

УСПЕХИ ФИЗИЧЕСКИХ НАУК

537.311.3

ЭЛЕКТРОННО-ДЫРОЧНАЯ ЖИДКОСТЬ В ПОЛУПРОВОДНИКАХ*С. Г. Тиходеев*

СОДЕРЖАНИЕ

1. Введение	3
2. Экситоны, биэкситоны и электронно-дырочная жидкость	4
3. Основные свойства ЭДЖ	8
а) Спектр полупроводника в присутствии ЭДЖ	8
б) Энергия связи и равновесная плотность	11
в) Поверхностные свойства	14
г) Фазовая диаграмма экситоны — ЭДЖ	16
д) Конденсация и распад ЭДЖ. Размеры ЭДК	18
4. Экспериментальные методы. Внешние воздействия	23
а) Рекомбинационное излучение	24
б) Деформация полупроводника	25
в) Фотопроводимость в постоянном электрическом поле	29
г) Магнитное поле	30
д) СВЧ методы	31
е) ИК методы	33
ж) Магнитоплазменные СВЧ и ИК явления	34
5. Движение ЭДК	35
а) Механизмы трения	35
б) Движение со скоростями, близкими к скорости звука	36
в) Собственное деформационное поле ЭДК. Перенос массы движущейся каплей	37
6. Фононный ветер	38
7. Заключение	42
Список литературы	43

1. ВВЕДЕНИЕ

Открытие электронно-дырочной жидкости (ЭДЖ) в полупроводниках было одним из самых интересных событий в физике твердого тела за последние 15 лет. В 1968 г. Келдыш¹ указал на возможность конденсации электронов и дырок в металлическую жидкость при низких температурах. В 1969 г. ЭДЖ была экспериментально открыта в Ge: Покровским и Свистуновой² по возникновению новой линии в спектре рекомбинации, Асиным и Рогачевым³ — по особенностям оптического поглощения, Вавиловым, Зайцем и Мурзиным⁴ — по поглощению в далеком ИК диапазоне, Багаевым, Галкиной, Гоголиным и Келдышем⁵ — по поведению новой линии в спектре рекомбинации при деформации кристалла *). С этого момента начались активные исследования ЭДЖ. Она была открыта в Si, а затем в целом ряде полупроводниковых соединений. Для исследования ее свойств — параметров основного состояния, фазовой диаграммы, кинетики образования, реакции на внешние воздействия — были разработаны виртуозные экспериментальные методики. Оказалось, что ЭДЖ — идеальный объект для сравнения теории и экс-

*) Некоторые из проявлений ЭДЖ наблюдались и ранее^{6, 7}, но не были, однако, правильно интерпретированы.

перимента, для проверки и усовершенствования методов теории многих тел. Исследования ЭДЖ оказались плодотворными и для физики полупроводников, показав, насколько разнообразными могут быть явления при высоких уровнях возбуждения. Для их интерпретации использовались теоретические методы, разработанные в различных областях физики. Образованная не «настоящими» частицами, а квазичастицами, квантовыми возбуждениями полупроводника, ЭДЖ на макроскопическом уровне ведет себя во многом аналогично обычной атомной жидкости. Вместе с тем ряд особенностей ЭДЖ (сильная квантовость, конечность времени жизни составляющих ее частиц) обуславливают новые эффекты, представляющие, несомненно, общезначительный интерес.

Число публикаций, посвященных ЭДЖ, ныне приближается к 10^3 . Имеются обзоры⁸⁻¹³. Наиболее полно современное состояние проблемы освещено в книге¹⁴. Цель настоящего обзора — дать общее представление об ЭДЖ и достигнутом сейчас высоком уровне понимания ее свойств. В гл. 2 описываются основные свойства неравновесных носителей тока — электронов и дырок, их возможные связанные состояния — экситоны, биэкситоны и ЭДЖ; обсуждается связь конденсации экситонов с переходом металл — диэлектрик. Гл. 3 посвящена свойствам ЭДЖ — параметрам основного состояния, поверхностным свойствам, фазовой диаграмме, кинетике конденсации и распада. В гл. 4 рассмотрены основные методы экспериментального исследования ЭДЖ, ее поведение во внешних электромагнитных и деформационных полях. Гл. 5 посвящена движению электронно-дырочных капель (ЭДК), и в гл. 6 описаны явления, связанные с взаимодействием между ЭДЖ и неравновесными фононами — фононным ветром.

2. ЭКСИТОНЫ, БИЭКСИТОНЫ И ЭЛЕКТРОННО-ДЫРОЧНАЯ ЖИДКОСТЬ

Возбужденное состояние электронной системы полупроводника сводится к совокупности одночастичных возбуждений — *электронов* (e) и *дырок* (h), свободных носителей заряда. Электрон, занятое состояние в нижней незаполненной зоне (зоне проводимости), переносит отрицательный заряд, а дырка, свободное состояние в верхней заполненной (валентной) зоне, — положительный. Электроны и дырки обладают некоторыми эффективными массами m_e и m_h , а взаимодействие их друг с другом является кулоновским (в соответствии с величинами переносимых зарядов), ослабленным статической диэлектрической проницаемостью полупроводника ϵ_0 .

В равновесии при низких температурах $k_B T \ll E_g$ (E_g — ширина запрещенной зоны, расположенной между валентной зоной и зоной проводимости) возбуждения в собственных полупроводниках практически отсутствуют. В неравновесном состоянии, например, под действием электромагнитного излучения с $\hbar\omega > E_g$, образуются электроны и дырки. Благодаря кулоновскому притяжению они могут связаться в водородоподобное состояние, *экситон* Ванье — Мотта (см., например,¹⁵). Энергию связи *) и размеры экситона можно оценить, используя формулы Бора и значения $\epsilon_0 \sim 10$, $m_{e,h} \sim (0,1-0,3) m_0$, типичные для Ge, Si и других полупроводников (m_0 — масса свободного электрона):

$$E_{ex} = \frac{e^4 m_r}{2\epsilon_0^2 \hbar^2} \sim 10^{-2} - 10^{-3} \text{ Ry}, \quad a_{ex} = \frac{\epsilon_0 \hbar^2}{m_r e^2} \sim 10 - 100 \text{ \AA}, \quad (2.1)$$

где $m_r^{-1} = m_e^{-1} + m_h^{-1}$. Итак, энергия связи экситона существенно меньше характерных атомных энергий, а его радиус существенно больше атомных

*) Здесь и ниже энергия связи (экситона, биэкситона и т. д.) — положительная величина, равная взятой с обратным знаком энергии основного состояния (экситона, биэкситона и т. д.), отсчитанной от наименьшей энергии невзаимодействующей $e - h$ -пары, в расчете на одну $e - h$ -пару.

размеров. Поэтому экситон пренебрежимо слабо возмущает решетку полупроводника и является макроскопическим образованием, «чувствующим» решетку лишь в среднем, через параметры типа ϵ_0 и $m_{e,x}$. По аналогии с атомным миром, можно ожидать, что масштабы энергий E_{ex} и расстояний a_{ex} будут характерными и для всех многочастичных состояний, возникающих в $e-h$ -системе.

При температурах $k_B T \ll E_{ex}$ большинство образующихся в полупроводнике носителей связывается в экситоны. В случае самых низких температур возможно образование *биэкситонов*, экситонных молекул^{16,17}, а также заряженных трехчастичных комплексов (eeh и ehh) — *трионов*¹⁷⁻¹⁹. При увеличении уровня возбуждения концентрация экситонов и биэкситонов возрастает, и они могут сконденсироваться в *электронно-дырочную жидкость*¹. Можно ожидать, что равновесная плотность ЭДЖ $n_l^0 \sim a_{ex}^{-3}$, а ее энергия связи $E_l^0 \sim E_{ex}$. В теории электронного газа плотность системы принято измерять безразмерным параметром $r_s \equiv (3/4\pi n)^{1/3} a_{ex}^{-1}$ (n — плотность электронов). В случае ЭДЖ, следовательно, $r_s \sim 1$.

Детальная картина фазовых превращений в данном полупроводнике зависит от соотношения между энергиями связи E_{ex} , E_b и E_l^0 ($E_b = E_{ex} + (E_D/2)$ — энергия связи биэкситона, E_D — энергия диссоциации биэкситона). Различные возможности проанализированы в²⁰. Здесь отметим только, что для образования ЭДЖ необходимо выполнение условия $E_l^0 > E_{ex}$, E_b . В некоторых случаях, например, в Ge и Si, энергия связи ЭДЖ довольно велика: $E_l^0 \sim 1,5E_{ex}$. Энергия диссоциации биэкситона из-за отсутствия в нем тяжелых частиц очень мала. Теоретические расчеты^{21,22} и эксперименты²³⁻²⁷ показывают, что $E_D \sim (10^{-2} - 10^{-1}) E_{ex}$, т. е. примерно на порядок меньше, чем (в соответствующем масштабе) у молекулы водорода ($E_D = 0,348 \text{ Ry}$). Поэтому экспериментальное наблюдение биэкситонов в таких полупроводниках, как Ge и Si, возможно только в специальных условиях, когда образование ЭДЖ подавлено.

ЭДЖ обладает многими привычными свойствами жидкостей. Например, ее плотность n_l^0 поддерживается постоянной внутренними силами. Конденсация экситонов, как и обычный переход газ — жидкость, является фазовым переходом I рода: происходит при пересыщении экситонного газа и сопровождается его расслоением на две фазы с высокой (жидкость) и низкой (газ) концентрацией. Имеются критические значения плотности n^c и температуры T^c ; при $T > T^c$ расслоение не происходит. Граница раздела фаз при $T < T^c$ обладает положительной поверхностной энергией — у ЭДЖ есть поверхностное натяжение. В условиях, когда возбужденных носителей в полупроводнике не хватает для заполнения всего образца жидкостью, ЭДЖ существует в виде *электронно-дырочных капель* (ЭДК), форма которых, благодаря поверхностному натяжению, близка к сферической, а размеры являются вполне макроскопическими — порядка нескольких микрон. ЭДЖ может течь по кристаллу: капли легко ускоряются внешними воздействиями (например, при неоднородной деформации полупроводника — см. п. 2) гл. 4, б).

Два обстоятельства принципиально отличают ЭДЖ от обычных жидкостей: отсутствие тяжелых частиц и конечность времени жизни электронов и дырок. Отсутствие тяжелых частиц обуславливает большую амплитуду нулевых колебаний в ЭДЖ (как, впрочем, и во всех связанных состояниях $e-h$ -системы), порядка расстояния между частицами. Большие нулевые колебания приводят к тому, что ЭДЖ не кристаллизуется даже при $T = 0^\circ \text{K}$. Кристаллизация ЭДЖ возможна²⁰ только при различии электронной и дырочной масс более чем в 10^2 раз, что маловероятно для полупроводников.

Другое следствие больших нулевых колебаний — коллективизированность электронов и дырок в жидкости и металлический характер спектра ее возбуждений. Даже если энергия связи биэкситона в разреженной системе

и превосходит энергию связи ЭДЖ, при повышении плотности (и заведомо в области $r_s \sim 1$) обменное отталкивание между биекситонами²⁸ должно приводить к невыгодности молекулярной фазы. Далее, при $r_s \sim 1$ отсутствует экситонное связанное состояние (см. ниже). Только в определенных условиях, например, в полупроводнике с изотропными зонами, когерентное спаривание электронов и дырок может привести к образованию щели в спектре одночастичных возбуждений и диэлектризации ЭДЖ (аналогично переходу полуметалл — экситонный диэлектрик²⁹⁻³¹ *).

Энергия Ферми электронов и дырок в ЭДЖ

$$E_F^{(e, h)} = \frac{\hbar^2 (3\pi^2 n_i)^{2/3}}{2m_{e, h}} \sim E_{ex}. \quad (2.2)$$

Поскольку $k_B T_c \sim 0,1 E_i^{0,36}$, а $E_i^0 \sim E_{ex}$, ЭДЖ всегда является вырожденной ферми-жидкостью, причем, в отличие от ситуации в металлах, вырожденные как отрицательно, так и положительно заряженные частицы.

Конечность времени жизни есть следствие того, что электроны и дырки являются возбуждениями полупроводника, которым выгодно рекомбинировать (аннигилировать). Важно, однако, чтобы до аннигиляции носители успели термализоваться (при $\hbar\omega > E_g$ носители рождаются «горячими» — вдали от экстремумов соответствующих зон) и затем связаться в экситоны и ЭДЖ. Обычно в полупроводниках время термализации $\sim 10^{-9}$ с; времена связывания, зависящие от концентрации носителей, могут быть такого же порядка. Время жизни определяется вероятностями различных процессов рекомбинации. Если возможна прямая излучательная рекомбинация электрона и дырки с испусканием фотона, время жизни $\sim 10^{-9}$ с. Однако в так называемых непрямых полупроводниках, у которых экстремумы зоны проводимости и валентной зоны находятся в разных точках зоны Бриллюэна, прямая излучательная рекомбинация запрещена законом сохранения квазиимпульса. Рекомбинация сопровождается испусканием фононов, квантов колебаний решетки, и это приводит к большим временам жизни, вплоть до $10^{-4} - 10^{-5}$ с. Ge и Si, в которых ЭДЖ изучена наиболее полно, являются как раз непрямыми полупроводниками. Отметим, что, как всегда в случае одновременного протекания большого числа неравновесных процессов, последовательность (и разнообразие) событий зависит от иерархии их характерных времен. Исследование ЭДЖ предоставляет здесь исключительно богатые возможности. Пример этому — образование двухкомпонентной жидкости в деформированных Ge и Si (п. 1) гл. 4, б)).

Конечность времени жизни приводит к следующим важным последствиям. Во-первых, возникают две возможности для экспериментального исследования ЭДЖ: при постоянном и импульсном возбуждении. Если при непрерывном возбуждении наблюдается квазиравновесная ЭДЖ (аннигилировавшие носители заменяются рождающимися), то при импульсном — возникновение и исчезновение ЭДЖ. Во-вторых, сопровождающее рекомбинацию излучение несет обширную информацию о свойствах ЭДЖ (п. а) гл. 4). В-третьих, с рекомбинацией связаны необычные явления: рекомбинационный магнетизм ЭДЖ (п. г) гл. 4), отсутствие при самых низких температурах гистерезисных явлений, обычно характерных для фазового перехода I рода (п. д) гл. 3), генерация неравновесных фононов (фононного ветра), влияющих на пространственное распределение ЭДЖ (гл. 6). Рекомбинация носи-

*) Изотропная модель с $m_e = m_h$ наиболее невыгодна для образования металлической ЭДЖ; см. п. 1) гл. 3, б). Строго говоря, при $T=0$ в спектре ее одночастичных возбуждений всегда имеется щель, при малых плотностях совпадающая с E_{ex} и экспоненциально малая при больших плотностях²⁹⁻³². При конечных, но малых температурах $k_B T \ll E_{ex}$ с возрастанием n щель исчезает, в системе происходит переход металл — диэлектрик (см. ниже). В такой системе возможно образование диэлектрической ЭДЖ малой плотности ($r_s = 4$ ^{33, 34}, $= 3$ ³⁵) и с малой энергией связи ($E_{l,d} = (1,07-1,1) E_{ex}$), но более выгодной, однако, чем газ биекситонов ($E_b = 1,03 E_{ex}$ ²²).

телей внутри жидкости, а также действие фононного ветра приводят к тому, что ЭДЖ наблюдается обычно в виде облака малых капель (п. д) гл. 3, гл. 6). Только во внешних силовых полях, например, в неоднородно сжатых образцах Ge возможно образование одной большой ЭДЖ — с радиусом вплоть до 0,5 мм (п. 3) гл. 4, б)).

В заключение обсудим некоторые интересные возможности, связанные с поведением системы неравновесных носителей тока.

а) Сверхтекучесть и сверхпроводимость ЭДЖ

Коллективное взаимодействие между носителями может привести, как указывалось выше, к появлению щели на поверхности Ферми ЭДЖ. При этом рассеяние носителей тока на фононах подавляется³⁷, и возможен безрелаксационный перенос энергии возбуждения, сконцентрированной в ЭДЖ. Подчеркнем, что, в отличие от сверхтекучих потоков в гелии, речь идет о переносе энергии, но не массы³⁸ (подробнее см. в п. в) гл. 5). Сверхпроводящее спаривание — альтернативный вариант — тоже, в принципе, возможен в ЭДЖ^{8,39}.

б) Бозе-конденсация биэкситонов

Если при низких температурах и плотностях газ биэкситонов энергетически выгоднее ЭДЖ, он, в принципе, может бозе-конденсироваться^{40,20}. (Бозе-конденсации экситонов препятствует их притяжение друг к другу^{20,41}.) Однако для получения достаточно высокой температуры конденсации необходима большая плотность биэкситонов, и не известно, не произойдет ли раньше их металлизация. Недавно появились указания на то, что бозе-конденсация биэкситонов может иметь место при $T < 0,5$ К в Ge, сжатом вдоль оси, близкой к $\langle 001 \rangle$ ²⁷. Однако такое глубокое охлаждение возбужденной электронной системы является чрезвычайно трудной, и, может быть, экспериментально неосуществимой задачей⁴².

в) Переход металл — диэлектрик

Одно из самых важных направлений в физике твердого тела — исследование перехода металл — диэлектрик (см., например,⁴³). Система неравновесных носителей в полупроводнике очень удобна для экспериментального исследования таких переходов: ее концентрация может меняться в широких пределах при изменении интенсивности возбуждения. При низких температурах и достаточно малых концентрациях, благодаря образованию экситонов, она является диэлектриком. С ростом плотности, при $r_s < r_s^m$, из-за экранирования кулоновского взаимодействия экситонный газ должен металлизироваться. Модификации критерия Мотта⁴³ дают для случая изотропных зон с $m_e = m_h$ $r_s^m = 6-10$ ⁴³⁻⁴⁵. Другой критерий, более оправданный⁴⁶ при $r_s > 1$ — обращение в нуль щели в спектре одночастичных возбуждений системы экситонов при возрастании плотности, — дает значения $r_s^m = 2$ ⁴⁷, $= 1,8$ ⁴⁶. Последняя оценка подтверждается экспериментами в одноосно сжатых Ge и Si^{48,49}. Отсюда видно, что переход металл — диэлектрик должен происходить в том же диапазоне плотностей, что и переход экситонный газ — ЭДЖ. В вопросе о том, как соотносятся между собой два перехода, пока не достигнуто ясности ни с экспериментальной, ни с теоретической точки зрения. Имеются две возможности. Первая: переход металл — диэлектрик и есть переход газ — жидкость⁵⁰⁻⁵². Вторая: наличие двух фазовых переходов, каждый со своими критическими точками и тройной точкой, в которой сосуществуют три фазы: диэлектрический газ, диэлектрическая и металлическая жидкости^{47,53}. Впервые на такую возможность для ртути указали Зельдович и Ландау⁵⁴. Некоторые основания в пользу этого для ЭДЖ в Ge и Si имеются: экспериментально установлено, что если при низких темпера-

турах $T \ll T^c$ ЭДЖ сосуществует с экситонным газом, то при $T \sim T^c$ — с невырожденной $e-h$ -плазмой^{55,56}. Однако неясно, осуществляется ли этот переход резко⁵⁷ или плавно^{58,48}, вследствие тепловой ионизации экситонов. Недавно появилось сообщение об обнаружении двух отдельных переходов с $T_m^c = 7$ К, $T_i^c = 4,5 \pm 0,5$ К и тройной точкой при ~ 4 К в деформированном Ge⁵⁹. В целом эта интересная тема требует продолжения как экспериментальных, так и теоретических исследований.

г) Равновесная ЭДЖ

Если полупроводник имеет узкую запрещенную зону, спонтанная генерация $e-h$ -пар с их последующим связыванием в ЭДЖ может оказаться энергетически выгодной ($E_i^0 > E_g$)⁶⁰. В основном состоянии такое вещество должно быть металлом с концентрацией носителей, равной концентрации ЭДЖ n_i^0 . На возможность этого в слоистых дихалькогенидах (TiS_2 и $TiSe$)₂ указывают расчеты⁶¹ в рамках модели полупроводника с сильно анизотропным спектром (п. 2) гл. 3, б).

3. ОСНОВНЫЕ СВОЙСТВА ЭДЖ

Важными параметрами ЭДЖ являются: равновесная плотность n_i^0 , энергия связи на $e-h$ -пару E_i^0 и работа выхода экситона из ЭДЖ $\phi = E_i^0 - E_{ex}$, энергия Ферми $E_F = E_F^{(e)} + E_F^{(h)}$, поверхностное натяжение σ , критические

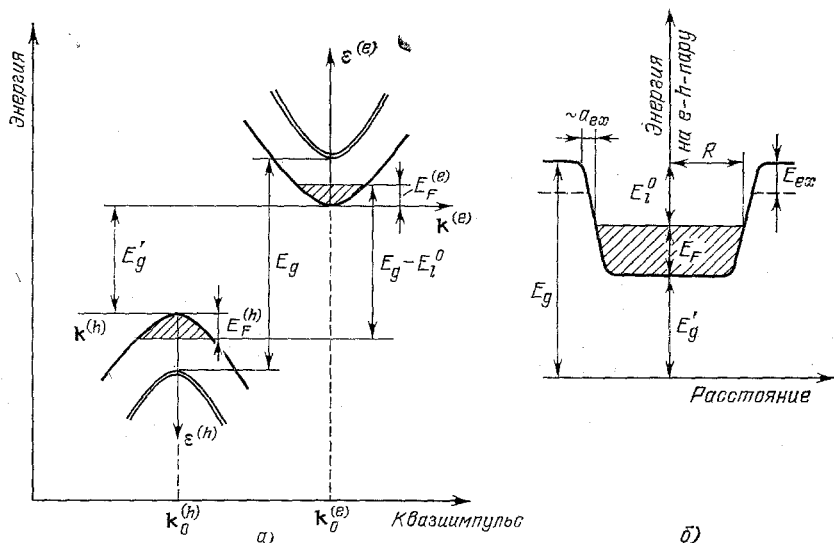


Рис. 1. Изменение электронного спектра полупроводника при образовании ЭДЖ (пояснения в тексте)

плотность n^c и температура T^c , время жизни τ_l , радиус ЭДЖ R . В табл. I приведены значения этих величин для наиболее изученной ЭДЖ в Ge и Si. ЭДЖ наблюдалась и в целом ряде полупроводниковых соединений, но изучена в них не столь подробно. Некоторые данные представлены в табл. II. В полупроводниках из нижней части таблицы ЭДЖ обладают малым временем жизни $\sim 10^{-9}$ с. Все эти полупроводники прямозонные.

а) Спектр полупроводника в присутствии ЭДЖ

Для пояснения смысла величин ϕ , E_i^0 , E_F рассмотрим, как меняется спектр полупроводника при образовании в нем металлической ЭДЖ. На рис. 1, а схематически изображен (двойными линиями) спектр непрямого

Таблица I

Основные параметры ЭДК в Ge и Si 28, 42, 55-57, 62-95

	Ge	Литература	Si	Литература
n_i^0 , 10^{17} см^{-3}	1,8 2,0 2,2 $2,3 \pm 0,1$	62, 28 Т 63 Т 64 Т 42*) 76	34 31 32 33 ± 1 $33,5 \pm 0,5$ $35 \pm 0,5$ 33 36 ± 1 0,9	62, 28 Т 63 Т 64 Т 42*) 56 77 78, 79 66 28 62-65 Т
r_s	0,6	28 62-65 Т		62-65 Т
$E_i^0 [\Phi]$, мэВ	5,3 [1,15] 6,1 [1,95] 5,9 [1,75] 6,2 [2,05] $6,0 \pm 0,2$ [1,8±0,2] [1,9±0,3]	62, 28 Т 63 Т 64 Т 65 Т 42*) 42*) 76	20,3 [5,7] 21 [6,3] 22 [7,3] 22,9 [8,2] 22,1 [7,4] $22,9 \pm 0,5 [8,2]$ 24,0 [9,3] 24,2 [9,5] $24,0 \pm 0,2$ [9,3±0,2] 14,7	62, 28 Т 63 Т 64 Т 65 Т 66 Т 42*) 77 78 66
E_{ex} , мэВ	$1,9 \pm 0,2$ 4,15	85 80		94 Т 95
$E_F [E_F^e, E_F^h]$, мэВ	6,1 [2,4; 3,7] $6,4 \pm 0,4$	64 Т 42*)	21,2 [7,5; 13,7] $22,2 \pm 0,2$ [7,9; 14,6] [7,6; 14,0]	64 Т 42*), 56 77 78
T_c , К	$6,26 \pm 0,12$ 5,9 8 7,2 5 7,91 $6,5 \pm 0,1$ $6,7 \pm 0,2$ $7,0 \pm 0,1$	76 64 Т 67 Т 68 Т 69 Т 70 Т 81 82 55	20,8 28 21,6 29,1 28 ± 2 27 ± 1 23 ± 1	64 Т 67 Т 69 Т 70 Т 56 57 66
n_c , 10^{17} см^{-3}	0,93 0,7 0,6 0,845 0,436 $0,8 \pm 0,2$ $0,89 \pm 0,05$	64 Т 67 Т 68 Т 69 Т 70 Т 81 55	12 8 10,4 4,22 12 ± 2	64 Т 67 Т 69 Т 70 Т 56, 66
σ , 10^{-4} эрг/см^2	0,83 3,5 2,5 1,84 3,7 2,3 1,8 1,8-2,6 $2,6 \pm 0,3$ $2 \pm 0,5$ 2,3-2,6 1 3	71 Т 72 Т 73 Т 74 Т 75 Т **) 83 84 85 86 87 74 88	32 87,4 35,0 50 125 ± 60 < 110 20 28 ± 5	74 Т 75 Т 66 Т **) 91 92 93 66
Знак заряда ЭДК	- +	71, 73 75 Т 72 Т 89, 90	-	75 Т
τ_i , мкс	40	42*)	0,15	42*)
R, мкм	2-20	42*)	< 1	42*)

т — теоретическая работа.

*) Данные, усредненные по многим экспериментальным работам.
**) Вычисленно по формуле Лэнгмюра (3.13).

Параметры ЭДЖ в полупроводниковых соединениях^{65, 96-118}

Вещество	$n_i^0, 10^{17} \text{ см}^{-3}$	$\phi, \text{ мэВ}$	$\tau_i, \text{ нс}$	$n_c, 10^{17} \text{ см}^{-3}$	$T_c, \text{ К}$	Литература (т — теория)
AgBr	100	30				65 т
	80	55	15		> 100	96
SiC	110	19				97 т
	78	19,5±4	57±3		41	98
Ge _{0,85} Si _{0,15}	8,5	3,8		3,5	7,7	99 т
	5	3	4400			100
GaP	70	6				101 т
	71	11,9				65 т
	150	8-11	30		> 50	101
	74	15,5	30		> 70	102
	86	17,5±3			45	103
	120±20	15-21	30±3		50±5	118
GaS	4500	9				104
AlAs	125	14,5				65 т
Ga _{0,05} Al _{0,92} As	160	16			52±3	106
PbJ ₂	14	4,1		4	52	117
CdS	55	14		7,8	64	105 т
	39	1				65 т
	20	13	1		55	107
	10	12±1			< 77	108, 109
					~ 77	110
	8					111
CdSe	8,3	5		1,2	30	105 т
	5,4	-4				65 т
		2				107
ZnS	8,3	12		14	79	105 т
	49	-5				65 т
ZnO	200	-21				65 т
	9,8	22			70	112
	33	26		4	80	113
CdTe	2,9	0,9		0,44	18	105 т
	2,4	0				65 т
ZnSe	32	5				65 т
	10	4-7				114
ZnTe	6,6	3				65 т
	2,5	2-3				115
GaAs	0,34	1,8		0,043	6,5	105 т
	0,37	0,28				65 т
	0,1	1				116

полупроводника: участки зависимостей энергии электрона и дырки $\varepsilon^{(e,h)}(\mathbf{k}^{(e,h)})$ от квазимпульсов вблизи экстремумов соответствующих зон (в точках $\mathbf{k}_0^{(e)}$, $\mathbf{k}_0^{(h)}$, $\mathbf{k}_0^{(e)} \neq \mathbf{k}_0^{(h)}$). Для изотропных параболических зон $\varepsilon^{(j)}(\mathbf{k}^{(j)}) = (\mathbf{k}_0^{(j)} - \mathbf{k}^{(j)})^2/2m_j$, $j = e, h$.

Взаимодействие между неравновесными носителями приводит к изменению спектра. Определим важную для дальнейшего величину $E(n)$ — энергию основного состояния (при $T = 0$) металлической фазы $N e - h$ -пар в объеме V , в расчете на одну пару, отсчитанную от дна зон ($n = N/V$). Равновесная плотность ЭДЖ n_i^0 и энергия связи E_i^0 определяются из условия минимальности $E(n)$:

$$\left. \frac{dE}{dn} \right|_{n=n_i^0} = 0, \quad E_i^0 = -E(n_i^0). \quad (3.1)$$

Химический потенциал ЭДЖ при $T = 0$ равен

$$\mu = d \frac{d}{dN} \left[NE \left(\frac{N}{V} \right) \right]_{n=n_i^0} = -E_i^0. \quad (3.2)$$

Отсюда следует ^{*}), что при условии энергетической выгоды ЭДЖ ($E_i^0 > 0$) уровни Ферми электронов и дырок расположены внутри запрещенной зоны невозбужденного полупроводника, и взаимодействие между носителями в ЭДЖ приводит к смещению электронной и дырочной зон так, как показано на рис. 1, а сплошными линиями. Заштрихованы занятые вплоть до соответствующих уровней Ферми состояния. $E'_g = E_g - E_i^0 - E_F -$ перенормированная ширина щели. Кривизна зон при смещении меняется слабо (массы перенормируются на $\sim 10\%$ ¹¹⁹).

Перестройка спектра полупроводника при возникновении в некоторой области полупроводника капли ЭДЖ иллюстрируется рис. 1, б, на котором показана зависимость энергии $e - \hbar$ -пары от пространственных координат. Заштрихована область, занятая каплей. Штриховой линией показано основное состояние экситона вне ЭДЖ.

Отметим, что зоны реального полупроводника обычно гораздо сложнее, чем показано на рис. 1, а. Например, Ge и Si являются многодолинными полупроводниками. Зона проводимости Ge имеет 4 вырожденных по энергии абсолютных минимума (долины) на границе зоны Бриллюэна по направлениям $\langle 111 \rangle$ (рис. 2, а). У Si 6 электронных долин по направлениям $\langle 100 \rangle$. Дырочная зона Ge и Si имеет абсолютный максимум в центре зоны Бриллюэна, четырехкратно вырождена в этой точке и расщеплена на непараболические зоны легких и тяжелых дырок при $k \neq 0$ ^{**}). Такие усложнения электронного спектра, как мы увидим ниже, делают металлическую ЭДЖ более устойчивой.

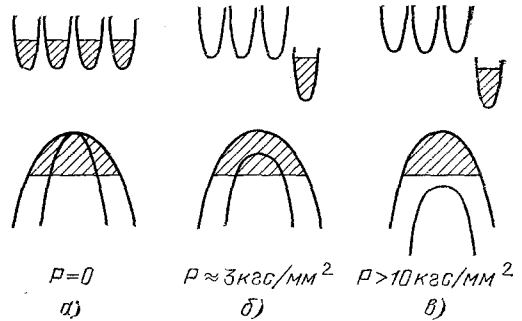


Рис. 2. Валентная зона и зона проводимости Ge (а); их изменение при одноосном сжатии вдоль направления $\langle 111 \rangle$ (б, в) — условная схема.

Заштрихованы занятые носителями в ЭДЖ состоянии

б) Энергия связи и равновесная плотность

Важнейшей теоретической задачей при изучении ЭДЖ в конкретном полупроводнике является вычисление $E(n)$ — энергии основного состояния металлической фазы взаимодействующих по закону Кулона электронов и дырок. Зная $E(n)$, можно определить (см. (3.1)) равновесные плотность n_i^0 и энергию связи ЭДЖ E_i^0 , а сравнивая E_i^0 с E_{ex} и E_b , ответить на вопрос, возможно ли образование металлической жидкости в данном полупроводнике. Вычислению $E(n)$ в различных полупроводниках посвящено большое число работ, детально разобранных в обзорах ^{40,11,14}.

При вычислении $E(n)$ возникают три основные проблемы. Во-первых, необходимо учитывать сложную зонную структуру конкретного полупроводника. Во-вторых, и эта сложность имеет принципиальное значение, в задаче нет малого параметра: у ЭДЖ $r_s \sim 1$. Наконец, в полупроводниковых соединениях с большой степенью полярности (и сильной дисперсией диэлектрической проницаемости) нельзя использовать статически экранированное кулоновское взаимодействие. Начнем со случая, когда дисперсией диэлектрической проницаемости можно пренебречь.

^{*}) Этот вывод принадлежит Л. В. Келдышу; см. в ⁶³.

^{**}) Подробные данные о структуре зон Ge и Si приведены в ⁴⁰.

1) Изотропная модель, германий и кремний

Принято представлять $E(n)$ в виде суммы кинетической, обменной и корреляционной энергий:

$$E(n) = E_{\text{kin}}(n) + E_{\text{exc}}(n) + E_{\text{cor}}(n). \quad (3.3)$$

E_{kin} , энергия вырожденного идеального ферми-газа, и E_{exc} , изменение энергии, обусловленное обменным отталкиванием друг от друга носителей одного типа, вычисляются точно при любом сложном спектре полупроводника⁶³. В простейшем случае полупроводника с изотропными зонами ($p_F = \hbar(3\pi^2n)^{1/3}$ — импульс Ферми)

$$E_{\text{kin}}(n) = \frac{3}{5} \frac{p_F^2}{2m_r} = \frac{2,21}{r_s^2} E_{\text{ex}}, \quad (3.4)$$

$$E_{\text{exc}}(n) = -\frac{3e^2 p_F}{2\pi\hbar\epsilon_0} = -\frac{1,83}{r_s} E_{\text{ex}}. \quad (3.5)$$

Основная сложность — в определении E_{cor} , учитывающей корреляции между носителями. Для ее вычисления применялись различные методы теории электронного газа, модифицированные применительно к многокомпонентной $e-h$ -системе. В^{62,28,65} использовалось приближение хаотических фаз (ПХФ)¹²⁰, модифицированное Хаббардом¹²¹, в⁶³ — интерполяция Нозьера — Пайнса¹²², а в^{64,123} — самосогласованная схема Сингви и др.¹²⁴. Все эти методы не имеют строгого обоснования. Традиционная область их приложения — теория металлов. Однако в металлах большую роль играют ионы, учет их влияния сложен и представляет собой отдельную проблему, поэтому эксперименты не позволяют проверить достоинства указанных методов непосредственно. В случае ЭДЖ этого усложнения нет, спектры многих полупроводников хорошо изучены, и можно напрямую проверять теоретические методы.

Резюмируя выводы этих работ, укажем, что в модельном полупроводнике с изотропными зонами и $m_e = m_h$ металлическая ЭДЖ, по-видимому, энергетически невыгодна ($E_l^0 = 0,86 E_{\text{ex}}^0$ ⁶², $0,99 E_{\text{ex}}^0$ ¹²³). Расчеты для Ge и Si дают близкие друг к другу результаты и находятся в отличном согласии с экспериментом (см. табл. I). Многодолинность, анизотропия и сложность зон способствуют выгоды металлической фазы (впервые на это было указано в^{5,125}). Например, если имеется ν_e электронных долин, E_{kin} , дающая положительный вклад в $E(n)$, уменьшается в $\nu_e^{2/3}$ раз. Что же касается зависимостей E_{exc} и E_{cor} от деталей зонной структуры, то в диапазоне $0,2 < r_s < 3$ и по крайней мере в рамках ПХФ, приближения Хаббарда и самосогласованной схемы они уравнивают друг друга¹²⁶. Сумма E_{exc} и E_{cor} в единицах E_{ex} практически не зависит от зонной структуры и хорошо аппроксимируется выражением¹²⁶

$$E_{\text{Coul}} \equiv E_{\text{exc}} + E_{\text{cor}} = -\frac{5,0879r_s + 4,8316}{r_s^2 + 3,0426r_s + 0,0452} E_{\text{ex}}. \quad (3.6)$$

Использование (3.6) существенно упрощает расчеты n_l^0 , E_l^0 . Все особенности электронного спектра при этом учитываются в E_{kin} , которая для полупроводника с ν_e эллипсоидальными электронными долинами (с продольной и поперечной массами $m_{e,\parallel}$ и $m_{e,\perp}$) и двумя сферическими зонами легких (с массой $m_{h,L}$) и тяжелых ($m_{h,H}$) дырок равна

$$E_{\text{kin}}(n) = \frac{3}{10} \hbar^2 (3\pi^2 n)^{2/3} \left(\frac{1}{\nu_e^{2/3} m_{d,e}} + \frac{1}{m_{d,h}} \right), \quad (3.7)$$

где

$$m_{d,e} = (m_{e,\parallel} m_{e,\perp}^2)^{1/3}, \quad m_{d,h} = m_{h,H} \left[1 + \left(\frac{m_{h,L}}{m_{h,H}} \right)^{3/2} \right]^{2/3}.$$

Отметим, что величины, прямо зависящие от электронно-дырочных корреляций (например, парная корреляционная функция), получаются в рамках перечисленных методов существенно различными, что объясняется разной степенью учета корреляций.

2) Полупроводники с сильно анизотропным электронным спектром

Формула (3.6) не применима для систем с предельно сильной анизотропией (например, для многодолинных полупроводников и полуметаллов с $v_{e,h} \gg 1$, квазиодномерных систем с малым по сравнению с a_{ex} расстоянием между нитями, квазидвумерных систем с близко расположенными слоями). $E(n)$ таких систем вычисляется асимптотически точно¹²⁷; впервые на это было указано в¹²⁸ для случая электронной жидкости в сверхсильном магнитном поле. Качественный вывод о том, что анизотропия способствует образованию металлической фазы, сохраняется и в этом случае: ЭДЖ в таких системах должна быть плотной, $r_s \ll 1$, и обладать большой энергией связи, $E_l^0 \gg E_{ex}$. При этом E_{ex} оказывается пренебрежимо малой по сравнению с E_{cot} , равной

$$E_{cot} = -\frac{A}{r_s^{3/4}} E_{ex}, \quad (3.8)$$

где $A \sim 1$ — коэффициент, зависящий от отношения масс электронов и дырок, их анизотропии и других деталей электронного спектра. Формальным критерием сильной анизотропии является выполнение в некоторой области концентраций неравенства

$$r_s^{3/4} \ll \frac{\hbar}{a_{ex} p_F} \ll 1. \quad (3.9)$$

Например, для многодолинных полупроводников $\hbar/a_{ex} p_F \sim v^{1/3} r_s$, и при $v \gg 1$, $r_s \ll 1$ неравенство (3.9) может удовлетворяться. Тогда¹²⁷

$$n_l^0 = B a_{ex}^{-3} v^{8/5}, \quad E_l^0 = C E_{ex} v^{2/5}, \quad (3.10)$$

где величины B и C определяются параметрами зон. Было бы интересно проверить предсказания этой модели экспериментально. Частично это уже сделано (для ЭДЖ в сверхсильном магнитном поле (см. п. г), гл. 4)). Отметим в связи со сказанным, что в¹²⁹ предложена отличная от (3.6) эмпирическая зависимость E_{cot} , буквально соответствующая (3.8):

$$E_{cot}(n) = -B n^p E_{ex}. \quad (3.11)$$

Наилучшее согласие с результатами расчетов получалось при $b = 3,5$, $p = 0,24$ (в модели сильно анизотропной системы было бы $p = 0,25$).

3) Одноосно деформированные Ge и Si

То, что усложнение электронного спектра способствует стабильности металлической ЭДЖ, прекрасно иллюстрируется ситуацией в одноосно деформированных Ge и Si. Одноосная деформация нарушает эквивалентность электронных долин и снимает вырождение валентной зоны при $k = 0$. Например, при сжатии Ge вдоль оси [111] одна из электронных долин опускается по энергии, а три другие — поднимаются (рис. 2, б, в). Если в образце имеются носители, междолинное рассеяние электронов и переходы между зонами легких и тяжелых дырок приведут к перетеканию электронов в нижнюю, а дырок — в верхнюю долину. В результате плотность состояний на уровне Ферми убывает, растет E_{kin} , энергия связи ЭДЖ убывает, плотность ее уменьшается. Впервые экспериментально это было обнаружено в⁵. При давлении $P \gtrsim 3$ кгс/мм² расщепление электронных долин превышает $E_F^{(e)}$, и все

электроны заселяют долину [111]. При $P \gtrsim 10$ кгс/мм² дырочное расщепление превышает $E_F^{(h)}$. При $P \rightarrow \infty$ Ge становится однодолинным полупроводником с простыми эллипсоидальными зонами. Аналогичные изменения спектра в Si вызывает сжатие вдоль [001] (опускаются две долины: [001] и [00 $\bar{1}$]). Поведение ЭДЖ в одноосно деформированных Ge и Si подробно исследовано экспериментально (п. а) гл. 4, 2)). Наблюдающееся уменьшение стабильности ЭДЖ адекватно описывается в рамках перечисленных выше методов (расчеты проводились для $P \rightarrow \infty$ ^{28,123,64} и для конечных давлений, с учетом непараболичности валентной зоны¹³⁰⁻¹³²). Однако согласие результатов между собой значительно хуже, чем для недеформированных Ge и Si.

4) Полярные полупроводники

В полярных полупроводниках запаздывание ионов в переменном электрическом поле приводит к сильной дисперсии диэлектрической проницаемости в области частот продольного оптического (ЛО) фонона ω_L ¹³³:

$$\varepsilon(\omega) = \varepsilon_\infty \varepsilon_0 \frac{\omega_L^2 - \omega^2}{\varepsilon_\infty \omega_L^2 - \varepsilon_0 \omega^2}, \quad (3.12)$$

где $\varepsilon_{0(\infty)}$ — статическая (высокочастотная) диэлектрическая проницаемость. Оптическая активность ЛО-фононов приводит к их сильному, пропорциональному $(\varepsilon_\infty^{-1} - \varepsilon_0^{-1})^{1/2}$ взаимодействию с электронной подсистемой, вызывающему поляронный сдвиг и перенормировку масс (см., например,¹³⁴). Оно существенно и для поведения неравновесных носителей. Если бы характерные электронные частоты (E_F^0/\hbar , E_F/\hbar , E_{ex}/\hbar) сильно превосходили ω_L (ионы не успевают бы «следить» за носителями), в формулы для E_{ex} (2.1) и закона Кулона $e^2/\varepsilon r$ входила бы меньшая диэлектрическая проницаемость ε_∞ . Однако в полярных полупроводниках характерные электронные частоты оказываются порядка ω_L . Поэтому взаимодействие с ЛО фононами ослабляет взаимодействие между носителями и приводит к уменьшению энергий связи E_{ex} и E_F^0 . Расчеты параметров основного состояния ЭДЖ в полярных полупроводниках были проведены в^{65,97,135} — для CdS, CdSe, ZnS, ZnO, AgBr, GaP, AlAs, CdTe, CnSe, ZnTe, GaAs, GaSb, InSb, InP, SiC халькогенидов свинца и галогенидов таллия, в¹⁰⁵ — для CdS, CdSe, ZnS, CdTe, GaAs (см. табл. II). Использовалась^{135,105} упрощенная версия ПХФ (приближение плазмонного полюса), а также^{65,97} приближение Хаббарда. Наконец, в¹³⁶ использовалась модель сильно анизотропных систем (п. 2) гл. 3, б)), оценки проводились для многодолинных полярных полупроводников: халькогенидов свинца и олова, галогенидов таллия. В отличие от ситуации с Ge и Si, имеется сильное расхождение как между различными расчетами, так и между расчетами и экспериментами. Возможными причинами этого могут быть как недостаточная изученность параметров электронного спектра этих полупроводников, так и недостаточная точность методов расчета. Ситуация усугубляется еще и тем, что в полярных полупроводниках ϕ есть разность трех больших величин, $\phi = E_F^0 - E_p - E_{ex}$ (E_p — поляронный сдвиг), из которых E_{ex} обычно не вычисляется, а берется из эксперимента. Поэтому 10%-ная точность в определении E_F^0 может привести к большим ошибкам в определении ϕ . Из изложенного можно заключить, что возможность образования и параметры основного состояния ЭДЖ в полупроводниковых соединениях еще требуют как теоретических, так и экспериментальных исследований.

в) Поверхностные свойства

Выше были рассмотрены свойства пространственно-однородной электронно-дырочной жидкости. Реально ЭДЖ существует в виде капель, поверхностная неоднородность которых приводит к ряду новых свойств.

Во-первых, имеется конечная поверхностная энергия, порядок которой можно оценить, используя известное рассуждение Лэнгмюра (см., например, ¹³⁷ *):

$$\sigma \approx \frac{1}{5} \varphi (n_i^0)^{2/3}. \quad (3.13)$$

Во-вторых, вблизи поверхности возможны квантовые осцилляции плотности носителей, аналогичные осцилляциям Фриделя в металлах (рис. 3). Наконец, пространственные профили концентраций электронов и дырок вблизи поверхности не совпадают из-за различия их работ выхода $W^{(e)}$ и $W^{(h)}$ — у капель должен образовываться поверхностный дипольный слой. Помимо дипольного слоя, возникающего и при $T = 0$, при конечных температурах различие работ выхода должно приводить, вследствие преимущественной термоэмиссии носителей с меньшей работой выхода, к образованию у ЭДК нескомпенсированного поверхностного заряда.

Экспериментально поверхностное натяжение ЭДЖ в Ge (и в меньшей степени в Si) исследовалось: 1) по его влиянию на кинетику конденсации ЭДЖ (п. д) гл. 3) ^{83-87, 91-93}, 2) по возникновению капиллярных резонансов (п. б) гл. 4, 2)) ⁸⁸. Наконец, в работах ^{69, 74} σ было подгоночным параметром, определяемым из сравнения теоретической и экспериментальной форм фазовой диаграммы (п. г) гл. 3). Поверхностный заряд ЭДК в Ge исследовался в ^{89, 90} по смещению капельного облака в постоянном электрическом поле (**). Некоторые результаты этих исследований приведены в табл. I.

Теоретически поверхностные свойства ЭДЖ исследовались методом функционала плотности Хоэнберга — Кона — Шама ^{141, 142}, успешно используемым для металлов, ядер и т. д. (см., например, обзор ¹⁴³). В работах ^{71, 72, 74, 144-146} применялось градиентное разложение и вариационный метод ¹⁴¹, в работах ^{73, 75} — самосогласованная схема Кона и Шама ¹⁴². К достоинствам самосогласованной схемы можно отнести возможность получить квантовые осцилляции плотности носителей (см. рис. 3), к недостаткам — громоздкость численных расчетов. В связи с последним отметим, что в ⁷³ применялась предложенная в ¹⁴⁷ модификация самосогласованной схемы, по утверждению авторов, более простая и устойчивая при численных расчетах. Результаты вычислений для Ge и Si приведены в табл. I ***). Там же приведены значения σ , полученные по формуле Лэнгмюра (3.13). Согласие с экспериментами хорошее. Знак заряда ЭДК в Ge в рамках вариационного метода получается не-

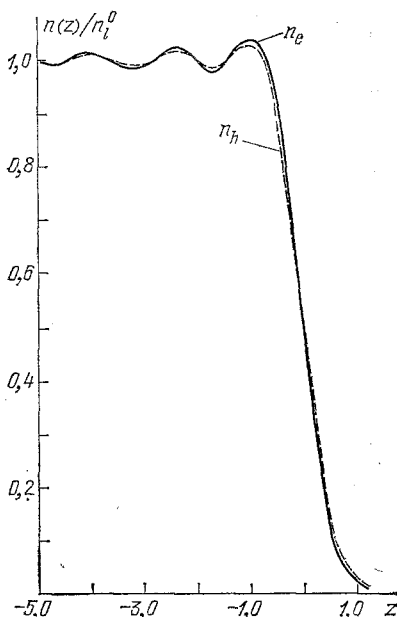


Рис. 3. Профили плотности электронов и дырок n_e и n_h вблизи поверхности ЭДК в Ge ⁷⁵.

Расстояние z измеряется в единицах a_{ex} (177 Å в Ge). Поскольку энергия связи электрона больше энергии связи дырки, n_e спадает круче, чем n_h .

*) Более строгие рассуждения приводят ¹³⁸ к следующему, выполняющемуся и для ЭДЖ ¹³⁹ соотношению между σ , изотермической сжимаемостью $\chi = [(n_i^0)^3 E''(n_i^0)]^{-1}$ и толщиной переходного слоя у поверхности $L \sim a_{ex} \chi \sigma = L$.

**) Имеется альтернативное объяснение дрейфа ЭДК в электрическом поле — увлечение их потоками электронов и дырок ¹⁴⁰.

***) Поверхностное натяжение и знак заряда вычислялись также для деформированных Ge и Si ^{72, 74, 75}, для GaP ¹⁴⁸.

правильным, не соответствующим результатам эксперимента. Это неудивительно, поскольку градиентное разложение может быть обосновано для слабо неоднородных (в масштабе a_{ex}) систем. В случае же ЭДК толщина переходного слоя у поверхности $\sim a_{ex}$ (рис. 3).

К сказанному сделаем два замечания. Во-первых, в перечисленных работах, как правило, рассматривались поверхностные свойства ЭДЖ, занимающей полупространство. Такой подход неприменим для ЭДК, состоящей из малого числа $e-h$ -пар. Энергия основного состояния ЭДК в Ge с $j = 10-10\,000$ парами была вычислена в ¹⁴⁹ методом функционала плотности. При $j < 120$ были обнаружены осцилляции энергии основного состояния, аналогичные оболочечному эффекту в атомах. В среднем энергия хорошо описывается формулой $E_j = -E_0 j + 4\pi j^{2/3} \sigma (3/4\pi n_0^0)^{2/3} c \sigma = 1,8 \cdot 10^{-4}$ эрг/см². Во-вторых, анизотропия электронного спектра полупроводника приводит к анизотропии поверхностного натяжения и отклонению формы ЭДК от сферической; теоретический анализ для ЭДК в деформированных Ge и Si проведен в ¹⁵⁰.

г) Фазовая диаграмма экситоны — ЭДЖ

Если время жизни неравновесных носителей существенно превышает времена термализации, в электронной системе успевает установиться равновесное состояние, которое можно описывать с помощью обычных термодинамических соотношений. Разделение системы на фазы при температурах, меньших критической, связано с тем, что при $T < T^c$ зависимость химического потенциала $\mu(n, T)$ от плотности становится немонотонной, а обратная функция $n(\mu, T)$ — неоднозначной. Координаты критической точки n^c и T^c определяются из условия перегиба $\mu(n, T)$:

$$\left(\frac{\partial \mu}{\partial n} = \frac{\partial^2 \mu}{\partial n^2} \right)_{n=n^c, T=T^c} = 0. \quad (3.14)$$

При $T < T^c$ плотности жидкости $n_l(T)$ и газа $n_g(T)$ находятся из условия равенства химических потенциалов и давлений в обеих фазах:

$$\mu(n_l, T) = \mu(n_g, T), \quad (3.15)$$

$$p(n_l, T) = p(n_g, T). \quad (3.16)$$

Поскольку

$$\mu = f + n \frac{\partial f}{\partial n}, \quad p = n^2 \frac{\partial f}{\partial n}, \quad (3.17)$$

для определения формы фазовой диаграммы необходимо знать свободную энергию $f(n, T)$ на одну $e-h$ -пару. $f(n, T)$ вычислена асимптотически точно только для систем с сильно анизотропным спектром (п. б) гл. 3, 2)) — слоистых (квазидвумерных) полупроводников ⁶⁰. Были получены также точное уравнение состояния и точная форма фазовой диаграммы.

Основное приближение, используемое в теории ЭДЖ в Ge, Si и других полупроводниках, не удовлетворяющих условиям сильной анизотропии, состоит ⁴⁷ в применении выражения для свободной энергии сильно вырожденной ферми-жидкости (при $k_B T \ll E_F$):

$$f(n) = E(n) - \frac{1}{2} \gamma(n) (k_B T)^2, \quad (3.18)$$

где

$$\gamma(n) = \left(\frac{\pi}{3n\hbar^3} \right)^{2/3} (v_e^{2/3} m_{d,e} + m_{d,h}), \quad (3.19)$$

а $E(n)$ — энергия основного состояния металлической фазы (п. б) гл. 3). Эта формула может быть обоснована ⁴⁷ для ЭДЖ в рамках ПХФ, если $k_B T^c \ll$

$\ll \hbar\omega_p$ ($\omega_p = \sqrt{\frac{4\pi e^2 n_l^0}{\epsilon_0 m \tau}}$ — плазменная частота), и только для области не слишком малых концентраций ($r_s \ll 1$). Ее можно использовать для определения координат критической точки, а также формы жидкостной ветви фазовой диаграммы, но не для газовой ветви вдали от критической точки. Для газовой фазы можно, однако, воспользоваться приближением идеального газа. Плотности свободных носителей, экситонов и биэкситонов (n_c, n_{ex}, n_b) в равновесии определяются¹⁹ соответствующими работами выхода из ЭДЖ: $n_j \propto \exp(-W^{(j)}/k_B T)$, $W^{(c)} \sim 1/2 E_l^0$, $W^{(ex)} = \Phi$, $W^{(b)} = 2\Phi - E_D$. Поскольку в Ge и Si $E_l^0 > 2\Phi$ (см. табл. I), а энергия диссоциации биэкситона мала (гл. 2), «атмосфера» вокруг ЭДЖ в основном состоит из экситонов. Поэтому

$$f(n_g) \approx f_{ex}(n_{ex}) = -E_{ex} - k_B T \left\{ 1 + \ln \left[\frac{n}{v_{ex}} \left(\frac{2\pi \hbar^2}{k_B T M_{ex}} \right)^{3/2} \right] \right\}, \quad (3.20)$$

где v_{ex} и M_{ex} — кратность вырождения и масса плотности состояний экситона. Вдали от критической точки давление экситонов мало, и из условия $p(n_l) = 0$ получаем

$$n_l(T) = n_l^0 \left[1 - \frac{\delta_n}{2} (k_B T)^2 \right], \quad \text{где } \delta_n = \frac{\gamma'(n)}{n E''(n)} \Big|_{n=n_l^0}. \quad (3.21)$$

Равновесная плотность экситонов определяется из условия $\mu_l = \mu_{ex}$:

$$n_{ex, T} = v_{ex} \left(\frac{k_B T M_{ex}}{2\pi \hbar^2} \right)^{3/2} \exp \left(-\frac{\Phi}{k_B T} \right). \quad (3.22)$$

Это обычное выражение для плотности насыщающего пара в приближении идеального газа (см., например,¹⁸⁷).

Величины n^c , T^c , δ_n для Ge и Si теоретически определены в ^{67,70} *). Приближение идеального газа неприменимо для определения формы фазовой диаграммы вблизи T^c . В работах ^{68,151} учитывалась неидеальность электронного газа, а также термодиссоциация экситонов. В работах ^{69,70,68} принимались во внимание гетерофазные флуктуации (зародыши жидкости в газовой и пузырьки газа в жидкой фазах), что позволило с хорошей точностью воспроизвести экспериментальную форму фазовой диаграммы в Ge (рис. 4) и Si. Результаты этого и предыдущих подходов представлены в табл. I. Все методы дают числа, по порядку величины совпадающие с экспериментальными. Самые низкие значения T^c получаются в рамках флуктуационной модели. В случае Ge это и наиболее близкие к эксперименту значения.

Теоретическое определение параметров фазовой диаграммы существенно упрощается, если использовать аппроксимации (3.6)^{126,132} или (3.11)¹²⁹

*) А также для одноосно сжатых Ge и Si ^{64, 130, 132}, полярных полупроводников CdS, CdSe, ZnS, CdTe ¹⁰⁵, GaAs ^{64, 105}.

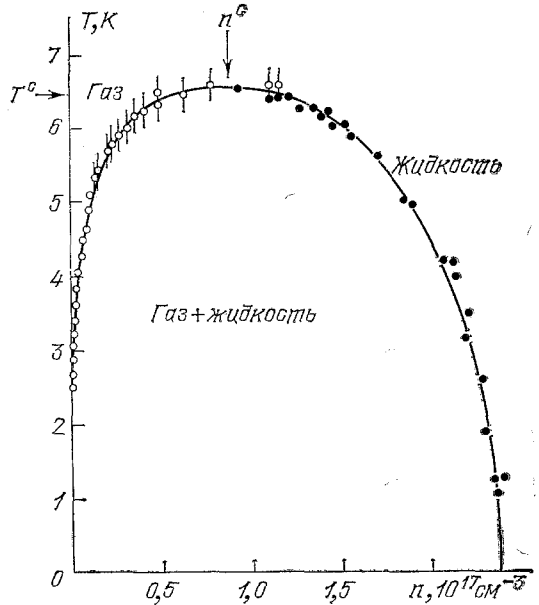


Рис. 4. Фазовая диаграмма перехода экситонный газ — ЭДЖ в Ge: эксперимент⁸¹ (точки), теория⁶⁹ (сплошная кривая)

для $E_{\text{Совл}}$. В обоих случаях уравнение для n^c , T^c в приведенных экситонных единицах зависит только от n_i^0 . Поэтому в рамках этих моделей имеет место соотношение подобия

$$\frac{n^c}{n_i^0} \sim \text{const.} \quad (3.23)$$

При использовании (3.14) выводятся и другие соотношения подобия, например ¹²⁹

$$k_B T^c \sim 0,1 E_i^0. \quad (3.24)$$

Аналогичное соотношение имеет место в упоминавшейся выше точно решаемой модели для сильно анизотропной системы ⁶⁰ и, по-видимому, является общей закономерностью фазовых переходов I рода ³⁶. Выполнение соотношений подобия для ЭДЖ в Ge и Si проверено экспериментально ^{66, 132, 153}.

Форма жидкостной ветви фазовой диаграммы экспериментально определялась по температурной зависимости спектра рекомбинационного излучения ЭДЖ (п. а) гл. 4), газовой — по порогам возникновения ЭДЖ ^{56, 58, 92, 153, 154}. Отметим, что попытки применить формулу (3.22) для описания газовой ветви экспериментально найденной фазовой диаграммы в Ge дали существенно заниженное (на $\sim 30\%$) по сравнению со спектроскопическим (п. а) гл. 4) значение ϕ ^{58, 153-156}. Аналогичная закономерность наблюдается в Si ^{56, 92}. Это так называемая проблема различия термодинамических и спектроскопических значений ϕ (п. д) гл. 3).

д) Конденсация и распад ЭДЖ. Размеры ЭДК

Конечность времени жизни носителей не учитывалась при изучении основного состояния и термодинамики ЭДЖ. Это оправдано для Ge и Si, время жизни носителей в которых более чем в 10^2 раз превосходит время термализации и образования экситонов. Однако и в этих полупроводниках, благодаря рекомбинации, переход экситоны — ЭДЖ существенно отличается от обычного перехода газ — жидкость. ЭДЖ необходимо «подпитывать» потоком экситонов, компенсирующим рекомбинирующие $e - h$ -пары. Поэтому размеры ЭДК не могут быть сколь угодно большими, а газ экситонов должен быть пересыщенным, т. е. плотность его должна превосходить термодинамически равновесное значение $n_{\text{ex}, T}$ (3.22). Подчеркнем, что это пересыщение возникает помимо характерного для любых фазовых переходов I рода пересыщения, связанного с положительностью энергии поверхности раздела фаз. Оно приводит к любопытному явлению: при самых низких температурах, когда тепловое испарение экситонов из ЭДК мало, переход экситоны — ЭДЖ может протекать без характерных для переходов I рода гистерезисных явлений.

В этом параграфе будут рассмотрены процессы, определяющие размеры ЭДК R , их концентрацию n_d , концентрацию межкапельного газа экситонов n_{ex} в наиболее простом для теоретического анализа случае пространственно однородного возбуждения. (При неоднородной генерации на поведение ЭДЖ решающим образом влияет фоновый ветер; см. гл. 6.)

Экспериментально процессы конденсации и распада ЭДЖ изучены наиболее полно в Ge и Si. Время жизни экситонов τ_{ex} в них ($\sim 10^{-6}$ с) меняется от образца к образцу и определяется в основном процессами безызлучательной рекомбинации, механизмы которых пока не изучены достаточно полно. Время жизни носителей в ЭДЖ τ_l (измеренное в ^{125, 157-159} — для Ge, ¹⁶⁰⁻¹⁶³ — для Si), напротив, является внутренней характеристикой ЭДЖ, и не меняется даже при легировании образцов вплоть до уровня $0,1 n_i$. Оно определяется излучательной рекомбинацией (вероятность которой пропорциональна n_i) и безызлучательной оже-рекомбинацией, при которой энергия рекомбини-

рующей пары передается третьему носителю (вероятность $\sim n_i^2$):

$$\tau_i^* = Bn_i + Cn_i^2. \quad (3.25)$$

Квантовая эффективность излучательной рекомбинации

$$Q = Bn_i (Bn_i + Cn_i^2)^{-1} \quad (3.26)$$

довольно велика в Ge, $Q \sim 0,25-0,8$ ^{125,157-159}. В Si из-за большей плотности ЭДЖ основной является оже-рекомбинация, и $Q \sim 5 \cdot 10^{-4}$ ¹⁶⁰. Величина C для Ge и Si вычислена в ¹⁶⁴, результаты находятся в хорошем согласии с экспериментальными данными.

При заданной скорости генерации экситонов (в 1 см^3) $g(t)$ величины R , n_d и n_{ex} связаны между собой уравнениями баланса числа частиц в жидкой и экситонной фазах, впервые в упрощенном виде использованными в ¹²⁵ (см. также ^{8,9}), а с учетом поверхностного натяжения — в ^{165,166}:

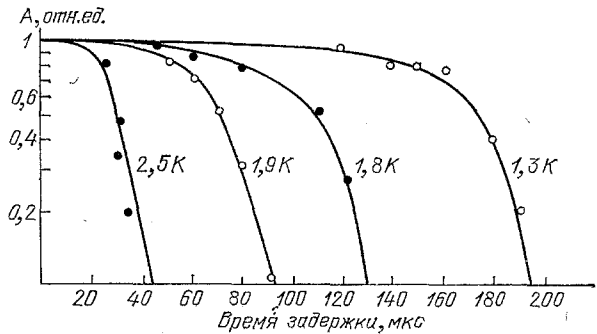
$$n_i \frac{d}{dt} \left(\frac{4}{3} \pi R^3 \right) = -\frac{4}{3} \pi R^3 \frac{n_i}{\tau_i} + 4\pi R^2 [n_{ex} - n_{ex, T}(R)] v_{ex, T}, \quad (3.27)$$

$$\frac{dn_{ex}}{dt} = g - \frac{n_{ex}}{\tau_{ex}} - 4\pi R^2 [n_{ex} - n_{ex, T}(R)] v_{ex, T} n_d, \quad (3.28)$$

где $v_{ex, T} = \sqrt{k_B T / 2\pi M_{ex}}$ — средняя тепловая скорость экситонов, $n_{ex, T}(R) = n_{ex, T} \exp(2\sigma / n_i R k_B T)$ — термодинамически равновесная плотность экситонов у поверхности капли. Уравнение (3.27) описывает изменение

Рис. 5. Зависимость A , амплитуды СВЧ проводимости образца, в сильном импульсном СВЧ поле от времени задержки пробивающего импульса для разных температур ¹⁷¹.

Величина $A \propto n_{ex}$. Максимальная амплитуда нормирована на единицу.
Цифры у кривых — температура



числа пар в капле вследствие рекомбинации и обмена экситонами с газовой фазой. Уравнение (3.28) устроено аналогичным образом. (Более полные уравнения баланса, учитывающие наличие свободных носителей, использовались в ^{153,167-170}. Из-за малой концентрации их влияние обычно мало, но приводит к интересным эффектам в магнитных и СВЧ полях (п. д) гл. 4).)

Уравнения (3.27) — (3.28) необходимо дополнить условием, определяющим концентрацию капель n_d . Однако при стационарном возбуждении и продолжительное время после выключения возбуждения n_d не меняется во времени, и для понимания многих закономерностей достаточно уравнений (3.27) — (3.28). Например, при низких температурах (в Ge при $T \lesssim 3K$) $n_{ex, T}$ мал, и распад ЭДЖ экспоненциален:

$$R(t) = R(0) \exp\left(-\frac{t}{3\tau_i}\right). \quad (3.29)$$

При этом в течение длительного времени после выключения накачки $n_{ex} \sim n_{ex, T}$ ¹⁷¹ (рис. 5). С ростом температуры испарение становится существенным, а зависимость $R(t)$ — неэкспоненциальной ^{153,155}.

Из (3.27) следует (при $g = \text{const}$) уравнение для стационарного радиуса ЭДЖ при заданной n_{ex} ¹⁶⁶:

$$n_{ex} = n(R), \quad \text{где } n(R) = n_{ex, T}(R) + \frac{n_i R}{3v_{ex, T}\tau_i}. \quad (3.30)$$

На рис. 6 показана типичная функция $n(R)$. Стационарные ЭДК существуют, если $n_{ex} > n_{min}$, и их радиус не меньше R_{min} , определяющегося из условия ^{165, 166}

$$R_{min}^2 = 6 \frac{\sigma v_{ex} \tau_l}{n_{ex}^2 k_B T} n_{ex} \tau_l (R_{min}). \quad (3.31)$$

При $n_{ex} > n_{min}$ у (3.30) имеются устойчивое и неустойчивое решения R^s и R^c . R^s и есть стационарный размер ЭДК при заданной n_{ex} . В экспериментах, однако, задается g , а n_{ex} , как видно из (3.28), зависит от концентрации

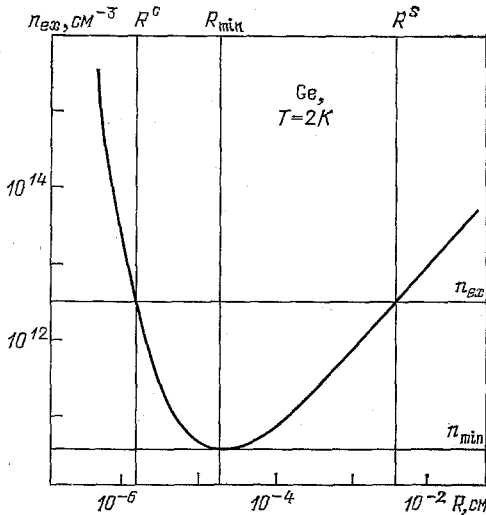


Рис. 6. Функция $n(R)$ (3.30) для ЭДЖ в Ge при $T = 2$ К

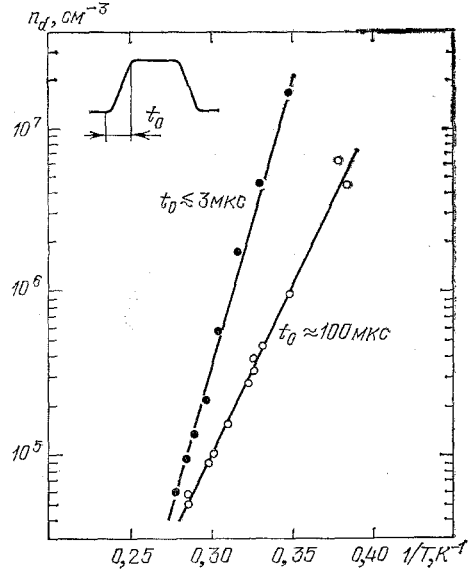


Рис. 7. Экспериментальные температурные зависимости концентрации ЭДК в Ge для длинного и короткого фронтов импульсов возбуждения ¹⁶⁶.

В левом верхнем углу показана форма возбуждающего импульса

образовавшихся ЭДК. Поэтому полное понимание процессов невозможно без анализа механизма образования капель, к которому мы и перейдем.

Концентрация ЭДК зависит от условий эксперимента ^{172, 166, 173} (см., например, рис. 7) и не определяется числом каких-либо фиксированных центров зародышеобразования. Ведущую роль в образовании зародышей играют гетерофазные флуктуации *). Это хорошо известно в случае обычных переходов газ — жидкость, для которых характерно возникновение метастабильных состояний и гистерезисных явлений. Гистерезисные явления наблюдаются и при конденсации экситонов в Ge ^{174-180, 166, 84, 85, 87} и в Si ^{92, 93}. Они проявляются в различии пороговых интенсивностей возбуждения при включении и выключении накачки, в зависимости концентрации и размеров ЭДК от скорости включения возбуждения (рис. 7, 8). Память об условиях возникновения ЭДК в Ge сохраняется при стационарном возбуждении в течение $10^4 - 10^5$ с ^{85 **}). Отдельные капли, следовательно, могут существовать так долго, что в каждой из них сменяется $\sim 10^9$ поколений пар. (Для сравнения: 10^9 челове-

*) Даже в самых чистых образцах Ge концентрация ЭДК $n_d \leq 10^8$ см⁻³ гораздо меньше концентрации примесей $n_{im} > 10^{10}$ см⁻³, которые могут быть центрами зародышеобразования.

**) Гистерезис в Si сохраняется в течение значительно меньшего времени $\sim 100 \tau_l$ ⁹³. Это связано, по-видимому, с большим влиянием фононного ветра.

ческих поколений — это период времени жизни Вселенной, начиная с Большого взрыва). Разумеется, у гистерезисных явлений в $e-h$ системе с конечным временем жизни частиц есть специфические особенности. При самых низких температурах $T < T^H$ (в Ge $T^H \sim 1,3 \text{ K}^{175,85}$, в Si $T^H \sim 10 \text{ K}^{92,93}$) гистерезис не наблюдается. При этом характер фазового перехода должен быть ближе к переходу II рода. Возможно, это и наблюдается при низких температурах в Si, когда появлению ЭДЖ предшествует образование экситон-примесных комплексов¹⁸¹ (см. также^{9,181a}).

Практически все закономерности конденсации экситонов (в том числе и проблема различия термодинамических и спектроскопических значений Φ) [объясняются^{165,182,175,84,176} при помощи обобщенной с учетом конечности времени жизни носителей кинетической теории конденсации Беккера — Дёринга и Зельдовича^{183,187*}]. Оказывается, вероятность возникновения зародыша жидкой фазы с j частицами пропорциональна $\exp(-\Phi_j/k_B T)$, где

$$\Phi_j = 4\pi R_j^2 \sigma - j k_B T \ln \frac{n_{ex}}{n_{ex,T}} + k_B T \sum_{p=2}^j \ln \left(1 + \frac{p^{1/3}}{\alpha_p \tau_l} \right), \quad (3.32)$$

$$\alpha_p = \pi r_s^2 v_{ex,T} n_{ex,T} (R_p), \quad R_p = r_s p^{1/3}.$$

Сумма первых двух членов в (3.32) есть термодинамический потенциал зародыша при $\tau_l \rightarrow \infty$: первый член есть положительный поверхностный вклад, второй учитывает термодинамическую выгодность конденсации при $n_{ex} > n_{ex,T}$ и равен $(\mu_{ex} - \mu_l)j$. При обычном переходе газ — жидкость при малых j поверхностный вклад преобладает, газовая фаза оказывается отделенной от жидкой барьером (рис. 9, а), что и объясняет возникновение метастабильных состояний. Третий член в (3.32) существенно изменяет эту картину (рис. 9, б). При $n_{ex} < n_{min}$ Φ_j монотонно возрастает с ростом j , несмотря на то, что $n_{ex} > n_{ex,T}$. Устойчивых капель нет. При $n_{ex} > n_{min}$ Φ_j становится немонотонным. Помимо неустойчивого (критического) радиуса R^c (с максимальным Φ_j) имеется устойчивый радиус R^s (с минимальным Φ_j).

Обычно для того, чтобы начался обратный переход в газовую фазу, необходимо перегреть жидкость. В данном случае барьер может преодолеваться флуктуациями как со стороны газа, так и со стороны жидкости при $n_{ex} > n_{ex,T}$. Однако высоты барьеров Δ_c и Δ_d (рис. 9, б) для этих переходов, вообще говоря, различны и по-разному зависят от степени пересыщения: Δ_d растет, а Δ_c убывает с ростом n_{ex} . Поскольку скорости обоих процессов $\propto \exp(-\Delta_{c,d}/k_B T)$, может существовать область n_{ex} , в которой и образование новых, и флуктуационный распад уже образовавшихся капель протекают экспоненциально медленно. Это и объясняет существование памяти¹⁷⁵.

При самых низких температурах $T < T^H$, когда рекомбинация в жидкости преобладает над испарением, барьер у Φ_j исчезает (рис. 10), а с ним и возможность возникновения гистерезиса^{175,184,185}. Найденные в^{175,184,185}

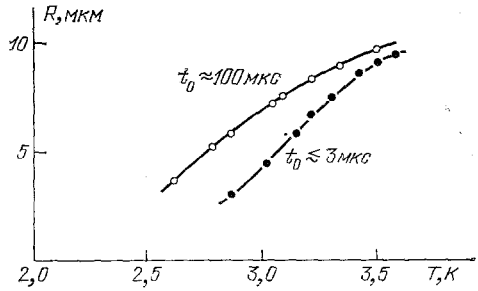


Рис. 8. Экспериментальные зависимости радиуса ЭДК в Ge от температуры для длинного и короткого фронтов импульсов возбуждения¹⁶⁶

* В¹⁶⁶ был применен промежуточный подход: конечность τ_l учитывалась в уравнениях типа (3.27), (3.28), а для скорости зародышеобразования использовалась классическая формула Беккера — Дёринга. Этот подход дает хорошие результаты, если $T > T^H$ и $n_{ex} > n_{min}$. Результаты численных расчетов по этой теории приведены в⁸⁶.

численные значения T^H для Ge и Si согласуются с результатами экспериментов (см. выше). Для прямозонных полупроводников с малым τ_l барьер должен отсутствовать во всей области существования ЭДЖ $0 < T < T^c$ ¹⁸⁵.

Исчезновение барьера при низких температурах — общее свойство переходов I рода в системах с конечным временем жизни частиц ¹⁸⁶. При $T \rightarrow 0$

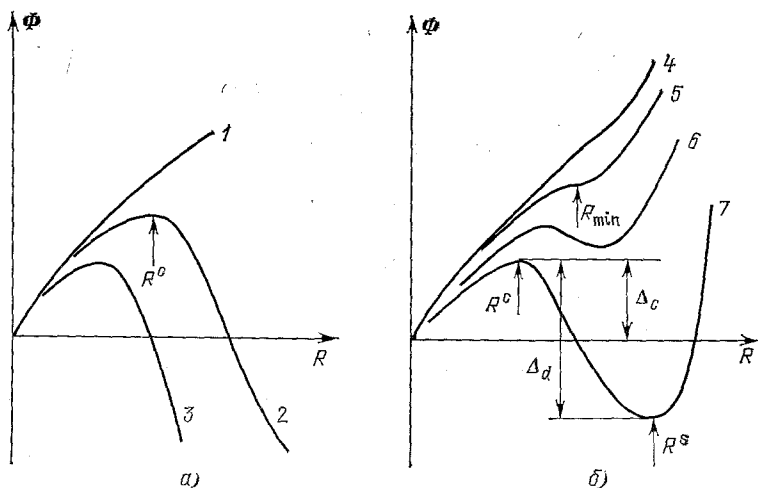


Рис. 9. Эффективный термодинамический потенциал $\Phi(R)$ зародыща радиуса R при $\tau_l \rightarrow \infty$ (а) и $\tau_l < \infty$ (б).

Верхние кривые на каждом рисунке соответствуют меньшим пересыщениям, $n_{ex} = n_{ex,T}$ (кривые 1, 4), $n_{ex} > n_{ex,T}$ (2, 3, 5-7), $n_{ex} = n_{min}$ (5), $n_{ex} > n_{min}$ (6, 7)

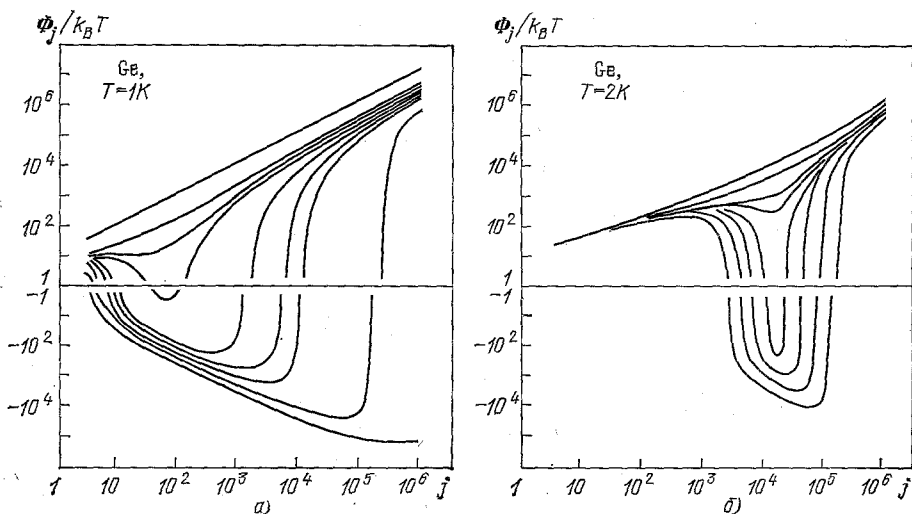


Рис. 10. Эффективный термодинамический потенциал Φ_j (3.32) для Ge при $T = 1$ К (а) и 2К (б).

а) Кривые сверху вниз: $n_{ex}/n_{ex,T} = 1; 2 \cdot 10^4; 7 \cdot 10^4; 10^5; 2 \cdot 10^5; 3 \cdot 10^5; 4 \cdot 10^5; 10^6; 32 \cdot 10^6$ ($n_{ex,T}(1K) = 3 \cdot 10^8 \text{ см}^{-3}$); б) 1; 1,25; 2; 2,1; 2,15; 2,2; 2,3; 2,5 ($n_{ex,T}(2K) = 1,7 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-3}$). При $T = 1$ К барьер у Φ_j отсутствует

решение (3.34) $R_{min} \rightarrow R_0 = 2\sigma/n_j^0\phi$ и не зависит от τ_l . Используя формулу Лэнгмюра (3.13), получим, что число частиц в такой капле $j_0 = 4/3 \pi^3 R_0 n_j^0 \sim \sim 0,3 < 1$. Поскольку при любых пересыщениях $R^0 < R_{min}$, это и означает, что при достаточно низкой температуре барьер у Φ_j отсутствует (он попадает

в область $j < 1$). Легко получить оценку для T^H ¹⁸⁶:

$$k_B T^H \sim \varphi \left[\ln \left(\xi \frac{\tau_i \Phi}{\hbar} \right) \right]^{-1} \quad (3.33)$$

(параметр $0 < \xi < 1$, учитывающий степень неупругости столкновений экситонов с каплями, может быть введен в (3.27), (3.28)). Для ЭДЖ в Ge при $\xi = 0,2-1$ (3.33) дает $T^H \approx 1,3$ К. Для Si, положив $\xi \sim 1$, получим $T^H \approx 6$ К. Совпадение с экспериментальным значением 10 К получится при $\xi \sim 10^{-2}$. Это соответствует значению, полученному в ^{92,93} путем подгонки теории конденсации к эксперименту.

В заключение отметим, что большое число экспериментов в Ge указывает на существование механизма, замедляющего или ограничивающего рост капель с радиусами, превышающими 10—20 мкм ^{172,166,187,188} (см., например, рис. 8, 11). Это не объясняется в рамках изложенных выше представлений.

В ¹⁶⁶ была предпринята попытка улучшить совпадение теории и эксперимента путем учета в (3.27), (3.28) диффузии экситонов. В ¹⁸⁹ рассматривалась рекомбинационная неустойчивость капель, связанная с конденсационным потоком экситонов на ЭДЖ и рекомбинационным потоком носителей внутри капли.

В поисках решения данной проблемы была понята роль фоонного ветра (гл. 6), объяснившего и многие другие непонятные явления с ЭДЖ ^{190,191}.

4. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ МЕТОДЫ. ВНЕШНИЕ ВОЗДЕЙСТВИЯ

На рис. 12 представлена схема экспериментов с ЭДЖ. Образец полупроводника помещается в криостат и охлаждается до требуемых температур (в случае Ge это 1—6 К). Источником возбуждения служит, как правило, либо непрерывный, либо импульсный лазер. Используя возбуждающее излучение с различной частотой, можно получить как поверхностное, так и более или менее однородное возбуждение образца.

Регистрироваться со спектральным, пространственным или временным разрешением. Пробный лазер, частота излучения которого находится в области прозрачности данного полупроводника, используется для зондирования ЭДЖ (по поглощению или рассеянию света). Датчики, различные размещаемые на поверхности образца контакты используются для измерения фототока, тепловых и звуковых импульсов и т. д. Внешние воздействия могут быть самыми разнообразными. Например, образец может быть помещен между полюсами магнита или в СВЧ резонаторе, или в зажиме для создания давления.

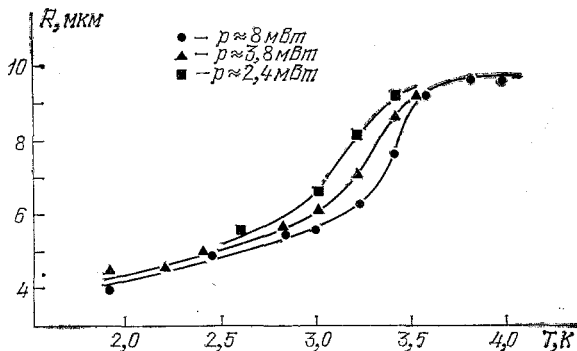


Рис. 11. Зависимость радиуса ЭДЖ в Ge от температуры при трех различных интенсивностях возбуждения P и $t_0 \lesssim 3$ мкс (см. рис. 7) ¹⁶⁶

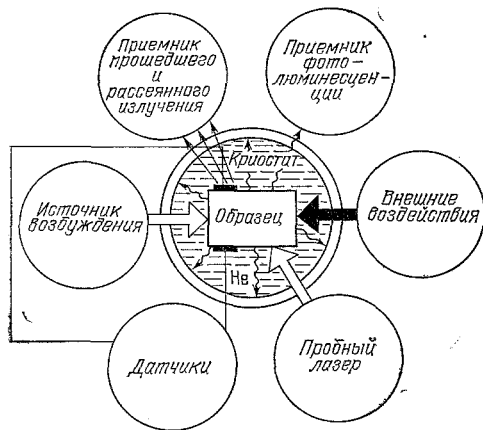


Рис. 12. Упрощенная схема экспериментов с ЭДЖ

а) Рекомбинационное излучение

Рекомбинационное излучение — один из основных источников информации о неравновесных носителях. При образовании ЭДЖ в спектре люминесценции возникает характерная линия (рис. 13), основные особенности которой можно понять из энергетической схемы ЭДЖ (рис. 1). Линия несимметрична, имеет ширину $\sim E_F$, ее высокоэнергетическое крыло сдвинуто от экситонной линии в сторону меньших энергий на работу выхода экситона ϕ . Форма линии слабо зависит от T (в меру теплового размытия фермиевского распределения при $k_B T < E_F$) и не зависит от интенсивности возбуждения.

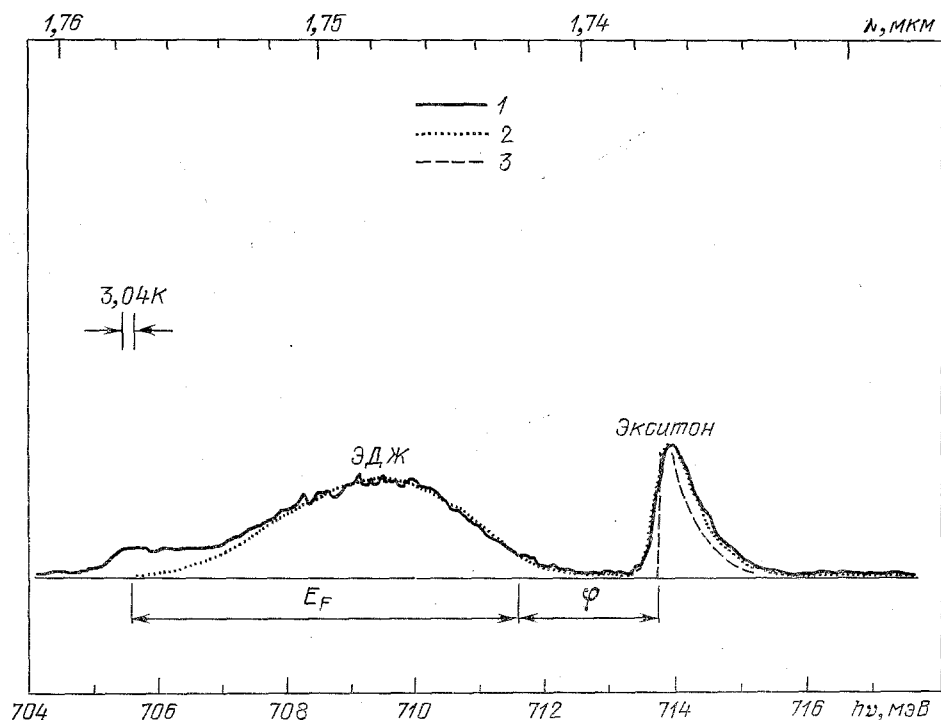


Рис. 13. Спектр фотолюминесценции Ge при $T = 3,04$ К¹⁹⁵.

1 — эксперимент; 2 — теория, учитывающая конечность ширины щели спектрометра; 3 — не учитывающая

Наконец, в соответствии с характерными особенностями перехода I рода, эта линия возникает в спектре люминесценции пороговым образом (при понижении T или увеличении интенсивности возбуждения). По этим признакам и была открыта ЭДЖ². В дальнейшем исследования люминесценции широко применялись для определения равновесных параметров ЭДЖ^{125,157,192-194}, их зависимости от температуры^{81,195,76,161,56,79} и внешних воздействий (магнитного поля^{196-201,158}, деформаций полупроводника^{5,202,157,24,79,163,66}). По порогам возникновения линии ЭДЖ определялась газовая ветвь фазовой диаграммы^{174,153}, исследовались гистерезисные явления^{174,84,173,175,85,92}. Обширную информацию о процессах возникновения и распада ЭДЖ дают исследования кинетики линий в спектре рекомбинации при использовании импульсного возбуждения^{155,160,161,158,203,204}. Регистрация люминесценции с пространственным разрешением позволяет изучать движение ЭДК, процессы образования и форму облака капель^{89,205-209}. Собственное рекомбинационное свечение позволило получить первое фотографическое изображение гигантской ЭДК в неоднородно сжатом Ge²¹⁰ (п. б) гл. 4, 3)).

В непрямых полупроводниках излучательная рекомбинация сопровождается испусканием фононов, и линия смещена на соответствующую энергию $\hbar\omega_{ph}$). Обычно правилами отбора разрешена рекомбинация с участием фононов нескольких мод**), линия дублируется, образуются так называемые фононные повторения, которые могут частично перекрываться. В случае разрешенных переходов (например, с участием продольного акустического фонона в Ge) спектральная плотность рекомбинационного излучения ЭДЖ имеет вид

$$I(h\nu) = |M_0|^2 \int_0^\infty d\varepsilon^{(e)} d\varepsilon^{(h)} f_e(\varepsilon^{(e)}) f_h(\varepsilon^{(h)}) \rho_e \rho_h \delta(h\nu + \hbar\omega_{ph} - E_g' - \varepsilon^{(e)} - \varepsilon^{(h)}), \quad (4.1)$$

где ν — частота фотона, ρ_{eh} — плотности состояний электронов и дырок, M_0 — матричный элемент перехода для экстремумов зон, $f_{e,h} = \{\exp[(\varepsilon - E_F^{(e,h)}(T))/k_B T] + 1\}^{-1}$ — фермиевские функции распределения. Форма линии зависит от двух подгоночных параметров — температуры ЭДЖ T , которая может отличаться от температуры образца T_0 , и плотности $n_i(T)$, определяющей $E_F^{(e,h)}(T)$. Величина ϕ определяется по сдвигу высокоэнергетической границы линии ЭДЖ относительно экситонного пика.

Формула (4.1) удовлетворительно описывает форму разрешенных фононных повторений в Ge и Si^{125,157,193,211,195,76} (см. рис. 13). Отклонение теоретической кривой от эксперимента при низких частотах связано с тем, что в этой области энергий ЭДЖ после рекомбинации остается в возбужденном состоянии. Соответствующая коррекция проведена в^{212,40,194,24,77}. В случае запрещенных переходов, например, с участием поперечного акустического фонона в Ge^{193,213,76} (4.1) также удовлетворительно описывает экспериментальную форму линии в предположении, что матричный элемент $M = M_e k^{(e)} + M_h k^{(h)}$.

Формула (4.1), с учетом коррекции при низких энергиях, применима и для прямозонных полупроводников¹⁰⁸. Форма линии в этом случае может искажаться вынужденным излучением. Чтобы избежать этого, применяют специальные методики^{108,214}. С другой стороны, исследование вынужденного излучения дает независимый способ определения параметров ЭДЖ в прямозонных полупроводниках¹⁰⁷⁻¹¹². Коэффициент поглощения света частоты ν связан с $I(h\nu)$ (4.1) соотношением²¹⁵

$$\alpha(h\nu) \propto I(h\nu) \left\{ \exp \left[\frac{h\nu - E_g' - E_F(T)}{k_B T} \right] - 1 \right\} \quad (4.2)$$

и отрицателен (поглощение сменяется усилением) в области частот $E_g' < h\nu < E_g' + E_F(T)$. В связи с этим отметим, что при помощи ЭДЖ могут быть получены гигантские значения коэффициента усиления ($\alpha \gg 10^3 \text{ см}^{-1}$ ¹⁰⁸).

Добавим, что на пороге возникновения ЭДЖ малы и поверхностный вклад в энергию жидкости $2\sigma/n_i R$ оказывается заметным; он проявляется в сдвиге линии рекомбинации в сторону больших энергий, что позволяет измерять σ или R ^{216,178}.

б) Деформация полупроводника

Электронный спектр полупроводника меняется при деформации, что сильно влияет на свойства неравновесных носителей.

*) Недавно была обнаружена рекомбинация электронов и дырок в ЭДЖ в Ge с участием плазмона^{210a}.

***) Правила отбора для таких переходов в Ge рассмотрены в⁷⁶.

1) Однородные деформации

Эксперименты, использующие однородные одноосные сжатия (^{5,202,157,217,27,218} — Ge, ^{219,24,48,66} — Si), позволяют проверить адекватность теоретических методов вычисления параметров ЭДЖ при изменении зонной структуры полупроводника. С ростом давления, ориентированного вдоль определенных направлений кристалла, структура заполненных зон Ge и Si упрощается (рис. 2), что приводит к уменьшению плотности и энергии связи ЭДЖ. В сильно сжатых кристаллах $E_i^?$ становится сравнимой с E_b , и это позволяет наблюдать люминесценцию бикситонов ²³⁻²⁷.

В одноосно сжатых Ge и Si возникает интересное явление, связанное с медленностью междолинного рассеяния электронов (характерное время 10^{-6} с ^{28,206,78}). После возбуждения сжатого образца коротким световым импульсом и быстрой термализации все долины заселяются электронами одинаково, и только затем начинается их медленное перетекание в нижние долины. Таким образом, в системе долго (в масштабах времени образования ЭДЖ) существуют электроны двух типов: «горячие», т. е. находящиеся в верхних долинах, и «холодные». Для такой ферми-системы предсказываются очень интересные фазовые диаграммы, в частности, возможность расслоения жидкости на две фазы с разной относительной концентрацией горячих и холодных электронов ^{131,220-222}. Излучение, сопровождающее рекомбинацию дырок с горячими и холодными электронами в ЭДЖ в сжатых Ge и Si, обнаружено экспериментально ^{223,78,206}. Подтверждены и некоторые предсказания модели расслоения жидкости на две фазы ²²⁴. Однако вопрос требует более детальных исследований.

В первых экспериментах с одноосно сжатым Ge было обнаружено ⁵, что поведение ЭДЖ сильно зависит от степени однородности приложенного давления. Это связано с движением ЭДЖ в силовых полях, созданных неоднородными деформациями. Ширина запрещенной зоны полупроводника и, следовательно, энергия $e - h$ -пар зависят от деформации. Если деформация неоднородна, энергия меняется от точки к точке, и в кристалле возникает действующая на носители сила, в расчете на одну пару равная *)

$$f(\mathbf{r}) = -\text{grad } D_{ij}u_{ij}(\mathbf{r}), \quad (4.3)$$

где $u_{ij} = (1/2)(\partial u_i/\partial r_j + \partial u_j/\partial r_i)$ — тензор деформации, $\mathbf{u}(\mathbf{r})$ — смещение точки \mathbf{r} кристалла от положения равновесия, $D_{ij} = D_{ij}^{(e)} + D_{ij}^{(h)}$ — суммарный тензор деформационного потенциала электронов и дырок, вид которого определяется симметрией кристалла и хорошо известен для таких полупроводников, как Ge и Si ²²⁶.

Возникновение неоднородностей неизбежно при экспериментах с деформированными образцами. Для того чтобы достичь как можно большей степени однородности, используют специальные методики создания давления ^{218,27}. С другой стороны, имеется большое число экспериментальных работ, в которых неоднородная деформация создавалась специально. Это: 1) эксперименты по движению ЭДЖ в статических неоднородных полях; 2) эксперименты, в которых конфигурация поля давления с максимумом сдвиговой деформации внутри образца используется для получения и исследования так называемых больших ЭДЖ (или γ -ЭДЖ, в отличие от α -ЭДЖ в недеформированном полупроводнике); 3) эксперименты с ультразвуком.

*) (4.3) справедливо только для невырожденных зон. При использовании соотношений этого типа для Ge и Si необходимо учитывать многодолинность и расщепление валентной зоны, а также перенормировку деформационного потенциала в ЭДЖ (см., например, ²²⁵).

2) Движение ЭДЖ в статических неоднородных деформационных полях

Если сила (4.3) мало меняется на расстояниях порядка радиуса капель, они движутся без изменения формы с дрейфовой скоростью

$$v_d = \frac{f}{(m_e + m_h) \gamma}, \quad (4.4)$$

где $\gamma = \tau_p^{-1}$ — обратное время релаксации импульса ЭДЖ (п. а) гл. 5). Эксперименты с контролируруемыми градиентами деформации, в которых измеряется скорость движения капель, позволяют определить τ_p , важную характеристику ЭДЖ. Для получения неоднородных давлений применялись различные методики: использовались образцы с переменным перпендикулярным к оси приложенного давления сечением^{202, 227, 228, 178}, поршни в виде полусферы²⁰⁶⁻²⁰⁹ или призмы²²⁹. Скорость движения ЭДЖ измерялась по рекомбинационному излучению, регистрируемому со спектральным, временным (а в работах²⁰⁶⁻²⁰⁹ — и пространственным) разрешением.

Наиболее подробные исследования движения ЭДЖ проведены в недавних работах^{206, 209, 229} (в Ge) и²⁰⁷ (в Si). В^{207, 209} проверялось соотношение (4.4), исследовалась зависимость γ от температуры и скорости движения. Эти зависимости прекрасно объясняются, если предположить, что основной механизм релаксации импульса ЭДЖ — рассеяние носителей на тепловых фононах решетки (п. а) гл. 5). В²²⁹ исследовалось движение в градиентах деформации, которые должны были бы ускорять капли до сверхзвуковой скорости. Оказалось, что ЭДЖ в таких силовых полях разрушаются. Эксперименты не позволили однозначно установить, происходит ли это из-за их перегрева или из-за неустойчивости формы при приближении к звуковому барьеру. Мы рассмотрим обе возможности в гл. 5.³

3) Потенциальная яма, образованная неоднородной деформацией. Большие ЭДЖ

При контакте упругих тел разные компоненты их тензоров деформации по-разному зависят от расстояния до поверхности соприкосновения. Зонная структура Ge и Si чувствительна к определенным комбинациям компонент тензора деформации, и возможна конфигурация давления, при которой ширина запрещенной зоны минимальна в глубине образца²³⁰. При этом в нем возникает потенциальная яма, вблизи минимума которой энергия $e - h$ -пар имеет вид

$$E(\mathbf{r}) - E(\mathbf{r}_0) \propto (\mathbf{r} - \mathbf{r}_0)^2. \quad (4.5)$$

По порядку величины в экспериментах с Ge $\alpha \sim 10$ мэВ/мм²²³⁰.

Такая конфигурация давления оказалась удобной для многих опытов. В п. 2) гл. 4, б) упоминались работы^{206, 207, 209}, использующие ее для изучения движения ЭДЖ. Было исследовано также движение экситонов^{25, 231}. Помимо времени релаксации импульса экситонов, исследовалось (по пространственному профилю люминесценции) равновесное их распределение, оказавшееся больцмановским, $n_{ex}(\mathbf{r}) \propto \exp[-E(\mathbf{r})/k_B T]$, образование би-экситонов и их равновесие с экситонами.

Самая интересная возможность, связанная с потенциальной ямой в Ge, — образование в ней гигантской ЭДЖ (или γ -ЭДЖ) с радиусом вплоть до 0,5 мм*). γ -ЭДЖ были открыты²³² по альфвеновскому магнитоплазменному резонансу (п. ж) гл. 4), возможному только в едином проводящем объеме и невозмож-

*) В Si, по-видимому, одна большая капля на дне потенциальной ямы не образуется, и ЭДЖ существует в виде плотного облака мелких капель. На это указывают как эксперименты¹⁶³, так и теоретические оценки²³⁴ влияния фононного ветра (гл. 6).

ному в облаке мелких ЭДК. Эксперименты с большими каплями позволили исследовать энергетику ЭДЖ при больших однородных сжатиях ²³³. Если интенсивность непрерывного возбуждения невелика, то радиус ЭДК мал (скажем, 50 мкм), и она находится в области с незначительно меняющейся деформацией. Характерные для ЭДЖ в сжатом Ge уменьшенные плотность и энергия связи наблюдаются и в γ -ЭДК. Уменьшение n_i приводит, в соответствии с (3.25), к увеличению (на порядок) времени жизни τ_i . В экспериментах с однородным давлением это трудно наблюдать из-за поверхностной рекомбинации.

При возрастании интенсивности возбуждения размер γ -ЭДК увеличивается, и неоднородность деформации становится существенной. Потенциальная яма сжимает ЭДЖ (теоретически это явление рассмотрено в работе ²³⁵), что проявляется в уменьшении τ_i и уширении линии капельного излучения ²³³, уменьшении в процессе распада γ -ЭДК, созданной коротким импульсом, ее средней плотности ²³⁶. Степень сжатия определяется изотермической сжимаемостью ЭДЖ (см. примечание на стр. 15), которую благодаря этому можно измерить «механически».

Интересно поведение γ -ЭДК в магнитных полях. Это изменение формы вследствие рекомбинационного магнетизма (п. г) гл. 4), альфвеновский магнитоплазменный резонанс (п. ж) гл. 4), осцилляции плотности (п. г) гл. 4). Подробный обзор исследований γ -ЭДК содержится в ¹⁴.

4) [Ультразвук

Характер взаимодействия ультразвука с ЭДК зависит от соотношения между его длиной волны λ и радиусом ЭДК R . Если $\lambda \gg R$ (в Ge это диапазон частот $\omega \lesssim 10^9$ с⁻¹), капля в каждый момент времени находится в однородном силовом поле и движется, не изменяя формы. Движение сопровождается трением о решетку, рассеянием энергии и, следовательно, поглощением ультразвука ²³⁷. При малой интенсивности ультразвука

$$I = \rho S^3 \frac{u_0^2}{2} \ll I_0 = \frac{(m_e + m_h)^2 \rho S^7}{D^2} \sim 10 \text{ Вт/см}^2$$

(ρ — плотность полупроводника, S — скорость продольного звука, $u_0 = \text{Tr } u_{0ji}$ — амплитуда ультразвука; для оценки использованы значения $\rho = 5 \text{ г}\cdot\text{см}^{-3}$, $m_e + m_h \sim 10^{-27} \text{ г}$, $D \sim 10 \text{ эВ}$, $S \sim 5 \cdot 10^5 \text{ см}\cdot\text{с}^{-1}$, типичные для Ge) коэффициент поглощения пропорционален средней концентрации носителей в ЭДК $n = 4/3\pi R^3 n_i n_d$ ²³⁷:

$$\delta = n \frac{D^2}{\rho (m_e + m_h) S^5} \frac{\gamma \omega^2}{\gamma^2 + \omega^2}, \quad (4.6)$$

а скорость дрейфа капель вдоль направления распространения звука

$$V_d = S \frac{\omega^2}{\omega^2 + \gamma^2} \frac{I}{I_0}. \quad (4.7)$$

При больших интенсивностях $I \gg I_0$ капли полностью увлекаются ультразвуком: $V_d = S$.

Сильное поглощение ультразвука частоты $\omega \approx 10^9$ с⁻¹ ($\lambda \sim 30$ мкм) ЭДК в Ge было обнаружено экспериментально ^{238,239}. Температурная зависимость коэффициента поглощения удовлетворительно описывалась формулой (4.6) в предположении, что трение о решетку вызвано рассеянием носителей на тепловых фононах (п. а) гл. 5). Резкая зависимость γ от T при этом механизме затухания приводит к тому, что δ (4.6) имеет ярко выраженный максимум при температуре, соответствующей условию $\gamma(T) = \omega$. Это дает простой и надежный метод измерения τ_p . Подчеркнем, что в отличие от методов, описанных в п. б) гл. 4, 2), это измерения τ_p в недеформированном Ge. В ²⁴⁰ было

экспериментально доказано увеличение ЭДК ультразвуком в соответствии с (4.7).

Если $\lambda \sim R$, капля испытывает неоднородные воздействия и не только движется относительно решетки, но и изменяет форму. Взаимодействие ЭДК с ультразвуком при $\lambda \gtrsim R/10$ можно описать²⁴¹ при помощи уравнений гидродинамики несжимаемой жидкости. Ультразвук возбуждает капиллярные колебания капель с частотами²⁴²

$$\omega_j = \sqrt{\frac{\sigma j(j+2)(j-1)}{n_l(m_e + m_h)R^3}}, \quad (4.8)$$

где $j = 2, 3, \dots$ (случай $j = 1$ с $\omega_1 = 0$ соответствует рассмотренному выше движению без изменения формы). Обусловленный трением о решетку, а также внутренней вязкостью ЭДЖ, коэффициент поглощения вычислен в²⁴¹. Упрощенная задача, в которой вязкость ЭДЖ не учитывается, решена в⁸⁸. Коэффициент поглощения имеет широкие резонансы при частотах $\omega \cong \omega_j$. Поэтому ультразвуковые измерения можно использовать для механического определения коэффициента поверхностного натяжения ЭДЖ^{144, 88}.

Взаимодействие капель с коротковолновыми фононами ($\lambda \ll R$) описывается при помощи обычных формул для вырожденной $e-h$ -плазмы (см., например,²⁴³), необходимо только учесть неполное заполнение образца жидкостью. Доминирующим процессом является поглощение фононов, а рассеяние мало, так как описывается во втором порядке теории возмущений. Сечение поглощения носителями фононов σ_{ph} зависит от вида электронного спектра, деформационных потенциалов, волнового вектора и поляризации фононов. В простейшей изотропной модели (когда поглощается только продольный звук) оно равно

$$\sigma_{ph} = \frac{1}{8\pi} \frac{D^2 m^2 |\mathbf{k}|}{n_l \hbar^3 \rho S}, \quad \hbar |\mathbf{k}| < 2p_F. \quad (4.9)$$

Фононы с импульсами $\hbar |\mathbf{k}|$, превышающими $2p_F$, не поглощаются вследствие фермиевского вырождения ЭДЖ (этот вывод справедлив и для полупроводников с анизотропным спектром). При поглощении импульс фонона передается носителем. Потоки фононов, следовательно, создают в образце силовые поля; обусловленные этим явления будут рассмотрены в гл. 6. Экспериментально поглощение коротковолновых фононов каплями в Ge изучалось в^{258, 259} при помощи техники тепловых импульсов. Поглощение каплями в сжатом Ge монохроматических фононов с частотой ~ 3 мэВ исследовалось в²⁴⁴. С изменением давления меняется p_F ЭДЖ и, в соответствии с (4.9), σ_{ph} . Для генерации и регистрации фононов в²⁴⁴ применялись сверхпроводящие туннельные переходы.

в) Фотопроводимость в постоянном электрическом поле

Исследование фотопроводимости полупроводника при образовании в нем ЭДЖ позволяет получить самые разнообразные данные. В экспериментах этого типа постоянное электрическое поле в образце создается с помощью контактов или в $p-n$ -переходе. Было обнаружено^{7, 245, 246}, что с ростом интенсивности возбуждения, при достижении в образце Ge некоторой средней концентрации экситонов $\sim 10^{16}$ см⁻³, происходит резкое возрастание проводимости. Это связано²⁴⁶⁻²⁴⁹ с перколяционной проводимостью по металлическим ЭДК в условиях, когда еще не весь образец заполнен металлической жидкостью. Другое интересное явление²⁵⁰ обусловлено разрушением капель в сильном электрическом поле запятого $p-n$ -перехода или контакта металл — полупроводник. При этом на переходе регистрируются всплески тока; суммарный заряд в одном всплеске равен удвоенному числу $e-h$ -пар в ЭДК, и, измеряя его, можно определить размеры капли. Это явление исполь-

Зовалось для исследования (по порогам возникновения импульсов тока) газовой ветви фазовой диаграммы экситоны — ЭДЖ^{174,154}, распределения ЭДЖ по размерам²⁵¹, зависимости радиуса ЭДЖ от температуры и интенсивности возбуждения²⁵². Размещенные на поверхности образца контакты используются также при исследовании движения ЭДЖ — для регистрации прибытия капель в соответствующую область кристалла^{253–257*}). Гигантские импульсы тока при развале ЭДЖ на р-п-переходе были обнаружены также в Si²⁶⁰.

г) Магнитное поле

Поведение ЭДЖ в постоянном магнитном поле определяется как квантовыми эффектами, так и конечностью времени жизни носителей. Рассмотрим сначала квантовые эффекты. Они обусловлены квантованием движения носителей поперек магнитного поля — квантованием Ландау²⁶¹. При этом изменяются плотности состояний электронов и дырок и, в соответствии с (4.1), спектральная форма линии рекомбинационного излучения ЭДЖ^{196, 200}. В слабых магнитных полях $\hbar\omega_c^{(j)} \ll E_F^{(j)}$ (где $\omega_c^{(j)} = eH/m_{c,j}c$ — циклотронная частота носителя $j = e, h$ с циклотронной массой $m_{c,j}$), когда заселено много уровней Ландау, в ЭДЖ наблюдаются осцилляционные явления, аналогичные эффектам де Гааза — ван Альфена и Шубникова — де Гааза в металлах и связанные с уменьшением числа заполненных уровней Ландау при возрастании H . Были обнаружены осцилляции интегральной интенсивности^{197,158,198} и поляризации²⁶² рекомбинационного излучения ЭДЖ, ширины линии ЭДЖ¹⁹⁹, времени жизни ЭДЖ²⁰³, интегрального поглощения в далекой ИК области спектра²⁶³, коэффициента поглощения ультразвука²⁶⁴, а также скорости увлечения ЭДЖ фоновым ветром ЭДЖ в Ge, а также осцилляции подтвердило металлическую природу ЭДЖ в Ge, а также позволило независимо определить плотность ЭДЖ — так как период осцилляций по обратному полю пропорционален энергии Ферми. Теоретически поведение ЭДЖ в магнитных полях $k_B T < \hbar\omega_c^{(j)} \ll E_F^{(j)}$ исследовалось в²⁶⁵.

Наиболее интересные квантовые эффекты должны происходить в ЭДЖ в сверхсильных магнитных полях $\hbar\omega_c^{(j)} \gg E_F^{(j)}$, когда заселены только нижние электронный и дырочный уровни Ландау (ультраквантовый предел). Для обычного вещества ультраквантовый предел достигается в полях $\sim 10^9$ Э, возможных только в астрофизических условиях (например, на поверхности нейтронных звезд). В случае ЭДЖ характерный масштаб энергий (10^{-2} — 10^{-3}) Ry, масс — (0,1–0,3) m_0 , и достижимых в лабораторных условиях полей $\sim 10^5$ Э может оказаться достаточно для экспериментального исследования поведения кулоновской системы в этих экстремальных условиях^{***}). В таких полях система носителей становится квазиодномерной (движение поперек магнитного поля заморожено), и равновесные свойства ЭДЖ асимптотически точно описываются в модели полупроводника с сильно анизотропным спектром^{128,127} (п. 6) гл. 3, 2)). Перечислим вкратце некоторые предсказания этой теории, подробно описанной в^{269,270}. ЭДЖ в сверхсильных магнитных полях должна самосжиматься: $n_l^0(H) \sim a_{ex}^{-3} \tilde{H}^{8/7} \gg a_{ex}^{-3}$ (здесь $\tilde{H} = \hbar^3 \epsilon_0^2 H / e^3 m_r^2 c$), а ее энергия связи — расти: $E_l^0(H) \sim E_{ex} \tilde{H}^{2/7} \gg E_{ex}$ ^{128,127}. Это относится и к параметрам критической точки: $n^c(H) \sim 0,05 \tilde{H}^{8/7} a_{ex}^{-3}$, $k_B T^c(H) \sim$

*) Для этого использовались также сверхпроводящие болометры^{257–259}.

**) Эти эксперименты проводились в Ge. Осцилляции (при $H < 30$ кЭ) обусловлены легкими электронами. В²⁶⁶ были обнаружены осцилляции (при $H \parallel \langle 111 \rangle \sim 160$ кЭ), обусловленные дырочными уровнями Ландау. Слабые осцилляции интенсивности линии ЭДЖ наблюдались также в Si²⁶⁷.

***) В Ge предпоследний дырочный уровень Ландау опустошается при $H_{KR} \sim 2 \cdot 10^6$ Э. В сильно одноосно сжатом Ge H_{KR} должно уменьшаться почти на порядок²⁶¹. $H_{KR} \sim 10^5$ – 10^6 Э в сильно анизотропных полярных полупроводниках — халькогенидах свинца и олова²⁶⁸.

$\sim 0,1\tilde{H}^{2/7} E_{\text{ex}}^{271}$. В диапазоне плотностей $n_l^0(H) < n < a_{\text{ex}}^{-3}\tilde{H}^{4/3}$ однородное состояние $e-h$ -плазмы неустойчиво относительно образования волны плотности с волновым числом $2p_F/\hbar$, при этом в спектре одночастичных возбуждений системы должна возникать диэлектрическая щель²⁷³. При $m_e \neq m_h$ амплитуды волн плотностей электронов и дырок различны, и должна образовываться волна зарядовой плотности²⁷³. Отметим, что с ростом магнитного поля возрастает и энергия связи экситона $E_{\text{ex}}(H) \sim (E_{\text{ex}}/2) \ln^2 \tilde{H}$ ²⁷², поэтому образование металлической ЭДЖ становится энергетически выгодным только в очень сильных полях $\tilde{H} > 10^7$ (т. е. даже для полупроводников с $m_T \sim 0,01 m_0$ и $\epsilon_0 \sim 100$ при $H > 10^8$ Э)²⁷⁰. Высказывается предположение, что в меньших магнитных полях возможно образование диэлектрической ЭДЖ²⁷⁰. Однако в полярных полупроводниках, благодаря взаимодействию с продольными оптическими фононами (п. 4) гл. 3, б)), металлическая ЭДЖ должна быть выгодна при всех значениях магнитного поля²⁶⁸.

Имеются и другие интересные теоретические предсказания для ультраквантового предела (см. в обзорах^{40,270}). Экспериментально поведение ЭДЖ в ультраквантовом пределе пока не исследовано. Некоторый рост плотности (в 4 раза) и энергии связи (в 2 раза) ЭДЖ в Ge был обнаружен при $H \sim 1,9 \cdot 10^5$ Э²⁰¹, которое еще не является сверхсильным для Ge. Была обнаружена также стабилизация магнитным полем $H \sim 20-50$ кЭ ЭДЖ в InSb²⁷⁴, в качественном согласии с предсказаниями работ^{128,127}.

Интересное магнитное явление обусловлено конечностью времени жизни носителей в ЭДЖ: рекомбинационный магнетизм²⁷⁵. Для пополнения рекомбинировавших носителей в капле устанавливается ток электронов и дырок (от поверхности к центру). В магнитном поле эти токи отклоняются, капля приобретает парамагнитный момент. Форма ее при этом меняется²⁷⁶⁻²⁷⁹. Если внешний поток экситонов на ЭДЖ изотропен, она уплощается. Но при определенных неизотропных условиях возбуждения она может вытянуться вдоль направления \mathbf{H} ²⁷⁸. Это было проверено экспериментально на γ -каплях в Ge²⁷⁹.

д) СВЧ методы

Весьма плодотворными для исследования конденсации экситонов оказались методы с применением сверхвысокочастотных электромагнитных полей^{42, 280,281,14}. Основные достоинства этих методов — высокая чувствительность даже к малым ($\sim 10^{10}$ см⁻³) концентрациям свободных носителей, возможность исследовать воздействие магнитной и электрической компонент полей по отдельности. В экспериментах этого типа исследуется изменение поглощения СВЧ излучения, возникающее при оптическом возбуждении образца и связанное с изменением мнимой части поляризуемости при образовании ЭДЖ и окружающего их газа свободных носителей. (Хотя плотность экситонов вокруг ЭДЖ и превосходит обычно на много порядков плотность носителей, их вклад в поляризуемость мал.) Изменение действительной части поляризуемости приводит к сдвигу частоты резонатора (расстройке) и также может быть измерено экспериментально.

ЭДЖ в Ge образуется обычно в виде облака (с радиусом $R_{cl} \sim 1$ мм) капель с радиусами $R = 2-10$ мкм, окруженных свободными носителями и экситонами. Диэлектрическая проницаемость ЭДЖ или газа свободных носителей на частоте СВЧ поля ω в приближении Друде равна

$$\epsilon_j(\omega) = \epsilon_0 \left(1 - \frac{\omega_{p,j}^2}{\omega(\omega + iv_j)} \right) \equiv \epsilon_0 (\epsilon_j' + i\epsilon_j''), \quad (4.10)$$

где $\omega_{p,j} = \sqrt{4\pi e^2 n_j / \epsilon_0 m_j}$, n_j и v_j — плазменная частота, плотность и частота столкновений в ЭДЖ ($j = l$) и газе свободных носителей ($j = c$). Как для облака носителей, так и для отдельной ЭДЖ в СВЧ диапазоне выполняются

условия применимости релеевского предела задачи Ми об изотропном проводящем шаре в переменном электромагнитном поле ²⁸² $k_0 r_j \ll 1$, $|k_j r_j| \ll 1$ (здесь $k_0 = \omega \sqrt{\epsilon_0}/c$, $k_j = \frac{\omega \sqrt{\epsilon_j}}{c}$, $r_l \equiv R$, $r_c \equiv R_{cl}$). В этом случае основным в электрической компоненте СВЧ поля является электродипольное (Е1) поглощение, в магнитной — магнитодипольное (М1). Сечения поглощения каплей ЭДЖ или облаком носителей равны

$$\sigma_{E1}^{(j)} = \frac{12\pi k_0 r_j^3 \epsilon_j''}{(\epsilon_j' + 2)^2 + (\epsilon_j'')^2}, \quad (4.11)$$

$$\sigma_{M1}^{(j)} = \frac{12\pi}{15} k_0^3 r_j^5 \epsilon_j''. \quad (4.12)$$

Для получения сечения поглощения всеми каплями надо умножить $\sigma^{(j)}$ на число капель в облаке $(4/3)\pi R_{cl}^3 n_d$. Оценки по формулам (4.11) — (4.12) с $\omega = 10^8 - 10^{11}$ с⁻¹, $v_l \sim 10^{11}$ с⁻¹, $v_c \sim 10^9$ с⁻¹, $n_c \sim 10^{11}$ см⁻³, $n_d \sim 10^5$ см⁻³ (типичными для Ge при $T \sim 2$ К) приводят к следующим выводам: 1) в электрической компоненте поля основной вклад в СВЧ поглощение вносит свободные носители ($\sigma_{E1}^{(e)} \gg \sigma_{E1}^{(i) \cdot 4/3 \pi \cdot R_{cl}^3 n_d$); 2) М1 поглощение на носителях мало; 3) М1 поглощение на каплях сильно превосходит Е1 поглощение на каплях (поскольку $|\epsilon_l| \gg 1$) и для достаточно больших ЭДК с $R \sim 10^{-3}$ см может по порядку величины соответствовать Е1 поглощению на свободных носителях. (Подробно вопрос о СВЧ поглощении, а также расстройке проанализирован в ²⁸³.)

Итак, СВЧ методы чувствительны прежде всего к газу свободных носителей. Поскольку последние находятся в равновесии с ЭДК и экситонами, их поведение дает обширную информацию о всей системе в целом. Например, временная зависимость концентрации носителей при самых низких температурах, когда их основной источник — выброс оже-носителей из ЭДК, позволяет оценить длину свободного пробега горячих носителей в ЭДК ^{167, 280, 284}. По температурной зависимости n_c при более высоких температурах, когда превалирует тепловое испарение из ЭДК,

$$n_c \sim n_{c, iT} \propto (k_B T)^{3/2} \exp\left(-\frac{E_l}{2k_B T}\right), \quad (4.13)$$

можно определить энергию связи ЭДЖ ^{285, 286}.

СВЧ поглощение приводит к нагреву свободных носителей. При этом возрастает вероятность ударной ионизации экситонов и, начиная с некоторой пороговой мощности СВЧ, становится возможным пробой экситонного газа. В присутствии ЭДК пробой имеет характерный пичковый вид: образовавшиеся при пробое свободные носители быстро, за времена порядка $(4\pi R^2 n_d v_{c, T})^{-1} \sim 10^{-7}$ с ($v_{c, T} = \sqrt{k_B T_c/m} \sim 10^7$ см·с⁻¹ — средняя скорость носителей) захватываются каплями. Это явление наблюдается как в непрерывном ²⁸⁷, так и импульсном ¹⁶⁷ СВЧ поле. В ¹⁶⁷ была развита теория, объясняющая основные закономерности пичкового пробоя экситонов.

Эффект импульсного СВЧ пробоя стал эффективным методом исследования системы капли — носители — экситоны ^{280, 281}. В ¹⁶⁷ по данным о пробое была оценена концентрация капель и их радиус, в ^{167, 204} определено время жизни ЭДЖ, совпадающее с данными по кинетике рекомбинационного излучения, в ²⁸⁸ — время жизни свободных носителей и зависимость вероятности ударной ионизации экситонов от СВЧ мощности. Метод позволил также ¹⁷¹ исследовать временную зависимость плотности экситонов при низких температурах и больших по сравнению с τ_l задержках относительно возбуждающего импульса (когда рекомбинационное излучение экситонов из-за их малого числа экспериментально не регистрируется). При СВЧ мощности, сильно превышающей пороговую, плотность свободных носителей в максимуме пробоя совпадает с плотностью экситонов к моменту включения СВЧ поля.

Меняя временную задержку СВЧ импульса относительно импульса возбуждения, можно восстановить зависимость плотности экситонов от времени. Оказалось¹⁷¹, что длительное время после импульса возбуждения плотность экситонов в облаке практически постоянна и равна $n_{ex,T}$ (3.22) (см. рис. 5). Это объясняется испарением экситонов из ЭДК и типично для фазового перехода газ — жидкость.

Нагрев и увеличение концентрации свободных носителей в СВЧ поле влияют на объем и температуру ЭДК, поскольку меняется поток носителей на капли и приносимая ими энергия^{179,170,289}. Особенно заметно это влияет на зародышеобразование и приводит к сдвигу порогов возникновения ЭДЖ¹⁷⁰. Кроме того, при релаксации носителей генерируется фоновый ветер (гл. 6), достаточный для выброса капель на поверхность образца²⁹⁰. Другое следствие вносимых СВЧ полем возмущений — возникновение флуктуаций СВЧ проводимости^{291,169}. Причины этого к настоящему времени однозначно не установлены, хотя очевидно, что в сложной, обладающей нелинейными связями системе *носители — экситоны — капли* возможно возникновение автоколебательных и автоволновых процессов. Некоторые возможности проанализированы в^{292–295,169}.

Относительно большое магнитодипольное поглощение каплями позволяет, в принципе, измерить ϵ_i' и связанную с ней проводимость ЭДЖ^{296,276,14}. Однако исследования кинетики поглощения в магнитной компоненте СВЧ поля показали^{297,298}, что в экспериментах с недеформированным Ge регистрируется поглощение на свободных носителях. Это позволило оценить сверху проводимость ЭДК²⁹⁷. В случае с γ -ЭДК (п. 3 гл. 4, б)) ситуация обратная. В²⁹⁹ была определена проводимость γ -ЭДК, зависимость ее от температуры и концентрации примесей.

е) ИК методы

1) Зондирование ЭДК электромагнитным излучением в далекой ИК области спектра ($\lambda = 10^{-3} - 10^{-1}$ см) — исторически один из первых способов их исследования. В спектре поглощения фотовозбужденного Ge был обнаружен⁴ широкий резонанс вблизи $\hbar\omega = 9$ мэВ ($\lambda = 140$ мкм), объясняющийся плазменным резонансом на частоте $\omega_p/\sqrt{\epsilon}$ в ЭДК, размеры которых малы по сравнению с длиной волны излучения в образце $\lambda_0 = \lambda/\sqrt{\epsilon_0}$. Действительно, при $R \ll \lambda_0$ сечение поглощения ЭДК с диэлектрической проницаемостью (4.10) описывается формулой (4.11), которую легко привести к виду

$$\sigma_{E1}^{(l)} = \frac{4}{3} \pi R^3 \hbar_0 \frac{\omega_p^2 v_l \omega}{[\omega^2 - (\omega_p^2/3)]^2 + \omega^2 v_l^2} \quad (4.14)$$

По экспериментальному значению ω_p авторы⁴ впервые (и весьма точно) определили плотность ЭДЖ в Ge. Простая формула (4.14) плохо описывала поглощение в коротковолновой и длинноволновой частях спектра. Это связано прежде всего с тем, что формула Друде (4.10) непригодна для ЭДЖ в Ge при $\hbar\omega \sim 3-40$ мэВ, когда существенны переходы между зонами легких и тяжелых дырок^{300–304,187}. В этих работах учитывались также старшие члены в разложении Ми: релеевский предел (4.11) отказывает для ЭДК с радиусами $R > 2$ мкм. Сравнение с экспериментами позволило уточнить значение n_l ^{300,302,303}, v_l в ИК области спектра ($\sim 4 \cdot 10^{12}$ с⁻¹^{300,187}, 10^{12} с⁻¹³⁰⁴), обнаружить увеличение размеров ЭДК с ростом накачки^{187,304}, с ростом концентрации мелких примесей¹⁸⁷. Наконец, авторы¹⁸⁷ пришли к выводу, что при $T = 1,5-2$ К в Ge имеется распределение капель по размерам (распределение Юнге^{*}). ИК поглощение исследовалось также на γ -ЭДК в неод-

^{*}) Примерно аналогичные результаты для импульсного возбуждения получены¹⁸⁸ методом рассеяния света (п. 2), гл. 4, е).

породно сжатом Ge³⁰⁵. Плазменный резонанс на ЭДК был обнаружен и в Si³⁰⁶.

В заключение укажем, что исследование поглощения и фотопроводимости в субмиллиметровой области (т. е. в диапазоне $\hbar\omega \sim E_{ex}$) является прямым и очень чувствительным способом исследования спектра и концентрации свободных экситонов (см., например, ⁴²). Этот метод позволил исследовать газовую ветвь фазовой диаграммы экситоны — ЭДЖ в области низких температур в Ge^{156,58}.

2) *Ближний ИК диапазон.* ЭДК, показатель преломления которых отличается от показателя преломления кристалла, представляют собой оптические неоднородности, рассеивающие и поглощающие свет, длина волны которого находится в диапазоне прозрачности полупроводника. При исследовании ЭДК в Ge обычно используется излучение He — Ne лазера с $\lambda = 3,39$ мкм. Рассеяние — наиболее прямой метод исследования макроскопической структуры ЭДЖ. По угловому распределению интенсивности рассеянного света (описываемому теорией Релея — Ганса³⁰⁷) определяют радиус ЭДК. При одновременном измерении поглощения света определяют также концентрацию капель и плотность ЭДЖ. Впервые рассеяние света каплями в Ge было обнаружено в ³⁰⁸. Рассеяние возникло одновременно с рекомбинационным излучением ЭДЖ, что стало важным аргументом в пользу образования капель. Впоследствии метод использовался для определения концентраций и радиусов капель^{172,309–312}, пространственного распределения капель^{311,312}, распределения ЭДК по размерам¹⁸⁸, поверхностного натяжения ЭДЖ⁸³, исследования кинетики конденсации и гистерезисных явлений¹⁶⁶, движения капель^{190,313–315}, а также γ -ЭДК³¹⁶ *). Подробное обсуждение этого метода см. в ^{317,42}. Добавим, что сдвиг частоты рассеянного света зависит (благодаря эффекту Доплера) от распределения скоростей капель в капельном облаке. В ³¹⁸ был разработан интерференционный метод измерения скорости капель.

Сечение поглощения носителями в ЭДК в Ge в диапазоне $\lambda \sim 3-4$ мкм³¹⁹ сильно превосходит значения, полученные в приближении Друде. Это связано³²⁰ с переходами из зоны тяжелых дырок в зону, отщепившуюся из-за спин-орбитального взаимодействия. Сечение поглощения при $\lambda = 10,6$ мкм³²¹ $\sim 2 \cdot 10^{-16}$ см² также превосходит поглощение в модели свободных носителей. При поглощении ИК излучения ЭДК нагреваются. В ³²² было зарегистрировано (по росту скорости разлета ЭДК из области возбуждения) увеличение генерируемого фононного ветра (гл. 6) под действием непрерывного излучения $\lambda = 2,1$ мкм. Поведение ЭДК под действием мощного импульсного излучения $\lambda = 10,6$ мкм (СО₂-лазер) исследовалось в ^{323,324}. Были обнаружены испарение ЭДК и их последующая реконденсация. С увеличением интенсивности излучения число повторно сконденсировавшихся носителей уменьшалось, что объясняется выносом части $e - h$ -пар на поверхность образца фононным ветром и их быстрой рекомбинацией.

Одно из первых указаний на образование ЭДК в Ge было получено³ по изменению спектра поглощения на пороге прямых междузонных переходов ($\hbar\omega = 0,88-1$ эВ); подробное теоретическое рассмотрение этого эффекта приведено в ³²⁵.

ж) Магнитоплазменные СВЧ и ИК явления

К описанным выше методам близко примыкают СВЧ и ИК методы в постоянном магнитном поле. Прежде всего это циклотронный резонанс на окружающих капли свободных носителях, по которому была исследована кинетика распада малых и больших ЭДК^{153,286}, плотность и частота столкновений в газе носителей у поверхности γ -ЭДК²⁸⁶. В ³²⁶ циклотронный резонанс на

*) В частности, исчезновение рассеяния стало важным аргументом в пользу образования одной большой ЭДК в неоднородно сжатом Ge³¹⁶.

свободных носителях фиксировался не обычным способом, по СВЧ поглощению, а по интенсивности капельного рекомбинационного излучения.

Много экспериментальных работ посвящено исследованию магнитоплазменных резонансов на ЭДК в Ge (в дальнейшем ИК и субмиллиметровом диапазоне ^{263, 327-330}, на СВЧ ^{331, 332}). В постоянном магнитном поле диэлектрическая проницаемость ЭДЖ является гиротропным тензором. Поэтому теория Ми неприменима. Имеются и дополнительные трудности: сложный зонный спектр Ge и изменение формы капель в магнитном поле. В случае малых капель (при k_0R , $|kR| \ll 1$), однако, можно считать, что и электрическое и магнитное поля однородны в пределах капли. Это упрощает теоретический анализ и дает возможность учесть как анизотропию эффективных масс электронов ³³³, так и изменение формы капель ^{333, 334}. Из сравнения теории с экспериментом ³³⁴ была определена плотность носителей в ЭДК, зафиксирован ее рост с ростом магнитного поля, определена частота столкновений в ЭДЖ в зависимости от частоты поля, а также величина перенормировки масс носителей в ЭДЖ. По магнитодипольным резонансам в субмиллиметровой области ³²⁹, более чувствительным к форме капель, была определена степень сплюснутости ЭДК в полях 10—20 кЭ.

В работах ^{232, 335, 336} исследовался альфвеновский размерный СВЧ резонанс на γ -ЭДК в сжатом Ge. Исследования ^{232, 335} и привели к открытию гигантских капель. Альфвеновские волны — это электромагнитные циркулярно поляризованные волны, которые могут распространяться в компенсированной плазме вдоль направления сильного магнитного поля H . Закон дисперсии альфвеновской волны в безграничной среде при $v_l \ll \omega \ll \omega_c$ имеет вид ²³²

$$\omega = \frac{Hk}{\sqrt{4\pi n_l (m_e + m_h)}}. \quad (4.15)$$

Если электромагнитная волна возбуждает в шаре альфвеновские волны, при $kR > 1$ возможно возникновение резонансов, отвечающих возбуждению в шаре целого числа стоячих волн. Резонансное магнитное поле H_{res} пропорционально R ; в ^{335, 336} по сдвигу H_{res} в зависимости от задержки относительно импульса накачки была исследована кинетика спада радиуса γ -ЭДК и ее время жизни. Теоретический анализ здесь гораздо сложнее, чем в случае магнитодипольных резонансов, так как требует выхода за рамки релеевского предела. Однако все эксперименты с альфвеновскими резонансами проводились на таких частотах, что $k_0R \ll 1$. Для такого случая в ³³⁷ построена асимптотически точная схема численного расчета, использованная в ³³⁸ для вычисления коэффициента СВЧ поглощения γ -ЭДК в Ge.

5. ДВИЖЕНИЕ ЭДК

ЭДК могут передвигаться по кристаллу под действием неоднородных деформаций ⁵, ультразвука ^{237, 238}, фононного ветра ^{190, 191}, электрических полей ⁸⁹, неоднородных магнитных полей ^{8, 339}, градиентов концентрации экситонов ^{340, 189}, потоков электронов и дырок ¹⁴⁰, светового давления ¹⁸⁷. Это обеспечивается, с одной стороны, высокой чувствительностью электронной системы к этим воздействиям, с другой — относительно малым трением ЭДЖ о решетку, подавленным фермиевским вырождением носителей в жидкости.

а) Механизмы трения

Основной механизм трения в чистом неполярном полупроводнике — испускание и поглощение носителями акустических фононов, описывающееся методом деформационного потенциала (п. б) гл. 4) *). Величина трения зависит

*) В полярных полупроводниках имеется конкурирующее пьезоэлектрическое взаимодействие с фононами; его вклад в трение рассмотрен в ³⁴¹.

от скорости движения капли v_d и температуры. При $v_d \ll S$ (S — скорость продольного звука в полупроводнике) трение является вязким и сила трения пропорциональна v_d . Кинематический коэффициент трения, равный обратному времени релаксации импульса τ_p^{-1} , вычислен в ^{8,237} для простейшего случая изотропных невырожденных зон:

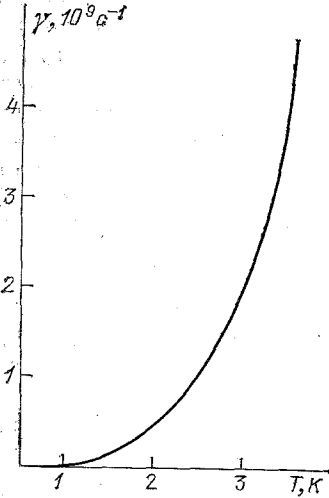


Рис. 14. Зависимость обратного времени релаксации импульса ЭДЖ в Ge от температуры ²³⁷

$$\gamma = \tau_p^{-1} =$$

$$= \frac{2}{3(2\pi)^2} \frac{m_e^2 D_e^2 + m_h^2 D_h^2}{\hbar^2 (m_e + m_h) \rho S} \left(\frac{k_B T}{\hbar S} \right)^5 \int_0^{\xi_0} d\xi \cdot \xi^5 \frac{\exp \xi}{(\exp \xi - 1)^2}, \quad (5.1)$$

где $\xi_0 = \tilde{T}/T$, $k_B \tilde{T} = 2p_F S$ (в Ge, $\tilde{T} \sim 13$ K). Температурная зависимость γ аналогична зависимости сопротивления металла: при $T \ll \ll 0,1$ $\tilde{T}\gamma \propto T^5$, а при возрастании температуры выходит на линейную зависимость $\gamma \propto T$ (рис. 14).

Формула (5.1) удовлетворительно описывает трение капель в Ge и Si ^{238,209}. Можно было бы ожидать сильной экранировки деформационного потенциала в ЭДЖ, а также влияния кристаллической анизотропии. Однако детальные расчеты ^{342,225} показывают, что γ отличается от (5.1) лишь множителем ~ 2 . В примесных полупроводниках помимо фоновой возможна релаксация импульса капли на примесях; вклад этого процесса в γ вычислен в ³⁴¹. Добавим, что исследования гистерезисных явлений и диффузии ЭДЖ в Ge указывают ^{180,343} на существование у ЭДЖ трения покоя, которое объясняется, например, связыванием ^{344,345} капли с примесями.

б) Д в и ж е н и е с о с к о р о с т я м и , б л и з к и м и к с к о р о с т и з в у к а

Экспериментально регистрировалось движение ЭДЖ в Ge со скоростями вплоть до скорости продольного звука ²⁵⁷. Могут ли капли преодолеть звуковой барьер? Этому препятствуют по крайней мере три обстоятельства: возрастание трения, перегрев и неустойчивость формы капель.

Зависимость трения от скорости движения капли теоретически рассмотрена в ^{346,342,347}. При приближении v_d к S растет средний импульс излучаемых фононов, а с ним и коэффициент трения. Наиболее сильно трение возрастает при $v_d > S$. Кроме того, при $v_d > S$ начинается когерентное излучение звука каплей, аналогичное черенковскому. Оно приводит к резкому включению торможения излучением ^{347,348}. Поэтому для ускорения капель до сверхзвуковых скоростей нужны весьма значительные и трудно достижимые на опыте силы.

В кристаллах в силу анизотропии капля может излучать черенковские поперечные фононы при $v_d > S_t$ (S_t — скорость поперечного звука). Сила торможения для кубического кристалла вычислена в ³⁴⁹; она гораздо меньше силы, обусловленной излучением продольных фононов при $v_d > S$ и, по-видимому, не препятствует достижению скоростей $v_d > S_t$ ³⁴⁹.

Некогерентное испускание и поглощение акустических фононов носителями изменяет внутреннюю энергию ЭДЖ ⁸ и может приводить к перегреву движущейся капли. Однако при $v_d < S$ этот перегрев в общем незначителен ³⁵⁰.

$$1 - \frac{v_d}{S} < \frac{T}{T_0} < 1 + \frac{v_d}{S}, \quad (5.2)$$

где T — температура капли, T_0 — полупроводника. ЭДК может даже охлаждаться благодаря усиленному при движении испусканию фононов³⁵¹. Перегрев, как и трение, начинает сильно расти только при $v_d > S$ ³⁵¹. Наиболее существенным препятствием для преодоления каплями звукового барьера является, по-видимому, неустойчивость формы капли при $v_d \rightarrow S$ ^{348,352}. При движении собственное деформационное поле ЭДК (п. в) гл. 5) создает в капле напряжения, стремящиеся сплющить ее вдоль направления скорости. При приближении к звуковому барьеру сплющивание должно расти неограниченно (если не разовьется какой-либо неустойчивости).

Трение при движении ЭДК с большими скоростями в Si экспериментально исследовалось в²⁰⁷. Вплоть до $v_d = 0,9S$ его зависимость от v_d хорошо описывалась некогерентным взаимодействием с акустическими фононами. При дальнейшем возрастании разгоняющей ЭДК силы скорость насыщалась, что указывало, по-видимому, на возникновение черенковского излучения. В работе²²⁹ наблюдался распад ЭДК в Ge в силовых полях, которые должны были бы вызывать сверхзвуковое движение капель. Однако связано ли это с перегревом или с неустойчивостью формы, пока не установлено.

в) Собственное деформационное поле ЭДК.
Перенос массы движущейся каплей

Капля, макроскопический сгусток неравновесных носителей, деформирует вокруг себя полупроводник. О двух связанных с этим эффектах уже говорилось выше: черенковском излучении звука при движении со сверхзвуковой скоростью³⁴⁷⁻³⁴⁹ и изменении формы движущейся капли^{348,352}. Кроме того, у капли возникает добавочная деформационная масса³⁴⁷; неравномерно движущаяся капля излучает звук и при $v_d < S$ ³⁴⁷. Ряд эффектов связан с анизотропией упругих свойств решетки: изменение формы неподвижной капли³⁵³, притяжение капель к поверхности полупроводника^{354,355}, взаимодействие между каплями³⁵⁵. Все эти эффекты описываются в рамках классической механики при помощи лагранжиана

$$L = L_0 + L_d + L_{int}, \tag{5.3}$$

где (в изотропном случае)

$$L_0 = \int d^3r \left[\frac{\rho}{2} \left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} \right)^2 - \frac{\mu}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial r_j} \right)^2 - \frac{\lambda + \mu}{2} (\text{div } \mathbf{u})^2 \right] \tag{192}$$

— лагранжиан полупроводника, λ и μ — коэффициенты Ламэ, L_d — лагранжиан капли, $L_{int} = -D \int n_l(\mathbf{r}, t) \text{div } \mathbf{u} d^3r$, а плотность носителей в капле $n_l(\mathbf{r}, t)$ явно зависит от координат центра масс капли \mathbf{r}_d и ее формы $R(\mathbf{r} - \mathbf{r}_d)$. Варьируя действие для (5.3) по \mathbf{u} , R и \mathbf{r}_d , легко получить уравнения для собственного поля и формы капли и уравнение движения капли. Мы не имеем возможности подробно рассмотреть перечисленные выше эффекты. Остановимся лишь на вопросе о переносе массы капель, не получившем пока подробного освещения в литературе.

Масса составляющих каплю носителей является эффективной и движение ее — перенос запасенной носителями энергии возбуждения — не сопровождается реальным переносом вещества²⁰ (аналогично ситуации с экситонами³⁸). На первый взгляд ситуация меняется, если учесть перемещение вслед за каплей ее поля деформации — области сжатия или растяжения решетки (в зависимости от знака D).

В изотропной модели деформационное поле капли продольно ($\text{rot } \mathbf{u} = 0$) и удовлетворяет уравнению^{351,348}

$$\left(\Delta - \frac{1}{S^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) \mathbf{u} = -\frac{D}{\rho S^2} \text{grad } n_l(\mathbf{r}, t). \tag{5.4}$$

Неподвижная сферическая капля с радиусом R вызывает деформацию

$$u \equiv \operatorname{div} \mathbf{u} = \begin{cases} -\frac{Dn_l}{\rho S^2}, & r < R, \\ 0, & r > R. \end{cases} \quad (5.5)$$

В Ge $D < 0$ и плотность кристалла внутри капли уменьшается на величину $\delta\rho/\rho = -u \sim -10^{-6}$. Энергия $e - h$ -пары уменьшается при такой деформации всего на $\sim 10^{-2}$ мэВ. С другой стороны, $\rho S^2 a_0^2 \sim 1 \text{ Ry}$ и $D \sim 1 \text{ Ry}$ (a_0 — постоянная решетки), поэтому $|\delta\rho/\rho| \sim a_0^{-3} n_l$. Другими словами, каждая $e - h$ -пара выталкивает (или втягивает при $D > 0$) из области, занятой каплей, примерно один атом полупроводника. При движении ЭДК пары «увлекают» за собой эти лишние атомы (или вакансии). Это видно из вытекающего из (5.4) выражения для импульса деформационного поля движущейся со скоростью v_d капли:

$$\Pi = \frac{1}{1 - (v_d^2/S^2)} \frac{Dn_l}{\rho S^2} \frac{4}{3} \pi R^3 \rho v_d. \quad (5.6)$$

Почему же столь большая переносимая каплей масса (реального вещества!) не чувствуется в экспериментах по движению капель? Для ответа на этот вопрос надо рассмотреть возникновение потока массы (5.6) при разгоне капли до скорости v_d . Оказывается, в течение всего времени, пока капля движется с ускорением, она излучает звук таким образом, что суммарный перенос массы всем кристаллом точно равен нулю. Излучение звука приводит к перенормировке массы ЭДК (как раз на упомянутую выше деформационную массу) и торможению излучением. Деформационная масса является эффективной: она входит в уравнение движения капли и не связана с переносом вещества.

6. ФОНОННЫЙ ВЕТЕР

ЭДЖ в Ge образуется в виде облака капель с $R < R_m \sim 10 - 20 \text{ мкм}$ ^{172, 166}, средняя плотность которого не меняется с ростом интенсивности возбуждения, а размеры увеличиваются^{356, 311, 312}. Механизм образования облака — не диффузионный, что особенно ярко видно при импульсном поверхностном возбуждении, когда возникает быстро движущийся в глубь полупроводника слой ЭДК³¹³. Это движение, продолжающееся несколько мкс, заканчивается на расстоянии нескольких мм от возбуждаемой поверхности. Большое трение о решетку ($\tau_p \sim 10^{-9}$ с) исключает свободное баллистическое движение капель и указывает на существование каких-то увлекающих капли силовых полей. В работах^{190, 191} эти явления были объяснены действием фонованого ветра — потоков рождающихся при генерации и рекомбинации носителей неравновесных фононов. Поглощаясь носителями, фононы создают в полупроводнике силовые поля, влияющие на пространственное распределение ЭДЖ.

Модель фонованого ветра была быстро подтверждена экспериментально. Было показано, что ЭДК передвигаются на макроскопические расстояния под действием фононов различного происхождения^{190, 253, 258, 256}. Измерения распределения скоростей капель при поверхностном стационарном возбуждении подтвердили недиффузионный характер движения ЭДК^{318, 322, 357}. Было установлено, что именно фонованый ветер ответствен за образование облака ЭДК^{314, 358 - 361, 187, 254 - 256}. В работах^{314, 358, 359} были исследованы стадии эволюции облака при импульсном возбуждении (рис. 15) и определены усредненные характеристики фонованого ветра. В^{362, 205, 208, 209} обнаружена резкая анизотропия облака, созданного поверхностным остро сфокусированным возбуждением, объясняющаяся неизотропностью силы, действующей со стороны фонованого ветра (в том числе фокусировкой фононов), — рис. 16. Форма облака может искажаться вблизи дислокаций³⁶³, изотропизуется при увеличении концентрации примесей²⁰⁶ — при помощи ЭДК можно опреде-

лять качество полупроводниковых кристаллов. Исследования фононного ветра тесно связаны с интенсивно развивающимся в последнее время изучением свойств неравновесных фононов (см., например, ^{364,365}). Для регистрации фононов обычно применяются расположенные на поверхности образца

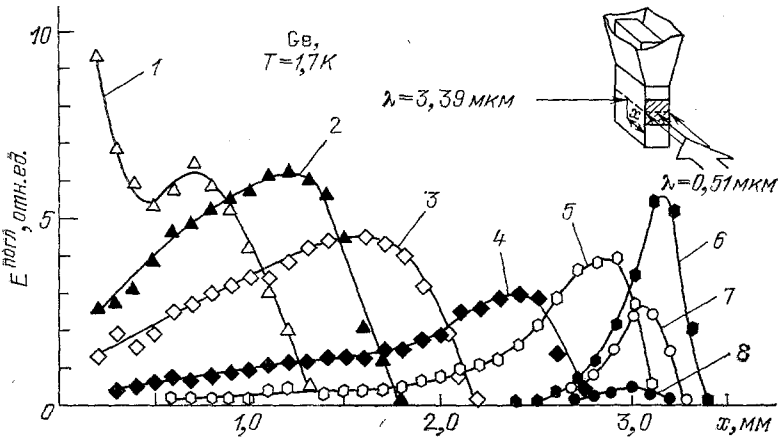


Рис. 15. Эволюция облака ЭДЖ в Ge, созданного при $t = 0$ коротким импульсом с $\lambda = 0,51$ мкм (длительность импульса 10 нс, энергия в импульсе 120 эрг), исследованная по поглощению зондирующего излучения $\lambda = 3,39$ мкм ³⁶³. Кривые сняты в моменты времени t (мкс): 1 — 0; 2 — 0,5; 3 — 1,0; 4 — 2,0; 5 — 3,0; 6 — 7,0; 7 — 30; 8 — 75. В правом верхнем углу — схема эксперимента

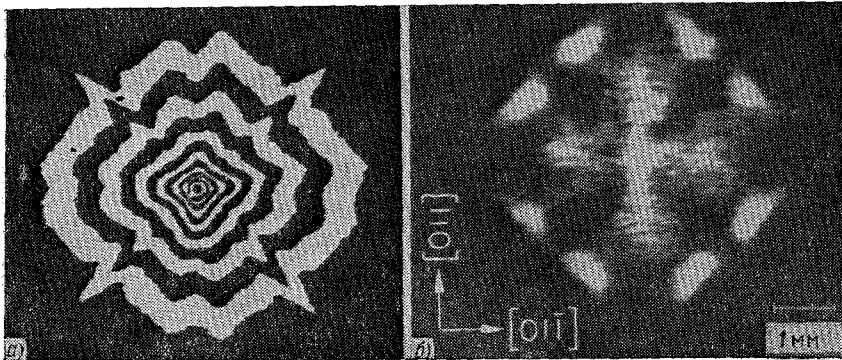


Рис. 16. Инфракрасное изображение облака ЭДЖ, созданного острогофокусированным на поверхность (100) образца Ge непрерывным (а) и импульсным (б) возбуждением, полученное через поверхность $(\bar{1}00)$ ^{205, 209}.

На рис. а) черные и белые полосы образуют контуры равной интенсивности рекомбинационного излучения ЭДЖ; рис. б) получен через 5 мкс после возбуждающего импульса длительности 300 нс, с энергией 200 эрг

сверхпроводящие болометры или туннельные диоды. При помощи ЭДЖ удастся исследовать закономерности поведения фононов непосредственно в объеме полупроводника, что открывает интересные экспериментальные возможности.

Обзор исследований фононного ветра приведен в ³⁶⁵. Ниже мы рассмотрим процессы формирования фононного ветра и изложим упрощенную модель его воздействия на ЭДЖ.

Вырожденная ЭДЖ поглощает фононы только с $\hbar k < 2p_F$ (п. 4) гл. 4, б)). Такие фононы (в особенности фононы нижней поперечной ветви) имеют при низких температурах большое время жизни и распространяются баллисти-

чески на большие расстояния (порядка нескольких см). Они генерируются при термализации и рекомбинации носителей *). Соответственно имеются два вида фононного ветра, термализационный и рекомбинационный, образующиеся, вообще говоря, в разных областях образца и по-разному влияющие на ЭДЖ.

Энергия рождающихся носителей, в особенности при использовании поверхностной накачки, намного превышает энергию оптического фонона: $\epsilon \gg \hbar\omega_{\text{opt}}$ (в Ge $\hbar\omega_{\text{opt}} \sim 37$ мэВ). Термализация начинается с испускания каскада оптических фононов, длящегося $10^{-12} - 10^{-11}$ с. Оставшаяся энергия $\epsilon_T \ll \hbar\omega_{\text{opt}}$ излучается в виде акустических фононов, импульс которых $\hbar k \sim \sqrt{2m\epsilon_T} \sim 2p_F$. Фононы с $k < 2p_F/\hbar$ могут появиться также вследствие распада оптических фононов на высокоэнергетические акустические с их последующей деградацией (будем называть их вторичными, в отличие от первичных — возникающих непосредственно при термализации). Эксперименты, использующие стационарное возбуждение с разной частотой^{357, 366, 365}, указывают, по-видимому, на малую эффективность этого канала генерации термализационного фононного ветра³⁶⁶. Однако при импульсной накачке движение ЭДЖ наблюдается и после того, как первичные фононы должны покинуть облако^{318, 358}. Такое явление наблюдается также при генерации фононов тепловым импульсом²⁵⁸ и объясняется возникновением «горячего пятна» — области локализации высокочастотных фононов, по мере распада которых образуются длинноволновые фононы, вызывающие движение капель.

Рекомбинационный фононный ветер, по-видимому, образуется при термализации горячих носителей, возникающих при оже-рекомбинации, эффективность которой велика в ЭДЖ (п. д) гл. 3)^{190, 191}. При термализации их в плотной ЭДЖ, помимо описанного, имеется другой механизм термализации, эффективный в смысле генерации фононного ветра^{293, 254-256, 358, 366, 365} — через столкновения с носителями и излучение плазмонов (в Ge $\hbar\omega_p \sim 15$ мэВ). При этом энергия горячего носителя «размешивается» по электронной системе и в конце концов целиком идет на излучение акустических фононов с $k < 2p_F/\hbar$.

Перейдем теперь к действию фононного ветра на ЭДЖ. Предположим, что каждый акт рекомбинации и рождения $e-h$ пар сопровождается излучением фононов с $\hbar k < 2p_F$, суммарная энергия которых соответственно ϵ_R и ϵ_T , а среднее сечение поглощения носителями $\bar{\sigma}_{\text{ph}}$. Можно ожидать, что $\epsilon_T \ll \hbar\omega_0$, $\epsilon_R > \epsilon_T$, а для оценки $\bar{\sigma}_{\text{ph}}$ использовать (4.9) с $\hbar k \sim 2p_F$. Средняя концентрация носителей в облаке $n = \frac{4}{3} \pi R^3 n_{\text{nd}}$ должна удовлетворять (в изотропном приближении) системе уравнений

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \text{div } n \mathbf{v}_d = -\frac{n}{\tau_l} + g, \quad (6.1)$$

$$\gamma (m_e + m_h) \mathbf{v}_d = \mathbf{f}_{\text{ph}}(\mathbf{r}, t) + \mathbf{f}(\mathbf{r}, t), \quad (6.2)$$

где

$$\mathbf{f}_{\text{ph}}(\mathbf{r}, t) = \frac{\sigma_{\text{ph}}}{4\pi s \tau_l} \int_V d^3 r' [\epsilon_R n(\mathbf{r}', t') + \epsilon_T g(\mathbf{r}', t') \tau_l] \frac{\mathbf{r} - \mathbf{r}'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3}, \quad (6.3)$$

$t' = t - (|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|)/s$, V — объем образца, $g(\mathbf{r}, t)$ — скорость генерации носителей, $\mathbf{f}(\mathbf{r}, t)$ — не связанная с фононным ветром сила. Выражение (6.3) для силы фононного ветра учитывает запаздывание между испусканием и по-

*) Генерацией фононов должно сопровождаться также образование экситонов и ЭДЖ³⁶⁶. В ряде экспериментов фононный ветер создавался сторонним источником: так называемыми тепловыми импульсами (кратковременным лазерным нагревом металлической пленки, напыленной на поверхность полупроводника^{258, 259, 256}, дополнительным источником возбуждения носителей¹⁹⁰, при СВЧ пробое экситонов²⁶⁰, ИК подогриве неравновесных носителей³²²⁻³²⁴).

глощением фононов, но не учитывает запаздывание их образования. Поэтому оно описывает поведение облака с точностью до временных и пространственных интервалов, на которых формируется фононный ветер. Для первичных фононов это соответственно 10^{-9} — 10^{-10} с и 10^{-4} — 10^{-3} см. Большого разрешения и не требуется. Влияние вторичных фононов «горячего пятна» можно учесть только, пожертвовав учетом задержки и введя феноменологически время жизни последнего $\tau_{ph}^{358,366}$ (обычно $\tau_{ph} \sim 1$ — 5 нс). Добавим, что (6.1) — (6.3) не учитывают влияния фононного ветра на конденсацию ЭДЖ (предполагается, что все генерируемые носители конденсируются).

В стационарном случае $dg/dt = \partial n/\partial t = 0$ величина f_{ph} (6.3) аналогична силе, которая действовала бы на $e - h$ -пары, если бы они имели заряды

$$e_R = \sqrt{\frac{\bar{\sigma}_{ph} e_R}{4\pi S \tau_l}} \quad (6.4)$$

и находились в области, в которой с плотностью $g \tau_l$ распределены сторонние заряды $e_T = e_R (\epsilon_T/\epsilon_R)$. (Впервые на аналогию с электростатикой было указано в ¹⁹¹.) Величину фононного «заряда» $e - h$ -пары можно определить экспериментально (см. ниже). В Ge $e_R \sim 1,5 \cdot 10^{-15}$ CGSE ^{358 *}, что соответствует оценке по (4.9) при $\epsilon_R \sim \hbar \omega_{opt}$.

Благодаря эффективному взаимному отталкиванию $e - h$ -пар большие объемы ЭДЖ не могут удерживаться поверхностным натяжением ¹⁹¹. Так, должны делиться капли, радиус которых превышает

$$R_m = \left(\frac{15}{2\pi} \frac{\sigma}{e_R^2 n^2} \right)^{1/3} \quad (6.5)$$

Это соответствует хорошо известной по делению ядра капиллярной неустойчивости объемно заряженных капель. В Ge $R_m \sim 2 \cdot 10^{-3}$ см, что близко к наибольшим наблюдаемым размерам капель. Кроме того, рекомбинационный фононный ветер обуславливает взаимное отталкивание ЭДК, обнаруженное экспериментально ^{314,359}. Это отталкивание, по-видимому, замедляет образование γ -ЭДК в неоднородно сжатом Ge ^{234,367} и не дает мелким каплям слиться в одну большую в неоднородно сжатом Si ^{234,163}. Отметим, кстати, что потенциальная яма сильно повышает устойчивость ЭДК по отношению к делению ³⁶⁸.

Вводя по аналогии с электростатикой фононный потенциал $\phi(r)$, удовлетворяющий уравнениям $\Delta \phi = -4\pi (e_R n + e_T g \tau_l)$ и $f_{ph} = -e_R \nabla \phi$, легко показать, что при пространственно однородном возбуждении средняя плотность облака

$$n = -\frac{a_T g \tau_l + 1}{2a_R} + \sqrt{\left(\frac{a_T g \tau_l + 1}{2a_R} \right)^2 + \frac{g \tau_l}{a_R}}, \quad (6.6)$$

где

$$a_R = \frac{4\pi e_R^2 \tau_l}{\gamma (m_e + m_h)} = \frac{\bar{\sigma}_{ph} e_R}{\gamma (m_e + m_h) S}, \quad a_T = \frac{4\pi e_R e_T \tau_l}{\gamma (m_e + m_h)} = \frac{\bar{\sigma}_{ph} e_T}{\gamma (m_e + m_h) S}.$$

Легко видеть, что при возрастании g плотность облака насыщается и перестает зависеть от уровня возбуждения: при $g \gg a_T^{-1} \tau_l$ $n \sim n_{max} = a_T^{-1}$. Это наблюдается в Ge ^{356,311,187,205} и в Si ³⁶⁹. В Ge $n_{max} \sim 10^{15}$ см⁻³. Отсюда получаем $e_T \sim 10^{-15}$ — 10^{-16} CGSE, что не противоречит приведенным выше оценкам. Отметим, что без учета термализационного фононного ветра нельзя объяснить насыщение плотности ³⁶⁶.

Если возбуждение нестационарно, но меняется мало на временах порядка времени пролета фононов через облако ЭДК, в (6.3) можно пренебречь

*) В ³⁵⁸ определялась величина $\rho \equiv e_R n_i$; при обработке результатов эксперимента использовалось завышенное значение τ_p . Пересчет с правильной величиной τ_p и дает приведенное значение ϵ_R ³⁶⁵.

запаздыванием, и аналогия с электростатикой остается в силе. Такой подход используется обычно для описания разлета облака носителей при импульсном возбуждении^{191, 358, 366}, позволяет учесть «горячее пятно» и хорошо описывает наблюдаемое движение на временах $\geq \tau_{ph}$ после возбуждающего импульса. Эта модель, однако, не описывает начальной стадии эволюции облака неравновесных носителей, созданного коротким импульсом ($t_1 \approx 10^{-8}$ с)

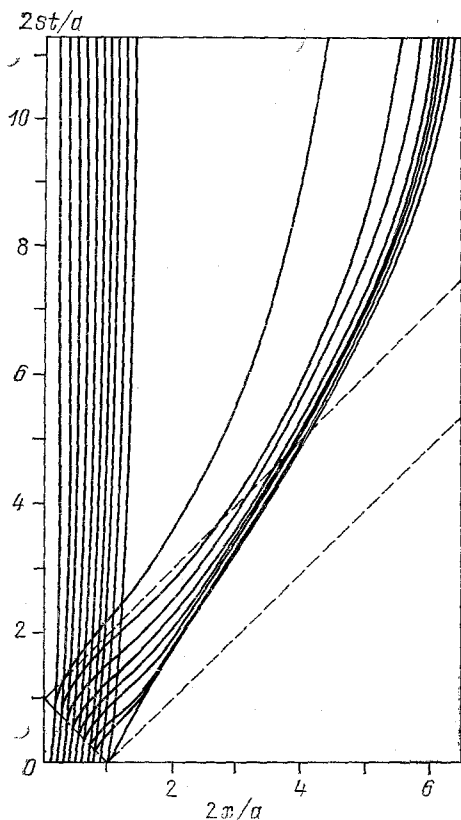


Рис. 17. Семейства траекторий носителей, созданных в момент времени $t = 0$ коротким возбуждающим импульсом в слое толщины a и разлетающихся под действием первичных термализационных фононов³¹⁵.

$V_0 = 0,1$ (почти вертикальные линии) и $V_0 = 1$

фронт движутся под действием большей силы и догоняют фронт облака. Учет диффузии носителей должен, конечно, привести к размытию фронта и устранению расходимости в (6.7).

Получаемая в рамках этой модели зависимость скорости переднего фронта от его координаты хорошо согласуется с опытом³¹⁵. Отметим, что эта модель объясняет также поведение системы неравновесных носителей в Ge под действием короткого нагревающего ИК импульса³²⁴ (п. г) гл. 6).

7. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Автор предполагал хотя бы упомянуть все направления исследования ЭДЖ. Однако вне границ обзора остались: двумерная ЭДЖ, ЭДЖ в примесных полупроводниках, многие интересные эффекты в магнитных полях и, к со-

*) Сгусток образуется и при исходной сферической или цилиндрической форме облака.

поверхностного возбуждения: образование за времена, меньшие 1 мкс, на переднем фронте облака слоя ЭДЖ, движущегося в глубь образца с околозвуковой скоростью³¹⁵. Это явление, как оказалось, можно объяснить действием первичных термализационных фононов, учтя запаздывание между их излучением и поглощением. В³¹⁵ была предложена простейшая модель разлета плоского слоя носителей, основывающаяся на (6.1) — (6.3), которые при $t_1 \ll a/S$ (a — начальная толщина слоя) и плоской геометрии решаются аналитически. Вид траекторий каплей определяется безразмерным параметром $V_0 = \sigma_{ph} \epsilon_R n_0 / 4s\gamma m$ (n_0 — начальная плотность носителей в облаке). Смещение каплей от начального положения мало, если $V_0 \ll 1$, и велико, если $V_0 \geq 1$. Характерные траектории движения каплей при $V_0 = 0,1$ и 1 показаны на рис. 17. Самая интересная особенность, видная на рис. 17, — образование сгустка носителей на переднем фронте [расширяющегося облака*]. Вблизи переднего фронта плотность облака расходится как

$$\frac{n(x, t)}{n_0} \sim [x_f(t) - x] \frac{1}{V^{1+4V_0^2}} - 1, \quad (6.7)$$

где $x_f(t)$ — координата переднего фронта в момент времени t . Образование плотного слоя носителей вызвано тем, что капли непосредственно за

жалению, многое другое. Частично недостающую информацию можно найти в обзорах⁸⁻¹⁴. В заключение хотелось бы выразить благодарность Л. В. Келдышу, А. А. Маненкову, В. А. Миляеву, Г. Н. Михайловой, Н. Н. Сибельдину и А. П. Силину за многочисленные обсуждения и ценные замечания.

Институт общей физики
АН СССР

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Келдыш Л. В.— In: Proc. of 9th Intern. Conference on Physics of Semiconductors. — L.: Nauka, 1968, p. 1307.
2. Покровский Я. Е., Свистунова К. И.— Письма ЖЭТФ, 1969, т. 9, с. 435.
3. Аснин В. М., Рогачев А. А.— Ibidem, с. 415.
4. Вавилов В. С., Заяц В. А., Мурзин В. Н.— Ibidem, т. 10, с. 304.
5. Багаев В. С., Галкина Т. И., Гоголин О. В., Келдыш Л. В.— Ibid., с. 309.
6. Аснин В. М., Рогачев А. А.— Ibid., 1968, т. 7, с. 464.
7. Haunes J. R.— Phys. Rev. Lett., 1966, v. 17, p. 860.
8. Келдыш Л. В.— В кн. Экситоны в полупроводниках.— М.: Наука, 1971, с. 5.
9. Pокровский Я.— Phys. Stat. Sol. Ser. a, 1972, v. 11, p. 385.
10. Jeffries C. D.— Science, 1975, v. 189, p. 955.
11. Андрюшин Е. А., Силин А. П.— ФНТ, 1977, т. 3, с. 1366.
12. Rice T. M., Hensel J. C., Phillips T. G., Thomas G. A.— Sol. State Phys., 1977, v. 32; перевод: Электронно-дырочная жидкость в полупроводниках.— М.: Мир, 1980.
13. Rogachev A. A.— Progr. Quantum Electron., 1980, v. 6, p. 141.
14. Electron-Hole Droplets in Semiconductors/Ed. L. V. Keldysh, C. D. Jeffries.— Amsterdam; New York: North-Holland, 1983.
15. Ансельм А. И. Введение в теорию полупроводников.— М.: Наука, 1968.
16. Москаленко С. А.— Опт. и спектр., 1958, т. 5, с. 147.
17. Lampert M. A.— Phys. Rev. Lett., 1958, v. 1, p. 450.
18. Инсепов Э. А., Норман Г. Е.— ЖЭТФ, 1975, т. 69, с. 1321.
19. Инсепов Э. А., Норман Г. Е., Шурова А. Ю.— ЖЭТФ, 1976, т. 71, с. 1960.
20. Keldysh L. V.— Цит. в¹⁴ сб., p. XI.
21. Hulleagaas E. A., Ore A.— Phys. Rev., 1947, v. 71, p. 493.
22. Akimoto D., Hanamura E.— Sol. State Comm., 1972, v. 10, p. 253.
23. Brinkman W. F., Rice T. M., Bell V. J.— Phys. Rev. Ser. B, 1973, v. 8, p. 1570.
24. Кулаковский В. Д., Тимофеев В. Б.— Письма ЖЭТФ, 1977, т. 25, с. 487.
25. Кулаковский В. Д., Тимофеев В. Б., Эдельштейн В. М.— ЖЭТФ, 1978, т. 74, с. 372.
26. Gourley P. L., Wolfe J. P.— Phys. Rev. Lett., 1978, v. 50, p. 526.
27. Кукушкин И. В., Кулаковский В. Д., Тимофеев В. Б.— Письма ЖЭТФ, 1980, т. 32, с. 304.
28. Кукушкин И. В., Кулаковский В. Д.— ЖЭТФ, 1982, т. 82, с. 900.
29. Brinkman W. F., Rice T. M.— Phys. Rev. Ser. B, 1973, v. 7, p. 1508.
30. Келдыш Л. В., Кобаев Ю. В.— ФТТ, 1964, т. 6, с. 2791.
31. Des Cloizeaux J.— J. Phys. and Chem. Sol., 1965, v. 26, p. 259.
32. Halperin B. I., Rice T. M.— Rev. Mod. Phys., 1968, v. 40, p. 755.
33. Келдыш Л. В., Козлов А. Н.— ЖЭТФ, 1968, т. 54, с. 978.
34. Келдыш Л. В., Силин А. П.— Кр. сообщ. физ. (ФИАН СССР), 1975, № 8, с. 33.
35. Силин А. П.— ФТТ, 1977, т. 19, с. 134.
36. Zimmerman R.— Phys. Stat. Sol. Ser. b, 1976, v. 76, p. 191.
37. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Статистическая физика. Ч. 1.— М.: Наука, 1976.
38. Фетисов Е. П., Хмелинин А. Б.— ФТТ, 1977, т. 19, с. 500.
39. Келдыш Л. В.— В кн. Проблемы теоретической физики.— М.: Наука, 1972, с. 433.
40. Бабиченко В. С.— Письма ЖЭТФ, 1978, т. 27, с. 565.
41. Rice T. M.— Цит. в¹² сб., p. 5.
42. Инсепов Э. А., Норман Г. Е.— ЖЭТФ, 1972, т. 62, с. 2290.
43. Hensel J. C., Phillips T. G., Thomas G. A.— Цит. в¹² сб., p. 88.
44. Mott N. F.— Phil. Mag., 1961, v. 6, p. 228.
45. Rogers F. I., Graboske H. C., Harwood D. I.— Phys. Rev. Ser. A, 1970, v. 1, p. 1577.

45. Martino F., Lindell G., Berggren K. F.—*Ibidem*. Ser. B, 1973, v. 8, p. 6030.
46. Висти В. Е., Силин А. П.—ФТТ, 1978, т. 20, с. 1850.
47. Rice T. M.—In: Proc. of XII Intern. Conference on Physics of Semiconductors.—Stuttgart; Teubner, 1974, p. 23.
48. Кулаковский В. Д., Кукушкин И. В., Тимофеев В. Б.—ЖЭТФ, 1980, т. 78, с. 381.
49. Кукушкин И. В., Кулаковский В. Д., Тимофеев В. Б.—Письма ЖЭТФ, 1982, т. 35, с. 367.
50. Silver R. N.—*Phys. Rev. Ser. B*, 1973, v. 8, p. 2403.
51. Haug H.—*Zs. Phys. Ser. B*, 1976, Bd. 24, S. 351.
52. Jain S., Ghosh D.—*J. Phys. Ser. C*, 1979, v. 12, p. 1255.
53. Кремп Д., Ebeling W., Kraeft W.—*Phys. Stat. Sol. Ser. b*, 1975, v. 69, p. K59.
Kraeft W., Kilimann K., Кремп Д.—*Ibidem*, v. 72, p. 461.
54. Зельдович Я. Б., Ландау Л. Д.—ЖЭТФ, 1944, т. 14, с. 32.
55. Miniscalco W., Huang C. C., Salamon M. B.—*Phys. Rev. Lett.*, 1977, v. 39, p. 1356.
56. Дите А. Ф., Кулаковский В. Д., Тимофеев В. Б.—ЖЭТФ, 1977, т. 72, с. 1156.
57. Shah J., Combescot M., Dayem A. H.—*Phys. Rev. Lett.*, 1977, v. 38, p. 1497.
58. Timusk T.—*Phys. Rev. Ser. b*, 1976, v. 13, p. 3511.
59. Schowalter J. S., Steranka F. M., Salamon M. B., Wolfe J. P.—*Sol. State Comm.*, 1982, v. 44, p. 795.
60. Андрюшин Е. А., Келдыш Л. В., Силин А. П.—ЖЭТФ, 1977, т. 73, с. 1163.
61. Силин А. П.—ФТТ, 1978, т. 20, с. 3436.
62. Brinkman W. F., Rice T. M., Anderson P. W., Chui S. T.—*Phys. Rev. Lett.*, 1972, v. 28, p. 961.
63. Combescot M., Nozieres P. J.—*J. Phys. Ser. C*, 1972, v. 5, p. 2369.
64. Vashishta P., Das S. G., Singwi K. S.—*Phys. Rev. Lett.*, 1974, v. 33, p. 911.
65. Beni G., Rice T. M.—*Phys. Rev. Ser. B*, 1978, v. 18, p. 768.
66. Forchel A., Laurich B. et al.—*Ibid.*, 1982, v. 25, p. 2730.
67. Combescot M.—*Phys. Rev. Lett.*, 1974, v. 32, p. 15.
68. Mahler G.—*Phys. Rev. Ser. B*, 1975, v. 11, p. 4050.
69. Reinecke T. L., Ying S. C.—*Phys. Rev. Lett.*, 1975, v. 35, p. 311.
70. Reinecke T. L., Lega M., Ying S. C.—*Phys. Rev. Ser. B.*, 1979, v. 20, p. 5404.
71. Rice T. M.—*Ibidem*, 1974, v. 9, p. 1540.
72. Vashishta P., Kalia R. K., Singwi K. S.—*Sol. State Comm.*, 1976, v. 19, p. 935.
73. Rose J. H., Shore H. B.—*Phys. Rev. Ser. B*, 1978, v. 17, p. 1884.
74. Reinecke T. L., Lega M., Ying S. C.—*Ibid.*, 1979, v. 20, p. 1562.
75. Kalia R. K., Vashishta P.—*Ibid.*, 1978, v. 17, p. 2655.
76. Thomas G. A., Blount E. L., Capizzi M.—*Ibidem*, 1979, v. 19, p. 702.
77. Schmid W.—*Phys. Stat. Sol. Ser. b*, 1979, v. 94, p. 413.
78. Wagner J., Sauer R.—*Ibidem*, p. 69.
79. Hammond R. B., McGill T. C., Mayer J. W.—*Phys. Rev. Ser. B*, 1976, v. 13, p. 3566.
80. Сидоров В. И., Покровский Я. Е.—ФТП, 1972, т. 6, с. 2405.
81. Thomas G. A., Rice T. M., Hensel J. C.—*Phys. Rev. Lett.*, 1974, v. 33, p. 219.
82. Thomas G. A., Mock J. B., Capizzi M.—*Phys. Rev. Ser.*, B, 1978, v. 18, p. 4250.
83. Багаев В. С., Сибельдин Н. Н., Цветков В. А.—Письма ЖЭТФ, 1975, т. 21, с. 180.
84. Etienne V., Benoit a la Guillaume C., Voos M.—*Phys. Rev. Ser. B*, 1976, v. 14, p. 712.
85. Westervelt R. M., Staehli J. L., Haller E. E.—*Phys. Stat. Sol.*, 1978, v. 90, p. 557.
86. Келдыш Л. В., Тиходеев С. Г.—Кр. сообщ. физ. (ФИАН СССР), 1976, № 8, с. 9.
87. Фишман И. М.—Письма ЖЭТФ, 1978, т. 28, с. 644.
88. Etienne V., Sander L. M. et al.—*Phys. Rev. Lett.*, 1976, v. 37, p. 1299.
89. Покровский Я. Е., Свистунова К. И.—Письма ЖЭТФ, 1974, т. 19, с. 92; ФТТ, 1974, т. 16, с. 3399.
90. Nakamura A.—*Sol. State Comm.*, 1977, v. 21, p. 1111.
91. Collet J., Pagnet M. et al.—*Ibidem*, 1977, v. 24, p. 335.
92. Hammond R. B., Silver R. N.—*Phys. Rev. Lett.*, 1979, v. 42, p. 523.

93. Voisin P., Etienne B., Voos M.—Ibid., p. 526.
94. Lipari N.O., Baldereschi A.—Phys. Rev. Ser. B, 1971, v. 3 p. 2497.
95. Shaklee K. L., Nahori R. E.—Phys. Rev. Lett., 1970, v. 24, p. 942.
96. Hulin D., Mysyrowicz A. et al.—Ibidem, 1977, v. 39, p. 1169.
97. Beni G., Rice T. M.—Phys. Rev. Ser. B, 1979, v. 19, p. 2204.
98. Bimberg D., Skolnick M. S., Choynke W. J.—Phys. Rev. Lett., 1978, v. 40, p. 56.
99. Vashishta P., Das S. G., Singwi K. S.—Phys. Rev. Ser. B, 1976, v. 13, p. 4490.
100. Benoit a la Guillaume C., Voos M., Petroff Y.—Ibid., 1974, v. 10, p. 4995.
101. Hulin D., Combescot M., Bontemps N., Mysyrowicz A.—Phys. Lett. Ser. A, 1977, v. 64, p. 349.
102. Schwabe R., Thuselt F. et al.—Phys. Stat. Sol. Ser. b., 1978, v. 89, p. 561.
103. Bimberg D., Skolnick M. S., Sander L. M.—Sol. State Comm., 1978, v. 27, p. 949; Phys. Rev. Ser. B, 1979, v. 19, p. 2234.
104. Muriñeca R. A., Meneses E. A.—Sol. State Comm., 1981, v. 37, p. 475.
105. Rösler M., Zimmerman R.—Phys. Stat. Sol. Ser. b., 1977, v. 83, p. 85.
106. Bimberg D., Bludau W., Linnebach R., Bauser E.—Sol. State Comm., 1981, v. 37, p. 987.
107. Leheny R. F., Shah J.—Phys. Rev. Lett., 1976, v. 37, p. 871; 1977, v. 38, p. 514.
108. Лысенко В. Г., Ревенко В. И., Тратас Т. Г., Тимофеев В. Б.—ЖЭТФ, 1975, т. 68, с. 335.
109. Müller G. O., Weber H. H., Lysenko V. G., Revenko V. I., Timofeev V. B.—Sol. State Comm., 1977, v. 21, p. 217.
110. Egorov V. D., Müller G. O. et al.—Nuovo Cimento. Ser. B, 1977, v. 39, p. 628.
111. Motisuke P., Argüello C. A., Luzzi R.—Sol. State Comm., 1977, v. 23, p. 617.
112. Skettrup T.—Ibidem, p. 741.
113. Корбутяк Д. В., Литовченко В. Г.—ФТТ, 1981, т. 23, с. 1411. Литовченко В. Г., Корбутяк Д. В., Крюченко Ю. В.—ЖЭТФ, 1981, т. 81, с. 1965.
114. Балтрамеюнас Р., Куокштис Э.—Письма ЖЭТФ, 1978, т. 28, с. 72.
115. Балтрамеюнас Р., Куокштис Э.—Ibidem, с. 588.
116. Стопанинский В. Б.—ЖЭТФ, 1977, т. 72, с. 592.
117. Тищенко В. В.—ФТТ, 1981, т. 23, с. 574.
118. Нуртдинов Н. Р., Юнович А. Э.—ЖЭТФ, 1982, т. 83, с. 1870.
119. Rice T. M.—Nuovo Cimento. Ser. B, 1974, v. 23, p. 226.
120. Gell-Mann M., Brueckner K.—Phys. Rev., 1957, v. 106, p. 364.
121. Hubbard J.—Proc. Roy. Soc. Ser. A, 1957, v. 243, p. 336.
122. Nosières P., Pines D.—Phys. Rev., 1958, v. 111, p. 442.
123. Vashishta P., Bhattacharyya P., Singwi K. S.—Phys. Rev. Lett., 1973, v. 30, p. 1248; Phys. Rev. Ser. B, 1974, v. 10, p. 5108, 5127.
124. Singwi K. S., Tosi M. P., Land R. H., Sjölander A.—Ibid., 1968, v. 176, p. 589.
125. Покровский Я. Е., Свистунова К. И.—ФТП, 1970, т. 4, с. 491.
126. Vashishta P., Kalia R. K.—Phys. Rev. Ser. B, 1982, v. 25, p. 6492.
127. Андрюшин Е. А., Бабиченко В. С., Келдыш Л. В., Онищенко Т. А., Силин А. П.—Письма ЖЭТФ, 1976, т. 24, с. 210.
128. Келдыш Л. В., Онищенко Т. А.—Ibidem, с. 70.
129. Reineske T. L., Ying S. C.—Phys. Rev. Lett., 1979, v. 43, p. 1054.
130. Liu L.—Sol. State Comm., 1978, v. 25, p. 8057.
Liu L., Liu Lu Sun.—Ibidem, 1978, v. 27, p. 801.
131. Kirggenov G., Singwi K.—Phys. Rev. Ser. B, 1979, v. 19, p. 2117.
132. Vignale G., Singwi K. S., Kalia R., Vashishta P.—J. Phys. Ser. C, 1983, v. 16, p. 699.
133. Займан Дж. Принципы теории твердого тела.— М.: Мир, 1974.— С. 301.
134. Пекар С. И. Исследования по электронной теории ионных кристаллов.— М.: Гостехиздат, 1951.
135. Beni G., Rice T. M.—Phys. Rev. Lett., 1976, v. 37, p. 874.
136. Андрюшин Е. А., Силин А. П.—ФТТ, 1979, т. 21, с. 839.
137. Френкель Л. И. Кинетическая теория жидкостей.— Л.: Наука, 1975.
138. Sahn J. W., Hilliard J. E.—J. Chem. Phys., 1958, v. 28, p. 258.
139. Singwi K. S., Tosi M. P.—Phys. Rev. Ser. B, 1981, v. 23, p. 1640.
Kirggenov G.—J. Phys. Ser. C, 1982, v. 15, p. L289.
140. Фикс В. Б.—Письма ЖЭТФ, 1974, т. 20, с. 33.
141. Hohenberg P., Kohn W.—Phys. Rev., 1964, v. 126, p. B864.
142. Kohn W., Sham L. J.—Ibid., 1965, v. 140, p. A1133.
143. Lang N. D.—Sol. State Phys., 1973, v. 28, p. 225.

144. Sander L. M., Shore H. B., Sham L. J.— Phys. Rev. Lett., 1973, v. 31, p. 533.
145. Reinecke T. L., Ying S. C.— Sol. State Comm., 1974, v. 14, p. 381.
146. Reinecke T. L., Ying S. C.— Phys. Rev. Ser. B, 1976, v. 13, p. 1850.
147. Rose J. H., Shore H. B.— Sol. State Comm., 1975, v. 17, p. 327.
148. Kalia R., Vashishta P.— Ibidem, 1980, v. 34, p. 121.
149. Rose J. H., Sander L. M., Shore H. B., Pfeiffer R.— Ibidem, 1979, v. 29, p. 389.
150. Morimoto M., Shindo K., Morita A.— J. Phys. Soc. Japan, 1976, v. 41, p. 91.
151. Mahler G., Birman J. L.— Phys. Rev. Ser. B, 1977, v. 16, p. 1552.
152. Forchel A., Laurich B., Moersch G. et al.— Phys. Rev. Lett., 1981, v. 46, p. 678.
153. Hensel J. C., Phillips T. G., Rice T. M.— Ibidem, 1973, v. 30, p. 227.
154. McGroddy J. C., Voos M., Christensen O.— Sol. State Comm., 1973, v. 13, p. 1801.
155. Benoit a la Guillaume C., Capizzi M. et al.— Ibid., 1974, v. 15, p. 1031.
156. Гершензон Е. М., Гольдман Г. Н., Птицына Н. Г.— ЖЭТФ, 1975, т. 70, с. 224.
157. Benoit a la Guillaume C., Voos M., Salvan F.— Phys. Rev. Lett., 1971, v. 27, p. 1214; Phys. Rev. Ser. B, 1972, v. 5, p. 3079.
158. Betzler K., Zhurkin B. G., Karuzskii A. L.— Sol. State Comm., 1975, v. 17, p. 577.
159. Chou H. H., Wong G. K.— Phys. Rev. Lett., 1978, v. 41, p. 1677.
160. Cuthbert J. D.— Phys. Rev. Ser. B, 1970, v. 1, p. 1552.
161. Dite A. F., Lysenko V. G., Timofeev V. B.— Phys. Stat. Sol. Ser. b, 1974, v. 86, p. 53.
162. Schmid W.— Sol. State Comm., 1976, v. 19, p. 347.
163. Gourley P. L., Wolfe J. P.— Phys. Rev. Ser. B, 1981, v. 24, p. 5970.
164. Haug A.— Sol. State Comm., 1977, v. 22, p. 537; 1978, v. 25, p. 477.
165. Silver R. N.— Phys. Rev. Ser. B, 1975, v. 11, p. 1569; v. 12, p. 5689.
166. Багаев В. С., Замковец Н. В., Келдыш Л. В., Сибельдин Н. Н., Цветков В. А.— ЖЭТФ, 1976, т. 70, с. 1501.
167. Келдыш Л. В., Маненков А. А., Миляев В. А., Михайлова Г. Н.— ЖЭТФ, 1974, т. 66, с. 2178.
168. Маненков А. А., Миляев В. А., Санина В. А.— ДАН СССР, 1980, т. 250, с. 1371.
169. Маненков А. А., Миляев В. А., Санина В. А.— ФТТ, 1980, т. 22, с. 395.
170. Ашкинадзе Б. М., Фишман И. М.— ЖЭТФ, 1980, т. 72, с. 1793.
171. Маненков А. А., Миляев В. А., Михайлова Г. Н., Санина В. А., Сеферов В. А.— ЖЭТФ, 1976, т. 70, с. 695.
172. Багаев В. С., Пенин Н. А., Сибельдин Н. Н., Цветков В. А.— ФТТ, 1973, т. 15, с. 3269.
173. Etienne V., Benoit a la Guillaume C., Voos M.— Nuovo Cimento. Ser. B, 1977, v. 39, p. 639.
174. Lo T. K., Feldman B. J., Jeffries C. D.— Phys. Rev. Lett., 1973, v. 31, p. 224.
175. Westervelt R. M.— Phys. Stat. Sol. Ser. b, 1976, v. 74, p. 727; v. 76, p. 31.
176. Staehli J. L.— Ibid., 1976, v. 75, p. 451.
177. Shah J., Dayem A. H., Combescot M.— Sol. State Comm., 1977, v. 24, p. 71.
178. Ашкинадзе Б. М., Фишман И. М.— Письма ЖЭТФ, 1977, т. 26, с. 484.
179. Ашкинадзе Б. М., Фишман И. М.— ФТТ, 1978, т. 20, с. 1071.
180. Ашкинадзе Б. М., Бурова Т. В., Фишман И. М.— Письма ЖЭТФ, 1979, т. 29, с. 147.
181. Каминский А. С., Покровский Я. Е.— Ibidem, 1970, т. 11, с. 381.
- 181а. Кулаковский В. Д., Пикус Г. Е., Тимофеев В. Б.— УФН, 1981, т. 135, с. 237.
182. Silver R. N.— Phys. Rev. Ser. B, 1977, v. 16, p. 797.
183. Becker R., Döring W.— Ann. d. Phys., 1935, Bd. 24, S. 719.
Зельдович Я. Б.— ЖЭТФ, 1942, т. 12, с. 525.
184. Combescot M., Combescot R.— Phys. Lett. Ser. A, 1976, v. 56, p. 228.
185. Koch S. W., Haug H.— Ibid., 1979, v. 74, p. 250.
Koch S. W.— Sol. State Comm., 1980, v. 35, p. 419.
186. Тиходеев С. Г.— Письма ЖЭТФ, 1983, т. 37, с. 215.
187. Заяц В. А., Мурзин В. Н., Салганик И. Н., Шифрин К. С.— ЖЭТФ, 1977, т. 73, с. 1422.
188. Катырин В. В., Сибельдин Н. Н., Стопачинский В. Б., Цветков В. А.— ФТТ, 1978, т. 20, с. 1426.

189. Бычков Ю. А., Иорданский С. В., Рашба Э. И.— ЖЭТФ, 1979, т. 77, с. 1575.
190. Багаев В. С., Келдыш Л. В., Сибельдин Н. Н., Цветков В. А.— ЖЭТФ, 1976, т. 70, с. 702.
191. Келдыш Л. В.— Письма ЖЭТФ, 1976, т. 23, с. 100.
192. Каминский А. С., Покровский Я. Е., Алкеев Н. Б.— ЖЭТФ, 1970, т. 59, с. 1937.
193. Benoît a la Guillaume C., Voos M.— Phys. Rev. Ser. B, 1973, v. 7, p. 1723.
194. Martin R. W., Stormer H. L.— Sol. State Comm., 1977, v. 22, p. 523.
195. Lo T. K.— Ibid., 1974, v. 15, p. 1231.
196. Алексеев А. С., Багаев В. С., Галкина Т. И. и др.— Письма ЖЭТФ, 1970, т. 12, с. 203.
197. Багаев В. С., Галкина Т. И., Пенин Н. А., Стопачинский В. Б., Чураева М. Н.— Ibid., 1972, т. 16, с. 120.
198. Betzler K., Zhurkin V. G., Karuzskii A. L.— Phys. Stat. Sol. Ser. b, 1975, v. 70, p. K109.
199. Карузский А. Л., Бетцлер К. В., Журкин Б. Г., Балтер Б. М.— ЖЭТФ, 1975, т. 69, с. 1088.
200. Martin R. W., Störmer H. L. et al.— J. Lumin., 1976, v. 12/13, p. 645.
201. Störmer H. L., Martin R. W.— Phys. Rev. Ser. B, 1979, v. 20, p. 4213.
202. Алексеев А. С., Багаев В. С., Галкина Т. И.— ЖЭТФ, 1972, т. 63, с. 1020.
203. Карузский А. Л., Бетцлер К. В., Журкин Б. Г., Балтер Б. М.— Письма ЖЭТФ, 1975, т. 22, с. 65.
204. Зубов В. Б., Маненков А. А., Миляев В. А. и др.— ФТТ, 1976, т. 18, с. 2024.
205. Greenstein M., Wolfe J. P.— Phys. Rev. Ser. B, 1981, v. 24, p. 3318.
206. Tamor M. A., Wolfe J. P.— Ibidem, p. 3596.
207. Тамор М. А., Wolfe J. P.— Ibidem, 1982, v. 26, p. 5743.
208. Greenstein M., Tamor M. A., Wolfe J. P.— Sol. State Comm., 1983, v. 45, p. 355.
209. Тамор М. А., Greenstein M., Wolfe J. P.— Phys. Rev. Ser. B, 1983, v. 27, p. 7353.
210. Wolfe J. P. et al.— Phys. Rev. Lett., 1975, v. 34, p. 1292.
- 210a. Кукушкин И. В.— ЖЭТФ, 1983, т. 84, с. 1840.
211. Martin R. W.— Phys. Stat. Sol. Ser. b, 1974, v. 66, p. 627.
212. Rösler M., Zimmermann R.— Ibidem, 1975, v. 67, p. 525.
213. Martin R. W.— Sol. State Comm., 1976, v. 19, p. 373.
214. Yoshida H., Saito H., Shionoya S., Timofeev B. V.— Ibidem, 1980, v. 33, p. 161.
215. Lasher G., Stern F.— Phys. Rev., 1964, v. 133, p. A 553.
216. Etienne B., Benoît a la Guillaume C., Voos M.— Phys. Rev. Lett., 1975, v. 35, p. 536.
217. Feldman B. J., Chou H., Wong G. K.— Sol. State Comm., 1978, v. 26, p. 209.
218. Thomas G. A., Pokrovskii Ya. E.— Phys. Rev. Ser. B, 1978, v. 18, p. 864.
219. Ашкинадзе Б. М., Крецу И. П., Патрин А. А., Ярошецкий И. Д.— ФТП, 1970, т. 4, с. 2206.
220. Kirczenow G., Singwi K. S.— Phys. Rev. Ser. B, 1979, v. 20, p. 4171; 1980, v. 21, p. 3597.
221. Kirczenow G.— Ibid., 1981, v. 24, p. 4723; Phys. Rev. Lett., 1982, v. 48, p. 1125.
222. Combescot M., Singwi K. S., Vignale G.— Phys. Rev. Ser. B, 1981, v. 24, p. 7174.
- Combescot M.— Ibidem, 1982, v. 25, p. 6385.
223. Chou H., Wong G., Feldman B.— Phys. Rev. Lett., 1977, v. 39, p. 959.
224. Bajaj F., Tong F. M., Wong G.— Ibid., 1981, v. 46, p. 61.
225. Markiewicz R. S.— Phys. Stat. Sol. Ser. b, 1977, v. 83, p. 659; 1978, v. 90, p. 585.
226. Бир Г. Л., Пикус Г. Е. Симметрия и деформационные эффекты в полупроводниках.— М.: Наука, 1972.
227. Алексеев А. С., Астемиров Т. А., Багаев В. С., Галкина Т. И., Пенин Н. А., Сибельдин Н. Н., Цветков В. А.— Цит. в ⁴⁷ сб., p. 91.
228. Покровский Я. Е., Свищунова К. И.— Письма ЖЭТФ, 1973, т. 17, с. 645.
229. Кукушкин И. В., Кулаковский В. Д.— ФТТ, 1983, т. 25, с. 2360.
230. Markiewicz R. S., Wolfe J. P., Jeffries C. D.— Phys. Rev. Ser. B, 1977, v. 15, p. 1988.
231. Gourley P. L., Wolfe J. P.— Ibid., 1979, v. 20, p. 3319.
232. Markiewicz R. S., Wolfe J. P., Jeffries C. D.— Phys. Rev. Lett., 1974, v. 32, p. 1357.

233. Wolfe J. P., Markiewicz R. S., Kelso S. M., Furneaux J. E., Jeffries C. D.—*Phys. Rev. Ser. B*, 1978, v. 18, p. 1479.
234. Тиходеев С. Г.—*Письма ЖЭТФ*, 1980, т. 32, с. 126.
235. Markiewicz R. S., Kelso S. M.—*Sol. State Comm.*, 1978, v. 25, p. 275.
236. Макаров А. Г., Маненков А. А., Михайлова Г. Н., Сеферов А. С.—*Письма ЖЭТФ*, 1979, т. 30, с. 411.
237. Келдыш Л. В., Тиходеев С. Г.—*Ibidem*, 1975, т. 21, с. 582.
238. Алексеев А. С., Галкина Т. И., Масленников В. Н., Хакимов Р. Г., Щербнев Е. П.—*Ibidem*, с. 578.
239. Алексеев А. С., Галкина Т. И.—*ФТТ*, 1976, т. 18, с. 2005; *Письма ЖЭТФ*, 1978, т. 28, с. 417.
240. Алексеев А. С., Галкина Т. И., Масленников В. Н., Тиходеев С. Г.—*ЖЭТФ*, 1980, т. 79, с. 216.
241. Келдыш Л. В., Тиходеев С. Г.—*ФТТ*, 1977, т. 19, с. 111.
242. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. *Механика сплошных сред*.— М.: Гостехиздат, 1944.
243. Конуэлл Э. *Кинетические свойства полупроводников в сильных электрических полях*.— М.: Мир, 1970.
244. Dietsche W., Kirsh S. J., Wolfe J. P.—*Phys. Rev. Ser. B*, 1982, v. 26, p. 780.
245. Аснин В. М., Рогачев А. А.—*Письма ЖЭТФ*, 1971, т. 14, с. 494.
246. Gournee M. N., Glicksman M., Phil Won Yu—*Sol. State Comm.*, 1972, v. 11, p. 11.
247. Аснин В. М., Мирцхулава Н. И., Рогачев А. А.—*ФТТ*, 1977, т. 19, с. 310; т. 20, с. 444.
248. Аснин В. М., Мирцхулава Н. И., Скал А. С.—*ФТТ*, 1979, т. 21, с. 3695.
249. Аснин В. М., Мирцхулава Н. И.—*Письма ЖЭТФ*, 1979, т. 30, с. 200; *ФТТ*, 1979, т. 21, с. 3677.
250. Аснин В. М., Рогачев А. А., Саблина Н. И.—*Письма ЖЭТФ*, 1970, т. 11, с. 162; *ФТТ*, 1972, т. 14, с. 399.
251. Christensen O., Nvam J.—*Цит. в 47 сб.*, p. 56.
252. Grossman B., Shaklee K. L., Voos M.—*Sol. State Comm.*, 1977, v. 23, p. 271.
253. Астемиров Т. А., Багаев В. С., Падучих Л. И., Поярков А. Г.—*Письма ЖЭТФ*, 1976, т. 24, с. 225; *ФТТ*, 1977, т. 19, с. 937.
254. Аснин В. М., Рогачев А. А., Саблина Н. И., Степанов В. И.—*ФТТ*, 1977, т. 19, с. 3150; 1981, т. 23, с. 177.
255. Аснин В. М., Саблина Н. И., Степанов В. И.—*Письма ЖЭТФ*, 1978, т. 27, с. 584.
256. Аснин В. М., Саблина Н. И., Степанов В. И.—*ФТТ*, 1980, т. 22, с. 418.
257. Багаев В. С., Бонч-Осмоловский М. М., Галкина Т. И., Келдыш Л. В., Поярков А. Г.—*J. Phys. Soc. Japan*, 1980, v. 49, Suppl. A, p. 495.
258. Hensel J. C., Dupes R. C.—*Phys. Rev. Lett.*, 1977, v. 39, p. 969.
259. Багаев В. С. и др.—*ЖЭТФ*, 1979, т. 77, с. 2117.
260. Carizzi M., Voos M., Benoit alа Guillaume C., Mc Groddy J. C.—*Sol. State Comm.*, 1975, v. 16 с. 709.
261. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. *Квантовая механика. Нерелятивистская теория*.— М.: Наука, 1974.
262. Аснин В. М., Бир Г. Л., Ломасов Ю. Н., Пикус Г. Е., Рогачев А. А.—*ФТТ*, 1976, т. 18, с. 2011.
263. Мурзин В. Н., Заяц В. А., Кононенко В. Л.—*ФТТ*, 1973, т. 15, с. 3634.
264. Ohуама Т., Hansen A. D. A., Turney J. L.—*Sol. State Comm.*, 1976, v. 19, p. 1083.
265. Келдыш Л. В., Силин А. П.—*ФТТ*, 1973, т. 15, с. 1532.
266. Skolnick M. S., Wimbeg D.—*Sol. State Comm.*, 1979, v. 32, p. 715.
267. Дите А. Ф., Лысенко В. Г., Лохныгин В. Д., Тимофеев В. В.—*Письма ЖЭТФ*, 1973, т. 18, с. 114.
268. Андрушин Е. А., Силин А. П.—*ФТТ*, 1979, т. 21, с. 2844.
269. Онищенко Т. А.—*Тр. ФИАН СССР*, 1980, т. 123, с. 7.
270. Силин А. П.—*Цит. в 14 сб.* 619.
271. Онищенко Т. А.—*ДАН СССР*, 1977, т. 235, т. 78.
272. Горьков Л. П., Дзялошинский И. Е.—*ЖЭТФ*, 1967, т. 53, с. 717.
273. Бабиченко В. С., Онищенко Т. А.—*Письма ЖЭТФ*, 1977, т. 26, с. 75.
274. Кавецкая И. В., Кость Я. Я., Сибельдин Н. Н., Цветков В. А.—*Ibidem*, 1982, т. 36, с. 254.
275. Каминский А. С., Покровский Я. Е.—*Ibidem*, 1975, т. 21, с. 431.

276. Каминский А. С., Покровский Я. Е., Жидков А. Е.— ЖЭТФ, 1977, т. 72, с. 1962.
277. Кононенко В. Л.— ФТТ, 1977, т. 19, с. 3010.
278. Mańkiewicz R. S.— Phys. Rev. Ser. B, 1978, v. 17, p. 4788; v. 18, p. 5573.
279. Wolfe J. P., Mańkiewicz R. S., Furneaux J. E., Kelso S. M., Jeffries C. D.— Phys. Stat. Sol. Ser., B, 1977, v. 83, p. 305.
280. Маненков А. А.— Тр. ФИАН СССР, 1977, т. 100, с. 59.
281. Михайлова Г. Н.— Ibid, с. 5.
282. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Электродинамика сплошных сред.— М.: Наука, 1982.
283. Милляев В. А., Санина В. А.— Изв. вузов. Сер. «Радиотехника», 1980, т. 23, с. 407.
284. Аксенов В. П., Волков Н. Б., Журкин Б. Г., Максимчук И. Г.— Тр. ФИАН СССР, 1977, т. 100, с. 83.
285. Маненков А. А., Милляев В. А., Михайлова Г. Н., Сеферов А. С.— Письма ЖЭТФ, 1976, т. 24, с. 141.
286. Макаров А. Г., Маненков А. А., Михайлова Г. Н. Сеферов А. С.— ЖЭТФ, 1980, т. 80, с. 638.
287. Маненков А. А., Милляев В. А., Михайлова Г. Н., Смолин С. П.— Письма ЖЭТФ, 1972, т. 16, с. 454.
288. Милляев В. А., Санина В. А. Препринт ФИАН СССР № 153.— Москва, 1980.
289. Макаров А. Г., Маненков А. А., Михайлова Г. Н., Сеферов А. С., Тиходеев С. Г.— Sol. State Comm., 1982, v. 43, p. 69.
290. Маненков А. А., Смолин С. П.— Письма ЖЭТФ, 1977, т. 25, с. 436.
291. Ашкинадзе Б. М., Рождественский В. В.— Ibidem, 1972, т. 15, с. 371.
292. Алтухов П. Д.— ФТП, 1975, т. 9, с. 2193.
293. Брагина Т. М., Конин К. П., Шретер Ю. Г.— ФТТ, 1977, т. 19, с. 1872.
294. Manoliu A., Kittel C.— Phys. Rev. Ser. B, 1978, v. 17, p. 2685.
295. Макаров А. Г., Тиходеев С. Г.— Кр. сообщ. физ. (ФИАН СССР), 1984, № 3, с. 31.
296. Каминский А. С., Покровский Я. Е.— Письма ЖЭТФ, 1976, т. 24, с. 332.
297. Маненков А. А., Смолин С. П., Соколов С. Ю.— ДАН СССР, 1980, т. 252, с. 1376.
298. Жидков А. Е., Покровский Я. Е.— ЖЭТФ, 1980, т. 78, с. 1589.
299. Богданов С. В., Покровский Я. Е.— ЖЭТФ, 1982, т. 83, с. 2329.
300. Мурзин В. Н., Заяц В. А., Кононенко В. Л.— ФТТ, 1975, т. 17, с. 2684.
301. Rose J. H., Shore H. B., Rice T. M.— Phys. Rev. Ser. B, 1978, v. 17, p. 752.
302. Гавриленко В. И., Кононенко В. Л., Мурзин В. Н.— ФТТ, 1976, т. 18, с. 1753.
303. Zarate H. G., Timusk T.— Phys. Rev. Ser. B, 1979, v. 19, p. 5223.
304. Zarate H. G., Carbotte J. P., Timusk T.— Ibidem, 1979, v. 21, p. 4649.
305. Aurbach R. L., Eeaves L., Mańkiewicz R. S., Richards P. L.— Sol. State Comm., 1976, v. 19, p. 102.
306. Navarro H., Zarate H. G., Timusk T.— Ibid, v. 25, p. 1045.
307. Ван де Хюлст Г. Рассеяние света малыми частицами.— М.: ИЛ, 1961.
308. Покровский Я. Е., Свиштунова К. И.— Письма ЖЭТФ, 1971, т. 13, с. 297.
309. Сибельдин Н. Н., Багаев В. С., Цветков В. А., Пенин Н. А.— ФТТ, 1973, т. 15, с. 177.
310. Worlock J. M., Damen T. C., Shaklee K. L., Gordon J. P.— Phys. Rev. Lett., 1974, v. 33, p. 771.
311. Voos M., Shaklee K. L., Worlock J. M.— Ibid., p. 1161.
312. Mattos J. C., Shaklee K. L., Voos M., Damen T. C., Worlock J. M.— Phys. Rev. Ser. B, 1976, v. 13, p. 5603.
313. Worlock J. M.— In: The Theory of Light Scattering in Solids: Proc. of 1st Soviet-American Symposium. Moscow, 1975.— М.: Nauka, 1976, p. 195.
314. Дурандин А. Д., Сибельдин Н. Н., Стопачинский В. Б., Цветков В. А.— Письма ЖЭТФ, 1977, т. 26, с. 395.
315. Сибельдин Н. Н., Стопачинский В. Б., Тиходеев С. Г., Цветков В. А.— Ibidem, 1983, т. 38, с. 177.
316. Покровский Я. Е., Свиштунова К. И.— Ibid, 1976, т. 23, с. 110.
317. Сибельдин Н. Н.— Тр. ФИАН СССР, 1977, т. 97, с. 63.
318. Doehler J., Mattos J., Worlock J. M.— Phys. Rev. Lett., 1977, v. 38, p. 726.
319. Покровский Я. Е., Свиштунова К. И.— ФТТ, 1971, т. 13, с. 2788.
320. Silver R. H., Aldrich C. H.— Phys. Rev. Lett., 1978, v. 41, p. 1249; Phys. Rev. Ser. B, 1980, v. 21, p. 600.

321. Калинин В. П., Маненков А. А., Михайлова Г. Н., Соколов С. Ю. Препринт ФИАН СССР № 128. — Москва, 1982.
322. Doehler J., Worlock J. M. — Phys. Rev. Lett., 1978, v. 41, p. 980.
323. Маненков А. А., Михайлова Г. Н., Прохоров А. М., Сидорин А. В., Соколов С. Ю., Тиходеев С. Г. — Письма ЖЭТФ, 1982, т. 36, с. 7; Phys. Stat. Sol. Ser. b, 1983, v. 115, p. 75.
324. Маненков А. А., Михайлова Г. Н., Сидорин А. В., Соколов С. Ю., Тиходеев С. Г. — Sol. State Comm., 1983, v. 48, p. 725.
325. Zimmerman R., Rösler M., Asnin V. M. — Phys. Stat. Sol. Ser. b, 1981, v. 107, p. 579.
326. Баранов П. Г., Вещунов Ю. П., Житников Р. А., Романов Н. Г., Шретер Ю. Г. — Письма ЖЭТФ, 1977, т. 26, с. 369.
327. Fujii K., Otsuka E. — J. Phys. Soc. Japan, 1975, v. 38, p. 742.
328. Гавриленко В. И., Кононенко В. Л., Мандельштам Т. С., Мурзин В. Н. — Письма ЖЭТФ, 1976, т. 23, с. 701.
329. Гавриленко В. И., Кононенко В. Л., Мандельштам Т. С. и др. — Письма ЖЭТФ, 1977, т. 26, с. 102; ДАН СССР, 1977, т. 232, с. 802.
330. Nakata H., Fujii K., Otsuka E. — J. Phys. Soc. Japan, 1978, v. 45, p. 537.
331. Sanada T., Ohyama T., Otsuka E. — Sol. State Comm., 1973, v. 12, p. 1201.
332. Ашкинадзе В. Б., Алтухов П. Д. — ФТТ, 1975, т. 17, с. 1004.
333. Кононенко В. Л. — Ibidem, с. 2264.
334. Кононенко В. Л., Мурзин В. Н. — Письма ЖЭТФ, 1976, т. 24, с. 590.
335. Wolfe J. P., Markiewicz R. S., Kittel C., Jeffries C. D. — Phys. Rev. Lett., 1975, v. 34, p. 275.
336. Ohyama T., Otsuka E. — J. Phys. Soc. Japan, 1980, v. 48, p. 1550. Ohyama T., Hanbori I., Otsuka E. — Ibidem, p. 1559.
337. Ford G. W., Werner S. A. — Phys. Rev. Ser. B, 1973, v. 8, p. 3702; 1978, v. 18, p. 6752.
338. Markiewicz R. S. — Ibidem, p. 4260.
339. Timusk T., Silin A. — Phys. Stat. Sol. Ser. b, 1975, v. 69, p. 87.
340. Balslev I., Hvam J. M. — Ibidem, 1974, v. 65, p. 531.
341. Pan D. S., Smith D. L., McGill T. C. — Phys. Rev. Ser. B, 1978, v. 17, p. 3297.
342. Pan D. S., Smith D. L., McGill T. C. — Ibidem, p. 3284.
343. Westervelt R. M., Culbertson J. C., Black B. S. — Phys. Rev. Lett., 1979, v. 42, p. 267.
344. Smith D. L. — Sol. State Comm., 1976, v. 18, p. 637.
345. Sander L. M., Shore H. H., Rose J. H. — Ibidem, 1978, v. 27, p. 331.
346. Manoliu A., Kittel C. — Ibidem, 1977, v. 21, p. 641.
347. Дьяконов М. И., Субашиев А. В. — ЖЭТФ, 1978, т. 75, с. 1943.
348. Тиходеев С. Г. — ДАН СССР, 1979, т. 245, с. 576.
349. Субашиев А. В. — ФТТ, 1980, т. 22, с. 738.
350. Тиходеев С. Г. — Кр. сообщ. физ. (ФИАН СССР), 1975, № 5, с. 13.
351. Дьяконов М. И., Субашиев А. В. — Письма ЖЭТФ, 1978, т. 27, с. 692.
352. Тиходеев С. Г. — Ibid., 1979, т. 29, с. 392.
353. Ашкинадзе В. М., Субашиев А. В., Фишман И. М. — Ibidem, 1977, т. 26, с. 3.
354. Mahler G., Schröder U. — Sol. State Comm., 1978, v. 26, p. 787.
355. Щукин В. А., Субашиев А. В. — ФТТ, 1979, т. 21, с. 1461.
356. Feldman B. J. — Phys. Rev. Lett., 1974, v. 33, p. 359.
357. Doehler J., Worlock J. M. — Sol. State Comm., 1978, v. 27, p. 229.
358. Замковец Н. В., Сибельман Н. Н., Стопачинский В. Б., Цветков В. А. — ЖЭТФ, 1978, т. 74, с. 1147.
359. Кавецкая И. В., Сибельдин Н. Н., Стопачинский В. Б., Цветков В. А. — ФТТ, 1978, т. 20, с. 3608.
360. Ашкинадзе В. М., Фишман И. М. — ФТТ, 1977, т. 11, с. 301.
361. Брагина Т. М., Леликов Ю. С., Шретер Ю. Г. — ЖЭТФ, 1980, т. 79, с. 1838.
362. Greenstein M., Wolfe J. P. — Phys. Rev. Lett., 1978, v. 41, p. 715; Sol. State Comm., 1980, v. 33, p. 309.
363. Greenstein M., Wolfe J. R., Haller E. E. — Ibid., v. 35, p. 1011.
364. Волф Дж. — В кн. Физика за рубежом. — М.: Мир, 1982, с. 22.
365. Багаев В. С., Галкина Т. И., Сибельдин Н. Н. — Цит. в¹⁴ сб., p. 267.
366. Markiewicz R. S. — Phys. Rev. Ser. B, 1980, v. 21, p. 4674.
367. Макаров А. Г., Маненков А. А., Михайлова Г. Н., Сеферов А. С. — ДАН СССР, 1981, т. 259, с. 1085.
368. Макаров А. Г., Тиходеев С. Г. — ФТТ, 1984, т. 26, с. 1195.
369. Tamor M. A., Wolfe J. P. — Phys. Rev. Ser. B, 1980, v. 21, p. 739.