1984 г. Август *Том 143, вып. 4*

УСПЕХИ ФИЗИЧЕСКИХ НАУК

ФИЗИКА НАШИХ ДНЕЙ

532.507

ВЗЛЕТ И ПАДЕНИЕ ИДЕЙ В ТУРБУЛЕНТНОСТИ *)

Г. У. Липманн

Исследования турбулентных течений, этой все еще наиболее трудной проблемы гидродинамики, продолжают приносить важные технологические достижения, однако путь к прогрессу здесь никак не назовешь прямым.

История исследований турбулентных течений научными методами насчитывает приблизительно сто лет, и на протяжении этого периода времени некоторые из наиболее великих умов в области физики, механики и техники пробовали иногда свои силы в решении имеющихся здесь проблем. Было достигнуто продвижение вперед по многим направлениям исследований, и в итоге мы видим действительно заметный прогресс в наших знаниях о предмете. Тем не менее «проблема турбулентности» в целом, что бы она ни означала, все еще сохраняется.

Трудности в определении существа проблемы изучения турбулентности напоминают мне о карикатуре, на которой несколько озадаченного и огорченно выглядящего ученого представляют посетителю: «После двадцати лет исследований в данной области д-р Куимси нашел ответ, но теперь он забыл сам вопрос!». Любому человеку, активно работающему в области турбулентности, знакомо это чувство. На какой же вопрос или вопросы следует дать ответ? Здесь я позволю себе перечислить лишь некоторые из таких вопросов: 1) Каково предельное значение угла раствора простого конического диффузора, при котором не происходит срыв потока? По данным экспериментов оказывается, что данная величина близка к 8°, однако это еще не было подтверждено расчетами из «первых принципов». 2) Какая физика лежит в основе наблюдаемого логарифмического распределения по скоростям для простого турбулентного пограничного слоя? 3) Какова итоговая скорость протекания известной химической реакции в турбулентной смеси двух реагирующих между собой газов? 4) Чему равно максимальное значение коэффициента подъемной силы обтекаемого тела с заданным профилем?

Приведенная выше выборка проблем представляет непосредственный интерес для техники сегодняшнего дня, и их решение (в известных пределах) может быть найдено в результате комбинации эмпирических данных и ре-

*) Liepmann H. W. The Rise and Fall of Ideas in Turbulence.— Amer. Sci., 1979, v. 67, No. 2, pp. 221—228.— Перевод А. А. Радцига.

Д-р Г. У. Липманн занимает именную должность (Чарльз Ли Пауэлл) профессора в области гидродинамики и термодинамики в Калифорнийском технологическом институте и заведует там же лабораторией «Грэдьюейт аэроноутикал». Статья основана на выступлении д-ра Г. У. Липманна в мае 1978 г. в г. Атланте по случаю присуждения ему второй премии им. Мони А. Фест штатным техническим отделением научно-исследовательского общества «Сигма Кси» (Sigma Xi), шт. Джорджия, США.

© American Scientist 1979.
© Перевод на русский язык, издательство «Наука». Главная редакция физико-математической литературы, «Успехи физических наук», 1984.

зультатов феноменологического модельного подхода, т. е. методом, который вполне удовлетворителен для многих приложений, но покоится все же на непрочном фундаменте. Не удивительно, что предсказание поведения систем с другой геометрической конфигурацией может привести (и часто приводит) к неожиданным следствиям.

Список отмеченных выше вопросов можно расширить почти без ограничений. И в самом деле, без большого преувеличения можно сказать, что все трудности в изучении поведения потока жидкости или газа, начиная от переноса тепла в реакторе и кончая аэродинамикой, связаны с проблемой турбулентного его течения. Помимо этих очень близких к практике технологических задач, существуют и фундаментальные вопросы, для ответа на которые требуется углубленное понимание причин возникновения турбулентности. В качестве примера можно указать на следующие вопросы:

1. Становится ли сопротивление потоку тела конечных размеров (например, цилиндра или сферы) независимым от числа Рейнольдса в пределе, когда $\mathsf{Re} \to \infty$? Вера в положительный ответ на этот вопрос обычно не имеет рационального объяснения, а существующие доказательства его справедливости весьма ограничены.

2. Существует ли нижняя граница излученной акустической энергии для заданной струи с известными значениями потока импульса и массы, распространяющейся в покоящейся жидкости?

3. Существует ли турбулентный пограничный слой при очень больших значениях числа Маха, т. е. в пределе $\mathsf{M} \to \infty$? В данном случае наличие связи между вихревым и акустическим полями может привести к настолько обильному излучению энергии, что турбулентность будет подавлена.

Из всего сказанного выше с очевидностью вытекает, что никакого преувеличения числа подлежащих решению проблем нами не допущено. Д-р Куимси на упомянутой мною карикатуре забыл суть вопроса не потому, что в начале пути стоял не один вопрос, а потому, что в процессе решения он натолкнулся на массу взаимно связанных фактов и проблем и в конце концов его мозг пришел в такое же турбулентное состояние, как и тот поток, который он пытался описать.

Представленное ниже обсуждение проблем, стоящих перед наукой о турбулентности, вовсе не является полностью документированным обзором, а скорее представляет собой краткое изложение взглядов на предмет, сложившихся у автора. В результате этого я отказался от систематического цитирования использованной литературы и отсылаю читателя, заинтересованного в более полной проработке материалов, к двум источникам в списке литературы, помещенном в конце статьи.

ОСНОВНЫЕ ПРИНЦИПЫ

Движение простой (ньютоновской) жидкости *) характеризуется двумя безразмерными параметрами: числом Рейнольдса $\mathsf{Re} = UL/\nu$ и числом Маха $\mathsf{M} = U/a$. Здесь величина U определяет характерную скорость жидкости, L — характерный размер обтекающего потока, ν — кинематическая вязкость, a — скорость звука. Две первые величины характеризуют движение среды, тогда как две последние относятся к самой жидкости.

Понятие о турбулентном потоке можно ввести, вспомнив, в какой ситуации наблюдается потенциальная беспомощность второго закона термодинамики: поток с достаточно высоким значением числа Рейнольдса нельзя замедлить до состояния покоя стационарным образом. Торможение всегда приводит к образованию вихрей, и возникающие между ними взаимодействия настолько чувствительны к исходным условиям, что результирующая карти-

*) Условимся далее термин fluid (текучая среда) переводить как жидкость. (*Прим. перев.*)

на потока меняется со временем, причем, как правило, хаотическим образом. Данное явление во многом напоминает ход эксперимента с доской Гальтона *), т. е. скатывание упавшего сверху шарика по наклонной доске через регулярно вбитые гвоздики, или игру на китайском биллиарде. Неизбежные малые сдвиги в начальном направлении падения шарика приводят к статистическому распределению для конечного положения шарика: средние по ансамблю следуют нормальному распределению.

Характерной особенностью турбулентных потоков, оказывающей решающее воздействие на их поведение, является взаимодействие вихрей. Как одна из проблем для статистической механики, проблема турбулентности сводится к описанию ансамбля взаимодействующих гироскопов, т. е. с точки зрения статистики проблема турбулентности представляет собой более сложную задачу, чем, скажем, трехмерная модель Изинга. То обстоятельство, что мы знаем, какими уравнениями движения описывается турбулентный поток — уравнениями Навье — Стокса,— является, безусловно, полезным, но его значение даже уступает тому, что дает приложение уравнений Гамильтона к динамике жидкости.

Уже из первых экспериментов Осборна Рейнольдса по турбулентности стало очевидно, что скорость потока флуктуирует около среднего значения явно хаотическим образом. Следующий логически обоснованный шаг состоял в описании поля скоростей в потоке с помощью понятия о средней скорости движения $\mathbf{U}$ и скорости $\mathbf{u}'$, характеризующей пульсирующую составляющую. Подставляя соотношение $\mathbf{u} = \mathbf{U} + \mathbf{u}'$ в уравнение Навье—Стокса и производя осреднение, получим в итоге так называемые уравнения Рейнольдса для $\mathbf{U}$, которые совпадают по форме с уравнениями Навье—Стокса, но в силу нелинейного характера уравнений они содержат дополнительные члены, квадратичные по пульсирующим составляющим скорости. Эти члены представляют собой производные от так называемого тензора напряжений Рейнольдса с компонентами $\tau_{ik} = -\rho\overline{u_i'u_j'}$; здесь черта сверху обозначает среднее значение величины.

Поскольку принципиальные особенности турбулентного течения проявляются и в потоке несжимаемой жидкости, а также по причине отсутствия к настоящему времени результатов исследований для сжимаемой жидкости, будем считать в дальнейшем величину плотности ρ постоянной. Подход Рейнольдса к осреднению величин скоростей порождает две следующие проблемы. Во-первых, поскольку компоненты тензора τ_{ik} остаются неизвестными, он приводит к системе уравнений с числом неизвестных, превышающим число уравнений. Попытки получить уравнения для τ_{ik} путем последовательного домножения уравнений на u' и осреднения приводят к возникновению иерархии уравнений, в которой, например, члены вида $\overline{u_i'u_j'}$ зависят от членов вида $\overline{u_i'u_j'u_k'}$, и т. п.

Очевидно, что одна лишь процедура осреднения не может прояснить физическую сущность проблемы, и надежда на использование рейнольдсовского осреднения связана с возможностью замыкания результирующей бесконечной системы уравнений. Для этого можно воспользоваться физическими или по крайней мере статистическими доводами. Так называемая проблема «замыкания», которая и по сей день остается весьма интенсивно развиваемой ветвью теории турбулентности, имеет формальное сходство с проблемой ББГКИ-иерархии **) в кинетической теории жидкостей, порождающей ряд тех же трудностей, что и в задаче о турбулентном течении жидкости. При этом лишь для простейшего случая одноатомного газа, кото-

*) «Доска Гальтона»— простейший прибор для моделирования броуновского движения частиц. (*Прим. перев.*)

**) Речь идет о так называемой цепочке уравнений Боголюбова, Борна, Грина, Кирквуда и Ивона, описывающих эволюцию редуцированных функций распределения частиц по скоростям в динамике жидкости. (*Прим. перев.*)

рому отвечают наиболее простые взаимодействия между частицами, цепочка уравнений может быть замкнута вполне удовлетворительным образом.

Вторая проблема, возникающая в связи с осреднением скоростей по Рейнольдсу, обусловлена трактовкой «значения средних величин», т. е. определением и характером использования результатов осреднения. Время от времени этот вопрос привлекал внимание чистых математиков, и результаты проведенного рассмотрения были восприняты с известной долей юмора более «приземленными» исследователями турбулентности. Совсем недавно, однако, стало ясно, что процедура осреднения величин скоростей по Рейнольдсу вовсе не в той степени полезна, как об этом думали раньше. По крайней мере в ряде случаев удалось установить, что разнесенные во времени измерения статических свойств таких членов, как $\overline{u_1'u_2'} \equiv \overline{u'v'}$, приводят к почти бимодальному распределению вероятностей: безразмерный коэффициент

$$R_{12} = \frac{\overline{u'v'}}{\sqrt{\overline{u'^2}}\,\sqrt{\overline{v'^2}}}$$

обращается в нуль для одних отрезков времени и в единицу для других, чередующихся с первыми. В итоге его среднее значение, т. е. коэффициент корреляции, оказывается приблизительно равным 0,4. Физический смысл среднего значения переменной, флуктуирующей указанным образом, остается по крайней мере под вопросом.

НЕУСТОЙЧИВОСТЬ ЛАМИНАРНОГО ТЕЧЕНИЯ

Описание движения турбулентного потока, скажем, с помощью рейнольдсовских уравнений, основано на использовании определенных данных наблюдений. Так, например, достаточно хорошо известно, что течение жидкости по трубе при достаточно больших числах Рейнольдса приобретает турбулентный характер. Однако в уравнениях Навье — Стокса содержится одно простое решение для задачи о течении по трубе ламинарного потока — так называемое решение Пуазейля, которое справедливо, очевидно, при любых значениях числа Рейнольдса. Из факта упомянутого расхождения между теорией и экспериментом можно прийти к следующим выводам: 1) используемые уравнения движения жидкости являются некорректными; 2) фактическое течение жидкости в лабораторных условиях может включать в себя параметры, которые не учитываются в теории (скажем, возможные различия могут быть обусловлены неучетом сжимаемости или переменной плотности, неправильным заданием начальных условий на входе и т. д.); 3) теоретическое решение может оказаться неустойчивым.

Имеются основания полагать, что явление турбулентности содержится в уравнениях Навье — Стокса, и, следовательно, первый вывод можно отбросить как крайне маловероятный. Однако выводы 2) и 3) представляются весьма важными. Можно указать на ряд современных исследований, результаты которых подтверждают значимость условий течения жидкости на входе в канал и неустойчивости потока.

Важным фактором здесь, несомненно, являются и трудности в постановке эксперимента, адекватного идеализированной, но математически строго сформулированной и исследованной задаче. Действительно, как и при решении многих других трудных проблем, теоретиков порицали здесь за то, что ведут себя они подобно пьянице, ищущему потерянные ключи под уличным фонарем, а не в темной аллее, где они скорее всего и лежат. Течение Пуазейля относится, в частности, к типу проблем, при решении которых экспериментаторы наталкиваются на очень большие трудности в попытке удовлетворить обычным требованиям теоретиков. Тем не менее, конечно, существуют такие типы течений жидкости, для которых согласие между

теорией и экспериментом достаточно близко, чтобы парировать обвинения в неконтролируемости любых возможных различий между расчетными данными и результатами измерений.

Математическая формулировка теории неустойчивости ламинарного течения жидкости оказывается весьма сложной даже и в простейшем линеаризованном случае. Первые работы здесь восходят еще к О. Рейнольдсу, однако и до сих пор она продолжает активное существование и никоим образом не может считаться отжившей ветвью исследований. Едва ли кто будет оспаривать утверждение о том, что все ламинарные потоки жидкости (за исключением тех, что ускоряются монотонным образом) становятся неустойчивыми при достаточно больших числах Рейнольдса.

В ряде случаев механизм возникновения неустойчивости можно себе представить довольно легко. Так, например, подогреваемый снизу слой жидкости становится неустойчивым вследствие того, что менее плотная страта вблизи дна начинает подниматься вверх, тогда как более тяжелая верхняя страта опускается вниз. Дело происходит аналогичным образом в случае вращающейся жидкости, когда действие на отдельные элементы жидкости центробежной силы в принципе эквивалентно действию силы тяжести. Течение жидкости становится неустойчивым, если по мере удаления от оси вращения наблюдается ослабление циркуляции внешних слоев жидкости. Результирующее движение жидкости в этих случаях носит черты движения вторичного потока, т. е. оно достигает установившегося, хорошо сформированного состояния или группы состояний.

Нетрудно также понять механизм возникновения неустойчивости в сдвиговом течении тонкого слоя жидкости (т. е. потока с поперечным градиентом скорости): периодический прогиб поверхности раздела порождает флуктуации давления, которые в свою очередь действуют в направлении увеличения амплитуды колебаний. Если обозначить характерную скорость течения жидкости через U, то легко показать (сегодня это задают в виде упражнения студентам), что в идеализированном случае слоя с изчезающе малой толщиной возмущения нарастают по закону $\exp(Ukt)$ для всех значений волнового числа k. Поведение слоя жидкости конечной толщины δ определяется также и величиной безразмерного параметра $k\delta$.

Ни в одном из перечисленных выше примеров не требовалось явное упоминание эффектов, связанных с влиянием вязкости на возмущенное течение жидкости, т. е. им соответствовали бесконечно большие значения числа Рейнольдса. Интуитивно ясно, что учет вязкости жидкости снизит число возможных степеней свободы движения и соответственно уменьшит число неустойчивых типов колебаний. Таким образом, можно ожидать, что по мере уменьшения числа Рейнольдса Re будет все более снижаться число неустойчивых мод колебаний, и в конце концов мы достигнем критического значения числа Re, ниже которого неустойчивые моды колебаний больше не возбуждаются. Качественно этот вывод справедлив для любых свободных сдвиговых течений жидкости и, в частности, при условии $\mathsf{Re} \to 1$ все такие течения оказываются устойчивыми.

В случае потока жидкости, текущей под действием разности давлений через двумерный канал (Пуазейль), и в случае потока, текущего вдоль плоской пластины (Блазиус), действие вязкости сказывается как в усилении, так и гашении возмущений. С целью иллюстрации такого поведения жидкости достаточно незначительно преобразовать уравнение, описывающее вихревое поле. Для этого воспользуемся уравнением Навье — Стокса в случае двумерного течения со средней скоростью $U(y)$ и рассмотрим плоские возмущения для компонент скорости u и v, а также вихревое возмущение с компонентой ζ, нормальной к плоскости движения потока жидкости. В итоге придем к линеаризованному уравнению

$$\zeta_t + U\zeta_x = vU'' + \nu\nabla^2\zeta,$$

где

$$U'' = \frac{d^2U}{dy^2}.$$

После домножения уравнения на ζ и усреднения обеих частей по x получим соотношение

$$\frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial t}\overline{\zeta^2} = \overline{v\zeta}U'' + \overline{\zeta\nu\nabla^2\zeta}.$$

Интегрируя последнее уравнение по y в направлении поперек слоя жидкости или канала ее течения, найдем

$$\frac{d}{dt}\int\overline{\zeta^2}\,dy = 2\int\overline{v\zeta}U''\,dy - \nu\left(\frac{d\overline{\zeta^2}}{dy}\right)_{\text{гран}} - 2\nu\int\overline{|\nabla\zeta|^2}\,dy.$$

Последний член здесь всегда отрицателен и, следовательно, характеризует затухающую вследствие действия вязкости компоненту движения. Вихревое возмущение в целом может нарастать со временем в случае, если один или оба первых члена справа окажутся положительными.

Далее имеем

$$\overline{v\zeta} = \overline{v(v_x - u_y)} = -\frac{\partial\overline{uv}}{\partial y},$$

и поскольку рейнольдсовское напряжение $\overline{uv}$ исчезает на границах течения жидкости даже для невязких потоков, то в результате получим

$$\int\overline{v\zeta}\,dy = 0.$$

Так как в случае течения Пуазейля $U'' = \text{const}$, первый член справа в написанном выше уравнении обращается в нуль и усиление возмущений возможно только благодаря вкладу второго члена, и, следовательно, для этого требуется участие вязкости. С другой стороны, для случая свободных сдвиговых потоков второй член справа становится исчезающе малым и, стало быть, действие вязкости всегда приводит к гашению возмущений.

Поскольку величина $\overline{uv}$ характеризует поток импульса поперек течения усредненного потока жидкости, то произведение $\overline{v\zeta}$ можно рассматривать в качестве величины интенсивности источника, порождающего такой поток импульса. Поток импульса в нормальном к струе направлении можно транспортировать на бесконечность и из бесконечности, или иначе он должен возникать или поглощаться на твердой граничной поверхности. Второй из отмеченных вариантов возможен только для случая течения вязкой жидкости, в которой, например, нормальный поток импульса может возникнуть благодаря эффектам смещения в пограничном слое.

Отмеченная связь между источниками, генерирующими поток импульса внутри жидкости и на стенках, имеет принципиальное значение для описания режима неустойчивости ламинарного течения в потоках Пуазейля, Блазиуса и некоторых других потоках, для которых знак производной U' не меняется. (Наиболее конструктивные идеи, способствовавшие окончательному успеху теории неустойчивости ламинарного течения жидкости, были выдвинуты Прандтлем, Гейзенбергом и Толлмином. Полученные ими результаты вместе с экспериментальными данными Шубауэра и Скрэмстеда, относящимися к началу 40-х годов, оставили подлинную веху в истории развития гидродинамики.) Однако такая «вязкостная неустойчивость» оказывается сравнительно слабой, и усиление возмущений протекает медленно. Переход к режиму «реальной» турбулентности требует, очевидно, включения второй ступени быстро нарастающих трехмерных возмущений, т. е. возникает динамическая неустойчивость, которая не зависит от влияния вязкости. Понимание существа этой второй стадии развития турбулентности относится к разряду

текущих проблем для технически наиболее важной задачи о переходе к пограничному слою. В настоящее время уже пропала вера в то, что прогресс в теории, охватывающей область неустойчивости ламинарного течения, позволит решить проблему турбулентности. Такая надежда в прошлом способствовала проведению интенсивных исследований в данном направлении и привела к заметному прогрессу, однако сегодня сложилось убеждение, что линейная теория неустойчивости ставит перед турбулентностью лишь необходимые, но не достаточные условия. Слишком еще рано судить о том, помогут ли закрыть брешь в теории между началом развития неустойчивости ламинарного течения и полностью развитой турбулентностью попытки продвинуть теорию гидродинамической устойчивости в область нелинейного режима с помощью теории бифуркации.

ПЕРЕМЕШИВАНИЕ И ОДНОРОДНАЯ ТУРБУЛЕНТНОСТЬ

Наиболее очевидной и подчас технически наиболее важной особенностью турбулентного течения по сравнению с ламинарным является значительно возросший перенос вещества, импульса и энергии. В случае ламинарного течения жидкости транспортные потоки оказываются пропорциональными или, по крайней мере, линейно связанными с градиентами соответствующих средних величин, таких, как концентрация, скорость и температура. В рамках феноменологического подхода коэффициенты переноса являются эмпирическими функциями локального термодинамического состояния жидкости. Кинетическая теория позволяет, в принципе, связать переносные характеристики с молекулярными взаимодействиями путем рассмотрения того или иного потока как результата действия возмущения, наложенного на термодинамически равновесное состояние. Данный подход удается успешно продвинуть вперед в случае, если это состояние представляет собой обычное максвелл-больцмановское состояние одноатомного газа. Для более сложных газов и, в особенности, жидкостей вычисление транспортных коэффициентов превращается в крайне трудную задачу, которая и до сих пор не была разрешена вполне успешно.

Наиболее прямолинейная и ранняя попытка описать турбулентное перемешивание сводилась к использованию модели, опирающейся на аналогию с ламинарным течением, а также вводила в рассмотрение переносные характеристики движения — так называемые обменные коэффициенты, связывающие потоки со средними градиентами. Данный подход получил распространение со времени появления работ Буссинески. Ему, однако, присущи две очевидные трудности. Скорости молекул, характеризующие процессы переноса в жидкости, и усредненные поля в ламинарном потоке слабо связаны между собой. Соответствующие переносные характеристики независимы от геометрии потока в широком диапазоне условий. Однако при турбулентном перемешивании данное положение не имеет места, и коэффициенты переноса зависят от геометрических свойств потока жидкости. Кроме того, существует хорошо понятная, хотя и не всегда поддающаяся законченной формулировке, кинетическая основа для термодинамически равновесного состояния, из которого исходит анализ методами теории возмущений. Соответствующее «равновесное состояние» для аналогичного ряда теории возмущений в случае турбулентного течения отсутствует. При разработке в 30-е годы теории однородной изотропной турбулентности Дж. И. Тэйлор исходил из наличия такого возможного равновесного состояния, и многие теоретические и экспериментальные работы в последующем касались исследования этого вопроса.

В настоящее время сложилось убеждение, что теория однородной турбулентности не может привести к заметному прогрессу при анализе сдвиговых течений жидкости и общих проблем перемешивания. Это вызвало естественное снижение интереса к однородным турбулентным течениям, и сегодня

нередко можно столкнуться с недооценкой приобретенных в недавнем прошлом знаний. Следует помнить, однако, что многие понятия и методы, развитые при анализе однородной турбулентности, превратились в неотъемлемую часть исследований турбулентных движений и что продолжают существовать важные технические проблемы (такие, как рассеяние оптических и акустических волн от турбулентных потоков), для которых предположения об однородности и даже изотропии турбулентного поля часто оказываются истинными. В частности, довольно активной ветвью исследований продолжает оставаться изучение локальных свойств турбулентности, использующее понятие о локальной изотропии. Основные результаты здесь принадлежат Колмогорову.

Для наших целей здесь достаточно остановиться на вопросах о подобии и числе «степеней свободы» турбулентного движения, которые вошли в теорию из работ по однородной турбулентности. Прежде всего отметим, что режим турбулентного течения жидкости наблюдается только при больших числах Рейнольдса. В области движения пульсирующего потока, в котором одновременно существуют многие масштабы длины и скорости, можно определить число Рейнольдса, исходя из одного какого-нибудь масштаба длины, скажем λ, и соответствующей скорости c. Для комбинации величин c и λ, при которой число Рейнольдса делается порядка единицы, а именно,

$$\frac{c\lambda}{\nu} \sim 1,$$

турбулентное движение должно затухать, т. е. значения c и λ характеризуют предельные «мелкомасштабные» параметры турбулентного поля. Диссипация энергии из этих элементов жидкости в расчете на единицу массы и времени целиком обязана вязкости и по порядку величины составляет

$$\varepsilon \sim \nu \frac{c^2}{\lambda^2}.$$

В результате комбинирования двух написанных соотношений придем к зависимости от ν и ε для введенных Колмогоровым параметров длины и скорости мелкомасштабных пульсаций:

$$\lambda \sim \left(\frac{\nu^3}{\varepsilon}\right)^{1/4}, \quad c \sim (\nu\varepsilon)^{1/4}.$$

(Первоначально величину ε рассматривали в качестве средней диссипации энергии для всего турбулентного потока; в последующем были учтены флуктуации величины ε относительно среднего значения.) Если отождествить величину ε со средней диссипацией энергии во всем потоке жидкости, которая зависит только от масштаба длины L для потока в целом, и ввести соответствующую среднюю скорость U, то будем иметь

$$\varepsilon \sim \frac{U^3}{L}.$$

«Число степеней свободы» турбулентного движения можно определить согласно соотношению

$$\frac{L}{\lambda} \sim \left(\frac{UL}{\nu}\right)^{3/4} = \mathrm{Re}^{3/4};$$

это число служит мерой протяженности доступных масштабов длины для турбулентного движения. Если существуют подынтервалы изменения скоростей движения u и характерных размеров l соответственно между предельными значениями U, c и L, λ, причем диссипация энергии для этих масштабов пульсаций носит «турбулентный характер», т. е. для которых снова имеем

$$\varepsilon \sim \frac{u^3}{l},$$

то получим в итоге соотношение

$$u \sim \left(\frac{\varepsilon}{l}\right)^{1/3},$$

впервые установленное Колмогоровым и независимо от него Вейцзеккером, Онзагером и Гейзенбергом в 40-е годы. (Соответствующий спектр турбулентных пульсаций, характеризующий распределение энергии $F(k)$ по различным интервалам изменения «волнового числа» турбулентного движения, имеет вид $F(k) \sim \varepsilon^{2/3} k^{-5/3}$.)

Мы подробно остановились выше на некоторых законах подобия по той причине, что они еще продолжают играть важную роль на многих этапах исследований турбулентности. И это вопреки разочарованию, порожденному использованием режима однородной турбулентности в качестве «базового состояния» для анализа в рамках теории возмущений. Методы теории возмущений оказались на поверку очень сложными, и никакой определенной, обнадеживающей схемы вычислений придумать, кажется, не удалось. Этому, впрочем, не следует удивляться, поскольку аналогом здесь на молекулярном уровне служит не модель идеального газа, а модель жидкости с довольно необычной структурой, построенной из сильно взаимодействующих гироскопов. В задачах о турбулентном перемешивании приходится считаться с физическим фактом отсутствия чистого разделения разных областей движения жидкости, характерного и для случая ламинарных потоков, в которых области перемешивания молекул и области течения также не разделяются. На мой взгляд, достижения последних нескольких лет создали противоречивую картину этого очень интересного явления, и вполне возможно, что в будущем будут сформулированы совсем другие подходы к решению задачи о турбулентном перемешивании. Так, постепенно потерял значение один из подходов к задаче о турбулентном переносе, связанный с градиентным перемешиванием.

Вопрос использования представлений об однородной, изотропной турбулентности в качестве основы для построения схем вычислений по теории возмущений, применимых к случаю турбулентного перемешивания, во многом потерял свою актуальность, и, таким образом, фаза развития этих подходов к пониманию существа турбулентности закончилась. Мне думается, что последующий спад приведет нас на некоторое срединное плато. Представления о диффузионном перемешивании и обменных коэффициентах, с одной стороны, а также элементы теории однородной турбулентности, с другой стороны, окажутся полезными в более ограниченном контексте, чем это первоначально считалось. Первый из отмеченных подходов относится к числу весьма удобных и часто адекватных путей описания усредненных характеристик переноса при сложной геометрии задачи, тогда как второй подход часто являет собой вполне подходящую основу для анализа задачи о рассеянии излучения и аналогичных явлений, обусловленных взаимодействиями с внешними полями.

СЖИМАЕМОСТЬ

Скорость звука a в жидкости связана с ее термодинамическими переменными зависимостью вида

$$a^2 = \left(\frac{\partial p}{\partial \rho}\right)_s,$$

т. е. величина a является мерой (адиабатической) сжимаемости вещества. Поэтому в гидродинамике «сжимаемость» обычно присутствует во всех явлениях, в которых скорость звука конечна, а ее безразмерной характеристикой служит число Маха $\mathsf{M} = u/a$. Во многих отношениях число M играет в гидродинамике такую же роль, что и число $\beta = u/c$ в специальной теории относительности. Турбулентность проявляет себя в виде вихревого течения,

которое может возникнуть также и в несжимаемой жидкости, т. е. при $a \to \infty$. Если, однако, скорость турбулентных пульсаций u значительно превышает скорость звука, то сжимаемость оказывает влияние на характер турбулентности. Первым и весьма важным следствием этого становится связь между вихревым и акустическим полями. При достаточно малых значениях M, которые наиболее характерны в приложениях к земным условиям, лишь относительно небольшая доля энергии турбулентного потока излучается вовне в форме звуковых колебаний. Это излучение является источником большей части шумов гидродинамического потока, спектр которых простирается от частот акустики реактивных течений до стуков сердца. Легко оценить величину данного эффекта.

Элементарный источник звуковых колебаний, представляющий собой попеременно расширяющуюся и сжимающуюся сферу небольшого объема V, излучает в единицу времени акустическую энергию, равную

$$I = \frac{\rho}{4\pi a}\left(\frac{\overline{\mathrm{d}^2 V}}{\mathrm{d}t^2}\right)^2.$$

Пусть турбулентные пульсации характеризуются величиной скорости u и масштабом длины l. Поскольку имеем

$$a^2 \sim \frac{\Delta p}{\Delta\rho},$$

то, используя в случае турбулентных пульсаций несжимаемого потока оценку для динамического давления $\Delta p \sim \rho u^2$, придем в итоге к следующему соотношению:

$$\frac{\Delta\rho}{\rho} \sim \frac{\Delta p}{a^2\rho} \sim \mathrm{M}^2.$$

Далее можно записать

$$\frac{\mathrm{d}^2 V}{\mathrm{d}t^2} \sim \frac{\Delta V}{\tau^2},$$

где характерное время τ определяет, очевидно, период пульсаций: $\tau = l/u$. Из соотношения

$$\frac{\Delta\rho}{\rho} = \frac{\Delta V}{V} \sim \mathrm{M}^2$$

следует, что

$$\frac{\mathrm{d}^2 V}{\mathrm{d}t^2} \sim \frac{\mathrm{M}^2 V u^2}{l^{-2}},$$

т. е.

$$\frac{\mathrm{d}^2 V}{\mathrm{d}t^2} \sim l u^2 \mathrm{M}^2,$$

и интенсивность излучаемых звуковых волн представляется окончательно в виде

$$I \sim \frac{\rho l^2 u^4 \mathrm{M}^4}{a} = \frac{\rho l^2 u^8}{a^5},$$

т. е. излучаемая акустическая энергия пропорциональна восьмой степени пульсационной скорости. Это соотношение было впервые установлено Лайтхиллом, исследовавшим спектр шумов струйных течений.

Следует отметить, что при выводе мы опирались на методы теории возмущений, развитой для случая течения несжимаемой жидкости, и его справедливость ограничена только областью малых значений M. Очевидно, что при больших M потери энергии на излучение должны повлиять на характер турбулентности. В настоящее время еще не до конца понята природа взаимодействия между акустическими и вихревыми полями в случае больших чисел M; неизвестно также, может ли существовать турбулентность при очень боль-

ших M. Связь турбулентности со звуком представляет собой довольно очевидный и, по всей видимости, технически наиболее интересный эффект. Однако в рассматриваемой ситуации присутствуют также флуктуации температуры, вызванные пульсирующей диссипацией энергии при турбулентном движении, так что в действительности (это продемонстрировали некоторое время назад Чу и Ковашнай) необходимо учитывать связь между тремя «модами»: завихренностью, звуком и энтропией. В контексте данного обсуждения интересно заметить, что в случае обычных жидкостей вихревое и энтропийное поля относятся по своему характеру к диффузионному типу, тогда как акустическое поле имеет, конечно же, волновую природу. С другой стороны, для случая HeII энтропия или температура характеризуются волновыми свойствами и, следовательно, связь их с турбулентностью будет совершенно иной. Например, от турбулентных полей могут исходить «температурные волны».

МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕЧЕНИЙ И ЭВМ

Поскольку нам известны уравнения, описывающие турбулентное движение, то в принципе можно надеяться на получение подходящего набора возможных решений задачи с помощью достаточно большой ЭВМ. Уловка здесь заключена в слове «принцип». Дело в том, что эти уравнения являются нелинейными, и стало быть, вовсе не обязательно, что найдутся подходящие схемы их численных решений. Однако в результате игры таких факторов, как нелинейность (которая обусловлена учетом первых производных от скорости движения) и диффузионный характер уравнений (который имеет отношение ко вторым производным), возникают узкие зоны, или пограничные слои, в которых быстро меняются поле скоростей и вихревое поле. Можно проиллюстрировать данное положение на примере найденного ранее выражения для числа степеней свободы однородного турбулентного движения. В частности, с ростом числа Рейнольдса наблюдается быстрое увеличение числа степеней свободы турбулентного движения, которое в общем случае трехмерного течения становится порядка

$$(\mathrm{Re}^{3/4})^3 = \mathrm{Re}^{9/4}.$$

К настоящему времени непосредственные численные расчеты для одной из простейших классических задач течения стационарного потока жидкости через цилиндрическую трубу так и не были успешно выполнены для значений числа Рейнольдса, превышающих 100.

Вследствие отмеченных трудностей сформировались два совершенно различных подхода к решению проблемы турбулентности с помощью численных методов: строгий подход к решению приближенной задачи и приближенный подход к решению строго сформулированной задачи. В качестве примера сошлемся на точные численные методы в задаче о двумерном турбулентном движении, для которого характеристики вихрей вырождаются в скалярные переменные. Уже анализ однородных и изотропных турбулентных течений требует обширных затрат машинного времени и сложного программного обеспечения, вынуждая идти на определенные жертвы в части строгости решения.

Важные для техники проблемы турбулентного течения всегда решались с помощью приближенных методов, и, как следствие, большое число предложенных моделей было инициировано потребностями пользователей из промышленности. В такого рода работах почти всегда применяются усредненные рейнольдсовские уравнения, причем цепочка уравнений замыкается, исходя из полуэмпирических предположений. Последние охватывают довольно широкий набор условий, включающий, с одной стороны, простенькие оценки обменных коэффициентов и, с другой,— затрагивающий значительно более сложные иерархии уравнений, для которых последняя ступень замыкания весьма далека от физических соображений.

Работы по моделированию турбулентных течений находятся еще в стадии подъема благодаря быстрому развитию вычислительной техники и росту потребностей промышленности в управляемых турбулентных потоках. Однако я убежден, что бóльшая часть полученных здесь результатов будет иметь лишь преходящее значение. За исключением весьма редких критических работ, под стать проведенным в 1968 г. в Стэнфорде при расчетах турбулентных пограничных слоев, все остальные едва ли устоят после достаточно глубокого сравнительного анализа или критического разбора. Единственным ободряющим моментом здесь является то, что текущий прогресс в понимании существа турбулентности ограничит свободу такого моделирования и направит прикладываемые усилия на получение более надежных результатов.

Обсуждавшийся до сих пор характер моделирования процессов основывался, по существу, на истинных уравнениях движения. Несколько отличный подход включает в себя постулирование модельных уравнений, которые имитируют наиболее существенные особенности турбулентности. Если воспользоваться аналогией с кинетической теорией газов, то можно, с одной стороны, искать приближенные решения больцмановских уравнений, а, с другой,— можно сформулировать подходящий набор решаемых модельных уравнений, отвечающих, скажем, модели Эренфеста или приближению Борна — Грина — Кирквуда, или еще более «изощренному» приближению. В теории турбулентности типичными примерами такого рода являются уравнения Бургерса и модельные уравнения Саффмана.

Моделирование турбулентных течений, несомненно, играет полезную роль в качестве интерполяционного механизма, связывающего экспериментально наблюдаемые явления. Важная особенность процесса моделирования заключена также в том, с какой легкостью (если сравнивать с тем, как это делается на экспериментальной установке) можно изменить при работе на вычислительной машине геометрические особенности пограничных областей движения. С другой стороны, имеется большой соблазн в экстраполяции различных параметров потока, таких, как числа Рейнольдса и Маха, за пределы реализуемого в эксперименте диапазона. Так, например, на рубеже 40—50 годов (еще до того, как были получены какие-либо экспериментальные данные) исследователи располагали более чем двадцатью различными оценками величины поверхностного трения в турбулентном потоке при значении числа Маха $M = 5$. Это позволяло проследить за эффектами, обусловленными сжимаемостью вещества, в диапазоне от нулевого уровня до уровня, при котором трение снижалось на порядок величины. Ясно, что экстраполяция может дать все что угодно, кроме надежных результатов, если используемые методы основываются на экспериментальных данных для исследованных конкретных случаев, а не на данных теории, в которой ставится задача более глубокого понимания гидродинамических особенностей турбулентности.

КОГЕРЕНТНЫЕ СТРУКТУРЫ

Понятие об однородной турбулентности позволило получить удовлетворительное с математической точки зрения и приемлемое со стороны эксперимента описание турбулентного потока на языке корреляционных функций скоростей и соответствующих спектров колебаний. Усреднение уравнений движения по Рейнольдсу приводит к соотношениям, связывающим корреляционные функции или колебательные спектры со средней скоростью движения жидкости, причем платой за это служит почти полная потеря информации о фазовых множителях. За возможным исключением членов, отвечающих корреляции значений величин давление — скорость, все прочие члены в упомянутых соотношениях являются измеряемыми величинами. Много усилий было затрачено на измерение и интерпретацию разных таких членов и в особенности тех, что входят в уравнение для энергии турбулентного движения. Однако интерес к этой проблеме в последние годы значительно упал,

и объясняется это тем, что никаких полезных моделей вихревого движения или объединяющих подходов выработано не было. Постепенно также пришло понимание того, что турбулентные сдвиговые течения содержат отчетливые когерентные вихревые структуры и что информацию о фазах колебаний следует сохранить на предмет их обнаружения и исследования. Здесь стоит отметить важный вклад Фавра с сотрудниками на ранних этапах работ, который заключался в использовании многоканальных детекторов и устройств пространственно-временной корреляции сигналов с целью наблюдения и статистической обработки результатов измерений скорости, масштаба и сохраняемости вихревых структур в пограничном слое жидкости.

Работа Брауна и Рошко в начале 70-х годов по турбулентным перемешиваемым слоям сыграла роль критического эксперимента, привлекшего повышенное внимание к этой новой ветви исследований турбулентности. Конечно, когерентные структуры наблюдались и ранее, и можно вспомнить предшествующие работы, в которых были представлены ясные свидетельства присутствия когерентных структур. Так, например, результаты измерений Паи на турбулентном круговом течении Куэтта можно было объяснить только на основе предположения о существовании турбулентных вихрей тэйлоровского типа. Почти двадцать лет назад Рошко продемонстрировал появление вихревой дорожки Кармана, двигающейся вслед за цилиндром при числах Рейнольдса 10^7. Отметим, наконец, открытие Эммонсом изолированных турбулентных пятен в области перехода от ламинарного к турбулентному пограничному слою, которое можно отнести к явлениям той же категории. Может статься, что неудачная попытка Теодорсена ввести понятие о подковообразном вихре как о самостоятельном элементе турбулентного потока будет воспринята со временем как плодотворная идея, чье время тогда еще не пришло.

Обнаруженные в ранних экспериментах когерентные структуры обычно воспринимались как нетипичные образования, возникшие вследствие специально подобранных условий. Браун и Рошко первыми осознали значение таких наблюдений и ясно продемонстрировали наличие и важность крупномасштабных вихревых структур в турбулентном перемешиваемом слое. Впоследствии Броуэнд и Уайнэнт показали, что рост такого слоя, который из соображений размерности должен быть линейным, преимущественно завершается слиянием крупномасштабных вихрей, а не их независимым расширением. Такая демонстрация отчетливо видимых вихреподобных структур даже в одном турбулентном сдвиговом потоке существенно изменила как общее отношение к таким потокам, так и характер их интерпретации. В частности, это способствовало установлению более тесной связи между понятием об устойчивости движения и турбулентностью. В качестве примера отметим, что обнаруженные Брауном и Рошко характерные двумерные вихри тесно примыкают к неустойчивым модам колебаний для простого вихревого слоя.

Недавно выполненные работы по турбулентным пограничным слоям и турбулентным переходным пятнам в определенной степени выявили их связь с неустойчивостью Тэйлора — Гёрглера, являющейся возможной причиной появления продольных вихрей в подслое турбулентного пограничного слоя. Описание турбулентных течений с поперечным градиентом скорости на языке усредненного профиля скоростей и наложенных случайных флуктуаций скорости со временем утрачивает свое значение, поскольку по крайней мере для нескольких типов потоков (слой перемешивания и пограничный слой) было показано, что они возникают в результате наложения почти детерминированных крупномасштабных структур со случайным распределением фаз.

Есть определенная доля иронии в том, что все когерентные структуры, подобные пятну Эммонса (рис. 1), системе вихрей Брауна — Рошко (рис. 2) и системе продольных вихрей в подслое турбулентного пограничного слоя (рис. 3), были обнаружены наиболее примитивным из экспериментальных методов — визуальным наблюдением потока жидкости. Таким же способом

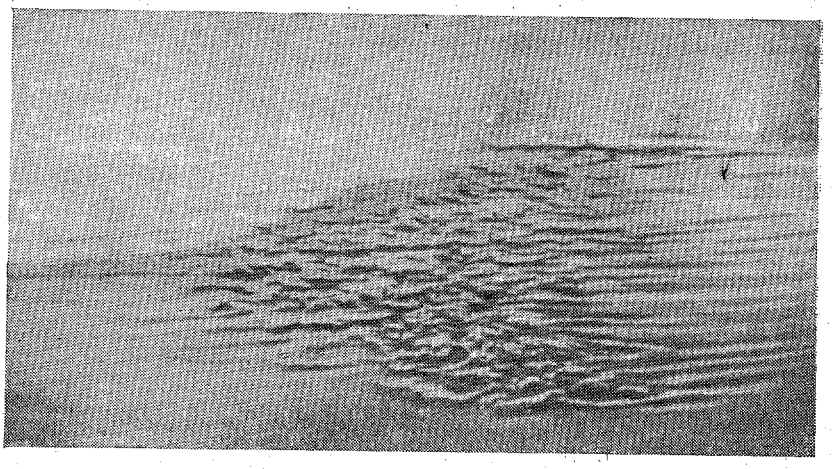

Рис. 1. Клиновидная область турбулентного движения, перемещающаяся справа налево в ламинарном пограничном слое, носит название пятна Эммонса и характеризует начальный этап перехода к развитому турбулентному потоку.

Мы видим пятно благодаря взвеси частиц алюминия в воде. На рис. 4 показан поперечный разрез рассматриваемого пятна.

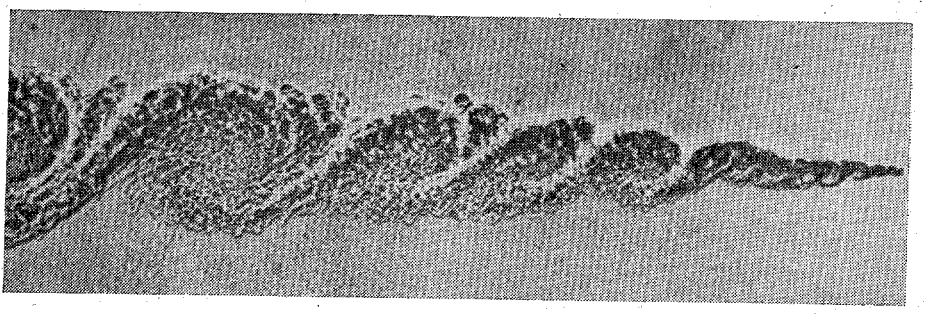

Рис. 2. Движущийся справа налево однородный поток гелия (он виден на нижней половине фотографии) вливается в движущийся параллельно, но с меньшей скоростью, поток азота (он виден на верхней половине фотографии).

Турбулентное перемешивание начинается у правого края картинки. Четко просматривающиеся в зоне турбулентного перемешивания когерентные структуры состоят из веретенообразных вихрей.

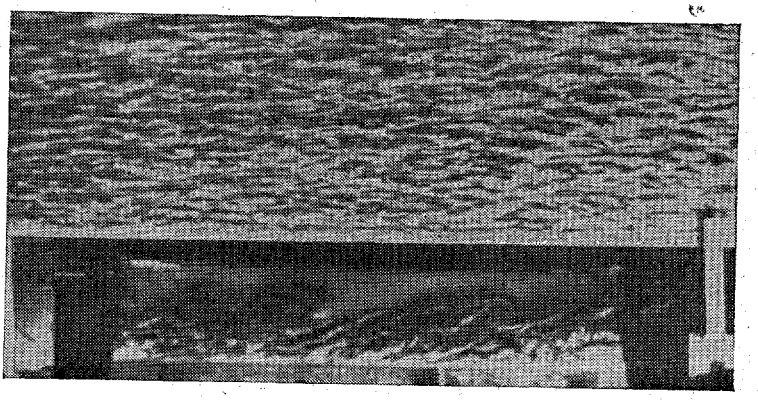

Рис. 3. Продольные вихри в турбулентном пограничном слое, близко прилегающем к стенке канала, стали видимыми благодаря взвеси частиц алюминия в воде.

Фотография снята через стеклянное дно канала течения. На нижней части рисунка помещена фотография того же пограничного слоя, но снятого сбоку.

группой Клайна было обнаружено в турбулентном пограничном слое явление, названное «вспышкой». Однако, в отличие от ранних работ, метод визуального наблюдения используется сейчас главным образом для установления топологических особенностей потока жидкости в целом. Получение количественных данных, подобных тем, что характеризуют структуру турбулентного пятна (рис. 4) или статистику флуктуаций плотности в слое перемешивания (рис. 5), возможно только на базе весьма сложных экспериментальных методов.

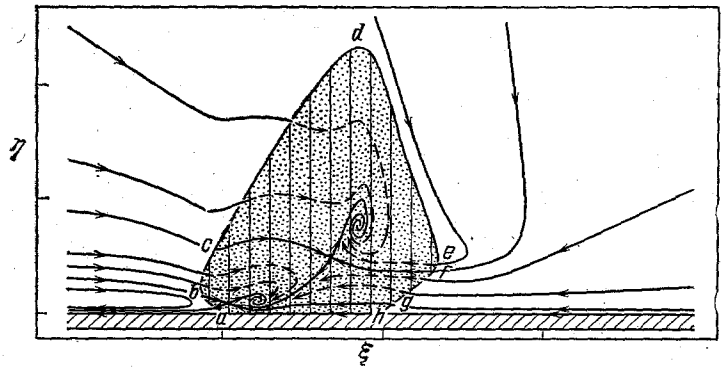

Рис. 4. Лазерная доплеровская анемометрия и статистическое усреднение результатов использовались при измерении структуры одиночного пятна Эммонса.

Линии и стрелки отмечают сложные траектории движения частиц жидкости в пределах «пятна». Поскольку по мере движения пятна вдоль потока его размеры растут линейно, то можно выбрать координатную систему переменных ξ, η, в которой пятно покоится. Высота пятна увеличена примерно в 10 раз.

С целью иллюстрации привлекаемых новых идей остановимся на двумерной задаче взаимодействия двух простых вихрей. Это взаимодействие описывается законом Био — Савара (ср. с электродинамикой). Эффект воздействия одного вихря на другой оказывается обратно пропорциональным

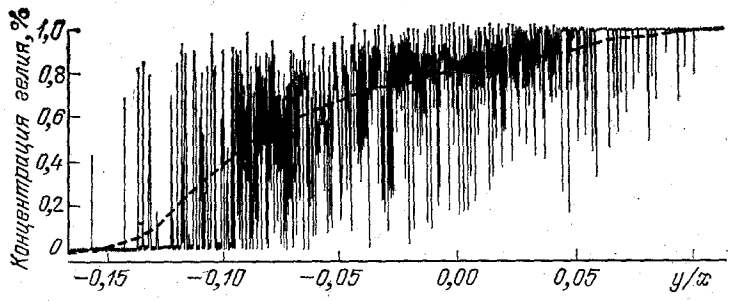

Рис. 5. Рисунок иллюстрирует флуктуации плотности частиц в области перемешивания двух параллельно двигающихся потоков гелия и азота.

По оси абсцисс отложены значения отношения величин y (ширина области перемешивания) и x (расстояние от начальной границы перемешивания). По величине и характеру флуктуаций с очевидностью можно судить о быстром и глубоком взаимном проникновении частиц одного газа в другой. Среднее распределение имеет отдаленное отношение к мгновенному пространственному распределению плотности числа частиц.

расстоянию r между ними и, следовательно, имеет дальнодействующую природу. Под влиянием указанного взаимодействия вихри приходят во вращение относительно выделенного центра. Указанные две особенности взаимодействия вихрей служат основой для качественного объяснения процесса кластеризации вихрей, который имеет место при возмущении цепочки одиночных вихрей. Перенос вихревого возмущения в поперечном направлении осуществляется в результате дальнодействующего взаимодействия вихрей, а не путем их диффузии, и в итоге наблюдается расплывание свободных сдви-

говых турбулентных потоков, а также образование вихрей в турбулентном пограничном слое на относительно удаленных расстояниях от твердой границы.

В случае течения невязкой жидкости законы распространения вихрей можно записать на языке величин напряженности вихря Ω и тензора скорости деформаций ε в следующем виде:

$$\frac{d\Omega}{dt} = \Omega\varepsilon,$$

или, вводя величину циркуляции Γ, придем к еще более простому уравнению

$$\frac{d\Gamma}{dt} = 0.$$

Оба написанных уравнения хорошо отражают относительную простоту вихревых уравнений в лагранжевой системе отсчета переменных, которая движется вместе с когерентными структурами, если сравнить со случаем эйлеровой, или лабораторной, системы отсчета. Локальные измерения не приспособлены для адекватного описания сильно неоднородных потоков жидкости, и, следовательно, направление экспериментальных исследований идет по пути лагранжевого подхода, использующего при измерении скоростей систему фазовых детекторов и дисплейную технику, которая открывает доступ к структурной информации.

С точки зрения теории новый интерес к идеям распространения вихрей в невязкой жидкости и кинематике вихревых взаимодействий оказывается не случайным. Заслуживает внимания и вопрос о естественных или неустранимых вихревых образованиях. Так, например, обнаруженная в пределах пятна Эммонса картина распределения вихрей подозрительно напоминает солитонное решение нелинейного вихревого уравнения. По-видимому, наиболее важным аспектом существования в турбулентном потоке детерминированных структур является возможность воздействия на турбулентность путем прямой интерференции этих крупномасштабных структур. Такое воздействие могло бы привести к очень важным для техники достижениям.

Вполне понятно, что исследования когерентных структур находятся еще на подъеме. Турбулентность и теперь, и в будущем останется одной из наиболее трудных проблем гидродинамики, и имеющийся здесь опыт позволяет предположить, что последующее падение интереса к когерентным структурам более чем вероятно. Итоговый рост наших знаний о турбулентности может оказаться ниже уровня сегодняшних больших ожиданий, но в любом случае он будет положительным.

ЛИТЕРАТУРА

1. Hinze J. O. Turbulence.—2nd ed.— N.Y.: McGrow-Hill, 1975.— (Перевод 1-го издания 1959 г.: Хинце И. О. Турбулентность.— М.: Физматгиз, 1963).
2. Roshko A.— AIAA J., 1976, v. 14, p. 1349.