

ВЫЧИСЛЕНИЯ В ФИЗИКЕ ПЛАЗМЫ*)

Б. И. Коэн, Дж. Киллин

Разнообразные компьютеры помогают в увеличивающихся по сложности и улучшающихся по точности теоретических вычислениях, в конструировании, в управлении и анализе экспериментов.

Физики всего мира сегодня энергично занимаются изучением плазмы не только потому, что почти вся материя во Вселенной находится в плазменном состоянии, но и потому, что физика плазмы имеет много земных приложений. Исследователи в этой области быстро осознали сложность явлений, связанных с наличием ансамбля заряженных частиц, и, используя компьютеры, значительно ускорили процесс развития науки о плазме. Последние успехи в развитии вычислительных методов¹ и машинного обеспечения значительно улучшили согласие вычислений с экспериментальными данными.

Экспериментаторы и теоретики широко используют компьютеры — от микропроцессоров до самых мощных вычислительных машин — для того, чтобы наблюдать за экспериментом, управлять полученными данными, производить вычисления. Они используют тысячи сложных машинных программ или кодов в работах по созданию огромных термоядерных реакторов и для понимания основных плазменных явлений на микрокосмическом уровне. Тем не менее для того, чтобы гарантировать осуществимость таких реакторов и для дальнейшего прогресса плазменной науки, компьютеры должны становиться еще более мощными и доступными.

Из-за дальнего действия кулоновских сил плазма богата коллективными эффектами. В плазме, аналогичной во многих отношениях другим жидкостям, возбуждаются волны, развиваются неустойчивости, турбулентность. Дискретность плазмы, состоящей из частиц, и эффекты, связанные с кинетической энергией этих частиц, добавляют еще одно измерение к области плазменных явлений. Описание частиц плазмы имеет много общего с проблемой n тел в астрономии и статистической механике. Таким образом, неудивительно, что численные методы, интенсивно применяемые в физике плазмы, пересекаются со многими другими областями, включая гидродинамику, метеорологию, статистическую механику, астрофизику и астрономию.

Существует огромное множество вычислительных методов, активно используемых в физике плазмы. Разнообразие, количество и сложность плазменных вычислений неуклонно возрастают по мере того, как растут возможности компьютера и число исследователей. В этой статье мы сделаем обзор применения компьютеров в физике плазмы. Мы сфокусируем наше внимание на вкладе вычислительных машин в изучение магнитного и инерциального удержания плазмы, распространения пучка заряженных частиц и на приложениях к космическим наукам. Вначале рассмотрим типичное использование вычислительных машин для проектирования и управления лабораторными и космическими экспериментами, для процесса накопления данных. Потом обсудим основные из применяемых в физике плазмы вычислительных методов и некоторые важные физические проблемы, связанные с ними. Наконец, мы рассмотрим будущие направления использования компьютеров в плазмен-

*) Cohen B. I., Killeen J. Computations in Plasma Physics. — Phys. Today, 1983, v. 36, No. 5, p. 54—60, 62—63. — Перевод К. П. Зыбина.

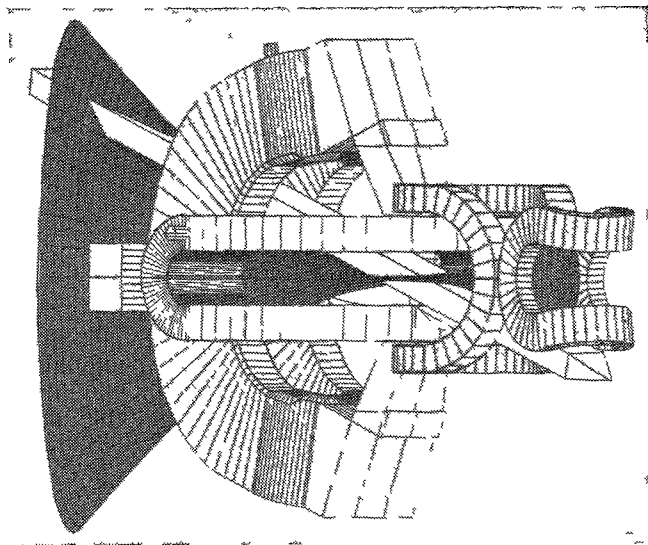
Брюс И. Коэн — физик-исследователь, принимающий участие в Программе магнитного синтеза в Ливерморской Национальной лаборатории им. Лоуренса, а также приглашенный лектор в Калифорнийском университете в Беркли. Дж. Киллин — директор Национального вычислительного центра по проблемам термоядерного синтеза в Ливерморе, а также профессор прикладных наук Калифорнийского университета в Дэвисе.

ных исследованиях, обращая внимание на возрастающую роль микропроцессоров и высокоскоростных графопостроителей и на необходимость более мощных вычислительных машин.

Компьютеры в экспериментах. Организация и контроль лабораторных и космических экспериментов требуют напряженного использования компьютеров как для получения, так и для временного анализа данных. Для того чтобы сконструировать экспериментальную установку,

Рис. 1. Магнитная система, состоящая из различных катушек, рассчитанная компьютером.

Этот рисунок в перспективе показывает один конец зеркальной магнитной ловушки, конструируемой сейчас в Ливерморской лаборатории им. Лоуренса. Катушки слева (в середине) работают как магнитные пробки, остальные катушки создают магнитное поле в переходной области между концевой магнитной пробкой и секцией центрального соленоида. Заштрихованная сеткой область слева является магнитной поверхностью, окружающей плазму. Эта поверхность имеет 30 см в диаметре в районе центральной катушки. Диагональный луч обозначает путь нейтрального пучка (с любезного согласия Гари Ямагучи).



инженеры и физики интенсивно используют машинные коды и модели. Например, в программе «магнитного» синтеза разработаны трехмерные коды, которые называются EFFI, MAFCO и GFUN, помогающие точно определять вакуумное магнитное поле, устанавливать катушки и опоры для обычных и сверхпроводящих магнитных систем. Эти программы позволяют проектировщикам «строить» магнитные системы (такие, как на рис. 1) из элементарных сегментов, катушек различных размеров, форм и ориентации. Эта конструкторская деятельность часто ведется совместно с вычислениями поведения плазмы. Для этого используются модели, которые мы обсудим ниже.

Применение маленьких или средних по размерам компьютеров особенно удобно для планирования и синхронизации запусков в экспериментах по физике плазмы, контроле диагностики машинного обеспечения, для управления накопленными данными и их анализа. Эти компьютеры, анализирующие данные как в течение эксперимента, так и после него, часто являются связующими звеньями с большими машинами. Помещение, откуда идет управление экспериментами по термоядерному синтезу и распространению пучков, удивительно похожи по своему внешнему виду и функциям на помещения, предназначенные для управления ускорителем и мощным реактором.

ФИЗИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ

В принципе, можно вычислить поведение плазмы полностью. Мы только должны для этого провести следующую последовательность шагов:

- Определить динамическую эволюцию плазмы, интегрируя либо уравнения гидродинамики, либо кинетическое уравнение.
- Вычислить соответствующие плотности зарядов и токов.

— Вычислить самосогласованные электромагнитные поля, интегрируя уравнения Максвелла.

На практике, тем не менее, даже при использовании современных мощных компьютеров такое (шаг за шагом) вычисление невозможно. Как показано на рис. 2, плазменные явления протекают в огромных пространственных и временных областях. Для того чтобы полностью разрешить пространственные и временные масштабы, описывающие процессы в реальной плазме, потребовалось бы от 10^5 до 10^{10} пространственных зон и примерно столько же временных шагов. Фактически, на практике мы должны либо ограничить

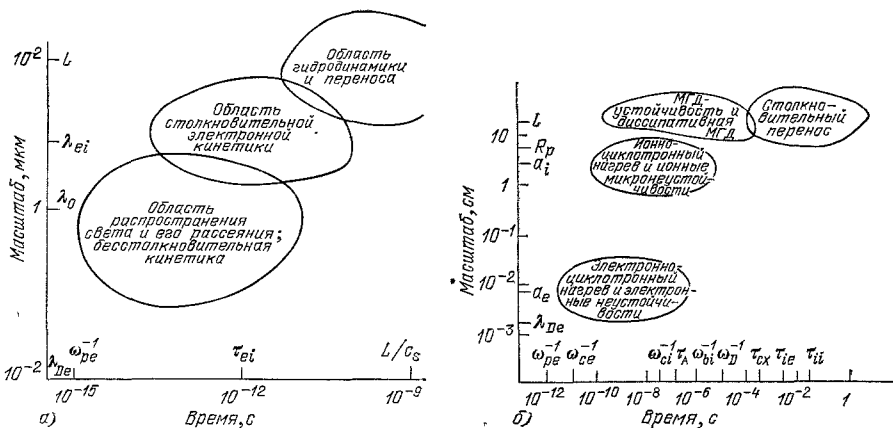


Рис. 2. Показаны пространственные и временные масштабы, в которых интересно поведение плазмы для задач инерциального синтеза (а) и для синтеза с магнитным удержанием (б).

Диаграмма рис. а) показывает область явлений в плазме, создаваемой неодимовым лазером, работающим на длине волны λ_0 . Другие параметры, характеризующие плазму: длина свободного пробега относительно электрон-ионных соударений λ_{ei} , дебаевская длина λ_{De} , размер плазмы L , плазменная частота ω_{pe} , время свободного пробега относительно электрон-ионных соударений τ_{ei} и скорость звука c_s . Диаграмма рис. б) внизу представляет картину удержания дейтериевой плазмы в магнитных ловушках. В параметры входят: электронный и ионный ларморовский радиусы a_e и a_i , радиус плазмы и ее длина R_p и L , электронно-циклотронные и ионно-циклотронные частоты ω_{ce} и ω_{ci} , баунс и дрейфовые частоты ω_{bi} и ω_{D} , среднее время пробега относительно ион-электронных и ион-ионных соударений τ_{ie} и τ_{ii} , время прохождения альвеновской волны и среднее время перезарядки нейтрального пучка τ_{ex} и τ_A .

область пространственных и временных масштабов, выбрав искусственно плазменные параметры, либо уменьшить число или сложность уравнений, делая разложение по малому параметру. Давайте рассмотрим семь важных вычисляемых моделей и некоторые их приложения и затем разберем кратко некоторые последние достижения в математическом машинном обеспечении.

Магнитогидродинамическое равновесие

Особый интерес для создания и работы лабораторного эксперимента представляет программа «равновесие», которая используется для вычисления и анализа равновесных плазменных конфигураций. Надежные и точные вычисления являются необходимым условием успеха ведущих экспериментов по ядерному синтезу. Вычисление магнитогидродинамического равновесия требует решения эллиптических уравнений в частных производных, аналогично тому, как это делается в приближении ведущего центра ларморовского кружка с учетом некоторых орбитальных кинетических эффектов³. Машинная программа, предназначенная для этих вычислений, использует разнообразные итерационные и прямые методы.

Простейшие уравнения, описывающие плазму в состоянии равновесия, это:

$$[\mathbf{j}, \mathbf{B}]_k = c \frac{\partial}{\partial x_i} P_{ik}, \quad c [\nabla, \mathbf{B}] = 4\pi \mathbf{j}, \quad \nabla \cdot \mathbf{B} = 0,$$

где \mathbf{j} — плотность тока, \mathbf{B} — магнитное поле, P_{ik} — тензор давления. Часто для того, чтобы число неизвестных соответствовало числу уравнений, вводят зависимость между давлением, магнитным полем и общим магнитным потоком ψ . Для систем, обладающих замкнутыми магнитными силовыми линиями, таких как токамаки или тороидальные пинчи, часто достаточно скалярного давления $P(\psi)$.

В открытых системах, таких как зеркальная магнитная ловушка, плазма в основном обладает анизотропными свойствами, и необходимо вводить тензор давления $P_{ik}(\psi; \mathbf{B})$.

Конструкторы систем магнитных катушек в токамаках используют код «равновесие» в качестве стандартной программы. Токамак ISX-B в Ок-Риджской Национальной Лаборатории является хорошим примером использования программы «равновесия» для улучшения конструкции полоидальных катушек. Значительные потери в канале энергоснабжения и в цепи контроля были снижены благодаря сочетанию омически нагреваемых катушек, катушек вертикального поля и катушек, сжимающих поперечное сечение плазмы до расчетных размеров. Оптимизация конструкций катушек не только снизила требуемый ток наполовину, но и привела к очень подвижной системе полей, в которой можно создавать плазму различных форм для стационарного изучения.

Равновесие плазмы в зеркальной магнитной ловушке в некоторых отношениях более сложно, чем то, с которым обычно сталкиваются в тороидальных системах. Анизотропное давление, сосуществование нескольких различных плазменных компонент и трехмерность равновесия, все это увеличивает сложность вычисления реальных конфигураций. Помимо этих трудностей необходимо учесть сложную структуру магнитных и электрических полей, которые возникают от различных частей ловушки. Центральная катушка, переходная область, катушки теплового барьера (которые препятствуют смешиванию горячих электронов в конце ловушки с более холодными в районе центральной катушки) и концевые «магнитные пробки» — все это влияет на равновесную конфигурацию.

Вычисление трехмерного магнитогидродинамического равновесия отличается от идеализированного аналитического рассмотрения плазмы с малым β (β есть отношение давления плазмы к плотности энергии удерживающего магнитного поля) более реалистичной численной моделью плазмы с большим β . Аналитические вычисления равновесия плазмы в ловушке с квадрупольной симметрией даже в пределе, когда плазма имеет удлиненную тонкую геометрическую форму, приводит к сложным формулам, которые должны быть представлены численно, если мы хотим использовать их для решения проблем устойчивости и переноса. Без приближения геометрически удлиненной плазмы необходимо решать значительно более сложные уравнения.

Магнитогидродинамическая устойчивость

Физики хотят предсказывать условия, при которых плазма будет устойчива, и они разрабатывают для этих целей программы по изучению магнитогидродинамической устойчивости. Эти коды исследуют устойчивость равновесных плазменных конфигураций, решая линеаризованные уравнения, возмущенные относительно их равновесных решений⁴. Программа по проверке устойчивости основана на предположении об идеальности магнитогидродинамических соотношений, согласно которым плазма ведет себя как простая жидкость, не имеющая сопротивления и не проявляющая эффекты,

обусловленные конечностью орбит частиц. Вычисления определяют область параметров, при которых плазма будет устойчива, и предсказывают спектр нормальных мод пространственных и временных осцилляций плазмы и полей. Эти вычисления полезны для интерпретации измеряемого спектра флуктуаций электрических и магнитных полей и для анализа нагрева плазмы электромагнитными волнами, в частности альвеновскими.

При вычислениях магнитогидродинамической устойчивости часто применяют энергетический принцип совместно с лагранжианом, написанным для возмущений относительно равновесной конфигурации, для того чтобы сформулировать задачу на собственные значения. Полагая вариацию от интеграла лагранжиана по времени равной нулю, получаем уравнения Эйлера — Лагранжа — набор уравнений в частных производных, которые можно решить численно, если аналитическое решение невозможно. Эти уравнения описывают эволюцию плазмы. Один из методов их решения заключается в использовании ряда специально подобранных функций, которые сводят исходную задачу к проблеме минимизации алгебраической квадратичной формы относительно определенных вариационных параметров.

Наиболее существенными примерами кодов магнитогидродинамической устойчивости являются программы PEST в Принстонской Лаборатории физики плазмы, ERATO — в Политехнической школе в Лозанне (Швейцария) и GATO в GA — технологической корпорации в Сан-Диего. Эти программы были использованы при конструировании и анализе устойчивости в основных экспериментах по магнитному тороидальному удержанию плазмы.

Физики, занимающиеся плазмой, применили коды определения линейной магнитогидродинамической устойчивости при изучении винтовой, спланговой, перезарядной и баллонной неустойчивостей, неустойчивости перетяжек. Одним из недавних результатов интенсивного машинного счета, использующего такие коды, явилось признание того факта, что баллонные моды с малыми азимутальными числами могут формировать обширные радиальные каналы, которые связывают внутреннюю область плазменного объема с ее краями. Баллонные моды растут (подобно аневризме) в тех областях, где силовые линии удерживающего магнитного поля вогнуты по отношению к плазме. Для заданной конфигурации магнитного поля и проводящих стенок эти неустойчивости определяют наибольшее устойчивое давление плазмы.

Техника, развитая при изучении баллонных мод в пределе идеальной магнитогидродинамики, сейчас используется для исследования диссипативных баллонных мод, при тесном взаимодействии между теоретическим анализом и вычислениями. Понимание механизма баллонной неустойчивости существенно влияет на проектирование установок. Конструирование ныне создаваемых токамаков с некруглым поперечным сечением, таких как Принстонский «Эксперимент с полоидальным дивертором», и «General Atomic's Doublet», основано в основном на предсказании того, что такие установки устойчивы относительно баллонной неустойчивости при более высоких давлениях, чем установки с круглым сечением. Более того, исследование трехмерной устойчивости плазмы в таких приборах, как «сферомак», влияет на конструкцию катушек и положение проводящих стенок прибора.

Для сферомака — прибора со сжатой тороидальной областью и без внутренних стенок, исследования предсказывают тилтинг-неустойчивость, которая была впоследствии обнаружена экспериментально.

Н е с т а ц и о н а р н а я МГД

Детальное сравнение теории и экспериментов по магнитному удержанию, по сжатию лазерных мишеней и в ракетных исследованиях параметров земной магнитосферы зависит от применения двух- и трехмерных магнитогидродинамических кодов. Нестационарные магнитогидродинамические вычисле-

ния могут моделировать процессы установления равновесия и устойчивости на коротких временных интервалах (от наносекунд до микросекунд) в большинстве лабораторных экспериментов. Одним из направлений, возбуждающих сегодня интерес, является изучение начальной стадии разряда в токамаках, а также проблемы формирования и разрушения магнитных поверхностей. Другой важный пример — это развитие рэлей-тэйлоровской неустойчивости при сжатии лазерной мишени (рис. 3) и образование неоднородностей в магнитосфере Земли ⁵.

Программа вычислений магнитогидродинамической эволюции на коротких временных масштабах представляет собой типичную программу для изучения линейного и нелинейного развития неустойчивостей во времени. Главный вопрос, на который надо ответить, заключается в том, устойчива или нет определенная магнитогидродинамическая мода, и если нет, то как быстро она растет, какова ее структура и как она разрушается? Хотя линейная задача устойчивости часто поддается аналитическому рассмотрению, решение нелинейной задачи, включая эффекты диссипации, почти полностью основано на машинном счете.

Для анализа нелинейной диссипативной неустойчивости надо решить нестационарные магнитогидродинамические уравнения движения. Такое совместное рассмотрение восьми (зависящих от времени) нелинейных уравнений в частных производных, их трехмерное решение — грандиозная задача для любой компьютерной системы. Поэтому, следуя потоку плазмы и развитию полей, рассматривают уравнения сохранения массы импульса и энергии жидкости совместно с уравнениями Максвелла, в которых пренебрегают током смещения. Для замыкания системы уравнений необходимо описать поток тепла. Это обычно делается при помощи кинетики, либо вводится феноменологическое описание. Наконец, обычно уменьшают число уравнений или упрощают их для облегчения вычислений. Несмотря на сложность проблемы, в последние годы был достигнут заметный прогресс в создании программ для трехмерных диссипативных магнитогидродинамических вычислений ^{6, 7}. Прогресс в вычислении поведения плазмы в токамаках с учетом диссипации был особенно драматичен, и сравнение с экспериментом становилось все более и более желательным. Подробные вычисления, проведенные в Принстоне, Оак-Ридже, Фонтенаук-Росе (Франция) и в Калане (Англия) получили правдоподобную картину неустойчивостей, которые приводят к срыву плазмы в токамаках ⁷. На рис. 4 показан пример таких вычислений.

Макроскопический перенос плазмы

Для моделирования потока или переноса частиц в плазме необходимо решить ряд уравнений в частных производных диффузионного типа. Типичными зависимыми переменными являются плотности и температуры каждой компоненты, плотность тока и магнитное поле. Для решения этих уравнений требуется знать коэффициенты переноса, т. е. коэффициенты диффузии, теплопроводности и электропроводности; все они берутся из лучших имеющихся в нашем распоряжении теорий.

При обработке какого-либо эксперимента вычисляют реальные физические величины в противоположность тому, когда численно моделируют будущие эксперименты. Когда же основная задача выполнена, тогда удобно построить измеряемые профили плотности и температуры и затем вывести эмпирические коэффициенты переноса. В противоположность этому, при численном счете сначала определяют коэффициенты переноса, которые в основном выбираются на основе предыдущего анализа, а потом вычисляют плотности и температуры.

Программы по переносу, анализируют ли они эксперимент или производят теоретические вычисления, помимо процессов переноса обычно моделируют много других физических явлений. Например, с помощью программы

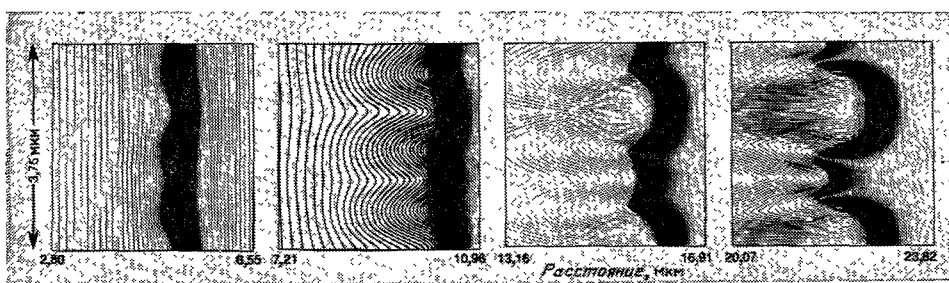


Рис. 3. Развитие неустойчивости, вычисленное на компьютере при помощи двумерной гидродинамической программы.

Показаны последствия нелинейного развития рэлей-тейлоровской неустойчивости, вызванной лазерным испарением и ускорением тонкой оболочки. Вычисления определили скорость испарения вещества оболочки и электронную теплопроводность для углеродной пластины, облучаемой лазером с длиной волны $1,06 \text{ мкм}$ и мощностью 10^{16} Вт/см^2 . Это четыре мгновенных снимка испарения пластины с интервалом в 20 пс , начавшегося через 60 пс после облучения. Линии отделяют области равных масс, начальное состояние оболочки задано с двумя различными возмущениями. (С любезного согласия Ч. Вердона и Р. Мак-Крори.)

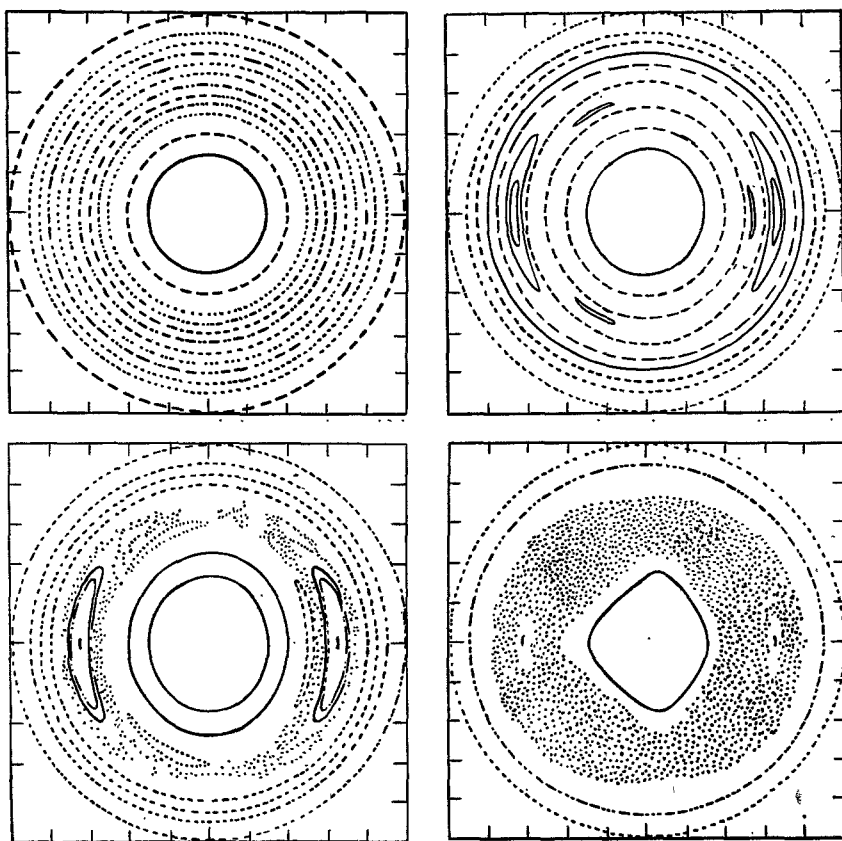
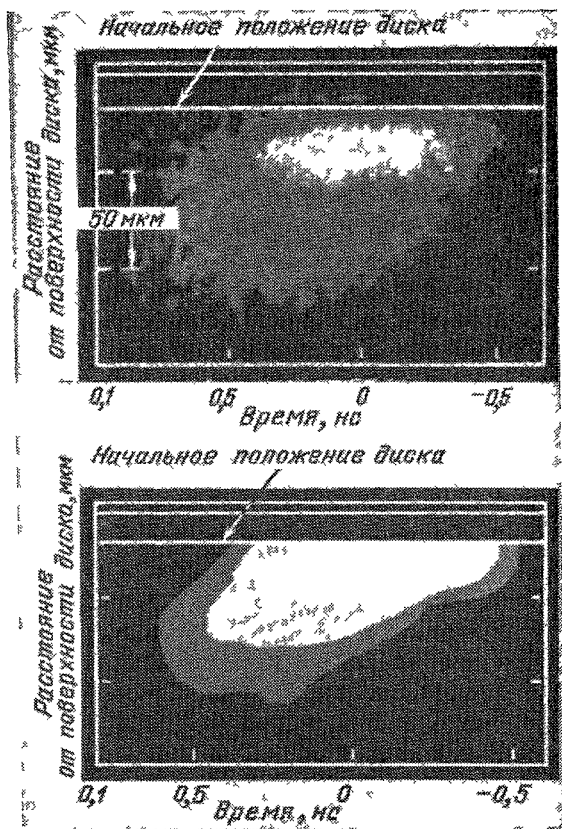


Рис. 4. Вычисления срыва плазмы в токамаке, полученные путем решения трехмерных нестационарных диссипативных магнитогидродинамических уравнений.

Вычисления показывают нелинейную эволюцию пересоединения магнитных поверхностей, разделенных геликоидальными пинчами. Как показано в малом поперечном сечении тора, пересоединение приводит к формированию возмущений в виде магнитных островов. Когда острова, образованные поверхностями двух или более пинчей, перекрываются, траектории магнитных силовых линий становятся случайными и в результате резко ухудшается удержание плазмы. (С любезного согласия Ок-Риджской Национальной лаборатории.)

по изучению переноса в токамаках вычисляют также и эволюцию равновесия, принимая во внимание радиационные потери, вызванные примесями, поток вещества от стенок камеры в плазму, временные осцилляции пиков рентгеновского излучения. Запрограммированы впрыск нейтрального газа для пополнения плазмы, добавочный нагрев пучков нейтронов или высокочастотным излучением и, конечно, синтез в течение 10—100 мс существования разряда. В то время как обычно рассматривается одномерный перенос, именно поперек магнитных поверхностей, в некоторых вспомогательных вычислениях используются более сложные геометрические модели. Например, вычисление равновесия чаще всего производится в двумерной геометрии, в то время как

Рис 5 Эксперимент и вычисления испарения алюминиевого диска, вызванного лазерным излучением SHIUA—Ливермор. Вычисления (внизу) проводились при помощи программы LASNLX. На обоих кадрах показаны полосы рентгеновского излучения для лазерного импульса продолжительностью 600 пс и мощностью $5,8 \cdot 10^4$ Вт/см². Эта программа могла точно моделировать разлет плазмы и происходящие в ней сложные процессы излучения (С любезного согласия Роберта Прайса и Модекай Розен)



модели с дополнительным нагревом могут быть и трехмерными. Хотя учет таких деталей позволяет вести численный счет ближе к реальности, он требует значительного увеличения памяти и быстродействия компьютера.

Программа по переносу теперь повсеместно используется для обработки данных во всех основных экспериментах в токамаках и зеркальных магнитных ловушках. Доказано также, что она действительно полезна в экспериментальном конструировании и в исследовании новых рабочих режимов. Например, вычисления по переносу, проведенные для «Принстонского тестового токамака», предсказали возможность провала температурного профиля на главной оси тороида за счет большого уровня излучения примесей, и такие профили впоследствии были получены в экспериментах на «Принстонском Большом Торе» (PLT).

Для вычисления аксиального и радиального переноса в зеркальных магнитных ловушках физики используют программы, основанные на решении уравнений гидродинамики и на методе Монте-Карло. Эти вычисления,

которые детально рассматривают аксиальные и радиальные профили и учитывают столкновения, определяют как величину электронных и ионных потерь, так и характеристики удержания плазмы. В магнитной ловушке поперечные потери могут превысить классические потому, что магнитное поле не симметрично относительно главной оси. В такой ситуации ионы, удовлетворяющие некоторым резонансным условиям, испытывают большое радиальное перемещение, которое может значительно превзойти смещение, вызванное соударениями. Для количественного описания результатов этого явления необходимо, чтобы плазма в программе по переносу описывалась как радиальной, так и аксиальной переменными. Эта программа должна моделировать впрыск нейтрального пучка, нагрев радиоизлучением и процессы атомной физики.

В исследованиях по инерциальному термоядерному синтезу сложные одномерные и двумерные программы по переносу становятся незаменимыми при конструировании и обработке экспериментов. Одна из наиболее успешных программ — это двумерная гидродинамическая программа LASNEX, которая использует координатную сетку, движущуюся с плазмой. Созданная Георгием Зиммерманом и его соавтором в Ливермор, LASNEX моделирует гидродинамику, поперечный перенос плазмы и высокоэнергетичных электронов, она вычисляет величину выхода продуктов реакции и воспроизводит величины, представленные в экспериментах⁹ (смотри рис. 5). Такие коды как LASNEX уникальны потому, что они не только описывают макроскопический перенос, но и моделируют некоторые кинетические особенности.

Программы, основанные на использовании отдельных частиц и уравнения Власова

Программа частиц использует первопринципы для вычисления траекторий частиц, движущихся как под действием их самосогласованных электрических и магнитных полей, так и во внешнем поле. Идеальный для получения микроскопической информации о росте и насыщении сильных неустойчивостей и эффектов турбулентности, этот код дает функции распределения частиц в фазовом пространстве, флуктуации, спектры волн и траектории отдельных частиц.

Программы частиц обычно подразделяются либо на «электростатические», либо на «электромагнитные». В программах первого типа вычисляют только электрическое поле, это делается при помощи уравнения Пуассона, магнитное же поле либо отсутствует, либо постоянно во времени. Программы второго типа либо полностью релятивистские и электромагнитные, т. е. уравнения движения частиц являются релятивистскими, а электрические и магнитные поля получают из уравнений Максвелла, либо рассматривают предел, когда отсутствует излучение, в этом пределе уравнения нерелятивистские и пренебрежено поперечным током смещения¹⁰.

В программе частиц траектории отдельных частиц вычисляются стандартным способом путем интегрирования уравнений

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{v}_i, \quad \frac{d}{dt} (m\gamma\mathbf{v}_i) = q \left(\mathbf{E} + \frac{1}{c} [\mathbf{v}_i, \mathbf{B}] \right), \quad (1)$$

где $\gamma = (1 - v^2/c^2)^{-1/2}$, а электрические и магнитные поля \mathbf{E} и \mathbf{B} должны быть интерполированы с решетки в точки мгновенного местонахождения частиц i . Программы запоминают плотности зарядов ρ и токов \mathbf{j} частиц и приписывают их соседним точкам решетки:

$$\rho(\mathbf{x}) = \sum_i qS(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}), \quad \mathbf{j}(\mathbf{x}) = \sum_i q\mathbf{v}_i S(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}).$$

Фактор S обращается в нуль вне некоторого расстояния от каждой частицы i . Общее число частиц в типичных вычислениях составляет от 10^3 до 10^5 . Решение уравнений Максвелла, использующее такие источники, дает величины

электрических и магнитных полей, которые правильно отражают поля, создаваемые самими частицами. Такие крупномасштабные вычисления с частицами требуют несколько часов машинного времени на компьютерах типа «Крэй».

Вместо того чтобы интегрировать систему уравнений движения ансамбля частиц, используя (1), можно интегрировать кинетическое уравнение для функции распределения в фазовом пространстве $f(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t)$. Например, можно решить бесстолкновительное уравнение Больцмана или Власова

$$\frac{df}{dt} = \left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v} \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} + \mathbf{a} \frac{\partial}{\partial \mathbf{v}} \right) f = 0. \quad (2)$$

Моменты функции распределения определяют плотности зарядов и токов, которые могут затем быть подставлены в уравнения Максвелла в качестве источников полей. В общем, вычисления, производимые с уравнением Власова, дают информацию того же вида, что и вычисления с частицами.

Программы, производящие вычисления с частицами, выросли от простых одномерных электростатических моделей до трехмерных электромагнитных, тем не менее они все еще довольно ограничены. Разрешение решетки улучшилось во всех программах, но не решающим образом. Однако отношение массы иона к массе электрона теперь существенно приблизилось к реальному. Благодаря последним достижениям численных методов¹¹, шаг по времени теперь не требуется ограничивать масштабами, связанными с плазменной или циклотронной частотами. Это усовершенствование крайне важно потому, что процессы устойчивости и переноса часто очень медленны и требуют большого числа шагов по времени. Несмотря на это, быстрое разрешение малых временных масштабов остается ограниченным.

Вычисления с частицами и решение уравнения Власова дают полную и детальную картину кинетического поведения плазмы и являются наиболее надежной проверкой нелинейной кинетической теории. Они часто используются для моделирования линейной и нелинейной эволюции микронеустойчивостей (неустойчивости, зависящие от особенностей функции распределения частиц по скоростям). В Принстоне двумерные и трехмерные электростатические вычисления были применены для анализа низкочастотных дрейфовых волн, которые вносят вклад в аномальные потери энергии в токамаках. Вычисления, проведенные в Ливерморе, подтвердили линейные и нелинейные теории ион-циклотронных неустойчивостей для конфигураций магнитного поля типа зеркальных ловушек. Эти теории и вычисления явились важным вкладом в стратегию современного эксперимента с зеркальными ловушками. Ряд групп, использующих вычисления с частицами для изучения нагрева плазмы электромагнитными волнами, стали отдавать предпочтение нижегибридным, электронным и ионно-циклотронным частотам. Эти вычисления выполняются для развития различных экспериментов: «Принстонского Большого тора» (PLT), «Elmo — гофрированный тор» и в Ок-Ридже, группы «Алкатор» и других.

Вычисления с частицами играют определяющую роль в конструировании и анализе экспериментов по распространению электронных и ионных пучков. Двумерные и трехмерные релятивистские электромагнитные программы типа CCUBE, используемая Лос-Аламосской исследовательской корпорацией, код MASK, используемый Военно-морской исследовательской лабораторией и различными корпорациями для моделирования характеристик диодов, клистронов, бетатронных ускорителей и лазеров на свободных электронах. Эти программы выясняют эффективность возбуждения пучка, устойчивость конфигурации и напряженность управляющих полей, величину фокусировки и другие характеристики (рис. 6)¹².

Вычисления с частицами интенсивно используются и в исследованиях по инерциальному синтезу, в частности в Ливерморе и в Лос-Аламосе. Наиболее важные программы — это двумерные электромагнитные и релятивистские

коды. Эти программы моделируют фундаментальные взаимодействия лазерного излучения с плазмой, включая следующие: микроскопические подробности стимулированного комбинационного и бриллюэновского рассеяний, генерация горячих электронов, резонансное поглощение, укрупнение градиента плотности плазмы, образование дыр в слое плазмы, поглощающем лазерное излучение, самогенерация мегагауссовых магнитных полей токами,

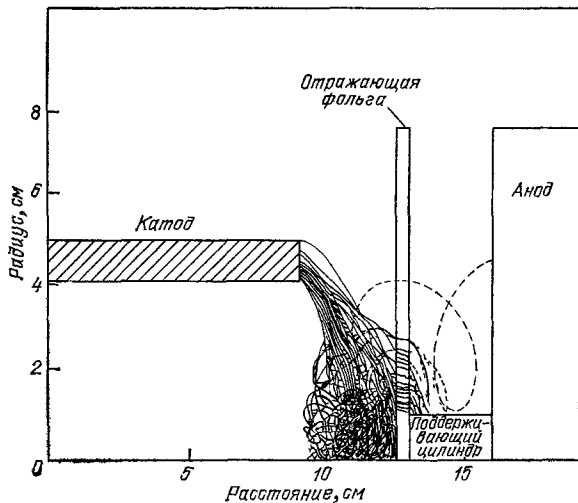


Рис. 6. Электронные орбиты в отражающем диоде, вычисленные при помощи двумерной магнитостатической и электростатической программы.

Горизонтальная ось есть ось вращения. Электронная эмиссия ограничена поверхностью цилиндрического катода. Отражающая фольга является источником ионов, позади ее находится плата анода. При расчетах рассматривалось напряжение на диоде до 5 МВ, оно создавало ток до 165 кА. Эти вычисления моделируют эксперимент «Аврора», проводимый Военно-морской исследовательской лабораторией (С любезного разрешения Адама Дробота.)

индуцируемыми лазером, двухплазменная распадная неустойчивость, в которой лазерный фотон распадается на пару плазменных волн, и сопровождающие эффекты тепловых потоков. Эти вычисления не только предсказали и объяснили явления, наблюдаемые в экспериментах, но они также снабдили программы по переносу феноменологическими коэффициентами.

Существуют другие разнообразные приложения таких программ. Вычисления с частицами проливают свет на роль «двойных слоев» (резких скачков электростатического потенциала, часто вызываемого токовыми неустойчивостями) в механизме аврорального ускорения и на их роль в изучении бесстолкновительных скачков на фронте земной ударной волны. Исследователи из Министерства обороны разработали трехмерную программу, использующую вычисления с частицами, для выявления спутников рентгеновского и гамма-излучений.

Программа по кинетическому переносу

Существуют разнообразные состояния плазмы, в которых предположение о максвелл-большмановской функции распределения для электронов или ионов не соответствует действительности, и тогда, для того чтобы найти функцию распределения, надо решать кинетические уравнения. Например, для плотностей и энергий плазмы, типичных в экспериментах с зеркальными ловушками, конечные потери вызваны преимущественно классическими объемными рассеяниями заряженных частиц в конусе потерь в пространстве скоростей. Кинетическое уравнение Больцмана с фоккер-планковским столкновительным членом имеет вид:

$$\frac{df}{dt} = \sum_i \frac{\partial}{\partial v_i} \left\langle \frac{\Delta v_i}{\Delta t} \right\rangle f + \frac{1}{2} \sum_{i, k} \frac{\partial^2}{\partial v_i \partial v_k} \left\langle \frac{\Delta v_i \Delta v_k}{\Delta t} \right\rangle f.$$

Угловые скобки указывают на то, что динамическое трение и коэффициент диффузии вычисляются путем усреднения по многим столкновениям, df/dt

определено в уравнении (2). Для изучения термализации α -частиц в дейтерий-третий плазме, для исследования убегающих электронов и ионов в токамаках, для анализа сверхтеплого переноса энергии электронами в лазерном синтезе, для оценки характеристик двухкомпонентных реакторов и для понимания процессов нагрева плазмы энергичным нейтральным пучком, высокочастотным излучением или лазером, необходимо решить это уравнение. Физики использовали результаты программы по кинетическому переносу при конструировании «Принстонского Тестового Токамака» для получения разряда с дейтерий-третий смесью.

Г и б р и д н ы й к о д

«Гибридный код» — это программа, которая объединяет две или более различные модели и, следовательно, две или более различные техники вычислений. Наиболее известным примером такого кода является комбинация гидродинамических и кинетических программ.

Преимущество программы с частицами состоит в том, что она дает наиболее полную физическую трактовку. Недостаток же ее, происходящий из тех же самых черт, что и преимущество, заключается в том, что программа пытается проследить за процессами в плазме на самых коротких временных и пространственных масштабах, на которых имеются какие-либо существенные плазменные явления. К сожалению, эти масштабы значительно короче пространственных и временных интервалов, соответствующих удержанию плазмы и процессам переноса. Программы, использующие уравнения гидродинамики, привлекательны потому, что они рассматривают процессы в плазме на более огрубленных масштабах и, следовательно, требуется намного меньше шагов по времени и пространственным точкам. Когда же важно движение некоторых групп частиц, мы должны их описывать кинетическими, а оставшуюся часть плазмы гидродинамическими уравнениями. Другая полезная гибридизация состоит в сочетании моделей кинетического переноса с кодами по макроскопическому переносу плазмы, как это сделано в программе LASNEX.

Роль гибридных моделей типа частицы — жидкость особенно возросла за последние пять лет. Обычная гибридная модель, применяемая в работах по магнитному синтезу, описывает ионную компоненту кинетически, а электронную гидродинамически; такой подход устраняет несколько или все электронные частоты и малые масштабы. Освободившись от ограничений, наложенных электронами, можно моделировать ионные кинетические эффекты на макроскопических, почти гидродинамических, временах и масштабах, которые намного ближе к экспериментам. Например, физики, использующие гибридные программы для изучения ионной дрейфовой неустойчивости в токамаках, применили их для анализа образования и устойчивости конфигураций обратного поля и тороидальных пинчей. В исследованиях по распространению пучков гибридные модели описывают сам пучок частицами, а среду, по которой он распространяется (плазма или воздух), уравнениями жидкости. В программах по лазерному синтезу вычисления сверхтеплого электронного переноса энергии и подавления электронного теплового потока ввели, моделируя энергичные электроны кинетическими уравнениями, а остальную часть плазмы — гидродинамическими уравнениями.

У с п е х и м а т е м а т и ч е с к о г о о б е с п е ч е н и я

Все научные дисциплины значительно продвинулись в развитии и использовании сложного математического обеспечения машин. Физики, занимающиеся плазмой, в частности, интересуются возможностью использования машинной алгебры и развитием структурного и машинного программирования. Так, система MACSYMA, выполняющая операции с символами,

созданная «Лабораторией компьютерных наук» в Массачусеттском технологическом институте, была широко применена в сложных и утомительных алгебраических вычислениях, которые часто возникают в физике плазмы.

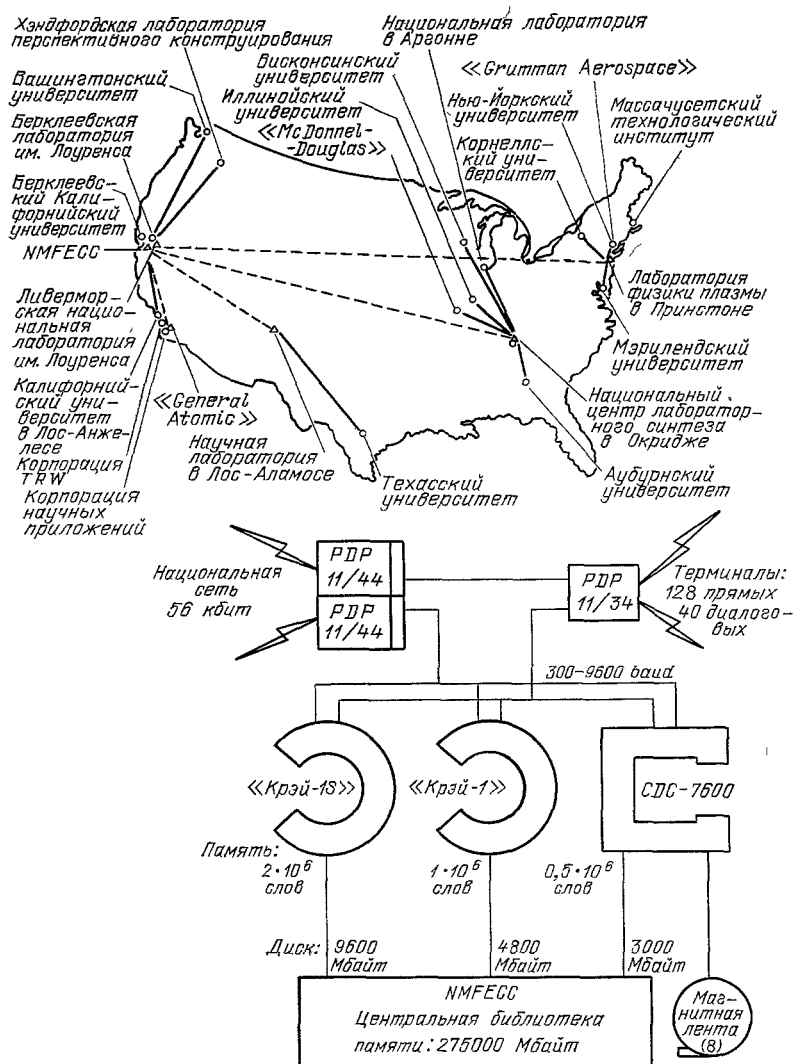


Рис. 7. Сеть: карта линий национальной компьютерной сети, созданной для задач термоядерного синтеза в магнитных системах.

Штриховые линии обозначают спутниковую связь с быстродействием 56 кбайт/с. Сплошные линии показывают наземные каналы связи, которые обладают несколько меньшим быстродействием. Схема показывает расположение машинного обеспечения Национального вычислительного центра по проблемам термоядерного синтеза в Ливерморе. Центр обслуживает 2000 пользователей в разных уголках страны при помощи специальной системы временного опроса.

Программа MACSYMA также создает свои собственные коды на фортране для численной оценки корней, интегралов, производных, причем, как и при алгебраических вычислениях, результат получается путем символических преобразований. Для того чтобы облегчить работу с некоторыми стандартными задачами, теоретики создали автоматические пакеты программ на фортране — такие, как OLYMPUS в Кулхамской Лаборатории и соответствующий набор программ в Ливерморе¹⁴. Эти пакеты программ требуют, чтобы поль-

зователи ставили такие условия подпрограммам, которые определяют особенность вычисления и совместимость со структурным форматом основных подпрограмм, содержащихся в пакете.

ПЕРСПЕКТИВНЫЕ НАПРАВЛЕНИЯ

Успехи вычислений происходят как от улучшения цифровой и математической техники, так и от появления более сложных компьютеров. Для того чтобы сделать компьютеры более мощными, доступными большему числу людей, пользователи объединились. Например, группы, работающие над проблемами термоядерного синтеза в магнитных системах в Соединенных Штатах, установили Национальную сеть компьютеров, показанную на рис. 7. Национальный вычислительный центр по проблемам магнитного синтеза в Ливерморе разместил два компьютера «Крэй-1» и CDC-7600. Удаленные пользователи соединяются с центром при помощи телефонной и спутниковой связи. По мере улучшения больших компьютеров, появления более быстродействующих и обладающих большей памятью, их присоединяют к общей сети. Следующее поколение вычислительных машин будет иметь сложный центральный процессор, машины смогут производить более реалистические и более сложные плазменные вычисления. Скорость вычислений возрастет в 4—10 раз, а разрешение сетки улучшится в 10 или более раз. Улучшение и уменьшение стоимости вспомогательного оборудования сопровождается улучшением машин. Микропроцессорная техника заполнила лаборатории физики плазмы, вторглась в кабинеты физиков и плазменные эксперименты, проводимые на космических кораблях¹⁵. В будущем в экспериментах будут шире использоваться микропроцессоры для наблюдений и управления. Терминал «Smart» и высокоскоростные графопостроители стали теперь обычными, они особенно ценны при создании лабораторного эксперимента и для сбора данных в экспериментах и машинных вычислениях.

Вычисления в физике плазмы развились от зачаточных одномерных моделей, которые проигрывались на ранних компьютерах, до сложных трехмерных вычислений, которые ведутся на больших современных машинах. Тем не менее, по мере того, как физики будут продолжать свои исследования с целью предсказания поведения плазмы, сложность проблем потребует значительных достижений как в построении моделей, так и в увеличении мощности и быстродействия компьютера.

Мы хотим поблагодарить множество физиков и инженеров, которые великодушно согласились дать материалы. Мы особенно благодарны Стиву Ауэрбаху, Каролу Гериху, Бетси Сангер и Жаннет Векеринк за их квалифицированную научную, техническую и редакторскую помощь при подготовке этой статьи. Наша работа частично финансировалась Министерством энергетики Соединенных Штатов (контракт W-7405-ENG-48 в Ливерморской Национальной лаборатории им. Лоуренса).

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. *Methods in Computational Physics*. V. 16/Ed. B. Alder, S. Fernbach, M. Rotenberg, J. Killeen.— N.Y.: Academic, 1976.
2. McNamara B.— *Proc. IEEE*, 1981, v. 69, p. 1043.
3. McNamara B.— *Ibid.*— p. 211.
4. Grimm R. C., Greene J. M., Johnson J. L.— *Ibid.*— P. 253.
5. Verdon C. P., McCrory R. L., Morse R. L., Baker G. R., Meiron D. I., Orszag S. A.— *Phys. Fluids*, 1982, v. 25, p. 1653.
6. Zalesak S. T., Ossakow S. L., Chaturvedi P. K.— *J. Geo. Res.*, 1982, v. 87, p. 151.
7. Brackbill J. U.— *Цит. в¹ сб.*— P. 1.
8. Sato T., Hayashi T.— *Phys. Rev. Lett.*, 1983, v. 50, p. 39.
9. White R. B., Monticello D. A., Rosenbluth M. N.— *Phys. Rev. Lett.*, 1977, v. 39, p. 1618.

- Carreras B., Hicks H. R., Holmes J. A., Waddell B. V.— *Phys. Fluids*, 1980, v. 23, p. 1811.
8. Hogan J. T.— Цит. в ¹ сб.— P. 131.
Duchs D. F., Post D. E., Rutherford P. H.— *Nucl. Fusion*, 1977, v. 17, p. 565.
 9. Zimmerman G. B., Krueer W. L.— *Comm. Plasma Phys and Contr. Fusion*, 1975, v. 2, p. 85.
Rosen M. D., Phillion D. W., Rupert V. C., Mead W. C., Krueer W. L., Thomson J. J., Kornblum H. N., Slivinsky V. W., Gaparaso G. J., Boyle M. J., Tirsell K. G.— *Phys. Fluids*, 1979, v. 22, p. 3020.
 10. Langdon A. B., Lasinski B. F.— Цит. в ¹ сб.— P. 327.
Neilson C. W., Lewis H. R.— *Ibid.*— P. 367.
 11. Mason R. J.— *J. Comp. Phys.* 1981, v. 41, p. 233.
Friedman A., Langdon A. B., Cohen B. I.— *Comm. Plasma Phys. and Contr. Fusion*, 1981, v. 6, p. 225.
Cohen B. I., Freis R. P.— *J. Comp. and Phys.*, 1982, v. 45, p. 367.
 12. Faehl R. J., Newberger B. S., Godfrey B. B.— *Phys. Fluids*, 1980, v. 23, p. 2440.
Meger R. A., Young F. C., Drobot A. T., Cooperstein G., Goldstein S. A., Mosher D., Graybill S. E., Huttlin G. A., Kerriis K. G., Stewart A. G.— *J. Appl. Phys.* 1981, v. 52, p. 6084.
 13. Killeen J., Mirin A. A., Rensink M. E.— Цит. в ¹ сб.— P. 389.
 14. Roberts K. V.— *Comp. Phys. Comm.*, 1974, v. 7, p. 237.
Christiansen J. P., Roberts K. V.— *Ibid.*, p. 245.
McNamara B., Willmann P. A. Lawrence Livermore National Laboratory report UCRL-88387.—1982.
 15. Mozer F., Torbert R. B., Fahleson U. V., Falthammar C. G., Gonfalone A., Pedersen A.— *IEEE Trans. Geo. Elect.*, 1978, v. GE-16, p. 258.