

УСПЕХИ ФИЗИЧЕСКИХ НАУК

539.12.01

ПОТЕНЦИАЛЬНЫЕ МОДЕЛИ КВАРКОНИИ

А. А. Быков, И. М. Дремин, А. В. Леонидов

СОДЕРЖАНИЕ

I. Введение	3
II. Основные сведения о кваркониях	6
1. Энергетические уровни	6
2. Ширины распада	8
III. Нерелятивистская потенциальная модель	8
1. Предположения и уравнения	8
2. Выбор потенциала взаимодействия	10
3. Теоретические обоснования	15
IV. Сравнение нерелятивистской потенциальной модели с экспериментом	17
1. Сопоставление потенциалов взаимодействия	17
2. Энергетический спектр	18
3. Лептонные ширины	19
4. Радиационные переходы	20
5. Полные и адронные ширины	22
6. Предсказания для топония	23
V. Роль релятивистских поправок и возможных непотенциальных эффектов	24
1. Релятивистские поправки	24
2. Непотенциальные эффекты	29
VI. Заключение	30
Приложение	31
Цитированная литература	31

I. ВВЕДЕНИЕ

Повышение энергии частиц, разгоняемых в ускорителях, дало возможность постепенного продвижения в изучении истинно релятивистских эффектов (например, процессов множественного рождения частиц). Вместе с тем, как это ни покажется парадоксальным, именно при высоких энергиях были найдены такие частицы, теоретическое описание которых достаточно хорошо поддается нерелятивистской квантовой механике. Это — так называемые кварконии, т. е. тяжелые мезоны, рассматриваемые как связанные состояния тяжелого кварка и антикварка *).

Интерес к этим частицам связан прежде всего с тем, что их характеристики можно использовать для выяснения природы составляющих их элементов, т. е. для изучения как статических свойств тяжелых кварков, так и динамики их взаимодействия.

С точки зрения экспериментатора получение кварконий и исследование их поведения возможно, если есть подходящий (по энергии и интенсивности пучков) ускоритель, хотя постановка эксперимента требует весьма большой изобретательности.

С точки зрения теоретика кварконии также обладают рядом привлекательных черт. Во-первых, это — простейшие двухчастичные системы,

*) Напомним, что сейчас считаются известными кварки пяти ароматов u , d , s , c , b и предполагается наличие кварка t . Тяжелыми называются кварки c , b , t (их массы заметно превышают 1 ГэВ).

состоящие из кварка и антикварка. Во-вторых, это — истинно связанные системы (а не квазисвязанные, как обычные мезоны — типа ρ -мезона и т. п.). В-третьих, скорости движения кварков в кваркониях нерелятивистские. В-четвертых, размеры кваркониев настолько малы, что должно начать сказываться одно из основных положений квантовой хромодинамики — асимптотическая свобода.

Поясним сказанное несколько более подробно. Все мезоны состоят из кварка и антикварка, а барионы — из трех кварков. Теоретическое описание двухчастичных систем значительно проще, чем решение задачи трех тел. Поэтому естественно стремление теоретиков заниматься сначала мезонами, а потом уже переходить к барионам. Конечно, при этом не последнюю роль играет то обстоятельство, что эксперимент выдает обилие сведений о мезонах.

Среди всех мезонов кварконии считаются самыми простыми с точки зрения теоретического понимания их структуры и динамики взаимодействия составляющих кварков. Дело

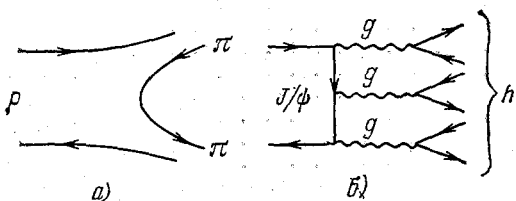


Рис. 1. а) Кварковая диаграмма распада ρ -мезона на два пиона; б) кварковая диаграмма распада J/ψ на два пиона.

в том, что если, например, рассмотреть типичный представитель семейства мезонов — ρ -мезон, то он может распадаться на пионы таким образом, что составляющие его кварки как бы остаются внутри образовавшихся пионов, не меняя своей природы. При этом распад идет довольно быстро, за времена порядка ядерных. Соответствующая кварковая диа-

грамма приведена на рис. 1, а. Распад возможен, если сумма масс вновь рождающихся частиц меньше массы исходной частицы. У кваркониев это условие оказывается не выполненным для прямого канала распада с сохранением аромата составляющих их кварков. Кварконии живут намного дольше легких мезонов (т. е. распадные ширины кваркониев заметно меньше, чем у обычных мезонов), потому что они вынуждены распадаться путем аннигиляции кварка с антикварком, что требует их встречи в одной точке *) (рис. 1, б). Поэтому на адронном уровне кварконии можно считать связанными системами, в отличие от обычных (квазисвязанных) мезонов. Количественной мерой связи является энергия, отделяющая данный кварконий от порога рождения двух наилегчайших мезонов с соответствующим открытым ароматом **).

Отношение этой энергии к массе кваркония в основном состоянии примерно (по порядку величины) дает оценку среднего квадрата скорости кварков внутри адрона. В справедливости этого утверждения легко убедиться, используя теорему вириала и закон сохранения энергии. Как будет видно из приводимых ниже данных по кваркониям, их можно рассматривать как нерелятивистские системы из кварка и антикварка, что еще более упрощает задачу.

И, наконец, кварконии оказываются очень компактными системами с размерами меньше 1 Фм (по порядку величины размер кваркония определяется как $r_Q \sim (\alpha_s \cdot m_q)$, где $\alpha_s \approx 0,2$ — хромодинамическая «постоянная» и m_q — масса кварка). Таким образом, их исследование помогает понять динамику взаимодействия кварков на достаточно малых расстояниях.

*) Как говорят, для них нарушено правило ОЦИ (Окубо — Цвейга — Иизуки) и распады идут по каналам, запрещенным этим правилом.

**) Напомним, что, например, система $c\bar{c}$ называется системой со скрытым ароматом, а $c\bar{s}$ — с открытым ароматом.

Эти привлекательные черты и многообещающие перспективы изучения кваркониев вызвали к жизни серию экспериментальных и теоретических работ по спектроскопии кваркониев. Как обычно, под термином «спектроскопия» здесь понимается изучение энергетических уровней связанных систем и всевозможных переходов между ними. Цель спектроскопических исследований — выявление внутренней структуры объекта, определение природы его составляющих и динамики их взаимодействия.

Спектроскопия легчайших кваркониев сравнительно бедная. Кроме того, эти системы нельзя назвать полностью нерелятивистскими, так как релятивистские поправки для них все еще существенны. С ростом массы кварка появляется больше связанных состояний, относительная скорость кварков уменьшается и нерелятивистское описание становится более оправданным.

Что же измеряется у кваркониев и какую информацию отсюда извлекают?

1. Прежде всего экспериментально исследуются *энергетические уровни* системы. Это подразумевает изучение положения уровней по шкале энергий (величины масс кваркониев), их классификацию (квантовые числа уровней), анализ тонкого и сверхтонкого расщепления уровней. Отсюда извлекаются сведения о форме потенциала в интервале расстояний, близких к среднему квадратичному радиусу систем, и других его свойствах (как, например, о зависимости от аромата кварков), о поведении волновых функций на таких же расстояниях, о спин-орбитальном и спин-спиновом взаимодействиях составляющих кварков.

2. Затем экспериментально измеряются *полные, адронные и лептонные ширины* распадов кваркониев. Это дает сведения о величине волновой функции в нуле (для S-состояний) или ее производных (для P- и т. д. состояний); а также об электрическом и цветном зарядах кварков.

3. И, наконец, экспериментально изучаются *радиационные переходы* между уровнями кваркониевой системы, т. е. измеряются вероятности (или отношения вероятностей) переходов и их мультипольности. Эти характеристики дают нам сведения о поведении волновой функции на сравнительно больших расстояниях (превышающих среднеквадратичный радиус) и о роли релятивистских эффектов в данной системе.

Таким образом, фактически удается узнать поведение волновой функции системы в достаточно широком интервале расстояний, что крайне важно для понимания динамики взаимодействия кварков.

Теоретические подходы к описанию кваркониев состоят в использовании потенциальных моделей, правил сумм квантовой хромодинамики или решеточных моделей. Первый из них находит свое обоснование в нерелятивистской природе кваркониев и применяется для всего богатого набора уровней и переходов между ними. Основная проблема связана с выбором вида потенциала (в частности, его спиновой зависимости). В этом обзоре мы подробно изложим результаты, полученные в рамках потенциального подхода, и в отдельных местах сравним их с результатами, выведенными из правил сумм квантовой хромодинамики. Правила сумм КХД теснее связаны с основными принципами теории сильных взаимодействий, но, к сожалению, их предсказания практически ограничены лишь свойствами основных состояний и не касаются более высоких радиальных возбуждений. Модели на решетке пока еще не достигли в отношении кваркониев той предсказательной мощи, которую обнаруживают первые два подхода.

Мы старались, не упустив ничего существенного, сделать обзор по возможности более кратким, предполагая, что читатель, заинтересованный каким-то частным вопросом, обратится к оригинальным статьям. Мы оставляли лишь то, что непосредственно используется в расчетах согласно потенциальным моделям. В этом нам помогли и написанные ранее обзоры о тяжелых кварках, список которых приводится в конце цитированной литературы⁵⁸⁻⁶⁴ (см. также^{2,4,6,18,44}).

Кроме того, множество конкретных данных о кваркониях имеется в трудах многочисленных конференций по физике высоких энергий.

План обзора таков. После краткого изложения экспериментальных данных о кваркониях мы перейдем к рассказу о потенциальных моделях и их применениях к спектроскопии кваркониев. Обсуждение основных трудностей, возникающих при сравнении теории с экспериментом, необходимо приведет нас к дискуссии о путях, на которых можно было бы надеяться разрешить эти проблемы. Открывающиеся здесь перспективы кажутся нам весьма обнадеживающими, так как они предоставляют возможность с помощью кваркониев хотя бы частично понять своеобразие динамики взаимодействия весьма необычных объектов — кварков.

II. ОСНОВНЫЕ СВЕДЕНИЯ О КВАРКОНИЯХ

1. Энергетические уровни

Около десяти лет тому назад, в 1974 г., был открыт чармоний — кварконий со скрытым очарованием (т. е. $c\bar{c}$ -система). Он обозначается J/ψ . Вскоре было найдено и его первое радиально возбужденное состояние ψ' , а затем и квазисвязанные состояния, которые распадались на D ($c\bar{u}$, $c\bar{d}$)- и \bar{D} -мезоны. Наблюдение частиц с открытым очарованием (сначала D -мезонов (1976 г.), а затем F -мезонов с кварковым составом $c\bar{s}$) окончательно подтвердило гипотезу о кварковом составе чармония. Схема энергетических уровней семейства чармония приведена на рис. 2, а. 3S_1 -состояния непосредственно рождаются при e^+e^- -аннигиляции. Остальные уровни наблюдаются в радиационных переходах. Обнаружены все уровни, предсказываемые в рамках потенциальных моделей (триплет χ_c и синглеты η_c и η'_c), за исключением одного уровня 1^1P_1 , наблюдение которого вообще довольно сложно. Кроме того, известно еще три квазисвязанных состояния, лежащих над порогом рождения мезонов с открытым чармом.

В 1978 г. впервые было сообщено о новом семействе боттомония, т. е. частиц с кварковым составом ($b\bar{b}$). Здесь уже имеется три 3S_1 -состояния под порогом рождения B -мезонов (частиц с открытым боттомом, также недавно обнаруженных на опыте). Они отличаются главным квантовым числом и обозначаются Υ , Υ' и Υ'' . Кроме них в этом семействе обнаружены два триплета 3P_J -состояний (χ_b и χ'_b). Остальные состояния, предсказываемые потенциальными моделями, пока не найдены. Схема энергетических уровней семейства боттомония приведена на рис. 2, б. Известен также еще один уровень над порогом рождения мезонов с открытым ароматом.

На рис. 2 указаны спектроскопические обозначения уровней ($^{2s+1}L_J$ и J^{PC}) и символы (J/ψ , Υ , Υ' и т. д.) данного основного состояния и его радиальных возбуждений (при заданном орбитальном моменте и полном спине системы), а также массы соответствующих частиц (в МэВ). Сплошной чертой отмечаются обнаруженные на опыте уровни, пунктирной — предсказываемые потенциальными моделями уровни, пока еще не найденные экспериментально. Стрелками показаны радиационные переходы между разными уровнями. Обычная точность измерения массы составляет примерно десятую долю процента. Рекордная точность получена в измерении масс Υ -мезонов новосибирской группой¹: $m_\Upsilon = 9460,6 \pm 0,4$ МэВ, $m_{\Upsilon'} = 10023,8 \pm 0,5$ МэВ, $m_{\Upsilon''} = 10355,5 \pm 0,5$ МэВ.

Квантовые числа найденных резонансов обычно определяются на опыте по характерным распадам этих резонансов. Например, каскадные распады с испусканием γ -квантов помогают найти полный момент и зарядовую четность, а адронные моды распада, скажем, на два или три псевдоскалярных мезона ограничивают возможности выбора полного момента и четности системы и т. п.

На схемах рис. 2 тонкое расщепление ответственно за появление триплетов уровней χ_c и χ_b , χ_b -мезонов. Величина расщепления связана с силой спин-орбитального взаимодействия. Сверхтонкое расщепление, т. е. спин-спиновое взаимодействие, проявляется в виде различия масс 1S_0 и 3S_1 -состояний (отличия массы η_c -мезона от J/ψ и т. д.).

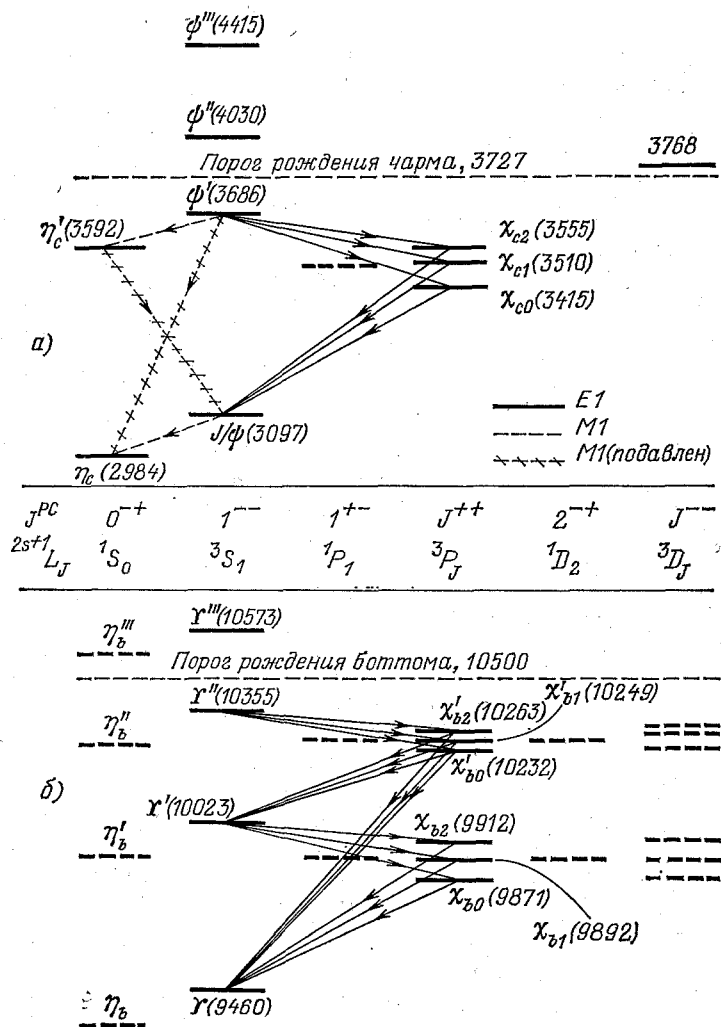


Рис. 2. Схема энергетических уровней и радиационных переходов в чармонии (а) и боттомонии (б).

Топ-кварк и, соответственно, семейство топония с кварковым составом $t\bar{t}$ пока не обнаружены. Если следовать предсказаниям потенциальных моделей, обсуждаемым ниже, то спектроскопия топония должна быть намного богаче, нежели у чармонии и боттомонии. Так, например, вместо двух или трех 3S_1 -состояний здесь уже будет около 7—8 таких подпороговых состояний (при массе топ-кварка порядка 20—40 ГэВ).

Относительно скудная информация имеется о мезонах с открытым ароматом F , D , B . Известны 1^1S_0 -состояния D (1870) с кварковым составом uc , F (2030) — sc , B (5270) — db и 1^3S_1 -состояния D^* (2010), F^* (2140), B^* (5320).

2. Ш и р и н ы р а с п а д а

Экспериментальные данные по свойствам распадов частиц из семейств чармония и боттомония приведены в табл. I—III.

Во введении кратко упоминалось о той физической информации, которая извлекается из этих данных. Подробное обсуждение полученных выводов и результатов сравнения с потенциальными моделями будет проведено в гл. IV.

III. НЕРЕЛЯТИВИСТСКАЯ ПОТЕНЦИАЛЬНАЯ МОДЕЛЬ

1. П р е д п о л о ж е н и я и у р а в н е н и я

Название этой главы отражает наиболее радикальные предположения обсуждаемого подхода к физике тяжелых кваркониев.

Первое состоит в том, что тяжелые кварконии в ведущем приближении адекватно описываются нерелятивистской квантовой механикой. Справедливость этого предположения подтверждается как наивными оценками скоростей движения кварков в кваркониях по теореме вириала², так и точным расчетом усредненного по основному состоянию значения величины $\langle v^2/c^2 \rangle$, где v — скорость движения кварков. Для одного из наиболее успешно описывающих эксперимент потенциалов³, например, $\langle v^2/c^2 \rangle_{J/\psi} 0,23$ и $\langle v^2/c^2 \rangle_{\Upsilon} = 0,08$. Видно, что для чармония релятивистские эффекты могут оказаться существенными (по не определяющими!), в то время как для более тяжелого Υ они пренебрежимо малы. Этот наивный прогноз подтвердится при подробном обсуждении релятивистских поправок к различным величинам в J/ψ и Υ в гл. V.

Второе предположение состоит в том, что взаимодействие, определяющее основные свойства тяжелых кваркониев, может быть описано локальным сферически-симметричным потенциалом $V(r)$, где r — расстояние между кварком и антикварком в кварконии. Вопрос о возможной роли непотенциальных эффектов (роль континуума, взаимодействие с вакуумными полями КХД) будет кратко рассмотрен в гл. V. Здесь отметим только, что успешное описание разнообразных свойств тяжелых кваркониев с использованием локального потенциала (с учетом при необходимости релятивистских поправок) заставляет предположить, что непотенциальные эффекты на самом деле малы.

Итак, в нерелятивистской потенциальной модели кваркония его энергетический спектр и соответствующие волновые функции находятся из уравнения Шредингера:

$$-\frac{\hbar^2}{2\mu} \nabla^2 \Psi(\mathbf{r}) + [V(\mathbf{r}) - E] \Psi(\mathbf{r}) = 0, \quad (1)$$

где $\mu = m_1 m_2 / (m_1 + m_2)$ — приведенная масса системы, составленной из кварков с массами m_1 и m_2 , \mathbf{r} — расстояние между кварками, $V(\mathbf{r})$ — потенциал взаимодействия, E — собственное значение энергии, $\Psi(\mathbf{r})$ — волновая функция. Для центрально-симметричного потенциала $V(r)$ уравнение (1) принимает вид:

$$u'' + \frac{2\mu}{\hbar^2} \left[E - V(r) - \frac{l(l+1)\hbar^2}{2\mu r^2} \right] u(r) = 0, \quad u(0) = 0, \quad u'(0) = R(0), \quad (2)$$

где $u(r) = rR(r)$, $R(r)$ — радиальная волновая функция, а l — орбитальное квантовое число. Для того чтобы решить (2), остается задать явный вид $V(r)$ и значение приведенной массы μ . Отметим сразу, что ввиду того, что кварки, по-видимому, не наблюдаются в свободном состоянии (конфайнмент кварков), их масса является плохо определенной величиной. Для нерелятивистской задачи (2) это означает, что μ становится параметром задачи

Таблица I

Ширины лептонных распадов чармония и боттомония

Характеристика	J/ψ	γ
Γ (1S), кэВ	4,6±0,4	1,17±0,04
Γ (2S)/Γ (1S)	0,44±0,06	0,45±0,08
Γ (3S)/Γ (1S)	0,16±0,02	0,32±0,06
Γ (4S)/Γ (1S)	0,098	0,24±0,05
Γ (1D), кэВ	0,26±0,05	—
Γ (2D), кэВ	0,77±0,23	—

Таблица II

Ширины радиационных переходов в чармонии и боттомонии

а) Семейство чармония			
BR (ψ' → γ + χ ₂)	0,077±0,015±0,012	Γ (ψ' → γχ ₂), кэВ	17±4
BR (ψ' → γ + χ ₁)	0,088±0,005±0,014	Γ (χ ₂ → γψ), кэВ	330±170
BR (ψ' → γ + χ ₀)	0,097±0,006±0,016	Γ (ψ' → γχ ₁), кэВ	19±4
BR (ψ' → γχ ₂ → γγψ), %	1,26±0,08	Γ (χ ₁ → γψ), кэВ	< 700
BR (ψ' → γχ ₁ → γγψ), %	2,38±0,12	Γ (ψ' → γχ ₀), кэВ	24±4
BR (ψ' → γχ ₀ → γγψ), %	0,059±0,015	Γ (χ ₀ → γψ), кэВ	97±38
BR (ψ' → γη _c), %	0,2÷1,3 (95% C.L.)		
BR (ψ' → γη _c), %	0,29±0,08		
BR (ψ → γη _c), %	1,20±0,53		
б) Семейство боттомония (см. ³⁵)			
BR (Υ' → γΥ (1 ³ P ₂)), %	6,1±1,4 — (CUSB)	Γ (Υ' → γΥ (1 ³ P ₂)), кэВ	1,6
	5,6±1,2±1,3 — (CB)	Γ (Υ' → γΥ (1 ³ P ₁)), кэВ	1,6
BR (Υ' → γΥ (1 ³ P ₁)), %	5,9±1,4 — (CUSB)		
	5,4±1,2±1,2 — (CB)	Γ (Υ' → γΥ (1 ³ P ₀)), кэВ	1,0
BR (Υ' → γΥ (1 ³ P ₀)), %	3,5±1,4 — (CUSB)		
	2,9 — (90% C.L) (CB)	Γ (Υ'' → γΥ (2 ³ P _J)), кэВ	6,5±0,8±0,6

Таблица III

Полные и адронные ширины чармония и боттомония

а) Семейство чармония			
Γ _{tot} (ψ), МэВ	0,063±0,009	Γ _{3g} (ψ), кэВ	44±6
Γ _{tot} (ψ'), МэВ	0,215±0,040	Γ _{3g} (ψ'), кэВ	40±10
Γ _{tot} (ψ''), МэВ	25±3	BR (ψ → γπ ⁰)	(3,6±1,1±0,8) · 10 ⁻⁵
Γ _{tot} (ψ (4030)), МэВ	52±10	BR (ψ → γη')	(36±5) · 10 ⁻⁴
Γ _{tot} (ψ (4160)), МэВ	71±20	BR (ψ → γη)	(8,6±0,9) · 10 ⁻⁴
Γ _{tot} (ψ (4415)), МэВ	43±20	BR (ψ → γf (1270))	(15±4) · 10 ⁻⁴
Γ _{tot} (η _c), МэВ	< 8 (95% C.L.)	Γ _{tot} (χ ₂), кэВ	3±2
Γ _{tot} (η _c), МэВ	12,4±4,6	Γ _{tot} (χ ₁), кэВ	2,6
BR (ψ' → π ⁰ 1P ₁ (3520 МэВ)), %	< 55	Γ _{tot} (χ ₀), кэВ	16±4
б) Семейство боттомония			
Γ _{tot} (Υ), МэВ	(3,43 ^{+0,78} _{-0,56}) · 10 ⁻²	Γ _{3g} (Υ), кэВ	26,6 ^{+7,8} _{-2,6}
Γ _{tot} (Υ'), МэВ	(2,87 ^{+0,56} _{-0,41}) · 10 ⁻²	Γ _{3g} (Υ'), кэВ	12,7 ^{+3,1} _{-2,1}
Γ _{tot} (Υ''), МэВ	(1,74±0,3) · 10 ⁻²	Γ _{3g} (Υ''), кэВ	8±2
Γ _{tot} (Υ'''), МэВ	19,8±5,5±5	Γ _{ggg} (Υ), кэВ	1
Γ _{ππ} (Υ'), кэВ	6±2	Γ _{ggg} (Υ'), кэВ	0,5
Γ _{ππ} (Υ''), кэВ	1,0±0,5	Γ _{ggg} (Υ''), кэВ	0,3

и его численное значение определяется из условия согласия результатов, полученных с помощью уравнения (2), с экспериментальными данными. Способ независимого определения значения μ , которое должно фигурировать в (2), по-видимому, отсутствует. Потенциальная модель оперирует с конституентными кварками. При использовании различных потенциалов взаимодействия массы кварков могут варьироваться в пределах 10%. Типичные же значения масс таковы: $m_c \approx 1,5$ ГэВ, $m_b \approx 4,8$ ГэВ.

2. Выбор потенциала взаимодействия

Наиболее существенным ингредиентом нерелятивистской потенциальной программы является потенциал взаимодействия кварка с антикварком в кварконии — $V(r)$. Выбор его неоднозначен ввиду отсутствия последовательной (на всех расстояниях) теории. Однако он ограничен, с одной стороны, теоретическими соображениями о свойствах взаимодействия кварков и, с другой стороны, экспериментальными сведениями о кварках и кваркониях. Все используемые потенциалы являются феноменологическими и отличаются друг от друга лишь степенью веры их изобретателей в теоретические указания на малых и больших расстояниях в сочетании с виртуозностью интерполяции между этими предельными случаями. Смысл этой игры в интерполяцию состоит в надежде на то, что она поможет вскрыть характер и причины изменения КХД-взаимодействий в промежуточной области расстояний.

а) Феноменологические потенциалы

Если ограничиться только данными опыта об отсутствии кварков в свободном состоянии и о приблизительном равенстве расщеплений между 2^3S_1 - и 1^3S_1 -уровнями в чармонии (589 МэВ) и боттомонии (564 МэВ) (см. рис. 2), то наиболее простые аналитические потенциалы запишутся в логарифмическом виде *) (Квинг, Рознер ⁴):

$$V(r) = C_0 \ln \left(\frac{r}{r_0} \right), \quad (3)$$

где $C_0 = 733$ МэВ, $r_0^2 = 1/2\mu^2$; или в квазилогарифмической форме (Мартен ⁵):

$$V(r) = A + Br^\alpha, \quad (4)$$

где $A = -8064$ МэВ, $B = 6870$ МэВ, $\alpha = 0,1$ (использована простая формула $\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} [(r^\varepsilon - 1)/\varepsilon] = \ln r$).

б) Теоретические указания

Более популярны, однако, потенциалы, использующие некоторые теоретические сведения о свойствах взаимодействия кварков. Согласно современным представлениям взаимодействие кварков описывается неабелевой калибровочной теорией — квантовой хромодинамикой (КХД). Взаимодействие осуществляется путем обмена безмассовыми векторными частицами с цветным зарядом — глюонами.

Специфика КХД состоит в том, что единственный последовательно разработанный метод вычислений в теории поля — теория возмущений — применим в ней только на малых расстояниях (при больших переданных импульсах). Для очень тяжелых кваркониев с маленьким радиусом связанного состояния это означает, что в потенциале взаимодействия доминирует

*) Это — единственный потенциал, в котором расщепление уровней не зависит от массы частиц.

член, связанный с одноглюонным обменом:

$$V(q^2) \sim \frac{\alpha_s(q^2)}{q^2} \quad \text{или} \quad V(r) \sim \frac{\alpha_s(r)}{r}, \quad (5)$$

где $\alpha_s = g^2/4\pi$, g — константа цветного взаимодействия, q — трехмерный импульс, передаваемый между кварком и антикварком. Ослабление взаимодействия на малых расстояниях проявляется в зависимости α_s от q^2 (или от r) типа

$$\alpha_s \sim \frac{1}{\ln(q^2/\Lambda^2)} \quad (\text{при } q^2 \rightarrow \infty) \quad \text{или} \quad \alpha_s \sim \frac{1}{\ln(1/r^2\Lambda^2)} \quad (\text{при } r \rightarrow 0) \quad (6)$$

(здесь Λ — параметр КХД), которая весьма наглядно получается в ренорм-групповом подходе и определяет явление «асимптотической свободы».

При переходе к большим расстояниям (меньшим переданным импульсам) теория возмущений перестает быть справедливой и приходится прибегать к дополнительным соображениям. Наиболее популярно здесь представление о том, что по мере удаления кварков друг от друга в пространстве между ними натягивается струна (хромoeлектрическая трубка), приводящая к линейному росту потенциала с ростом межкваркового расстояния. Конфайнмент (удержание) кварков именно такого типа получается, например, в теории на решетке ⁶. Тогда

$$V(q^2) \sim \frac{1}{q^4} (q^2 \rightarrow 0) \quad \text{или} \quad V(r) \sim r (r \rightarrow \infty), \quad (7)$$

что соответствует взаимодействию кварков с постоянной силой $F = -dV \times (r)/dr = \text{const}$ *). Линейный рост потенциала возникает и из инфракрасной (малые q^2) асимптотики глюонного пропагатора вида (см., например, ⁷)

$$D(q^2) \sim \frac{1}{q^4}. \quad (8)$$

Естественно, что кроме линейно растущего члена $V = kr$ у потенциала могут быть и нелидирующие в пределе больших расстояний члены. Так, например, квантовые флуктуации струны ⁸ приводят к (*a la* кулоновской) поправке к потенциалу на больших расстояниях

$$V(r)|_{r \rightarrow \infty} = kr - \frac{\gamma}{r}. \quad (9)$$

Обсуждаются также и другие возможности (подробнее см. формулу (40)).

Суммируем полученную информацию:

$$\begin{cases} V(r)|_{r \rightarrow 0} \sim \frac{1}{r} & \text{или} & \frac{1}{r \ln(1/r\Lambda)} \\ V(r)|_{r \rightarrow \infty} \sim kr. \end{cases} \quad (10)$$

Эти свойства положены в основу при выборе большинства потенциалов (в отличие от (3), (4)). Различие между используемыми при этом потенциалами двойное: во-первых, они могут учитывать или не учитывать явление асимптотической свободы (два варианта в верхней части формулы (10)) и, во-вторых, отличаться характером интерполяции между двумя предельными режимами в формуле (10).

Кроме того, все это можно проделывать либо в координатном, либо в импульсном представлении.

*) Простейшие оценки приводят к силе в 16 тонн! Конечно, не следует представлять себе, что эта струна может стать бесконечно длинной. Однако для расстояний, типичных в кваркониях, описание удержания растущим потенциалом оправдано.

в) *Потенциалы без асимптотической свободы **)

Начнем с потенциалов, сразу записываемых в координатном представлении. Простейшую интерполяцию от кулоновского режима к линейно растущему поведению дает так называемый корнеллский потенциал⁹:

$$V(r) = -\frac{a}{r} + kr, \quad (11)$$

где $a = 0,52$, $k = 0,18$.

Более сложная интерполяция, учитывающая обсуждавшуюся в разделе III 2 а) логарифмичность потенциала на промежуточных расстояниях (характерных для чармония и боттомония), была предложена Бхано и Рудазом¹⁰:

$$V(r) = \begin{cases} -0,8/r, & r < 0,9; \\ 0,846 \ln r/r_0, & 0,9 \leq r \leq 7,0; \\ 0,12r, & r > 7,0, \end{cases} \quad (12)$$

где $r_0 = 2,58$.

В низшем приближении по α_s к потенциалу вида $a/r + kr$ также сводится учитывающий релятивистские эффекты потенциал Гупта, Редфорда¹¹ (см. формулу (55)).

г) *«Асимптотически свободные» потенциалы*

С учетом асимптотической свободы потенциал Бхано, Рудазы, (12) модифицируется в потенциал Красеманна, Оно¹²

$$V(r) = \begin{cases} -\frac{8\pi}{25} \frac{1}{r \ln(\mu/r)} + c_1, & r < 0,365; \\ 0,69 \ln \frac{r}{r_0}, & 0,365 \leq r \leq 3,45; \\ 0,156r, & r > 3,45, \end{cases} \quad (13)$$

где $r_0 = 1,63$, $c_1 = 0,4$, $\mu = 2,54$. В координатном представлении использовались также следующие потенциалы, записываемые в единой аналитической форме:

$$V(r) = -\frac{16\pi}{27} \frac{1}{r \ln(1/r^2 \Lambda^2 e^{3c})} + V_0 - e^{-\mu r} + kr \quad (14)$$

(Ричардсон¹³), где $c = 0,5772$ — постоянная Эйлера, k , V_0 , Λ , μ — константы,

$$V(r) = \frac{4}{3} \frac{\alpha_0 \cdot (1 - \Lambda r)^2}{r \ln(\Lambda r)} \quad (15a)$$

(Фоглеман и др.¹⁴), где α_0 и Λ — константы;

$$V(r) = 0,1768r - 1,093 \left[r \ln \left(\frac{2,384 \exp(-0,4022 \cdot r)}{r} + 2,718 \right) \right]^{-1} \quad (15b)$$

(Левин и др.¹⁵).

В импульсном представлении все изучавшиеся потенциалы обладают асимптотической свободой. Дело в том, что при их записи были использованы непосредственно результаты КХД, в которых автоматически учтено это явление. Интерполяция потенциала обычно осуществляется путем интерполяции либо константы связи, либо ее логарифмической производной — так называемой функции Гелл-Манна — Лоу. При учете однопетлевых поправок к борновской диаграмме с одноглюонным обменом для потен-

*) Потенциалы и параметры в них приводятся в гигаэлектрон-вольтах.

циала $V(q^2)$ имеем (рис. 3):

$$V(q^2) = -\frac{4}{3} \frac{16\pi^2 \rho(q^2)}{q^2}, \quad (16)$$

где $\rho(q^2) = \alpha_s(q^2)/4\pi$, а множитель $1/q^2$ дает глюонный пропагатор $D(q^2) \sim 1/q^2$. Поскольку все имеющиеся в литературе интерполяции используют формулу (16), то интерполируемой величиной фактически становится константа связи, т. е. $\rho(q^2)$. Прежде чем перейти к конкретным интерполяциям, обсудим асимптотики $\rho(q^2)$ при $q^2 \ll 1$ и $q^2 \gg 1$. При больших q^2 теория возмущений КХД дает (см., например, ¹⁶)

$$\rho(q^2)|_{q^2 \rightarrow \infty} \approx \frac{1}{b_0 \ln(q^2/\Lambda^2)} - \frac{b_1}{b_0^2} \frac{\ln \ln q^2/\Lambda^2}{(\ln q^2/\Lambda^2)^2} + \dots, \quad (17)$$

где $b_0 = (33 - 2n_f)/3$, $b_1 = (306 - 38n_f)/3$, n_f — число «размороженных» ароматов кварков. Для того чтобы узнать асимптотику $\rho(q^2)$ при малых q^2 , воспользуемся формулой, связывающей потенциалы взаимодействия в импульсном и координатном пространствах:

$$V(r) = \int \frac{d^3q}{(2\pi)^3} V(q^2) e^{iqr}. \quad (18)$$

Используя теперь формулу (16), получаем

$$V(r) = -\frac{32}{3} \int dq \cdot \rho(q^2) \frac{\sin qr}{qr}, \quad (19)$$

откуда видно, что линейному росту потенциала $V(r) = kr$ при $r \rightarrow \infty$ соответствует асимптотика константы связи

$$\rho(q^2)|_{q^2 \rightarrow 0} \sim \frac{1}{q^2}. \quad (20)$$

Формула (19) помогает также восстанавливать нелидирующие в пределе больших r (малых q^2) асимптотики $V(r)$ ($\rho(q^2)$) при соответствующих предположениях о поведении в этом пределе $V(r)$ или $\rho(q^2)$. Итак, для ведущих асимптотик $\rho(q^2)$ имеем

$$\rho(q^2) \sim \begin{cases} 1/\ln(q^2/\Lambda^2), & q^2 \gg 1, \\ 1/q^2, & q^2 \ll 1. \end{cases} \quad (21)$$

Простейшей беспараметрической *) интерполяцией $\rho(q^2)$, учитывающей ведущие асимптотики ρ при $q^2 \rightarrow \infty$ и $q^2 \rightarrow 0$, является интерполяция Ричардсона ¹³:

$$\rho(q^2) = \frac{1}{b_0 \ln[1 + (q^2/\Lambda^2)]}. \quad (22)$$

Выпишем для наглядности асимптотики (22)

$$\begin{cases} \rho(q^2)|_{q^2 \rightarrow \infty} = \frac{1}{b_0 \ln(q^2/\Lambda^2)} - \frac{\Lambda^2}{b_0 q^2 \ln^2(q^2/\Lambda^2)}, \\ \rho(q^2)|_{q^2 \rightarrow 0} = \frac{\Lambda^2}{b_0 q^2}. \end{cases} \quad (23)$$

Обратим внимание на то, что второе слагаемое в выражении для $\rho(q^2)$ в формуле (23) не совпадает с результатом теории возмущений (17). Модификация интерполяции Ричардсона с учетом возможного неведущего числа асимпто-

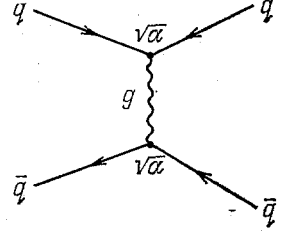


Рис. 3. Диаграмма с обменом одним глюоном.

*) Мы всюду считаем, что Λ^2 — характерный масштаб q^2 — не является истинно свободным параметром, а в той или иной степени фиксируется КХД.

тики $\rho(q^2)$ при $q^2 \rightarrow 0$ рассматривалась Вилли¹⁷:

$$\rho(q^2) = \left(\frac{1}{x} + Bx^\nu \right) \exp(-x^2) + \frac{1 - \exp(-x^2)}{\ln(x+1)}, \quad (24)$$

где $x = Q^2/\Lambda^2$, причем асимптотика $\rho(q^2)$ при $q^2 \rightarrow 0$ выглядит так:

$$\rho(q^2)|_{q^2 \rightarrow 0} \approx \frac{\Lambda^2}{b_0} \frac{1}{q^2} + B \left(\frac{q^2}{\Lambda^2} \right)^\nu, \quad (25)$$

где B, ν — численные коэффициенты. Аналитические выражения для потенциалов в координатном пространстве, отвечающих (22) и (24), весьма громоздки и потому приведены в Приложении.

Интерполяционные формулы для $\rho(q^2)$ становятся более сложными, если потребовать, чтобы при больших q^2 воспроизводился не только основной, но и следующий член разложения по теории возмущений КХД (см. формулу (17)). Значительно проще в этом случае интерполировать β -функцию Гелл-Манна — Лоу, определяемую ренормгрупповым уравнением (см., например, ¹⁸):

$$\frac{d\rho(q^2)}{d \ln q^2} = \beta(\rho). \quad (26)$$

В пределе малых ρ β -функция вычисляется по теории возмущений:

$$\beta(\rho)|_{\rho \rightarrow 0} \approx -b_0 \rho^2 - b_1 \rho^3; \quad (27)$$

коэффициенты b_0 и b_1 уже появились в формуле (17). Естественно, асимптотика (17) получается из (27) и (26). Для воспроизведения асимптотики при малых q^2 (20) необходимо, чтобы

$$\beta(\rho)|_{\rho \rightarrow \infty} \sim -\rho. \quad (28)$$

Простейшая алгебраическая интерполяция между двумя режимами (27) и (28), не содержащая свободных параметров, была предложена Дреминым¹⁹

$$\beta(\rho) = -\frac{b_0 \rho^2 + (b_1 + b_0^2) \rho^3}{1 + b_0 \rho + (b_1 + b_0^2) \rho^2}. \quad (29)$$

Это — одна из возможных паде-аппроксимаций $\beta(\rho)$. Связь ρ и q^2 задается согласно (26), (29) в виде

$$\ln \frac{q^2}{\Lambda^2} = \frac{1}{b_0 \rho} - \ln \rho + \frac{b_1}{b_0} \ln b_0 + \left(1 + \frac{b_1}{b_0} \right) \ln \left[\rho \left(1 + \frac{b_1 + b_0^2}{b_0} \rho \right)^{-1} \right], \quad (30)$$

откуда ясно видно, что Λ^2 не является параметром интерполяции, а играет роль постоянной интегрирования — шкалы q^2 . Этот параметр КХД однозначно связан с наклоном линейно растущего потенциала k (см. (10)), т. е. с наклоном реджевских траекторий или с постоянной натяжения струны. Используя (30), (16) и (18), получаем:

$$\Lambda^2 = \frac{3kb_0}{8\pi} \left(1 + \frac{b_1}{b_0^2} \right)^{1+(b_1/b_0^2)}. \quad (31)$$

Например, при $k = 0,2 \text{ ГэВ}^2$, $\Lambda = 0,69 \text{ ГэВ}$ при $n_f = 4$.

Несколько более сложная интерполяционная формула (Дремин, Леонидов²⁰) получается, если потребовать, чтобы воспроизводились не только два первых члена разложения при малых ρ и ведущая асимптотика при больших ρ , но и поправки к этой асимптотике, связанные с квантовыми флуктуациями струны (см. (9)):

$$-\beta(\rho) = \left[\left(\frac{b_1 + b_0^2}{1 - \rho_g b_0} \right) \rho^3 + b_0 \rho^2 \right] \left[\left(\frac{b_1 + b_0^2}{1 - \rho_g b_0} \right) \rho^2 + \left(\frac{b_0 + \rho_g b_1}{1 - \rho_g b_0} \right) \rho + 1 \right]^{-1}, \quad (32)$$

где $\rho_g = 1/64$.

Один свободный параметр ρ_0 содержит интерполяционная формула, предложенная Целмастером и Хейни²¹:

$$\beta(\rho) = -\frac{84\rho^2(\rho + \rho_0)}{81\rho^2 + (9 - 64\rho_0)\rho + 9\rho_0}. \quad (33)$$

Приведенной выше интерполяции Ричардсона (22) соответствует, очевидно, β -функция, содержащая экспоненту:

$$\beta(\rho) = -b_0\rho^2 \left[1 - \exp\left(\frac{-1}{b_0\rho}\right) \right]. \quad (34)$$

Модификация (34), воспроизводящая оба члена разложения по теории возмущений в формуле для $\rho(q^2)$ (17), предложена Бухмюллером и др.²²

$$\beta(\rho)^{-1} = \frac{b_1 \exp(-l\rho)}{b_0^2\rho} - \frac{1}{b_0\rho^2 [1 - \exp(-1/b_0\rho)]}, \quad (35)$$

где l — свободный параметр (при расчетах авторы используют значение $l = 24$).

Для всех приведенных интерполяций $\beta(\rho)$ при известных значениях наклонов реджевских траекторий (или линейной части потенциала k) значения Λ в несколько раз превышают шкалу, принятую в КХД ($\Lambda_{\text{КХД}} \approx 100 \div 200$ МэВ). Однозначная связь Λ с $\Lambda_{\text{КХД}}$ не установлена (см. также разделы III, 3 и IV, 5).

Абэ и др.²³ пытались получить интерполяцию, в которой параметр Λ совпадал бы с $\Lambda_{\text{КХД}}$, задав β -функцию, практически совпадающую с (35) при малых и больших ρ и значительно более резко изменяющуюся в области промежуточных значений ρ . При этом достаточно хорошо удалось воспроизвести спектр семейства чармония.

Следует отметить также, что расчеты в рамках моделей на решетке⁶ позволяют восстановить β -функцию при больших ρ . Однако их интерполяция в области промежуточных ρ идет настолько круто, что не позволяет описать экспериментальные данные по кваркониям (см. следующий раздел).

Итак, подводя итог, можно констатировать, что процедура восстановления потенциала явно неоднозначна, поскольку искусство интерполяции, легко доступное каждому, работающему в этой области, ограничено лишь чисто эстетическими требованиями простоты и возможно меньшего числа свободных параметров. Вместе с тем, как бы ни были разнообразны на вид интерполяционные формулы, оказывается (см. раздел 1 гл. IV), что все они в области расстояний, отвечающих среднеквадратичным радиусам чармония и боттомония, приводят к весьма схожим потенциалам, а их отличие при меньших расстояниях (к которым чувствительны топонии) как раз и позволит выбрать наилучшую интерполяцию, что, несомненно, окажется важным для понимания структуры КХД.

3. Теоретические обоснования

В какой же мере квантовая хромодинамика ограничивает выбор поведения потенциала на малых, больших и промежуточных расстояниях? Правомерно ли вообще говорить о потенциальном подходе, и если «да», то какие следствия для КХД отсюда вытекают?

Потенциал связан согласно формуле (16) с такими фундаментальными понятиями КХД как константа связи (или ренормгрупповая β -функция) и глюонный пропагатор. Соответствующие асимптотики (по теории возмущений при малых ρ и согласно решеточным и струнным моделям при больших ρ) были использованы при построении различных интерполяционных формул.

Однако формула (16) для статического потенциала справедлива только на однопетлевом уровне. При учете двухпетлевых диаграмм для статического

потенциала взаимодействия (т. е. энергии взаимодействия бесконечно тяжелых кварка и антикварка) получается следующее выражение ^{16,24-26}

$$V(q^2) = -\frac{4}{3} \frac{16\pi^2 \rho(q^2)}{q^2} \left[1 + \frac{3}{5} 4\pi^2 \rho(q^2) \right], \quad (36)$$

где $\rho(q^2)$ вычислена в соответствующем приближении по затравочной константе связи. Отсюда сразу вытекает предел применимости формулы (16). Приведем простейшую оценку: поправка становится порядка единицы при $\rho^{1/2} = \frac{1}{2\pi} (5/3)^{1/2} \approx 0,2$, т. е. примерно там же, где $b_1 \rho \sim b_0$. Таким образом, использование формул (16), (17), (27) самосогласованно при малых ρ .

Относительно задаваемой параметром Λ шкалы изменения q^2 (или r) можно отметить, что этот параметр различается в импульсном и координатном представлениях и отличен от $\Lambda_{\text{КХД}}$. Так, параметр Λ , фигурирующий в выражении для константы связи $\rho(q^2)$, входящей в статический потенциал (16), связан с $\Lambda_{\text{КХД}}$ соотношением ^{22,25}

$$\ln \frac{\Lambda_i}{\Lambda_{\text{КХД}}} = \frac{1}{2b_0} \left(\frac{124}{27} - \frac{10}{19} n_f \right) \quad (37)$$

(где $\Lambda_{\text{КХД}} \equiv \Lambda_{\overline{\text{MS}}}$), т. е. в импульсном представлении параметр Λ_i примерно в 1,65 раза больше $\Lambda_{\text{КХД}}$. В то же время параметр Λ , входящий в формулы для потенциала в координатном пространстве, примерно в 1,78 раза больше Λ_i , так как ²⁷

$$\Lambda_K = e^c \Lambda_i, \quad (38)$$

где $c = 0,5772$ — постоянная Эйлера. Соотношения (37), (38) могут оказаться полезными при детальной проверке КХД-потенциала взаимодействия в сверхтяжелых кваркониях (например, в топонии).

Вообще говоря, при переходе к меньшим q^2 даже параметр Λ может превратиться из константы в некоторую слабую функцию q^2 . Так скачки на порогах рождения новых ароматов в формуле (37) при учете конечности масс кварков заменяются более плавной зависимостью, учитывающей пороговые эффекты. Мы не будем приводить здесь соответствующие формулы, отсылая читателя к оригинальным статьям ²⁸. Здесь упомянем только попытку учета пороговых эффектов в потенциальной модели, предпринятую в работе ²⁹, в которой в формуле для $\rho(q^2)$ предлагалось заменить n_f на

$$f(q^2) = \sum_{i=1}^{n_f} \frac{q^2}{q^2 + m_i^2}. \quad (39)$$

Учет пороговых эффектов важен для прецизионной спектроскопии кваркониев, так как он приводит к заметным, хотя и не очень большим поправкам. Эти поправки фактически указывают ту точность, на которую претендуют проводимые расчеты.

На малых расстояниях в пределе слабой связи, как кажется, все эффекты хорошо контролируются и нарушение разложения в разных величинах с ростом константы связи по теории возмущений расходится самосогласованно. Значительно сложнее обстоит дело с асимптотикой в области сильной связи. С ростом расстояния асимптотическая свобода исчезает не только за счет роста константы связи, но и вследствие нетеоретических степенных поправок, которые связаны с флуктуациями вакуума ³⁰. Вызванное длинноволновыми флуктуациями взаимодействие имеет непотенциальный характер ³¹. В то же время в работе ^{32а} показано, что учет коротковолновых вакуумных флуктуаций (инстантонов с размером, меньшим некоторого радиуса обрезания) приводит к появлению дополнительного локального потенциала взаимодействия и тем самым не меняет потенциального характера взаимодействия на расстояниях, типичных для тяжелых квар-

кониев. Подобная картина может, например, реализовываться в модели вакуума КХД, предложенной в работе ^{32б}. Вопрос о роли коротковолновых флуктуаций рассматривался также в работе ^{32в}. Таким образом, успех потенциальных моделей в описании чармония и боттомония (см. следующий раздел), видимо, указывает на то, что асимптотическая свобода нарушается с ростом расстояния прежде всего за счет коротковолновых (а не длинноволновых) флуктуаций вакуума.

Это нарушение как раз и проявляется в области интерполируемых расстояний в феноменологических потенциалах. Асимптотика на больших расстояниях, как уже упоминалось, сама по себе не имеет глубокого смысла. Тем не менее следует отметить, что линейный рост потенциала с расстоянием подкрепляется теми фактами, что 1) инфракрасная асимптотика глюонного пропагатора ⁷ вида $1/q^4$ не противоречит уравнениям Швингера — Дайсона, 2) в теории поля на решетке ⁶ интеграл по вильсоновской петле оказывается пропорциональным ее площади, 3) при различных формулах для действия струны, использованных в работах ³³, получены одинаковые выражения для статического потенциала:

$$V(r) = \sqrt{\frac{r^2}{(2\pi\alpha')^2} - \frac{1}{12\alpha'}}, \quad (40)$$

приводящие при больших r к формуле типа (9).

IV. СРАВНЕНИЕ НЕРЕЛЯТИВИСТСКОЙ ПОТЕНЦИАЛЬНОЙ МОДЕЛИ С ЭКСПЕРИМЕНТОМ

1. Сопоставление потенциалов взаимодействия

Многообразие описанных в предыдущем разделе потенциалов оказывается обманчивым — в области расстояний $0,1 \text{ Фм} \leq r \leq 1 \text{ Фм}$, характерных для чармония и боттомония, они настолько близко подходят друг

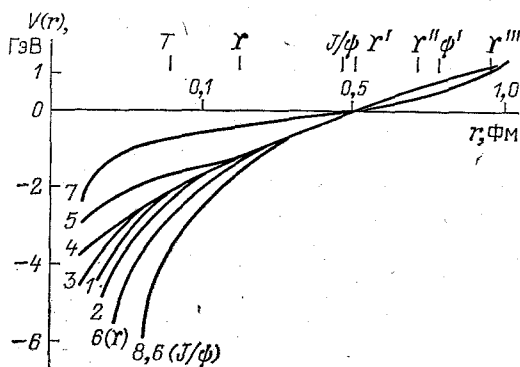


Рис. 4. Зависимость потенциала взаимодействия между кварками от расстояния r .

1 — по 3, 2 — ³⁶, 3 — ¹⁵, 4 — ¹², 5 — ², 6 — ⁹, 7 — ⁶, 8 — ¹⁰. На оси абсцисс указаны характерные расстояния для членов семейств чармония, боттомония и топония (при массе T (1^3S_1) около 70 ГэВ).

к другу, что на рис. 4 разделить их оказалось практически невозможным и они слились в единую линию. Это и понятно — ведь здесь представлены лишь те потенциалы, которые в той или иной степени (но все же достаточно успешно) описывают экспериментальные данные по этим семействам. Тем не менее, важна не только величина потенциала, но и его производных, а потому для разных потенциалов есть различие даже в этой области расстояний. Оно станет заметно большим при переходе к расстояниям, характерным для топония (на рис. 4 отмечен радиус топония при предполагаемой массе 70 ГэВ), поскольку здесь уже явно видно отличие в их поведении. Именно поэтому важны будут данные по топонию, позволяющие выделить наиболее правильный потенциал.

Казалось бы, восстановить потенциал при меньших расстояниях можно методом обратной задачи рассеяния, используя данные по чармению и бот-

томонию. К сожалению, предпринятая попытка³⁴ привела к полосе предсказаний в области топония, точно совпадающей с изображенной на рис. 4 и варьирующей от наиболее глубокого корнелльского потенциала (6) до самого плавного потенциала Мартена (5).

При нерелятивистском подходе потенциал не зависит от энергии и аромата кварка. Вместе с тем для кварков разных ароматов релятивистские поправки оказываются различными, а, кроме того, для высоколежащих уровней по-разному проявляется связь с открытыми каналами распада. Эти эффекты будут обсуждаться при сравнении с данными опыта и при оценках соответствующих поправок.

2. Энергетический спектр

Нерелятивистская потенциальная модель способна предсказывать лишь положение центров тяжести уровней. Она, естественно, не может претендовать на описание тонкого и сверхтонкого расщеплений, которые мы рассмотрим в следующем разделе. В табл. IV и V приведены энергетические

Таблица IV

Спектр семейства чармония, предсказываемый потенциальными моделями, в сравнении с экспериментальными данными (в ГэВ)

Состояние	а)	б)	в)	г)	д)	е)	ж)	Эксперимент
1^1S_0	3,095	3,095	3,400	3,004	3,000	2,984	3,04	2,984
1^3S_1	3,095	3,095	3,400	3,100	3,100	3,097	3,40	3,097
1^3P_0	3,522	3,502	3,510	3,553	3,540	3,561	3,56	3,555
1^3P_1	3,522	3,502	3,500	3,502	3,500	3,515	3,50	3,510
1^3P_2	3,522	3,502	3,520	3,419	3,420	3,416	3,40	3,415
1^1P_1	3,522	3,502	3,520	3,521	—	3,531	—	—
2^1S_0	3,684	3,687	3,70	3,635	3,670	3,600	—	3,592
2^3S_1	3,684	3,687	3,70	3,700	3,690	3,685	—	3,684

а) Корнелльская группа⁹. б) А. Мартен⁵. в) Р. С. Вилли¹⁷. г) В. Бухмюллер, С. Х. Х. Тай³. д) А. Хенрикс и др.⁴⁵. е) С. Г. Гупта, С. Ф. Редфорд¹¹. ж) Правила сумм⁵³.

спектры чармония и боттомония, вычисленные с наиболее характерными потенциалами (см. рис. 4), а также экспериментальные значения масс уровней.

Вообще говоря, следует отметить, что значения квантовых чисел уровней обычно предписываются вначале согласно расчетам по потенциальным моделям, а затем, как правило, оправдываются экспериментом.

Из таблицы видно, что спектроскопия чармония достаточно хорошо описывается всеми потенциалами и согласие еще улучшается при учете релятивистских поправок (см. раздел V)*). В случае боттомония релятивистские поправки очень малы и потому результаты, приведенные в табл. V, меняются очень слабо. Здесь следует отметить, что под сомнение ставятся корнелльский потенциал и потенциал Мартена — два крайних на рис. 4. Первый из них требует зависимости от аромата коэффициента a в кулоновском члене ($a_\chi = 0,48 \text{ ГэВ}^2$). Второй же, будучи очень медленно меняющимся, предсказывал слишком низкое значение положения 1^3P_J уровней Y при 9861 МэВ. Недавние данные групп CUSB, «Crystal Ball» и CLEO³⁵ дают для центра тяжести значение $9901 \pm 3 \text{ МэВ}$, что находится в хорошем

*) Обычно релятивистские поправки несколько уменьшают массу центра тяжести системы уровней. (В частности, сближаются центры тяжести $3S_1$ - и $3P_J$ -уровней^{45, 57}.) Расщепление уровней, конечно, дается только релятивистскими эффектами.

Таблица V

Спектр семейства боттомония, предсказываемый потенциальными моделями, в сравнении с экспериментальными данными (в ГэВ)

Состояние	а)	б)	в)	г)	д)	е)	ж)	Эксперимент
1^1S_0	9,459	9,46	9,46	9,414	9,427	9,43	9,46	—
1^3S_1	9,459	9,46	9,46	9,46	9,462	9,46	9,46	9,459
1^3P_2	9,96	9,861	9,91	9,880	9,910	9,83	9,93	9,911
1^3P_1	9,96	9,861	9,91	9,849	9,893	9,83	9,93	9,891
1^3P_0	9,96	9,861	9,91	9,808	9,868	9,83	9,93	9,870
1^1P_1	9,96	9,861	9,91	9,862	9,900	9,83	9,93	—
2^1S_0	10,1040	10,025	10,02	9,997	9,994	—	10,02	—
2^3S_1	10,4040	10,025	10,02	10,02	10,013	—	10,02	10,023
2^3P_2	10,31	10,242	10,25	10,236	10,266	—	10,28	10,263
2^3P_1	10,31	10,242	10,25	10,212	10,252	—	10,28	10,249
2^3P_0	10,31	10,242	10,25	10,180	10,232	—	10,28	10,232
2^1P_1	10,31	10,242	10,25	10,222	10,258	—	10,28	—
3^1S_0	10,395	10,36	10,35	10,332	10,339	—	10,47	—
3^3S_1	10,395	10,36	10,35	10,85	10,355	—	10,47	10,355

а) Корнелльская группа⁹. б) А. Мартэн⁵. в) А. А. Быков, И. М. Дремин, А. В. Леонидов³⁶. г) В. Бухмюллер, С. Х. Х. Тай³. д) С. Н. Гупта, С. Ф. Редфорд¹¹. е) Правила сумм³⁷. ж) Потенциал, восстановленный по β -функции на решетке⁶.

согласии с предсказаниями других потенциалов^{3, 11, 12, 36} и заметно отличается от значения, получавшегося с использованием нерелятивистских правил сумм, $M(1^3P_J) = 9830 \pm 30$ МэВ (см., например, ³⁷). Цифры, наиболее близкие к экспериментальному значению масс 1^3P_J -уровней, дают потенциалы, восстановленные по интерполяциям β -функций (32) и (35).

3 Лептонные ширины

В табл. VI и VII приведены лептонные ширины S-уровней чармония и боттомония. Ширина распада тяжелого векторного резонанса на лептонную пару в нерелятивистском приближении описывается формулой Ван-Ройена — Вайскопфа³⁸:

$$\Gamma(V \rightarrow l^+l^-) = 4\alpha^2 e_q^2 |R_V(0)|^2 M_V^{-2}, \quad (41)$$

из которой видно, что эта ширина определяется зарядом кварка e_q , массой резонанса M_V и вероятностью встречи кварка и антикварка в одной точке,

Таблица VI

Ширины лептонных распадов чармония, вычисленные в потенциальных моделях, в сравнении с экспериментальными данными

Состояние	а)	б)	в)	г)	д)	е)	ж)	Эксперимент
$\Gamma(1S)$, кэВ	4,8	—	—	3,70	4,3	5,07	4,3	$4,8 \pm 0,6$
$\Gamma(2S)/\Gamma(1S)$	0,43	0,40	0,46	0,46	0,3	0,50		$0,44 \pm 0,06$
$\Gamma(3S)/\Gamma(1S)$	0,30	0,25	—	0,32	—	—		$0,16 \pm 0,02$
$\Gamma(4S)/\Gamma(1S)$	0,23	—	—	0,25	—	—		0,098

а) Корнелльская группа⁹. б) А. Мартэн⁵. в) Р. С. Вилли и др.¹⁷. г) В. Бухмюллер, С. Х. Х. Тай³. д) А. В. Хенриксис и др.⁴⁵. е) С. Н. Гупта, С. Ф. Редфорд¹¹. ж) Правила сумм³⁸.

Таблица VII

Ширины лептонных распадов боттомония, вычисленные в потенциальных моделях, в сравнении с экспериментальными данными

Состояние	а)	б)	в)	г)	д)	е)	ж)	Эксперимент
$\Gamma(1S)$, кэВ	1,25	0,58	1,13	$1,07 \pm 0,24$	1,29	$1,15 \pm 0,2$	0,31	$1,17 \pm 0,04$
$\Gamma(2S)/\Gamma(1S)$	0,36	0,51	0,42	0,44	0,48	—	0,88	$0,45 \pm 0,08$
$\Gamma(3S)/\Gamma(1S)$	0,25	0,35	0,30	0,32	0,35	—	0,79	$0,32 \pm 0,06$
$\Gamma(4S)/\Gamma(1S)$	0,20	0,27	0,26	0,26	—	—	0,72	$0,24 \pm 0,05$

а) Корнеллская группа⁹. б) А. Мартэн⁵. в) А. А. Быков, И. М. Дремин, А. В. Леонидов³⁶. г) В. Бухмюллер, С. Х. Х. Тай⁸. д) С. Н. Гупта, С. Ф. Редфорд¹¹. е) Правила сумм³⁷. ж) «Решеточный» потенциал³⁶.

т. е. волновой функцией при $r = 0$. Известны также радиационные хромо-динамические поправки к этой формуле³⁹.

$$\Gamma = \Gamma^{(0)} \left(1 - \frac{16}{3\pi} \alpha_s \right). \quad (42)$$

Данные табл. VI и VII показывают, во-первых, правильность приписываемых с и b кваркам значений электрических зарядов, так как не допускают разногласий в 4 раза, которые возникли бы при других предписаниях. В то же время без учета радиационных поправок лептонные ширины S-уровней чармония больше экспериментальных примерно вдвое, а S-уровней боттомония — в 1,5 раза. Учет поправок согласно (42) улучшает положение, хотя результат нельзя признать полностью надежным как в связи с возможной ролью высших поправок по α_s , так и с неопределенностями в оценке α_s . Кроме того, могут быть существенны и кинематические поправки³.

В отношениях ширин, обычно хорошо совпадающих с экспериментом, все поправки сокращаются. По абсолютным значениям имеет место качественное согласие. Следует отметить, что отношение ширин уровней 2S и 1S, например, дает непосредственно отношение соответствующих квадратов волновых функций, которое согласно эксперименту меньше единицы, что указывает на выпуклую форму потенциала (т. е. $V''(r) < 0$)⁴⁰.

4. Радиационные переходы

Ширины электрических дипольных $E1$ -переходов вычисляются по формулам:

$$\Gamma(n^3S_1 \xrightarrow{\gamma} n'^3P_J) = \frac{4}{3} \alpha \omega^3 e_q^2 \frac{(2J+1)}{9} M_{nn'}^2, \quad (43)$$

$$\Gamma(n^3P_J \xrightarrow{\gamma} n'^3S_1) = \frac{4}{9} \alpha \omega^3 e_q^2 M_{nn'}^2, \quad (44)$$

где

$$M_{nn'} = \int_0^\infty dr r^3 R_n R_{n'} \quad (45)$$

— дипольный матричный элемент, ω — частота перехода, e_q — заряд кварка, R_l — радиальные волновые функции. Здесь опять-таки проверяется предписание для электрического заряда кварка e_q . Более существенно, что радиационные переходы позволяют детально изучить свойства волновых функций кваркониев на больших расстояниях (см. (45)) и довольно точно определять спектр испускаемых фотонов (в (43) и (44) входит ω^3 и потому радиационные ширины весьма чувствительны к ошибке в ω). На изме-

нения волновых функций ширины разных переходов реагируют тоже по-разному. Так, например, в переходе $2S \rightarrow 1P + \gamma$ ввиду знакопеременности R_2 имеются мощные сокращения в интеграле (45), и потому малые изменения R_1 или R_2 весьма заметны в величине $M_{nn'}$. Наоборот, переход $1P \rightarrow 1S + \gamma$ слабо чувствует изменения R_1 , так как в (45) никаких сокращений нет (R_1 — знакоопределенная функция). Вообще, ширины $E1$ -переходов чувствуют относительное положение максимумов и узлов волновых функций, а потому локально (а не интегрально, как лептонные ширины) контролируют волновые функции.

Таблица VIII

Ширины радиационных $E1$ -переходов в чармонии, вычисленные в потенциальных моделях, в сравнении с экспериментальными данными

Переход, КэВ	а)	б)	в)	г)	д)	Эксперимент
$2^3S_1 \rightarrow 1^3P_J$	124,2	145	116,4	57	70	57 ± 8
$2^3S_1 \rightarrow 1^3P_2$	28,9	38	30,0	14	31	17 ± 5
$2^3S_1 \rightarrow 1^3P_1$	45,3	49	40,8	21	31	19 ± 5
$2^3S_1 \rightarrow 1^3P_0$	50,0	58	45,6	22	8	21 ± 6
$1^3P_J \rightarrow 1^3S_1$	828	1059	730	745	404	—
$1^3P_2 \rightarrow 1^3S_1$	398	496	340	367	136	330 ± 170
$1^3P_1 \rightarrow 1^3S_1$	289	381	260	258	160	< 700
$1^3P_0 \rightarrow 1^3S_1$	141	182	130	120	108	97 ± 38

а) Корнелльская группа⁹. б) В. Бухмюллер, С. Х. Х. Тай³. в) Н. Красемани (вариант с уравнением Клейна—Гордона)⁴¹. г) А. В. Хенрикс и др.⁴⁵. д) Правила сумм⁵⁴.

Результаты, приведенные в табл. VIII, показывают, что ширины $E1$ -переходов в чармонии примерно вдвое превышают экспериментальные значения даже для в основном успешно работающих потенциальных моделей. В то же время для $E1$ -переходов в боттомонии ситуация существенно лучше, как это видно из табл. IX. Объяснение состоит в том, что в чармонии велики релятивистские поправки и их учет (см. раздел V) позволяет восстановить согласие с экспериментом.

Таблица IX

Ширины радиационных $E1$ -переходов в боттомонии, вычисленные в потенциальных моделях, в сравнении с экспериментальными данными

Переход, КэВ	а)	б)	в)	г)	Эксперимент
$3^3S_1 \rightarrow 2^3P_2$	2,5	4,25	3,6	1,8	$6,5 \pm 0,8 \pm 0,6$
$3^3S_1 \rightarrow 2^3P_1$	1,5	2,55	2,17	1,9	
$3^3S_1 \rightarrow 2^3P_0$	0,5	0,85	0,72	1,3	
$2^3P_2 \rightarrow 2^3S_1$	17	15,9		17	
$2^3P_1 \rightarrow 2^3S_1$	17	15,9		16	$\sim 1,6$ $\sim 1,6$ $\sim 1,0$ } $\approx 4,2$
$2^3P_0 \rightarrow 2^3S_1$	17	15,9		12	
$2^3S_1 \rightarrow 1^3P_2$	1,35	3,43		0,96	
$2^3S_1 \rightarrow 1^3P_1$	0,81	2,06		1,01	
$2^3S_1 \rightarrow 1^3P_0$	0,27	0,69		0,78	
$1^3S_2 \rightarrow 1^3S_1$	36	34,5		39	
$1^3P_1 \rightarrow 1^3S_1$	36	34,5		36	
$1^3P_0 \rightarrow 1^3S_1$	36	34,5		26	

а) Корнелльская группа⁹. б) В. Бухмюллер, С. Х. Х. Тай³. в) А. А. Быков, И. Н. Дремин, А. В. Леонидов³⁶. г) А. Сильвермен⁵⁶.

5. Полные и адронные ширины

Кварконию распадаются на адроны по каналам, запрещенным ОЦИ-правилом. При нерелятивистской трактовке кварк и антикварк должны встретиться в одной точке, аннигилировать в два (для 1S_0 -состояний) или три (для 3S_1 -состояний) глюона, которые затем с вероятностью единица превращаются в конечные адроны *). Соответственно, адронные ширины таких распадов будут пропорциональны квадрату или кубу постоянной сильных взаимодействий α_s и квадрат модуля волновой функции в нуле, т. е.

$$\Gamma(V \rightarrow gg \rightarrow h) = \frac{8}{3} \alpha_s^2 |R_\eta(0)|^2 M_\eta^{-2}, \quad (46)$$

$$\Gamma(V \rightarrow ggg \rightarrow h) = \frac{40(\pi^2 - 9)}{81\pi} \alpha_s^3 |R_V(0)|^2 M_V^{-2}. \quad (47)$$

Эти формулы отличаются от соответствующих формул для пара- и ортопозитрония только заменой масс, заменой α на α_s и числовыми множителями, связанными с усреднением по цвету кварка.

Таблица X

Ширины адронных распадов боттомония, вычисленные в потенциальных моделях, в сравнении с экспериментальными данными (в кэВ)

Характеристика	Работа ⁹	Расчет на основе формулы (32)	Эксперимент
$\Gamma_{\text{tot}}(\Upsilon)$	24		$34,3^{+7,8}_{-5,6}$
$\Gamma_{3g}(\Upsilon)$	12	91	$26,6^{+7,8}_{-5,6}$
$\Gamma_{\gamma gg}(\Upsilon)$	0,3		1
$\Gamma_{\text{tot}}(\Upsilon')$	18		$28,7^{+5,6}_{-4,1}$
$\Gamma_{3g}(\Upsilon')$	4,3	36	$12,7^{+5,8}_{-4,1}$
$\Gamma_{\gamma gg}(\Upsilon')$	0,1		0,5
$\Gamma_{\text{tot}}(\Upsilon'')$	11		$17,4 \pm 3$
$\Gamma_{3g}(\Upsilon'')$	3,0	17	8 ± 2
$\Gamma_{\gamma gg}(\Upsilon'')$	0,1		0,3

Результаты расчетов адронных ширин кварконию и их экспериментальные значения приведены в табл. X. Комбинируя данные по адронным и лептонным ширинам кварконию в нерелятивистском приближении, удается определить значение постоянной сильных взаимодействий α_s , определяющей кварк-глюонную вершину: $\alpha_s(J/\psi) = 0,19 \pm 0,01$; $\alpha_s(Y) = 0,16 \pm 0,01$, что согласуется с другими оценками.

Различные экспериментально измеряемые соотношения между ширинами двух- и трехглюонных распадов кварконию и ряд других величин, содержащих $\Gamma_{\gamma gg}$, Γ_{3g} , Γ_{2g} , позволяют проверять предсказания КХД для радиационных поправок к этим характеристикам (см. ⁶⁰).

Следует помнить о том, что последовательное изучение адронных

ширин в потенциальных моделях возможно только при ренормгрупповой обработке потенциала. В этом случае константа α_s воспроизводится моделью автоматически, а не привносится в нее извне. К сожалению, большинство моделей, оперирующих с β -функцией ^{3, 36}, не позволяет получить хорошее согласие теоретических оценок адронных ширин с экспериментальными данными из-за завышенных значений параметра Λ . По нашему мнению ситуация может быть разрешена введением в модель скалярного удерживающего потенциала. Наклон линейно растущей лоренц-векторной части потенциала k_V связан с параметром Λ по формуле $\Lambda^2 = C(n_f) k_V$, где $C(n_f)$ — некоторый коэффициент, зависящий от числа «размороженных» ароматов n_f . Выбирая удерживающий потенциал в виде суперпозиции лоренц-скалярной k_{sr} и лоренц-векторной k_{vr} составляющих $V \sim k_{sr} r + k_{vr} r$, из которых первая доминирует (значение k_V мало), можно снизить значение Λ до величины, позволяющей воспроизводить адронные ширины.

*) Этот метод вычисления вероятностей распада называется рецептом Апшелъ-квиста — Политцера (подробное обсуждение его применимости, а также нарушений этого рецепта в распадах η_c - и χ_0 -мезонов см. в обзоре ⁶⁰).

6. Предсказания для топония

Семейство топония представляет собой связанные состояния гипотетического сверхтяжелого t -кварка и его антикварка. Во многих отношениях эта система явится более удобной для изучения природы кварк-антикваркового взаимодействия, чем чармоний и боттомоний. Это связано, во-первых, с очень малыми релятивистскими поправками для топония (следовательно, использование наивных нерелятивистских моделей для его описания должно приносить хорошие результаты), и, во-вторых, с большим числом связанных состояний и широким разнообразием переходов между ними, что обеспечит богатую экспериментальную информацию о таких системах. В дополнение к сведениям, поставленным чармонием и боттомонием о потенциале кварк-антикваркового взаимодействия в области $0,2 \text{ Фм} \leq r \leq 1 \text{ Фм}$, топоний позволит изучить поведение потенциала на еще меньших расстояниях $r \lesssim 0,1 \text{ Фм}$, где асимптотически свободное поведение эффективной константы связи α_s приводит к существенным экспериментально наблюдаемым последствиям. Таким образом, топоний явится первым связанным состоянием, чьи характеристики позволяют непосредственно проверить асимптотически свободное поведение эффективной константы связи на малых расстояниях. Насколько различны предсказания свойств топония, выполненные с использованием потенциалов, учитывающих явление асимптотической свободы, от неучитывающих его потенциалов видно из табл. XI—XIII, в которых мы приводим разнообразные характеристики членов T -се-

Таблица XI

Масса $1S$ -состояния *) и расщепление по массам **) в семействе топония для различных потенциалов ($m_t = 35 \text{ ГэВ}$) (в ГэВ)

Состояния	По ³	По ³⁶	По ¹⁵	По ¹²	По ⁵	По ⁹
1S	68,771	69,162	68,757	69,156	68,475	64,419
2S	0,805	1,064	0,763	0,626	0,523	4,233
3S	1,142	1,467	1,094	0,949	0,828	5,071
4S	1,290	1,707	1,325	1,175	1,056	5,421
1P	0,711	0,950	0,676	0,527	0,377	4,225
2P	1,078	1,395	1,030	0,879	0,726	5,064
3P	1,412	1,659	1,269	1,116	0,970	5,413
4P	1,676	1,859	1,481	1,325	1,181	5,633
1D	1,008	1,322	0,957	0,833	—	5,046
2D	1,254	1,603	1,304	1,046	0,890	5,396
3D	1,525	1,806	1,411	1,303	1,101	5,613
4D	1,817	2,015	1,636	1,412	1,328	5,819

*) Первая строка.
**) Вторая и последующие строки.

мейства. (Цифры указаны для того случая, если окажется, что масса $1S$ -уровня будет 70 ГэВ. Более подробные сведения при разных массах содержатся в работе ³⁶.) Из табл. XI—XIII видно, что первые же экспериментальные данные о топонии позволяют различить «асимптотически свободные» потенциалы от не учитывающих это свойство потенциалов. Для этого нужны совсем небольшие точности экспериментальных данных: $\sim 500 \text{ МэВ}$ в определении энергетических уровней и $\sim 2 \text{ КэВ}$ в определении лептонных ширин. Хочется отметить, что численная близость потенциалов еще не означает близости всех характеристик, рассчитываемых на их основе. По-видимому, лептонные и фотонные ширины являются характеристиками, наиболее чув-

Таблица XII

Значения лептонных ширин 1S—4S-уровней топония для различных потенциалов

Состояние	$m_t = 35 \text{ ГэВ}$					
	По ³	По ³⁶	По ¹⁵	По ¹²	По ⁵	По ⁹
Г (1S), кэВ	6,091 (6,94)	10,095 (11,61)	4,937 (5,63)	3,300 (3,80)	0,898 (1,02)	164,02 (178,78)
Г (2S)/Г (1S)	0,29	0,26	0,29	0,39	0,54	0,41
Г (3S)/Г (1S)	0,17	0,14	0,18	0,24	0,35	0,04
Г (4S)/Г (1S)	0,12	0,11	0,14	0,20	0,36	0,02
Цифры в скобках приведены с учетом Z^0 -бозонного канала распада.						

Таблица XIII

Ширин радиационных E1-переходов между некоторыми уровнями топония для различных потенциалов ($m_t = 35 \text{ ГэВ}$)

Переход, кэВ	По ³	По ³⁶	По ¹⁵	По ¹²	По ⁵	По ⁹
3S → 2P	3,22	3,12	1,36	1,93	4,70	0,001
2P → 2S	7,66	19,39	2,98	5,71	2,58	11,36
2S → 1P	2,13	2,36	1,11	1,68	4,98	0,0063
1P → 1S	8,14	20,12	12,63	8,57	5,09	262,60

ствительными к деталям поведения потенциалов, и именно их следует использовать для выбора потенциала взаимодействия тяжелых кварка и антикварка в связанном состоянии.

V. РОЛЬ РЕЛЯТИВИСТСКИХ ПОПРАВК И ВОЗМОЖНЫХ НЕПОТЕНЦИАЛЬНЫХ ЭФФЕКТОВ

1. Релятивистские поправки

Учет релятивистских эффектов является одной из важнейших проблем физики тяжелых кваркониев. Изучение этих эффектов не только помогает установить границы применимости нерелятивистской потенциальной модели и позволяет вычислить (иногда очень существенные) релятивистские поправки, но и дает возможность по-новому взглянуть на природу удерживающих сил. Экспериментальные данные по энергетическому спектру тяжелых кварков ясно свидетельствуют о существовании зависящих от спинов кварков релятивистских взаимодействий, отсутствующих в нерелятивистской потенциальной картине. В семействах чармония и боттомония экспериментально наблюдаются (в радиационных E1-переходах $N^3S_1 \xrightarrow{\gamma} N - 1^3P_J \xrightarrow{\gamma} N - 1^3S_1^{35}$) триплеты 3P_J состояний с характерным расщеплением порядка десятков МэВ. Члены триплета отличаются друг от друга значением полного момента J , поэтому естественно предположить, что за расщепление ответственно спин-орбитальное взаимодействие $H \sim LS$, где L — орбитальный момент пары кварк — антикварк, а S — ее полный спин (тонкая структура). Именно так они и описываются потенциальными моделями с учетом релятивистских поправок. В семействе чармония экспериментально наблюдаются также радиационные M1-переходы между орто- (3S_1) и пара- (1S_0) кваркониями. За соответствующее расщепление естественно считать ответственным спин-спиновое

взаимодействие $H \sim S_1 S_2$, где S_1, S_2 — спины кварка и антикварка (сверхтонкая структура).

Существуют еще кинематические поправки, связанные с движением кварков относительно их общего центра масс. Этот тип поправок, по-видимому, может быть выявлен при изучении фотонных и лептонных ширины тяжелых кваркониев.

При теоретической обработке релятивистских поправок результат существенно зависит от предположений о природе удерживающих сил, вкладываемых в модель. Таким образом, из сравнения теоретических оценок с экспериментальными данными можно пытаться понять структуру спин-спинового, спин-орбитального взаимодействий и изучать лоренц-структуру удерживающей части межкваркового потенциала. Так, если присутствует лоренц-скалярный потенциал взаимодействия V_m , то тонкое расщепление уровней изменяется добавкой, пропорциональной производной V'_m (подробнее см. ниже).

Изучение релятивистских поправок не только позволяет понять природу спиновых взаимодействий и удерживающих сил в КХД, но и снимает целый ряд трудностей, возникающих при сравнении с экспериментом потенциальной модели кваркониев *). Например, ширина $E1$ -перехода для нерелятивистской системы связанных кварка и антикварка описывается формулой (43) и определяется интегралом перекрытия по волновым функциям начального и конечного состояний. Значение этого интеграла зависит от относительного положения узлов и максимумов волновых функций, и в этом смысле $E1$ -переходы позволяют «локальным» образом проверять правильность их воспроизведения в рамках той или иной модели. (Напомним, что лептонные ширины $\Gamma_{ee} \sim |\Psi(0)|^2$ контролируют волновые функции лишь в одной точке.) В «наивных» (не учитывающих релятивистских поправок) потенциальных моделях ширины фотонных переходов для семейства чармония систематически получались завышенными в 2—4 раза. Использование уравнения Клейна — Гордона и уравнения Дирака ⁴¹ для вычислений волновых функций, фигурирующих в интеграле перекрытия (см. формулу (45)), позволило существенно снизить это рассогласование между теорией и экспериментом (см. табл. VIII).

По нашему мнению, хотя уравнения Клейна — Гордона и Дирака не содержат информации о спин-спиновых взаимодействиях (источник внешнего по отношению к пробной частице поля предполагается бесконечно тяжелым и бесспиновым), они верно учитывают влияние кинематических поправок, что находит свое отражение в изменении ширины $E1$ -переходов в тяжелых кваркониях в сторону экспериментальных значений. В пользу этого свидетельствуют величины $E1$ -переходов для семейства боттомония, вычисленные в работе ³⁶. Υ -частицы, состоящие из более тяжелых (по сравнению с c) b -кварка и \bar{b} -антикварка, являются существенно более нерелятивистскими, нежели J/ψ (а значит, и кинематические поправки в боттомонии много меньше, чем в чармонии). Поэтому можно ожидать, что результаты «наивных» потенциальных моделей для боттомония будут лучше соответствовать эксперименту. И действительно, например, экспериментальное значение $\Gamma_{E1}(3^3S_1 \rightarrow 2^3P_J + \gamma) = 6,5 \pm 0,8 \pm 0,6$ кэВ ³⁵, в то время как вычисления работы ³⁶ дают $\Gamma_{E1}(3^3S_1 \rightarrow 2^3P_J + \gamma) = 6,5$ кэВ! Последовательное рассмотрение релятивистских поправок к ширинам $E1$ -переходов ⁴² приводит к согласию теоретических и экспериментальных результатов и для семейства чармония.

*) Следует еще раз отметить, что, вообще говоря, появление «новых» взаимодействий обычно связано с новыми параметрами и предположениями (например, об относительном весе лоренц-скаляра и лоренц-вектора в потенциале — см. также обсуждение после формулы (60)). Однако число таких параметров намного меньше, чем то количество экспериментальных фактов, которые удастся описать с их помощью.

Основным теоретическим инструментом для изучения релятивистских поправок к потенциальной модели служат уравнения Бете — Солпитера и Брейта — Ферми, к описанию которых мы и переходим.

Наиболее общим релятивистским уравнением для связанных состояний является уравнение Бете — Солпитера ^{43,44} (рис. 5):

$$J_{ab}(x_1, x_2) = \int d^4x_3 d^4x_4 d^4x_5 d^4x_6 S_F'^a(x_1 - x_3) S_F'^b(x_2 - x_4) G_{ab}(x_3, x_4, x_5, x_6) \cdot J_{ab}(x_5, x_6), \quad (48)$$

где a, b — индексы, обозначающие соответственно кварк и антикварк, J_{ab} — амплитуда образования кварком a и антикварком b (их пропагаторы — $S_F'^a$ и $S_F'^b$) связанного состояния, G_{ab} — двухчастично-неприводимое ядро уравнения Бете — Солпитера, описывающее взаимодействие кварка и антикварка, приводящее к образованию связанного состояния.

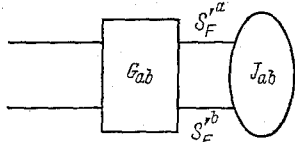


Рис. 5. Графическое изображение уравнения Бете — Солпитера.

Чтобы получить используемое в приложениях уравнение Солпитера, необходимо:

- а) перейти в (48) в импульсное представление,
- б) перейти в систему центра масс кварка и антикварка,
- в) предположить мгновенное взаимодействие.

В результате возникает уравнение Солпитера:

$$\tilde{\Psi}_{ab}(q) = \left(\frac{\Lambda_a^+ \Lambda_b^+}{E - E_a - E_b} - \frac{\Lambda_a^- \Lambda_b^-}{E - E_a + E_b} \right) \gamma_0^a \gamma_0^b \cdot 2\pi i \int d^3k \tilde{G}_{ab}(-k^2) \tilde{\Psi}_{ab}(q+k), \quad (49)$$

где знаки тильды над Ψ и G отражают переход к мгновенному взаимодействию, Λ^\pm — стандартные операторы проектирования на состояния с положительной и отрицательной энергией, γ_0 — матрица Дирака, E — энергия связанного состояния. E_a, E_b — энергии кварка и антикварка. Теперь, для того чтобы изучать спектроскопию кваркониев, остается описать взаимодействие кварка и антикварка (задать ядро G или, что эквивалентно, потенциал взаимодействия — $V(r)$). Впервые уравнение (49) с опущенным вторым слагаемым (что оправдано при $|E - E_a - E_b| \ll |E + E_a + E_b|$) было применено к изучению спектроскопии чармония в работе ⁴⁵. Авторы ⁴⁵ использовали потенциал вида

$$V(r) = \left(\lambda r - \frac{\alpha_s}{r} \gamma_\mu^a \gamma^{\mu b} - c \right) e^{-\kappa r} + c' (1 - e^{-\kappa r}), \quad (50)$$

где λ, c, c', κ — параметры задачи, α_s — безразмерная константа связи КХД. Этот потенциал не является удерживающим, но если параметр κ мал, то уровни расположены достаточно глубоко, и, следовательно, отличие данного случая от случая линейно растущего потенциала мало *).

Уравнение Солпитера (49) использовалось также для вычисления релятивистских поправок к лептонным ширинам ⁴⁶. В нерелятивистском пределе полученные выражения для лептонных ширин переходят в (41).

Наиболее популярный метод вычисления ведущих релятивистских поправок к энергетическому спектру кваркониев — использование гамильтониана взаимодействия типа хорошо известного в электродинамике ⁴³ гамильтониана Брейта — Ферми

$$H = H_0 + H_{BF}, \quad (51)$$

*) Без введения экспоненциального подавления в (50) авторам ⁴⁵ не удалось решить уравнение (49).

где H_0 — затравочный нерелятивистский гамильтониан, H_{BF} — гамильтониан Брейта — Ферми. Поправки к нерелятивистскому энергетическому спектру обычно вычисляются по теории возмущений, где роль гамильтониана возмущения играет H_{BF} . С точки зрения нерелятивистской потенциальной модели наиболее последовательным способом вывести H_{BF} является переход к нерелятивистскому пределу в уравнении Бете — Солпитера (48) или в уравнении Солпитера (49). При переходе к нерелятивистскому пределу обычно исходят из того, что в ведущем приближении ядро уравнения Солпитера (49) задается улучшенным по ренормгруппе одноглюонным обменом. В ядро также феноменологически включают лоренц-скалярный потенциал взаимодействия, так что:

$$\tilde{G} \sim V_V(q^2) \gamma_\mu \gamma^\mu + V_m(q^2) I, \quad (52)$$

где γ_μ — обычные матрицы Дирака, I — единичная матрица 4×4 . После перехода к нерелятивистскому пределу для гамильтониана получается выражение вида

$$H = H_0 + H_{SD} + H_{SI}, \quad (53)$$

где H_0 — затравочный нерелятивистский гамильтониан, H_{SD} — зависящая от спинов кварков часть гамильтониана Брейта — Ферми, H_{SI} — не зависящая от спинов его часть. В подавляющем числе работ третье слагаемое в (53) опускают, и работают только с H_{SD} . Этот член соответствует ядру (52), записывается в виде ($m = m_q = m_{\bar{q}}$ *):

$$H_{SD} = \frac{1}{2m^2 r} \left(3 \frac{dV_V}{dr} - \frac{dV_m}{dr} \right) LS + \frac{1}{3m^2} \left(\frac{1}{r} \frac{dV_V}{dr} - \frac{d^2 V_V}{dr^2} \right) (3(s_1 n)(s_2 n) - s_1 s_2) + \frac{2}{3m^2} \Delta V_V \cdot (s_1 s_2), \quad (54)$$

где m — масса кварка (антикварка), а n — единичный радиус-вектор.

Видно, что V_m меняет тонкую структуру уровней и не затрагивает спин-спиновые и тензорные взаимодействия. Гамильтониан (54) использовался во многих работах⁴⁷. Учет не зависящих от спинов взаимодействий (т. е. члена H_{SI} в (53)) осуществлен в работе⁴⁸. Разумеется, точный расчет H_{SD} в хромодинамике возможен лишь в рамках теории возмущений. В работе¹¹ теоретико-возмущенческий потенциал взаимодействия был вычислен с точностью до членов $O(\rho^4)$:

$$H = 2m + \frac{p^2}{m} - \frac{p^4}{4m^3} + V_p(r) + V_c(r), \quad (55)$$

где

$$\begin{aligned} V_p(r) = & -\frac{4}{3} \frac{\alpha_s}{r} \left[1 - \frac{3\alpha_s}{2\pi} + \frac{\alpha_s}{6\pi} (33 - 2n_f) [\ln(\mu r) + c] \right] + \\ & + \frac{4\alpha_s}{3m^2 r} \left\{ 1 - \frac{3\alpha_s}{2\pi} + \frac{\alpha_s}{6\pi} (33 - 2n_f) [\ln(\mu r) + c] \right\} \cdot \nabla^2 + \\ & + \frac{8\pi\alpha_s}{3m^2} \left\{ \left[1 - \frac{3\alpha_s}{2\pi} \right] \delta(r) - \frac{\alpha_s}{24\pi^2} (33 - 2n_f) \nabla^2 \left[\frac{\ln(\mu r) + c}{r} \right] \right\} - \\ & - \frac{14\alpha_s^2}{9mr^2} + \frac{32\pi\alpha_s}{9m^2} s_1 s_2 \left\{ \left[1 - \frac{\alpha_s}{12\pi} (26 + 9 \ln 2) \delta(r) - \right. \right. \\ & \left. \left. - \frac{\alpha_s}{24\pi^2} (33 - 2n_f) \nabla^2 \left[\frac{\ln(\mu r) + c}{r} \right] + \frac{21\alpha_s}{16\pi^2} \nabla^2 \left[\frac{\ln(mr) + c}{r} \right] \right] \right\} + \end{aligned}$$

*) В LS-члене коэффициент 3 перед dV_V/dr связан с тем, что уравнение Брейта — Ферми написано для двух спиновых частиц, в то время как уравнение Дирака (где коэффициент при dV_V/dr равен 1) описывает движение одной частицы со спином в поле бесспиновое источника.

$$\begin{aligned}
& + \frac{4\alpha_s}{m^2} \left(\frac{(s_1 r)(s_2 r)}{r^3} - \frac{1}{3} \frac{s_1 s_2}{r} \right) \left\{ 1 + \frac{4\alpha_s}{3\pi} + \right. \\
& + \frac{\alpha_s}{6\pi} (33 - 2n_f) \left[\ln(\mu r) + c - \frac{4}{3} \right] - \frac{3\alpha_s}{\pi} \left[\ln(mr) + c - \frac{4}{3} \right] \left. \right\} + \\
& + \frac{2\alpha_s}{m^2} \frac{LS}{r^3} \left[1 - \frac{11\alpha_s}{18\pi} + \frac{\alpha_s}{6\pi} (33 - 2n_f) [\ln(\mu r) + c - 1] - \frac{2\alpha_s}{\pi} [\ln(mr) + c - 1] \right].
\end{aligned}$$

Полный гамильтониан записывается в виде

$$H = 2m + \frac{p^2}{m} - \frac{p^4}{4m^3} + V_p(r) + V_c(r), \quad (56)$$

где

$$V_c(r) = Ar - \frac{A}{2m^2} \frac{LS}{r} + C; \quad (57)$$

здесь μ , C , A — параметры, c — постоянная Эйлера, m — масса кварка (антикварка). Из сравнения с (57) очевидно, что авторы¹¹ использовали лоренц-скалярный удерживающий потенциал.

Результаты вычислений с этим гамильтонианом приведены в табл. IV — VIII. Надо отметить, что данный гамильтониан не исчерпывает всех встречающихся в литературе версий (см., например,⁴⁷). Имеющиеся в этом вопросе неопределенности (знаки перед различными членами, коэффициенты и т. д.) отражают отсутствие у теоретиков однозначной трактовки природы удерживающей части межкваркового потенциала и способов разбиения его на лоренц-скалярную и лоренц-векторную части. Отметим, однако, что и в уравнении (49) и в гамильтониане (51), приводящем к хорошему согласию с экспериментом, удерживающая часть потенциала считалась лоренц-скалярной.

С проблемой лоренц-структуры удерживающего потенциала тесно связан вопрос о необходимости введения динамической (зависящей от расстояния между кварком и антикварком) массы кварка в применении к изучению кваркониев при помощи уравнения Дирака⁴⁹.

Рассмотрим соответствующий гамильтониан взаимодействия:

$$H = \alpha p + \beta m(r) + V_V(r), \quad (58)$$

где $m(r) = m_0 + V_m(r)$, $m_0 = \text{const}$ — масса «свободной» частицы (или $m_0 = m(r_0)$, $V_m(r_0) = 0$). Система уравнений для волновой функции имеет вид:

$$\begin{aligned}
F' + \frac{\kappa}{r} F - [\varepsilon + m_0 + V_m(r) - V_V(r)] G &= 0, \\
G' - \frac{\kappa}{r} G + [\varepsilon - m_0 - V_m(r) - V_V(r)] F &= 0,
\end{aligned} \quad (59)$$

где F (G) — верхний (нижний) спинор, ε — полная энергия,

$$\kappa = \begin{cases} l, & j = l - (1/2), \\ -(l+1), & j = l + (1/2) \end{cases}$$

(j и l — полный и орбитальный моменты соответственно). При нерелятивистском предельном переходе уравнения (59) переходят в обычное уравнение Шрёдингера с потенциалом взаимодействия:

$$V(r) = V_V(r) + V_m(r). \quad (60)$$

В нерелятивистской задаче безразлично, какое из слагаемых в (60) обеспечивает удержание кварков. Анализ системы (59), однако, немедленно показывает, что нужным образом нормированные волновые функции получаются лишь, когда $V_m(r) \geq V_V(r)$ при $r \rightarrow \infty$. Поэтому отсутствие неустойчивости в потенциальной задаче (59) достигается только при растущей с рас-

стоянием массе кварка (причем рост массы, вообще говоря, доминирует над ростом лоренц-векторного вклада). Это отвечает представлению о переходе от токовых кварков (с малой массой) к конститuentным (с большей массой) по мере уменьшения передаваемого импульса (или увеличения расстояния). Важным следствием появления динамической массы кварка является пропорциональность тонкого расщепления разности производных $V'_m - V'_v$, что может быть изучено при сопоставлении теоретических результатов с экспериментально наблюдаемыми величинами. Отсутствие связанных состояний в линейно растущем с расстоянием между кварками потенциале, являющемся нулевой компонентой лоренц-вектора в уравнении Дирака, было впервые отмечено в ⁵⁰. Необходимость введения лоренц-скалярного удерживающего потенциала уже отмечалась нами выше при обсуждении уравнений Бете — Солпитера и Брейта — Ферми. Аналогичные утверждения делались еще в работах ⁵⁴. Введение лоренц-скалярного потенциала взаимодействия приводит к согласию теоретических и экспериментальных шириин $M1$ -переходов в кваркониях ^{52,57}. Исключить полностью возможность присутствия в удерживающем потенциале части, являющейся нулевой компонентой четырех-вектора, на основе экспериментальных данных пока нельзя. Нам представляется наиболее вероятным, что потенциал удержания складывается из лоренц-скалярной и лоренц-векторной частей, соотношенных в определенной пропорции. Окончательное выяснение этого вопроса связано с более подробным изучением тонкой структуры спектра тяжелых кваркониев *).

2. Непотенциальные эффекты

Обсуждавшиеся до сих пор релятивистские поправки, по существу, выводились из теории возмущений КХД (за исключением предположений об удерживающей части межкваркового потенциала). Существуют, однако, поправки, не учитываемые теорией возмущений и связанные с нетривиальной структурой КХД вакуума. Первый тип поправок обусловлен длинноволновыми флуктуациями глюонного вакуума (ДВФ) и выражается через ненулевые вакуумные средние

$$\left\langle 0 \left| \frac{\alpha_s}{4} G_{\mu\nu}^a G_1^{\mu\nu a} \right| 0 \right\rangle \approx 0,012 \text{ ГэВ}^4.$$

Они были впервые оценены в работе ^{30в} и с тех пор успешно эксплуатировались в самых разнообразных приложениях. Одно из них заключается в вычислении в дипольном приближении поправок к спектру и ширинам тяжелых кваркониев за счет ДВФ ³⁷. При этом фактически рассматривалась кулоновская система во внешнем хаотически ориентированном хромоэлектрическом поле. Было показано, что такие поправки не могут быть адсорбированы в локальный статический потенциал кварк-антикваркового взаимодействия ³¹. Однако в системах, составленных из тяжелого кварка и антикварка, ДВФ могут оказаться нелидирующими нетеоретическими поправками, а основную роль могут играть флуктуации малых размеров типа рассматриваемых в модели инстантонной жидкости ^{32б}. Указание на это можно увидеть в недооценке массы 1^3P_J -состояния в боттомонии. Учет только длинноволновых флуктуаций приводит к значению $M(1^3P_J) = 9830 \pm 30 \text{ МэВ}$, в то время, как эксперимент дает $M(1^3P_J) = 9900 \text{ МэВ}$. При этом учет коротковолновых флуктуаций приводит к модификации потенциала на малых расстояниях ^{32а}:

$$\Delta V(r) \sim r^2 \int \frac{d\rho}{\rho^2} D(\rho) + O(r^4),$$

*) Например, полученные в работе ⁵⁷ предсказания для тонкого расщепления 1^3P_J -уровней боттомонии более чем в 1,5 раза превышают экспериментально измеренные значения. Согласия можно достичь, меняя вклад лоренц-скаляра.

где интегрирование производится по размерам инстантона, $D(\rho)$ — плотность инстантонов с данным ρ . Таким образом, флуктуации глюонного вакуума могут приводить к адсорбируемым в локальный статический потенциал эффектам, являющимся лидирующими, и к малым непотенциальным эффектам, обусловленным, например, инстантонами большого размера.

По нашему мнению, вопрос о справедливости потенциального подхода в рамках КХД еще не выяснен окончательно и нуждается в более подробном теоретическом анализе. Это обусловлено как успехами потенциальных моделей в описании спектроскопии кваркония, так и неудачей нерелятивистских правил сумм в описании массы $1P$ -уровня³⁷. В частности, представляет интерес исследование в рамках подхода, предложенного в³⁷, кваркониев с более реалистическим чем кулоновский потенциалом взаимодействия. Еще один важный непотенциальный эффект — учет эффектов континуума, т. е. возможного экранирования взаимодействия тяжелых кварка и антикварка за счет рождения легкой кварк-антикварковой пары (разрыв струны). Учет этого эффекта требует, естественно, решения многоканальной задачи⁹. Попытка теоретико-полевого рассмотрения эффекта была принята в⁵⁵. Результаты этих работ показывают, что учет связи с континуумом важен для семейства чармония. Так, для сдвигов уровней получено: $\Delta M(J/\psi) = -48$ МэВ, $\Delta M(\psi') = -118$ МэВ и $\Delta M(\chi_J) = -90$ МэВ; для фотонных переходов $\Gamma_{E1}(\psi' \rightarrow \chi_0) = 43,2$ кэВ; $\Gamma_{E1}(\psi' \rightarrow \chi_1) = 34$ кэВ; $\Gamma_{E1}(\psi' \rightarrow \chi_2) = 23$ кэВ, в то время как без учета связи с континуумом имеем соответственно $\Gamma_{E1}(\psi' \rightarrow \chi_J) = (50, 45, 29)$ кэВ. Отметим, что учет эффектов континуума сближает теоретические значения с экспериментальными данными и приводит к различным сдвигам уровней чармония. Для боттомония подобные эффекты должны быть меньше, так как его низколежащие состояния отделены от порога рождения B -мезонов большим энергетическим интервалом.

Итак, вопрос о роли непотенциальных эффектов — это вопрос количественный. Потенциальный подход правомочен до тех пор, пока непотенциальные поправки малы.

VI. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Из проведенного рассмотрения видно, что потенциальная модель является мощным инструментом изучения мира тяжелых кваркониев, выступая в качестве достаточно надежного путеводителя для экспериментов и ставя важные и интересные вопросы перед теоретиками. Она обладает большой предсказательной силой и позволяет исследовать с высокой точностью самые разнообразные характеристики связанных состояний тяжелого кварка и антикварка. Кроме того, потенциальная модель выдает большую информацию о структуре спин-спинового, спин-орбитального взаимодействия в КХД, об эффектах удержания, о связи с континуумом, о нетривиальной структуре вакуума и т. д. И, помимо всего прочего, модель проста в математическом отношении, что немаловажно при проведении практических вычислений. Если в недалеком будущем, как надеется большинство теоретиков, будет открыт шестой сверхтяжелый t -кварк и его связанное состояние с \bar{t} -антикварком — топоний, потенциальная модель поможет в изучении этого сверхтяжелого кваркония и выявлении специфики цветных взаимодействий на малых расстояниях. Некоторые трудности, имеющиеся в потенциальных моделях и описанные нами ранее, по мере их преодоления, как оказывается, открывают интересные перспективы изучения фундаментальных эффектов теории сильных взаимодействий. Это относится и к изучению адронных ширин, и к выявлению роли длинноволновых и коротковолновых вакуумных флуктуаций, которые представляют собой «горячие» точки в КХД. Ситуация здесь еще не вполне определена и требует внимательного и всестороннего изучения. То, что кажется правильным сегодня, завтра может

быть подвергнуто критическому анализу и радикально изменится, и, как нам представляется, потенциальная модель не лишена возможности участвовать в этом процессе.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Ниже мы приводим формулы для потенциалов, восстановленных на основе соотношений (22) и (24).

Потенциал работы ¹⁷ имеет вид

$$V(r) = \frac{\Lambda}{6\pi b_0} \rho + \bar{V}(r),$$

где

$$\bar{V}(r) = -\frac{2}{3\pi^2} \frac{\Lambda I(\rho)}{b_0 \rho}, \quad \rho = \Lambda \cdot r$$

$$I(\rho) = \int_0^\infty \frac{\sin \rho y}{y} B y^{2\nu} \exp(-y^4) + \left\{ \left[\frac{1}{\ln(1+y^2)} - \frac{1}{y^2} \right] [1 - \exp(-y^4)] \right\} dy.$$

Ричардсоновский потенциал в координатном представлении имеет вид ¹³

$$V(r) = \frac{8\pi}{33-2n_f} \Lambda \cdot \left(\Lambda \cdot r - \left[1 - 4 \int_1^\infty \frac{dq}{q} \exp(-q\Lambda r) / (\ln^2(q^2-1) + \pi^2) \right] / \Lambda r \right).$$

Физический институт им. П. Н. Лебедева

АН СССР

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Астамапов А. С. и др. Препринт ИЯФ СО АН СССР 83-84. — Новосибирск, 1983.
2. Bloom E. D. Preprint SLAC-PUB-3015. — 1982.
3. Buchmüller W., Tye S.-H.H. — Phys. Rev. Ser. D, 1981, v. 24, p. 132.
4. Quigg C., Rosner J. L. — Phys. Rept., 1979, v. 56, p. 167.
5. Martin A. — Phys. Lett. Ser. B, 1981, v. 100, p. 4511.
6. Bander M. — Phys. Rept., 1981, v. 75, p. 205.
7. Baker M. — Acta Phys. Pol. Ser. B, 1981, v. 12, p. 3.
Mandelstam S. — Phys. Rev. Ser. D., 1979, v. 20, p. 322.
8. Lüscher M. — Nucl. Phys. Ser. B, 1981, v. 180, p. 317.
9. Eichten E. et al. — Phys. Rev. Lett., 1975, v. 34, p. 369; Phys. Rev. Ser. D, 1978, v. 17, p. 3090; 1980, v. 21, p. 203.
10. Bhanot A., Rudaz K. — Phys. Lett. Ser. B, 1978, v. 78, p. 119.
11. Gupta S. N. et al. — Phys. Rev. Ser. D., 1982, v. 26, p. 3305.
12. Krasemann K., Ono S. — Nucl. Phys. Ser. B., 1978, v. 154, p. 283.
13. Richardson J. L. — Phys. Lett. Ser. B, 1979, v. 82, p. 272.
14. Fogleman G. et al. — Lett. Nuovo Cimento, 1979, v. 26, p. 369.
15. Levine R., Tomozawa J. — Phys. Rev. Ser. D, 1979, v. 19, p. 1572; 1980, v. 21, p. 840.
16. Davis S., Feinberg F. L. — Phys. Lett. Ser. B, 1978, v. 78, p. 90.
17. Willey R. S. — Phys. Rev. Ser. D, 1982, v. 26, p. 3254.
18. Reya E. — Phys. Rept., 1981, v. 69, p. 195.
19. Дремин И. М. — Кратк. сообщ. физ. (ФИАН СССР), 1982, № 1.
20. Дремин И. М., Леонидов А. В. — ТМФ, 1982, т. 51, с. 178.
21. Celmaster W., Henyey F. S. — Phys. Rev. Ser. D, 1978, v. 18, p. 1688.
22. Buchmüller W. et al. — Phys. Rev. Lett., 1980, v. 45, p. 103.
23. Abe V. et al. — Phys. Rev. Ser. D, 1983, v. 27, p. 675.
24. Appelquist T. et al. — Phys. Lett. Ser. B., 1977, v. 69, p. 231; Phys. Rev. Ser. D, 1978, v. 17, p. 2074.
25. Fischer W. — Nucl. Phys. Ser. B, 1977, v. 129, p. 157.
26. Feinberg F. L. — Phys. Rev. Lett., 1976, v. 39, p. 316; Phys. Rev. Ser. D, 1978, v. 17, p. 2659.
27. Celmaster W. et al. — Ibid., p. 879.
28. Rosenzweig C. — Zs. Phys. Ser. C, 1982, v. 40, p. 178.
Shirkov D. V. Preprint JINR E2-84-274. — Dubna, 1981.
29. Lichtenberg D. B., Wills J. G., — Lett. Nuovo Cimento, 1981, v. 32, p. 86.
30. a) Belavin A. et al. — Phys. Lett. Ser. B, 1975, v. 59, p. 85.

- 6) Callan C. et al. — Phys. Rev. Ser. D, 1979, v. 19, p. 1826.
- в) Shifman M. et al. — Nucl. Phys. Ser. B, 1979, v. 147, p. 385, 448.
31. Voloshin M. B. — Ibid., v. 154, p. 365.
32. а) Callan C. et al. — Phys. Rev. Ser. D, 1978, v. 18, p. 4684.
 б) Шуряк Э. В. Препринт ИЯФ СО АН СССР 81-118. — Новосибирск, 1981.
 в) Baier V. N., Pinelis Yu. F. Preprint INP Novosibirsk Preprints 82-115, 83-62.
33. Alvarez O. — Phys. Rev. Ser. D, 1981, v. 24, p. 440.
 Arvis J. F. — Phys. Lett. Ser. B, 1983, v. 127, p. 106.
34. Miller K. J., Olsson M. G. — Phys. Rev. Ser. D, 1982, v. 25, p. 2382.
35. См., например: Хан К. et al. — Phys. Rev. Lett., 1982, v. 49, p. 1612.
36. Быков А. А., Дремин И. М., Леонидов А. В. Препринт ФИАН № 52. — Москва, 1983.
37. Voloshin M. B. — Preprint ITEP-30. — Moscow, 1981.
38. Van Royen V., Weisskopf W. — Nuovo Cimento, 1967, v. 50, p. 617.
39. Barbieri R. — Phys. Lett. Ser. B, 1975, v. 57, p. 455.
40. Martin A. — Ibid., 1977, v. 70, p. 192.
41. Krasemann H. — Preprint Ref. Ser. TH 3011. — CERN, 1980.
42. Sebastian K. J. — Phys. Rev. Ser. D, 1982, v. 26, p. 2295.
43. Берестецкий В. Б., Лифшиц Е. М., Пятаевский Л. П. Квантовая электродинамика. — М.: Наука, 1979. — С. 606.
44. Flamm D., Schoberl F. — Introduction to the Quark Model of Elementary Particles. V. 1. — Lnd.: Gordon and Breach, 1982.
45. Henriques A. et al. — Phys. Lett. Ser. B, 1976, v. 64, p. 85.
46. Bergström L. et al. — Zs. Phys. Ser. C, 1980, Bd. 4, S. 215.
 Keung W. J., Muzinich Z. J. — Phys. Rev. Ser. D, 1983, v. 27, p. 1518.
47. Rafelski J., Violler R. D. Preprint Ref. TH2673. — CERN, 1979.
48. Beavis D. et al. — Phys. Rev. Ser. D, 1979, v. 20, p. 2345.
49. Дремин И. М., Леонидов А. В. — Письма ЖЭТФ, 1983, т. 37, с. 617.
50. Plesset M. S. — Phys. Rev., 1932, v. 41, p. 278.
51. Rose M. E. — Ibid., 1951, v. 82, p. 470.
 Long Ch., Robson D. — Ibid. Ser. D., 1983, v. 27, p. 644.
52. Hardekopf G., Sucher J. — Ibid., 1982, v. 25, p. 2939.
 Grotch H., Sebastian K. J. — Ibid., p. 2944.
53. Bertelmann R. A. — Nucl. Phys. Ser. B, 1982, v. 204, p. 387.
54. Khodjamirian A. Preprint EFI-427 (34)-80. — 1980.
55. Poggio E. C., Schnitzer H. J. — Phys. Rev. Ser. D, 1979, v. 19, p. 1557.
56. Silverman A. — In: Proc. of the 1981 Intern. Symposium on Lepton and Photon Interactions at High Energies. Bonn, August 1981/Ed. W. Pfeil. — Universitat Bonn, 1981. — P. 163.
57. McClary R., Byers N. Preprint UCLA/TEP/83/12. — 1983.
58. Вайнштейн А. И. и др. — УФН, 1977, т. 123, с. 217.
59. Рихтер Б. — УФН, 1978, т. 125, с. 201.
 Тинг С. — Ibid., с. 227.
60. Хозе В. А., Шифман М. А. — УФН, 1982, т. 140, с. 3.
61. Вайнштейн А. И. и др. — УФН, 1980, т. 131, с. 537.
62. Блум Э. Д., Фелдман Г. Дж. — УФН, 1983, т. 139, с. 529.
63. Appelquist T., Barnett N. M., Lane K. D. — Ann. Rev. Nucl. Part. Sci., 1978, v. 28, p. 387.
64. Grammer M., Krasemann H. — Acta Phys. Austr., 1979, Suppl. XXI, p. 259.