

51:53(049.3)

**ПРИНЦИПЫ СОВРЕМЕННОЙ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ**

Richtmyer R. D. Principles of Advanced Mathematical Physics. Vol. II.— New York; Heidelberg; Berlin: Springer-Verlag, 1982.

В последние десятилетия происходит процесс значительного расширения и обновления математического аппарата физических теорий. Он обусловил поиск новых подходов к математической подготовке физиков. В русле таких поисков находится рецензируемая книга, основанная на курсе лекций и семинаров в Колорадском университете, проведенных автором — известным американским специалистом и педагогом в области математической физики и механики сплошных сред.

Характерным для монографии является объяснение математических концепций и принципов в форме, демонстрирующей их приемлемость в физических теориях, а не детальное изложение конкретных методов. Последние при соответствующей подготовке и ориентации можно получить в соответствующей литературе. Этим подходом определяется также и стиль изложения материала.

Первый том вышел в издательстве «Springer» в 1978 г. и был переведен издательством «Мир» в 1982 г. Он состоит из 17 глав, посвященных изложению необходимых для физиков разделов функционального анализа (включая теорию распределений — обобщенных функций, спектральную теорию и теорию дифференциальных операторов), теории вероятностей, теории меры, эволюционным задачам, а также демонстрации применения соответствующих математических понятий и идей в квантовой механике и гидродинамике.

Настоящий том, намеченный к выпуску в переводе в 1984 г. в издательстве «Мир», содержит главы 18—31. Он посвящен трем важным и частично связанным темам, находящим широкое применение на переднем крае современной физической науки: 1) теория

групп и их представлений, с применениями в квантовой механике; 2) анализ многообразий и дифференциальная геометрия, с применениями к общей теории относительности; 3) элементы топологической динамики, вопросы неустойчивости дифференцируемых динамических систем, с применениями к анализу турбулентности в гидродинамических задачах.

Теоретико-групповая тематика в монографии включает изложение элементарной групповой теории, элементов теории непрерывных групп и теории представлений групп с применениями в квантовой механике, а также основ алгебр и групп Ли. Отметим, что теоретико-групповые методы получили весьма широкое применение в физике с момента создания квантовой механики и за последние полвека развились в обширную отрасль математической физики, которая, однако, до последнего времени не находила места в курсах математической физики (только в физических спецкурсах!). В этом плане книга Р. Д. Рихтмайера — приятное исключение, а указанные главы могут послужить хорошим пособием для первоначального знакомства с предметом. Следует отметить, что в изложении групповых методов имеются и определенные пробелы в изложении ряда важных вопросов как физического (концепция неприводимых тензорных операторов и теорема Вигнера — Эккарта, ряды и коэффициенты Клебша — Гордана), так и математического характера (теория индуцированных представлений и метод орбит). Однако эти пробелы в значительной мере перекрываются литературой, указанной в библиографии.

Исходным пунктом изложения второй темы служит элементарная теория многообразий. На ее основе рассматриваются как теория групп Ли, так и вопросы дифференциальной геометрии (в частности, определения скалярных, векторных и тензорных полей, обсуждение фундаментальных понятий римановых, псевдоримановых и аффинно-связных многообразий). Автор детально проанализировал применения теории многообразий и дифференциальной геометрии в космологических моделях общей теории относительности. Выписаны полевые уравнения Эйнштейна и рассмотрены их шварцшильдовские стационарные сферически-симметричные решения и их обобщения (Финкельштейна, Крускала и Керра). Все охваченные здесь вопросы, как и в случае теоретико-групповых глав, изложены с большим педагогическим мастерством и могут быть использованы в соответствующих спецкурсах.

Менее систематично и более эскизно изложение материала в последних трех главах, где рассмотрены интенсивно разрабатываемые в настоящее время вопросы бифуркаций в гидродинамических задачах устойчивости (задачи Тейлора и Бенара), вычислительные аспекты метода инвариантных многообразий в этих задачах (на примере задачи Тейлора) и применение их к анализу зарождения турбулентности (включающее описание модели Ландау — Хопфа, аттракторов, странных аттракторов, аттрактора Лоренца и модели Фейгенбаума для бифуркаций с удвоением периода).

В целом книга Рихтмайера написана на высоком математическом уровне, с большим педагогическим мастерством, содержит разъяснение ряда тонких и имеющих важное значение в физических приложениях вопросов, множество задач и упражнений и может быть полезной как для предварительного знакомства с указанными темами, так и для построения соответствующих спецкурсов; найдут для себя интересный материал и специалисты (в частности, примеры нелинейных групп Ли).

*В. П. Карасев, Л. А. Шелепин*