

УСПЕХИ ФИЗИЧЕСКИХ НАУК

537.311:548

**ЭЛЕКТРОННЫЕ СВОЙСТВА ВИСКЕРОВ****Ю. П. Гайдуков****СОДЕРЖАНИЕ**

1. Введение . . . . .	571
2. Влияние размеров на удельное сопротивление металлов . . . . .	572
а) Ограничение длины свободного пробега электронов проводимости размерами образца (572). б) Размерный эффект в сопротивлении вискером (574).	
3. Зависимость сопротивления вискером от температуры . . . . .	576
а) Отклонение от правила Маттисена (576). б) Угловая зависимость вероятности зеркального отражения (581).	
4. Сопротивление вискером в магнитном поле . . . . .	583
а) Размерный эффект в магнитосопротивлении (583). б) Зависимость магнитосопротивления вискером от температуры (587). в) Квантовые осцилляции магнитосопротивления (589).	
5. Изменение электрических свойств вискером при упругом растяжении . . . . .	592
6. Заключение . . . . .	596
Цитированная литература . . . . .	596

**1. ВВЕДЕНИЕ**

Образцы для физических исследований в подавляющем большинстве случаев приходится готовить специально в искусственных условиях, и лишь в редких исключениях природа сама предоставляет в руки экспериментаторов объекты, идеально подходящие для этой цели. Прекрасный пример тому дают нитевидные и пластинчатые монокристаллы, объединяемые общим названием — усы, или вискеры (*whisker* (*англ.*) — ус).

Хотя о существовании вискером было известно давно, лишь в последние два-три десятилетия эти необычные образования привлекли внимание исследователей. Интерес к вискерам был вызван тем, что они обладают рядом уникальных свойств, отсутствующих в обычных массивных монокристаллах. Это породило надежды на широкое применение вискером в измерительных устройствах и технических приложениях. В ряде случаев эти надежды оправдались.

Наибольшее количество проведенных работ связано с исследованием физики зарождения и роста вискером, что имеет большое научное значение как для самой физики роста кристаллов, так и для практики. Например, самопроизвольный рост вискером на тонких слоях металлических покрытий приводит к порче различных радиотехнических устройств. Очевидна практическая ценность мер, позволяющих исключить эти нежелательные явления.

Морфология вискером очень разнообразна. Это длинные нити и ленточки, тонкие пластинки, трубчатые и спиралевидные кристаллы, конусы и клинья и т. д. Поэтому в общем случае под вискером следует понимать свободно выросший в естественных или искусственных условиях монокристалл, имеющий сильную диспропорцию линейных размеров. Например, длина кристалла может превосходить его толщину в тысячи раз, или толщина кристалла в случае пластины может быть во столько же раз меньше двух других его размеров. В большинстве случаев вискеры имеют огранку. Плоскости огранки могут быть параллельны кристаллографическим плоскостям высокой симметрии.

В определении понятия «вискер» слово «свободно выросший» означает «не в оболочке» или «не на подложке». Это существенно, так как позволяет провести грань между вискерами и микропроводами и пленками, хотя они по целому ряду физических свойств аналогичны вискерам. Например, для исследования статических размерных эффектов пригодны как вискеры, так и микропровода и пленки.

В настоящее время известны вискеры многих соединений и чистых химических элементов. В форме вискеро́в выращены почти все металлы. Диапазон толщин вискеро́в заключен в пределах  $10^{-6}$ — $10^{-2}$  см. Длина может достигать нескольких сантиметров.

Среди веществ есть такие, которые кристаллизуются только в виде вискеро́в нитевидной формы. Это различные волокнистые минералы, например, асбесты. Такая кристаллизация связана с сильной анизотропией молекулярного строения. В то же время рост вискеро́в металлов и других элементов, кристаллы которых обладают высокой симметрией, представляется неожиданным и загадочным.

Предложено несколько моделей роста вискеро́в. Наибольшим признанием в настоящее время пользуется так называемая модель «ПЖК» (по начальным буквам слов, обозначающим последовательные фазы, проходимые молекулами вещества в процессе роста кристаллов: пар — жидкость — кристалл). Хотя физическая природа начальной фазы зарождения вискера, процесса роста и его остановки еще не поняты до конца, практическая сторона выращивания вискеро́в различных веществ успешно решена в большинстве случаев. Вискеры могут расти в вакууме, газе, из раствора и в растворе. Материал для роста может поступать либо непосредственно на поверхность растущего кристалла из окружающей среды, либо со стороны основания, находящегося на подложке. Рост происходит как с основания, так и с вершины вискера.

Вопросам роста вискеро́в посвящена большая часть материала монографий Бережковой<sup>1</sup> и Гиваргизова<sup>2</sup>. В то же время физические свойства вискеро́в, особенно вискеро́в металлов, рассмотрены в них бегло и кратко.

Целью настоящей статьи является демонстрация на ряде примеров того, какую замечательную возможность представляют вискеры для исследований электронных свойств металлов.

Что же наиболее привлекательно в вискерах, как объекте физических исследований. Это прежде всего совокупность ряда действительно уникальных свойств: малые размеры, высокая химическая чистота, совершенство структуры объема и поверхности и высокая прочность вискеро́в, близкая к теоретическому пределу. Именно это позволило обнаружить новые явления и получить результаты, не достижимые на обычных массивных монокристаллах.

## 2. ВЛИЯНИЕ РАЗМЕРОВ НА УДЕЛЬНОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ МЕТАЛЛОВ

### а) Ограничение длины свободного пробега электронов проводимости размерами образца

Для неограниченной среды, когда рассеяние на границах образца можно не учитывать, удельное сопротивление  $\rho^\infty$  является характеристикой металла и не зависит от формы и размеров образца. Но положение может существенно измениться, если длина свободного пробега  $l^\infty$ , определяемая рассеянием электронов проводимости внутри объема на фононах, дефектах решетки и примесях, становится сравнимой или даже превосходит поперечные размеры образца  $d$ . В этом случае границы образца будут ограничивать длину свободного пробега, и в предельном случае, когда  $l^\infty \gg d$ , эффективная длина свободного пробега  $l^d \rightarrow d$ . Такая ситуация возникает в достаточно тонких образцах чистых металлов при низких температурах (соответственно удельное сопротивление обозначается ниже через  $\rho^d$ ). Поэтому возникла необходи-

мость выяснить вопрос о влиянии размеров на кинетические явления в металлах, что породило большое количество как теоретических, так и экспериментальных работ, посвященных размерным эффектам.

Простейшим размерным эффектом является зависимость удельного сопротивления образца от толщины. Понятно, что в условиях проявления этого размерного эффекта теряет свой первоначальный смысл понятие «удельное сопротивление», поскольку последнее уже не отражает свойства материала, а зависит от геометрии и размеров образца.

Влияние размеров на сопротивление было обнаружено в конце прошлого столетия, и еще в 1901 г. Дж. Дж. Томсон дал ему правильное объяснение: добавочное сопротивление появляется вследствие рассеяния электронов поверхностью образца. Теоретический анализ размерного эффекта содержится, например, в книгах Займана<sup>3</sup> и Грина<sup>4</sup>.

Существенным моментом в теории размерного эффекта является, естественно, граничное условие для функции распределения электронов. Вплоть до недавнего времени оно записывалось в форме, предложенной Фуксом<sup>5\*</sup>:

$$f_1(r_s, \mathbf{p}) = P f_1(r_s, \hat{\mathbf{p}}), \quad (1)$$

где  $f_1$  — неравновесная добавка к функции распределения,  $r_s$  — координата частицы на поверхности,  $\hat{\mathbf{p}}$  — импульс падающей, а  $\mathbf{p}$  — импульс отраженной частицы. Здесь параметр  $P$  характеризует усредненную отражательную способность поверхности образца<sup>\*\*</sup>). Величина  $P$  заключена в пределах  $0 \leq P \leq 1$ . При  $P = 1$  отражение от поверхности считается полностью зеркальным, при  $P = 0$  — полностью диффузным. Промежуточное значение  $P$  указывает на частично зеркальное отражение и в какой-то мере служит характеристикой поверхности, если сравниваются образцы одинаковой геометрии и толщины. Никаких определенных сведений о структуре и физическом состоянии поверхности параметр Фукса  $P$  не содержит. Связь между параметром Фукса  $P$  и вероятностью зеркального отражения ряда случаев рассмотрена в<sup>4</sup>.

Анализ экспериментальных результатов обычно проводится на основе сравнения с теоретическими расчетами Фукса<sup>5</sup> для пластинок и Дингла<sup>7</sup> для проволок.

В предельных случаях тонких или толстых образцов имеют место следующие соотношения между сопротивлением  $\rho^d$  и толщиной образца  $d$ :

$$\left. \begin{aligned} \rho^d &= \rho^\infty + \frac{4}{3} \frac{\rho^\infty l^\infty}{d} (1 - P), & l^\infty \ll d, \\ \rho^d &= \rho^\infty + \frac{\rho^\infty l^\infty}{d} \left( \frac{1 - P}{1 + P} \right), & l^\infty \gg d, \end{aligned} \right\} \text{ проволоки,} \quad (2)$$

$$\left. \begin{aligned} \rho^d &= \rho^\infty + \frac{3}{8} \frac{\rho^\infty l^\infty}{d} (1 - P), & l^\infty \ll d, \\ \rho^d &= \rho^\infty + \frac{4}{3} \frac{\rho^\infty l^\infty}{d} \left( \ln \frac{l^\infty}{d} \right)^{-1} \frac{(1 - P)}{(1 + P)}, & l^\infty \gg d. \end{aligned} \right\} \text{ пластинки.} \quad (3)$$

(При условии  $l^\infty \gg d$  и  $1 - P \gg d/l^\infty$  величиной  $\rho^\infty$ , естественно, можно пренебречь. Однако для дальнейшего рассмотрения существенно сохранить эту величину.) Для кубических кристаллов  $\rho^\infty l^\infty = 12 (\pi \hbar)^3 / e^2 s_F$ , где  $s_F$  — площадь поверхности Ферми<sup>8</sup>; для анизотропных случаев необходимо вводить множитель порядка единицы, учитывающий ориентацию образца<sup>9</sup>.

\*) Детальное теоретическое рассмотрение современного состояния вопроса о граничных условиях для функции распределения дано в обзоре<sup>6</sup>. Здесь, в частности, сформулированы понятия зеркального и диффузного отражений электронов от поверхности металла и оговорены случаи применимости условий вида (1).

\*\*) Формально величину  $P$  можно рассматривать как долю электронов, отразившихся от поверхности зеркально.

При комнатных температурах длина свободного пробега  $l^\infty$  определяется электрон-фононным взаимодействием и имеет порядок величины  $10^{-6}$  см. Это долгое время сдерживало прогресс в изучении размерных эффектов. Положение существенно изменилось, когда стали широко доступны низкие температуры и появились сверхчистые материалы. При температурах, получаемых с помощью жидкого гелия ( $T \approx 4\text{ К}$ ), основной вклад в рассеяние вносит взаимодействие электронов с дефектами решетки и примесью. Поэтому в очень чистых металлах длина свободного пробега электронов может достигать величин порядка 0,1 см. Приготовление в этом случае одинаковых по качеству образцов различной толщины, сравнимой с величиной  $l^\infty$ , уже не представляет больших технологических трудностей, что позволяет получать достоверные и воспроизводимые результаты.

В начальный период изучения размерного эффекта допущение о наличии зеркального отражения от поверхности ( $P \neq 0$ ) казалось маловероятным. Поэтому экспериментальная зависимость  $\rho^d(d)$  использовалась для определения величины произведения  $\rho^\infty l^\infty$ , что позволяло судить о размерах поверхности Ферми. Ставилась и обратная задача: привлекая модельные расчеты поверхности Ферми, проводили сравнение теоретической и экспериментальной зависимостей  $\rho^d(d)$ . Интересно отметить, что большинство первых экспериментальных работ свидетельствовало в пользу полностью диффузного отражения, т. е. экспериментальным результатам лучше всего удовлетворял случай с  $P = 0$  (см., например, <sup>3</sup>, с. 419). Однако в условиях, характерных для этих работ, когда  $l^\infty \approx d$ , и при использовании простейших модельных соображений о поверхности Ферми металла вывод о том, что  $P = 0$ , следовало рассматривать не как экспериментальный факт, а скорее как правдоподобное заключение, отвечающее взглядам того времени на природу взаимодействия электронов с реальной поверхностью металла.

### б) Размерный эффект в сопротивлении вискеров

Начиная примерно с 1960 г. под давлением экспериментальных фактов взгляд на возможность зеркального отражения электронов от поверхности стал постепенно изменяться. К настоящему времени положение изменилось столь радикально, что уже возможность полного диффузного отражения рассматривается как маловероятное явление. В поразительной трансформации взглядов на характер отражения заметную роль сыграли эксперименты по исследованию влияния размеров на удельное сопротивление вискеров. Вискеры позволили проводить измерения в условиях, когда  $l^\infty \gg d$ . Это условие достигается, с одной стороны, тем, что современная экспериментальная техника позволяет провести электрический монтаж образцов с толщинами до  $10^{-5}$  см <sup>10,11,12</sup>. С другой стороны, в наиболее распространенных методах выращивания металлических вискеров (самопроизвольный рост и рост из газовой фазы) химическая чистота, а тем более структурное совершенство вискеров бывает лучше, чем у исходных металлов для выращивания. Убедиться в этом позволяют опыты, в которых исследуются квантовые осцилляции сопротивления в магнитном поле (эффект Шубникова — де Гааза). При самых низких температурах амплитуда осцилляций зависит от чистоты

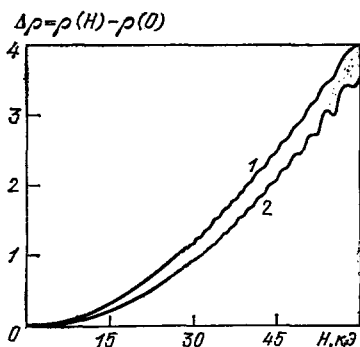


Рис. 1. Зависимость прироста сопротивления сурьмы от магнитного поля, параллельного тригональной оси кристалла <sup>14</sup>.

Сопротивление дано в произв. ед.,  $T = 4,2$  К. Кривая 1 — массивный образец толщиной 2 мм; 2 — вискер толщиной 11 и шириной 100 мкм.

этом позволяют опыты, в которых исследуются квантовые осцилляции сопротивления в магнитном поле (эффект Шубникова — де Гааза). При самых низких температурах амплитуда осцилляций зависит от чистоты

и физического совершенства образцов. Эта зависимость характеризуется температурой Дингла  $T_D^{13}$ . Чем чище и совершеннее образец металла, тем меньше его температура  $T_D$  и тем больше амплитуда квантовых осцилляций. На рис. 1, взятом из работы <sup>14</sup>, показана запись эффекта Шубникова — де Гааза на двух образцах сурьмы. Один из них — пластинчатый вискер, другой массивный образец, полученный из исходного материала для выращивания вискеро́в. Образцы имеют одну и ту же кристаллографическую ориентацию, измерения выполнены в тождественных условиях. Видно, что

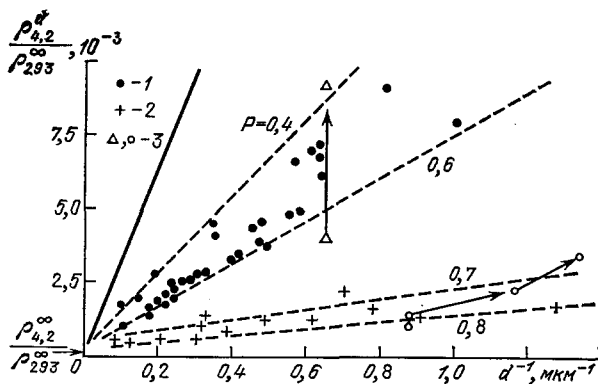


Рис. 2. Влияние размеров на сопротивление вискеро́в цинка <sup>12</sup>.

1 — нитевидные образцы, 2 — пластинки. Для выращивания образцов использовался цинк, для которого  $\rho_{4,2}^\infty / \rho_{293}^\infty \approx 10^{-4}$ . Значки 3 — нитевидный и пластинчатый вискеры из работы <sup>14</sup>. Стрелками указан результат последовательного химического травления этих образцов. Сплошная линия — экстраполяция в область малых толщин результатов работы <sup>15</sup> по определению зависимости  $\rho(d^{-1})$  массивных образцов. Их толщина изменялась химическим травлением. Предполагая, что для этих образцов параметр зеркальности  $P = 0$ , на рисунке штриховыми линиями нанесен ход сопротивления согласно формулам (2), (3) текста при значениях  $P$ , указанных цифрами: 0,4; 0,6 — для нитевидных и 0,7; 0,8 — для пластинчатых вискеро́в.

амплитуда осцилляций в случае вискера больше. Обработка экспериментальных кривых показывает, что у массивного образца  $T_D \approx 3,5$  К, у вискеро́в  $T_D \approx 1$  К, т. е. они «чище» и, следовательно, величина  $l^\infty$  у них должна быть больше.

Представление о величине  $l^\infty$  у вискеро́в можно получить также, определяя величину  $\rho^\infty$  из измерений зависимости  $\rho^d(d)$  (см. выражения (2), (3)). Экстраполяция этой зависимости к величине  $d^{-1} = 0$  дает величину  $\rho^\infty$ . Точность такой процедуры обычно невелика, но все же можно утверждать, что по порядку величины  $\rho^\infty$ , а следовательно, и  $l^\infty$  у исходного материала и вискеро́в совпадают (рис. 2).

Таким образом, если для выращивания применять чистые вещества, то при низких температурах  $l^\infty$  в вискерах может достигать значений  $10^{-1}$  — 1 см, и можно получать отношения  $l^\infty/d$  порядка  $10^3$ — $10^4$ .

В условиях сильного размерного эффекта ( $l^\infty \gg d$ ) практически все электроны сталкиваются с поверхностью. При этом электроны, летящие к поверхности под малыми углами, имеют большую вероятность рассеяться зеркально. Относительный вклад таких электронов в проводимость образца возрастает с ростом отношения  $l^\infty/d$ , что приводит к росту параметра Фукса  $P$ . Отличие от случая полностью диффузного отражения становится столь значительным, что вывод о наличии частично зеркального отражения неизбежен.

Обычно оценка величины  $P$  проводится из сравнения двух серий измерений. В одной из них используется массивный образец, толщина которого уменьшается последовательным травлением. В другой используются вискеры. Полагая, что для травленных образцов  $P = 0$ , можно по формулам (2), (3)

оценить величину  $P$  для вискеро́в. Результаты такого типа экспериментов приведены на рис. 2, 3.

Для «хороших» металлов значения параметра  $P$  у вискеро́в с толщиной порядка  $10^{-4}$  см заключены в пределах 0,5—0,8. Для полуметаллов типа висмута и сурьмы следует ожидать еще больших значений.

Большое значение параметра  $P$  в вискерах связано не только с выполнением условия сильного размерного эффекта, но и с высокой степенью совершенства поверхностей, ограничивающих вискер. Более того, эти поверхности, как правило, совпадают с кристаллографическими плоскостями

высокой симметрии, для которых зеркальное отражение наиболее вероятно 4,17. Если искусственно испортить такую поверхность (например, травлением), то наблюдается увеличение сопротивления, свидетельствующее об увеличении «диффузности» поверхности (см. рис. 2).

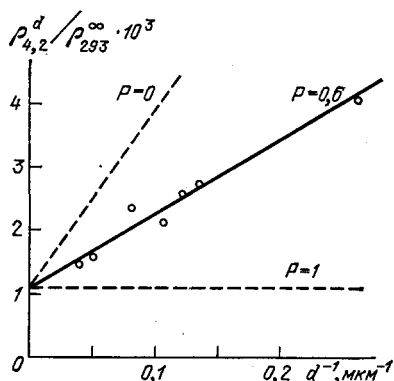


Рис. 3. Влияние размеров на сопротивление нитевидных вискеро́в меди<sup>18</sup>.

Кружки — экспериментальные точки; прямые линии — расчет для различных значений  $P$  при  $\rho_{4,2}^\infty = 0,65 \cdot 10^{-11}$  Ом·см<sup>2</sup>.

### 3. ЗАВИСИМОСТЬ СОПРОТИВЛЕНИЯ ВИСКЕРОВ ОТ ТЕМПЕРАТУРЫ

#### а) Отклонение от правила Маттиссена

Серьезный аргумент в пользу существования зеркального отражения электронов от поверхности был получен в опытах, выполненных на вискерах с целью изучения отклонения сопротивления тонких образцов от правила Маттиссена.

Согласно эмпирическому правилу Маттиссена сопротивление металла с малым количеством примеси может быть записано в виде суммы двух слагаемых:

$$\rho^\infty = \rho_0 + \rho_1(T). \quad (4)$$

Первый член  $\rho_0$  — остаточное сопротивление — от температуры не зависит и связан с рассеянием электронов на примесях и дефектах решетки. Второй член  $\rho_1(T)$  называется идеальным сопротивлением. Он зависит от температуры и связан с рассеянием на фононах. Таким образом, остаточное сопротивление характеризует качество образца, а идеальное сопротивление является характеристикой собственно металла. Правило Маттиссена может быть теоретически обосновано, если предположить, что рассеяния на примесях, дефектах и фононах независимы друг от друга.

Так как столкновение с поверхностью можно рассматривать как эффективный и независимый источник рассеяния электронов, то возникает вопрос: будет ли справедливо правило Маттиссена в случае размерного эффекта, т. е. можно ли записать, что

$$\rho^d(T) = \rho_0 + \rho_s + \rho_1(T), \quad \rho_1^d(T) = \rho_1^\infty(T),$$

где  $\rho_s$  — добавочное «поверхностное» сопротивление от температуры не зависит?

При полностью диффузном рассеянии сопротивление образцов круглого и прямоугольного сечения в предельных случаях может быть записано в виде (схм. выражение (2)):

$$\rho^d = \rho^\infty + A \frac{\rho^\infty l^\infty}{d} = \rho_0^\infty + \rho_1^\infty(T) + \rho_s,$$

где  $A$  — число порядка единицы. Для «хороших» металлов с большой концентрацией носителей тока произведение  $\rho^\infty l^\infty$ , и, следовательно,  $\rho_s$  не

зависят от температуры, поэтому правило Маттиссена должно выполняться. Этот вывод справедлив и для пластинок в случае  $d \gg l^\infty$ . В то же время при  $d \ll l^\infty$  логарифмический член в знаменателе выражения (3) приводит к слабому отклонению от правила Маттиссена. В промежуточной области  $l^\infty \approx \approx d$ , согласно расчетам по модели Фукса — Дингла<sup>5,7</sup>, также должно наблюдаться небольшое отклонение от правила Маттиссена.

Отклонение от правила Маттиссена наблюдалось на проволоках и пленках различных металлов (см. <sup>18</sup>, стр. 144). Общий вывод, который можно сделать из этих экспериментов, заключается в том, что наблюдаемое отклонение существенно больше, чем это следует из теории.

Для объяснения этого несоответствия был привлечен механизм, учитывающий рассеяние на малые углы. Выражения (2, 3) получены в предположении, что вклад в сопротивление от рассеяния электронов на фононах не зависит от угла между направлением движения электронов и поверхностью образца. Но это условие может не выполняться при низких температурах, на что впервые обратил внимание Олсен<sup>19</sup>. Согласно Олсену, при условии  $1 \gg T/\theta \gg d/l^\infty$  ( $\theta$  — температура Дебая) столкновение электрона, летящего под острым углом к поверхности, с фононом приведет к столкновению его с поверхностью. В результате импульс электрона изменится на величину, сравнимую с самим импульсом. Механизм Олсена должен увеличить эффективность электрон-фононных столкновений в тонком образце при низких температурах и привести к значительному возрастанию температурной части его сопротивления по сравнению с массивным образцом. Количественные расчеты с использованием этого механизма были проведены Блаттом и Затцем<sup>20</sup>, а также Азбелем и Гурижи<sup>21</sup>. Ниже мы остановимся на выводах работы<sup>21</sup>, так как в ней результаты получены в наиболее общем случае — как для проволок, так и для пластин.

В тонком образце ( $d \ll l^\infty$ ) при низких температурах эффективная частота \*) столкновений электронов, скользящих вдоль поверхности, с фононами больше, чем в массивном:  $v_{ep}^d \gg v_{ep}^\infty$ . В массивном образце  $v_{ep}^\infty \propto (T/\theta)^3 (T/\theta)^2$ , где множитель  $(T/\theta)^3$  учитывает число фононов, а  $(T/\theta)^2$  обусловлен малой эффективностью столкновения электронов с фононом (рассеяние на малый угол порядка  $T/\theta$ ). В тонком образце для скользящих электронов (угол между направлением движения и поверхностью меньше, чем  $d/l^\infty$ ) столкновение с низкотемпературным фононом эффективно, так как приводит к столкновению электронов с поверхностью, где предполагается диффузное рассеяние. Поэтому для скользящих электронов  $v_{ep}^d \propto (T/\theta)^3$ . Поскольку в тонких образцах ток переносится, в основном, скользящими электронами, то электрон-фононная длина свободного пробега  $l_{ep}^d \propto (T/\theta)^3$  и соответственно температурная часть сопротивления  $\rho_1^d(T) \propto (T/\theta)^3$ . Это должно быть справедливо при условии

$$T/\theta \gg \frac{d}{l_{ei}^\infty}, \left( \frac{d}{l_{ep}^\infty} \right)^{1/3}, \quad (5)$$

где  $l_{ei}^\infty$  — длина свободного пробега, обусловленная примесями.

При произвольном соотношении между  $d/l^\infty$  и  $T/\theta$  сопротивление тонкого образца при полностью диффузном отражении дается следующими выражениями:

для пластинок

$$\rho^d \approx \rho^\infty + \frac{\rho^\infty l^\infty}{d} \left[ \ln \left( 1 + \frac{1}{x_0} \right) \right]^{-1}, \quad (6)$$

для проволок

$$\rho^d \approx \rho^\infty + \frac{\rho^\infty l^\infty}{d} (1 + \delta), \quad (7)$$

\*) То есть частота таких столкновений, которые приводят к изменению импульса электрона на величину, сравнимую с этим импульсом.

здесь

$$\delta = \frac{d}{l_{el}} \ln \frac{1}{x_0} + \frac{1}{2} \frac{d}{l_{ep}^{\infty}} \left( \frac{\theta}{T} \right)^2 \ln \left[ 1 + \left( \frac{T}{\theta} \right)^2 \frac{1}{x_0^2} \right],$$

$$x_0 = d \left( \frac{1}{l_{el}} + \frac{1}{l_{ep}^{\infty}} \right) + \frac{d}{l_{ep}^{\infty}} \left[ \left( \frac{T}{\theta} \right)^2 + \left( \frac{d}{l_{ep}^{\infty}} \right)^{2/3} \right]^{-1}.$$

Анализ этих формул показывает, что в общем случае остаточное сопротивление у тонких образцов достигается при значительно более низких температурах, чем у массивных. При этом в области самых низких температур ( $T/\theta_j < d/l_{ei}^{\infty}$ )  $\rho^d(T) \propto T^5$ , так как столкновение с фононом уже не приводит к столкновению с поверхностью, а при условии (5)  $\rho^d(T) \propto T^3$ .

Для того чтобы размерные отклонения от правила Маттиссена имело смысл сравнивать с предсказаниями теории, измерения следует проводить

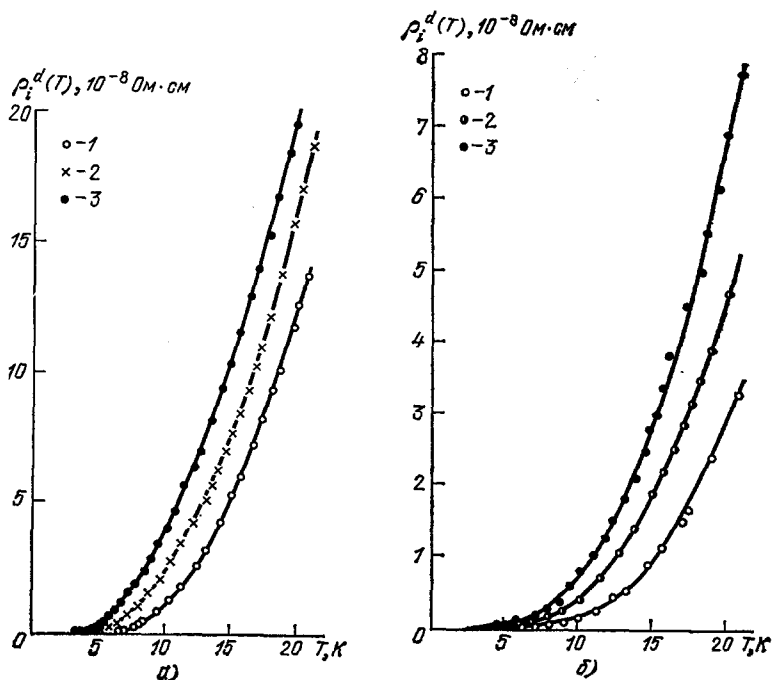


Рис. 4. Зависимость идеального сопротивления массивных образцов и вискерсов от температуры.

а) Образцы кадмия  $^{23}$  (экспериментальные точки: 1 — массивный образец,  $d = 1,2$  мм; 2 — нитевидный вискер,  $d = 3,2$  мкм; 3 — то же,  $d = 1,45$  мкм); б) образцы цинка  $^{66}$  (экспериментальные точки: 1 — массивный образец,  $d = 1,2$  мм; 2 — нитевидный вискер,  $d = 2,4$  мкм, 3 — то же,  $d = 1$  мкм).

на однородных образцах с малым количеством примесей и дефектов. При этом достоверные результаты можно получить лишь в случае сильного размерного эффекта  $l^{\infty} \gg d$ .

Температурный ход сопротивления вискерсов цинка и кадмия изучался в работах <sup>22-24</sup>. Измерялись главным образом нитевидные вискеры микронной толщины с  $l^{\infty} \approx 0,1$  см при  $T = 4,2$  К. Были наблюдаемы значительные отклонения от правила Маттиссена. В области низких температур ( $T < 10$  К) идеальное сопротивление  $\rho_i^d(T)$  во много раз превышало  $\rho_i^{\infty}(T)$  для массивных образцов. Результаты измерений представлены на рис. 4. Однако подтверждения теории <sup>21</sup> не было найдено. Во-первых, несмотря на то, что условие (5) было выполнено с большим запасом, не было обнаружено отличия в степенной зависимости сопротивления от температуры: массивные образцы и тонкие вискеры подчинялись примерно одному и тому



же закону. Так, в вискерах цинка с  $d \approx 1$  мкм в интервале температур 4—12 К  $\rho_1^d(T) \propto T^{4,4 \pm 0,2}$ , а у массивного образца  $\rho_1^\infty(T) \propto T^{4,6 \pm 0,2}$ . Малое отличие наблюдалось и в кадмии: соответственно  $T^{4,9 \pm 0,2}$  и  $T^{5,0 \pm 0,3}$ . Во-вторых, хотя обнаруженные отклонения от правила Маттиссена были значительны, все же они оказались на один-два порядка меньше, чем предсказывала теория<sup>21</sup>. Не подтвердилась также и предсказываемая зависимость от толщины температурной части сопротивления тонких образцов. Согласно<sup>21</sup>  $\rho_1^d(T) \propto \ln(d^{-1})$ , в то время как эксперимент дал зависимость  $\rho_1^d(T) \propto d^{-1}$ .

Столь большое качественное и количественное расхождение между теорией и экспериментом требовало пересмотра основных посылок теории. В связи с этим в работе<sup>22</sup> было высказано предположение, что в тонких вискерах механизм Олсена отсутствует. Для механизма Олсена существенно, что отражение от поверхности диффузно при любом угле падения электрона на поверхность. Именно диффузность отражения даже для «скользящих» электронов должна обеспечить при условии (5) выпадение множителя  $(T/\theta)^2$  в выражении для  $\rho_1^\infty(T)$ . Однако уже к моменту проведения работ<sup>22,23,24</sup> было четко установлено, что в металлах отражение для электронов, падающих на поверхность под малыми углами, зеркально<sup>25</sup>. Так как в проводимость тонких образцов основной вклад вносят «скользящие» электроны, то можно было думать, что именно зеркальность снижает эффективность механизма Олсена. Из выражений (2), (3) видно, например, что при полностью зеркальном отражении ( $P = 1$ ) размерный эффект вообще отсутствует. Однако эксперимент не подтвердил этого. Было установлено, что увеличение «диффузности» поверхности вискеро́в, вызванное травлением, уменьшает разность между идеальными сопротивлениями вискеро́в и массивных образцов<sup>24</sup>.

Для непротиворечивого описания всех особенностей температурной зависимости сопротивления вискеро́в было предложено описывать экспериментальные результаты с помощью выражений (2), (3), считая параметр Фукса зависящим от температуры:  $P = P(T)$ . Формально это во всяком случае можно сделать, так как параметр  $P$  был введен, по существу, как подгоночный параметр для наилучшего согласия теории с экспериментом. Не вникая в природу зависимости  $P(T)$ , естественно все же считать, что с ростом температуры величина  $P$  уменьшается от максимального значения при низких температурах  $P_0 \leq 1$  до нулевого значения при высоких температурах, когда  $l^\infty \ll d$ . Соответственно параметр диффузности, определяемый как  $Q = 1 - P$ , растет от  $Q_0 = 1 - P_0$  до  $Q = 1$ . Тогда из выражения (2) для тонких проволок следует, что отклонение от правила Маттиссена связано с зависимостью  $P(T)$ , оно максимально при  $P_0 = 1$  и отсутствует при  $P_0 = 0$ . В самом общем случае должно выполняться следующее неравенство:

$$-\frac{1}{4} \frac{\rho^\infty l^\infty}{d} \leq \Delta \rho_1^d(T) \leq \frac{\rho^\infty l^\infty}{d}, \quad (8)$$

где  $\Delta \rho_1^d = \rho_1^d(T) - \rho_1^\infty(T)$ .

В силу неравенства (8) при изучении правила Маттиссена на тонких образцах принципиально нельзя пренебрегать различием между  $\rho^d$  и  $\rho^\infty$  даже при высоких температурах. Обычно \*) в этом случае считают, что  $\rho^d \equiv \rho^\infty$ , что, естественно, приводит к искажению результатов в области высоких температур, так как искомый эффект не должен превосходить разности  $\rho^d - \rho^\infty$ . Максимальное значение разности  $\Delta \rho_1^d(T)$  будет достигнуто

\*) Для нахождения  $\rho^d(T)$  поступают следующим образом:  $\rho^d(T) = (R(T)/R_{293})\rho_{293}^\infty$ , где  $R$  — измеряемое в опыте сопротивление тонкого образца. При низких температурах, когда  $\rho^d \gg \rho^\infty$ , это не приводит к существенной ошибке. При высоких температурах такой метод принципиально непригоден, так как  $\rho^d(T)$  необходимо знать с высокой точностью. Этой точности не дает прямое определение  $\rho^d$  по сопротивлению и размерам образца. Поэтому для нахождения величины  $\rho$  (293) можно взять выражение (2), в котором используется табличное значение  $\rho^\infty$  и  $P = 0$ .

при некоторой температуре  $T_{\text{диф}}$ , выше которой  $P = 0$ . При высоких температурах ( $T > T_{\text{диф}}$  и  $l^\infty \ll d$ ) разность идеальных сопротивлений — величина постоянная:

$$\Delta \rho_i^d(T)_{\text{max}} = \frac{\rho^\infty l^\infty}{d} \left( \frac{3}{4} - \frac{1-P_0}{1+P_0} \right). \quad (9)$$

Таким образом, правило Маттиссена будет выполняться только при высоких температурах.

Эти соображения были положены в основу обработки экспериментальных зависимостей сопротивления нитевидных висковеров цинка и кадмия, полученных в широком интервале температур от гелиевых до комнатных<sup>24</sup>. Сопротивление  $\rho^d$  (293 К) вычислялось из выражения (2) в предположении существования при комнатной температуре полного диффузного отражения.

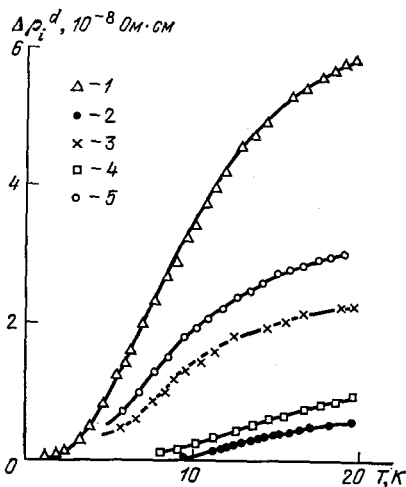


Рис. 5. Зависимость разности идеальных сопротивлений тонкого и массивного образцов от температуры  $\Delta \rho_i^d(T) = \rho_i^d(T) - \rho_i^\infty(T)$ <sup>24</sup>.

Экспериментальные точки: 1 — нитевидный вискер кадмия,  $d = 1,45$  мкм; 2 — нитевидный вискер кадмия,  $d \approx 2,6$  мкм; 3 — тот же вискер после травления,  $d \approx 2,6$  мкм; 4 — нитевидный вискер цинка,  $d \approx 3,3$  мкм; 5 — тот же вискер после травления,  $d \approx 3,3$  мкм.

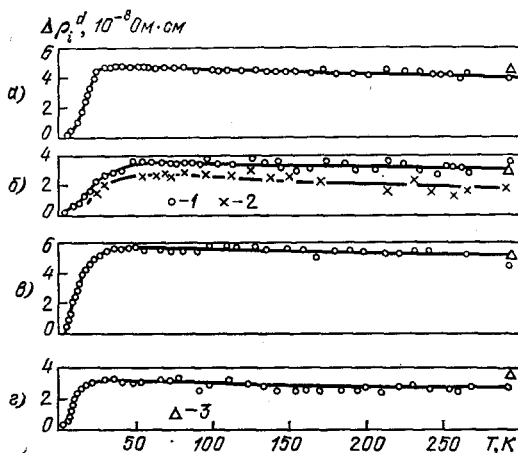


Рис. 6. Зависимость разности идеальных сопротивлений тонкого и массивного образцов от температуры<sup>24</sup>.

а) Нитевидный вискер цинка,  $d = 1,3$  мкм; б) то же,  $d = 2$  мкм, 1 — до травления, 2 — после травления; в) нитевидный вискер кадмия,  $d = 1,6$  мкм; г) то же,  $d = 2,2$  мкм, 3 — значения  $\Delta \rho_i^d(T)$ , вычисленные по формуле (9) текста.

Результаты показаны на рис. 5, 6. Видно, что разность  $\Delta \rho_i^d(T)$  становится меньше, если уменьшить начальную зеркальность поверхности висковеров травлением (начальное значение  $P_0 \approx 0,5$ , после травления  $P_0 \approx 0,3$ ). Величина  $\Delta \rho_i^d(T)$  с ростом температуры возрастает и выходит на насыщение при сравнительно низких температурах, при этом  $T_{\text{диф}} \approx 20$  К для кадмия и  $T_{\text{диф}} \approx 40$  К для цинка. В насыщении величина  $\Delta \rho_i^d(T)$  совпадает с оценкой (9). Все это позволяет извлечь из экспериментальных данных зависимости  $P(T)$  и  $Q(T)$ . На рис. 7 представлены зависимости параметра диффузности  $Q$  и нормированного параметра зеркальности  $P/P_0$  от температуры. Обращает на себя внимание универсальный характер зависимости  $P/P_0$  от приведенной температуры  $T/T_{\text{диф}}$ .

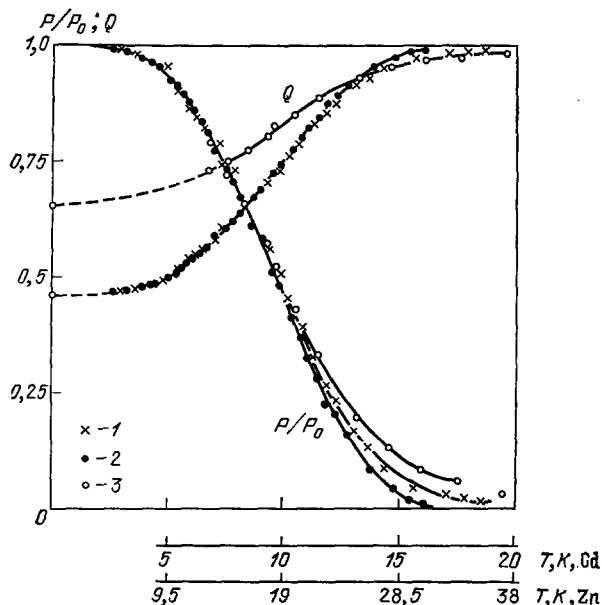
Одна из возможных причин зависимости  $P(T)$  может быть связана с тепловой «шероховатостью» поверхности кристалла, обусловленной поверхностными фононами. Взаимодействие электрона с поверхностными фононами приводит к зависимости вероятности  $W$  зеркального отражения от темпе-

ратуры. Грин<sup>4</sup> рассмотрел такое взаимодействие и нашел связь между параметром Фукса  $P$  и вероятностью рассеяния на поверхностных фононах.

Хотя вопрос об эффективности тепловой «шероховатости» еще не выяснен до конца, все же более реалистический подход к выяснению причины температурной зависимости  $P$  был найден при рассмотрении вопроса о вкладе скользящих электронов в проводимость при изменении отношения  $d/l^\infty$ .

Рис. 7. Зависимость параметров зеркальности  $P$  и диффузности  $Q = 1 - P$  от температуры для нитевидных вискеров кадмия и цинка<sup>24</sup>.

$P_0 = P(0 \text{ К})$ . Экспериментальные точки: 1 — кадмий,  $d = 1,45$ ; 2 — цинк,  $d = 1,3$  мкм; 3 — кадмий,  $d = 2,6$  мкм, после химического травления.



Грин ввел в рассмотрение зависимость вероятности зеркального отражения от угла подлета электрона к поверхности  $W(\alpha)$  и показал, что параметр  $P$  должен существенно зависеть от отношения  $d/l^\infty$ , при этом  $P \rightarrow 1$  при  $d/l^\infty \rightarrow \infty$  и  $P \rightarrow 0$  при  $d/l^\infty \rightarrow 0$ .

Таким образом, зависимость  $P(T)$  возникает даже в том случае, когда отсутствует зависимость вероятности зеркального отражения от температуры. Это связано с тем, что, как уже было отмечено выше, в общую проводимость тонкого образца при уменьшении толщины или увеличении длины свободного пробега все больший вклад дают электроны, летящие под малыми углами к поверхности  $\alpha < d/l^\infty$ . Так как вероятность зеркального отражения с уменьшением угла  $\alpha$  увеличивается, то увеличивается «зеркальность» поверхности, определяемая через параметр  $P$ . Таким образом, вопрос о температурной зависимости параметра Фукса оказался тесно связанным с вопросом о зависимости вероятности зеркального отражения от угла подлета электрона к поверхности.

#### б) Угловая зависимость вероятности зеркального отражения

Этот важный вопрос физики поверхностных явлений был поставлен давно, но только в последнее время появились экспериментальные методы для его решения. Известны несколько методов: изучение осцилляций импеданса в слабых магнитных полях и циклотронного резонанса на отраженных электронах<sup>26,27</sup>, метод поперечной фокусировки электронов в магнитном поле<sup>28,29</sup>, метод сопоставления температурного хода сопротивления тонких и массивных образцов<sup>30</sup>. Последний сводится к следующему.

Пусть взаимодействие электронов проводимости с поверхностью образца описывается вероятностью зеркального отражения, зависящей лишь от угла

падения  $W = W(\alpha)$ . Найдем связь между проводимостями тонкой пластины и массивного образца. Закон дисперсии металла считается изотропным, температура  $T \ll \theta$ .

Если объемные столкновения отсутствуют, то длина пробега электрона, летящего под углом  $\alpha$  к поверхности пластины, ограничивается столкновениями с поверхностью. Будем рассматривать лишь малые углы  $\alpha$ , для которых отражение близко к зеркальному. При движении от одной поверхности до другой электрон пройдет в направлении тока путь, равный  $d/\alpha$ . После соударения с поверхностью он пройдет такой же путь с вероятностью  $W(\alpha)$ . После второго столкновения он пройдет такой же путь с вероятностью  $W^2(\alpha)$  и т. д. Тогда путь, пройденный электроном без рассеяния, будет равен

$$l^d = l(\alpha) + \frac{d}{\alpha} W(\alpha) + \frac{d}{\alpha} W^2(\alpha) + \dots = \frac{d}{\alpha [1 - W(\alpha)]}. \quad (10)$$

Объемные столкновения ограничивают  $l^d$  величиной порядка  $l^\infty$ , так что можно считать, что  $l^d$  порядка  $l(\alpha)$ , если  $l(\alpha) < l^\infty$ , и  $l^d \sim l^\infty$ , если  $l(\alpha) > l^\infty$ . Обозначим через  $\alpha^*$  угол, при котором  $l(\alpha^*) = l^\infty$ . Для произвольного угла в общем виде можно записать, что

$$l^d(\alpha) = \left[ \frac{1}{l^\infty} + \frac{1}{l(\alpha)} \right]^{-1}.$$

Доля электронов, отразившихся в узком интервале углов  $\alpha$ ,  $\alpha + \Delta\alpha$  и получивших энергию от поля  $E$  на пути  $l^d(\alpha)$ , пропорциональна  $\Delta(\alpha)$ . Поэтому полный ток  $I$  и, следовательно, средняя электропроводность  $\sigma^d = (I/E) d$  пропорциональны

$$\int_0^{\pi/2} l^d(\alpha) d\alpha.$$

Основной вклад в проводимость тонкой пластины вносят электроды, летящие в области углов  $\alpha < \alpha^*$ , для которой  $l^d(\alpha) \approx l^\infty$ . Эта область ограничивается условием  $l^d(\alpha^*) = l^\infty$ .

Из выражения (10) находим

$$\alpha^* [1 - W(\alpha^*)] = \frac{d}{l^\infty}. \quad (11)$$

С другой стороны, для отношения проводимостей можно записать

$$\frac{\sigma^d}{\sigma^\infty} = \frac{\rho^\infty}{\rho^d} = \frac{1}{l^\infty} \int_0^{\alpha^*} l^d(\alpha) d\alpha \approx \alpha^*. \quad (12)$$

Подставив (10) в (11), получим

$$W(\alpha^*) = 1 - \frac{\rho^d d}{\rho^\infty l^\infty} = 1 - \frac{\rho^d d}{\text{const}}. \quad (13)$$

Выражения (12) и (13) определяют искомую зависимость  $W(\alpha)$ .

Для того чтобы ее найти по экспериментальным данным, необходимо измерить зависимости сопротивлений  $\rho^d(T)$  и  $\rho^\infty(T)$  и знать величину  $\rho^\infty l^\infty$ . Такая процедура нахождения  $W(\alpha)$  была применена в работе <sup>31</sup>, в которой измерялся температурный ход сопротивлений пластинчатых вискерсов сурьмы. Конечный результат обработки экспериментальных кривых, приведенных к зависимости  $W(\alpha)$ , показан на рис. 8. Видно, что в области малых углов, для которых справедливы теоретические расчеты, зависимость  $W(\alpha)$  линейна.

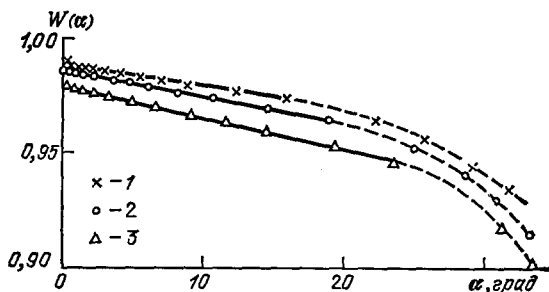
Теоретически вопрос о зависимости  $W(\alpha)$  обсуждался Грином <sup>4</sup> и Андреевым <sup>17</sup>. В работе <sup>17</sup> было показано, что отражение от поверхности высокой симметрии, имеющей нарушения размера порядка межатомных расстояний, приводит к зависимости

$$W(\alpha) = 1 - 2a_{\text{pF}}\alpha, \quad \alpha \ll 1, \quad (14)$$

где  $p_F$  — фермиевский импульс,  $a$  — характерный размер шероховатости поверхности. Применяя выражение (14) к результатам, представленным

Рис. 8. Зависимость вероятности зеркального отражения от угла встречи с поверхностью для пластинчатых вискеро́в сурьмы различной толщины<sup>31</sup>.

1 —  $d = 0,25$  мкм; 2 —  $d = 0,35$  мкм; 3 —  $d = 0,75$  мкм. Поверхности пластины параллельны базисной плоскости кристалла.



на рис. 8, можно найти, что для исследованных вискеро́в сурьмы  $a \sim 10^{-8}$  см, что подтверждает взгляд на поверхность вискеро́в как на весьма совершенное образование.

#### 4. СОПРОТИВЛЕНИЕ ВИСКЕРОВ В МАГНИТНОМ ПОЛЕ

##### а) Размерный эффект в магнитосопротивлении

В магнитном поле размерный эффект значительно усложняется, так как наряду с длиной  $l^\infty$  появляется другая величина размерности длины — радиус орбиты электрона в магнитном поле  $r$ . Различное соотношение между  $d$ ,  $l^\infty$  и  $r$ , а также различная геометрия образцов и взаимная ориентация измерительного тока и магнитного поля  $H$  порождают самые разнообразные размерные эффекты. Но они всегда проявляются на фоне сложного поведения объемного магнитосопротивления, которое существенно зависит от соотношения между числом электронов и дырок и геометрией поверхности Ферми металла.

В случае простейшего поведения объемного магнитосопротивления (слабая зависимость от магнитного поля) размерные эффекты проявляются наиболее четко. Это позволило, с одной стороны, достоверно обнаружить их экспериментально, а с другой — получить удовлетворительную теоретическую трактовку наблюдаемых явлений. Наиболее общей характерной чертой размерных эффектов в этом случае является уменьшение роли поверхностного рассеяния электронов, начиная с полей, для которых радиус  $r$  становится меньше толщины образца  $d$ . В полях, для которых  $r \ll d$ , размерные эффекты исчезают, и зависимость сопротивления тонкого образца от магнитного поля совпадает с таковой для массивного образца:  $\rho^d(H) \rightarrow \rho^\infty(H)$ . Сжатый обзор на эту тему можно найти в работе<sup>32</sup>.

Общая теория гальваномагнитных явлений в образцах металлов ограниченной толщины с учетом характера рассеяния электронов на поверхности, соотношения между числом электронов и дырок, формы образцов для слабых ( $r > d$ ) и сильных ( $r < d$ ) магнитных полей \*) была построена в работах Азбеля и Песчанского<sup>33,34</sup>. Основная идея этих работ, определившая новый подход к рассмотрению размерных эффектов в магнитосопротивлении, заключается в том, что в сильных полях электроны, сталкивающиеся с поверхностью, имеют большую подвижность, чем электроны в толще образца. В поле, параллельном поверхности образца и перпендикулярном току, эффективная длина свободного пробега электронов, сталкивающихся с поверхностью, равна  $r$  в случае диффузного отражения и  $l^\infty$  — в случае зер-

\*) Везде ниже предполагается, что всегда выполнено условие  $r \ll l^\infty$  (условие сильного магнитного поля для объемных гальваномагнитных явлений).

кального. Это значительно увеличивает проводимость приповерхностного слоя  $\sigma^s$  толщиной  $r$ :

$$\sigma_{\text{диф}}^s(H) = \sigma^\infty(0) \frac{r}{l^\infty}, \quad \sigma_{\text{зерк}}^d(H) = \sigma^\infty(0)$$

вместо  $\sigma^\infty(H) = \sigma^\infty(0) (r/l^\infty)^2$ . В ряде случаев ток образца вследствие этого может практически весь сконцентрироваться в этом слое. Явление получило название «статический скин-эффект» (скин-эффект на постоянном токе). Скинирование существует лишь в случае, когда сопротивление массивных образцов квадратично растет с полем  $\rho^\infty(H) \propto H^2$ , что характерно для металлов с равным числом дырок и электронов (компенсированные металлы) и металлов с открытыми поверхностями Ферми<sup>35</sup>.

Наиболее ярко статический скин-эффект должен быть выражен в образцах в форме пластинок; при этом характер отражения от поверхности существенно влияет на вид зависимости  $\rho^d(H)$ . Действительно, суммарная проводимость образца

$$\sigma^d(H) = \sigma^s(H) \cdot \frac{2r}{d} + \sigma^\infty(H), \quad \sigma^\infty(H) = \sigma^\infty(0) \left( \frac{r}{l^\infty} \right)^2.$$

Если поле параллельно поверхности образца, то даже в случае чисто диффузного отражения поверхностный вклад в проводимость больше (в отношении  $l^\infty/d$ ) объемного, и последним можно пренебречь. Тогда в двух предельных случаях магнитосопротивление в сильных магнитных полях  $r \ll d$  дается выражением

$$\rho_{||}^d(H) = \begin{cases} \rho^\infty(0) \frac{d}{2r} \propto H, & \text{зеркальное отражение,} \\ \rho^\infty(0) \frac{dl^\infty}{2r^2} \propto H^2, & \text{диффузное отражение.} \end{cases} \quad (15)$$

При произвольном характере отражения электронов от поверхности пластины зависимость сопротивления образца от магнитного поля при тех же условиях дается выражением

$$\rho_{||}(H) = \rho^\infty(0) \frac{d}{2r} \frac{q + (r/l^\infty)}{r/l^\infty}. \quad (16)$$

В этом выражении параметр  $q$  является аналогом параметра диффузности Фукса. Он получен путем усреднения вероятности зеркального отражения  $W(\alpha)$  по углу  $\alpha$ .

Для случая сильного магнитного поля, перпендикулярного к поверхности пластины, характер взаимодействия электронов с поверхностью не играет существенной роли. Вид зависимости такой же, как и у массивного образца, с эффективной длиной пробега порядка  $d$ :

$$\rho_{\perp}^d(H) \approx \rho^\infty(0) \frac{l^\infty}{d} \left( \frac{d}{r} \right)^2 \propto r^2 d \propto H^2. \quad (17)$$

В области слабых полей  $r > d$ , согласно теории, характер отражения электронов от поверхности не сказывается на проводимости образца, и удельное сопротивление тонкой пластины имеет вид:

$$\rho^d(H) \propto \rho^\infty(0) \frac{l^\infty}{d} \left( \ln \frac{r}{d} \right)^{-1}, \quad \mathbf{H} \perp \mathbf{I}. \quad (18)$$

В области  $d/2 < r < d$  сопротивление уменьшается при  $2r \rightarrow d$  по линейному закону

$$\rho_{||}^d(H) \propto \rho^\infty(0) \left[ 1 + \beta \frac{l^\infty}{d} \left( 1 - \frac{d}{2r} \right) \right], \quad \beta \approx 1, \quad (19)$$

В продольном магнитном поле  $\mathbf{H} \parallel \mathbf{I}$  при  $r > d$  теория предсказывает небольшое возрастание сопротивления на величину порядка  $\rho^d(0)$  при  $r \approx \sqrt{l^\infty d}$ , а затем его уменьшение. В сильном продольном поле  $r \ll d$

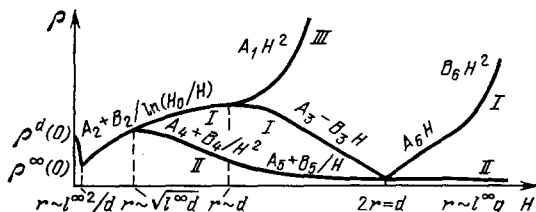
благодаря закручиванию траекторий электронов поверхность не влияет на сопротивление, и  $\rho^d(H) \rightarrow \rho^\infty(0)$ .

Все рассмотренные случаи поведения сопротивления тонких пластин в магнитном поле представлены на рис. 9.

Вискеры являются идеальными объектами для проверки выводов теории размерного эффекта и статического скин-эффекта в магнитном поле. Они обладают выгодным соотношением  $d \ll l^\infty$ , что позволяет пренебрегать

Рис. 9. Теоретические зависимости сопротивления от магнитного поля для тонкой пластины с равной концентрацией электронов и дырок.

I — поле  $H$  перпендикулярно току и параллельно плоскости пластины; II — поле  $H$  параллельно току; III — поле  $H$  перпендикулярно току и наклонно или перпендикулярно плоскости пластины.



объемной частью сопротивления. Они имеют плоскую огранку, наиболее благоприятную для проявления статического скин-эффекта. Поверхности вискеро́в совершенны и имеют высокую отражательную способность.

Исследования вискеро́в цинка, кадмия и сурьмы были проведены в работах <sup>36,37,38</sup>. В этих металлах число электронов равно числу дырок. Было

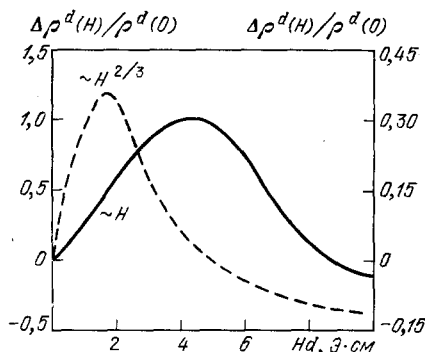


Рис. 10. Обобщенные экспериментальные кривые для зависимости сопротивления вискеро́в цинка от магнитного поля, параллельного измерительному току <sup>36</sup>.

$T = 4,2$  К.  $\Delta\rho^d(H) = \rho^d(H) - \rho^d(0)$ . Штриховая кривая — поле и ток параллельны оси  $\langle 1213 \rangle$  (шкала слева); сплошная кривая — поле и ток параллельны оси  $\langle 1210 \rangle$  (шкала справа). Обобщение проведено для толщин вискеро́в от 0,5 до 10 мкм. Отличие от реальных кривых не более 20%.

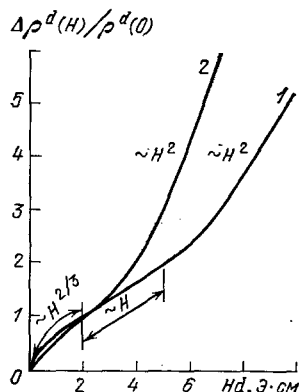


Рис. 11. Обобщенные экспериментальные кривые для зависимости сопротивления нитевидных вискеро́в цинка с осью  $\langle 1213 \rangle$  от поперечного магнитного поля <sup>36</sup>.  $T = 4,2$  К. 1 —  $H \parallel \langle 0001 \rangle$ , 2 —  $H \parallel \langle 1010 \rangle$ . Отличие от реальных кривых в диапазоне толщин 0,5—10 мкм — не более 20%.

обнаружено четкое проявление размерного эффекта: для образцов одной ориентации, но разной толщины  $d$ , все результаты при одинаковой геометрии опыта могут быть представлены едиными кривыми (рис. 10, 11)

$$\frac{\Delta\rho^d(H)}{\rho^d(0)} = \frac{\rho^d(H) - \rho^d(0)}{\rho^d(0)} = F(Hd).$$

В слабом продольном поле экспериментальные кривые проходят через максимум, расположенный в области  $r \approx d$ , что не соответствует предсказанию <sup>33</sup>, согласно которому максимум должен быть при  $r \approx \sqrt{l^\infty d}$ .

В слабых поперечных полях  $r \approx d$  возрастание сопротивления по закону (18) наблюдается только для сурьмы<sup>37</sup>, в то же время для цинка и кадмия экспериментальные зависимости хорошо описываются выражением  $\Delta \rho^d(H)/\rho^d(0) \propto H^{2/3}$  (рис. 12).

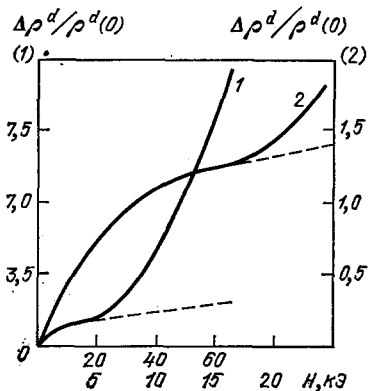


Рис. 12. Зависимость сопротивления пластинчатого вискера кадмия от магнитного поля<sup>36</sup>.

$T = 4,2$  К;  $H \parallel (10\bar{1}0)$ ,  $d = 2$  мкм. 1 — ось ординат слева, значение магнитного поля по верхней шкале; 2 — ось ординат справа, значение магнитного поля по нижней шкале.

В области  $d/2 < r < d$  в поле, параллельном плоской поверхности вискера, сопротивление линейно возрастает с полем (рис. 11). Теория предсказывает линейное падение сопротивлений на этом участке. Наконец, в сильных полях  $2r < d$  всегда наблюдается квадратичный рост сопротивления с полем. Это говорит о том, что отражение от поверхности не достаточно зеркально. Используя (16), оценим нижнюю границу коэффициента диффузности  $q$  из условия  $ql^\infty \geq r$ . Полагая  $r \approx d$ ,  $l^\infty \approx 10^{-2}$  см, при  $d \approx 10^{-4}$  см имеем  $q \geq 10^{-2}$ , что не является сильным требованием.

Таким образом, наиболее ярко размерный эффект в магнитном поле проявляется в области полей  $r > d$ , где вид зависимости сопротивления от магнитного поля качественно отличается от таковой для массивного образца. В то же время вид зависимости в области магнитных полей  $2r < d$

не позволяет сделать заключения о существовании статического скин-эффекта. Однако сравнение таких зависимостей для различной ориентации поля

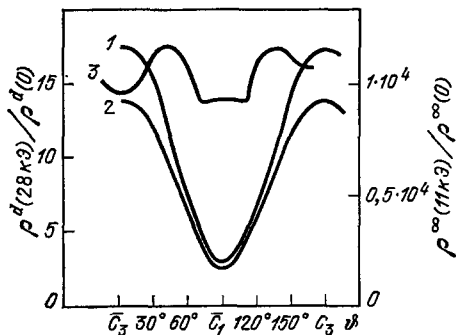


Рис. 13. Анизотропия магнитосопротивления образцов сурьмы<sup>37</sup>.

$T = 4,2$  К;  $H \perp I$ ,  $I \parallel \langle C_2 \rangle$ ,  $\phi$  — угол между полем и осью  $\langle C_2 \rangle$ . 1 — пластинчатый вискер, толщина 0,14 мкм, ширина 11 мкм.  $H = 28$  кЗ, шкала слева, при  $H \parallel \langle C_1 \rangle$  поле параллельно поверхности пластины; 2 — то же, толщина 0,43 мкм, ширина 12 мкм; 3 — массивный образец той же ориентации, что и пластинчатые вискеры,  $H = 11$  кЗ, шкала справа.

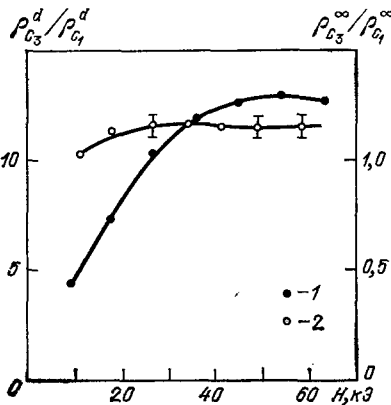


Рис. 14. Зависимость анизотропии магнитосопротивления образцов сурьмы от магнитного поля (см. рис. 13)<sup>37</sup>.

$T = 4,2$  К. Значки: 1 — пластинчатый вискер толщиной 0,14 мкм (шкала слева), при  $H \parallel \langle C_2 \rangle$  и  $H \parallel \langle C_1 \rangle$  поле перпендикулярно и параллельно поверхности пластины соответственно; 2 — массивный образец сурьмы той же ориентации (шкала справа).

относительно поверхности пластинчатого вискера позволяет сделать косвенное заключение в пользу его существования. Для этой цели лучше всего подходит сурьма, так как для ее массивных образцов практически отсутствует анизотропия сопротивления в магнитном поле. В то же время пластинчатые вискеры сурьмы, как показывают измерения, имеют сильную анизотропию сопротивления — рис. 13. Величина анизотропии, которую можно



представить как отношение  $\rho_{\perp}^d/\rho_{\parallel}^d$ , возрастает с магнитным полем, а в сильных полях не зависит от него, достигая максимального значения (рис. 14).

Отсюда можно заключить, что рассеяние на поверхности существенно увеличивает проводимость пластины в параллельном магнитном поле. Если статический скин-эффект имеет место, то согласно выражениям (16), (17)

$$\frac{\rho_{\perp}^d}{\rho_{\parallel}^d} \approx \frac{1}{q + (r/l^{\infty})} \approx \frac{1}{q} \text{ при } \frac{r}{l^{\infty}} \ll q.$$

Это позволяет также оценить величину коэффициента диффузности  $q$ . Оказалось, что для самых тонких пластинчатых вискеро́в сурьмы ( $d \approx 10^{-5}$  см)  $q \lesssim 0,1$ . Естественно, что это значение усреднено по различным типам носителей.

Сильная анизотропия сопротивления наблюдается также и для пластинчатых вискеро́в цинка и кадмия, однако она осложнена анизотропией, связанной с существованием открытых поверхностей Ферми в этих металлах.

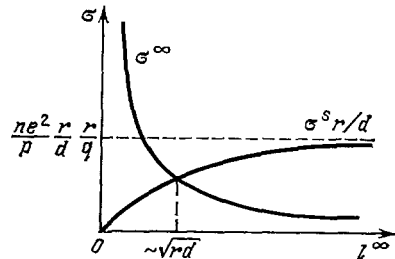
#### б) Зависимость магнитосопротивления вискеро́в от температуры

Прямое подтверждение существования статического скин-эффекта дают измерения зависимости магнитосопротивления от температуры.

Обратимся к формулам предыдущего раздела для проводимости и определим для нее знаки производных по температуре.

Рис. 15. Теоретические зависимости поверхностной  $\sigma^s r/d$  и объемной  $\sigma^{\infty}$  частей проводимости образца в постоянном магнитном поле от длины свободного пробега электронов  $l^{\infty}$ .

Точка  $l^{\infty} \approx \sqrt{rd}$  соответствует условию  $(r/d) \partial \sigma^s / \partial l^{\infty} \approx -\partial \sigma^{\infty} / \partial l^{\infty}$  и одновременно условию  $(r/d) \sigma^s \approx \sigma^{\infty}$  при  $q < r/l^{\infty} \ll 1$ .



В случае, когда поле  $H$  параллельно плоскости пластинки и выполняется соотношение  $r \ll d$ ,  $l^{\infty}$ , проводимость пластинки можно представить как

$$\sigma^d = \sigma^s \frac{2r}{d} + \sigma^{\infty},$$

где

$$\sigma^s \frac{r}{d} \propto \frac{Ne^2}{p_F} \frac{r}{d} \frac{r l^{\infty}}{q l^{\infty} + r}, \quad \sigma^{\infty} \propto \frac{Ne^2}{p_F} \frac{r^2}{l^{\infty}}. \quad (20)$$

Будем предполагать, что коэффициент зеркальности постоянен, а зависимость магнитосопротивления от температуры определяется лишь изменением длины свободного пробега  $l^{\infty}(T)$ . На рис. 15 изображены зависимости  $(r/d) \sigma_s(l^{\infty})$  и  $\sigma^{\infty}(l^{\infty})$  в постоянном магнитном поле, соответствующие формулам (20). Видно следующее: а) при низких температурах, когда  $l^{\infty} \gg d$ ,  $\sigma^d \approx \sigma^s r/d$ . Тогда  $\partial \rho^d / \partial T \propto -\partial \sigma^d / \partial T > 0$ , т. е. магнитосопротивление возрастает с повышением температуры; б) при высоких температурах  $l^{\infty} \ll d$ ,  $\sigma^d \approx \sigma^{\infty}$  и  $\partial \rho^d / \partial T < 0$ , т. е. магнитосопротивление МС убывает с повышением температуры. Переход от случая а) к случаю б) соответствует условию

$$-\left(\frac{r}{d}\right) \frac{\partial \sigma^s}{\partial T} = \frac{\partial \sigma^{\infty}}{\partial T}.$$

Решением этого уравнения при условии слабой диффузности отражения  $q < r/l^\infty \ll 1$  является

$$l^\infty(T) \approx d \left( q + \sqrt{\frac{r}{d}} \right) \approx \sqrt{rd}. \quad (21)$$

При полностью диффузном отражении  $q = 1$  или в случае поля, перпендикулярного поверхности пластины, поверхностная проводимость не зависит от температуры:

$$\frac{\sigma^s r}{d} = \frac{Ne^2}{p_F} \frac{r^2}{d}, \quad \frac{\partial \sigma^s}{\partial T} = 0.$$

Температурная зависимость суммарной проводимости будет определяться только объемной частью. Поэтому  $\partial \rho^d / \partial T \leq 0$ .

Таким образом, согласно теории статического скин-эффекта для пластин с высокой зеркальностью поверхностей должно существовать принципиально отличное от массивного образца поведение сопротивления: с повышением

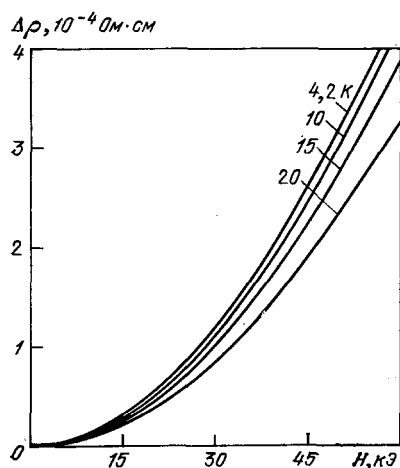


Рис. 16. Зависимость сопротивления пластинчатого вискуера сурьмы от магнитного поля ( $H \perp I$ ) при различных температурах (цифры у кривых) <sup>38</sup>.

Толщина образца 3,4 мкм, ширина — 52 мкм. Магнитное поле перпендикулярно плоскости пластины.  $\Delta \rho_H^d = \rho^d(H) - \rho^d(0)$ .

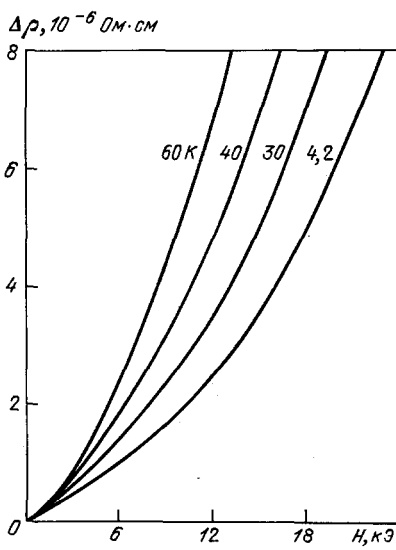


Рис. 17. То же, что на рис. 16. <sup>3</sup>

Магнитное поле параллельно плоскости пластины.

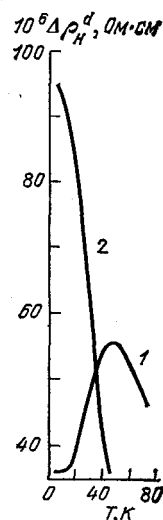


Рис. 18. Зависимость поперечного магнитосопротивления ( $H = 40$  кЭ) пластинчатого вискуера сурьмы от температуры <sup>37</sup>.

Толщина вискуера 2,5 мкм, ширина — 110 мкм. 1 — поле  $H$  параллельно плоскости пластины; — перпендикулярно ей.

температуры сопротивление в постоянном магнитном поле при определенных условиях должно возрастать. Такое поведение сопротивления было обнаружено экспериментально в пластинчатых вискуерах металлов <sup>37,38</sup>. Если поле было перпендикулярно поверхности пластины, то всегда наблюдалось падение сопротивления с ростом температуры, аналогично массивным образцам — рис. 16, 18. При параллельной ориентации поля сопротивление с ростом температуры вначале возрастает (рис. 17), достигает максимума, а затем начинает уменьшаться (рис. 18).

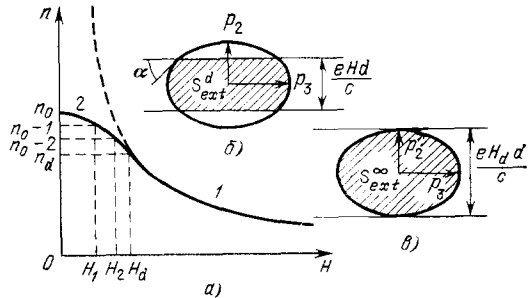
Эти результаты являются серьезным аргументом в пользу статического скин-эффекта.

в) К в а н т о в ы е о с ц и л л я ц и и м а г н и т о с о п р о т и в л е н и я

На пластинчатых вискерах сурьмы было обнаружено явление, само существование которого дает безусловное доказательство высокой зеркальности отражения электронов, подлетающих к поверхности под большими углами. Это явление связано со своеобразным квантованием движения электронов в магнитном поле при условии ограничения этого движения размером образца.

Впервые вопрос о квантовании движения электронов в магнитном поле, сталкивающихся с одной или двумя граничными поверхностями пластины,

Рис. 19. а) Зависимость числа квантов потока  $n$  от магнитного поля  $H > H_d$  (1) (эффект Шубникова — де Гааза),  $2 - H < H_d$ , осцилляции на экстремальных орбитах, усеченных двумя поверхностями образца — пластинки; б) экстремальное сечение поверхности Ферми, усеченное двумя поверхностями тонкой пластинки толщины  $d$ ; в) экстремальное сечение в поле, равном полю отсекания  $H = H_d$ .



был поставлен в работах Лифшица и Косевича<sup>39</sup>. При этом теория детально была построена для орбит электронов, усеченных двумя поверхностями \*).

При зеркальном отражении от поверхностей движение оказывается периодичным и должно быть проквантовано. На рис. 19 показана площадь, охваченная усеченной орбитой электрона и подлежащая квантованию. Так как в импульсном пространстве эта площадь зависит от магнитного поля и толщины образца, то и период осцилляций термодинамических и кинетических величин оказывается зависящим от них же. В этом существенное отличие от квантования при условии  $2r < d$ , когда период осцилляций зависит лишь от площади экстремальных сечений поверхности Ферми.

Было показано, что в общем виде периоды квантовых осцилляций в тонкой пластинке определяются следующими формулами<sup>39</sup>:

$$\begin{aligned} \text{а) } \Delta \left( \frac{1}{H} \right) &= \frac{2\pi e \hbar}{c} S_{\text{extr}}^{-1} & \text{при } 2r < d, \\ \text{б) } \Delta \left( \frac{1}{H} \right) &= \frac{2\pi e \hbar}{c} \left| S_{\text{extr}} - H \frac{\partial S_{\text{extr}}}{\partial H} \right|^{-1} & \text{при } 2r > d, \end{aligned} \quad (22)$$

где под  $S_{\text{extr}}$  в первом случае понимается экстремальная площадь сечения поверхности Ферми, а во втором — экстремальная площадь, охватываемая усеченными орбитами электронов (рис. 19). Амплитуда осцилляций должна зависеть от толщины при любом соотношении между  $r$  и  $d$ . При условии  $2r = d$  она обращается в нуль как со стороны больших, так и со стороны малых значений магнитного поля.

Долгое время опыты по обнаружению предсказанных в<sup>39</sup> явлений казались нереальными, так как господствовало общее убеждение, что в металлах отражение электронов от поверхности не может быть зеркальным, тем более при больших углах падения. Однако после обнаружения магнитных поверхностных уровней<sup>25</sup>, большой зеркальности у вискеро́в и открытия явления поперечной фокусировки<sup>28</sup> предубеждение против постановки таких опытов рассеялось. Явление было обнаружено в работе<sup>41</sup>, в которой исследовались вискеры сурьмы. Образцы имели форму пластинок с толщиной от  $8 \cdot 10^{-6}$  до  $4 \cdot 10^{-5}$  см. Поверхности пластинок были параллельны базисным плоскостям кристалла. При температуре жидкого гелия изучались зависи-

\* ) Случай отражения от одной поверхности в очень слабых магнитных полях  $r \gg d$  был рассмотрен в работе<sup>40</sup>.

мости сопротивления и его производной от магнитного поля, которое было параллельно поверхности образца. Измерительный ток протекал в направлении бинарной оси. В эксперименте были обнаружены осцилляции двух

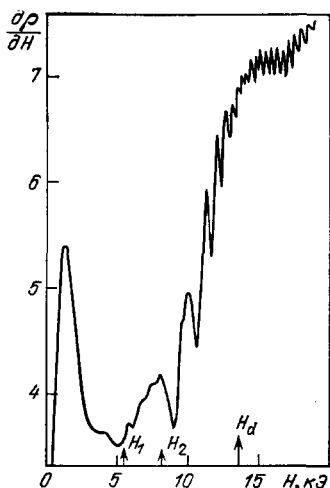


Рис. 20. Зависимость производной магнитосопротивления пластинчатого вискера сурьмы от магнитного поля <sup>41</sup>.

Поле параллельно плоскости пластинки и перпендикулярно току.  $T = 1,4$  К. Толщина образца 0,42 мм.  $d\rho/dH$  дано в произв. ед. Стрелками указаны расчетные значения полей отсекания  $H_d$  и полей первых двух пиков  $H_1$  и  $H_2$ . В полях  $H > H_d$  осцилляции связаны с минимальным электронным сечением поверхности Ферми для направления  $H \parallel \langle C \rangle$ . Их период равен  $14,9 \times 10^{-7} \text{ Г}^{-1}$ .

типов с четкой границей между ними: при  $H = H_d$  амплитуда осцилляций обоих типов обращалась в нуль — рис. 20. В полях  $H > H_d$  осцилляции

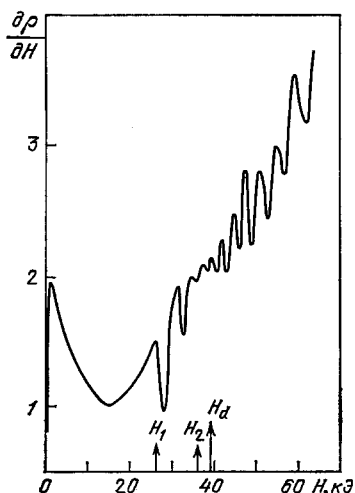


Рис. 21. То же, что на рис. 20.  $T = 4,2$  К; толщина образца 0,14 мм.

представляют собой эффект Шубникова — де Гааза с периодом, характерным для массивных образцов сурьмы. Обычно доминировали осцилляции одного периода. В полях  $H < H_d$  осцилляции ничего общего с обычным эффектом Шубникова — де Гааза не имеют: амплитуда пиков возрастает с уменьшением поля, а расстояние между ними при этом увеличивается; в интервале полей  $0 < H < H_d$  число пиков существенно меньше (примерно в четыре раза), чем в полях  $H > H_d$ . При уменьшении толщины образца поле  $H_d$  увеличивается, число новых пиков уменьшается, и они смещаются в область больших полей (рис. 21). Эти факты свидетельствуют о том, что природа осцилляций связана со взаимодействием электронов с поверхностью образца. Было сделано естественное предположение о том, что оба типа осцилляций связаны с одной и той же группой электронов поверхности Ферми. Это позволило сравнить новый тип осцилляций с теорией <sup>39</sup>.

Во-первых, можно было вычислить величину поля, при котором размеры орбиты электронов сравниваются с толщиной образца. Это можно сделать, сопоставляя периоду осцилляций в полях  $H > H_d$  соответствующее сечение поверхности Ферми сурьмы <sup>42,43</sup>. Тогда (см. рис. 19)

$$H_d = \frac{2p_F c}{ed}.$$

Вычисленные значения  $H_d$  хорошо совпадают с экспериментальными величинами полей, при которых амплитуда осцилляций обращается в нуль (см. рис. 20, 21). Несколько сложнее интерпретировать положения новых

пиков. Трудность заключается в том, что даже для самого толстого образца число наблюдаемых пиков мало — не более десяти, так что нельзя говорить о зависимости периода от магнитного поля или толщины, и, соответственно, нельзя провести сравнение с формулой (22). Однако качественное рассмотрение явления на основе простых физических представлений о квантовании движения электронов в магнитном поле позволяет оценить положение и количество пиков сопротивления при их малом числе.

Пусть экстремальное сечение поверхности Ферми — эллипсоид с полуосями  $p_2, p_3$ . В поле  $H = H_d$  число квантов потока  $n$  через экстремальную орбиту можно найти по периоду осцилляций:

$$n_d = \frac{1}{H_d \Delta (H^{-1})} = \frac{S_{\text{extr}} d}{4\pi \hbar p_2} = \frac{\pi p_2 p_3 d}{4\hbar p_2} = \frac{p_3 d}{4\hbar}. \quad (23)$$

При уменьшении поля число  $n$  будет возрастать и, в отличие от безграничного образца, стремиться к конечному числу  $n_0$ , где  $n_0$  определяется из выражения

$$n_0 = \lim_{H \rightarrow 0} n = \frac{c}{2\pi \hbar e H} S_{\text{extr}}^d(H), \quad S_{\text{extr}}^d(H) \approx 2p_3 \frac{eHd}{c},$$

откуда

$$n_0 = \frac{p_3 d}{\pi \hbar}. \quad (24)$$

Так как квантовые особенности возникают при изменении числа квантов потока на единицу, то полное число особенностей сопротивления в интервале  $0 < H < H_d$  будет равно

$$\Delta n = n_0 - n_d = \frac{p_3 d}{\pi \hbar} - \frac{p_3 d}{4\hbar} \approx \frac{n_d}{4}. \quad (25)$$

Определенное таким способом число  $\Delta n$  хорошо согласуется с числом пиков сопротивления в полях  $H < H_d$ .

Положение пиков  $H_i$  в полях  $H < H_d$  можно найти из условия изменения числа квантов потока на целое число:

$$\Delta n = n_0 - n(H_i) = i, \quad i = 1, 2, \dots, \Delta n.$$

При небольшой анизотропии формы экстремального сечения  $p_2 \approx p_3$  положения первого и второго пика определяются следующим соотношением:

$$H_1 \approx \frac{5c}{4e} \sqrt{\frac{\pi \hbar p_3^3}{d^3}}; \quad H_2 \approx H_1 \sqrt{2}. \quad (26)$$

Вычисленные значения  $H_1$  и  $H_2$  нанесены на абсциссах рис. 20, 21. Видно неплохое соответствие эксперименту. (Интересно отметить, что в зависимости от формы экстремального сечения возможны три случая:  $\Delta n > 0$ ,  $\Delta n < 0$  и  $\Delta n = 0$ ).

Все это с несомненностью говорит о том, что обнаружено квантование в магнитном поле на усеченных орбитах электронов, возможное только при условии зеркального отражения от поверхности. Легко видеть, что в слабых полях углы встречи электронов с поверхностью будут большими. Расчеты показывают, что для первых двух пиков при  $d = 0,4$  мкм и  $\Delta n = 9$  углы встречи равны  $\alpha_1 \approx 70^\circ$ ,  $\alpha_2 \approx 50^\circ$ .

Наблюдение квантования на усеченных орбитах позволяет в принципе решить обратную задачу: по положению пиков осцилляций восстановить форму экстремального сечения поверхности Ферми, а по амплитуде осцилляций определить вероятности зеркального отражения от угла  $W(\alpha)$ .

## 5. ИЗМЕНЕНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ВИСКЕРОВ ПРИ УПРУГОМ РАСТЯЖЕНИИ

Высокая механическая прочность вискеро́в, достигающая предельных теоретических значений, дает исключительную возможность для исследования влияния анизотропных деформаций на электронные свойства металлов.

Согласно теоретическим оценкам прочность на отрыв или на начало пластического течения находится в пределах 0,02—0,1 от величин модулей упругости. Хорошо известно, как далека от этого реальная прочность массивных монокристаллов чистых металлов. Она ниже на два-три порядка. Причина столь сильного несоответствия заключается в существовании различного рода дефектов в объеме и на поверхности испытываемых образцов.

Бездефектность объема и высокое совершенство поверхности тонких вискеро́в приводит к прочности, сравнимой с теоретическими оценками. Так же как и для массивных образцов, прочность вискеро́в — статическое свойство, и для образцов одной толщины возможен заметный разброс. Но даже в самом худшем случае прочность вискеро́в микронной толщины оказывается все же на порядок выше, чем массивных кристаллов. Для нитевидных вискеро́в наибольшая величина предела упругого растяжения достигает для разных металлов 2—5% <sup>1</sup>. Большая величина упругой деформации, полная обратимость и возможность непрерывного изменения величины этой деформации ставят в этом отношении исследования на вискерах вне конкуренции с методами, использующими массивные образцы металлов. Одним из таких исследований является поиск и обнаружение переходов 2,5-го рода.

Теория переходов 2,5-го рода была построена И. М. Лифшицем в 1960 г. <sup>44</sup>. Она исходит из того, что в энергетическом спектре электронов проводимости металла  $\epsilon = \epsilon(p)$  существуют особые точки  $\epsilon_k$ , в которых изоэнергетические поверхности изменяют свою топологию. Например, открытая поверхность переходит в замкнутую, появляется новая полость и т. д. При  $\epsilon(p) = \epsilon_k$  в плотности состояний возникают особенности, а вблизи  $\epsilon_k$  динамика электронов имеет аномальный характер. Было показано, что если существует непрерывно меняющийся внешний параметр, при изменении которого энергия Ферми достигает значения  $\epsilon_k$ , то особенности в плотности состояний и динамики электронов приведут к своеобразным аномалиям термодинамических и кинетических характеристик металла. По предложению И. М. Лифшица такие аномалии называют переходами 2,5-го рода. Существовало, что эти переходы не связаны с изменением симметрии кристаллической решетки или со значительным изменением числа электронов проводимости \*). Непрерывно меняющимися параметрами могут быть различного типа деформации, магнитное поле, примеси.

Предсказанные в работе <sup>44</sup> новые необычные изменения в свойствах металлов стимулировали интенсивные экспериментальные поиски переходов 2,5-го рода. Корректная проверка предсказаний теории заключалась в обнаружении какой-либо аномалии в свойствах металла и установлении связи этой аномалии с изменением топологии поверхности Ферми. Последнее необходимо, так как аномалии могут быть вызваны и другими причинами, например, изменениями в фононном спектре.

Большое распространение получил метод исследования при больших квазистатических давлениях и низких температурах <sup>45</sup>. Этим методом в чи-

\*) Позднее понятие перехода 2,5-го рода было расширено. К нему стали относить переходы с полным исчезновением носителей заряда в зонах проводимости (т. е. полный объем поверхности Ферми обращается в нуль). Это позволило отнести к переходам 2,5-го рода переходы типа металл-полупроводник и полупроводник — полуметалл. Такие переходы были обнаружены <sup>45</sup>. Здесь мы ограничимся рассмотрением вопроса в рамках первоначального определения перехода 2,5-го рода, данного в <sup>44</sup>, для которого существенно изменение топологии поверхности Ферми при сохранении ее полного объема в окрестности перехода.

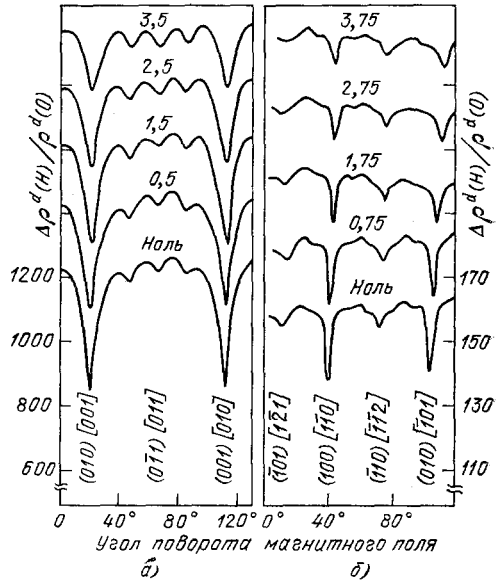
стом кадмии был вызван топологический переход при давлениях свыше 9 кбар<sup>47</sup>.

В ряде других работ были обнаружены аномалии в зависимости температуры сверхпроводящего перехода от давления: в талии<sup>48</sup>, в рении<sup>49</sup>. Авторы в качестве одного из возможных объяснений предположили существование топологических изменений поверхностей Ферми этих металлов под давлением.

Долгое время работа<sup>50</sup> была единственной, в которой изменение объема поверхности Ферми при изменении давления сопоставлялось с появлением

Рис. 22. Анизотропия поперечного сопротивления нитевидных вискеров железа в поле  $H = 120$  кЭ в зависимости от силы растяжения<sup>51</sup>.

$T = 4,2$  К. а) Размеры образца  $0,26 \times 0,24 \times 8$  мм<sup>3</sup> (растягивающая нагрузка приложена вдоль оси  $[110]$ ; нагрузке 3,5 кГс соответствует относительное удлинение образца 0,26%); б) образец толщиной 0,34 мм (растягивающая нагрузка приложена вдоль оси  $[111]$ ; нагрузке 3,75 кГс соответствует относительное удлинение образца 0,25%). Индексы у минимумов означают: в круглых скобках — направления поля  $H$ , в квадратных — направления открытой орбиты. Для наглядности каждая кривая для последующей возрастающей нагрузки смещена по вертикали на одну и ту же величину.



аномалий в гальваномагнитных свойствах сплавов висмута и был сделан вывод об обнаружении перехода 2,5-го рода. Малочисленность подобного рода экспериментальных работ связана с тем, что при исследовании переходов 2,5-го рода определяющую роль играют вопросы непрерывного изменения параметра воздействия на монокристалл, полной обратимости и воспроизводимости результатов. Существенно также, чтобы метод позволял одновременно следить за изменением топологии поверхности Ферми.

Одной из первых работ, в которой для обнаружения изменения топологии поверхности Ферми при растяжении использовались вискеры, явилась работа<sup>51</sup>. Исследовались довольно толстые вискеры железа ( $d = 0,3$  мм). Поверхность Ферми железа открыта в направлениях  $\langle 100 \rangle$  и  $\langle 110 \rangle$ . Это проявляется, в частности, в том, что в угловых зависимостях магнитосопротивления имеются узкие глубокие минимумы. Изучалась зависимость глубины этих минимумов от величины удлинения вискера при растяжении. Результаты показаны на рис. 22. Видно, что при удлинении образцов глубина минимумов уменьшается. Полное исчезновение минимумов магнитосопротивления свидетельствовало бы о исчезновении открытых сечений поверхности Ферми, т. е. об изменении ее топологии. Такое изменение, если проэкстраполировать экспериментальные результаты, должно произойти при относительном удлинении образца вдоль оси  $[111]$  на 0,5%. В работе такие удлинения достигнуты не были.

Аналогичные исследования были проведены в работе на вискерах цинка<sup>52</sup>. Измерялись вискеры толщиной 1—2 мкм. Поверхность Ферми цинка содержит открытые сечения, параллельные базисной плоскости (0001), и открытое направление вдоль оси  $[0001]$ . В том и другом случае слой открытых

сечений поверхности Ферми достаточно тонкий. Это позволяло надеяться на то, что при растяжении они исчезнут. В работе наблюдалось изменение анизотропии магнитосопротивления при растяжении образцов. Результаты показаны на рис. 23. Минимум сопротивления на представленных кривых при направлении поля  $H \parallel (0001)$  связан с существованием узкого слоя открытых сечений, направленных вдоль оси  $[0001]$ . При большом растяжении висера минимум исчезает. Это свидетельствует о том, что в поверхности Ферми цинка разрываются перемычки в направлении оси  $[0001]$ . Как видно из рис. 24, это происходит при удалении образца примерно на

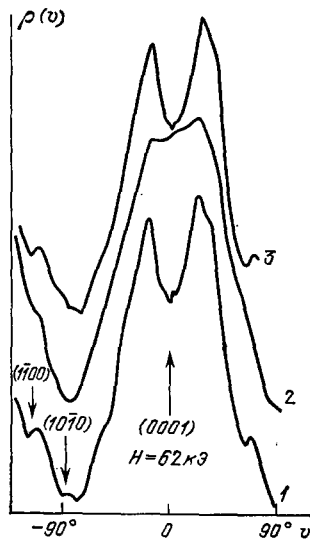


Рис. 23. Анизотропия поперечного магнитосопротивления пластинчатого висера цинка в зависимости от величины относительного удлинения<sup>52</sup>.  $T = 4,2$  К,  $H = 62$  кЭ, толщина 1,5 мкм. Растяжение и ток направлены вдоль оси  $[2\bar{3}11]$ . 1 — начальное состояние, удлинение равно нулю; 2 — удлинение равно 1%, 3 — конечное состояние, нагрузка снята, удлинение равно нулю. Сопротивление дано в произв. ед. Кривые 2 и 3 для удобства смещены по вертикали.

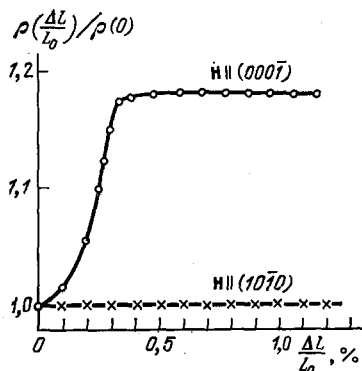


Рис. 24. Зависимость поперечного магнитосопротивления того же висера (см. рис. 23) от величины относительного удлинения для двух ориентаций магнитного поля  $H = 62$  кЭ.

$\Delta L/L_0 = (L - L_0)/L_0$ ;  $L$  и  $L_0$  — длины образцов под нагрузкой и без нее.

0,4%. В остальном вид анизотропии сопротивления не претерпевает существенных изменений. Характер зависимости магнитосопротивления от удлинения образца качественно соответствует случаю, рассмотренному в<sup>44</sup>, при переходе открытой поверхности Ферми, имеющей компенсацию электронных и дырочных объемов, в закрытую: резкий подъем сопротивления при подходе к критическому значению растяжения и слабая зависимость сопротивления от растяжения после достижения критического значения (рис. 24).

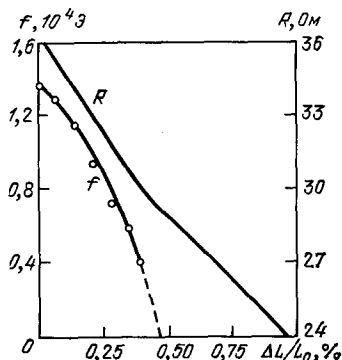
Если поверхность Ферми металла замкнута, а топологический переход не связан с появлением открытых сечений, то судить об изменении топологии поверхности Ферми можно лишь на основании измерения геометрических характеристик поверхности Ферми. В случае висеров единственным методом для этой цели является измерение частот квантовых осцилляций в явлениях типа эффекта Шубникова — де Гааза. Исчезновение или появление новых частот осцилляций при определенном значении деформации должно свидетельствовать об исчезновении или появлении новых полостей поверхности Ферми. Этот метод был использован для обнаружения переходов 2,5-го рода в висмуте при деформации типа простого растяжения, которому подвергались образцы в виде нитевидных висеров толщиной  $\approx 1$  мкм<sup>53</sup>. Переход был обнаружен для одной из двух исследовавшихся ориентаций висеров. Он зафиксирован по исчезновению частот квантовых осцилляций сопротив-



ления, связанных с одним из трех электронных эллипсоидов поверхности Ферми висмута — рис. 25. Исчезновение происходит при удлинении образцов примерно на 0,5%. После перехода поверхность Ферми состоит из двух электронных и одного дырочного эллипсоида.

Рис. 25. Зависимость сопротивления  $R$  ( $H = 0$ ) и частоты квантовых осцилляций магнитосопротивления  $f$  нитевидного вискера висмута от относительного удлинения образца <sup>53</sup>.

$T = 4,2$  К. Ось образца составляет  $78^\circ$  с тригональной осью и  $12^\circ$  с бинарной плоскостью кристалла. Толщина образца 1,6 мм. Значения частот  $f$  получены при фиксированных удлинениях. Запись сопротивления происходит автоматически при непрерывном удлинении.



Одновременно с наблюдением изменения частот квантовых осцилляций на одном и том же образце измерялось изменение сопротивления без магнитного поля. Было обнаружено, что в области топологического перехода сопротивление испытывает излом — рис. 25, что находится в согласии с теорией <sup>44</sup>.

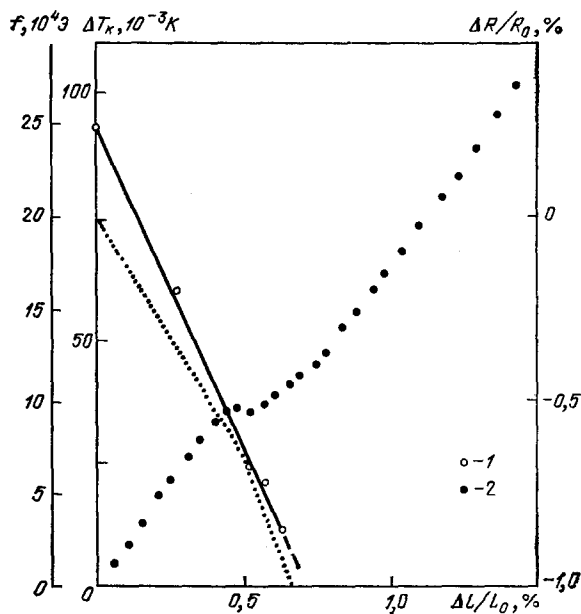


Рис. 26. Зависимости частоты квантовых осцилляций термоэ. д. с  $f$ , изменения температуры сверхпроводящего перехода  $T_K$  и сопротивления  $R$  от удлинения вискера алюминия <sup>54</sup>.

$d = 1$  мм. 1 — частота  $f$ ; 2 — прирост температуры сверхпроводящего перехода  $\Delta T_K$ . Пунктирная кривая — относительное уменьшение сопротивления,  $T = 2$  К.

Наиболее полное исследование перехода 2,5-го рода было проведено в работе <sup>54</sup> на вискерах алюминия микронной толщины, подвергнутых растяжению. Одновременно измерялись частоты квантовых осцилляций термоэ. д. с, сопротивления без магнитного поля и температуры сверхпроводящего перехода  $T_K$  — рис. 26. Было обнаружено, что при растяжении вдоль оси [011] при удлинениях около 0,5% исчезают частоты осцилляций, связанные с минимальными сечениями электронной части поверхности Ферми в третьей зоне Бриллюэна. Эта часть имеет форму, близкую к кольцу. При растяжении «кольцо» разрывается в четырех эквивалентных местах, образуя

четыре отдельные полости. При той же величине удлинения 0,5%, так же как и в работе <sup>53</sup>, на вискерах висмута наблюдался излом зависимости сопротивления от растяжения. В работе <sup>54</sup> впервые экспериментально было показано, что появление аномалии в зависимости  $T_K$  от деформации непосредственно коррелирует с изменением топологии поверхности Ферми.

## 6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведенные к настоящему времени исследования были выполнены на вискерах, толщины которых не были значительно меньше 1 мкм. Область толщин, меньших 0,1 мкм, пока остается полностью не исследованной. В этой области на вискерах можно ожидать обнаружения новых явлений, связанных с квантовым размерным эффектом, так как толщины образцов могут сравниваться с длиной волны де Бройля электронов проводимости. На этом пути стоят технические трудности, связанные с проведением механического и электрического монтажа сверхтонких вискеров. Остаются не исследованными до настоящего времени магнитные свойства тонких вискеров. Прогресс в этом направлении наметился в самое последнее время. Был создан исключительно изящный магнетометр для исследования магнитных свойств столь миниатюрного объекта, как вискер, объемом до  $10^{-9}$  см<sup>3</sup> <sup>55</sup>. Чувствительным элементом этого магнетометра является сам объект исследования — тонкий вискер.

Пример с магнетометром вселяет в нас надежду, что в исследовании свойств вискеров еще не сказано последнее слово и что дальнейшее исследование этих прекрасных кристаллов даст много полезного для науки.

Московский государственный университет  
им. М. В. Ломоносова

## ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Бережкова Г. В. Нитевидные кристаллы.— М.: Наука, 1969.
2. Гиваргизов Е. И. Рост нитевидных и пластинчатых кристаллов из пара.— М.: Наука, 1977.
3. Займан Дж. Электроны и фононы.— М.: ИЛ, 1962.— С. 404.
4. Грин Р. Ф. Поверхностные свойства твердых тел.— М.: Мир, 1972.— С. 104.
5. Fuchs K. Proc. Cambr. Phil. Soc., 1938, v. 34, p. 100.
6. Окулов В. И., Устинов В. В.— ФНТ, 1979, т. 5, с. 213.
7. Dingle R. B. Proc. Roy. Soc. Ser. A, 1950, v. 201, p. 454.
8. Лифшиц И. М., Азбель М. Я., Каганов М. И. Электронная теория металлов.— М.: Наука, 1971.— С. 203.
9. Александров Б. Н., Каганов М. И.— ЖЭТФ, 1961, т. 41, с. 1333.
10. Hobbs H. H., Stillwell E. P.— Phys. Sci. Instr., 1958, v. 29, p. 653.
11. Skove M. J., Stillwell E. P.— Appl. Phys. Lett., 1965, v. 7, p. 241.
12. Gaidukov Yu. P., Kadlecova J.— J. Low Temp. Phys., 1970, v. 2, p. 131.
13. Dingle R. B.— Proc. Roy. Soc. Ser. A, 1952, v. 211, p. 517.
14. Гайдуков Ю. П., Голямина Е. М., Данилова Н. П.— ПТЭ, 1976, № 2, с. 217.
15. Александров Б. Н.— ЖЭТФ, 1962, т. 43, с. 399.
16. Исаева Р. В.— Письма ЖЭТФ, 1966, т. 4, с. 311.
17. Андреев А. Ф.— УФН, 1971, т. 105, с. 113.
18. Ларсон Д. К. Физика тонких пленок.— М.: Мир, 1973.— С. 97.
19. Olsen J. L.— Helv. Phys. Acta, 1958, v. 31, p. 713.
20. Blatt E. J., Satz G.— Helv. Phys. Acta, 1960, v. 33, p. 1007.
21. Азбель М. Я., Гуржи Р. И.— ЖЭТФ, 1962, т. 42, с. 1632.
22. Гайдуков Ю. П., Кадлецова Я.— ЖЭТФ, 1969, т. 57, с. 1167.
23. Gaidukov Yu. P., Kadlecova J.— Phys. Stat. Sol., 1970, v. 2, p. 407.
24. Гайдуков Ю. П., Кадлецова Я.— ЖЭТФ, 1970, т. 59, с. 700.
25. Хайкин М. С.— ЖЭТФ, 1960, т. 39, с. 212; 1968, т. 55, с. 1696; УФН, 1968, т. 96, с. 409.
26. Хайкин М. С., Эдельман В. С.— ЖЭТФ, 1964, т. 47, с. 878.
27. Володин А. П., Хайкин М. С., Эдельман В. С.— Письма ЖЭТФ, 1973, т. 17, с. 491.
28. Цой В. С.— Письма ЖЭТФ, 1974, т. 19, с. 114; ЖЭТФ, 1975, т. 68, с. 1849.

29. Цой В. С., Разгонов И. И.— Письма ЖЭТФ, 1976, т. 23, с. 336.
30. Азбель М. Я., Павлов С. Д., Гамалыя И. А., Верещагин А. И.— Ibid., 1972, т. 16, с. 295.
31. Гайдуков Ю. П., Данилова Н. П., Георгиус-Манкарпус Р. Ш.— ЖЭТФ, 1977, т. 73, с. 1967.
32. Brandli G., Olsen J. L.— Mater. Sci. Eng., 1969, v. 4, p. 61.
33. Азбель М. Я.— ЖЭТФ, 1963, т. 44, с. 983, 1262.
34. Азбель М. Я., Песчанский В. Г.— ЖЭТФ, 1965, т. 49, с. 572.
35. Лифшиц И. М., Азбель М. Я., Каганов М. И.— ЖЭТФ, 1956, т. 31, с. 63.
36. Гайдуков Ю. П., Данилова Н. П.— ЖЭТФ, 1973, т. 64, с. 921; т. 65, с. 1541.
37. Гайдуков Ю. П., Голямина Е. М.— ЖЭТФ, 1978, т. 75, с. 1426.
38. Гайдуков Ю. П., Голямина Е. М., Данилова Н. П.— Письма ЖЭТФ, 1975, т. 29, с. 743.
39. Лифшиц И. М., Косевич А. М.— ДАН СССР, 1953, т. 91, с. 795; ЖЭТФ, 1955, т. 29, с. 743.
40. Nee T. W., Prange R. E.— Phys. Lett. Ser. A, 1967, v. 25, p. 582.
41. Гайдуков Ю. П., Голямина Е. М.— Письма ЖЭТФ, 1976, т. 23, с. 446; ЖЭТФ, 1978, т. 74, с. 1936.
42. Windmiller L. R., Priestley M. G.— Sol. State Comm., 1965, v. 3, p. 199.
43. Herrod R. A., Gage C. A., Goodrich R. G.— Phys. Rev. Ser. B., 1971, v. 4, p. 1033.
44. Лифшиц И. М.— ЖЭТФ, 1960, т. 38, с. 1569.
45. Брандт Н. Б., Диттманн Х., Пономарев Я. Г.— ФТТ, 1971, т. 13, с. 2860.
46. Ицкевич Е. С.— ЖЭТФ, 1962, т. 42, с. 1173; ПТЭ, 1963, № 4, с. 148.
47. Ицкевич Е. С., Вороновский А. Н.— Письма ЖЭТФ, 1966, т. 4, с. 226.
48. Лазарев Б. Г., Лазарева Л. С., Макаров В. И.— ЖЭТФ, 1963, т. 44, с. 481.
49. Chu C. W., Smith T. F., Gardner W. E.— Phys. Rev. Lett., 1968, v. 20, p. 198.
50. Брандт Н. Б., Пономарев Я. Г.— ЖЭТФ, 1968, т. 55, с. 1215.
51. Angadi M. A., Fawcett E., Rasolt M.— Phys. Rev. Lett., 1974, v. 32, p. 613.
52. Гайдуков Ю. П., Данилова Н. П., Щербина-Самойлова М. Б.— Письма ЖЭТФ, 1977, т. 25, с. 509.
53. Гайдуков Ю. П., Данилова Н. П., Щербина-Самойлова М. Б.— ФНТ, 1978, т. 4, с. 250; ЖЭТФ, 1979, т. 77, с. 2125.
54. Overcash D. R., Davis T., Cook J. W., Skove Yr. and M. J.,— Phys. Rev. Lett., 1981, v. 46, p. 287.
55. Пудалов В. М., Семенчинский С. Г.— Письма ЖЭТФ, 1978, т. 4, с. 38; ПТЭ, 1978, № 4, с. 203.

