпадающей с осью  $z$ , а невозмущенное направление директора  $\mathbf{n}^0$  — совпадающим с осью  $x$ , т. е.  $\mathbf{n}^0 = \mathbf{e}_x$ . Предположим также, что на стенках кюветы жестко поддерживается ориентация  $\mathbf{n}(z=0, x, y) = \mathbf{n}(z=L, x, y) = \mathbf{e}_x$ . Пусть по НЖК распространяется плоская монохроматическая волна необыкновенного типа с волновым вектором  $\mathbf{k}$  и комплексной амплитудой поля  $\mathbf{E} = \mathbf{e}E$ , где  $\mathbf{e} = \mathbf{e}^*$  — единичный вектор. Возмущенное состояние директора мы будем искать в виде

$$\mathbf{n}(r, t) \approx \mathbf{e}_x + \mathbf{e}_z n_z(z, t) + \mathbf{e}_y n_y(z, t), \quad (3.1)$$

т. е. рассматривать однородное в плоскости  $(x, y)$  решение. Тогда из (2.20) получим с линейной по  $|E|^2$  точностью

$$\begin{aligned} \gamma \frac{\partial n_y}{\partial t} - K_2 \frac{\partial^2 n_y}{\partial z^2} &= \frac{\varepsilon_a}{16\pi} (E_x E_y^* + E_x^* E_y), \\ \gamma \frac{\partial n_z}{\partial t} - K_1 \frac{\partial^2 n_z}{\partial z^2} &= \frac{\varepsilon_a}{16\pi} (E_x E_z^* + E_x^* E_z). \end{aligned} \quad (3.2)$$

Пусть интенсивность светового поля включается скачком в момент времени  $t = 0$ . Тогда решение уравнений (3.2) при не зависящем от  $\mathbf{r}$  векторе  $\mathbf{E}$  легко получить методом разделения переменных:

$$n_{y,z}(z, t) = \sum_{m=1}^{\infty} A_{y,z}^m(z) \sin \frac{m\pi z}{L}, \quad (3.3)$$

$$A_{y,z}^m = f_{y,z}^m(t) |E|^2 \frac{(\mathbf{e})_x (\mathbf{e})_{y,z} \varepsilon_a}{4\pi^2 \gamma \Gamma_{y,z}^m} \frac{1}{m} [1 - (-1)^m], \quad (3.4)$$

$$\Gamma_y^m = \gamma^{-1} K_2 \left( \frac{m\pi}{L} \right)^2, \quad \Gamma_z^m = \gamma^{-1} K_1 \left( \frac{m\pi}{L} \right)^2, \quad f_{y,z}^m(t) = 1 - \exp(-\Gamma_{y,z}^m t). \quad (3.5)$$

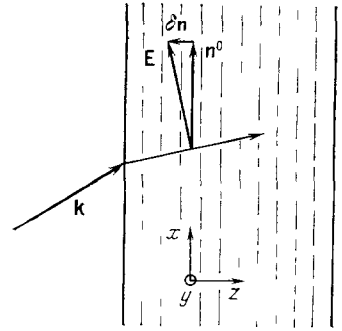


Рис. 3. Наклонное падение необыкновенной волны на планарную НЖК-ячейку

Множитель  $m^{-1} [1 - (-1)^m]$  отличен от нуля только для нечетных значений  $m$  и соответствует разложению постоянной функции в ряд Фурье по синусам в интервале  $(0, L)$ . Константа  $\Gamma^m (\text{с}^{-1})$  характеризует скорость установления для соответствующей синусоидальной моды. Имея возмущение директора (3.1), (3.3), нетрудно рассчитать с той же точностью возмущение диэлектрической проницаемости на световой частоте,  $\delta \varepsilon_{ik} = \varepsilon_a (n_k^2 \delta n_k + n_k^0 \delta n_i)$ , а по нему определить возмущение фазы прошедшей волны.

Прежде чем переходить к дальнейшим вычислениям, обсудим структуру возмущения директора, задаваемую выражениями (3.3) — (3.5). Даже в нестационарном режиме ( $\Gamma t \ll 1$ ) сильнее всего возбуждается мода с самым низким индексом  $m = 1$ ; следующая мода с  $m = 3$  имеет при  $\Gamma^3 t \ll 1$  в 3 раза меньшую амплитуду. При  $\Gamma^3 t \gg 1$  устанавливается стационарное распределение, для которого амплитуда моды с  $m = 3$  меньше в 27 раз по сравнению с модой  $m = 1$ ; поэтому в дальнейшем мы ограничимся обсуждением вклада только этой низшей моды.

Если волновой вектор  $\mathbf{k}$  световой волны строго перпендикулярен директору  $\mathbf{n}^0$ , т. е. если  $k_x = 0$ , то орт поляризации необыкновенной волны совпадает с  $\mathbf{e}_x$  и возмущение директора отсутствует. Возмущение директора тождественно равно нулю и для обыкновенной волны любого направления, поскольку для нее орт поляризации  $\mathbf{e}$  строго перпендикулярен оптической оси. Рассмотрим теперь необыкновенную волну с  $k_x \neq 0$ ,  $k_y \neq 0$ . Она возбуждает деформации обоих типов: кручения (Т, twist,  $n_y \neq 0$ ) и поперечного изгиба (S, splay,  $n_z \neq 0$ ). Обычно константа  $K_2$  для Т-деформации в 2—3 раза меньше константы  $K_1$ ; поэтому соответствующий вклад медленнее устанавливается ( $\Gamma \propto K_1^{-1}$ ), но достигает при прочих равных условиях большего стационарного значения.

Большинство экспериментов проводилось в геометрии с  $k_y = 0$ , т. е. для случая, когда волновой вектор лежит в плоскости нормали  $\mathbf{e}_z$  к стенкам и невозмущенного директора  $\mathbf{n}^0 = \mathbf{e}_x$ . Поэтому для простоты мы ограничимся обсуждением именно этого частного случая, когда Т-деформация не возбуждается.

Чтобы не утомлять читателя громоздкими выкладками, мы проведем вычисления в приближении слабоанизотропного кристалла,  $\varepsilon_a \ll \varepsilon_1$ . Тогда можно записать  $\mathbf{k} = k(\mathbf{e}_z \cos \alpha + \mathbf{e}_x \sin \alpha)$ , где  $\alpha$  — угол преломления,  $\mathbf{e} \approx \mathbf{e}_x \cos \alpha - \mathbf{e}_z \sin \alpha$  и длина пути луча по среде  $dl$  связана с изменением  $z$ -координаты соотношением  $dl = dz / \cos \alpha$ ; иначе говоря, здесь мы не учитываем небольшого (порядка  $\varepsilon_a / \varepsilon_1$ ) отличия направлений групповой и фазовой скоростей. В том же приближении для изменения фазы поля за счет возмущения  $\delta \mathbf{e}$  нетрудно получить

$$\frac{d\phi}{dz} = \frac{1}{\cos \alpha} \frac{d\phi}{dl} = \frac{1}{\cos \alpha} \frac{\omega}{2cn} e_i \delta \varepsilon_{ik}(z) e_k, \quad (3.6)$$

где  $n = kc/\omega$  — показатель преломления. В результате в стационарном режиме с учетом только моды с  $m = 1$  получаем

$$\delta \phi = \frac{\omega}{cn} \frac{\varepsilon_a^2 \sin^2 \alpha \cos \alpha L^3 |E|^2}{\pi^5 K_1} \quad (3.7)$$

С той же точностью  $z$ -компонента вектора Пойнтинга в световой волне равна  $P_z \approx P \cos \alpha \approx cn |E|^2 \cos \alpha / 8\pi$ . Если выражение (3.7) записать в виде  $\delta \phi = \omega L \varepsilon_2 |E|^2 / 4cn \cos \alpha$ , то для эффективной константы нелинейности  $\varepsilon_2$  получим

$$\varepsilon_2 = \frac{4\varepsilon_a^2 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha L^2}{\pi^5 K_1} \quad (3.8)$$

Тем самым константа гигантской ориентационной нелинейности оказывается пропорциональной  $\varepsilon_a^2$  (при умеренных  $\varepsilon_a$ ). После выделения множителя  $\varepsilon_a^2$

и угловой зависимости  $\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha$  величина  $1/\varepsilon_2$  размерности эрг/см<sup>3</sup> совпадает с плотностью энергии  $K_1/L^2$  при сильной ( $\sim 100\%$ ) S-деформации директора в ячейке толщиной  $L$ .

Мы рассмотрели эффекты переориентации в первом порядке по интенсивности светового поля. Оценим плотность мощности, при которой угол переориентации становится порядка 1. Если положить  $\sin \alpha \cos \alpha \sim 0,5$ , то соответствующее значение  $|E|^2$  определяется из условия  $\varepsilon_a |E|^2/32\pi \sim \sim K (\pi/L)^2$ . Численно при  $L \sim 100$  мкм,  $K \sim 10^{-6}$  дин,  $\varepsilon_a \sim 0,7$  требуемая плотность мощности составляет около  $2,5 \cdot 10^3$  Вт/см<sup>2</sup>. Такие значения доступны при использовании аргонового лазера. В планарной ячейке при мощностях больше указанной не возникает качественно новых эффектов, а просто происходит насыщение нелинейности.

Выше была рассмотрена задача о падении безграничной плоской волны на слой НЖК. Реальное ограничение на применимость этой модели состоит в том, чтобы поперечный размер пучка  $a$  был больше толщины слоя  $L$ . Если же пучок узкий,  $a \ll L$ , то ситуация меняется.

Расчет эффекта самофокусировки в этом случае удобно произвести в модели неограниченного одноконстантного НЖК, ориентация которого вдоль направления  $\mathbf{n}^0$  поддерживается статическим магнитным полем  $\vec{\mathcal{H}} = H \mathbf{n}^0$ . Здесь удобно выбрать систему координат с осью  $z$  в направлении оси пучка так, чтобы  $\mathbf{E} = \mathbf{e}_x E(x, y)$ ,  $\mathbf{n}^0 = \mathbf{e}_x \cos \alpha + \mathbf{e}_z \sin \alpha$ . Уравнение для возмущения директора  $\mathbf{n}(x, y) - \mathbf{n}^0 \approx \theta (\mathbf{e}_x \sin \alpha - \mathbf{e}_z \cos \alpha)$  может быть получено из вариационного принципа; оно имеет вид

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} - l_H^2 \theta = B |E(x, y)|^2; \quad (3.9)$$

здесь  $l_H = (K/\chi_a H^2)^{1/2}$  — длина магнитной когерентности,  $B = \varepsilon_a \sin \alpha \times \times \cos \alpha / 8\pi K$ . Если в действительности исходная ориентация поддерживается не магнитным полем, а стенками кюветы, то уравнение (3.9) приближенно можно считать справедливым и для этого случая с заменой  $l_H^2 \rightarrow L^2/\pi^2$ . Решение уравнения (3.9) можно получить с помощью функции Грина:

$$\theta(x, y) = -\frac{B}{4} \int |E(x', y')|^2 iH_0^{(1)}(il_H^{-1}[(x-x')^2 + (y-y')^2]^{1/2}) dx' dy', \quad (3.10)$$

где  $iH_0^{(1)}(iz) = 2K_0(z)/\pi$  — функция Ганкеля нулевого индекса чисто мнимого аргумента. Поскольку, однако, выражение (3.10) достаточно сложно, мы отдельно проанализируем структуру решения в различных областях пространства для разных предельных случаев.

Если поперечный размер пучка  $a$  велик,  $a \gg l_H$ , то пространственными производными в (3.9) можно пренебречь; тогда решение имеет вид  $\theta(x, y) = l_H^2 B |E(x, y)|^2$ , и мы приходим к результатам предыдущего раздела. В другом предельном случае, при  $a \ll l_H$ , следует отдельно рассмотреть поведение директора внутри пучка и вне его. Кроме того, мы рассмотрим отдельно аксиально-симметричный цилиндрический пучок,  $\mathbf{E} = \mathbf{E}(\rho)$ ,  $\rho = (x^2 + y^2)^{1/2}$ , и одномерный ленточный пучок,  $\mathbf{E} = \mathbf{E}(x)$ . Для упрощения формул мы положим также  $\mathbf{E}(\rho) = \mathbf{E}_0$  внутри пучка диаметром  $2a$  (или шириной  $\Delta x = 2a$ ) и  $\mathbf{E}(\mathbf{r}) = 0$  вне пучка — круглый или прямоугольный столбик.

Внутри пучка при  $a \ll l_H$  решения уравнения (3.9) имеют вид

$$\theta(\rho) = \frac{\rho^2}{4} B |E_0|^2 + \theta_2, \quad \theta_1(x) = \frac{x^2}{2} B |E_0|^2 + \theta_1 \quad (3.11)$$

соответственно для цилиндрического и ленточного пучков. Обратное фокусное расстояние соответствующей нелинейной линзы в этих случаях равно

$$f_2^{-1} = \frac{\varepsilon_a^2 \sin^2 \alpha \cos \alpha |E_0|^2 L}{16\pi K} = \frac{\varepsilon_2 |E_0|^2 L}{\varepsilon_b^2 a^2}, \quad f_1^{-1} = 2f_2^{-1}. \quad (3.12)$$

В экспериментах <sup>12, 13</sup> при фокусировке пучка He — Ne-лазера линзой с  $f = 25$  см получилось  $2a \approx 240$  мкм,  $z_0 = 7$  см. Величины  $z_0$  и  $2a$  значительно превышали толщину слоя ЖК ( $\sim 60$  мкм), что оправдывает применение теории, развитой для безграничной плоской волны. Величина  $z_0 = 7$  см заметно превосходила полную толщину кюветы 8 мм (ЖК + стеклянные подложки). Пересчет экспериментальных данных для угла  $\alpha = 32^\circ$  дает  $\varepsilon_2 = 0,07$  см<sup>3</sup>/эрг. Теоретическая оценка по формуле (3.8) дает то же значение.

Экспериментально время установления удобнее всего определять как интервал  $\tau$ , за который число колец самофокусировки меняется на величину  $1 - e^{-1} \approx 0,63$  от своего стационарного значения. Оно оказывается одинаковым как при включении интенсивности, так и при ее резком уменьшении почти до нуля (при полном выключении света нечему фокусироваться), и в условиях эксперимента <sup>12, 13</sup> составляло  $\Gamma^{-1} \sim 10$  с. Отсюда по формуле (3.5) можно оценить константу ориентационной вязкости  $\gamma \sim 2$  П.

Экспериментальное исследование ориентационной самофокусировки излучения аргонового лазера ( $\lambda = 0,49$  мкм) в планарной ячейке с МББА толщиной 50 мкм было проведено в работе <sup>14</sup>. Однако как раз для этого вещества на указанной длине волны становится заметным собственное поглоще-

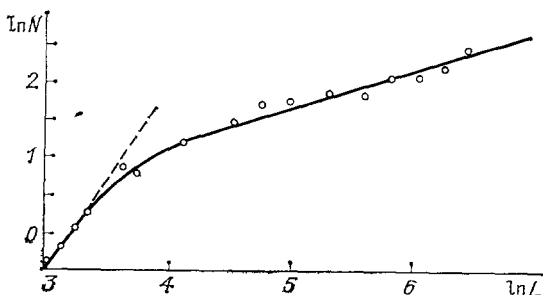


Рис. 5. Зависимость числа колец от толщины ячейки <sup>15</sup>

ние, приводящее к тепловым и другим эффектам, не связанным с ориентацией (см. раздел 7).

В работе <sup>15</sup> исследовалась зависимость числа абберационных колец  $N$  от локальной толщины  $L$  планарной клиновидной ячейки с МББА для длины волны  $\lambda = 628$  нм. При параметре перетяжки  $2a = FWe^{-2}M = 46$  мкм величина  $L$  менялась в пределах от 17 до 500 мкм. Экспериментальная зависимость  $N$  от параметра  $\sin^2 \alpha \cos \alpha$  и от интенсивности была линейной.

Для угла падения  $\alpha_{\text{возд}} = 55^\circ$  время установления кольцевой картины росло при росте толщины до значения  $L \sim 100$  мкм и оставалось постоянным,  $\tau \approx 1,7$  с, при дальнейшем росте  $L$ ; зависимость  $\ln N$  от  $\ln L$  приведена на рис. 5 для тех же условий эксперимента. При малой толщине слоя ЖК,  $L \lesssim a\sqrt{2}$ , зависимость  $L(N)$  — кубическая в соответствии с теорией для широких пучков. При больших  $L$  экспериментальные значения  $N$  растут несколько медленнее, чем по закону  $N \propto L$ , следующему из теории для узких пучков; последний эффект, возможно, связан со светорассеянием в толстой ячейке.

Регистрировать нелинейный сдвиг фазы при ГОН можно не только по самофокусировке или самодифракции, но и осуществляя интерференцию исследуемого поля с каким-либо опорным, не испытывавшим нелинейного изменения. Если две рассматриваемые волны имеют одинаковую поляризацию, то интерференция приводит к модуляции фазы и интенсивности суммарного поля. Если же волны имеют ортогональные поляризации, то результат интерференции проявляется в изменении степени циркулярности и наклона оси эллипса поляризации суммарного поля. В эксперименте <sup>16</sup> по исследованию ГОН в роли опорной волны служила волна обыкновенного типа, получившаяся из исходного пучка наклонной поляризации; исследуемая волна необыкновенного типа получилась из того же пучка и давала ГОН. Следовательно, что фаза волны о-типа не испытывала изменений при плавной переориентации директора. Наблюдавшаяся в <sup>16</sup> картина изменения поляризации

суммарного поля прошедшей волны соответствовала ГОН-самофокусировке е-волны.

ГОН в гомеотропной ячейке наблюдалась в работе <sup>17</sup> при фокусировке излучения довольно мощного ( $\sim 0,12$  Вт) аргонового лазера ( $\lambda = 0,5145$  мкм) в ячейку с НЖК типа ОЦБФ (октил-диано-бифенил). При наклонном падении необыкновенной волны в этой работе была зарегистрирована кольцевая структура самофокусировки света.

Весьма подробное экспериментальное исследование самофокусировки и самодифракции в гомеотропных ячейках с МББА было проведено в работе <sup>18</sup>. Излучение аргонового лазера с  $\lambda = 0,5145$  мкм фокусировалось в образец; размер перетяжки  $2a$  составлял около 40 мкм; толщины использованных ячеек были 25; 50 и 75 мкм. Наблюдавшееся число колец самофокусировки хорошо совпадало с теоретическими предсказаниями как по абсолютной величине, так и по функциональной зависимости от угла падения (угла  $\alpha_{\text{возд}}$  в наших обозначениях). Так, при  $\alpha = 25^\circ$  и плотности мощности 20 Вт/см<sup>2</sup> ячейка толщиной 50 мкм образовывала нелинейную линзу с фокусным расстоянием  $f \approx 20$  см.

При исследовании эффектов самодифракции в работе <sup>18</sup> использовалась гомеотропная ячейка с МББА толщиной 75 мкм. Падение двух волн под углом  $\beta_{\text{возд}} \sim 0,8^\circ$  друг к другу дает интерференционную картину  $\propto \cos qx$  с периодом  $\Lambda = 2\pi/q = \lambda/\beta_{\text{возд}} \approx 36,7$  мкм при  $\lambda = 0,5145$  мкм. Если принять для МББА  $K_2 = 4 \cdot 10^{-7}$  дин,  $K_3 = 7,5 \cdot 10^{-7}$ ,  $K_2/K_3 = 0,53$ , то при  $L = 75$  мкм интерференционная решетка должна записываться в  $1 + (K_2/K_3)(2L/\Lambda)^2 \approx 10$  раз слабее, чем однородная часть возмущения.

Падение двух когерентных волн под углом  $\beta_{\text{возд}}$  друг к другу дает синусоидальную картину распределения интенсивности с пространственным периодом  $\Lambda = 2\pi/q \approx \lambda_{\text{возд}}/\beta_{\text{возд}}$  (при  $\beta_{\text{возд}} \ll 1$ ). Изменение диэлектрической проницаемости под действием света приводит к тому, что образуется фазовая дифракционная решетка; появление новых дифрагировавших на ней волн носит название процесса самодифракции <sup>19</sup>. Количественный расчет амплитуд разных порядков дифракции основан на использовании известной формулы  $\exp(i\eta \cos \gamma) = \sum i^n J_n(\eta) \exp(in\gamma)$ , где  $J_n$  — функции Бесселя и сумма распространяется по целым  $n$  от  $-\infty$  до  $+\infty$ . Применительно к жидким кристаллам такой процесс самодифракции впервые обсуждался теоретически в одной из пионерских работ по ориентационной нелинейности ЖК <sup>67</sup> и был впервые экспериментально зарегистрирован в работе <sup>69</sup>. Весьма подробное экспериментальное исследование самофокусировки и самодифракции в гомеотропных ячейках с МББА для длины волны аргонового лазера ( $\lambda = 514,5$  нм) было выполнено в работе <sup>18</sup>. Ее результаты находятся в хорошем согласии с теорией. Отметим, что в условиях работы <sup>18</sup> интерференционная часть распределения интенсивности имела примерно в 3 раза меньший пространственный масштаб по сравнению с толщиной ячейки и, в соответствии с теорией, давала отклик примерно в 10 раз меньший, чем для однородной части засветки.

В работе <sup>20</sup> на механизме ГОН фазовая решетка в гомеотропной НЖК-ячейке записывалась при интерференции двух волн: одной плоской ( $E_1$ ) и второй — со сложным волновым фронтом ( $E_3(\mathbf{r})$ ). Эти волны направлялись в ячейку с углом падения  $15^\circ$ ; их центральные направления составляли друг с другом угол  $0,7^\circ$ . Считывание получившейся голограммы  $\delta n(\mathbf{r}) \propto E_1 E_3^*(\mathbf{r}) + E_1^* E_3(\mathbf{r})$  осуществлялось волной, встречной по отношению к  $E_1$ . В результате считывания, помимо прочих волн, генерировалась волна  $E_4 \propto E_1 E_2 E_3^*(\mathbf{r})$ , распространявшаяся навстречу волне  $E_3(\mathbf{r})$  и имевшая обращенный по отношению к  $E_3(\mathbf{r})$  волновой фронт. При плотности мощности каждой из трех падающих волн 10 Вт/см<sup>2</sup> эффективность обращения составила  $10^{-2}$ . Сильные эффекты ГОН-самофокусировки приводили к заметным искажениям волны  $E_4(\mathbf{r})$  по сравнению с точно обращенной конфигурацией.

### 3.3. Влияние нежесткого закрепления на границе

До сих пор мы рассматривали ячейку с жестким закреплением ориентации директора на границе. Если закрепление нежесткое, то эффекты переориентации директора и ГОН меняются (оказываются сильнее). Тем самым появляется возможность методами нелинейной оптики исследовать ориентирующее воздействие границ раздела НЖК с различными средами<sup>23</sup>. Рассмотрим, например, планарную ячейку, в которой на границе  $z = 0$  директор закреплен жестко,  $\mathbf{n} = \mathbf{e}_x$ , а на границе  $z = L$  задано граничное условие

$$\frac{dn_z}{dz} + \frac{1}{R} n_z = 0; \quad (3.16)$$

здесь  $R$  — «длина закрепления». Граничное условие вида (3.16) можно получить, если в свободную энергию добавить поверхностное слагаемое  $\int F_{\text{пов}} dS$ , где  $F_{\text{пов}}$  (эрг/см<sup>2</sup>) =  $+0,5\sigma_a n_z^2$ ; параметр  $\sigma_a$  можно назвать коэффициентом анизотропии поверхностного натяжения. В указанных предположениях  $R = K_1/\sigma_a$ . Линеаризованное уравнение (2.20) Эйлера — Лагранжа для установившейся ориентации директора с граничным условием (3.16) и с  $n_z(z=0) = 0$  имеет решение

$$n_z(z) = -\frac{\varepsilon_a |E|^2 \sin \alpha \cos \alpha}{16\pi K_1} \left( z^2 - zL \frac{2+\xi}{1+\xi} \right), \quad (3.17)$$

где  $\xi = L/R$ . При  $\xi \rightarrow \infty$  (жесткое закрепление и на второй границе) решение (3.17) тождественно совпадает с суммой ряда (3.3) при  $t \rightarrow \infty$ . Заметим, что отличие выражения (3.17) при  $\xi \rightarrow \infty$  от первого члена ряда (3.3) весьма невелико — порядка 3% в середине кюветы. В этом и состоит оправдание того, что практически везде мы пренебрегали высшими гармониками  $\propto \sin(m\pi z/L)$  с  $m > 1$ .

При нежестком закреплении для тех же остальных условий возмущение директора становится больше. Соответственно возрастает и сдвиг фазы:

$$\delta\phi(\xi) = \delta\phi(\xi = \infty) \left( 1 + \frac{3}{1+\xi} \right). \quad (3.18)$$

При  $\xi \rightarrow 0$  (полностью свободная ориентация на границе  $z = L$ ) сдвиг фазы (3.18) возрастает в 4 раза по сравнению со сдвигом фазы при двустороннем жестком закреплении.

Если волновой вектор света не лежит в плоскости  $(x, z)$ , т. е. если  $\mathbf{k} = k(\mathbf{e}_z \cos \alpha + \mathbf{e}_x \sin \alpha \cos \beta + \mathbf{e}_y \sin \alpha \sin \beta)$ , то электрическое поле необыкновенной волны имеет  $y$ -компоненту и, согласно уравнениям (3.2), должно вызывать также Т-деформацию,  $n_y \neq 0$ . Для ячейки с жестким закреплением директора Т-деформация давала просто свой вклад в нелинейный сдвиг фаз. Поскольку поляризация адиабатически следит за оптической осью, то на выходе из ячейки с «жесткими» стенками вектор поляризации остается таким же, как и в отсутствие нелинейности.

Качественно новый эффект должен возникать за счет Т-деформации в ячейке с одной свободной поверхностью. Именно, здесь при  $z = L$  директор оказывается повернутым в плоскости  $(x, y)$  на угол  $\delta\psi = n_y(z = L)$ , пропорциональный интенсивности света<sup>21</sup>. Вместе с директором на тот же угол  $\delta\psi$  повернется и вектор поляризации прошедшей волны. Сам по себе угол поворота  $\delta\psi$  мал по сравнению с нелинейным сдвигом фазы  $\delta\phi$  в тех же условиях:  $\delta\psi/\delta\phi \sim \lambda/L\varepsilon_a$ . Важно, однако, что поворот плоскости поляризации нетрудно обнаружить экспериментально даже при  $|\delta\psi| \sim 10^{-3}$  рад. Кроме того, измерение  $\delta\psi$  может иметь некоторые преимущества для НЖК со сравнительно малой величиной  $\varepsilon_a$ .

Рассмотренный эффект поворота плоскости поляризации света с углом  $\delta\psi \sim |E|^2$  можно назвать эффектом «нелинейной оптической активности». Право-левую несимметрию здесь обеспечивает сама геометрия векторов  $\mathbf{e}_z$ ,  $\mathbf{n}$  и  $\mathbf{k}$  (вектор  $\mathbf{e}_z$  направлен от «жесткой» стенки к «мягкой»). Если записать  $\delta\psi$  в виде  $\delta\psi = GLP$ , то для константы  $G$  при  $\alpha \sim 30^\circ$ ,  $\beta = 45^\circ$ ,  $\epsilon_a \approx 0,5$ ,  $L = 10^{-2}$  см получим  $G \approx 6 \cdot 10^{-2}$  рад·см/Вт. Как известно, порядок величины константы  $G$  для электронной нелинейности составляет  $G \approx 10^{-13}$  рад·см/Вт. Если анизотропия поверхностного натяжения  $\sigma_a$  имеет другой знак, то  $\xi < 0$ , т. е. поверхность  $z = L$  стремится ориентировать директор не планарно, а гомеотропно. Однако до тех пор, пока  $-1 < \xi$ , влияние жесткой поверхности  $z = 0$  поддерживает ориентацию планарной по всей толщине. Лишь при  $\xi < -1$  однородная планарная ориентация становится неустойчивой. Это, кстати, видно и из выражения (3.18), в котором возникает расходимость при  $\xi \rightarrow -1$ .

Есть целый ряд теоретических и экспериментальных указаний<sup>22</sup> на то, что зависимость поверхностной энергии от ориентации директора имеет заметно более сложный вид, чем потенциал Раппини, который мы использовали. Поэтому особый интерес представляет исследование ориентирующего влияния поверхности методами нелинейной оптики, в частности в режиме больших возмущений директора. Есть основания ожидать довольно высокой точности эксперимента благодаря возможности прокалибровать геометрические и мощностные характеристики светового пучка на ячейке с тем же НЖК, но с жестко ориентирующими поверхностями.

### 3.4. Ячейки с неоднородной ориентацией

Весьма интересные и специфические эффекты должны возникать при воздействии световой волны на ячейку, в которой исходная ориентация директора неоднородна по толщине. Распространение света в таких ячейках в типичных условиях описывается в терминах независимых о- и е-волн, поляризация которых адиабатически следует за направлением оптической оси, т. е. за направлением директора. Количественный критерий такого адиабатического слежения имеет вид  $\omega |n_e - n_o|/c \gg |\partial n_i / \partial x_h|$ . Оценивая  $\partial n / \partial r$  величиной  $\sim 10^3$  см<sup>-1</sup>,  $n_e - n_o \sim 0,1$ , получаем, что при  $\omega/c \sim 10^5$  см<sup>-1</sup> ( $\lambda_{\text{вак}} \sim 0,6$  мкм) это условие выполнено с громадным запасом. Если ячейка неоднородна только по толщине,  $\mathbf{n} = \mathbf{n}(r)$ , то при распространении света по такой среде поперечная компонента волнового вектора сохраняется точно. Если пренебречь умеренными  $(\Delta k/k \sim (n_e - n_o)/n)$  изменениями длины волнового вектора  $\mathbf{k} = k\mathbf{m}$ , то и направление распространения  $\mathbf{m}$  также сохраняется. В этом приближении орты поляризации для обыкновенной и необыкновенной волн могут быть записаны в виде

$$\mathbf{e}_o(z) = \frac{[\mathbf{mn}(z)]}{|[\mathbf{mn}(z)]|}, \quad \mathbf{e}_e(z) = [\mathbf{me}_o(z)]. \quad (3.19)$$

Рассмотрим сначала ячейку с так называемой гибридной ориентацией, для которой директор жестко закреплен: на одной стенке в плоскости,  $\mathbf{n}(z=L) = \mathbf{e}_z$ , а на другой — перпендикулярно ей,  $\mathbf{n}(z=0) = \mathbf{e}_x$ .

Отличительная особенность такой ячейки состоит в том, что всегда, т. е. для любого направления волнового вектора  $\mathbf{m}$  падающей е-волны, найдутся такие участки, для которых директор и орт поляризации составляют косой угол. Поэтому ГОН, т. е. эффект, линейный по интенсивности падающей волны, здесь всегда имеет место. Порядок величины нелинейного сдвига фазы здесь такой же, как и для однородных (т. е. планарной или гомеотропной) ячеек в их оптимальных условиях; мы не будем останавливаться на выводе соответствующих выражений, см.<sup>23, 24</sup>

В гибридной ячейке невозмущенный директор лежит в плоскости  $(x, z)$ :

$$\mathbf{n}(z) = \mathbf{e}_x \sin \theta(z) + \mathbf{e}_z \cos \theta(z), \quad (3.20)$$

где  $\theta(z=0) = 0$ ,  $\theta(z=L) = \theta_L$ . В одноконстантном приближении зависимость  $\theta(z) = pz$  является решением уравнений равновесия и условия закрепления на стенках дают  $p = \theta^1/L$ .

В отсутствие светового поля малые возмущения  $\delta\theta$  релаксируют к нулю при любом значении параметра  $\theta_L$ . В отличие от этого, по отношению к возмущениям  $\delta n_y$ , отвечающим выводу директора из плоскости  $(x, z)$ , система становится более мягкой по мере увеличения  $\theta_L$ , и при некотором критическом значении  $\theta_L$  теряет устойчивость. Порог этой неустойчивости легко найти в одноконстантном случае, где он равен  $\theta_L$  (порог)  $= \pi$  (ячейка с обеими планарными стенками и перегибом директора).

Вблизи порога неустойчивости отклик  $\delta n_y$  на действие светового поля нарастает по закону типа Кюри — Вейсса  $(\theta_L$  (порог)  $- \theta_L)^{-1}$ . Существенно, однако, что для возбуждения  $\delta n_y$  электрическое поле  $e$ -волны должно иметь  $y$ -компоненту; для этого оно должно иметь  $y$ -компоненту волнового вектора, т. е. свет должен падать вне плоскости директора  $(x, z)$ .

Другой интересный случай представляют собой твист-ячейки, т. е. ячейки с закрученным нематическим или холестерическим ЖК. Здесь распределение директора имеет вид

$$\mathbf{n}(z) = (\mathbf{e}_x \cos \psi + \mathbf{e}_y \sin \psi) \cos \zeta + \mathbf{e}_z \sin \zeta, \quad (3.21)$$

причем в невозмущенном состоянии  $\psi = pz$ ,  $\zeta = 0$  и условия жесткого планарного закрепления на стенках имеют вид  $\zeta(0) = \zeta(L) = 0$ ,  $\psi(0) = 0$ ,  $\psi(L) = \psi_L$ ,  $p = \psi_L/L$ . Здесь система также обладает устойчивостью по отношению к малым возмущениям  $\delta\psi$ . В отношении же малых возмущений  $\delta\zeta$  ситуация более сложная. Линеаризованную систему уравнений для  $\delta\psi$  и  $\delta\zeta$  мы запишем для холестерика с параметром спирали  $q_0$ , в общем случае не совпадающим с  $p$ :

$$\gamma \frac{\partial \zeta}{\partial t} = K_1 \frac{\partial^2 \zeta}{\partial z^2} + [(2K_2 - K_3) p^2 - 2K_2 q_0 p] \zeta - \frac{\varepsilon_a \sin \alpha \cos \alpha \sin(pz + \beta) |E|^2}{8\pi}, \quad (3.22a)$$

$$\gamma \frac{\partial \delta\psi}{\partial t} = K_2 \frac{\partial^2 \delta\psi}{\partial z^2} - \frac{\varepsilon_a \sin^2 \alpha \sin 2(pz + \beta) |E|^2}{16\pi}. \quad (3.22b)$$

При  $p \approx q_0$  система устойчива относительно всех малых возмущений. Если закручен нематик ( $q_0 = 0$ ), то неустойчивость возмущений  $\zeta$ , выводящих директор из плоскости  $(x, y)$ , реализуется при  $(\psi_L/\pi)^2 > K_1/(2K_2 - K_3)$ . Для сравнения с экспериментом из<sup>25</sup> мы ограничимся случаем  $q_0 = p$ . Не выписывая явно решения уравнений (3.22), укажем, что характерный масштаб неоднородности возмущений  $\Delta z \sim p^{-1}$  и, следовательно, порядок величины упругой энергии составляет  $Kp^2$ . Потому при  $pL \gg 1$  оптическая нелинейность оказывается существенно подавленной по сравнению со случаем однородной ячейки с НЖК. Приведем здесь окончательный ответ, для вклада в нелинейный сдвиг фазы<sup>25</sup>, пропорциональный толщине слоя  $L$ :

$$\delta\phi = \frac{\omega}{cn_e} \frac{\varepsilon_a^2 \sin^2 \alpha |E|^2 L}{8\pi q^2 \cos \alpha} \left( \frac{\sin^2 \alpha}{16K_2} + \frac{\cos^2 \alpha}{K_1 + K_3} \right). \quad (3.23)$$

Эксперимент<sup>25</sup> был поставлен с использованием нематика 5CB (п-амил-п-цианобифенил), в который добавлялось от 0,1 до 1 вес. % холестерил-хлорида для создания требуемого шага спирали, удовлетворяющего условию  $q_0 L = \pi n$ , где  $n$  — целое число,  $L = 60$  мкм — толщина ячейки. Использовалось излучение аргонового лазера,  $\lambda = 0,51$  мкм, мощностью до 200 мВт. Удобно ввести параметр  $\eta$ , характеризующий отношение нелинейного сдвига фазы в ХЖК-ячейке к сдвигу в ячейке НЖК той же толщины для тех же



значений мощности,  $K_i$ ,  $n_{||}$ ,  $n_{\perp}$  и угла падения  $\alpha_{\text{вход}}$ . На рис. 6 приведена экспериментальная зависимость параметра  $\eta$  от обратного шага спирали  $h^{-1}$ ; сплошная линия построена по формулам (3.23), (3.7), наблюдается весьма хорошее согласие.

Выше обсуждалась ориентационная нелинейность ХЖК, связанная с изменением структуры ориентации в пределах одного периода. Такая нелинейность слаба по сравнению с ГОН, так как содержит малый параметр  $(h/L)^2$ . Представляет интерес выяснить, может ли реализовываться для ХЖК такой вид ГОН, где главные вариации в пространстве испытывает направление *оси* холестерической спирали для случая, противоположного адиабатическому пределу Могена. Расчет показывает, что для широких пучков ( $a \gg L$ ) эффекта ГОН такого рода в ХЖК с константой  $\varepsilon_2 \approx \varepsilon_a^2 L^2 / K_i$  не должно быть, если директор жестко закреплен хотя бы на одной из поверхностей. Дело здесь в том, что изгиб оси спирали в этих условиях неизбежно приводит к локальным изменениям шага  $\delta h$ , что приводит к появлению большой упругой энергии,  $F \sim (\delta h/h)^2 (K/h^2)$ . Весьма интересный вопрос о ГОН для ХЖК в узких пучках с  $a \lesssim L$  требует отдельного рассмотрения.

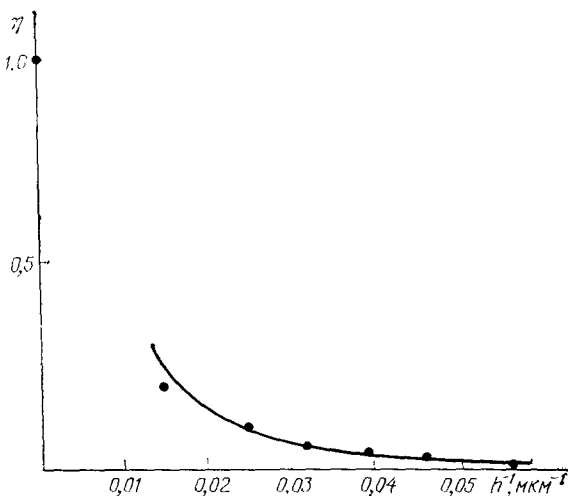


Рис 6. Зависимость параметра  $\eta$  от обратного шага спирали  $h^{-1}$  25

### 3.5. С м е к т и к и - С

Энергия деформации смектиков (СЖК) состоит из большого слагаемого,  $0,5B_0 (\partial u/\partial z)^2$ , связанного с изменением межслойного расстояния, и относительно «мягких» слагаемых, описывающих различные виды деформации, не затрагивающих расстояния между слоями. Здесь  $u(z)$  — смещение слоя и величина  $B_0$  (эрг/см<sup>3</sup>) может быть оценена как  $B_0 \sim K/a_m^2$ . При молекулярном размере  $a_m \sim 10^{-7}$  см (примерно совпадающем с расстоянием между слоями)  $B_0 \sim K \cdot 10^{14}$  см<sup>-2</sup>  $\sim 10^8$  эрг/см<sup>3</sup>. Нас интересуют большие эффекты ориентационной нелинейности. Им отвечают только «мягкие» ориентационные моды при фиксированном межслойном расстоянии.

Поскольку эксперимент по смектикам-С находится пока на качественной стадии, мы не будем выписывать соответствующие выражения явно (см. 26, 27) и ограничимся лишь оценками и обсуждением качественных особенностей. Пусть смектические слои плоские и направлены перпендикулярно оси  $z$  (рис. 7). В этом случае молекулы СЖК ориентированы вдоль директора  $n$ , составляющего фиксированный угол  $\theta$  с осью  $z$ :

$$n(r) = e_z \cos \theta + c(r) \sin \theta, \quad c(r) = e_z \cos \psi(r) + e_y \sin \psi(r); \quad (3.24)$$

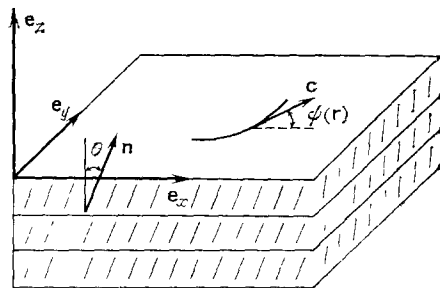


Рис. 7. Плоская слоистая структура смектика-С.

Нормаль к слоям  $e_z$  постоянна во всем объеме, ориентация молекулярных осей  $n$  составляет угол  $\theta$  с нормалью  $e_z$ . Проекция вектора  $n$  на плоскость слоев характеризует  $s$ -директор; угол между  $s$ -директором и некоторым невозмущенным направлением обозначен как  $\psi(r)$

здесь  $\mathbf{e}(\mathbf{r})$  — единичный вектор, лежащий в плоскости слоев. В недеформированном состоянии  $\mathbf{e}$ -директор (вектор  $\mathbf{e}$ ) постоянен во всем объеме. Энергию деформации можно записать в виде квадратичной формы от пространственных производных вектора  $\mathbf{e}(\mathbf{r})$ .

Если угол  $\theta$  невелик, то среду СЖК-С можно считать оптически одноосной, как и в случае нематика. Наибольшая нелинейность достигается, когда невозмущенный директор  $\mathbf{n}$  и орт поляризации  $\mathbf{e}_e$  волны необыкновенного типа составляют примерно  $45^\circ$ ; ее величина и время установления должны быть примерно такими же, как и для соответствующего нематика. При закреплении направления нормали к смектическим слоям, обозначенной нами через  $\mathbf{e}_z$ , директор  $\mathbf{n}$  может перемещаться только в пределах конуса (3.24) с фиксированной величиной  $\theta$ . Поэтому для получения нелинейного отклика орт поляризации  $\mathbf{e}_e$ , директор  $\mathbf{n}$  и нормаль к слоям  $\mathbf{e}_z$  не должны лежать в одной плоскости. Кроме того, при небольшом значении параметра  $\theta$  максимальная величина изменения тензора  $\hat{\epsilon}$ , получаемая при  $\delta\psi = 180^\circ$ , будет порядка  $\epsilon_a^2 \sin^2 \theta$ . Это означает, что при  $\theta \ll 1$  ориентационная нелинейность СЖК-С насыщается при мощности, в  $\theta^{-2}$  раз меньшей, чем для НЖК с теми же параметрами.

Эксперименты по воздействию лазерного излучения на СЖК проводились в работах <sup>27, 28</sup>. К сожалению, результаты этих работ носят качественный характер.

Качественно новые эффекты должны возникать в СЖК-С при учете того, что в отношении оптических свойств они являются двухосными. В частности, и для той поляризации, которая в нематике соответствовала о-волне, здесь должна возникать ориентационная нелинейность. Она будет, впрочем, довольно слабой, а именно пропорциональной квадрату разности тех собственных значений тензора  $\hat{\epsilon}$ , которые совпадают в нематике или в смектике-А.

Аналогично случаю НЖК при использовании ячейки с СЖК-С с одной свободной поверхностью должна возникать нелинейная оптическая активность, т. е. индуцированный светом поворот плоскости поляризации.

В смектиках-А ориентация молекул ( $\mathbf{n}$ -директор) параллельна нормали к смектическим слоям, и степень свободы, соответствующая  $\mathbf{s}$ -директору, у СЖК-А отсутствует. Поэтому переориентация директора в СЖК-А, вообще говоря, должна сопровождаться деформацией слоев. В силу практической несжимаемости межслойного расстояния такая деформация распространяется в СЖК-А на большие расстояния, вплоть до границ ячейки. Если на границах ячейки ориентация директора (или слоев) жестко закреплена, то эффект ГОН в СЖК-А должен отсутствовать.

#### 4. СВЕТОИНДУЦИРОВАННЫЙ ПЕРЕХОД ФРЕДЕРИКСА (СПФ)

Эффект Фредерикса в статических или радиочастотных полях (электрических,  $\vec{\mathcal{E}}$ , или магнитных,  $\vec{\mathcal{H}}$ ) хорошо известен. В широком понимании эффектом Фредерикса принято называть всякую переориентацию директора внешними полями в масштабах всей ячейки <sup>29</sup> (см. раздел 4.2). При несовпадающих и не строго перпендикулярных друг к другу направлениях директора и поля переориентация за счет эффекта Фредерикса возникает уже в слабых полях,  $\delta\theta \sim \mathcal{E}^2$  или  $\delta\theta \sim \mathcal{H}^2$ . Однако в весьма важном частном случае, когда невозмущенное направление директора отвечает максимуму энергии взаимодействия с полем (например,  $\mathbf{n}^0 \parallel \vec{\mathcal{H}}$  при  $\chi_a < 0$ ), переориентация возникает лишь начиная с некоторого порогового значения квадрата поля. В этом случае эффект Фредерикса носит пороговый характер.

Как было показано выше, световое поле также переориентирует директор ЖК. При наклонном по отношению к директору падении светового поля

эта переориентация, как и в статическом случае, происходит уже в слабых полях  $\delta\theta \sim |E|^2$ ; эффект легко наблюдается при интенсивности  $\sim 50$  Вт/см<sup>2</sup>.

В работе <sup>17</sup> при использовании гораздо более мощного светового пучка ( $\sim 10^3$  Вт/см<sup>2</sup>) был экспериментально обнаружен пороговый эффект переориентации директора световым полем. Такой эффект наблюдается при нормальном падении светового пучка на гомеотропно ориентированную ячейку НЖК (рис. 8). При столь большой плотности мощности  $P$  даже умеренное относительное превышение над порогом,  $P - P_{\text{пор}} \sim 0,3 P_{\text{пор}} \sim 300$  Вт/см<sup>2</sup>, приводит к очень сильной переориентации и, как следствие этого, к очень большому самофокусировочному увеличению угловой расходимости прошедшего пучка. Обнаруженный в <sup>17</sup> пороговый эффект получил название светоиндуцированного перехода Фредерикса (СПФ). По установившейся к настоящему времени традиции это название применяют для обозначения именно порогового эффекта; переориентацию же директора, линейную по интенсивности слабого поля, называют гигантской ориентационной нелинейностью.

В настоящем разделе мы сначала приведем результаты теории с тем, чтобы далее использовать их при обсуждении эксперимента.

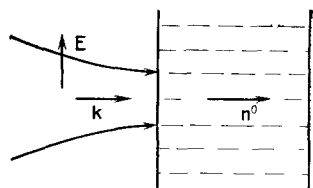


Рис. 8. Геометрия, в которой переориентация директора происходит пороговым образом

#### 4.1. Широкие пучки: пороговое поведение

Рассмотрим случай строго нормального падения световой волны с поляризацией  $e_x$  на гомеотропную ячейку (см. рис. 8). Для широкого пучка,  $a \gg L$ , можно ограничиться рассмотрением задачи, однородной в плоскости  $(x, y)$ , и тогда по соображениям симметрии вектор поля во всей ячейке будет оставаться в плоскости  $(x, z)$   $E(z) = e_x E_x(z) + e_z E_z(z)$ ; возникновение  $z$ -компоненты обусловлено действием недиагональных компонент тензора  $\epsilon_{xz} = \epsilon_{zx}$ , появляющихся при отклонении директора от невозмущенного состояния. Поле директора мы запишем в виде (3.21)  $n(z, t) = e_z \cos \theta + e_x \sin \theta$ ;  $\theta = \theta(z, t)$ . Уравнения для  $\theta$  имеют вид

$$\gamma \frac{\partial \theta}{\partial t} = (K_1 \sin^2 \theta + K_3 \cos^2 \theta) \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} - (K_3 - K_1) \sin \theta \cos \theta \left( \frac{\partial \theta}{\partial z} \right)^2 + \frac{\epsilon_a}{16\pi} [\sin 2\theta (|E_x|^2 - |E_z|^2) + \cos 2\theta (E_x E_z^* + E_x^* E_z)]. \quad (4.1)$$

Уравнение (4.1) и соответствующие уравнения Максвелла имеют точное решение  $\theta \equiv 0$ ,  $E = e_x E \exp(i\omega n_z z/c)$ . Для определения порога следует линеаризовать уравнение (4.1) по малому отклонению  $\theta$ . Модификация поля возмущением директора с требуемой точностью может быть определена из уравнения

$$\operatorname{div} D = \frac{\partial D_z}{\partial z} = \frac{\partial (\epsilon_{zx} E_x + \epsilon_{zz} E_z)}{\partial z} = 0.$$

Это уравнение дает  $E_z = -\epsilon_{zx} E_x' / \epsilon_{zz}$ , так что в линейном по  $\theta$  приближении  $E_z \approx -\epsilon_a \theta E_x' / \epsilon_{\parallel}$ . В итоге линеаризованная задача описывается уравнением

$$\gamma \frac{\partial \theta}{\partial t} = K_3 \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} + \frac{\epsilon_a}{8\pi} \left( 1 - \frac{\epsilon_a}{\epsilon_{\parallel}} \right) |E_x|^2 \theta. \quad (4.2)$$

Поправка  $\epsilon_a / \epsilon_{\parallel}$  в (4.2) отвечает учету  $z$ -компоненты светового поля, появляющейся при возмущении директора; эта поправка составляет  $\sim 0,3$  при  $\epsilon_a \sim 0,9$ ,  $\epsilon_{\parallel} = 3$ ; именно эта поправка отличает точный расчет порога СПФ от простой замены в соответствующих выражениях для радиочастотного электрического поля. Решение уравнения (4.2) с граничными условиями

$\theta(z=0, t) = \theta(z=L, t) = 0$  имеет вид

$$\theta(z, t) = \sum_{m=1}^{\infty} c_m \exp(-\Gamma_m t) \sin \frac{m\pi z}{L}, \quad (4.3)$$

$$\Gamma_m = \frac{K_3}{\gamma} \left( \frac{m\pi}{L} \right)^2 - \frac{\varepsilon_a}{8\pi\gamma} \left( 1 - \frac{\varepsilon_a}{\varepsilon_{\parallel}} \right) |E_x|^2.$$

Раньше других неустойчивым ( $\Gamma < 0$ ) становится наиболее плавное возмущение,  $m=1$ ; этому соответствует пороговое условие  $\varepsilon_a |E|^2 [1 - (\varepsilon_a/\varepsilon_{\parallel})] \times \times (8\pi)^{-1} = K_3 (\pi/L)^2$ :

$$P_{\text{Фр}} (\text{эрг/см}^2\text{с}) = \frac{cn_{\perp} |E|^2}{8\pi} = \frac{c\varepsilon_{\parallel} K_3}{\varepsilon_a \varepsilon_{\perp}^{1/2}} \left( \frac{\pi}{L} \right)^2. \quad (4.4)$$

Вблизи порога характерные времена развития (или затухания) возмущений замедляются,

$$\exp(-\Gamma t) = \exp \left[ -\frac{\pi^2}{\gamma L^2} \left( 1 - \frac{P}{P_{\text{Фр}}} \right) t \right], \quad (4.5)$$

как и для ПФ в квазистатических полях ( $P$  — плотность мощности падающего на НЖК излучения).

Для определения порога СПФ в пучке с произвольным состоянием поляризации мы запишем возмущение директора в виде

$$\mathbf{n}(z, t) \approx \mathbf{e}_z + \mathbf{e}_x \delta n_x(z, t) + \mathbf{e}_y \delta n_y(z, t).$$

Кроме того, из уравнения  $\text{div } \mathbf{D} = 0$  с линейной по  $\delta n_x, \delta n_y$  точностью имеем  $E_z \approx -(\varepsilon_a/\varepsilon_{\parallel}) (\delta n E)$ . В результате уравнение для возмущения директора примет вид

$$\gamma \frac{\partial \delta n_i}{\partial t} = K_3 \frac{\partial^2 \delta n_i}{\partial z^2} + \frac{\varepsilon_a}{8\pi} \left( 1 - \frac{\varepsilon_a}{\varepsilon_{\parallel}} \right) \frac{E_i E_k^* + E_i^* E_k}{2} \delta n_k, \quad (4.6)$$

где индексы  $i, k$  пробегают 2 значения ( $x, y$ ). Тем самым порог СПФ определяется симметризованной матрицей, составленной из  $x$ -,  $y$ -компонент невозмущенного поля.

Отсылая за подробностями к оригинальной работе <sup>30</sup>, приведем окончательный результат для порога СПФ:

$$P_{\text{Фр}} (\text{эрг/см}^2\text{с}) = \frac{c\varepsilon_{\perp}^{1/2} \langle EE^* \rangle_{\text{пор}}}{8\pi} = \frac{\pi^2 c\varepsilon_{\parallel} K_3}{\varepsilon_a \varepsilon_{\perp}^{1/2} L^2} \frac{2}{1 + (\xi_1^2 + \xi_3^2)^{1/2}}, \quad (4.7)$$

где  $\xi = (\xi_1, \xi_2, \xi_3)$  — так называемый вектор Стокса <sup>31</sup>, характеризующий состояние поляризации излучения. Если излучение полностью деполяризовано ( $\xi_1 = \xi_2 = \xi_3 = 0$ ) или если оно циркулярно поляризовано ( $\xi_1 = \xi_3 = 0, |\xi_2| = 1$ ), то порог оказывается вдвое выше по сравнению с порогом для линейно поляризованного излучения. В случае  $\xi_1 = \xi_3 = 0$  собственные векторы симметризованной матрицы  $E_i E_k^* + E_i^* E_k$  не определены, и поэтому направление возмущения в установившемся надпороговом состоянии должно определяться более тонкими эффектами (например, поперечным распределением интенсивности в пучке).

#### 4. 2. Широкие пучки: надпороговая структура

Для определения надпороговой стационарной структуры нужно более точное решение уравнений Максвелла (2.9) в неоднородной среде. Комплексная амплитуда поля меняется, так сказать, на 100%, если фаза сдвигается на величину  $\delta\phi \sim 1$  рад. При нормальном падении света этому отвечает отклонение директора  $\theta \sim [\lambda/2\pi L (n_{\parallel} - n_{\perp})]^{1/2}$ , что для  $\lambda \sim 0,5$  мкм,  $L \sim 100$  мкм дает оценку  $\theta \sim 0,05$  рад. Действительно, в случае перехода

Фредерикса в поле обыкновенной волны (см. ниже, раздел 5.4) уже при столь малых искажениях директора срабатывает нелинейность системы уравнений, связанная с сильной модификацией *вектора* поля; при этом «упругую» нелинейность ЖК можно не учитывать. Однако для широкого линейно поляризованного пучка задачу можно считать однородной в плоскости  $(x, y)$ ; вектор поля остается в плоскости  $(x, y)$ . Воздействие света на ЖК определяется лишь модулем и направлением вектора  $E$ . Сильное (порядка  $\omega (n_{||} - n_{\perp}) L \theta^2 / c$ ) изменение фазы поля в этом случае никак не влияет на его модуль; направление же комплексного вектора  $E$  меняется лишь на величину порядка  $\theta$  примерно так же, как в случае перехода Фредерикса в статическом поле.

Для широкого линейно поляризованного пучка задача о стационарной надпороговой структуре директора при СПФ была решена в <sup>32,30</sup>. Отсылая читателя к этим работам за подробностями, приведем здесь результаты для случая малого превышения плотности потока  $P$  над пороговым значением  $P_{\Phi p}$ :

$$\theta(z) = \theta_1 \sin \frac{\pi z}{L} + \theta_3 \sin \frac{3\pi z}{L} + \dots, \quad (4.8)$$

$$\theta_1 = \pm u^{-1/2} \left( 2 \frac{P - P_{\Phi p}}{P_{\Phi p}} \right)^{1/2}, \quad (4.9)$$

$$u = 1 - \frac{9}{4} \frac{\epsilon_a}{\epsilon_{||}} - \frac{K_3 - K_1}{K_3}, \quad (4.10)$$

$$\theta_3 = \frac{1}{48} \theta_1^3 \left( 1 - \frac{9}{4} \frac{\epsilon_a}{\epsilon_{||}} - 3 \frac{K_3 - K_1}{K_3} \right). \quad (4.11)$$

Из (4.9) следует важный вывод: величина  $\theta_1 \approx \theta(z = L/2)$  очень быстро ( $\propto (P - P_{\Phi p})^{1/2}$ ) растет при превышении мощностью порогового значения. Например, для МББА имеем  $u = 0,28$ , так что даже при  $(P - P_{\Phi p})/P_{\Phi p} \approx 4\%$  из (4.9) получим  $\theta_1 \approx 0,5$  рад  $\approx 30^\circ$ ; для ОЦБФ параметр  $u = 0,24$ . В том же приближении нелинейный сдвиг фазы равен

$$\delta\phi = \frac{\omega}{2c} L \frac{\epsilon_{\perp}^{1/2} \epsilon_a}{\epsilon_{||} u} \frac{P - P_{\Phi p}}{P_{\Phi p}}. \quad (4.12)$$

Численно малая величина  $u$  характеризует податливость системы по отношению к надпороговому воздействию,  $\theta_1 \propto [(P - P_{\Phi p})/u]^{1/2}$ . При упрощенном рассмотрении СПФ, т. е. в одноконстантном приближении и без учета обратного влияния переориентации директора на поле ( $\epsilon_a \rightarrow 0$ ), этот параметр был бы равен единице.

Очень важно, что для некоторых НЖК значение параметра  $u$  может оказаться даже отрицательным. Например, для ПАА при  $T = 125^\circ \text{C}$   $u = -0,12$ . В этом случае соотношение (4.9) вообще не имеет области применимости. На основе более точного решения можно показать, что СПФ в широких пучках для НЖК с  $u < 0$  будет обладать гистерезисом. При увеличении интенсивности от нуля переход произойдет при плотности мощности  $p$ , определяемой соотношением (4.4), рис. 9, однако  $\theta_m$  возрастет при переходе скачком; при обратном движении по мощности переход в состояние  $\theta = 0$  произойдет тоже скачком, но при меньшем значении мощности \*).

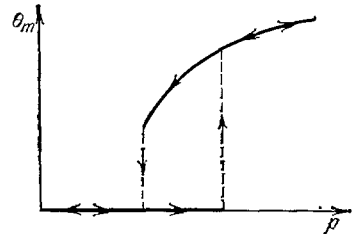


Рис. 9. Гистерезис светоиндуцированного перехода Фредерикса (стрелками показано направление изменения мощности светового поля)

\*) Условие существования гистерезиса СПФ в широком пучке и качественное поведение  $\theta(p)$  были найдены в работе <sup>32</sup>. К сожалению, рисунок, приведенный в этой работе, неточно передавал характер полученных в этой же работе правильных аналитических выражений. На это обстоятельство указал Х. Л. Онг в работе <sup>8</sup>, где, однако, используется ошибочная процедура вывода вариационных уравнений, в принципе не позволяющая описать ГОН.

### 4.3. Эффекты поперечной ограниченности пучка

Для пучка ограниченных поперечных размеров энергия Франка получает дополнительное слагаемое  $\delta F = K/l^2$ , где  $l$  — поперечный размер возмущения. Поэтому грубая оценка порога СПФ в этом случае имеет вид

$$|E|_{\text{пор}}^2 \geq \frac{8\pi K}{\varepsilon_a} \left( \frac{\pi^2}{L^2} + \frac{1}{l^2} \right) \quad (?). \quad (4.13)$$

Как и в случае ГОН, вид точного ответа оказывается существенно зависящим от того, имеем ли мы дело с одномерной или двумерной задачей в отношении поперечных координат. Именно, если размер пучка мал,  $a \ll L$ , то в одномерной задаче размер возмущения  $l$  оказывается порядка  $l \sim (aL)^{1/2}$ , так что  $|E|_{\text{пор}}^2 \sim K/aL$ . В отличие от этого в двумерной задаче оценка вида (4.13) с логарифмической точностью справедлива при  $l = a$ .

Подробнее об эффектах поперечной ограниченности пучка в СПФ см. <sup>4,5,30</sup>. В работе <sup>30</sup> используется аналогия уравнений для поперечного распределения директора со стационарным уравнением Шрёдингера, а в <sup>4</sup> используется вариационная процедура Ритца для нахождения порога. Что же касается надпороговой структуры при СПФ в узких пучках, то здесь трудно ожидать хорошей аналитической теории, поскольку обычно уже при небольшом превышении над порогом световая волна сильно меняет и направление распространения, и поляризацию уже в пределах ячейки.

### 4.4. Экспериментальные исследования СПФ

Светоиндуцированный переход Фредерикса был обнаружен <sup>17</sup> при освещении гомеотропной ячейки с октил-циан-бифенилом (ОЦБФ) излучением поперечно-одномодного аргонового лазера,  $\lambda = 0,5145$  мкм, мощностью до 0,2 Вт; радиус перетяжки в фокусе линзы  $\sim 5 \cdot 10^{-3}$  см, плотность мощности до  $2 \cdot 10^3$  Вт/см<sup>2</sup>. При наклонном падении волны необыкновенного типа в соответствии с результатами, ранее полученными экспериментально и теоретически для планарной ячейки, наблюдается беспороговая самофокусировка за счет ГОН. При нормальном падении световой волны на ячейку волновой вектор параллелен невозмущенному направлению оптической оси (директору), и при малой интенсивности самофокусировка отсутствовала. Однако начиная с интенсивности порядка 70—80 мВт (для ячейки толщиной 150 мкм) через довольно значительное время, от 10 с до 3 мин, возникала очень сильная угловая расходимость прошедшего пучка,  $\sim 10^\circ$ , сопровождаемая характерной картиной с большим числом  $N \sim 20$ —50 абберационных колец.

В работе <sup>33</sup> был зарегистрирован СПФ для циркулярно поляризованного пучка. Пороговая мощность оказалась примерно в 2 раза выше, чем для линейно поляризованного излучения; это хорошо соответствует теории.

Для широких пучков пороговая плотность мощности  $P$  (Вт/см<sup>2</sup>) должна падать как  $L^{-2}$  при увеличении толщины ячейки. В чистом виде это утверждение не проверялось. Однако абсолютные значения экспериментально измеренных пороговых плотностей мощностей хорошо согласуются с теорией.

Для узких пучков зависимость пороговой интенсивности от поперечного размера пучка была экспериментально и теоретически исследована в <sup>4</sup>. Полученные результаты хорошо совпадают с теорией, приведенной в <sup>4, 30, 32</sup>.

Зависимость порога СПФ от температуры, согласно теории, определяется в основном множителем  $P_{\text{Фр}} \propto \varepsilon_a^{-1} K_3$ . Поскольку  $K_3$  падает при приближении  $T \rightarrow T_k$  как квадрат параметра порядка,  $K \propto S^2$ , а  $\varepsilon_a \propto S$ , то  $P_{\text{Фр}} \propto S$  также должно уменьшаться вместе с уменьшением  $S$  при увеличении температуры. В эксперименте <sup>34</sup> для СПФ в ОЦБФ-ячейке было зарегистрировано понижение порога от  $P = 51$  мВт до  $P = 24,5$  мВт при изменении температуры от  $34^\circ \text{C}$  до  $39,4^\circ \text{C}$  ( $\lambda = 0,515$  мкм, толщина ячейки 150 мкм, попереч-

ный радиус пучка 18,6 мкм в перетяжке). В этой же работе СПФ был зарегистрирован при использовании излучения неон-гелиевого лазера ( $\lambda = 0,628$  мкм) и двух линий аргонного лазера ( $\lambda = 0,476$  мкм и  $\lambda = 0,515$  мкм).

В условиях над порогом СПФ поляризация прошедшего света оказывается неоднородной в зависимости от угла наблюдения даже для линейно поляризованного падающего пучка. Есть две различные причины отклонения поляризации от исходного направления. Обе причины основаны на том, что в условиях большого двупреломления орт поляризации необыкновенной волны следит за локальным направлением оптической оси  $\mathbf{n}$  и локальным направлением распространения  $\mathbf{k}$ ,  $\mathbf{e}_e = \text{const} \cdot [\mathbf{k} [\mathbf{kn}]]$ .

В одном из механизмов<sup>30</sup> принимается во внимание тот факт, что при  $K_2 \neq K_1$  возмущения директора  $\mathbf{n}$  носят неплоский характер,  $\mathbf{n} = \mathbf{e}_z + \mathbf{e}_x \delta n_x + \mathbf{e}_y \delta n_y$ , причем  $\delta n_y \neq 0$  даже при  $x$ -поляризации падающего света.

Другой механизм<sup>35, 36</sup> существенно опирается на то обстоятельство, что уже внутри среды лучи испытывают значительное самофокусирующее отклонение ( $\sim 10-20^\circ$ ). В результате изменения вектора  $\mathbf{n}$  должен измениться и адиабатически следящий за ним орт поляризации.

Отсылая за подробностями теории к оригинальным работам<sup>30, 36</sup>, укажем, что экспериментально поворот и эллиптичность поляризации прошедшего при СПФ света исследовались в работах<sup>17, 36</sup>. При небольшом превышении порога (малые отклонения лучей) картина деполяризации примерно соответствует первому механизму (см. эксперимент в<sup>17</sup>), а в случае большой расходимости пучка (значительное превышение порога) в<sup>36</sup> имеется согласие экспериментальных результатов со вторым механизмом.

Весьма интересен вопрос о динамике нестационарных процессов установления и релаксации ориентации при включении и выключении поля. Для широких пучков релаксация  $\delta \mathbf{n} \propto \exp(-\Gamma t)$  определяется соотношением  $\Gamma = K_3 (\pi/L)^2 / \gamma$ , справедливым как для ГОН, так и для СПФ (и вообще для эффекта Фредерикса любой природы). Для узких пучков ( $a \ll L$ ) основная часть возмущения релаксирует с константой  $\Gamma \sim K a^{-2} / \gamma$  при выключении поля до нуля; это утверждение также относится и к ГОН, и к СПФ.

Вблизи порога СПФ-неустойчивости (как выше его, так и ниже) все процессы замедляются приблизительно в  $P_{\text{пор}}' / P - P_{\text{пор}}$  раз; ср. с выражениями (4.3), (4.5). Это утверждение справедливо как для широких, так и для узких пучков. Ситуация здесь, как и для ПФ в несветовых полях, напоминает фазовый переход II рода.

Конкретные выражения зависят от формы поперечного распределения интенсивности, от соотношения констант  $K_2/K_1$ ,  $K_2/K_3$  и  $\varepsilon_a/\varepsilon_\perp$ , от начальной и конечной мощности. Надо признать, что количественная теория эффектов вблизи установившегося состояния над порогом СПФ для узких пучков отсутствует, поскольку из-за сильного насыщения уже при очень малом превышении порога необходимо всю 100%-ную нелинейную трехмерную задачу на уравнения Франка и Максвелла решать самосогласованно.

Наибольший интерес для сопоставления с линеаризованной теорией представляют экспоненциальное нарастание малых возмущений при включении мощности выше порога и затухание опять-таки малых отклонений директора от направления  $\mathbf{n}^0 = \mathbf{e}_z$  при уменьшении мощности до значений ниже пороговой. Напомним, что при  $\theta_m \ll 1$  и  $\theta(z) = \theta_m \sin(\pi z/L)$  сдвиг фазы в центре пучка для нормального падения световой волны на гомеотропную ячейку составляет

$$\delta\phi = 2\pi \frac{L}{\lambda} \frac{\varepsilon_a \varepsilon_\perp^{1/2}}{4\varepsilon_\parallel} \theta_m^2 \equiv 2\pi \frac{L}{\lambda} (n_\parallel - n_\perp) \frac{n_\perp (n_\parallel + n_\perp)}{4n_\parallel^2} \theta_m^2, \quad (4.14)$$

и поэтому  $\delta\phi \propto \theta_m^2$  должно меняться по закону  $\exp(-2\Gamma t)$ . В этом отношении характерное для СПФ нормальное падение дает результат, отличный от случая ГОН, где  $\delta\phi \propto \theta \propto \exp(-\Gamma t)$ . Иначе говоря, для СПФ данная кон-

станта релаксации или нарастания директора  $\Gamma$  дает вдвое большую константу  $2\Gamma$  для числа колец  $N = \delta\phi/2\pi$ .

Экспериментальное изучение динамики переориентации при СПФ проводилось практически во всех работах по наблюдению СПФ. Как и при несветовом ПФ, нарастание возмущений  $\delta\theta(t) = \delta\theta_0 \exp(|\Gamma|t)$  происходит от малого уровня начальных флуктуаций  $\delta\theta_0$ . Знак результирующего возмущения определяется знаком  $\delta\theta_0$  и меняется по случайному закону. Время выхода на стационар дается выражением

$$\tau \approx \frac{1}{|\Gamma|} \ln \frac{1}{|\delta\theta_0|} \approx \frac{1}{P - P_{\text{пор}}} \ln \frac{1}{|\delta\theta_0|}.$$

Это время довольно велико как за счет логарифмического множителя (который к тому же флуктуирует от опыта к опыту), так и за счет замедления процессов вблизи порога. В типичных экспериментальных условиях оно меняется от секунд до десятков минут.

Экспериментальное исследование нарастания и затухания малых возмущений в работах <sup>37, 38</sup> показало следующее: 1) экспоненциальный характер зависимости числа колец от времени выполняется на начальном участке с хорошей точностью; 2) имеет место околопороговое замедление темпа релаксации и нарастания возмущений с зависимостью  $|\Gamma| \approx \text{const}/|P - P_{\text{пор}}|$ ; 3) абсолютное значение констант релаксации  $|\Gamma|$  для СПФ, как и ранее для ГОН, находится в разумном согласии с данными по константам вязкости  $\gamma$  и упругости  $K_i$ , полученным из неоптических экспериментов.

Отметим интересный экспериментальный прием из работы <sup>6</sup>. В ней СПФ в ячейке с НЖК 5СВ толщиной 250 мкм вызывался широким пучком аргонного лазера ( $\lambda = 0,51$  мкм). Измерение наведенных возмущений производилось по разности фаз обыкновенной и необыкновенной волн для слабого, очень узкого пучка гелий-неонового лазера ( $\lambda = 0,63$  мкм); в адиабатическом приближении о-волна вообще не должна чувствовать искажения директора.

## 5. ВЫНУЖДЕННОЕ РАССЕЯНИЕ (ВР) И РЕШЕТОЧНАЯ ОРИЕНТАЦИОННАЯ НЕЛИНЕЙНОСТЬ (РОН)

Вынужденное рассеяние света — одно из наиболее красивых явлений нелинейной оптики. Оно состоит в том, что пучок когерентного лазерного излучения при достаточно большой мощности начинает интенсивно рассеиваться на элементарных возбуждениях среды, давая при этом результирующий пучок сдвинутой частоты, а амплитуда элементарных возбуждений самосогласованно нарастает под действием световых полей.

Поясним суть происходящих при этом волновых процессов. Пусть по среде распространяются две волны,

$$E = E_1 \exp(i\mathbf{k}_1\mathbf{r} - i\omega_1 t) + E_2 \exp(i\mathbf{k}_2\mathbf{r} - i\omega_2 t). \quad (5.1)$$

Их интерференция воздействует на среду, в том числе на ее диэлектрическую проницаемость  $\epsilon$ , причем в первом исчезающем приближении можно записать

$$\delta\epsilon(\mathbf{r}, t) = (A' + iA'') E_1^* E_2 \exp[-i(\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2)\mathbf{r} + i(\omega_1 - \omega_2)t] + \text{к. с.} \quad (5.2)$$

Конкретные механизмы могут быть самыми различными; так, ниже мы рассмотрим изменение тензора  $\hat{\epsilon}$  за счет переориентации директора световыми полями. Комплексный коэффициент  $A' + iA''$  описывает возможный сдвиг фазы отклика среды по сравнению с фазой исходной интерференционной картины. Рассеяние волны  $E_1 \exp(i\mathbf{k}_1\mathbf{r} - i\omega_1 t)$  на бегущей пространственно-временной решетке  $\delta\epsilon(\mathbf{r}, t)$  из (5.2) дает добавочные слагаемые в индукции

$$\delta D = (A' + iA'') |E_1|^2 E_2 \exp(i\mathbf{k}_2\mathbf{r} - i\omega_2 t) + (A' + iA'') E_1 E_2^* \exp[i(2\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2)\mathbf{r} + i(2\omega_1 - \omega_2)t]. \quad (5.3)$$



Обычно второе слагаемое в (5.3) сильно не удовлетворяет волновому уравнению и поэтому практически не возбуждает распространяющихся волн. Напротив того, первое слагаемое приводит к излучению дополнительных волн в направлении  $\mathbf{k}_2$  на частоте  $\omega_2$ ; можно сказать, что автоматически выполнено условие Брэгга для рассеяния на соответствующей бегущей решетке  $\delta\epsilon(\mathbf{r}, t)$ . Для того чтобы понять, будут ли новоизлученные волны  $\propto \exp(-i\omega_2 t + i\mathbf{k}_2 \mathbf{r})$  ослаблять, усиливать или только сдвигать фазу у уже имеющейся в среде волны  $E_2$ , удобно интерпретировать это первое слагаемое в (5.3) как изменение эффективной диэлектрической проницаемости среды для волны  $E_2$ ; одновременно меняется и волновой вектор  $\mathbf{k}_2$ :

$$\delta\epsilon(\omega_2) = (A' + iA'') |E_1|^2, \quad \delta k_2 = \frac{\omega_2}{2c\epsilon^{1/2}} (A' + iA'') |E_1|^2. \quad (5.4)$$

При  $A'' = 0$ ,  $A' \neq 0$  рассеяние ( $\omega_1 \mathbf{k}_1 \rightarrow \omega_2 \mathbf{k}_2$ ) на решетке меняет фазу волны  $E_2$ :

$$E_2(z) = \exp(i\delta k_2 z), \quad \delta k_2 = \frac{\omega A'}{2c\epsilon^{1/2}} |E_1|^2, \quad (5.5)$$

а при  $A'' \neq 0$  — и ее интенсивность по закону

$$|E_2(z)|^2 \propto \exp(gz), \quad g = -\frac{\omega_2}{c\epsilon^{1/2}} A'' |E_1|^2. \quad (5.6)$$

Экспоненциальное усиление волны  $E_2$  с коэффициентом  $g$ , пропорциональным интенсивности «накачки»  $|E_1|^2$ , реализующееся при  $A'' < 0$ , характеризует процесс вынужденного рассеяния света (ВР). Изменение фазы волны  $E_2$ , пропорциональное интенсивности  $|E_1|^2$ , по аналогии с самофокусировкой можно назвать кросс-фокусировкой, а саму нелинейность — решеточной оптической нелинейностью (также РОН). Тем самым РОН и ВР суть проявления одного и того же физического процесса возбуждения бегущих решеток в среде; см., например, <sup>39</sup>.

#### 5.1. Теория ориентационного ВР в нематических ЖК

Перейдем после этих общих замечаний, к рассмотрению конкретных особенностей ориентационных ВР и РОН в нематических жидких кристаллах (НЖК). Для этого нужно в обычные уравнения динамики НЖК подставить вынуждающую силу от интерференции двух волн, найти отклик и рассчитать результат рассеяния на бегущей решетке возмущения директора. Эта процедура, чрезвычайно простая в принципе, приводит к довольно громоздким выражениям. Отсылая за подробностями к оригинальной работе <sup>40</sup>, запишем уравнения для того конкретного случая, для которого ВР в НЖК было обнаружено и исследовано экспериментально.

Пусть по гомеотропной ячейке распространяются над малым углом  $\alpha$  к директору световая волна, в общем случае содержащая обе поляризации, и немонахроматическая. Выбирая ось  $z$  вдоль невозмущенного директора, запишем поле в виде

$$E_{\text{вещ}}(x, z, t) = \frac{1}{2} [\mathbf{e}_y E_y + \mathbf{e}_x E_x(z) \exp(i\Omega t + i\mu z)] \times \\ \times \exp[ik(x\alpha + z \cos \alpha) - i\omega t] + \text{к. с.}; \quad (5.7)$$

здесь  $k = \omega n_{\perp}/c$  — волновое число 0-волны  $\mathbf{e}_y E_y$ , являющейся в нашем случае «накачкой». Сигналом является волна е-типа  $\mathbf{e}_x E_x$  со сдвинутой частотой  $\Omega$ ; величина  $\mu = (\omega n_{\perp}/2c) [1 - (n_{\perp}^2/n_{\parallel}^2)] \alpha^2$  есть разность  $z$ -компонент волновых векторов 0- и е-волн. Линеаризованное уравнение для возмущения

вызывает обычную гигантскую переориентацию, а для о-волны свободная энергия не зависит от ориентации директора, и поэтому ее воздействие на ЖК отсутствует. Если возмущения имеют мелкий пространственный масштаб,  $\sim \lambda/(n_e - n_o)$  или меньше, то возможно неадиабатическое перебрасывание световой энергии из о-волны в е-волну в процессе распространения света. В этих условиях понижение световой части свободной энергии возможно и для падающей волны о-типа. Однако для мелко-масштабных возмущений резко возрастает энергия деформации.

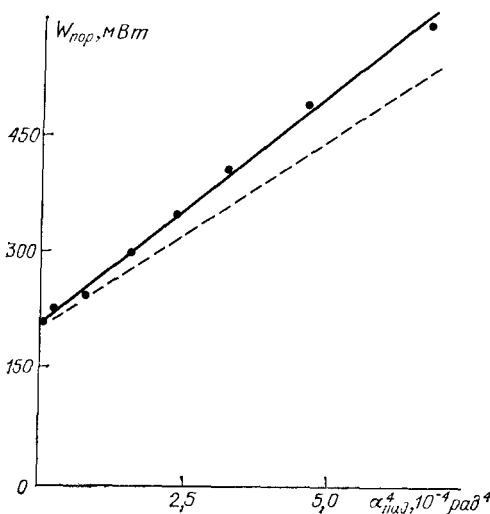


Рис. 11. Точки показывают экспериментально зарегистрированную зависимость порога СПФ от четвертой степени угла преломления  $\alpha^4$ .

Сплошная линия есть прямая, проведенная по этим точкам. Штриховая линия соответствует теоретической зависимости  $P_{\text{пор}} = P_0 [1 + (\mu L/\pi)^2]$  с  $\mu$ , полученным из эксперимента

теоретически, и экспериментально, отметим лишь следующее. Теоретическая зависимость порога от угла преломления  $\alpha$  имеет вид

$$P_{\text{пор}}(\alpha) = P_{\text{пор}}(\alpha=0) \left[ 1 + \alpha^4 \left( \frac{L}{\lambda} \frac{\varepsilon_a \varepsilon_{\perp}^{3/2}}{\varepsilon_{\parallel}} \right)^2 + \dots \right]. \quad (5.12)$$

На рис. 11, взятом из работы <sup>46</sup>, точки показывают экспериментально зарегистрированную зависимость порога СПФ от  $\alpha^4$ . Сплошная линия есть прямая, проведенная по этим точкам. Штриховая линия соответствует теоретической зависимости с параметром  $(L \varepsilon_a \varepsilon_{\perp}^{3/2} / \lambda \varepsilon_{\parallel})$ , полученным из наблюдения коноскопической картины.

Как нам любезно сообщила В. Ф. Китаева, ею с сотрудниками в последнее время были детально изучены строго периодические и хаотические осцилляции при возбуждении СПФ обыкновенной слабонаклонной волной.

## 6. ВОЗДЕЙСТВИЕ СВЕТА НА ПОВЕРХНОСТНЫЙ СЛОЙ ЖИДКОГО КРИСТАЛЛА

В настоящем разделе 6 обсуждается ряд задач, в которых световая волна, воздействующая на ЖК, локализована в сравнительно тонком слое  $\Delta z$  у поверхности. На первый взгляд соответствующие эффекты слабее объемных в  $L/\Delta z$  раз, где  $L$  — толщина ячейки. Однако в конкретных задачах имеется целый ряд благоприятных факторов, позволяющих скомпенсировать ослабляющее влияние малого параметра  $\Delta z/L$ . Важно, что при использовании поверхностных воздействий можно исследовать ЖК при наличии сильного объемного рассеяния и в области световых частот, на которых имеется сильное поглощение.

### 6.1. ГОН И СПФ в поле поверхностной световой волны

Рассмотрим ориентационное воздействие на НЖК нераспространяющейся световой волны, локализованной вблизи границы  $z = 0$ ; такая волна может возникать при падении света в НЖК из среды с большим показателем преломления  $n_i$  за счет эффекта полного внутреннего отражения (ПВО) (рис. 12). Пусть ячейка планарно ориентируется ( $\mathbf{n}^0 = \mathbf{e}_x$ ) за счет натирания поверхности  $z = L$ , а поверхность  $z = 0$  не влияет на ориентацию. Волновой вектор падающей волны примем в виде

$$\mathbf{k} = \frac{\omega}{c} n_i (\mathbf{e}_x \sin \alpha \cos \beta + \mathbf{e}_y \sin \alpha \sin \beta + \mathbf{e}_z \cos \alpha).$$

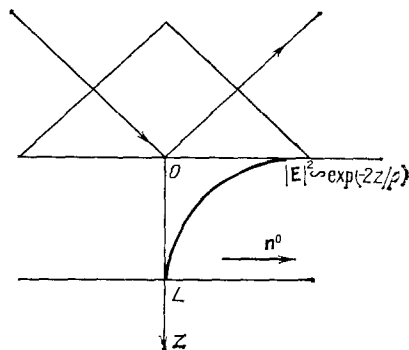


Рис. 12. Пластиночкой НЖК-ячейки в плоскости  $z = 0$  служит призма, на границе которой с НЖК имеет место полное внутреннее отражение света

Рассмотрим для конкретности случай, когда волна поляризована перпендикулярно плоскости падения,  $\mathbf{e}_{\text{пад}} \propto [\mathbf{k} | \mathbf{k} \mathbf{e}_z]$ . В этом случае поле в НЖК имеет только компоненты  $E_x$  и  $E_y$  и уравнение для профиля директора  $\mathbf{n} = \mathbf{e}_x \cos \theta(z) + \mathbf{e}_y \sin \theta(z)$  имеет вид

$$-\gamma \frac{\partial \theta}{\partial t} + K_2 \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} + \frac{\epsilon_a}{16\pi} [\sin 2\theta (|E_y|^2 - |E_x|^2) + \cos 2\theta (E_x E_y^* + E_x^* E_y)] = 0. \quad (6.1)$$

При малой анизотропии  $\epsilon_a \ll \epsilon_{\perp}$  поле внутри НЖК можно принять таким же, как для изотропной среды; тогда, пользуясь обычными соотношениями теории ПВО, получим

$$\mathbf{E}(z) = E_{\text{пад}} \mathbf{e}_{\text{пад}} \frac{2 \exp(-z/2\rho)}{1 + i [1 - (\sin \alpha_{\text{ПВО}} / \sin \alpha)^2]^{1/2}}, \quad (6.2)$$

где  $\alpha_{\text{ПВО}}$  — угол полного внутреннего отражения,  $\sin^2 \alpha_{\text{ПВО}} = n^2/n_i^2$ ,

$$\rho = \frac{\lambda_{\text{вак}}}{4\pi n_i \sin \alpha} \left[ 1 - \left( \frac{\sin \alpha_{\text{ПВО}}}{\sin \alpha} \right)^2 \right]^{-1/2}. \quad (6.3)$$

СПФ возникает, когда невозмущенное направление директора лежит в плоскости падения волны, т.е.  $\beta = 0$ ,  $\mathbf{e}_{\text{пад}} = \mathbf{e}_y$ . Линеаризуя уравнение (6.1), получим

$$-\frac{\gamma}{K_2} \frac{\partial \theta}{\partial t} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} + b^2 \theta \exp\left(-\frac{z}{\rho}\right) = 0, \quad (6.4)$$

где  $b^2 = \epsilon_a |E_{\text{пад}}|^2 / 2\pi K_2$ . (Если не считать  $\epsilon_a$  малым, то переориентация директора приведет к модификации условий преломления и возбудит компоненту поля  $E_x \neq 0$ . Оказывается, что аккуратное рассмотрение этих эффектов<sup>47</sup> не меняет качественные выводы и приводит лишь к некоторому переопределению величин  $b^2$  и  $\rho$ .)

Задачу нахождения порога неустойчивости из уравнения (6.4) нужно решать с граничными условиями  $\theta(z=L) = 0$ ,  $(d\theta/dz)_{z=0} = 0$ ; последнее есть условие свободной ориентации директора при  $z = 0$ . Воспользовавшись малым параметром  $\rho/L \sim 10^{-2}$  при  $\rho \sim 1$  мкм,  $L \sim 100$  мкм, действие слагаемого  $b^2 \theta \exp(-z/\rho)$  можно описать введением граничного условия

$$\left( \frac{d\theta}{dz} + C\theta \right)_{z=0} = 0, \quad C = \int_0^{\infty} b^2 \exp\left(-\frac{z}{\rho}\right) dz = b^2 \rho; \quad (6.5)$$

при этом само уравнение можно рассматривать без члена  $\propto b^2$ . Порог неустойчивости определяется появлением нетривиального решения с нулевым временным инкрементом. Тогда  $\theta(z) = \text{const} \cdot (z - L)$  и на пороге  $CL = 1$ , откуда для пороговой плотности мощности в падающей волне получаем

$$P_{\text{пор}} = \frac{cn_i |E_{\text{пад}}|^2}{8\pi} = \frac{cn_i K_2}{4\pi \epsilon_a L \rho} = \frac{c\epsilon_i (\sin^2 \alpha - \sin^2 \alpha_{\text{ПВО}})^{1/2}}{\epsilon_a L \lambda_{\text{вак}}}. \quad (6.6)$$

Сравнение выражения (6.6) с пороговой плотностью мощности для объемного СПФ в гомеотропной ячейке той же толщины (формула (4.4)) дает

$$\frac{P(\text{СПФ})}{P(\text{СПФ})} = \frac{\epsilon_i}{\epsilon_{\perp}^{1/2}} \frac{K_2}{K_3} \frac{L (\sin^2 \alpha - \sin^2 \alpha_{\text{ПВО}})^{1/2}}{\pi^2 \lambda_{\text{вак}}}. \quad (6.7)$$

Таким образом, в (6.7) есть большой безразмерный множитель  $L/\Delta z = L (\sin^2 \alpha - \sin^2 \alpha_{\text{ПВО}})^{1/2} / \lambda$ , связанный с тем, что световое воздействие осуществляется в малой доли  $\Delta z/L$  ячейки. Благоприятным малым множителем, однако, оказывается отношение  $K_2/K_3$ , которое обычно составляет около 0,3, и численный коэффициент  $\pi^{-2} \approx 0,1$ . Все это показывает, что порог СПФ в поле поверхностной световой волны может оказаться порядка порога обычного СПФ для гомеотропной ячейки той же толщины.

Для определения надпороговой структуры в том же приближении  $\rho \ll \ll L$  и  $\epsilon_a \ll \epsilon_{\perp}$  можно воспользоваться граничным условием вида  $[d\theta/dz + 0,5 \sin 2\theta]_{z=0} = 0$ , откуда  $\theta(z) = \theta_1 (1 - z/L)$ , и величина  $\theta_1$  определяется из решения уравнения

$$\frac{\sin 2\theta_1}{2\theta_1} = \frac{P_{\text{пор}}}{P}. \quad (6.8)$$

Если угол  $\beta \neq 0$ , то аналогично ГОН переориентация директора возникает уже в 1-м порядке по интенсивности света. Принимая  $|E_x| = |E| \cos \beta$ ,  $|E_y| = |E| \sin \beta$ , где  $|E|$  определено в (6.2), и решая уравнение (6.1) в 1-м порядке по  $\theta$ , получим

$$\theta(z) = \left(1 - \frac{L}{z}\right) \frac{P}{P_{\text{пор}}} \frac{\sin 2\beta}{2}. \quad (6.9)$$

Время установления для ГОН составляет  $\tau = 4\gamma \dot{L}^2 / \pi^2 K_2$ , а для СПФ оно еще больше, особенно вблизи порога.

Рассмотренные эффекты должны иметь место и в том случае, если вместо нематика взять холестерик; все полученные формулы справедливы и для ХЖК, если вместо  $\theta(z)$  рассматривать  $\theta(z) - q_0(z - L)$ . Качественно тот же эффект, но с некоторой модификацией формул должен иметь место и для ячейки СЖК-С, в которой слои параллельны стенкам ячейки.

Если поверхность  $z = 0$  имеет преимущественную ориентацию  $\theta = 0$ , то можно ввести поверхностную энергию  $F_{\text{пов}} (\text{эрг/см}^2) = 1/2 \sigma_a \sin^2 \theta (z = 0)$ , что отвечает длине закрепления  $R = K_2/\sigma_a$ ; ср. с выражением (3.16). Тогда пороговая плотность мощности возрастает на множитель

$$P_{\text{пор}}(R) = \frac{1 + (L/R)}{1 + (\rho/R)} P_{\text{пор}}(R = 0), \quad (6.10)$$

полученный в предположении  $R \gg \rho$ . При уменьшении  $R$  до величины  $R \ll \ll L$  порог начинает возрастать как  $R^{-1}$ . После того как  $R$  становится меньше, чем  $\rho$ , порог снова перестает зависеть от  $R$  и определяется выражением (6.6) с заменой  $L \rightarrow \rho$ .

Эксперимент<sup>48</sup> был проведен по схеме рис. 12 с использованием излучения аргонового лазера ( $\lambda = 0,51 \text{ мкм}$ ) и нематика МББА. Отклонение директора фиксировалось по повороту плоскости поляризации пробного пучка неон-гелиевого лазера, проходящего сквозь НЖК со стороны жестко ориентирующей поверхности  $z = L$ . СПФ в этой геометрии был зарегистрирован при плотности мощности падающей волны  $P_{\text{пор}} \approx 1,2 \text{ кВт/см}^2$  для толщины

ячейки 50 мкм. Укажем, что значение  $\rho$  составляло около  $25 \cdot 10^{-5}$  см. Наблюдаемый с помощью пробного пучка угол поворота составлял около  $25^\circ$  при  $P/P_{\text{пор}} \sim 5$ .

Абсолютное значение  $P_{\text{пор}}$  неплохо согласуется с теоретической оценкой по формуле (6.6). Надпороговый угол  $\theta_1$  имел разные знаки в разных опытах в соответствии с общими представлениями о развитии неустойчивости при СПФ из начальных случайных флуктуаций. Величина  $|\theta_1|$  над порогом сильно отклоняется от уравнения (6.8). Это может быть связано с тем, что для необыкновенной волны условие ПВО не было выполнено (показатель преломления призмы  $n_1 = 1,76$  близок к значению  $n_{||} \approx 1,75$ ). Времена установления для интенсивности вблизи порога составляли  $\sim 120-150$  с. При  $\beta \neq 0$  наблюдался беспороговый эффект — аналог ГОН.

## 6.2. Взаимодействие поверхностных плазмонов с ЖК

Вблизи границы двух сред с диэлектрическими постоянными  $\epsilon_1$  и  $\epsilon_M$  могут распространяться локализованные электромагнитные волны — поверхностные плазмоны; см., например, <sup>49, 50</sup>. Для их существования необходимо, чтобы одна из сред (обычно — металл) имела отрицательную  $\epsilon$ , чтобы  $-\epsilon_M = |\epsilon_M| > \epsilon_1 > 0$ . Обозначим через  $e_z$  нормаль к границе, а через  $m$  — единичный вектор в направлении распространения поверхностного плазмона,  $m = \cos \beta e_x + \sin \beta e_y$ ; пусть также  $v = [e_z m] = e_y \cos \beta - e_x \sin \beta$ . Тогда, считая, что  $\epsilon = \epsilon_1$  при  $z > 0$  и  $\epsilon = -|\epsilon_M|$  при  $z < 0$ , для электрического поля поверхностного плазмона (ПП) можно записать <sup>50</sup>

$$E(r) = A e^{ikmr} \left\{ e_z \left[ \frac{e^{-\kappa_1 z}}{-\frac{\epsilon_1}{|\epsilon_M|} e^{\kappa_2 z}} \right] + m \left[ \frac{-i \frac{\kappa_1}{k} e^{-\kappa_1 z}}{-i_1 \frac{\epsilon_1}{|\epsilon_M|} \frac{\kappa_2}{k} e^{\kappa_2 z}} \right] \right\}. \quad (6.11)$$

В выражении (6.11) верхняя строка относится к области  $z > 0$ , а нижняя — к  $z < 0$ . Величины  $(2\kappa_1)^{-1}$  и  $(2\kappa_2)^{-1}$  характеризуют размер области локализации интенсивности ПП при  $z > 0$  и  $z < 0$  соответственно, причем

$$\kappa_1 = \left[ k^2 - \left( \frac{\omega}{c} \right)^2 \epsilon_1 \right]^{1/2}, \quad \kappa_2 = \left[ k^2 + \left( \frac{\omega}{c} \right)^2 |\epsilon_M| \right]^{1/2}. \quad (6.12)$$

Например, при  $z > 0$  квадрат модуля поля спадает как  $\exp(-z/\rho)$ , где  $\rho = (2\kappa_1)^{-1}$ . Кроме того, равенство  $\kappa_1/\epsilon_1 = \kappa_2/|\epsilon_M|$  следует из непрерывности полей на границе; из него вытекает дисперсионное уравнение — связь между  $\omega$  и  $k$ :

$$k^2 = \left( \frac{\omega}{c} \right)^2 \frac{\epsilon_1 |\epsilon_M|}{|\epsilon_M| - \epsilon_1}. \quad (6.13)$$

Величину  $|A|^2$  можно выразить через компоненту вектора  $P_m$  Пойнтинга  $P$ . Если ввести удельный поток энергии

$$W (\text{эрг/см} \cdot \text{с}) = \int_{-\infty}^{+\infty} (P_m) dz,$$

то

$$W = |A|^2 \rho \frac{c \epsilon_1}{8\pi} \left( 1 - \frac{\epsilon_1^2}{\epsilon_M^2} \right) \left( \frac{|\epsilon_M| - \epsilon_1}{\epsilon_1 |\epsilon_M|} \right)^{1/2}, \quad (6.14)$$

причем слагаемое  $-\epsilon_1^2/\epsilon_M^2$  отвечает противопотоку энергии, текущему по среде с отрицательной диэлектрической проницаемостью.

Нас будет интересовать задача, когда ПП распространяется по границе раздела твердого тела с  $\epsilon = \epsilon_M < 0$  и примыкающего к нему слоя ЖК.

Строго говоря, нужно решать задачу о ПП с учетом анизотропии тензора  $\hat{\epsilon}$  для ЖК. Для оценок порядка величины ориентационных эффектов мы воспользуемся приведенными выше формулами, полученными для ПП на границе изотропных сред.

Воздействие поля ПП на ориентацию ЖК носит примерно такой же характер, как и для рассмотренной в разделе 6.1 нераспространяющейся поверхностной волны при ПВО. В частности, ПП может пороговым (при  $\mathbf{m} \perp \mathbf{n}^0 = \mathbf{e}_x$ ) или беспороговым (при  $0 < |\mathbf{m}\mathbf{n}^0| < 1$ ) образом осуществлять деформацию кручения в геометрии рис. 12, где вместо призмы нужно подразумевать среду с  $\epsilon = \epsilon_M < 0$ .

Довольно часто для металлов  $|\epsilon_M| \gg 1$  даже на частотах оптического диапазона. Тогда  $k^2 \approx (\omega^2 \epsilon_1 / c^2) [1 + (\epsilon_1 / |\epsilon_M|)]$ , размер локализации в интенсивности в ЖК мал,  $\rho = \lambda_{\text{вак}} |\epsilon_M|^{1/2} / 4\pi \epsilon_1$ , и поэтому  $|\mathbf{Ee}_z|$  больше, чем  $|\mathbf{Em}|$ , примерно в  $(|\epsilon_M| / \epsilon_1)^{1/2}$  раз. В этих условиях может представить интерес взаимодействие ПП с НЖК в геометрии рис. 12, но с учетом возможности S-деформации. Если директор на поверхности  $z = 0$  вообще никак не закреплен, то можно рассмотреть возмущения вида  $\mathbf{n}(z, t) = \mathbf{e}_x \cos \theta(z, t) + \mathbf{e}_y \sin \theta(z, t)$ . Пусть ПП распространяется в направлении  $\mathbf{k} = \mathbf{e}_y k$ , перпендикулярном директору. Тогда линейаризованное уравнение для  $\theta(z, t)$  примет вид

$$-\frac{\gamma}{K_3} \frac{\partial \theta}{\partial t} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} + b^2 \theta \exp\left(-\frac{z}{\rho}\right) = 0, \quad (6.15)$$

где  $b^2 = \epsilon_a |A|^2 / 2\pi K_3$ . Обработывая это уравнение так же, как и в разделе 6.1, получим, что пороговое условие на переориентацию слоя полем ПП имеет вид  $b^2 \rho L = 1$ , откуда для удельной пороговой мощности ПП  $W_{\text{пор}}$  (эрг/см·с) получается

$$W_{\text{пор}} = \frac{\omega \epsilon_1 K_3}{4K \epsilon_a L} \left(1 - \frac{\epsilon_1^2}{\epsilon_M^2}\right) \approx \frac{K_3 c \epsilon_1^{1/2}}{4L}. \quad (6.16)$$

Для применимости использованного выше одномерного приближения необходимо, чтобы размер пакета ПП по координате  $y$  был не меньше величины  $L$ , откуда получается условие на полную мощность  $W_{\text{пор}} L$  (эрг/с), переносимую ПП. Полагая  $\epsilon_1 / |\epsilon_M| \ll 1$ ,  $k \approx \omega \sqrt{\epsilon_1} / c$ ,  $\epsilon_a \sim 1$ ,  $K_3 \sim 10^{-6}$  дин, получим оценку  $W_{\text{пор}} L \sim 10^{-3}$  Вт; эта величина оказывается не зависящей от толщины  $L$ . При  $L \sim 10^{-2}$  см удельный пороговый поток составляет  $W_{\text{пор}} \sim 10^{-1}$  Вт/см·с.

Выше, в разделах 6.1 и 6.2, мы рассмотрели влияние поверхностных волн на ориентацию НЖК. В свою очередь измененная ориентация НЖК оказывает обратное влияние на амплитуду и фазу тех же световых волн — отраженной волны при ПВО или распространяющегося поверхностного плазмона. Например, для ПП возможны такие эффекты, как самофокусировка за счет ГОН и СПФ, решеточная нелинейность при взаимодействии двух ПП, вынужденное рассеяние одного ПП в поле другого. Весьма интересными являются эффекты перерассеяния из связанного на границе ПП в объемную волну и обратно за счет нелинейного ориентационного взаимодействия. Эта область в настоящее время только начинает развиваться.

### 6.3. Изменение шага холестерической спирали

Наиболее сильное влияние светового поля на шаг холестерической спирали связано с тривиальным эффектом нагрева ЖК световым полем. При коэффициенте температуропроводности  $\chi \sim 10^{-3}$  см<sup>2</sup>/с и толщине ячейки  $L = 50$  мкм время установления стационарного профиля температуры составляет  $\tau = (L/\pi)^2 / \chi = 2,5 \cdot 10^{-3}$  с. Для умеренно чистого ЖК можно принять оценку коэффициента истинного поглощения  $\alpha \sim 1$  см<sup>-1</sup>. Тогда при

плотности мощности падающего света  $\sim 10^3$  Вт/см<sup>2</sup> получим энерговыделение за время  $\tau$  порядка 2,5 Дж/см<sup>3</sup>, что соответствует повышению температуры примерно на 2° С. Подробное обсуждение тепловых эффектов мы отложим до раздела 7.

В этом же разделе мы полностью пренебрежем тепловыми эффектами и обсудим, как световое поле может менять шаг спирали ХЖК за счет прямого динамического воздействия на директор. Оказывается, что наибольший эффект достигается в условиях брэгговского отражения  $(\omega n/c) \approx q_0$  нормально падающей световой волны от планарной структуры Гранжана. Для ХЖК величина  $\epsilon_a$  обычно невелика,  $\epsilon_a \sim 0,03-0,3$ ; однако эта малость компенсируется тем, что отражаемая волна проникает внутрь ХЖК на глубину  $\Delta z \sim \lambda/\epsilon_a$ . В результате для достаточно толстых (полностью отражающих) образцов момент силы, передаваемой от световой волны к спирали, не зависит от  $\epsilon_a$ .

В стационарном случае из уравнений Максвелла и Эйлера — Лагранжа следует соотношение

$$\frac{dM}{dz} = 0,$$

$$M(z) \equiv -K_2 \left( \frac{d\theta}{dz} - q_0 \right) + \frac{c^2}{16\pi\omega^2} \left[ \left( iE_+ \frac{\partial E_+^*}{\partial z} - iE_- \frac{\partial E_-^*}{\partial z} \right) + \text{к. с.} \right], \quad (6.17)$$

где директор определен соотношением  $\mathbf{n} = \mathbf{e}_x \cos \theta + \mathbf{e}_y \sin \theta$ ;  $E_+$ ,  $E_-$  — циркулярно поляризованные компоненты электрического поля световой волны

$$\mathbf{E}(z) = \frac{\mathbf{e}_x + i\mathbf{e}_y}{\sqrt{2}} E_+(z) + \frac{\mathbf{e}_x - i\mathbf{e}_y}{\sqrt{2}} E_-(z).$$

Оно выражает закон сохранения углового момента системы ХЖК + поле. Хотя (6.17) легко проверяется непосредственно, исходное выражение мы получали, пользуясь теоремой Нётер о связи закона сохранения углового момента с инвариантностью лагранжиана относительно группы вращений вокруг оси  $z$ .

Отсылая за дальнейшими подробностями к оригинальной работе <sup>51</sup>, сформулируем основные ее результаты. От «правого» ХЖК ( $q_0 > 0$ ) при выполнении условия Брэгга полностью отражается волна  $E_- e^{ikz}$ , передавая свою энергию волне  $E_+ e^{-ikz}$ . Возникающий при этом момент сил «отдачи» передается спирали, что и приводит к изменению ее шага. Если директор свободен с той стороны, откуда падает и куда отражается свет, и закреплен на противоположной границе ячейки, то шаг спирали под действием поля сокращается *во всем объеме* (а не только в том слое, где присутствует свет), и в равновесии

$$\frac{d\theta}{dz} = q_0 + \frac{2}{\omega K_2} P_0,$$

где  $P_0$  — плотность мощности отраженного света (эрг/см<sup>2</sup>с). Если же директор жестко закреплен именно на входной границе и свободен на противоположной, то шаг спирали увеличивается примерно на ту же величину, но только в той области, где разыгрывается процесс отражения.

Ситуацию с изменением шага ХЖК можно уподобить задаче об изменении шага стальной пружинки, к которой мы на некотором малом участке  $0 < z < \Delta z$  прикладываем закручивающий момент. Если пружинка свободна при  $z = 0$  и закреплена при  $z = L$ , то шаг ее меняется практически на всей длине. Если же пружинка закреплена при  $z = 0$  и свободна при  $z = L$ , то шаг меняется только в слое  $0 < z < \Delta z$ , и притом с противоположным знаком по сравнению с первым случаем, т. е. в большей части ячейки шаг

остается неизменным, а изменение угла  $\delta\theta$  ( $z = L$ ) составляет примерно

$$\delta\theta \sim -q_0 L \frac{2P_0 n}{cK_2 q^2} \frac{\rho}{L}. \quad (6.18)$$

Все наши выводы не опирались ни на какой конкретный вид зависимостей  $\theta(z)$  и  $P^{(2)}(z)$  и использовали лишь тот факт, что при  $\epsilon_a \ll \epsilon$  волны можно разделить как по направлениям распространения, так и по циркулярным поляризациям.

Рассмотренная задача показывает, насколько полезным оказывается использование единого лагранжиана для получения полной системы уравнений и нахождения законов сохранения. В результате такого решения этой задачи в работе <sup>51</sup> был получен изложенный выше качественно новый вывод о **нелокальной** зависимости шага спирали от интенсивности световых волн; см. также <sup>75</sup> (ранее этот вопрос неправильно рассматривался в работах <sup>52</sup> и нашей собственной <sup>21</sup>).

## 7. НЕЛИНЕЙНОСТИ, СВЯЗАННЫЕ С ПОГЛОЩЕНИЕМ

Выше мы рассматривали ориентационную нелинейность прозрачных ЖК, в которых кванты света не поглощаются. Встает естественный вопрос: откуда черпается энергия, идущая на переориентацию директора. Ответ состоит в том, что в среднем кванты света слегка краснеют при нелинейных процессах. Например, прошедший через ГОН-ячейку свет при резком включении интенсивности имеет временную зависимость

$$E_{\text{прош}}(t) = E_{\text{пад}}(t) \exp[i\phi_0 + i\delta\phi_{\text{нл}}f(t) - i\omega_0 t], \quad (7.1)$$

где  $f(t) = 1 - \exp(-\Gamma t)$ . Поскольку  $\delta\phi_{\text{нл}} > 0$ , то из (7.1) следует, что мгновенная частота  $\omega_{\text{мгн}} = -\partial\phi/\partial t$  сдвинута на величину

$$\omega_{\text{мгн}} - \omega_0 = -\Gamma e^{-\Gamma t} \delta\phi_{\text{нл}} < 0. \quad (7.2)$$

Именно этот дефект кванта  $\hbar(\omega_0 - \omega_{\text{мгн}})$  расходуется на установление равновесной ориентации. В обычных условиях это чрезвычайно малая величина: при  $\delta\phi_{\text{нл}} \sim 20 - 2\pi \sim 120$  и  $\Gamma \sim 10^{-1} \text{ с}^{-1}$  относительный сдвиг частоты  $|\delta\omega|/\omega$  составляет менее  $10^{-14}$ . Если умножить типичную плотность мощности  $10^3 \text{ Вт/см}^2 = 10^{10} \text{ эрг/см}^2 \text{ с}$  на время  $\tau \sim 10 \text{ с}$  и на фактор  $10^{-14}$ , то получим энергозатраты около  $10^{-3} \text{ эрг/см}^2$ . И действительно, энергия Франка при 50%-й переориентации директора в кювете толщиной  $L = 100 \text{ мкм}$  равна  $FL = LK(\pi/L)^2 \approx 10^{-3} \text{ эрг/см}^2$ .

Эти оценки показывают, что достаточно было бы совершенно ничтожного поглощения,  $1 - \exp(-\sigma L) \sim 10^{-13}$ , для того, чтобы световой пучок в среде выделил энергию, в 10 раз большую. Отсюда следует, что если нам удастся найти подходящий механизм, трансформирующий поглощенную энергию в изменение показателя преломления, то нелинейности, обусловленные поглощением, могут оказаться гораздо сильнее всех «динамических» нелинейностей, рассмотренных в предыдущих главах обзора.

Наиболее простая группа эффектов связана с нагревом среды при поглощении света; с них мы и начнем.

### 7.1. Тепловые самофокусировка и самодифокусировка

Отличительной особенностью мезофазы ЖК является очень сильная зависимость показателей преломления от температуры. Если в изотропной фазе  $\partial n/\partial T \approx (\partial n/\partial \rho)(\partial \rho/\partial T) \approx -(10^{-4} - 10^{-5}) \text{ град}^{-1}$ , то для мезофазы МББА при  $T = 33^\circ \text{ С}$  (т. е.  $T - T_{\text{к}} \approx 10^\circ \text{ С}$ ) имеем  $\partial n_{\parallel}/\partial T \approx -4 \cdot 10^{-3} \text{ град}^{-1}$ ; величина  $\partial n_{\perp}/\partial T$  положительна, но более чем в 5 раз меньше по модулю.



В результате при распространении по слабопоглощающему НЖК волна необыкновенного типа будет испытывать тепловую самофокусировку, а волна обыкновенного типа — тепловую самофокусировку. По порядку величины можно записать

$$\delta n = \sigma \frac{cn |E|^2}{8\pi\rho C_p} \frac{\partial n_i}{\partial T} \Gamma^{-1} (1 - e^{-\Gamma t}), \quad (7.3)$$

где  $\sigma$  — коэффициент поглощения ( $\text{см}^{-1}$ ),  $\rho C_p$  ( $\text{эрг/см}^3\text{град}$ ) — теплоемкость единицы объема,  $\Gamma^{-1}$  — время установления стационарного профиля температуры,  $\Gamma \sim \chi [a^{-2} + (\pi^2/L^2)]$ ;  $\chi \sim 10^{-3} \text{ см}^2/\text{с}$  — коэффициент температуропроводности,  $a$  — поперечный размер пучка,  $L$  — толщина кюветы с хорошим теплоотводом на стенках. Экспериментально эффекты такого рода наблюдались в работе <sup>53</sup> еще в 1974 г. И мощность, и длительность излучения аргонового лазера позволяли обнаружить ГОН. Для этого необходимо было наклонить кювету по отношению к пучку, чего, к сожалению, не было сделано. С нашей точки зрения, этот пример убедительно показывает, насколько нетривиально было осознать то обстоятельство, что световое поле может переориентировать директор вполне заметным образом.

Для необыкновенной волны тепловые эффекты приводят к дефокусировке, а ГОН — к самофокусировке. Выбором угла падения в принципе можно добиться компенсации этих нелинейных эффектов.

## 7.2. Вынужденное температурное рассеяние

Если в слабопоглощающей среде распространяются две волны несколько различающихся частот, то интерференционное слагаемое в возмущении температуры сдвинуто по фазе относительно картины интенсивности. В результате возникает (ср. с разделом 5) вынужденное температурное рассеяние (ВТР) света, обусловленное поглощением (П). Для изотропных жидкостей оно исследовалось в работах <sup>54-56</sup> и многих других. Температурное ВР в мезофазе ЖК было рассмотрено в работах <sup>40, 57</sup>; существенный момент состоит в большой величине и анизотропном характере производной  $\partial \hat{\epsilon}/\partial T$ . Например, для ВТР встречных необыкновенных волн, распространяющихся перпендикулярно директору, при  $\lambda_{\text{вак}} = 0,5 \text{ мкм}$ ,  $\partial n_{\parallel}/\partial T = -4 \cdot 10^{-3} \text{ град}^{-1}$ ,  $\chi \approx 10^{-3} \text{ см}^2/\text{с}$ ,  $\rho C_p \approx 1,5 \text{ Дж/см}^3 \text{ град}$  имеем пороговую плотность мощности ВТР  $P_{\text{пор}} \approx 6 \cdot 10^5 \text{ Вт/см}^2$ ,  $\Gamma \approx 2 \cdot 10^8 \text{ с}^{-1}$ . Если сделать поглощение не слишком малым,  $\sigma \approx 5 \text{ см}^{-1}$ ,  $P \approx 20 P_{\text{пор}}$ , то на длине среды  $L = 0,1 \text{ см}$  усиление волн  $|E_2|^2$  составит  $\exp(gz) \approx e^{10}$  раз. За время  $t \sim 7\Gamma^{-1} \approx 3 \cdot 10^{-8} \text{ с}$  среда при таких параметрах нагреется пучком  $|E_1|^2$  приблизительно на  $4,5^\circ \text{ С}$ . Тем самым наблюдение ВТР-П в НЖК при использовании импульсных лазеров представляется вполне реалистичным.

## 7.3. Тепловая переориентация

В однородном образце нематика изменение температуры приводит к локальному изменению показателей преломления  $n_{\parallel}$  и  $n_{\perp}$ , но не меняет однородной ориентации директора. Если мы имеем дело с неоднородным нематиком, например в гибридной ячейке (см. раздел 3.4) или в твист-ячейке, то нагревание образца при поглощении должно приводить к изменению профиля директора в объеме из-за зависимости констант Франка от температуры. На этом механизме можно ожидать появления эффектов самофокусировки, дефокусировки, РОН, ВР и т.п.

Интересные явления можно ожидать в холестериках, где от температуры зависит равновесный параметр  $q_0 = d\theta/dz$ . Например, вдали от брэгговского резонанса по ХЖК может распространяться линейно-поляризованная волна (с плавным поворачивающимся направлением поляризации). Из-за дихроизма тепловыделение в ХЖК окажется промодулированным с перио-

дом, равным периоду спирали. Тогда из-за зависимости  $q_0$  от температуры должен исказиться ход угла  $\theta(z)$  в пределах периода. Это в свою очередь может привести к появлению высших брэгговских порядков отражения при нормальном падении.

В смектиках-С, помимо рассмотренных выше тепловых эффектов, есть еще один: зависимость от температуры величины угла  $\zeta$  между  $\mathbf{n}$ -директором и нормалью к смектическим слоям. Если в используемой геометрии закрепленной можно считать ориентацию слоев, то нагрев должен приводить к локальному повороту оптической оси со всеми вытекающими отсюда следствиями для нелинейной оптики. Эффекты бистабильности на нелинейности ЖК обсуждены в <sup>75,76</sup>.

#### 7.4. Нелинейность за счет фотостимулированных превращений

В работах <sup>58-60</sup> был обнаружен новый, существенно нетепловой механизм большой оптической нелинейности, обусловленной поглощением. Планарная ячейка со смесью цианобифенилов толщиной 10 мкм <sup>58</sup> или с МББА толщиной 65 мкм <sup>59, 60</sup> освещалась полем двух плоских волн, падавших нормально к директору и составлявших малый (до нескольких градусов) угол  $\Delta\theta$  друг с другом. Интерференция этих волн записывала решетку показателя преломления с пространственным периодом  $\Lambda = \lambda_{\text{вак}} / \Delta\theta$ . Регистрировалась интенсивность дифракции третьего (пробного) пучка, а также самих записывавших волн на образовавшейся решетке. Геометрия опыта была такова, что ориентационная нелинейность не могла дать сколько-нибудь заметного вклада в этот процесс. Авторы <sup>58-60</sup> убедились также в том, что тепловые нелинейности в условиях эксперимента давали бы на несколько порядков меньшую и примерно в  $10^3$  раз более быструю нелинейность, чем экспериментально обнаруженная.

В качестве механизма в указанных работах была предложена модель обратимых превращений молекул ЖК в мезофазе при поглощении света. Наибольшая нелинейность,  $|\epsilon_2| \sim 5 \text{ см}^3/\text{эрг}$ , была зарегистрирована на длине волны  $\lambda = 0,44 \text{ мкм}$  (гелий-кадмиевый лазер), для которой коэффициент поглощения МББА составлял  $\sigma \approx 25 \text{ см}^{-1}$ . Эта нелинейность спадала примерно в 10 раз при переходе к длине волны  $\lambda = 0,48 \text{ мкм}$ , для которой  $\sigma \approx 18 \text{ см}^{-1}$ . Если считать, что модифицированное состояние молекул живет в однородной среде время  $T$  и диффундирует с коэффициентом  $D$  ( $\text{см}^2/\text{с}$ ), то для  $\delta\epsilon$  можно записать феноменологическое уравнение

$$\frac{\partial \delta\epsilon}{\partial t} + \frac{1}{T} \delta\epsilon - D \Delta \delta\epsilon = \frac{1}{2T} \epsilon_2 |E|^2, \quad (7.4)$$

где константа  $\epsilon_2$  пропорциональна коэффициенту поглощения. Проведенные в работе <sup>60</sup> измерения временного хода  $\delta\epsilon$  и зависимости  $\delta\epsilon$  от угла  $\Delta\theta$  между интерферирующими волнами позволили определить значения параметров из уравнения (7.4):  $T \approx 1,6 \text{ с}$ ,  $D_{\perp} = 1,3 \cdot 10^{-7} \text{ см}^2/\text{с}$ . Авторы убедились также, что наиболее сильная нелинейность возникает при поглощении волны необыкновенного типа. Кроме того, результатом процесса является преимущественно изменение величины  $\epsilon_{\parallel}$ , а величина  $\epsilon_{\perp}$  меняется примерно в 2 раза слабее.

Интересно сопоставить все эти результаты с таковыми из ранней работы <sup>61</sup>, где исследовались процессы дезактивации и диффузии красителя «метиленовый красный», примешанного в мезофазу МББА. В <sup>61</sup> применялась примерно та же техника записи амплитудно-фазовых решеток излучением аргонового лазера, но из-за сильного поглощения в зеленой области спектра для считывания решетки использовался пучок гелий-неонового лазера,  $\lambda = 0,628 \text{ мкм}$ . Полученные там значения составили около нескольких секунд для времени  $T$  и  $D_{\parallel} \approx 1,5 \cdot 10^{-7} \text{ см}^2/\text{с}$ ,  $D_{\perp} \approx 2,4 \cdot 10^{-7} \text{ см}^2/\text{с}$ . Отметим,

что и в работе <sup>61</sup> были все экспериментальные условия, позволявшие обнаружить ГОН выбором наклона пучков.

Возвращаясь к работе <sup>60</sup>, приведем из нее оценку для относительного изменения поляризуемости  $\beta$  отдельной молекулы МББА при фотопревращении:  $\Delta\beta/\beta \sim 10^{-1}$ . Методика работы <sup>60</sup> не позволяла определить знаки  $\delta\epsilon_{\parallel}$  и  $\delta\epsilon_{\perp}$ , т. е. отнести эффект к самофокусировке или к самодефокусировке. Чрезвычайно важным экспериментальным фактом, зарегистрированным в <sup>60</sup>, явилось полное отсутствие нелинейности такого рода в изотропной фазе тех же образцов. Кроме того, при плотности световой мощности порядка  $4 \text{ Вт см}^{-2}$  наблюдалось насыщение нелинейной добавки к показателю преломления. Действительно, при поглощении  $\sigma \sim 25 \text{ см}^{-1}$  и потоке  $I \sim 1,5 \cdot 10^{19}$  квантов/см<sup>2</sup> за время  $T \approx 1,5$  с происходит порядка  $6 \cdot 10^{20}$  актов фотовозбуждения в см<sup>3</sup>, что составляет заметную долю от полной плотности  $N_0 \sim 3 \cdot 10^{21} \text{ см}^{-3}$  самого МББА. Поэтому, несмотря на большую величину константы  $\epsilon_2$ , из-за насыщения оказывается невозможным получить значительный ( $\delta\Phi \gtrsim 2\pi$ ) нелинейный сдвиг фазы на основе рассмотренного механизма в ячейках с МББА толщиной  $L \leq 60$  мкм.

На наш взгляд, представляет большой интерес исследование нелинейностей подобного рода в мезофазе других ЖК.

## 8. К ИСТОРИИ ВОПРОСА

Ориентационная нелинейность изотропной фазы ЖК вблизи точки перехода в мезофазу исследовалась в ранних работах Дж. Вонга и И. Р. Шена<sup>62, 63</sup>, Рао и Джайрамана<sup>64</sup> и других; см. также обзор Шена<sup>65</sup>. При том экспериментально удалось получить нелинейную константу порядка  $2 \cdot 10^{-9} \text{ см}^3/\text{эрг}$ ; подойти ближе к точке перехода и тем повысить константу не удавалось из-за помутнения образца. В работе Б. И. Лембрикова<sup>66 \*</sup>) был теоретически рассмотрен эффект взаимомодуляции фазы при нормальном распространении о- и е-волн в нематике (в наших терминах — РОН). В работе Р. М. Хермана и Р. Ж. Серинко<sup>67</sup> был теоретически рассмотрен процесс переориентации директора НЖК парой интерферирующих световых волн, причем ячейка предполагалась с помощью внешнего магнитного поля приведенной в состояние вблизи перехода Фредерикса. Был рассмотрен процесс усиления слабой волны за счет самодифракции сильной волны и отмечен низкий уровень мощности, требуемый для наблюдения эффектов, особенно вблизи порога ПФ. В работе Б. И. Лембрикова<sup>68</sup> было теоретически рассмотрено вынужденное рассеяние (ВР) на 2-м звуке в СЖК-А с константой усиления того же порядка, что и для ВРМБ в обычных жидкостях. В работе Б. Я. Зельдовича и Н. В. Табиряна<sup>57</sup> были рассчитаны кубичная нелинейность СЖК-С и соответствующие процессы ВР за счет ориентационного, теплового и ориентационно-теплового механизмов; проведенные оценки указали на большую величину констант нелинейности. В работе Б. Я. Зельдовича и Н. В. Табиряна<sup>40</sup> был вычислен тензор кубичной восприимчивости НЖК в световых полях за счет переориентации директора, рассмотрены процессы ориентационного и температурного ВР в НЖК и отмечены аномально высокие значения коэффициентов усиления. В работе Б. Я. Зельдовича, Н. Ф. Пилипецкого, А. В. Сухова и Н. В. Табиряна<sup>12</sup> была впервые экспериментально обнаружена гигантская ориентационная нелинейность (ГОН) мезофазы НЖК — световой аналог эффекта Фредерикса при наклонной ориентации поля по отношению к директору. Эксперимент по самофокусировке маломощного излучения,  $\leq 10^{-2} \text{ Вт}$ , был поставлен для проверки теоретических предсказаний авторов настоящего обзора, развивавшихся ими независимо от работ Лемб-

\*) Цитируемые ниже работы перечисляются в порядке, отвечающем датам их поступления в редакции соответствующих журналов.

рикова и Хермана и Серинко. В нашей работе <sup>12</sup> эти предсказания были полностью подтверждены. В работе И. Ц. Ку и Ш. Л. Жуанга <sup>69</sup> была осуществлена экспериментальная проверка предсказания работы Хермана и Серинко <sup>67</sup> путем наблюдения усиления при самодифракции. Теоретические работы Б. Я. Зельдовича и Н. В. Табиряна <sup>26, 70, 71</sup> содержали подробное обсуждение процессов ГОН, РОН, ВР и обращения волнового фронта на механизме ориентационной нелинейности мезофазы СЖК, НЖК и ХЖК. Проверка экспериментально результаты работы <sup>12</sup> по наличию ГОН-самофокусировки при наклонном падении света, А. С. Золотко, В. Ф. Китаева, Н. Кроо, Н. Н. Соболев и Л. Чиллаг в работе <sup>17</sup> использовали гомеотропную ячейку. При этом им удалось обнаружить экспериментально пороговую переориентацию директора для нормально падающего пучка мощностью порядка 0,1 Вт — светоиндуцированный переход Фредерикса в узком смысле (СПФ). С. Г. Одулов, Ю. А. Резников, О. Г. Сарбей, М. С. Соскин, Е. К. Фролова, А. И. Хижняк в работе <sup>58</sup> сообщили о наблюдении большой нетепловой абсорбционной нелинейности мезофазы НЖК методом самодифракции. Теория порогового СПФ, включающая ее качественные отличия от теорий ПФ в квазистатических полях, была дана Б. Я. Зельдовичем, Н. В. Табиряном и Ю. С. Чилингаряном в работе <sup>32</sup>.

За короткий срок с 1980 г. было выполнено большое число интересных теоретических работ по оптической нелинейности жидких кристаллов; библиографию примерно до 1983 г. можно найти в <sup>9</sup>.

Кончая эти замечания по истории вопроса, нам хотелось бы отметить следующее. Возможность наблюдения гигантских нелинейных эффектов в тонких ( $\sim 0,01$  см) слоях ЖК при очень малом уровне мощности ( $\sim 10^{-2}$ — $10^{-3}$  Вт) в момент появления первых теоретических работ была отнюдь не очевидной. В качестве примера укажем на подробный обзор по нелинейной оптике ЖК «доориентационного периода» <sup>77</sup>. Толчком к широкому исследованию ориентационной нелинейности в социалистических странах, по-видимому, послужили работы <sup>12, 17</sup>, а в западной полушарии — работы <sup>67, 69</sup>.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Исследование ориентационной оптической нелинейности, по существу, только начинается. Нелинейные эффекты в ряде случаев позволяют определить параметры ЖК, трудно поддающихся измерению другими методами. Отличительной особенностью оптических воздействий на ЖК является их высокая пространственная локальность, вплоть до размеров  $\Lambda/2\pi = \lambda_{\text{вак}}/4\pi l \approx 0,02$  мкм. Кроме того, нелинейные эффекты в мезофазе ЖК позволяют моделировать многие интересные для когерентной оптики явления с помощью маломощных лазеров. Роль возможных нелинейных эффектов (в некоторых случаях вредную) следует тщательно учитывать при построении ЖК-устройств, рассчитанных на пропускание световых потоков даже умеренной мощности.

На наш взгляд, весьма желательна детальная экспериментальная проверка многочисленных предсказаний теории. Мы почти уверены в том, что на этом пути будет обнаружено много неожиданного, быть может, даже более интересного, чем то, чем мы сами занимались последние несколько лет и что так радует сейчас.

Авторы благодарят Р. С. Акопьяна, Л. М. Блинова, Е. И. Каца, Н. Ф. Пилипецкого, А. В. Сухова и В. В. Шкунова за ценные обсуждения. Мы глубоко благодарны Ю. П. Райзеру, В. В. Титову за поддержку написания данной статьи.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Де Жен П. Физика жидких кристаллов.— М.: Мир, 1977.
2. Питаевский Л. П.— ЖЭТФ, 1960, т. 81, с. 1450.
3. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Электродинамика сплошных сред.— М.: Наука, 1982.
4. Золотько А. С., Китаева В. Ф., Соболев Н. И., Сухорук А. П.— ЖЭТФ, 1981, т. 81, с. 933.
5. Khoo I. C.— Phys. Rev. Ser. A, 1982, v. 25, p. 1040.
6. Durbin S. D., Arakelian S. M., Shen Y. R.— Phys. Rev. Lett., 1981, v. 47, p. 1411.
7. Дарбин С. Д., Аракелян С. М., Ченг М. М., Шен И. Р.— Изв. АН СССР. Сер. физ., 1983, т. 47, с. 2464.
8. Ong H. L.— Phys. Rev. Ser. A, 1983, v. 28, p. 2393.
9. Аракелян С. М., Чилингарян Ю. С. Нелинейная оптика жидких кристаллов.— М.: Наука, 1984.
10. Келих С. Молекулярная нелинейная оптика.— М.: Наука, 1981.
11. Виноградова М. Б., Руденко О. В., Сухорук А. П. Теория волн.— М.: Наука, 1979.
12. Зельдович Б. Я., Пилипецкий Н. Ф., Сухов А. В., Табирян Н. В.— Письма ЖЭТФ, 1980, т. 31, с. 287.
13. Pilipetskii N. F., Sukhov A. V., Tabiryan N. V., Zel'dovich B. Ya.— Opt. Commun., 1981, v. 37, p. 280.
14. Нахалов В. Б., Тумасян А. С., Чилингарян Ю. С.— Изв. АН СССР. Сер. физ., 1981, т. 45, с. 1384.
15. Зельдович Б. Я., Пилипецкий Н. Ф., Сухов А. В.— Квант. электрон., 1983, т. 10, с. 1022.
16. Аракелян С. М., Галстян С. Р., Гарибян О. В., Караян А. С., Чилингарян Ю. С.— Письма ЖЭТФ, 1980, т. 32, с. 561.
17. Золотько А. С., Китаева В. Ф., Кроо Н., Соболев Н. Н., Чиллаг Л.— Ibidem, с. 170.
18. Khoo I. C.— Phys. Rev. Ser. A, 1982, v. 25, p. 1636.
19. Винецкий В. Л., Кухтарев Н. В., Одолов С. Г., Соскин М. С.— УФН, 1979, т. 129, с. 113.
20. Khoo I. C., Zhuang S. L.— IEEE J. Quantum Electron., 1982, v. QE-18, p. 246.
21. Зельдович Б. Я., Табирян Н. В.— Письма ЖЭТФ, 1981, т. 34, с. 72.
22. Барник М. И., Блинов Л. М., Коркишко Т. В., Уманский Б. А., Чигринов В. Г.— ЖЭТФ, 1983, т. 85, с. 176.
23. Зельдович Б. Я., Табирян Н. В.— ЖЭТФ, 1980, т. 79, с. 2388.
24. Barbero G., Simoni F.— Appl. Phys. Lett., 1982, v. 41, p. 504.
25. Pilipetskii N. V., Sukhov A. V., Zel'dovich B. Ya.— Mol. Cryst.— Liquid Cryst., 1983, v. 92, p. 157.
26. Tabiryan N. V., Zel'dovich B. Ya.— Ibidem, 1981, v. 69, p. 31.
27. Ong H. L., Young C. Y.— Phys. Rev. Ser. A, 1984, v. 29, p. 297.
28. Lippel P. H., Young C. Y.— Appl. Phys. Lett., 1983, v. 43, p. 909.
29. Блинов Л. М. Электро- и магнитооптика жидких кристаллов.— М.: Наука, 1978.
30. Зельдович Б. Я., Табирян Н. В.— ЖЭТФ, 1982, т. 82, с. 1126.
31. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теория поля.— М.: Наука, 1973.
32. Зельдович Б. Я., Табирян Н. В., Чилингарян Ю. С.— ЖЭТФ, 1981, т. 81, с. 72.
33. Золотько А. С., Китаева В. Ф., Кроо Н., Соболев Н. Н., Чиллаг Л.— Письма ЖЭТФ, 1981, т. 34, с. 263.
34. Csillag L., Janossy I., Kitaeva V. F., Kroo N., Sobolev N. N. Mol. Cryst.— Liquid Cryst., 1982, v. 84, p. 125.
35. Золотько А. С., Китаева В. Ф., Соболев Н. Н., Сухорук А. П.— Изв. АН СССР. Сер. физ., 1982, т. 46, с. 2005.
36. Золотько А. С., Китаева В. Ф., Кроо Н., Соболев Н. Н., Сухорук А. П., Чиллаг Л.— ЖЭТФ, 1982, т. 83, с. 1368.
37. Золотько А. С., Китаева В. Ф., Кроо Н., Куюмчян В. А., Соболев Н. Н., Сухорук А. П. Препринт ФИАН СССР № 139.— Москва, 1982.
38. Золотько А. С., Китаева В. Ф., Куюмчян В. А., Соболев Н. Н., Сухорук А. П.— Письма ЖЭТФ, 1982, т. 36, с. 66.
39. Hellwarth R. W.— Progr. Quantum Electron., 1977, v. 5, p. 1.
40. Зельдович Б. Я., Табирян Н. В.— Письма ЖЭТФ, 1979, т. 30, с. 510.
41. Kroll N. M.— J. Appl. Phys., 1965, v. 36, p. 34.
42. Kroll N. M., Kelley P. L.— Phys. Rev., 1971, v. 4, p. 763.
43. Зельдович Б. Я.— Письма ЖЭТФ, 1972, т. 15, с. 226.
44. Зельдович Б. Я., Мерзликин С. К., Пилипецкий Н. Ф., Сухов А. В., Табирян Н. В.— ДАН СССР, 1983, т. 273, с. 1116.
45. Зельдович Б. Я., Пилипецкий Н. Ф., Сухов А. В.— Опт. и спектр., 1984, т. 56, с. 569.

46. Зельдович Б. Я., Мерзликин С. К., Пилипецкий Н. Ф., Сухов А. В., Табирян Н. В.— Письма ЖЭТФ, 1983, т. 37, с. 568.
47. Зельдович Б. Я., Табирян Н. В.— Ibidem, 1982, т. 36, с. 144.
48. Гарибян О. В., Табирян Н. В.— Уч. зап. ЕГУ. Сер. «Естественные науки», 1984, № 2, с. 154.
49. Surface Polaritons/Ed. V. M. Agranovich, D. L. Mills.— Amsterdam; New York; Oxford: North-Holland, 1982; перевод: Поверхностные поляритоны: Электромагнитные волны на поверхностях и границах раздела сред/Под ред. В. М. Аграновича, Д. Л. Миллса.— М.: Наука, 1985.
50. См. <sup>3</sup>.
51. Зельдович Б. Я., Табирян Н. В.— ЖЭТФ, 1982, т. 82, с. 167.
52. Дмитриев С. Г.— ЖЭТФ, 1973, т. 65, с. 2466.
53. Volterra V., Wiener-Avneer E.— Opt. Commun., 1974, v. 12, p. 194.
54. Herman R. M., Gray M. A.— Phys. Rev. Lett., 1967, v. 19, p. 824.
55. Rank D. H., Cho C. W., Foltz N. D., Wiggins T. A.— Ibidem, p. 828.
56. Зельдович Б. Я., Собельман И. И.— УФН, 1970, т. 101, с. 3.
57. Зельдович Б. Я., Табирян Н. В.— Квант. электрон., 1980, т. 7, с. 770.
58. Одулов С. Г., Резников Ю. А., Сарбей О. Г., Соскин М. С., Фролов Е. К., Хижняк А. И.— УФЖ, 1980, т. 25, с. 1922.
59. Одулов С. Г., Резников Ю. А., Соскин М. С., Хижняк А. И.— ДАН СССР, 1982, т. 263, с. 598.
60. Одулов С. Г., Резников Ю. А., Соскин М. С., Хижняк А. И.— ЖЭТФ, 1982, т. 82, с. 1475.
61. Hervet H., Urbach W., Rondelez F.— J. Chem. Phys., 1978, v. 68, p. 2725.
62. Wong G. K. L., Shen Y. R.— Phys. Rev. Lett., 1973, v. 30, p. 895.
63. Wong G. K. L., Shen Y. R.— Ibidem, 1974, v. 32, p. 527.
64. Narasimha Rao D. V. G. L., Jayaraman S.— Phys. Rev. Ser. A, 1974, v. 10, p. 2457.
65. Shen Y. R.— Rev. Mod. Phys., 1976, v. 48, p. 1.
66. Лембриков Б. И.— ЖТФ, 1979, т. 49, с. 667.
67. Herman R. M., Serinko R. J.— Phys. Rev. Ser. A, 1979, v. 19, p. 1757.
68. Лембриков Б. И.— ЖТФ, 1980, т. 50, с. 1967.
69. Khoi I. C., Zhuang Shu-Lu.— Appl. Phys. Lett., 1980, v. 37, p. 3.
70. Tabiryau N. V., Zel'dovich B. Ya.— Mol. Cryst.— Liquid Cryst., 1980, v. 62, p. 237.
71. Tabiryau N. V., Zel'dovich B. Ya.— Ibidem, 1981, v. 69, p. 19.
72. Золотыко А. С., Китаева В. Ф., Кроо Н., Соболев Н. Н., Чиллаг Л.— Кр. сообщ. физ. (ФИАН СССР), 1980, т. 12, с. 39.
73. Зельдович Б. Я., Мерзликин С. К., Пилипецкий Н. Ф., Сухов А. В.— ЖЭТФ, 1985, т. 41, с. 418.
74. Зельдович Б. Я., Пилипецкий Н. Ф., Шкунов В. В. Обращение волнового фронта.— М.: Наука, 1985; Zel'dovich B. Ya., Pilipectsky N. F., Shkunov V. V.— Principles of Phase Conjugation.— Berlin; Heidelberg; New York; Tokyo: Springer-Verlag, 1985.— (Springer Series in Optical Sciences. V. 42).
75. Winful H. G.— Phys. Rev. Lett., 1982, v. 49, p. 1179.
76. Зельдович Б. Я., Табирян Н. В.— Квант. электрон., 1984, т. 11, с. 2419.
77. Аракелян С. М., Ляхов Г. А., Чилингарян Ю. С.— УФН, 1980, т. 131, с. 3.