

538.1:548

**МОДУЛИРОВАННЫЕ, ИЛИ ДЛИННОПЕРИОДИЧЕСКИЕ,  
МАГНИТНЫЕ СТРУКТУРЫ КРИСТАЛЛОВ****Ю. А. Изюмов**

## СОДЕРЖАНИЕ

Введение . . . . .	439
1. Модулированные магнитные фазы кристаллов . . . . .	440
2. Основные экспериментальные закономерности . . . . .	443
3. Функционал Гинзбурга — Ландау . . . . .	449
4. Системы, допускающие линейные инварианты Лифшица . . . . .	451
5. Системы, не допускающие инвариантов Лифшица . . . . .	458
6. Анализ магнитных фазовых переходов в редкоземельных металлах . . . . .	463
7. Магнитные фазовые переходы в кристаллах типа $TbAg_2$ . . . . .	466
8. Влияние внешних полей на волновой вектор несоизмеримых фаз . . . . .	470
Заключение . . . . .	472
Цитированная литература . . . . .	473

## ВВЕДЕНИЕ

Первая модулированная магнитная структура — простая спираль (SS) — открыта в  $MnAu_2$  более 20 лет назад<sup>1</sup>. Вслед за этим в других веществах была обнаружена структура типа продольной (LSW) и поперечной (TSW) спиновой волны. Все они вместе с их разновидностями образуют особый класс структур, которые можно рассматривать как длиннопериодическую модуляцию простых магнитных структур — ферромагнитных или антиферромагнитных. Период модуляции часто непрерывно меняется с температурой, принимая несоизмеримые значения по отношению к периоду кристаллической решетки, поэтому модулированные, или длиннопериодические, структуры также называют несоизмеримыми. Все эти определения выступают как синонимы.

На рис. 1 схематически изображены основные типы модулированных структур, куда наряду с перечисленными входят: скошенная ( $\overline{SS}$ ) и ферромагнитная (FS) спирали и веерная (FAN) структура, возникающая в магнитном поле. Стрелки указывают направления магнитных моментов (спинов) атомов, лежащих вдоль каждой атомной плоскости, перпендикулярной этому направлению. Все атомные спины коллинеарны; изменение их ориентации происходит при переходе от одной плоскости к другой, причем во всех перечисленных структурах разность фаз для двух соседних плоскостей всегда постоянна, т. е. пространственное распределение спиновой плотности содержит одну гармонику.

Некоторого пояснения требует  $\overline{SS}$ - и FAN-структуры. Спиральную структуру удобно характеризовать вектором спирали  $m$ , направленным перпендикулярно плоскости вращения спинов. Если  $m$  коллинеарен направлению модуляции, имеем SS-структуру, если эти два вектора не коллинеарны, по определению, имеем структуру  $\overline{SS}$ . Что касается веерной структуры, она

возникает лишь в магнитном поле. Такая структура может возникнуть в кристалле, где имеется структура  $SS$ , если поле приложить к плоскости расположения спинов, и ее можно рассматривать как модуляцию однородно намагниченной полем парамагнитной фазы кристалла.

Число чистых веществ — металлов и соединений, — где обнаруживаются какие-либо модулированные магнитные структуры, приближается к сотне. К этому числу нужно прибавить несколько десятков различных систем сплавов, обычно получающихся сплавлением составляющих, которые сами являются ферро- и антиферромагнитными структурами. Таким образом,

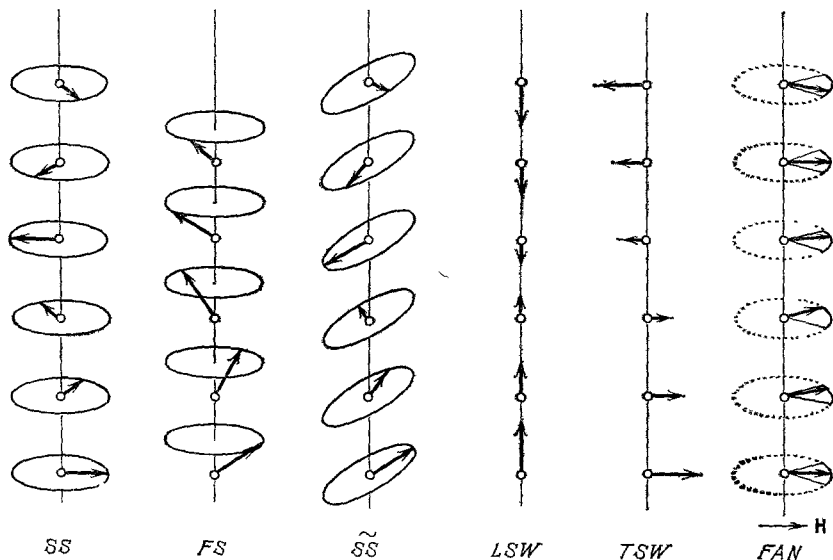


Рис. 1. Основные типы модулированных магнитных структур кристаллов.

модулированные магнитные структуры — не экзотика, а весьма распространенный тип магнитного упорядочения в кристаллах. Хотя изучение их продолжается уже более двадцати лет, интерес к ним в последние годы заметно возрос в связи с открытием большого числа длиннопериодических фаз в немагнитных кристаллах, обычно сегнетоэлектрических. Известны десятки веществ, у которых возникают кристаллические сверхструктуры, несоизмеримые с периодом основной решетки, и обнаруживаются различные фазовые переходы между соизмеримыми и несоизмеримыми фазами (см. обзоры <sup>2, 3</sup>). Одно из ярких проявлений эффектов соизмеримости в этих веществах — появление «чертовой лестницы» фазовых переходов при изменении, например, температуры или внешнего поля. Все это заставляет по-новому взглянуть на проблему модулированных магнитных структур кристаллов и рассмотреть весь феномен в целом. Для этой цели проанализируем вначале результаты нейтронографических исследований модулированных магнитных фаз и основные закономерности фазовых переходов между ними под действием температуры или внешнего магнитного поля. Далее покажем, что эти закономерности могут быть хорошо поняты на основе феноменологической теории Ландау с использованием функционалов Гинзбурга — Ландау для неоднородного распределения параметра порядка.

#### 1. МОДУЛИРОВАННЫЕ МАГНИТНЫЕ ФАЗЫ КРИСТАЛЛОВ

Длиннопериодические структуры, изображенные на рис. 1, встречаются в кристаллах различной симметрии. Довольно полный список известных в настоящее время чистых веществ с такими структурами приведен в табл. I.

Таблица I

Список чистых веществ с модулированными магнитными структурами (K — волновой вектор,  $l_k$  — число лучей в звезде). Указаны ссылки только на те структуры, которые не описаны в справочнике <sup>5</sup>.

G	Кристалл	Магнитная структура	K	$l_k$
$C_{2h}^3$	$Cr_3Se_4$	?	$[\mu \frac{1}{2} \mu]$	4
$D_{2h}^9$	$ReMn_2O_5$	SS	$[\frac{1}{2} 0 \mu]$	2
$D_{2h}^{12}$	Re: Nd, Er, Tb, Y, Ho MnOOH	TSW → SS	$[\mu_1 0 \mu_3]$	4
$D_{2h}^{16}$	MnP, CrAs, FeAs, FeP	SS	$[00\mu]$	2
	$Cr_2BeO_4$	$\tilde{SS}$	$[0 \mu 0]$	2
	$KMnCl_3$	SS	$[0 \mu 0]$	2
	TbMnO <sub>3</sub> , Tb <sub>3</sub> Ge	LSW	$[\mu 0 0]$	2
$D_{2h}^{17}$	MnSO <sub>4</sub>	A → SW → SS	$[\mu 0 0]$	2
$D_{2h}^{25}$	Mn <sub>3</sub> B <sub>4</sub>	A → SS → A	$[0 \mu 0]$	2
$D_{2h}^{18}$	TbZn <sub>2</sub>	TSW	$[0 \mu 0]$	2
$D_{4h}^{14}$	$\beta$ -MnO <sub>2</sub> , VF <sub>2</sub>	SS	$[0 0 \mu]$	2
$D_{4h}^{17}$	См. табл. III			
$D_{4h}^{28}$	MnSn <sub>2</sub>	A → (A + TSW)	$[\mu \mu 0]$	4
$D_{4h}^{19}$	Mn <sub>3</sub> O <sub>4</sub>	A + SS → A	$[0 \mu 0]$	4
	TbAsO <sub>4</sub> <sup>6</sup>	SS	$[0 0 \mu]$	2
$T^4$	MnSi, FeG <sup>7,8</sup>	SS	$[\mu \mu \mu]$	8
$T_h^6$	MnSe <sub>2</sub>	LSW	$[0 0 \mu]$	6
$O_h^1$	SrFeO <sub>3</sub> , CaFeO <sub>3</sub>	SS	$[\mu \mu \mu]$	8
	ErCu, TmCu	TSW → A	$[\mu \frac{1}{2} 0]$	12
	ErPb <sub>3</sub> , HoPb <sub>3</sub>	LSW	$[0 \mu \frac{1}{2}]$	12
	ErTe <sub>3</sub> , HoTe <sub>3</sub>	LSW		24
	CeB <sub>6</sub> <sup>16, 15, 17</sup>	SS	$[\frac{1}{4} \frac{1}{4} 0]$	12
			$[\frac{1}{4} \frac{1}{4} \frac{1}{2}]$	
$O_h^5$	NpAs, NpP	LSW → A	$[0 0 \mu]$	6
	TbD <sub>2</sub>	LSW + A	$[0 0 \mu]$	6
	USb <sup>9</sup>	SW → A	$[0 0 \mu]$	6
$O_h^7$	CeSb <sup>48-51</sup> , CeBi <sup>52, 53</sup>	LSW	$[0 0 \mu]$	6
	ZnCr <sub>2</sub> Se <sub>4</sub> <sup>10</sup> , HgCr <sub>2</sub> S <sub>4</sub>	SS	$[0 0 \mu]$	6
	TbMn <sub>2</sub>	$\tilde{SS}$	$[\mu \mu 0]$	12
	FeCr <sub>2</sub> O <sub>4</sub> , CoCr <sub>2</sub> O <sub>4</sub> , MnCr <sub>2</sub> O <sub>4</sub>	FS	$[\mu \mu 0]$	12
$O_h^9$	CeAl <sub>2</sub> <sup>4</sup>	LSW	$[\mu \mu 0]$	24
	Eu	SS	$[0 0 \mu]$	6
	Cr	TSW → LSW	$[0 0 \mu]$	6

Т а б л и ц а I (продолжение)

G	Кристалл	Магнитная структура	K	$l_k$
$C_{3i}^2$	BaCo <sub>2</sub> (XO <sub>4</sub> ), X-As, P	$\sim$ SS	$[\mu \ 0 \ \mu_1]$	6
	FeCl <sub>3</sub>	SS	$[4\mu \ \mu \ 0]$	6
$D_{3d}^2$	LaLiFeO <sub>6</sub> <sup>18</sup>	?	$[\mu \ \mu \ 0]$	6
	Cr <sub>3</sub> S <sub>6</sub>	A → SS	$[0 \ 0 \ \mu]$	2
$D_{3d}^3$	FeI <sub>2</sub> , MnBr <sub>2</sub>	?	$[\mu \ \mu \ \bar{\mu}]$	12
	MnI <sub>2</sub>	SS	$[\mu_1 0 \ \mu_3]$	6
$D_{3d}^5$	NiBr <sub>2</sub> <sup>11</sup>	A → SS	$[\mu \ \bar{\mu} \ \frac{1}{2}]$	6
	Re <sub>2</sub> Fe <sub>17</sub> , Re-Ce, Lu, Tm	SS → F	$[\mu \ \mu \ \mu]$	2
$D_6^2$	CsCuCl <sub>3</sub> <sup>12</sup>	SS	$[\frac{1}{3} \ \frac{1}{3} \ \mu]$	4
$D_{6h}^3$	CrB <sub>2</sub> <sup>13</sup>	SS	$[\mu \ \mu \ 0]$	6
$D_{6h}^4$	Tb <sub>5</sub> Ge <sub>3</sub> <sup>14</sup>	SS	$[0 \ 0 \ \mu]$	2
$D_{6h}^4$	См. табл. II			

В ней указана пространственная группа кристалла  $G$  и волновой вектор  $K$ . Напомним, что волновой вектор задает трансляционные свойства структуры, т. е. позволяет выразить магнитный момент  $M_n$  атома в  $n$ -й ячейке исходного кристалла через векторы  $M_L$ , заданные в нулевой ячейке посредством соотношения

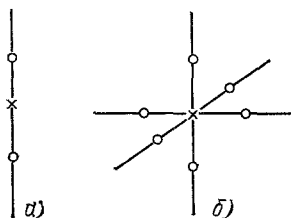


Рис. 2. Положение магнитных рефлексов в случае осевой (а) и кубической (б) симметрии волнового вектора.

$$M_n = \sum_L e^{iK_L t_n} M_L, \quad (1.1)$$

здесь  $t_n$  — вектор трансляции в  $n$ -ю ячейку. Суммирование ведется по всем лучам  $K_L$  звезды волнового вектора.

О существовании модулированной магнитной структуры судят по появлению магнитных спутников в картине нейтронной дифракции. Эти спутники лежат вблизи пика ядерного рассеяния, отвечающего узлу обратной решетки кристалла, либо вблизи некоторой симметричной точки обратной решетки, отвечающей исходной антиферромагнитной структуре с волновым вектором  $K_0$ . В общем случае волновой вектор модулированной структуры можно представить в виде

$$K = K_0 + k, \quad (1.2)$$

где вектор модуляции  $k$  много меньше вектора обратной решетки.

Число лучей звезды волнового вектора  $l_k$  и, соответственно, число магнитных рефлексов определяется его симметрией. Например, если вектор  $K$  лежит на главной оси кристалла, его звезда имеет два луча  $K$  или  $-K$ , отвечающих паре магнитных спутников. Если  $K$  лежит вдоль ребра куба, звезда состоит из шести лучей, которым отвечают три пары спутников (рис. 2). Наблюдение шестерки спутников в нейтронографическом эксперименте отнюдь не означает, что магнитная структура характеризуется всеми шестью лучами звезды. В нейтронографии предполагается, что такая ситуация возникает из-за присутствия трех типов магнитных доменов в кристалле, каждый из которых характеризуется лишь парой лучей  $K$  и  $-K$ . Таким образом, всегда предполагается, что в каждом домене имеется модуляция лишь в одном направлении. Исключение, возможно, составляют модулированные структуры в Nd и CeAl<sub>2</sub>, где полагают существование многолучевой (мульти- $k$ )

структуры <sup>4</sup>. Итак, для модулированных структур пространственное распределение магнитного момента описывается частной формой соотношения (1.1), которое запишем в континуальном приближении:

$$\mathbf{M}(\mathbf{r}) = M e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}} + M^* e^{-i\mathbf{k}\mathbf{r}}. \quad (1.3)$$

Очевидно, что при вещественном  $M$  это соотношение описывает структуру типа LSW или TSW, при комплексном  $M$  — некоторую спиральную структуру.

В табл. I не приводятся численные значения параметров модуляции  $\mu$ , однако во всех случаях  $\mu \ll 1$ , что соответствует длиннопериодическим структурам. Как видно из этой таблицы, чаще всего возникает модуляция исходных структур с  $\mathbf{K}_0 = 0$ . Тем не менее, имеется немало примеров (см. также табл. III) кристаллов, где  $\mathbf{K}_0 \neq 0$ . Например, ряд соединений с пространственной группой  $O_h^1$  имеет модуляцию антиферромагнитных структур с  $\mathbf{K}_0 = [00\frac{1}{2}]$  (все волновые векторы выражены в единицах  $2\pi/a$ ,  $a$  — параметр решетки).

В третьей колонке табл. I указывается тип модулированной структуры, подробности о ней можно найти в соответствующей ссылке. Ради краткости изложения мы в основном ссылаемся на справочник <sup>5</sup>, где можно найти необходимые ссылки до 1975 г. Если структура не описана в этом справочнике, указываются оригинальные источники. Во многих случаях, как видно из таблицы, модулированная структура не является единственной магнитоупорядоченной фазой кристалла. Ей может предшествовать или за ней следовать соизмеримая антиферромагнитная структура (A) или ферромагнитная (F). Соответствующие фазовые переходы, возникающие при понижении температуры, указаны в таблице стрелками.

Таблица показывает, что имеются многочисленные реализации основных типов модулированных структур, перечисленных на рис. 1, причем симметрия кристалла не оказывает каких-либо существенных ограничений на возможность их существования. Отметим, что имеются две большие группы изоморфных кристаллов (с пространственными группами  $D_{4h}^{17}$  и  $D_{6h}^4$ ), в которых реализуется большое число модулированных фаз и переходов между ними. Поскольку они очень удобны для теоретического анализа, сведения о модулированных структурах в них вынесены в отдельные табл. II и III, где приведены также результаты симметричного анализа (см. ниже).

Микроскопические механизмы, ответственные за модуляцию магнитных структур, давно известны. Для изоляторов и полупроводников — это, в основном, обменные взаимодействия разных знаков между ближайшими атомными соседями и следующими за ближайшими. В случае редкоземельных металлов — это взаимодействие магнитного порядка с электронами проводимости, приводящее к перестройке электронных состояний вблизи поверхности Ферми. Для некоторых кристаллов специальной симметрии модуляция обусловлена неоднородными анизотропными силами релятивистского происхождения. Основная проблема, к которой мы хотим привлечь внимание, — фазовые переходы между несоизмеримыми и соизмеримыми структурами и поведение фаз при изменении температуры или поля.

## 2. ОСНОВНЫЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ЗАКОНОМЕРНОСТИ

Выделим четыре из них, касающиеся поведения волнового вектора и магнитной структуры при изменении температуры и поля.

а) В о л н о в о й в е к т о р модулированной структуры обычно зависит от температуры, причем с понижением  $T$  изменяется в направлении к точке  $\mathbf{K}_0$ . Это изменение может быть монотонным в пределах температурного интервала существования данной модулированной структуры (как, напри-

мер, в случае спиральной структуры в  $Dy$ ), либо немонотонным (как в спиральной фазе в  $Er$ ) (рис. 3). Замечательным в случае  $Er$  является тот факт, что при достижении некоторого соизмеримого значения  $\mu = 1/4$  волновой вектор не меняется в определенном температурном интервале. Это явление

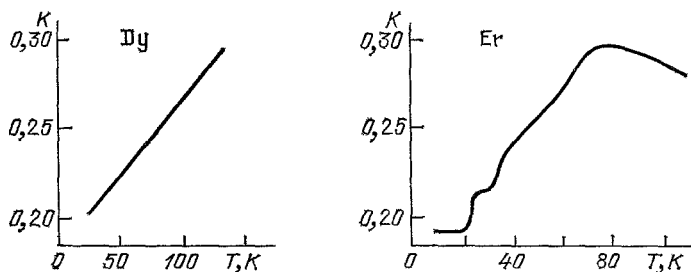


Рис. 3. Два типа изменения с температурой волнового вектора в спиральных фазах  $Dy$  и  $Er$ .

получило название запирания или прищипливания волнового вектора (от англ. lock in). Подобные эффекты соизмеримости наблюдаются и в ряде немагнитных модулированных фаз (см. обзор <sup>3</sup>), и в некоторых других магнетиках. Температура при которой возникает стабилизация волнового

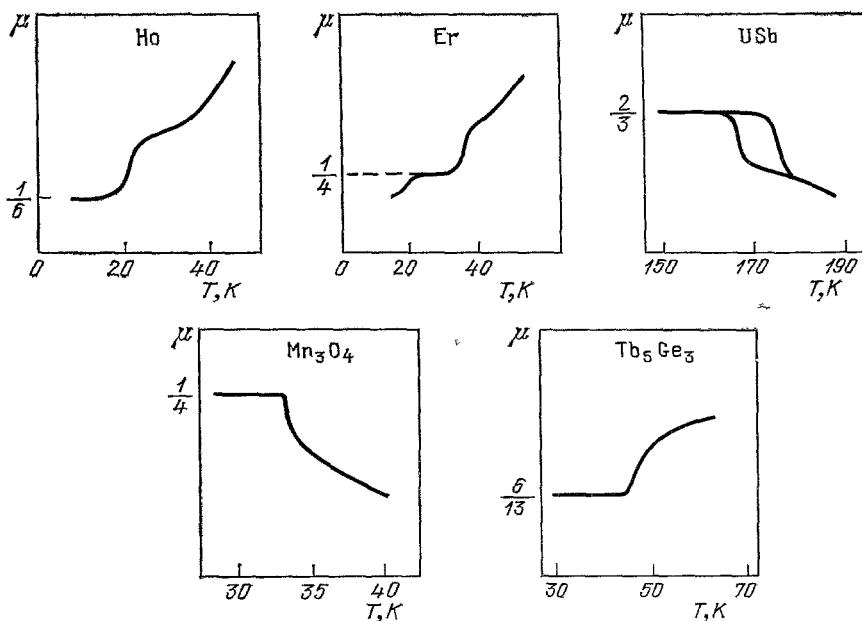


Рис. 4. Немонотонные температурные изменения волнового вектора в кристаллах.

вектора соизмеримой фазы, является точкой фазового перехода между несоизмеримой (НС) и соизмеримой (С) фазами.

На рис. 4 приведены другие примеры немонотонного изменения волнового вектора в магнитных кристаллах, которые, возможно, отвечают запиранию волнового вектора. Для магнитных систем подобные ситуации относительно редки. Тем не менее простое температурное изменение волнового вектора — явление весьма распространенное, масштаб его часто невелик (изменения  $K$  порядка нескольких процентов), и нередко оно заканчивается скачком вектора  $K$  к значению  $K_0$  в точке фазового перехода первого рода из

модулированной фазы в соизмеримую ферро-или антиферромагнитную фазу. Типичным примером является фазовый переход  $TSW \rightarrow A$  в  $TbAu_2$ , при котором происходит изменение волнового вектора  $[\mu_1^1 \mu_2 0] \rightarrow [\frac{1}{2} \frac{1}{2} 0]$  (рис. 5, табл. III).

б) Кратные гармоники. При температурном изменении волнового вектора иногда наблюдаются магнитные сателлиты высших порядков, отвечающие кратным гармоникам в пространственном распределении магнитного момента. Так, в фазе SS  $Ho$  наблюдаются сателлиты 5-го и 7-го порядков. Особенно ярко проявляются высшие сателлиты в  $Er$ , где наблюдается каскад фазовых переходов:

$$LSW (T_1 = 80 K) \rightarrow CS (T_2 = 52K) \rightarrow FS (T_3 = 20K). \quad (2.1)$$

Промежуточная фаза CS представляет собой суперпозицию двух фаз LSW и SS с одним и тем же волновым вектором. В высокотемпературной фазе LSW на нейтронограмме видны сателлиты нечетких порядков вплоть до 17-го <sup>21</sup>, при этом интенсивность их нарастает по мере приближения к точке фазового перехода  $T_3$ , где модуляция z-компоненты спинов сменяется ферромагнитным состоянием с однородным спонтанным моментом вдоль оси z

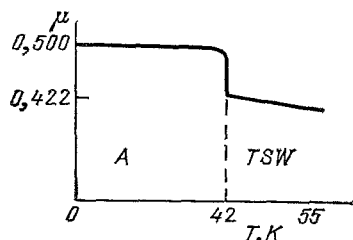


Рис. 5. Изменение волнового вектора  $[\mu_1^1 \mu_2 0]$  при фазовом переходе  $TSW \rightarrow A$  в  $TbAu_2$ .

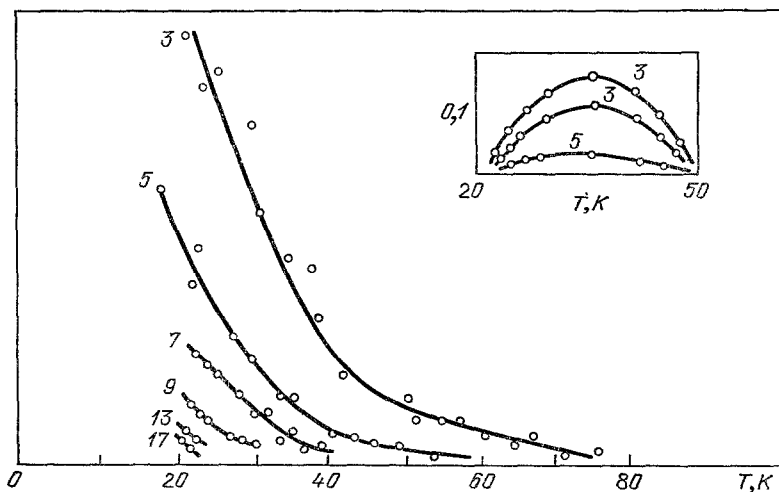


Рис. 6. Температурное поведение интенсивности высших сателлитов в  $Er$ .

кристалла. Кроме этого, в фазе CS (в интервале  $T_2 > T > T_3$ ) видны сателлиты 3-го и 5-го порядков, отвечающие компонентам векторов спинов в базисной плоскости (рис. 6).

Сателлиты высших порядков могут также возникнуть при наложении на модулированные структуры магнитного поля. Так, в  $MnP$  в области низких температур существует структура SS, которая в поле, лежащем в плоскости вращения спинов, превращается в FAN-структуру. Этот переход сопровождается возникновением сателлитов высшего порядка, интенсивность которых растет с ростом поля.

в) Фазовые переходы по температуре. При изменении температуры нередко возникают фазовые переходы между модулированными и обычными магнитными фазами (см. табл. I—III). Особенно интересны случаи переходов между HC- и C-фазами за счет непрерывного приближения волнового вектора  $\mathbf{K}$  к значению  $\mathbf{K}_0$ , описывающему соизмеримую фазу. При этом достаточно часто возникают оба случая: когда при понижении температуры сначала возникает модулированная фаза, а затем соизмеримая (переход HC  $\rightarrow$  C) и наоборот (переход C  $\rightarrow$  HC). Приведем примеры фазовых переходов между HC- и C-фазами, возникающих при понижении температуры:

HC  $\rightarrow$  C:

TbAu<sub>2</sub>, DyAu<sub>2</sub>, DyAg<sub>2</sub> ( $D_{4h}^{17}$ ):

$$\text{TSW}, [\mu \mu 0] \rightarrow \left[ \frac{1}{2} \frac{1}{2} 0 \right], \quad (2.2)$$

Tb, Dy, Ho ( $D_{6h}^4$ ):

$$\text{SS} \rightarrow \text{F}, [0 0 \mu] \rightarrow 0, \quad (2.3)$$

Tm ( $D_{6h}^4$ ):

$$\text{LSW} \rightarrow \text{F}, [0 0 \mu] \rightarrow 0, \quad (2.4)$$

C  $\rightarrow$  HC:

MnP ( $D_{2h}^{16}$ ):

$$\text{F} \rightarrow \text{SS}, 0 \rightarrow [0 0 \mu], \quad (2.5)$$

Cr<sub>5</sub>S<sub>6</sub> ( $D_{3d}^2$ ):

$$\text{A} \rightarrow \text{SS}, \left[ 0 0 \frac{1}{2} \right] \rightarrow [0 0 \mu]. \quad (2.6)$$

Ниже будет показано, что HC- и C-фазы здесь симметрично связаны, как связаны симметрии лифшицевской точки и ее окрестности. Имеются и другие случаи фазовых переходов, при которых нет никакой симметричной связи между HC- и C-фазами, и фазовый переход между ними (первого рода) обусловлен тривиальным равенством свободной энергии двух фаз при некоторой температуре. Наибольший интерес для нас будут представлять фазовые переходы HC  $\rightleftharpoons$  C, где симметрия фазы HC с волновым вектором  $\mathbf{K} = \mathbf{K}_0 + \mathbf{k}$  и C-фазы с волновым вектором  $\mathbf{K} = \mathbf{K}_0$  связаны соотношениями совместности.

г) Фазовые переходы по полю. В магнитном поле модулированная структура может перейти в соизмеримую структуру, которая отвечает парамагнетику во внешнем поле (P-структура с однородной намагниченностью вдоль поля). Этот переход происходит через образование промежуточной FAN-структуры с преимущественной ориентацией магнитных моментов вдоль поля. Наиболее изучены такие переходы в MnP и PЗ металлах. MnP имеет орторомбическую структуру. Три его оси выбираются обычно в соответствии с неравенствами  $a > b > c$  между параметрами решетки. MnP испытывает фазовый переход при  $T_1 = 291$  K в ферромагнитную структуру с ориентацией спинов вдоль оси  $c$ . Второй магнитный переход в спиральную фазу SS происходит при  $T_2 = 47$  K, причем волновой вектор направлен вдоль оси  $a$ , а спины вращаются в плоскости  $b, c$ . При приложении поля вдоль оси  $b$  возникает фазовая диаграмма, изображенная на рис. 7. Вдобавок к F- и SS-фазам, возникает веерная фаза. Локальный магнитный момент в этой фазе осциллирует в направлении  $b$ , оставаясь всегда в  $b, c$ -плоскости. Фазовые переходы F  $\rightarrow$  SS и SS  $\rightarrow$  FAN первого рода, и тройная точка, где все три фазы встречаются, есть обычная тройная точка. Другая тройная точка, где встречаются фазы F, FAN и P, является точкой Лифшица. Ее особые свой-



ства заключаются в том, что при приближении к ней волновой вектор модулированной фазы (FAN-структура) непрерывно стремится к нулю. В настоящее время MnP, похоже, является единственной магнитной системой, где реализуется точка Лифшица.

Нейтроннографические исследования показали <sup>22</sup>, что в магнитном поле, соответствующем FAN-структуре, наблюдаются, наряду с основными магнитными сателлитами, свидетельствующими о существовании модулированной фазы, сателлиты второго порядка, а волновой вектор оказывается зависящим от величины магнитного поля. Например, при  $T = 77$  К волновой вектор линейно увеличивается с полем при  $H > 10$  кЭ.

Другим примером является MnAu<sub>2</sub>, в котором имеется структура SS с волновым вектором вдоль тетрагональной оси. При наложении поля в базисной плоскости интенсивность магнитных сателлитов практически не меняется

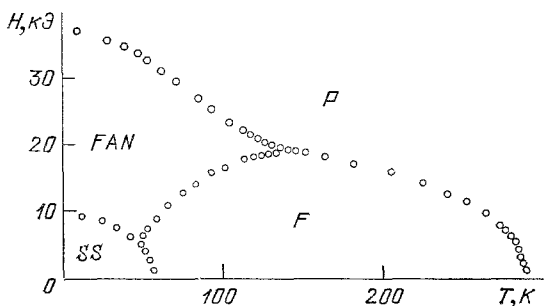


Рис. 7. Фазовая диаграмма для MnP на плоскости (H, T).

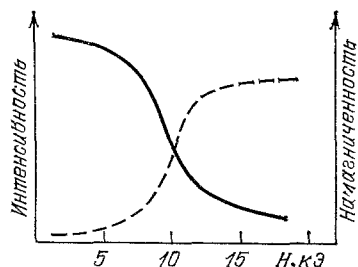


Рис. 8. Полевая зависимость намагниченности и интенсивности магнитного сателлита в MnAu<sub>2</sub>.

до полей  $\sim 10$  кЭ, однако в поле  $\sim 12$  кЭ происходит резкое падение интенсивности сателлитов, что отождествляется с переходом в FAN-структуру. В этой же области полей наблюдается резкое увеличение намагниченности за счет перестройки спиральной магнитной структуры в веерную (рис. 8).

Уникальный пример сложного поведения модулированной структуры при изменении температуры или внешнего поля дают изоморфные соединения церия — CeSb и CeBi. В парамагнитной фазе они имеют ГЦК структуру типа NaCl. В CeSb в нулевом магнитном поле в узком температурном интервале (16 К — 8 К) наблюдается шесть различных магнитных фаз, область существования которых по температуре порядка одного градуса. Все фазы модулированные, с волновым вектором  $\mathbf{k} = (2\pi/a)(00k)$ , направленным по ребру куба, и со спинами, ориентированными вдоль направления волнового вектора. Можно было бы думать, таким образом, о структуре LSW, однако наблюдение кратных сателлитов (третьего порядка) привело авторов <sup>48-51</sup> к предположению, что реализуется структура типа квадратной спиновой волны, т. е. структура с периодически расположенными антифазными доменами. Волновой вектор каждой из шести фаз принимает соизмеримые значения, характеризующиеся рациональными значениями  $k = 2/3, 8/13, 4/7, 5/9, 6/11, 1/2$  <sup>50</sup>. В точке Нееля  $T_N = 16$  К наблюдается фазовый переход первого рода. При  $T \approx T_N/2$  также наблюдается переход первого рода в антиферромагнитную структуру типа IA (ГЦК), остающуюся стабильной при дальнейшем понижении температуры. При переходах между промежуточными фазами с разными  $k$  наблюдается температурный гистерезис, что указывает снова на фазовые переходы первого рода. В магнитном поле наблюдаются переходы между этими фазами и возникают новые фазы со значениями  $k = 2/5, 4/9$  <sup>51</sup>.

Таким образом, в CeSb имеет место сложный каскад переходов между соизмеримыми, но модулированными фазами. Причиной такого сложного

поведения этого вещества является сильная обменная анизотропия: внутри плоскостей типа (001) обменное взаимодействие много больше, чем между плоскостями. Каждая отдельная плоскость ферромагнитно упорядочена (двумерный ферромагнетик), но слабая связь между плоскостями может быть легко разрушена температурой или полем. Модель, учитывая слабое межплоскостное взаимодействие ближайших и следующих за ближайшими соседями, хорошо объясняет наблюдаемую в CeSb фазовую диаграмму на плоскости  $(H, T)$ <sup>54,55</sup>. Предположение авторов<sup>48-51</sup> о том, что магнитная структура CeSb образована чередующимися ферромагнитными и парамагнитными плоскостями, маловероятно, поскольку двумерный порядок в плоскостях должен исчезать при одной и той же температуре. Поэтому требуется уточнение нейтронографического анализа этой магнитной структуры.

В CeV в нулевом поле наблюдают только две магнитные фазы с  $k = 1/2$  и 1, описывающие чередование магнитного момента в плоскостях  $(+ - + -)$  и  $(+ + - -)$ . В магнитном поле появляются фазы с  $k = 6/11, 5/8$  и т. д.<sup>52,53</sup>. Некоторые из этих фаз исчезают при приложении давления<sup>53</sup>.

Фазовые переходы в CeSb и CeV при изменении температуры или поля идут между фазами, характеризующимися соизмеримыми значениями волнового вектора. Зависимость вектора  $\mathbf{k}$  представляется, таким образом, разрывной функцией температуры или поля — явление, получившее название «чертовой лестницы» (см. обзоры<sup>3,56</sup>). Причины, приводящие к энергетической предпочтительности соизмеримых значений волнового вектора, будут обсуждаться ниже.

Другим интереснейшим примером является хром, где вообще впервые были открыты модулированные магнитные структуры (типа спиновой волны)<sup>5</sup>. В настоящее время твердо установлено, что ниже  $T_N = 312$  K в Cr возникает структура TSW, которая при  $T_1 = 124$  K переходит в LSW. Этот ориентационный фазовый переход TSW  $\rightarrow$  LSW сопровождается возникновением в фазе LSW волны зарядовой плотности с волновым вектором  $2k$  ( $k$  — вектор малой модуляции магнитной структуры с  $\mathbf{K}_0 = \frac{2\pi}{a} \left( 0 \ 0 \ \frac{1}{2} \right)$  и появлением третьей гармоники в плотности магнитного момента (см.<sup>57</sup>). В магнитном поле происходит сильное изменение магнитной структуры<sup>58</sup>.

Обсудим теперь вопрос о величине вектора модуляции, т. е. параметра  $\mu$ , для веществ, приведенных в табл. I. Типичные значения  $\mu \ll 1$  соответствуют изменению фазы на двух соседних атомах, лежащих в направлении вектора  $\mathbf{k}$ , на величины порядка радиана. Аномально малые  $\mu$  (т. е. очень длинные периоды модуляции магнитной структуры) наблюдаются у спиральных структур в двух изоморфных кубических соединениях MnSi и FeGe. У MnSi магнитный период составляет 172 Å. При замещении марганца кобальтом период уменьшается; при концентрации 4% Co он становится равным 106 Å. Еще более длинные периоды наблюдаются в сплавах  $\text{Fe}_x\text{Co}_{1-x}\text{Si}$ <sup>59</sup> ( $0,3 \leq x \leq 0,9$ ). При  $x = 0,3$  период спирали достигает 2300 Å. Эти сплавы имеют кристаллическую структуру соединений MnSi и FeGe. Их пространственная группа  $T^4$  не содержит центра инверсии, что допускает существование в кристалле сильно анизотропных неоднородных взаимодействий релятивистского происхождения. Как мы увидим ниже, они приводят к модуляции магнитной структуры, волновой вектор  $\mathbf{k}$  которой пропорционален величине этого взаимодействия и поэтому оказывается малым.

В подавляющем большинстве магнитоупорядоченных кристаллов симметрия не допускает таких взаимодействий в кристалле, и за модуляцию ответственна конкуренция положительных и отрицательных обменных взаимодействий. В этой ситуации в общем случае нет причин для сильной малости волнового вектора модуляции, который должен определяться отношением обменных интегралов. Действительно, для цепочки классических спинов с обменным интегралом  $J_1 > 0$  для ближайших соседей и  $J_2 < 0$  и для

следующих соседей, угол  $\varphi$  между спинами двух соседних атомов определяется очевидным соотношением

$$\cos \varphi = \frac{J_1}{4 |J_2|}.$$

Для образования модулированной фазы достаточно, чтобы  $J_1/4 |J_2| < 1$ . Поскольку  $J_1$  и  $|J_2|$  — величины одного порядка, угол  $\varphi$  может быть произволен, т. е. волновой вектор модуляции не обязан быть мал.

### 3. ФУНКЦИОНАЛ ГИНЗБУРГА — ЛАНДАУ

Все описанные явления — изменение волнового вектора с температурой или полем, появление спутников высших порядков и смена С- и НС-фаз — тесно связаны между собой, и это может быть понято на основе исследования функционала свободной энергии для неоднородного распределения параметра порядка (ПП).

Имеется два подхода в феноменологической теории модулированных фаз с волновым вектором  $\mathbf{K}$ , оканчивающимся в несимметричных (нелифшицевских) точках зоны Бриллюэне. Можно, во-первых, записать инвариантное разложение для неравновесного  $\Phi$  по степеням ПП, исходя из собственной симметрии вектора  $\mathbf{K} = \mathbf{K}_0 + \mathbf{k}$ . Число компонент  $n$  ПП определяется числом лучей звезды вектора  $\mathbf{K}$  и размерностью неприводимого представления, характеризующего данную модулированную структуру. Такой подход, учитывающий полный набор компонент ПП, необходим при исследовании флуктуационной области в парамагнитной фазе кристалла<sup>24,25</sup>, например при определении критических индексов фазового перехода.

Альтернативный способ заключается в том, что  $\Phi$  записывается, исходя из симметрии вектора  $\mathbf{K}_0$  — лифшицевской точки. Для нее размерность соответствующего ПП группы симметрии исходной фазы меньше величины  $n$ . Включение в  $\Phi$  неоднородных членов, зависящих от производных ПП по координатам, приводит к неоднородным решениям уравнений минимизации для ПП. Они могут быть классифицированы по звезде волнового вектора  $\mathbf{K}_0 + \mathbf{k}$ , чем и достигается эквивалентность обоих подходов. Второй способ оказывается возможным потому, что симметрия лифшицевской точки определяет и симметрию всей ее окрестности. Поскольку вектор модуляции  $\mathbf{k}$  обычно мал по сравнению с вектором обратной решетки, мы можем использовать этот второй способ, т. е. исходить из функционала для лифшицевской точки.

Удобство такого описания связано с тем фактом, что потенциал в лифшицевской точке (более симметричной, чем точки ее окрестности) более простой и его легче получить. Далее нужно выбрать решение уравнения минимизации  $\Phi$ , описывающее модулированную фазу, руководствуясь следующими соображениями. В кристаллах возникают структуры с модуляцией вдоль одного направления, и при поисках соответствующей фазы можно учитывать в функционале лишь инварианты с производными по одной координате.

Сам по себе этот факт следует из нейтронографии. Признаком модулированной структуры является появление спутников, лежащих вблизи узлов обратной решетки (или симметричных точек зоны). Расстояние от спутника до ближайшего узла определяет вектор модуляции  $\mathbf{k}$ . Если  $\mathbf{k}$  лежит на главной оси кристалла, имеется пара равностоящих спутников, отвечающих лучам звезды  $\mathbf{k}$  и  $-\mathbf{k}$  (рис. 2, а). Если  $\mathbf{k}$  лежит, например, на ребре куба, должна возникать шестерка спутников, отвечающая шестилучевой звезде и т. д. (рис. 2, б). Каждая пара спутников на рис. 2, б соответствует модуляции в одном направлении  $x$ ,  $y$  или  $z$ . Считается при нейтронографических исследованиях, что наблюдение шестерки спутников означает, что имеется три типа доменов с модуляциями в трех независимых направлениях. В пре-

делах одного домена магнитная структура описывается лишь двумя лучами  $\mathbf{k}$  и  $-\mathbf{k}$ , соответствующими пространственной неоднородности в одном направлении. Исключение, вероятно, составляют Nd и  $\text{CeAl}_2$ , где предполагается мульти- $\mathbf{k}$ -структура с модуляциями в нескольких направлениях одновременно<sup>4</sup>.

Другое преимущество метода описания с помощью лифшицевской точки проявляется при исследовании модулированных фаз во внешних полях, когда мы не знаем структуры в поле, но хотим ее найти. Если только внешнее поле не перебрасывает структуру в другую лифшицевскую точку (иначе, если оно не слишком велико), искомую фазу можно искать среди решений уравнений минимизации функционала с учетом взаимодействия с этим полем.

Рассмотрим некоторую типичную форму потенциала  $\Phi$  для двухкомпонентного ПП, которая, как мы увидим ниже, описывает многие реальные ситуации в кристаллах:

$$\Phi = \int dz [r (\eta\xi) + u (\eta\xi)^2 + w (\eta^n + \xi^n) + V_{\text{неодн}}(z)]. \quad (3.1)$$

Будем считать, что этот функционал отвечает симметрии вектора  $\mathbf{K}_0$ . Здесь  $\eta$  и  $\xi$  комплексно сопряжены; параметры  $r$  и  $u$  удовлетворяют стандартным условиям теории Ландау:  $r \sim (T - T_c)$ ,  $u > 0$ , а знак  $w$  при третьем члене, описывающем анизотропию  $n$ -го порядка, может быть произвольным. Последний член в  $\Phi$ , содержащий пространственные производные от ПП, в зависимости от симметрии вектора  $\mathbf{K}_0$  может быть двух видов:

$$V_{\text{неодн}}(z) = \begin{cases} i\sigma \left( \eta \frac{d\xi}{dz} - \xi \frac{d\eta}{dz} \right) + \gamma \frac{d\eta}{dz} \frac{d\xi}{dz}, & \gamma > 0 \quad (D), \\ \gamma \frac{d\eta}{dz} \frac{d\xi}{dz} + \alpha \frac{d^2\eta}{dz^2} \frac{d^2\xi}{dz^2}, & \alpha > 0 \quad (M), \end{cases} \quad (3.2)$$

т. е. либо содержит линейный по производным инвариант Лифшица, либо не содержит. В случае D (Дзялошинский<sup>26</sup>) появление неоднородности энергетически выгодно при любом знаке  $\sigma$ , тогда как в случае M (Михельсон<sup>27</sup>) — лишь при  $\gamma < 0$ .

Весь дальнейший анализ магнитных структур и фазовых переходов будет опираться на феноменологическую теорию Ландау, однако, уместно здесь, хотя бы кратко, обсудить микроскопический смысл различных членов в функционале Гинзбурга — Ландау для двухкомпонентного ПП — выражения (3.1) и (3.2).

Линейные по производным инварианты вида

$$\eta \frac{d\xi}{dz} - \xi \frac{d\eta}{dz}$$

могут появиться из выражения типа  $\mathbf{M} \text{rot } \mathbf{M}$ , описывающего релятивистское взаимодействие Дзялошинского — Морри<sup>60</sup>. Для кубического кристалла, не содержащего центра инверсии, выражение  $\mathbf{M} \text{rot } \mathbf{M}$  является инвариантным. Например, в кристаллах MnSi и FeGe с пространственной группой  $T^4$  такой инвариант существует, а, с другой стороны, в них наблюдается структура SS с очень большим магнитным периодом, указывающим на слабый (релятивистский) характер неоднородных магнитных взаимодействий. Неоднородные члены в функционале (3.1) с четными производными от ПП (случай M) описывают неоднородные части обменной энергии и соответствуют инвариантам вида  $(\partial\mathbf{M}/\partial x_\alpha) \partial\mathbf{M}/\partial x_\alpha$  и  $(\partial^2\mathbf{M}/\partial^2 x_\alpha) \partial^2\mathbf{M}/\partial^2 x_\alpha$ , составленным из компонент вектора локального магнитного момента. Переход от переменных  $\mathbf{M}$  к компонентам ПП достигается с помощью использования симметрии описываемой системы, и конкретные примеры будут даны в гл. 6 и 7 настоящего обзора.

Преимущество феноменологического описания с помощью ПП состоит в том, что удается единым образом описать фазовые переходы в кристаллах, имеющих различную сложность устройства, и тем самым выявить общие

закономерности переходов. Недостатком является тот факт, что все параметры функционала Гинзбурга — Ландау считаются независимыми. На самом деле при выводе этих функционалов из микроскопических гамильтонианов мы увидели бы, что некоторые из этих параметров связаны друг с другом и тем самым, в частности, вопрос об устойчивости равновесных фаз, получаемых из минимизации функционала, решался бы более определенно. Полная стыковка феноменологического и микроскопического подходов в теории фазовых переходов состоит, таким образом, в микроскопическом выводе функционалов Гинзбурга — Ландау.

Заметим, что функционалы типа (3.1) введены для описания одного фазового перехода из парамагнитной фазы, поскольку включают ПП, преобразующийся по одному неприводимому представлению. Если имеется каскад переходов, необходимо рассмотрение всех ПП, описывающих каждую из фаз; таким образом, должен быть введен функционал для взаимодействующих параметров порядка. Каждая из фаз имеет свою область устойчивости в пространстве параметров функционала (коэффициентов при независимых инвариантах) и температуры. Например, ориентационный фазовый переход TSW → LSW в Sr должен описываться двумя взаимодействующими ПП: один из них (двухкомпонентный) описывает фазу TSW, другой (однокомпонентный) — фазу LSW. Какова будет последовательность фазовых переходов, например при изменении температуры, определяется параметрами функционала Гинзбурга — Ландау (их знаком и величиной). Именно в таком духе дано объяснение магнитных фазовых переходов в Sr<sup>57</sup>.

В окрестности фазового перехода из парамагнитной фазы в магнитоупорядоченную члены в функционале (3.1)  $\sim u$  и  $\sim w$ , содержащие более высокие степени ПП, можно опустить. Легко убедиться тогда, что пространственное распределение ПП описывается одной гармоникой:

$$\eta(z) = A_1 e^{ik_0 z}, \quad A_1 = \sqrt{-\frac{r}{2u}} \sim \sqrt{T_c - T}, \quad (3.3)$$

причем волновой вектор модуляции  $k = [0 \ 0 \ k_0]$  выражается через параметры, описывающие член  $V_{\text{неодн}}(z)$ <sup>26, 27</sup>:

$$k_0 = \begin{cases} \frac{|\sigma|}{\gamma} & \text{(D),} \\ \sqrt{\frac{-\gamma}{2\alpha}} & \text{(M)} \end{cases} \quad (3.4)$$

С понижением температуры амплитуда ПП  $A_1$  нарастает, и члены четвертого и  $n$ -го порядков в функционале (3.1) должны генерировать кратные гармоники, которые в эксперименте проявляются в сателлитах высшего порядка. Пространственное распределение магнитного момента  $M(z)$  выражается через ПП  $\eta(z)$  и  $\xi(z)$  посредством общего соотношения

$$M(z) = m\eta(z) e^{ik_0 z} + m^* \eta^*(z) e^{-ik_0 z}, \quad (3.5)$$

где  $m$  — постоянный вектор. Если  $m$  комплексно, выражение (3.5) определяет спиральную структуру, если вещественно — структуру TSW. Картина пространственного распределения ПП  $\eta(z)$  будет различна в случае (D) и (M). Мы начнем изучение ее для систем, допускающих инварианты Лифшица в функционале Ф.

#### 4. СИСТЕМЫ ДОПУСКАЮЩИЕ ЛИНЕЙНЫЕ ИНВАРИАНТЫ ЛИФШИЦА

Фазовые переходы в системах с линейными инвариантами впервые были исследованы Дзялошинским<sup>26</sup> на основе приближения постоянного модуля ПП:

$$\rho = \text{const}. \quad (4.1)$$

Модуль  $\rho$  и фаза  $\varphi$  определяются соотношениями  $\eta = \rho e^{i\varphi}$  и  $\xi = \rho e^{-i\varphi}$ .

В этом приближении функционал  $\Phi$  для случая (D) зависит только от одной величины  $\varphi(z)$ :

$$\Phi = \int dz \left[ \gamma \rho^2 \left( \frac{d\varphi}{dz} \right)^2 + 2\sigma \rho^2 \frac{d\varphi}{dz} + 2w \rho^n \cos n\varphi \right]. \quad (4.2)$$

Вариация  $\Phi$  приводит к следующему уравнению для фазы:

$$\frac{d^2(n\varphi)}{dz^2} + v \sin(n\varphi) = 0, \quad (4.3)$$

где  $v$  — эффективный параметр анизотропии:

$$v = n^2 \frac{w}{\gamma} \rho^{n-2}. \quad (4.4)$$

В отсутствие анизотропии уравнение (4.3) имеет решение  $\varphi = kz$ , описывающее одногармоническую несоизмеримую структуру, например простую спираль. С другой стороны, уравнение (4.3) имеет и однородное решение  $\varphi = 0$ , соответствующее соизмеримой структуре. При конечных  $v$  уравнение (4.3) должно описывать некоторое неоднородное распределение фазы ПП, задаваемое его точным решением, выраженным через эллиптическую функцию амплитуды:

$$\varphi = \frac{2}{n} \operatorname{am}(qz, \kappa), \quad (4.5)$$

где  $q = \sqrt{v/\kappa}$ , а  $\kappa$  — модуль эллиптических функций. Параметр  $\kappa$  соответствует постоянной интегрирования уравнения (4.3) и должен находиться из минимума энергии системы. (Вторая постоянная интегрирования — начальная координата  $z_0$  положена равной нулю.)

Энергия состояния, в котором распределение ПП описывалось формулой (4.5), выражается через полные эллиптические интегралы  $K$  и  $E$  первого и второго рода <sup>26.1</sup>:

$$\frac{\Phi}{\rho^2} = -2|\sigma| \frac{\pi \sqrt{v}}{n\kappa K} + 2\gamma \frac{v}{n^2} \left( \frac{\kappa^2 - 2}{\kappa^2} + \frac{4}{\kappa^2} \frac{E}{K} \right). \quad (4.6)$$

Минимизация этого уравнения по  $\kappa$  приводит к уравнению для  $\kappa$ :

$$\frac{E}{\kappa} = \sqrt{\frac{v_c}{v}}, \quad v_c = \frac{n^2 \pi^2 \sigma^2}{16\gamma^2}. \quad (4.7)$$

Модуль  $\kappa$  меняется в пределах  $0 \leq \kappa \leq 1$  при изменении эффективного параметра анизотропии, соответственно, от 0 до  $v_c$ . При таком изменении  $\kappa$  вид амплитудной функции меняется радикально. Как видно из рис. 9, возникает периодическая структура с некоторым периодом  $L$ , которая эволюционирует с изменением параметра  $v$ . С ростом  $v$  на длине периода  $L$  появляется участок, где фаза почти постоянна, но она резко меняется на концах периода, где изменение фазы происходит на  $2\pi/n$ . При  $v \rightarrow v_c$  относительная доля участка постоянной фазы возрастает. Систему в этих условиях можно представить как периодическую структуру доменов соизмеримой фазы (с постоянным значением  $\varphi$ , кратным  $2\pi/n$ ), разделенных доменными стенками — солитонами. Период функции (4.5)

$$L = \frac{4\kappa K}{\sqrt{v}}. \quad (4.8)$$

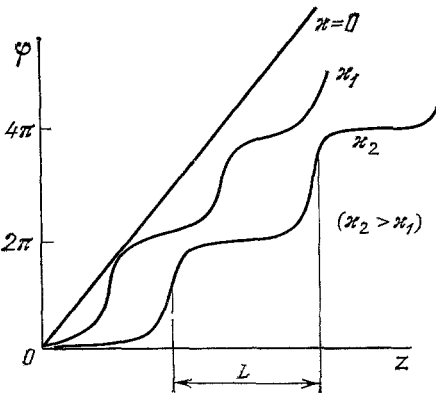


Рис. 9. График амплитудной эллиптической функции в зависимости от величины модуля  $\kappa$ .

Описанную солитонную картину легко увидеть из решения (4.5), если воспользоваться асимптотиками эллиптических интегралов <sup>28</sup>:

$\kappa \rightarrow 0$ :

$$K = \frac{\pi}{2} \left( 1 + \frac{\kappa^2}{4} + \dots \right), \quad E = \frac{\pi}{2} \left( 1 - \frac{\kappa^2}{4} + \dots \right), \quad (4.9)$$

$\kappa \rightarrow 1$  ( $\kappa' \equiv \sqrt{1 - \kappa^2} \rightarrow 0$ ):

$$K = \ln \frac{4}{\kappa'} + \dots, \quad E = 1 + \frac{1}{2} \kappa'^2 \ln \frac{4}{\kappa'} + \dots \quad (4.10)$$

Из (4.8) и (4.10) следует, что период солитонной решетки логарифмически расходится при стремлении  $v \rightarrow v_c$ . Поскольку волновой вектор модуляции  $k \sim 1/L$ , ясно, что при  $v \rightarrow v_c$   $k \rightarrow 0$ , т. е. в этом пределе волновой вектор несоизмеримой фазы стремится к своему соизмеримому значению  $K_0$ . Соизмеримая фаза является устойчивой при дальнейшем движении параметра  $v$ , т. е. при уменьшении температуры. Таким образом, теория Дзялошинского описывает явление записания волнового вектора при фазовом переходе НС  $\rightarrow$  С-типа.

Проиллюстрируем описываемую решением (4.5) эволюцию пространственного распределения ПП на примере спиральной структуры SS. Пусть волновой вектор спирали направлен вдоль главной оси кристалла (оси  $z$ ), а магнитные моменты лежат в базисной плоскости  $x, y$ . Магнитная анизотропия в этой плоскости описывается инвариантом  $(M_x + iM_y)^n + (M_x - iM_y)^n$ , который в терминах ПП записывался в виде  $\eta^n + \xi^n$  (см. выражение (3.1)). Анизотропия  $n$ -го порядка выделяет  $n$  эквивалентных направлений в плоскости, к которым стремятся подстроиться атомные магнитные моменты. Если анизотропии нет, магнитные моменты равномерно вращаются

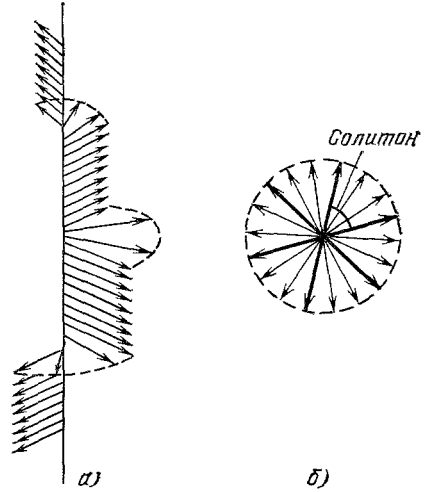


Рис. 10. Спиральная структура при наличии анизотропии в базисной плоскости.

а) Вид сбоку; б) вид сверху.

при смещении от слоя к слою в направлении  $z$ . Если анизотропия бесконечно велика, они прижимаются к одному из  $n$  выделенных направлений. Согласно рис. 10, при понижении температуры параметр  $v$  растет с ростом  $\kappa$  — модуля ПП, и при  $v = v_c$  магнитные моменты целой пачки плоскостей размера  $L$  ориентированы параллельно друг другу в направлении одной из осей анизотропии, затем при смещении вдоль оси  $z$  они быстро поворачиваются к соседней оси и остаются в этом направлении на длине  $L$ , затем поворачиваются к следующей оси, и т. д. Переход от одной оси к соседней, при котором фаза меняется на  $2\pi/n$ , отвечает доменной границе (солитону) (рис. 10).

Для экспериментальной проверки предсказываемой структуры несоизмеримой фазы можно было бы использовать метод рассеяния нейтронов. Для анализа нейтронной дифракции необходимо провести разложение Фурье ПП. Структура ряда может быть понята из известного разложения амплитудной функции <sup>28</sup>. Для фазы (4.5) имеем

$$\varphi(z) = \frac{\pi}{nK} qz + \sum_{p=1}^{\infty} \frac{2}{n \operatorname{ch}(\pi K' p/K)} \sin \left( p \frac{\pi}{K} qz \right), \quad (4.11)$$

где  $K(\kappa)$  и  $K' = K(\kappa')$  — полные эллиптические интегралы первого рода.

Учитывая выражение III через фазу  $\varphi$ , видим, что величина

$$k = \frac{\pi q}{nK} \tag{4.12}$$

представляет волновой вектор структуры. Сумма по  $p$  в выражении (4.11) приводит к кратным гармоникам в распределении III, причем ряд Фурье для  $\eta(z)$  содержит гармоники следующей кратности:

$$\begin{aligned} \pm p &= n \pm 1, \quad 2n \pm 1, \\ &3n \pm 1, \dots \end{aligned} \tag{4.13}$$

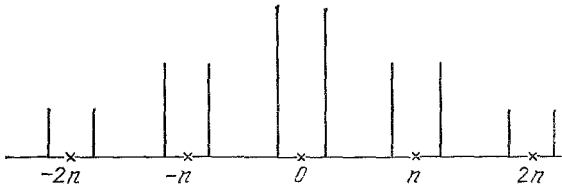


Рис. 11. Ряд Фурье для параметра порядка, описывающегося решением Дзялошинского (схематически).

Амплитуда гармоник быстро убывает с номером  $p$ , поскольку определяется фактором  $\text{ch}^{-1}(\pi K'p/K)$ . Структура гармонического ряда для III показана на рис. 11. Амплитуда гармоник и волновой вектор за-

висят от температуры посредством параметра  $\kappa$ . При  $\kappa = 0$ , как следует из асимптотик (4.9) и (4.10), в ряду для  $\eta(z)$  остаются лишь основные гармоники  $e^{\pm ikz}$ . С ростом  $\kappa$  появляются гармоники высшего порядка, амплитуда которых нарастает, а расстояние между ними уменьшается. При  $\kappa \rightarrow 1$  (что соответствует  $v \rightarrow v_c$ ) гармоники сливаются, образуя квазинепрерывный спектр.

Эволюция гармонического ряда для  $\eta(z)$  показана на рис. 12 для случая  $n = 1$ . Анизотропия первого порядка отвечает внешнему полю. Характерным для этого случая является появление центральной гармоники, которая резко нарастает с ростом поля и вбирает в себя всю интенсивность распределения при  $\kappa = 1$ . Таким образом, рис. 12 описывает плавный переход от несоизмеримой фазы с двумя основными гармониками в распределении III ( $p = \pm 1$ ) к соизмеримой фазе с центральной гармоникой ( $p = 0$ ). Эта фаза с однородной намагниченностью.

Картина нейтронной дифракции может быть выведена из общего выражения для сечений упругого магнитного рассеяния <sup>4</sup>:

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{d\Omega} \sim \sum_{\alpha\beta\gamma\gamma'} K_{\gamma\gamma'} (\delta_{\alpha\gamma} - e_{\alpha}e_{\gamma}) \times \\ \times (\delta_{\beta\gamma'} - e_{\beta}e_{\gamma'}) F_{\alpha}^*(\mathbf{Q}) F_{\beta}(\mathbf{Q}), \end{aligned} \tag{4.14}$$

где  $\mathbf{Q}$  — вектор рассеяния, а  $e$  — единичный вектор рассеяния. Величина  $K_{\gamma\gamma'}$  представляет среднее по спинам нейтронов в падающем пучке от произведения  $\sigma_{\gamma}\sigma_{\gamma'}$ , где  $\sigma_{\gamma}$  — матрица Паули.  $F(\mathbf{Q})$  — фурье-компонента плотности магнитного момента в кристалле.

Рассмотрим рассеяние от структуры SS с волновым вектором  $k$  вдоль оси  $z$  и спинами, лежащими в плоскости  $x, y$ . Такая структура задается соотношениями

$$M_x = M_0 \cos \varphi, \quad M_y = M_0 \sin \varphi, \quad M_z = 0. \tag{4.15}$$

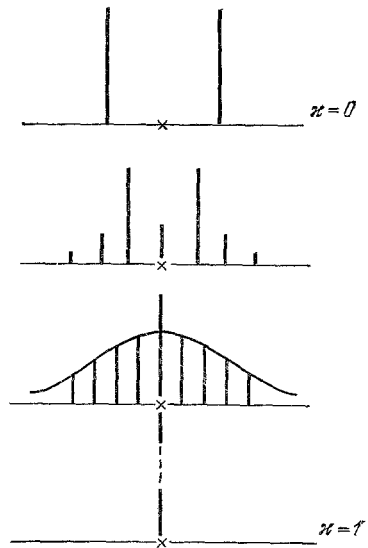


Рис. 12. Эволюция гармонического ряда для распределения параметра порядка при наличии анизотропии первого порядка ( $n = 1$  соответствует внешнему магнитному полю).



В отсутствие внешнего поля или анизотропии фаза  $\varphi = kz$ , и рассеяние поляризованных нейтронов описывается выражением <sup>29</sup>

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} \sim \sum_b \sum_{+, -} [1 + (\mathbf{em})^2 \pm 2(\mathbf{em})(\mathbf{ep}_0)] \delta(\mathbf{Q} - \mathbf{b} \pm \mathbf{k}), \quad (4.16)$$

где  $\mathbf{b}$  — произвольный вектор обратной решетки кристалла,  $\delta$ -функция определяет положение двух брэгговских магнитных пиков около каждого узла обратной решетки с  $\mathbf{Q} = \mathbf{b} \mp \mathbf{k}$ .

Интенсивность их определяется взаимной ориентацией вектора  $\mathbf{e}$ , вектора поляризации пучка  $\mathbf{p}_0$  и вектора спирали  $\mathbf{m}$ . Последний представляет единичный псевдовектор, перпендикулярный плоскости вращения спинов. Из (4.16) видно, что для неполяризованных нейтронов интенсивности обоих магнитных сателлитов одинаковы, а для поляризованных — зависят от ориентации  $\mathbf{p}_0, \mathbf{e}, \mathbf{m}$ . Легко

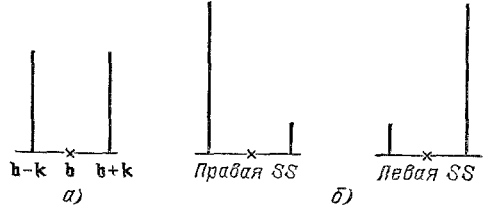


Рис. 13. Магнитные сателлиты для простой спирали при рассеянии неполяризованных (а) и поляризованных (б) нейтронов.

подобрать такую ориентацию векторов, что один из сателлитов будет полностью погашен, а второй будет иметь удвоенную величину (для однодомного образца, представляющего правую или левую спираль) (рис. 13).

Учтем теперь анизотропию  $n$ -го порядка в базисной плоскости. Гармоники в распределении ПП приводят к появлению сателлитов высших порядков в дифракционной картине. Сечение рассеяния, вычисленное из формулы (4.14) для  $n = 1$  дается следующим выражением <sup>30</sup>:

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{d\Omega} \sim \sum_b J_0^{x^2}(\kappa) (1 - e_x^2) \delta(\mathbf{Q} - \mathbf{b}) + \\ + \sum_b \sum_{+, -} \sum_{p=1}^{\infty} [J_p^{x^2}(\kappa) (1 - e_x^2) + J_p^{y^2}(\kappa) (1 - e_y^2) \pm \\ \pm 2J_p^x(\kappa) J_p^y(\kappa) (\mathbf{p}_0 \mathbf{e}) e_z] \delta(\mathbf{Q} - \mathbf{b} \pm p\mathbf{k}). \quad (4.17) \end{aligned}$$

Оно описывает сечение рассеяния в магнитном поле, приложенном в базисной плоскости вдоль оси  $-x$ . Амплитуды  $J_p^x(\kappa)$  зависят от модуля эллиптической функции  $\kappa$ :

$$\begin{aligned} J_0^x(\kappa) = 1 + \frac{2(E - K)}{\kappa^2 K}, \\ J_p^x(\kappa) = \frac{\pi^2}{\kappa^2 K^2} \frac{p}{\text{sh}(p\pi K'/K)}, \quad J_p^y(\kappa) = \frac{\pi^2}{\kappa^2 K^2} \frac{p}{\text{ch}(p\pi K'/K)}, \quad (4.18) \end{aligned}$$

а величина  $\kappa$  выражается через поле  $h$  (точнее  $h = H/M_0$ ) посредством уравнения

$$\frac{E}{\kappa} = \sqrt{\frac{h_c}{h}}, \quad h_c = \frac{\pi^2 \sigma^2}{8\gamma} \quad (4.19)$$

(фактически это переписанное уравнение (4.7) для  $n = 1$ ).

В слабых полях  $\kappa \ll 1$ , и с помощью асимптотики (4.9) получаем

$$\begin{aligned} J_1^x(\kappa) = \frac{1}{2} - \frac{3}{2} \left(\frac{\kappa}{4}\right)^4 + \dots, \quad J_1^y(\kappa) = \frac{1}{2} - \frac{5}{2} \left(\frac{\kappa}{4}\right)^4 + \dots, \\ J_0^x(\kappa) = -\frac{1}{8} \kappa^2 + \dots, \quad J_p^x(\kappa) = J_p^y(\kappa) = \frac{p}{2} \left(\frac{\kappa}{4}\right)^{2p-2} + \dots \quad (p > 2); \end{aligned}$$

при этом  $\kappa^2 = 2\gamma/\sigma^2 h$ . Отсюда видно, что интенсивность центрального пика  $\sim h^2$  (в такой же мере убывают основные сателлиты), а интенсивности сателлитов  $p$ -го порядка  $\sim h^{2p-2}$ .

В другом предельном случае  $\kappa \rightarrow 1$  ( $h \rightarrow h_c$ ) асимптотика (4.10) показывает, что волновой вектор  $k$  логарифмически стремится к нулю, и все рефлексы сближаются к центральному пику, интенсивность которого  $\sim [J_0^\alpha(\kappa)]^2 \rightarrow \rightarrow 1$ . В выражении (4.17) от суммирования по  $p$  можно перейти к интегрированию, в результате чего сечение описывается формулой

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} \sim \sum_b \left(1 - \frac{4}{\ln \frac{4}{\kappa'}}\right) (1 - e_x^2) \delta(Q - b) + \\ + \sum_b \frac{8}{\pi^2 \Delta \ln \frac{4}{\kappa'}} \left(\frac{Q_z - b_z}{\Delta}\right)^2 \left[ \frac{1 - e_x^2}{\text{sh}^2 \frac{Q_z - b_z}{\Delta}} + \frac{1 - e_y^2}{\text{ch}^2 \frac{Q_z - b_z}{\Delta}} - \frac{2e_z(\mathbf{p}_0 \mathbf{e})}{\text{sh} \frac{Q_z - b_z}{\Delta} \cdot \text{ch} \frac{Q_z - b_z}{\Delta}} \right] \times \\ \times \delta(Q_x - b_x) \delta(Q_y - b_y), \quad (4.20)$$

где  $\Delta = (2/\pi)\sqrt{h/2\gamma}$ . Видим, что на фоне диффузного пика шириной  $\Delta$  (в направлении оси  $z$ ) возникает интенсивная центральная компонента, в которую

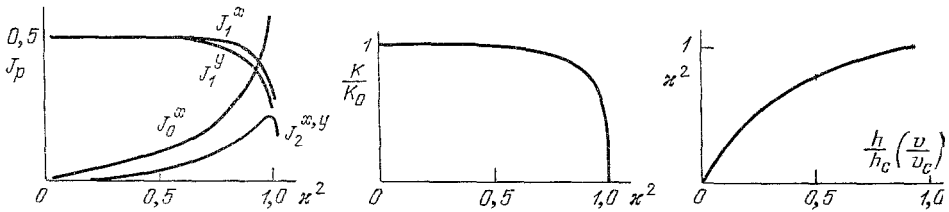


Рис. 14. Зависимость амплитуд  $J_p(\kappa)$  спутников  $p$ -го порядка и волнового вектора спирали от магнитного поля, приложенного в плоскости вращения спинов.

и перекачивается все рассеяние из диффузного пика при  $h = h_c$ . В этот момент происходит фазовый переход из несоизмеримой в соизмеримую структуру. Центральный пик возникает за счет появления намагниченности во внешнем поле, причем ее величина дается выражением

$$M_x = M_0 \int dz \cos \varphi = M_0 J_0^\alpha(\kappa).$$

Зависимость амплитуд рассеяния  $J_p^\alpha(\kappa)$  для произвольных значений  $\kappa$ , вычисленная по формулам (4.18) и (4.19), показана на рис. 14.

Естественная кристаллическая анизотропия в базисной плоскости должна дать качественно аналогичную картину рассеяния с учетом, конечно, прореживания высших спутников (см. (4.13)). Принципиальное отличие состоит в отсутствии центрального пика, поскольку соответствующее рассеяние гасится доменами соизмеримой фазы с различной ориентацией осей анизотропии. (В случае магнитного поля такая ось одна!) Точные формулы для сечения удается получить лишь для анизотропии второго порядка.

Изменение поля или температуры дает, по существу, одну и ту же солитонную картину фазового перехода и одну картину дифракции. Что будет, если при наложении поля учесть еще кристаллическую анизотропию? В приближении  $\rho = \text{const}$  это приводит к следующему уравнению для фазы III:

$$\frac{d^2\varphi}{dz^2} + v_1 \sin \varphi + v_n \sin(\varphi n) = 0, \quad (4.21)$$

где

$$v_1 = \frac{H}{2\gamma\rho}, \quad v_n = \frac{n\omega\rho^{n-2}}{\gamma}.$$

Оно имеет точные решения, выражающиеся через эллиптические функции, только для  $n = 2^{31,30}$ . Здесь возможны два однородных решения:

$$1) \cos \varphi = -1, \quad 2) \cos \varphi = -\frac{H}{8\mu\rho}, \quad (4.22)$$

соответствующих соизмеримым фазам. Одно отвечает ферромагнитному состоянию, когда поле приложено вдоль легкой оси, а второе — спин-флоп-

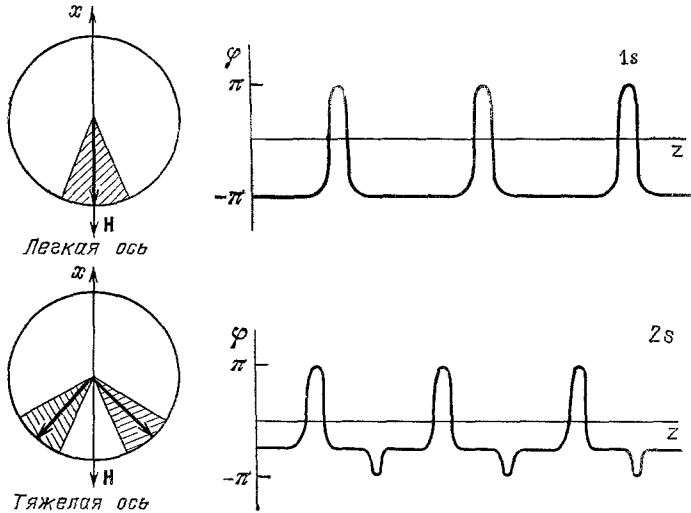


Рис. 15. Солитонная картина несоизмеримой фазы при наличии анизотропии второго порядка и внешнего магнитного поля.

фазе, когда поле приложено вдоль трудной оси. В соответствии с этим возникает два неоднородных решения: 1s — с одним типом солитонов и 2s — с двумя типами солитонов.

Взаимное отношение фаз поясняет рис. 15. В соизмеримой фазе 1 все магнитные моменты направлены вдоль поля. В фазе 1s они вращаются вокруг оси z, но чаще бывают в окрестности заштрихованного сектора. В фазе 2 имеются две энергетически эквивалентные ориентации магнитных моментов (два домена). В фазе 2s они также вращаются вокруг оси z, но чаще бывают в окрестности каждого из заштрихованных секторов. Имеется, таким образом, две доменные стенки (два солитона) с изменением фазы  $\varphi$  меньше  $\pi$  и больше  $\pi$ .

Фазовая диаграмма на плоскости анизотропия—поле показана на рис. 16. Она представляет типичное сечение объемной фазовой диаграммы при заданной температуре (не слишком близкой к  $T_c$ , где формально найденные решения неустойчивы). Фазовые переходы 1s  $\rightarrow$  1 и 2s  $\rightarrow$  2 из несоизмеримой фазы в соизмеримую являются переходами первого рода со скачками ПП. На линии раздела 2s-и 1s-фаз состояния непрерывно переходят друг в друга, и в работе<sup>31</sup> приводятся соображения, что такая граница вообще не является линией фазового перехода. На ней две системы сателлитов (четных и нечетных порядков) 2s-фазы трансформируются в единую систему сателлитов 1s-фазы. По этому изменению дифракционной картины рассеяния можно было бы определить границу двух несоизмеримых фаз. Вблизи границы перехода в соизмеримые 1s- или 2s-фазу возникает картина сближающихся сателлитов с резким увеличением центрального пика.

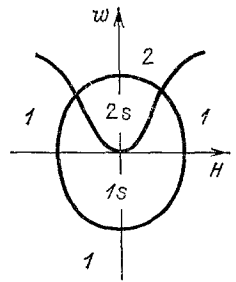


Рис. 16. Фазовая диаграмма при наличии анизотропии второго порядка и внешнего магнитного поля.

В случае анизотропии произвольного порядка картину нейтронной дифракции можно получить по теории возмущений<sup>30</sup>. Для малых полей ее можно представить так, что каждый сателлит, обусловленный анизотропией, генерирует свои суперсателлиты, обусловленные полем; таким образом, возникает гребенка сателлитов без пропусков.

### 5. СИСТЕМЫ, НЕ ДОПУСКАЮЩИЕ ИНВАРИАНТОВ ЛИФШИЦА

Подавляющее большинство модулированных магнитных структур в кристаллах получается за счет модуляции исходной ферро- или антиферромагнитной структуры с волновым вектором  $\mathbf{K}_0$ , симметрия которого не допускает линейных инвариантов (случай М). Для одно- и двухкомпонентного ПП приходится иметь дело с функционалами

$$\Phi = \int dz \left[ r\eta^2 + u\eta^4 + \gamma \left( \frac{d\eta}{dz} \right)^2 + \alpha \left( \frac{d^2\eta}{dz^2} \right)^2 \right], \quad (5.1)$$

$$\Phi = \int dz \left[ r(\eta\xi) + u(\eta\xi)^2 + w(\eta^n + \xi^n) + \gamma \frac{d\eta}{dz} \frac{d\xi}{dz} + \alpha \frac{d^2\eta}{dz^2} \frac{d^2\xi}{dz^2} \right], \quad (5.2)$$

которые назовем соответственно 1М и 2М.

В выражении (5.2) член  $w(\eta^n + \xi^n)$  описывает обычную кристаллическую анизотропию, соответствующую вектору  $\mathbf{K}_0$ . Например, при  $\mathbf{K}_0 = 0$   $n = 4$  для тетрагонального кристалла и  $n = 6$  для гексагонального. Никаких эффектов соизмеримости на основе этого функционала далее рассматриваться не будет.

Сначала рассмотрим функционал 1М для однокомпонентного ПП, описывающего, например, фазы LSW. Пространственное распределение ПП удовлетворяет нелинейному дифференциальному уравнению

$$\hat{L}\eta + 2u\eta^3 = 0, \quad (5.3)$$

где  $\hat{L}$  — дифференциальный оператор четвертого порядка:

$$\hat{L} = \alpha \frac{d^4}{dz^4} - \gamma \frac{d^2}{dz^2} + r. \quad (5.4)$$

Точные решения этого уравнения вряд ли можно найти, поэтому будем исследовать асимптотическое поведение решения вблизи фазового перехода. В окрестности  $T_c$ , где нелинейный член  $\sim u\eta^3$  мал, нулевое приближение по параметру  $u$  дает решение  $\eta_0 \sim \cos kz$ . Нелинейный член  $\sim \eta^3$  генерирует нечетные гармоники, поэтому решение уравнения (5.3) следует искать в виде ряда

$$\eta_1^* = A_1 \cos kz + A_3 \cos 3kz + A_5 \cos^5 5kz + \dots, \quad (5.5)$$

где амплитуда  $A_p$  и волновой вектор  $k$  должны определяться из минимума энергии  $\Phi_{НС}$ . Выражение для энергии получается после подстановки (5.5) в функционал (5.1) и последующего интегрирования. С точностью до первых трех гармоник<sup>32</sup>

$$\begin{aligned} \Phi_{НС} = & \frac{1}{2} [L(k) A_1^2 + L(3k) A_3^2 + L(5k) A_5^2] + \\ & + \frac{3}{8} u (A_1^4 + A_3^4 + A_5^4) + \frac{3}{2} u (A_1^2 A_3^2 + A_1^2 A_5^2 + A_3^2 A_5^2) + \\ & + \frac{1}{2} u A_1^3 A_3 + \frac{3}{2} u (A_1^2 A_3 A_5 + A_1 A_3^2 A_5); \end{aligned}$$

здесь  $L(k)$  — собственное значение оператора  $\hat{L}$ :

$$L(k) = \alpha k^4 + \gamma k^2 + r. \quad (5.6)$$

Минимизация по  $A_p$  позволяет выразить амплитуды всех кратных гармоник через основную:

$$A_3 = -\frac{u}{2L(3k)} A_1^3, \quad A_5 = \frac{3u^2}{4L(3k)L(5k)} A_1^5, \dots \quad (5.7)$$

и она в наинизшем приближении дается соотношением

$$A_1 = \sqrt{-\frac{r}{2u}} \sim \sqrt{T_c - T}. \quad (5.8)$$

Волновой вектор определяется из уравнения  $\partial\Phi_{\text{НС}}/\partial k = 0$ , т. е.

$$L'(k) A_1^2 + 3L'(3k) A_3^2 + 5L'(5k) A_5^2 + \dots = 0, \quad (5.9)$$

где штрих означает производную по аргументу. Оставляя вклад только первой кратной гармоники, получим отсюда

$$k^2 = k_0^2 \left( 1 - 24 \frac{A_3^2}{A_1^2} \right), \quad (5.10)$$

где  $k_0^2 = -\gamma/2\alpha$ . Таким образом, появление кратных гармоник приведет к температурной зависимости волнового вектора, определяющейся фактором  $A_3^2/A_1^2 \sim A_1^2 \sim (T_c - T)$ . Численный коэффициент здесь оказывается малым, так что порядок изменения величины  $\Delta k^2/k_0^2 \sim 10^{-2}$ . По мере продвижения вглубь НС-фазы (с понижением  $T$ ) нарастают другие кратные гармоники, которые дают свой отрицательный вклад в выражение для  $k^2$ . Однако анализ показывает, что  $k^2$  не может обратиться в нуль, т. е. непрерывного превращения несоизмеримой фазы в соизмеримую, какое мы видели в случае  $D$ , не происходит. Раньше, чем  $k^2$  стало бы нулем, произойдет фазовый переход первого рода в соизмеримую фазу (где  $k = 0$ ) со скачком волнового вектора.

Фазовая диаграмма для функционала  $1M$  на плоскости  $(\gamma, T)$  была построена Михельсоном<sup>27</sup> в приближении одной гармоники для ПП. Можно показать, что включение кратных гармоник не изменяет качественной структуры диаграммы (рис. 17), а лишь уточняет ее границы. Обе линии, ограничивающие НС-фазу, остаются парабололами, касательными к линии раздела исходной и С-фазы. Все эти три линии сходятся в лифшицевской точке ( $T = T_c, \gamma = 0$ ).

Из диаграммы следует, что при  $\gamma < 0$  с понижением температуры происходит смена фаз НС  $\rightarrow$  С (термодинамический путь  $a$ ). Во многих случаях наблюдается обратная последовательность фаз С  $\rightarrow$  НС. Она может возникнуть при  $\gamma > 0$ , если учесть перенормировку  $\gamma$  за счет включения в  $\Phi$  инварианта вида  $-\delta\eta^2 (d\eta/dz)^2$ . Тогда в  $\Phi$  вместо  $\gamma$  возникает эффективный параметр

$$\tilde{\gamma} = \gamma - \delta\eta^2, \quad (5.11)$$

и при достаточно большом  $\delta$  в конденсированной фазе, где  $\eta$  возрастает с понижением  $T$ ,  $\tilde{\gamma}$  будет уменьшаться с температурой, и, если станет отрицательной, произойдет переход в НС-фазу. Это приведет к температурному изменению волнового вектора в НС-фазе:

$$k_0 = \sqrt{-\frac{\tilde{\gamma}}{2\alpha}} \sim \sqrt{T_c - T}. \quad (5.12)$$

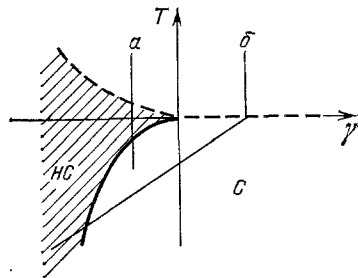


Рис. 17. Фазовая диаграмма для функционала, не содержащего инвариантов Лифшица. Штриховая линия — линия переходов второго рода, сплошная — первого рода;  $a$  и  $b$  — различные термодинамические пути.

Таким образом, возможным объяснением обратной последовательности фазовых переходов  $C \rightarrow HC$  может быть движение по термодинамическому пути  $\delta$ .

Исследуем теперь функционал (5.2) для двухкомпонентного ПП (функционал  $2M$ ), описывающий фазы  $SS$  или  $TSW$ . Имеем пару комплексно сопряженных уравнений минимизации:

$$\left. \begin{aligned} \hat{L}\eta + 2u\eta^2\xi + n w \xi^{n-1} &= 0, \\ \hat{L}\xi + 2u\xi^2\eta + n w \eta^{n-1} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (5.13)$$

В отсутствие анизотропии эти уравнения имеют точные решения:

$$\eta = A_1 e^{ikhz}, \quad \xi = A_1 e^{-ikhz}. \quad (5.14)$$

Анизотропия генерирует кратные гармоники, вид которых можно получить по методу Боголюбова — Митропольского<sup>33</sup>, рассматривая итерации уравнений по параметру  $w$ . Приходим к следующей форме гармонического ряда:

$$\eta = A_1 e^{ikhz} + \sum_{p=1}^{\infty} (A_{pn+1} e^{i(pn+1)hz} + A_{-pn+1} e^{-i(pn+1)hz}), \quad (5.15)$$

где амплитуды кратных гармоник имеют малость:

$$A_{-pn+1} \sim w^p u^{p-1} A_1^{pn-1}, \quad A_{pn+1} \sim w^p u^p A_1^{pn+1}. \quad (5.16)$$

Как видно из (5.15) и (4.13), в случае  $M$  имеется такая же структура гармоник, что и в случае  $D$ . Это естественно, поскольку в обоих случаях причиной кратных гармоник является анизотропия, а ее вид в обоих случаях одинаков.

В приближении первых двух кратных гармоник неравновесная энергия  $HC$ -фазы равна ( $n \geq 4$ )

$$\Phi_{HC} = L(k) A_1^2 + L((n-1)k) A_{-n+1}^2 + L((n+1)k) A_{n+1}^2 + u(A_1^2 + A_{-n+1}^2 + A_{n+1}^2)^2 + 2u A_1^2 (A_{-n+1} + A_{n+1})^2 + (n-1) w A_1^{n-1} A_{-n+1}. \quad (5.17)$$

Минимизируя по амплитудам и волновому вектору, получаем

$$A_1 = \sqrt{-\frac{L(k)}{2u}}, \quad A_{-n+1} = -\frac{(n-1)w A_1^{n-1}}{L((n-1)k) + 4u A_1^2}, \quad (5.18)$$

$$A_{n+1} = -\frac{2u A_1^2 A_{-n+1}}{L((n+1)k) + 4u A_1^2}, \quad (5.19)$$

Как и в случае однокомпонентного ПП, волновой вектор обратиться в нуль не может, так как поправочный член в (5.19) мал. Тип фазовой диаграммы на плоскости  $(\gamma, T)$  остается неизменным (рис. 17).

Таким образом, в системах без инвариантов Лифшица волновой вектор зависит от температуры посредством зависимости амплитуд кратных гармоник в распределении одно- или двухкомпонентного ПП, причем температурно зависящий член оказывается небольшим. Переход в соизмеримую фазу является фазовым переходом первого рода со скачком волнового вектора. Амплитуды кратных гармоник выражаются как соответствующая степень основной гармоники и нарастают по мере углубления в конденсированную фазу. Эти теоретические выводы соответствуют наблюдаемым экспериментальным данным, однако детальный их анализ мы дадим ниже.

До сих пор мы предполагали, что неоднородность структуры возникает по одному направлению в кристалле, т. е. звезда волнового вектора  $K$  двухлучевая. Структуры, для которых волновой вектор лежит в плоскости симметрии и его звезда имеет более двух лучей, должны описываться функционалами с производными по нескольким направлениям. Типичным функцио-

налом с двухкомпонентным ПП для таких ситуаций будет функционал (назовем его  $2M_2$ )

$$\begin{aligned} \Phi = \int dx dy & \left[ r\eta\xi + u(\eta\xi)^2 + w(\eta^4 + \xi^4) + \right. \\ & + \gamma \left( \frac{\partial\eta}{\partial x} \frac{\partial\xi}{\partial x} + \frac{\partial\eta}{\partial y} \frac{\partial\xi}{\partial y} \right) + \alpha_1 \left( \frac{\partial^2\eta}{\partial x^2} \frac{\partial^2\xi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\eta}{\partial y^2} \frac{\partial^2\xi}{\partial y^2} \right) + \\ & \left. + \alpha_2 \left( \frac{\partial^2\eta}{\partial x^2} \frac{\partial^2\xi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\eta}{\partial y^2} \frac{\partial^2\xi}{\partial x^2} \right) + \alpha_3 \frac{\partial^2\eta}{\partial x \partial y} \frac{\partial^2\xi}{\partial x \partial y} \right]. \end{aligned} \quad (5.20)$$

Исследуем описываемые им модулированные фазы в приближении одной гармонике:

$$\eta = A_1 e^{i(k_x x + k_y y)}, \quad \xi = \eta^*. \quad (5.21)$$

Соответствующую неравновесную энергию

$$\Phi_{НС} = [r + \gamma(k_x^2 + k_y^2) + \alpha_1(k_x^4 + k_y^4) + (2\alpha_2 + \alpha_3)k_x^2 k_y^2] A_1^2 + u A_1^4 \quad (5.22)$$

следует минимизировать по  $k_x$ ,  $k_y$  и  $A_1$ . Уравнения минимизации по  $k_x$  и  $k_y$  имеют два типа решений:

$$1) \quad k_x^2 = -\frac{\gamma_1}{2\alpha_1}, \quad k_y = 0 \text{ или } k_x = 0, \quad k_y^2 = -\frac{\gamma_1}{2\alpha_1}, \quad (5.23)$$

$$2) \quad k_x^2 = k_y^2 = -\frac{\gamma}{2\alpha_1 + 2\alpha_2 + \alpha_3}, \quad (5.24)$$

устойчивые при условиях  $\gamma < 0$ ,  $\alpha_2 + (\alpha_3/2) > \alpha_1$  и  $\gamma < 0$ ,  $\alpha_2 + (\alpha_3/2) < \alpha_1$ , соответственно. Симметрия обоих решений отвечает четырехлучевой звезде волнового вектора. Для фазы, описываемой решением 1, функционал  $2M_2$  переходит в функционал  $2M$  с производными по одному направлению. Включение в функционал  $2M_2$  других инвариантов второго порядка, например

$$\frac{\partial\eta}{\partial x} \frac{\partial\eta}{\partial y} - \frac{\partial\xi}{\partial x} \frac{\partial\xi}{\partial y},$$

приведет к новым решениям  $k_x^2 \neq k_y^2$ , обладающим меньшей симметрией (см. гл. 7).

Опираясь на эти типовые функционалы, можно проанализировать фазовые переходы в конкретных веществах. Прежде чем переходить к этому, завершим обсуждение общетеоретических вопросов изучением эффектов внешнего поля. Рассмотрим для определенности систему с двухкомпонентным ПП, например структуру SS, в поле, приложенном перпендикулярно волновому вектору. Поле можно рассматривать как анизотропию первого порядка. Включение члена

$$V_{\text{поле}} = H(\eta + \xi) \quad (5.25)$$

в функционал (5.2) приведет к следующему уравнению для  $\eta$ :

$$\alpha \frac{d^4\eta}{dz^4} - \gamma \frac{d^2\eta}{dz^2} + r\eta + 2u\eta^2\xi + H = 0 \quad (5.26)$$

и комплексно сопряженному уравнению для  $\xi$ . Естественную кристаллическую анизотропию мы не включили.

В отсутствие поля имеется точное решение этого нелинейного уравнения (пары уравнений) — с одной гармоникой (5.14). При малых полях асимптотическое решение имеет структуру

$$\eta = \sum_{p=-\infty}^{\infty} A_p e^{ipkz}, \quad (5.27)$$

т. е. содержит все кратные гармоники без пропусков, причем малость амплитуды определяется соотношениями

$$A_1 \sim 1, \quad A_0, A_2 \sim H, \quad A_{-1}, A_3 \sim H^2, \dots \quad (5.28)$$

Действуя уже описанным выше методом, находим волновой вектор НС структуры в поле:

$$k^2 = k_0^2 \left( 1 - 12 \frac{A_2^2}{A_1^2} \right). \quad (5.29)$$

Его полевая зависимость определяется амплитудой первой кратной гармоники, причем  $A_2^2/A_1^2 \sim H^2$ .

Таким образом, в малых полях происходит лишь некоторое искажение спиральной структуры, описывающееся появлением кратных гармоник и уменьшением волнового вектора. В очень большом критическом поле  $H_c$ , очевидно, структура SS должна разрушиться и возникает состояние с однородной намагниченностью вдоль поля. При  $H \geq H_c$  ПП содержит лишь одну нулевую гармонику  $A_0$ , определяющуюся из кубического уравнения

$$rA_0 + 2uA_0^3 + H = 0. \quad (5.30)$$

В подкритических полях  $H < H_c$  возникает неоднородное состояние, обычно называемое FAN-структурой. Чтобы найти его, используем другой асимптотический предел: будем искать решение уравнения (5.21) в виде ряда по степеням  $u$ , оставив полевой член в уравнении нулевого приближения, которое имеет точное решение вида

$$\eta_0 = A_0 + A_1 e^{ikz} + A_{-1} e^{-ikz}. \quad (5.31)$$

Нелинейный член  $\sim u\eta^2\xi$  генерирует новые гармоники, которые находятся из минимизации энергии. Наименьшей энергией обладает решение с симметрией

$$A_1 = -A_{-1}, \quad A_2 = A_{-2}, \quad A_3 = -A_{-3}, \dots, \quad (5.32)$$

которое мы и рассмотрим. Для него амплитуды  $A_1, A_2, A_3$  определяются выражениями

$$A_1^2 = -\frac{L(k) - 2uA_0^2}{6u}, \quad A_2 = \frac{4uA_1^2 A_0}{L(2k)}, \quad A_3 = \frac{4uA_1^3}{L(3k)}, \quad (5.33)$$

а амплитуда нулевой гармоники (намагниченность) удовлетворяет кубическому уравнению

$$\left[ r - \frac{2}{3} L(k) \right] A_0 + \frac{10}{3} u A_0^3 + H = 0 \quad (H < H_c). \quad (5.34)$$

Это уравнение совместно с уравнением  $A_1 = 0$  определяет на плоскости  $(T, H)$  линию фазового перехода в состояние с однородной намагниченностью. В неявном виде она задается парой уравнений

$$-L(k) + 2uA_0^2 = 0, \quad rA_0 + 2uA_0^3 + H = 0. \quad (5.35)$$

Волновой вектор НС-фазы вблизи этой линии зависит от  $H$  и  $T$  через амплитуды  $A_0$  и  $A_1$ :

$$k^2 = k_0^2 \left[ 1 - \frac{192u^2}{L^2(2k)} A_1^2 A_0^2 \right]. \quad (5.36)$$

Пространственное распределение проекций плотности магнитного момента определяется выражениями

$$\begin{aligned} M_x &= \eta + \xi = 2A_0 + 4A_2 \cos 2kz + \dots \\ M_y &= i(\eta - \xi) = -4A_1 \sin kz - 4A_3 \sin 3kz + \dots, \end{aligned} \quad (5.37)$$

определяющими параметрически связь компонент  $M_x$  и  $M_y$  (годограф). В сильных полях годограф представляет незамкнутую кривую (отрезок пара-



болы), по которой движется конец вектора  $M(z)$  при равномерном перемещении вдоль оси  $z$  (рис. 18). Это и описывает веерную, или FAN-, структуру. Ранее веерная структура определялась так, что конец вектора  $M(z)$  движется по отрезку прямой, перпендикулярной полю. Прямую превращает в параболу член с гармоникой  $\sim A_3$ , который необходимо учитывать, поскольку  $A_2$  и  $A_3$  одного порядка. В слабых полях годограф представляет замкнутую кривую. В промежуточном поле  $H_c^* \sim |L(0) - 2L(k)| A_1$  происходит

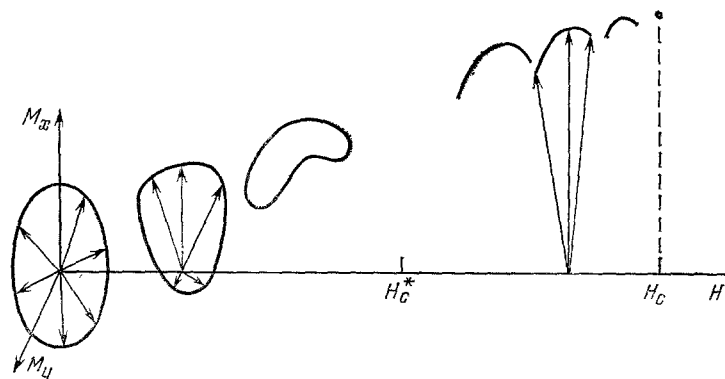


Рис. 18. Деформация спирали во внешнем поле, приложенном в направлении  $y$ .

смена топологии годографа, и эта точка, по всей видимости, есть точка фазового перехода.

Опираясь на результаты феноменологической теории, изложенные в разделах 4 и 5, проанализируем далее экспериментальный материал по нейтронографии модулированных магнитных фаз в кристаллах и фазовых переходах между ними. Особый интерес представляет изучение магнитных фаз в двух классах веществ: в редкоземельных металлах и в тетрагональных кристаллах типа  $TbAg_2$  группы  $D_{4h}^{17}$ , поскольку в каждом из этих классов имеется множество представителей, имеющих одну и ту же кристаллическую структуру, но различные магнитные структуры.

### 6. АНАЛИЗ МАГНИТНЫХ ФАЗОВЫХ ПЕРЕХОДОВ В РЕДКОЗЕМЕЛЬНЫХ МЕТАЛЛАХ

В РЗ металлах тяжелой группы существуют структуры LSW и SS с волновым вектором  $[00\mu]$ , где  $\mu$  зависит от температуры, но остается малым в пределах 0,28<sup>19,34</sup>. Следовательно, можно говорить о модуляции структур с волновым вектором  $K_0 = 0$ . Наблюдаемые структуры классифицированы по неприводимым представлениям (НП) с  $k = 0$  группы  $D_{6h}^4$  (табл. II); при этом оказывается, что структура LSW с ориентацией спинов вдоль главной оси кристалла описывается одномерным представлением  $\tau_3$ , а структура SS со спинами, лежащими в базисной плоскости, описывается двумерным представлением  $\tau_9$  (номенклатура всюду по Ковалеву<sup>35</sup>).

В классификации модулированных структур по НП симметричной точки теряется различие между HC- и C-фазами, поскольку LSW структура и ферромагнитная структура F (с ориентацией спинов вдоль гексагональной оси) характеризуются одним НП  $\tau_3$ , а спиральная структура SS и структура F (с ориентацией спинов в базисной плоскости) — НП  $\tau_9$ .

Нетрудно показать, что фазовый переход в LSW-структуру описывается функционалом типа 1M, а в SS-структуру — функционалом 2M, где порядок анизотропии  $n = 6$ . В последнем случае функционал описывает оба магнитных перехода, включая переход  $SS \rightarrow F$  из C- в HC-фазу, наблюдае-

Таблица II

Экспериментальные данные по магнитным структурам РЗ металлов<sup>19</sup>  
и результаты симметричного анализа<sup>36</sup>,  
 $m_z = (001)$ ,  $m = (1 - i 0)$ ,  $\xi = \eta^*$

Металл	Структура	$T_c$ , К	К	ПП, $K_0 = 0$	Выражение для $M(z)$ через ПП	Функционал
Tm	LSW	57	$[00\mu]$	$\tau_3$	$\eta m_z$	1M
Ho	SS	130	$[00\mu]$	$\tau_9$	$\eta m + \xi m^*$	2M ( $n = 6$ )
	FS	19	$+k = 0$	$\tau_9 + \tau_3$	$\eta_1 m_z + \eta m + \xi m^*$	
Tb	SS	230	$[00\mu]$	$\tau_9$	$\eta m + \xi m^*$	2M ( $n = 6$ )
	F	219	$k = 0$	$\tau_9$		
Dy	SS	176	$[00\mu]$	$\tau_9$	$\eta m + \xi m^*$	2M ( $n = 6$ )
	F	88	$k = 0$	$\tau_9$		
Er	LSW	84	$[00\mu]$	$\tau_3$	$\eta_1 m_z$	1M
	LSW+SS	52	$[00\mu]$	$\tau_3 + \tau_9$	$\eta_1 m_z + \eta m + \xi m^*$	1M + 2M ( $n = 6$ )
	FS	18	$+k = 0$	$\tau_3 + \tau_9$		

мый в Tb и Dy. Фазовый переход  $SS \rightarrow FS$  в Ho совершенно другого типа, поскольку он идет между фазами различной симметрии. Каскад фазовых переходов в Er должен описываться двумя связанными ПП — однокомпонентным (симметрии  $\tau_3$ ) и двухкомпонентным (симметрии  $\tau_9$ ). Если бы не было в этом металле SS-структуры, имел бы место в чистом виде фазовый переход  $LSW \rightarrow F$  из C- в HC-структуру по представлению  $\tau_3$ . Второй этап этого каскада — переход  $LSW + SS \rightarrow FS$  является переходом из HC- в C-структуру (по отношению к  $S_z$ -компоненте спинов). Обе фазы описываются одним и тем же представлением  $\tau_3 + \tau_9$ . Все переходы из HC- в C-фазу в РЗ металлах являются переходами первого рода. Как видим, все они должны описываться фазовой диаграммой Михельсона (рис. 17) для  $\gamma < 0$ . Следует иметь в виду, что параметр  $\gamma$  для РЗ металлов зависит от температуры благодаря своеобразному механизму возникновения в них магнитной неоднородности, обусловленному взаимодействием атомных спинов с электронами проводимости. Вследствие этого термодинамический путь при изменении температуры не есть прямая  $a$  на рис. 17, а некоторая сложная кривая. Волновой вектор LSW-или SS-структуры зависит от температуры. Эта зависимость, с одной стороны, определена собственной зависимостью параметра  $\gamma(T)$ , а с другой — обусловлена вкладом кратных гармоник. Представляло бы большой интерес разделить оба этих вклада.

Поскольку магнитные фазовые переходы в РЗ металлах описываются уже исследованными функционалами 1M и 2M, все явления, теоретически рассмотренные в предыдущем разделе, могут проявляться в них. Одно из них — появление спутников высшего порядка за счет анизотропии, соответствующих кратным гармоникам ПП. В нейтронографических исследованиях Ho в фазе SS действительно наблюдаются спутники 5-го и 7-го порядков, соответствующие спиновым проекциям в базисной плоскости<sup>43</sup>. Именно такие спутники и должны быть (см. (5.15)), поскольку при гексагональной симметрии порядок анизотропии в базисной плоскости  $n = 6$  и поэтому  $n \pm 1 = 5$  и 7. В Er в фазе LSW наблюдаются спутники нечетного порядка (рис. 6) в соответствии с теорией, так как проекции спинов на гексагональную ось чувствуют анизотропию второго порядка ( $n = 2$ ).

В промежуточной модулированной фазе (CS) в Er наблюдаются спутники 3-го и 5-го порядков, обусловленные спиновыми проекциями на базисную плоскость. Спутники 3-го порядка не могут быть объяснены анизотропией в этой плоскости, однако их существование становится понятным

на основе функционала  $1M + 2M$  со связанными ПП <sup>37</sup>. Действительно, запишем для  $Eg$  функционал энергии в обменном приближении с учетом одноосной анизотропии:

$$\Phi = \int dz \left[ rM^2 + uM^4 + \gamma \left( \frac{dM}{dz} \right)^2 + \alpha \left( \frac{d^2M}{dz^2} \right)^2 - KM_z^2 \right]. \quad (6.1)$$

В кристалле  $Eg$   $M_z$  преобразуется по одномерному НП группы  $D_{6h}^4$ , а  $M_x$  и  $M_y$  — по двумерному НП. Можно ввести, таким образом, два ПП — однокомпонентный  $\zeta$  и двухкомпонентный  $(\eta, \xi)$ :

$$\zeta = M_z; \quad \eta = M_x + iM_y, \quad \xi = M_x - iM_y. \quad (6.2)$$

В этих терминах  $\Phi$  записывается как функционал двух взаимодействующих ПП:

$$\Phi = \int dz \left\{ r_1 \zeta^2 + r_2 (\eta \xi) + \gamma \left[ \left( \frac{d\zeta}{dz} \right)^2 + \frac{d\eta}{dz} \frac{d\xi}{dz} \right] + \right. \\ \left. + \alpha \left[ \left( \frac{d^2\zeta}{dz^2} \right)^2 + \frac{d^2\eta}{dz^2} \frac{d^2\xi}{dz^2} \right] + u (\zeta^2 + \eta \xi)^2 \right\}. \quad (6.3)$$

Величины  $r_1$  и  $r_2$  отличаются на величину  $K$  — энергию одноосной анизотропии, которая и расщепляет магнитный фазовый переход: сначала появляется упорядочение  $\zeta$  (LSW), затем  $(\eta, \xi)$  (SS).

В фазе LSW ПП содержит нечетные гармоники (см. (5.5)):

$$\zeta = \sum_p A_p \cos(pkz), \quad p = 1, 3, 5, \dots \quad (6.4)$$

В фазе CS дополнительно возникает упорядочение  $M_x$  и  $M_y$ -проекций, описываемое ПП:

$$\eta = \sum_p (B_p e^{ipkz} + B_{-p} e^{-ipkz}), \quad (6.5)$$

с набором кратных гармоник, амплитуды которых следует определить из минимизации энергии. Если пренебречь анизотропией в базисной плоскости, то кратных гармоник в распределении (6.5) не существует. Они появляются благодаря связи с ПП  $\zeta$ , причем их амплитуды выражаются через амплитуду основной гармоники в  $\zeta$ :

$$B_3 \sim uA_1^2 B_1, \quad B_5 \sim u^2 A_1^4 B_1, \dots \quad (6.6)$$

Анализ точных выражений для амплитуд  $B_3$  и  $B_5$  показывает, что они проходят через максимум при изменении температуры от  $T_2$  к  $T_3$  <sup>37</sup>.

В температурной зависимости волнового вектора некоторых РЗ металлов проявляются эффекты соизмеримости. Так, например, в  $Ho$  с понижением температуры  $\mu$  меняется от 0,28 и запирается при достижении  $\mu = 1/6$ . При соответствующей температуре возникает соизмеримая фаза FS. Для описания этого явления следует строить функционал непосредственно для волнового вектора  $\mathbf{K} = [00\frac{1}{6}]$ . Звезда волнового вектора  $[00\mu]$  двухлучевая  $\{\mathbf{k}\}$ , и структура SS описывается двумерным НП  $\tau_5$  группы  $G_k$ . Соответствующее НП для пространственной группы  $D_{6h}^4$  четырехмерно. Обозначим базисные функции для одного из ее лучей  $\mathbf{k}$   $\eta_1$  и  $\eta_2$ , а для другого луча —  $\xi_1$  и  $\xi_2$ . Полный потенциал с учетом инвариантов шестого порядка для соизмеримого вектора  $\mathbf{K}_0$  оказывается равным

$$\Phi = \int dz \left[ r (\eta_1 \xi_2 + \eta_2 \xi_1) + u (\eta_1^2 \xi_2^2 + \eta_2^2 \xi_1^2) + u' \eta_1 \eta_2 \xi_1 \xi_2 + \right. \\ \left. + i\sigma \left( \eta_1 \frac{d\xi_2}{dz} - \xi_1 \frac{d\eta_2}{dz} + \eta_2 \frac{d\xi_1}{dz} - \xi_2 \frac{d\eta_1}{dz} \right) + \gamma \left( \frac{d\eta_1}{dz} \frac{d\xi_2}{dz} + \frac{d\eta_2}{dz} \frac{d\xi_1}{dz} \right) + \right. \\ \left. + w (\eta_1^6 + \eta_2^6 + \xi_1^6 + \xi_2^6) + w' (\eta_1^3 \xi_2^3 + \eta_2^3 \xi_1^3) + w'' (\eta_1^3 \eta_2^3 + \xi_1^3 \xi_2^3) + \right. \\ \left. + w''' (\eta_1^3 \xi_1^3 + \eta_2^3 \xi_2^3) + w'''' (\eta_1 \xi_2 (\eta_2 \xi_1)^2 + \eta_2 \xi_1 (\eta_1 \xi_2)^2) \right]. \quad (6.7)$$

Появление линейного инварианта Лифшица не должно быть удивительным, поскольку разложение (6.7) написано не для симметричной точки зоны Бриллюэна  $\mathbf{K}_0 = 0$  (для которой функционал  $\Phi$  был бы  $2M$ ), а для линии  $\mathbf{K}_0 = [00\mu]$ , где симметрия уже другая. На этой линии вид первых пяти инвариантов не зависит от величины  $\mu$ , однако вид анизотропных членов (пропорциональных  $w, w', \dots$ ) специфичен для конкретного значения  $\mu = 1/6$ . Функционал (6.7) описывает систему вблизи значения волнового вектора  $[00\frac{1}{6}]$  и содержит соответствующие эффекты соизмеримости.

Простая спираль описывается парой отличных от нуля значений ПП:  $(\eta_1, \xi_2)$  и  $(\eta_2, \xi_1)$  (правая и левая спираль). При наличии всех четырех компонент ПП имеет место суперпозиция двух спиралей различной поляризации. Рассмотрим, например, фазу  $(\eta_1, \xi_2)$ . Тогда общее выражение (6.7) упрощается (у  $\eta$  и  $\xi$  индексы опущены):

$$\Phi = \int dz \left[ r (\eta\xi) + u (\eta\xi)^2 + w (\eta^6 + \xi^6) + i\sigma \left( \eta \frac{d\xi}{dz} - \xi \frac{d\eta}{dz} \right) + \gamma \frac{d\eta}{dz} \frac{d\xi}{dz} \right], \quad (6.8)$$

и мы приходим, следовательно, к функционалу ( $D$ ) для  $n = 6$ . Картина описываемого им записания волнового вектора на значении  $[00\frac{1}{6}]$  известна. Типичное поведение волнового вектора и наблюдается вблизи второй точки фазового перехода в  $\text{Ho}$ . Аналогичным образом могут быть объяснены записание волнового вектора в  $\text{Tm}$  при  $\mu = 2/7$  (с помощью анизотропного члена  $w (\eta^{14} + \xi^{14})$ ) и в  $\text{Er}$  при  $\mu = 1/4$ .

Таким образом, вся картина для фазовых переходов в РЗ металлах и структуры их фаз могут быть объяснены в рамках феноменологической теории. Представляло бы интерес из микромоделей получить эффективный функционал Гинзбурга — Ландау и выразить тем самым феноменологические параметры функционала через микрохарактеристики металла.

## 7. МАГНИТНЫЕ ФАЗОВЫЕ ПЕРЕХОДЫ В КРИСТАЛЛАХ ТИПА $\text{TbAg}_2$

Другой обширный класс веществ с изоморфной кристаллической структурой и разнообразными модулированными магнитными фазами представляют соединения типа  $\text{TbAg}_2$ .

Сведения о магнитной структуре этих веществ и все необходимые ссылки можно найти в справочнике <sup>5</sup>. Магнитные атомы  $\text{Tb}$  занимают в кристалле  $\text{TbAg}_2$  позицию 2 ( $a$ ) пространственной группы  $D_{4h}^{14} - I4/mmm$ , а немагнитные — позицию 4 ( $e$ ). Таким образом, магнитные атомы образуют объемноцентрированную тетрагональную решетку Браве с одним атомом на примитивную ячейку.

Как видно из табл. III, разнообразные магнитные структуры в кристаллах этого класса представляют длиннопериодические модуляции антиферромагнитных структур с волновыми векторами:

$$\mathbf{K}_0 = 0, \quad \text{звезда } \{\mathbf{k}_{14}\}, \quad (7.1)$$

$$\mathbf{K}_0 = \frac{2\pi}{c} [001] = \frac{1}{2} (\mathbf{b}_1 + \mathbf{b}_2 - \mathbf{b}_3), \quad \text{звезда } \{\mathbf{k}_{15}\}, \quad (7.2)$$

$$\mathbf{K}_0 = \frac{2\pi}{a} \left[ \frac{1}{2} \frac{1}{2} 0 \right] = \frac{1}{2} \mathbf{b}_3, \quad \text{звезда } \{\mathbf{k}_{13}\}. \quad (7.3)$$

Переход от дифракционных обозначений волновых векторов к принятым в теории представлений пространственных групп достигается с помощью кратчайших векторов примитивной обратной ячейки объемноцентрированного тетрагонального кристалла:

$$\mathbf{b}_1 = 2\pi \left[ 0 \frac{1}{a} \frac{1}{c} \right], \quad \mathbf{b}_2 = 2\pi \left[ \frac{1}{a} 0 \frac{1}{c} \right], \quad \mathbf{b}_3 = 2\pi \left[ \frac{1}{a} \frac{1}{a} 0 \right].$$

Таблица III

Экспериментальные данные по магнитным структурам в кристаллах типа DyAg<sub>2</sub> и результаты симметричного анализа<sup>36</sup>

Вещество	Структура	T <sub>c</sub> , К	К	НП К <sub>0</sub>	Выражение через НП	Функционал		
DyAg <sub>2</sub>	TSW	15	$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ [μμ0], μ=0,426	τ <sub>7</sub>	ηm <sub>7</sub> e <sup>iK<sub>0</sub>t<sub>n</sub></sup>	1M		
	A	9,5	$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \end{bmatrix}$					
DyAu <sub>2</sub>	TSW	33,8	[μμ0], μ=0,411					
	A	25,5	$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \end{bmatrix}$	τ <sub>7</sub>				
TbAu <sub>2</sub>	TSW	55	[μμ0], μ=0,418— 0,422	τ <sub>7</sub>				
	A	42,5	$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \end{bmatrix}$					
DyC <sub>2</sub>	TSW	59	[μμ0], μ=0,382	τ <sub>7</sub>				
HoAg <sub>2</sub>	LSW	5,7	[μμ0], μ=0,413	τ <sub>5</sub> τ <sub>7</sub>			(η <sub>1</sub> m <sub>5</sub> + η <sub>2</sub> m <sub>7</sub> )e <sup>iK<sub>0</sub>t<sub>n</sub></sup>	1M + 1M
HoAu <sub>2</sub>	LSW + TSW	4,7						
	TSW	9,2	[μμ0], μ=0,406	τ <sub>3</sub>			(η <sub>1</sub> m <sub>3</sub> + η <sub>2</sub> m <sub>7</sub> )e <sup>iK<sub>0</sub>t<sub>n</sub></sup>	
ErAu <sub>2</sub>	TSW + A	7,8	$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \end{bmatrix}$	τ <sub>7</sub>				
	TSW	6,7	[μμ0], μ=0,4	τ <sub>3</sub>	(η <sub>1</sub> m <sub>3</sub> + η <sub>2</sub> m <sub>5</sub> )e <sup>iK<sub>0</sub>t<sub>n</sub></sup>			
ErAg <sub>2</sub>	TSW + A	4,0	$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \end{bmatrix}$	τ <sub>5</sub>				
	SS	5,2	[μμ0], μ=0,407	τ <sub>3</sub> + τ <sub>5</sub>				
	SS + A	3,5	$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ , [μμ0]	τ <sub>3</sub> + τ <sub>5</sub>	(η <sub>1</sub> m <sub>3</sub> + η <sub>2</sub> m <sub>5</sub> )e <sup>iK<sub>0</sub>t<sub>n</sub></sup>			
HoC <sub>2</sub>	SS	26	$\begin{bmatrix} 001 \\ \mu 01 \end{bmatrix}$ , μ=1/8	τ <sub>9</sub>	ηm <sub>9</sub> e <sup>iK<sub>0</sub>t<sub>n</sub></sup> + ξm <sub>9</sub> *e <sup>-iK<sub>0</sub>t<sub>n</sub></sup>	2M <sub>2</sub>		
TbC <sub>2</sub>	SS	66	[μ01], μ=1/8	τ <sub>9</sub>	ξ = η*			
MnAu <sub>2</sub> [1]	SS	370	$\begin{bmatrix} 000 \\ C0\mu \end{bmatrix}$ , μ=0, 142—0,125	τ <sub>9</sub>	ηm <sub>9</sub> + ξm <sub>9</sub> *	2M (n=4)		
PrCo <sub>2</sub> Ge <sub>2</sub> <sup>38</sup>	LSW	27	[00μ], μ=0,058	τ <sub>3</sub>	η(001)	1M		

В магнитных структурах, связанных с однолучевыми звездами {k<sub>14</sub>} и {k<sub>15</sub>}, спины лежат в базисной плоскости и преобразуются, следовательно, по двумерному представлению. Единственное двумерное представление для обеих звезд есть τ<sub>9</sub>. Для звезды {k<sub>13</sub>} все НП одномерны на луче и двумерны для всей пространственной группы. В магнитном представлении d<sup>k</sup><sub>M</sub> на магнитных атомах кристалла содержатся три НП:

$$d_M^k = \tau_3 + \tau_5 + \tau_7 \quad \{k_{13}\}. \quad (7.4)$$

Атомные компоненты псевдовекторных базисных функций всех необходимых НП представлены в табл. IV.

Базисные функции неприводимых представлений группы  $D_{4h}^{17}$   
для единственного магнитного атома в примитивной ячейке кристалла

{k <sub>14</sub> } {k <sub>15</sub> }			{k <sub>13</sub> }		
			τ <sub>3</sub>	τ <sub>5</sub>	τ <sub>7</sub>
1	m <sub>9</sub> (1 - i0)	k <sub>1</sub>	m <sub>3</sub> (110)	m <sub>5</sub> (110)	m <sub>7</sub> (001)
2	(1i0)	k <sub>2</sub>	(110)	(110)	(001)

Начнем с анализа магнитных фаз, отвечающих модуляции структуры с  $\mathbf{k} = 0$ . Для MnAu<sub>2</sub> двумерному представлению τ<sub>9</sub> звезды {k 14} отвечает функционал 2M для  $n = 4$ . Для соединения PrCo<sub>2</sub>Ge<sub>2</sub> одномерному представлению τ<sub>3</sub> звезды {k<sub>14</sub>} отвечает функционал вида 1M.

Перейдем теперь к соединениям, описываемым двухлучевой звездой {k<sub>13</sub>}. Обозначим коэффициенты смешивания базисных функций для лучей  $\mathbf{k}_1 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$  и  $\mathbf{k}_2 = \begin{bmatrix} 1 & \bar{1} \\ 2 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ , соответственно, η и ξ. Они являются параметрами порядка. Для НП τ<sub>7</sub> получаем

$$\Phi = \int d\mathbf{r} [r(\eta^2 + \xi^2) + u(\eta^4 + \xi^4) + v\eta^2\xi^2 + \gamma'_1(\eta_x^2 + \eta_y^2 + \xi_x^2 + \xi_y^2) + \gamma'_2(\eta_x\eta_y - \xi_x\xi_y) + \alpha'_1(\eta_{xx}^2 + \eta_{yy}^2 + \xi_{xx}^2 + \xi_{yy}^2) + \alpha'_2(\eta_{xx}\eta_{yy} + \xi_{xx}\xi_{yy}) + \alpha'_3(\eta_{xy}^2 + \xi_{xy}^2) + \alpha'_4[(\eta_{xx} + \eta_{yy})\eta_{xy} - (\xi_{xx} + \xi_{yy})\xi_{xy}]]. \quad (7.5)$$

Мы не выписываем инвариантов, содержащих производные по координате z, поскольку наблюдается модуляция только по направлению в базисной плоскости. Линейные по производным инварианты отсутствуют (они отсутствуют для всех НП, содержащихся в табл. IV). Для магнитных структур в TbAu<sub>2</sub>, DyC<sub>2</sub>, DyAg<sub>2</sub>, DyAu<sub>2</sub> с волновым вектором [μμ0] следует перейти к производным по l и t по направлениям [110] и [110], что достигается с помощью линейного преобразования

$$l = x + y, \quad t = x - y. \quad (7.6)$$

В этих переменных функционал (7.5) диагонализировать по производным и принимает форму

$$\Phi = \int dl dt \{r(\eta^2 + \xi^2) + u(\eta^4 + \xi^4) + v\eta^2\xi^2 + \gamma_1(\eta_l^2 + \xi_l^2) + \gamma_2(\eta_t^2 + \xi_t^2) + \alpha_1(\eta_{ll}^2 + \xi_{ll}^2) + \alpha_2(\eta_{tt}^2 + \xi_{tt}^2) + \alpha_3(\eta_{ll}\eta_{tt} + \xi_{ll}\xi_{tt}) + \alpha_4(\eta_{lt}^2 + \xi_{lt}^2)\}, \quad (7.7)$$

откуда видно, что оба направления [110] и [110] являются эквивалентными. При расшифровке магнитных структур с многолучевыми звездами предполагается, что реализуется однолучевая структура. Поэтому положим в (7.7) один из НП, например ξ, равным нулю. Если предположить, что константы γ<sub>1</sub> и γ<sub>2</sub> разного знака, то энергетически выгодно возникновение структуры, модулированной только в одном направлении. Таким образом, следует предположить, что в соединениях TbAu<sub>2</sub>, DyC<sub>2</sub>, DyAg<sub>2</sub>, DyAu<sub>2</sub>

$$\xi = 0, \quad \gamma_1 < 0, \quad \gamma_2 > 0, \quad (7.8)$$

чтобы реализовалась наблюдаемая в них магнитная структура. При этом для этих конкретных веществ функционал Гинзбурга — Ландау становится одномерным и эффективно однокомпонентным:

$$\Phi = \int dl (r\eta^2 + u\eta^4 + \gamma_1\eta_l^2 + \alpha_1\eta_{ll}^2). \quad (7.9)$$

Он совпадает по сути с функционалом 1M. Наблюдаемый в этих соединениях переход в соизмеримую структуру с изменением волнового вектора  $[\mu\mu 0] \rightarrow \rightarrow \left[ \frac{1}{2} \frac{1}{2} 0 \right]$  отвечает термодинамическому пути  $a$  на фазовой диаграмме (см. рис. 17).

Для двух других НП  $\tau_3$  и  $\tau_5 \{k_{13}\}$  вид инвариантов во взятом приближении такой же, как и для НП  $\tau_7$ , так что функционал (4.7) соответствует всем трем НП звезды  $\{k_{13}\}$ .

В кристаллах  $\text{HoAg}_2$ ,  $\text{ErAu}_2$ ,  $\text{ErAg}_2$  возникает смешанная фаза, характеризующаяся парой НП звезды  $\{k_{13}\}$ . Для системы двух взаимодействующих НП  $(\eta_1, \xi_1)$  и  $(\eta_2, \xi_2)$  функционал состоит из трех слагаемых:

$$\Phi = \Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_{12}, \tag{7.10}$$

где  $\Phi_1$  дается выражением (5.2) для  $\eta_1$  и  $\xi_1$  и таким же выражением для  $\eta_2$  и  $\xi_2$ , но с другими значениями параметров  $r, u, w, \dots$ . Смешанный член для всех пар НП имеет вид

$$\Phi_{12} = \int dl dt [v_1 (\eta_1^2 \eta_2^2 + \xi_1^2 \xi_2^2) + v_2 (\eta_1^2 \xi_2^2 + \eta_2^2 \xi_1^2)] \tag{7.11}$$

Таким образом, последовательности фазовых переходов в указанных соединениях описываются одномерным функционалом двух связанных однокомпонентных НП:

$$\Phi = \int dl (r_1 \eta_1^2 + u_1 \eta_1^4 + \gamma_1 \eta_{1,l}^2 + \alpha_1 \eta_{1,ll}^2 + r_2 \eta_2^2 + u_2 \eta_2^4 + \gamma_2 \eta_{2,l}^2 + \alpha_2 \eta_{2,ll}^2 + v \eta_1^2 \eta_2^2) \tag{7.12}$$

при условиях на параметры  $\gamma_1$  и  $\gamma_2$ :  $\gamma_1 < 0, \gamma_2 < 0$  ( $\text{HoAg}_2$ ),  $\gamma_1 < 0, \gamma_2 > 0$  ( $\text{HoAu}_2, \text{ErAu}_2$ ). Нейтронографические данные по  $\text{ErAg}_2$  показывают существование в низкотемпературной фазе соизмеримой и несоизмеримой составляющих одного и того же НП. Функционал (7.12) не допускает существования такой фазы. Возможно, в эксперименте проявляется доменная магнитная структура.

Переходим теперь к соединениям  $\text{HoC}_2$  и  $\text{TbC}_2$ . Симметрии  $\tau_9 \{k_{15}\}$  отвечает функционал с неоднородностью в плоскости  $x, y$ :

$$\begin{aligned} \Phi = \int dx dy \{ & r (\eta \xi) + u (\eta \xi)^2 + w (\eta^4 + \xi^4) + \\ & + \gamma_1 (\eta_x \xi_x + \eta_y \xi_y) + \gamma_2 (\eta_x^2 + \xi_x^2 - \eta_y^2 - \xi_y^2) + i \gamma_3 (\eta_x \eta_y - \xi_x \xi_y) + \\ & + \alpha_1 (\eta_{xx} \xi_{yy} + \eta_{yy} \xi_{xx}) + \alpha_2 (\eta_{xx} \xi_{yy} + \eta_{yy} \xi_{xx}) + \alpha_3 \eta_{xy} \xi_{xy} + \\ & + \alpha_4 (\eta_{xx}^2 - \eta_{yy}^2 + \xi_{xx}^2 - \xi_{yy}^2) + \alpha_5 [\eta_{xy} (\eta_{xx} + \eta_{yy}) - \xi_{xy} (\xi_{xx} + \xi_{yy})] \}. \end{aligned} \tag{7.13}$$

Он содержит дополнительные неоднородные инварианты по отношению к типовому функционалу  $2M_2$  (5.20), рассмотренному нами ранее. Функционал (5.20) приводит к симметричным решениям (5.24), которые и описывают магнитные структуры в  $\text{HoC}_2$  и  $\text{TbC}_2$ . Дополнительные неоднородные инварианты приводят к несимметричным решениям, для которых  $k_x^2 \neq k_y^2$ . Нетрудно увидеть, что при понижении температуры неоднородная анизотропия второго порядка (инварианты  $\sim \gamma_2$  и  $\sim \gamma_3$ ) приводит к появлению кратных гармоник нечетных порядков. Их учет приводит к температурному изменению величины и направления волнового вектора  $k$ .

В кристаллах  $\text{HoC}_2$  и  $\text{TbC}_2$ , для которых был получен функционал (7.13), реализуются структуры  $\mathbb{S}\mathbb{S}$  с волновым вектором  $k = (k_x 0 0)$ , отвечающим симметричному решению типа (5.23). В ряде веществ, однако, возникают модулированные структуры с волновым вектором  $k$ , лежащим в общем положении (см. табл. I). За это, по-видимому, ответственны механизмы неоднородной анизотропии типа  $\text{tex}$ , которые только что были рассмотрены.

### 8. ВЛИЯНИЕ ВНЕШНИХ ПОЛЕЙ НА ВОЛНОВОЙ ВЕКТОР НЕСОИЗМЕРИМЫХ ФАЗ

Выше уже рассматривалось изменение волнового вектора простой спирали в магнитном поле, приложенном в плоскости вращения спинов, т. е. в направлении, перпендикулярном волновому вектору. Величина волнового вектора уменьшалась с ростом поля (в обоих случаях — при наличии инвариантов Лифшица в свободной энергии и без них), однако, ориентация вектора оставалась неизменной при заданной геометрии. Проведенное исследование можно обобщить в двух направлениях, рассматривая магнитные поля с общей ориентацией по отношению к волновому вектору, а также прикладывая к системе другие физические воздействия, например деформацию<sup>39-41, 61</sup>.

Если поле приложено в произвольном направлении к волновому вектору несоизмеримой структуры, ориентированному, скажем, в направлении  $z$ , то симметрия может иногда допускать градиентные инварианты вдоль другого направления, что приведет к неустойчивости фазы с исходной ориентацией волнового вектора. Неустойчивость появится, например, если допускаются инварианты вида

$$\lambda H_x H_z i \left( \eta \frac{\partial \xi}{\partial x} - \xi \frac{\partial \eta}{\partial x} \right). \quad (8.1)$$

Появление указанного инварианта вызовет отклонение волнового вектора в направлении  $x$ . Характер этого отклонения зависит от того, какова исходная структура — соизмеримая или несоизмеримая. Если она соизмерима, существует энергия соизмеримости в функционале  $\Phi$ , описываемая инвариантом  $w$  ( $\eta^n + \xi^n$ ). В приближении постоянного модуля  $\rho$  для ПП задача о равновесном распределении ПП в поле описывается, очевидно, функционалом

$$\Phi = \int dz \left[ \gamma \rho^2 \left( \frac{d\varphi}{dz} \right)^2 + 2\lambda H_x H_z \rho^2 \frac{d\varphi}{dz} + 2w \rho^n \cos n\varphi \right], \quad (8.2)$$

который, по существу, совпадает с уже рассмотренным нами функционалом (4.2). Решение соответствующей вариационной задачи имеет вид<sup>40</sup> (см.(4.5))

$$\varphi(x) = \begin{cases} \text{const}, & H_x H_z \leq H_c^2, \\ \frac{2}{n} \arctan(qx, \kappa), & H_x H_z \geq H_c^2, \end{cases} \quad (8.3)$$

где

$$H_c^2 = \frac{4}{\pi \lambda} \sqrt{w \gamma} \rho^{(n-2)/2}, \quad q = \frac{n}{\kappa} \sqrt{\frac{w}{\gamma}} \rho^{(n-2)/2}. \quad (8.4)$$

Таким образом, существует некоторое пороговое значение величины  $H_x H_z$ , до которого сохраняется соизмеримая структура (это может быть обычная ферро- или антиферромагнитная структура или же модулированная структура с соизмеримым волновым вектором) за счет энергии соизмеримости. При превышении порога в системе возникает модуляция в направлении  $x$ , описываемая формулой (8.3). Из нее же видно, что если исходная структура несоизмерима, модуляция в  $x$ -направлении индуцируется косо ориентированным полем безпороговым образом.

Укажем на другие принципиальные возможности управления волновым вектором магнитным полем через инварианты типа

$$c_{\alpha\beta} H_\alpha H_\beta \eta^2 + \text{к. с.}, \quad (8.5)$$

$$d_{\alpha\beta} H_\alpha H_\beta \frac{d\eta}{dz} \frac{d\xi}{dz}. \quad (8.6)$$

Первая из этих возможностей для модулированного антиферромагнетика, в котором модуляция обусловлена инвариантом Лифшица, была отмечена



в <sup>26</sup>. Если поле приложено в плоскости вращения спинов, которая перпендикулярна волновому вектору антиферромагнетика  $\mathbf{K}_0$ , то инвариант (8.5) описывает наведенную полем анизотропию второго порядка, которая по механизму, описанному в гл. 4, может привести к изменению величины волнового вектора  $\mathbf{K}$  до соизмеримого значения  $\mathbf{K}_0$ . Инвариант типа (8.6) приводит к непосредственному изменению константы  $\gamma$  в общем функционале (3.1) — (3.2), которая определяет величину волнового вектора согласно одному из выражений (3.4). Обобщенное выражение вида

$$D_{\alpha\beta\gamma\delta} H_\alpha H_\beta \frac{\partial \eta}{\partial x^\gamma} \frac{\partial \xi}{\partial x^\delta} \quad (8.7)$$

содержит возможность изменения не только величины волнового вектора, но и его направления. Ясно, что косо ориентированное к вектору  $\mathbf{K}_0$  поле должно неизбежно его поворачивать, поскольку симметрия системы (кристалл + поле) уже не отражает «хорошей» ориентации волнового вектора. Для несоизмеримой структуры этот поворот будет иметь место в сколь угодно слабом поле, для соизмеримой структуры он должен начинаться с некоторого порога.

Аналогичные эффекты должны возникать и при других внешних воздействиях на систему, например при наличии деформации. Их роль можно показать на одном хорошем примере. В кубическом кристалле  $\text{ZnCr}_2\text{Se}_4$  при  $T_N = 21\text{K}$  возникает спиральная магнитная структура SS с волновым вектором вдоль ребра куба, близким к вектору  $\mathbf{K}_0 = (001/2)$ <sup>10</sup>. Магнитный фазовый переход является здесь переходом первого рода, причем он сопровождается возникновением спонтанной деформации в направлении волнового вектора. При понижении температуры волновой вектор спирали изменяется строго пропорционально изменению отношения параметров решетки  $c/a$ , характеризующего величину деформации (рис. 19). Можно показать, что эта линейная связь между  $K$  и  $c/a$  возникает из симметрии системы.  $\text{ZnCr}_2\text{Se}_4$  имеет структуру шпинели, и магнитные атомы Cr занимают позиции 16 (d) пространственной группы  $O_h^-$ . Магнитные моды антиферромагнитной структуры с  $\mathbf{K}_0 = (001/2)$  были вычислены в <sup>4</sup>, и из сравнения их с наблюдаемой структурой SS следует, что она представляет слабую модуляцию коллинеарной антиферромагнитной структуры, описываемой двумя двумерными неприводимыми представлениями  $\tau_1$  и  $\tau_2$  группы вектора  $\mathbf{K}_0$ . Обозначив компоненты ПП, преобразующиеся по  $\tau_1$ , через  $(\eta_1, \eta_2)$ , а по  $\tau_2$  — через  $(\xi_1, \xi_2)$ , можно получить функционал  $\Phi$  для четырехкомпонентного ПП. Он содержит инвариант Лифшица, включающий базисные функции обоих неприводимых представлений:

$$\sigma \left( \xi_1 \frac{d\eta_1}{dz} - \eta_1 \frac{d\xi_1}{dz} + \eta_2 \frac{d\xi_2}{dz} - \xi_2 \frac{d\eta_2}{dz} \right). \quad (8.8)$$

Существуют также два инварианта, содержащие компоненту тензора деформации  $\epsilon_{zz}$ :

$$\beta_1 \left( \xi_1 \frac{d\eta_1}{dz} - \xi_2 \frac{d\eta_2}{dz} \right) \epsilon_{zz} + \beta_2 \left( \eta_2 \frac{d\xi_2}{dz} - \eta_1 \frac{d\xi_1}{dz} \right) \epsilon_{zz}. \quad (8.9)$$

Структура SS, наблюдаемая в  $\text{ZnCr}_2\text{Se}_4$ , описывается следующим заданием компонент ПП:

$$\eta_1 = \eta \sin kz, \quad \xi_1 = \eta \cos kz, \quad \eta_2 = \xi_2 = 0.$$

Для полного класса решений задача определения равновесной структуры сводится к минимизации функционала с однокомпонентным ПП, взаимо-

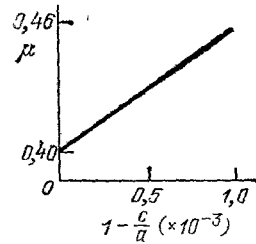


Рис. 19. Связь волнового вектора спиральной структуры в  $\text{ZnCr}_2\text{Se}_4$  со спонтанной деформацией решетки.

действующим с деформацией  $\varepsilon_{zz}$ :

$$\Phi_{ss} = r\eta^2 + u\eta^4 + \sigma k\eta^2 + \gamma k^2\eta^2 + L\varepsilon_{zz}^2 + \delta\eta^2\varepsilon_{zz} + \beta k\eta^2\varepsilon_{zz}, \quad (8.10)$$

откуда получаем величину волнового вектора  $k$  и спонтанной деформации  $\varepsilon_{zz}^0$ :

$$k = -\frac{\sigma + \beta\varepsilon_{zz}^0}{2\gamma}, \quad (8.11)$$

$$\varepsilon_{zz}^0 = -\frac{1}{2L} \left( \delta - \frac{\sigma}{2\gamma} \beta \right) \eta^2, \quad \eta^2 \approx -\frac{r}{2u}. \quad (8.12)$$

Соотношение (8.11) и демонстрирует линейную связь между  $k$  и  $\varepsilon_{zz}^0$ , обусловленную инвариантами (8.8) и (8.9).

Исключение величины  $\varepsilon_{zz}$  из выражения (8.10) приводит к перенормировке

$$u \rightarrow u - \frac{1}{2L} \left( \delta - \frac{\sigma}{2\gamma} \beta \right)^2,$$

в результате которой  $u$  может стать отрицательным, что привело бы к переходу первого рода. На эксперименте наблюдается переход первого рода, однако однозначного заключения об указанном механизме сделать нельзя, поскольку при наличии магнитострикции магнитные флуктуации, не учитываемые в этом расчете, также приводят к срыву фазового перехода второго рода на переход первого рода<sup>42</sup>.

Следует отметить, что кристалл  $\text{ZnCr}_2\text{Se}_4$  является редким примером, где модуляции магнитной структуры обусловлены инвариантами Лифшица. Несмотря на высокую симметрию этого кристалла, линейный по градиентам инвариант существует благодаря участию двух неприводимых представлений. Как известно, такие инварианты описывают энергию малых релятивистских взаимодействий, поэтому обусловленная ими модуляция должна быть также мала. Действительно, в  $\text{ZnCr}_2\text{Se}_4$  угол поворота спинов на двух соседних плоскостях кристалла составляет  $42^\circ$  при  $T = 4,2 \text{ K}$ <sup>10</sup>. Если бы этот угол был точно  $45^\circ$ , это соответствовало бы антиферромагнитной структуре с волновым вектором  $\mathbf{K}_0 = (00\frac{1}{2})$ , откуда ясно, что вектор модуляции  $\mathbf{k}$  очень мал. Другой пример модулированных магнитных структур, обусловленных инвариантами Лифшица, представляют два изоморфных соединения  $\text{MnSi}$  и  $\text{FeGe}$ , имеющих пространственную группу  $T^4$ , не содержащую центра инверсии. В обоих кристаллах вектор модуляции также очень мал<sup>22,23</sup>. Подобная закономерность сохраняется и в чисто структурных модуляциях кристаллов.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Обширный экспериментальный материал по модулированным магнитным структурам кристаллов и фазовым переходам между ними может быть понят на основе минимизации функционалов Гинзбурга — Ландау для неоднородного распределения параметра порядка. Такие явления, как температурная и полевая зависимости волнового вектора, появление на нейтронограмме спутников высшего порядка, смена соизмеримых и несоизмеримых фаз, являются проявлениями эффектов нелинейности в системе и описываются решениями дифференциальных нелинейных уравнений для параметра порядка, минимизирующих свободную энергию. Для каждого конкретного магнитного фазового перехода такой функционал может быть построен аналогично тому, как здесь было показано на ряде примеров.

Дальнейшее развитие физики модулированных фаз было бы целесообразно вести по двум направлениям. С одной стороны, путем экспериментального изучения различных свойств магнитных фаз можно было бы определять параметры феноменологического функционала Гинзбурга — Ландау для конкретных веществ, а с другой, исходя из микроскопических моделей, выве-

сти этот функционал, получив тем самым микроскопическую расшифровку его параметров. Как составная часть этой программы, имеет актуальное значение построение фазовых диаграмм магнитных состояний, например на плоскости температура — магнитное поле, как это было сделано недавно на MnP.

Другое направление — изучение эффектов соизмеримости, т. е. аномалий физических свойств при прохождении волнового вектора через соизмеримое значение. Тщательные магнитные, акустические, dilatометрические измерения показали такие аномалии там, где раньше нейтронографические эксперименты не обнаруживали их. Примером могут служить последние исследования гольмия<sup>43</sup>. Представляло бы интерес непосредственно проверить солитонную картину несоизмеримой фазы путем нейтронографических исследований. Возможным объектом для проверки соответствующей теории дифракции, развитой в гл. 4, могли бы быть кристаллы MnSi и FeGe, в которых существование спиральных структур обусловлено инвариантами Лифшица. Необходима также экспериментальная проверка предсказания хаотических несоизмеримых структур<sup>3,44</sup>.

Мы ограничились в данном обзоре рассмотрением статических свойств модулированных магнитных фаз. Динамика соизмеримых и несоизмеримых структур имеет специфические особенности, в которых снова проявляются эффекты соизмеримости. Спектр колебаний модулированных структур был установлен аналитически для систем, имеющих инварианты Лифшица<sup>45,46</sup>, причем в приближении постоянного модуля параметра порядка<sup>27</sup>. Соответствующие возбуждения — фазоны — исследуются с помощью рассеяния света и нейтронов в немагнитных кристаллах в окрестности структурных фазовых переходов<sup>47,2</sup>. Для магнитных модулированных фаз такие экспериментальные исследования еще не начаты. Не исследовалась также проблема теоретического анализа спектров колебаний модулированных структур в системах без инвариантов Лифшица. Заметим, что для подавляющего большинства магнитоупорядоченных кристаллов с модулированными структурами симметрия не допускает линейных инвариантов Лифшица, поэтому спектр колебаний таких систем остается полностью неизученным.

Институт физики металлов УНЦ АН СССР,  
Свердловск

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Herpin A., Meriel P. — *J. de Phys.*, 1961, t. 22, p. 337.
2. Petzelt J. — In: *Phase Transitions*. — Cordon and Breach, 1981. — V. 2, p. 155.
3. Bak P. — *Rept. Progr. Phys.*, 1982, v. 45, p. 587.
4. Изюмов Ю. А., Найш В. Е., Озеров Р. П. *Нейтронография магнетиков*. — М.: Атомиздат, 1981.
5. Oles A., Kajzar F., Kusab M., Sikora W. *Magnetic Structures Determined by Neutron Diffraction*. — Warszawa; Krakov, 1976.
6. Schafer W., Will G. — *J. Phys. and Chem. Sol.*, 1979, v. 40, p. 239.
7. Bak P., Jensen M. H. — *J. Phys. Ser. C*, 1980, v. 13, p. L881.
8. Plumer M. L., Walker M. B. — *Ibid.*, 1981, v. 14, p. 4689.
9. Rossat-Mignod J., Burlet P., Vogt O., Landers G. H. — *Ibid.*, 1979, v. 12, p. 1101.
10. Akimitsu J., Siratori K., Shirane G., Iizumi M., Watanabe T. — *J. Phys. Soc. Japan*, 1978, v. 44, p. 172.
11. Adam A., Billerey D., Terrier C., Mainard R., Regnault L. P., Rossat-Mignod J., Meriel P. — *Sol. State Comm.*, 1980, v. 35, p. 1. Day P., Moore M. W., Wilkinson C., Ziebeck R. R. A. — *J. Phys. Ser. C*, 1981, v. 14, p. 3423.
12. Adachi K., Achiwa N., Mekata M. — *J. Phys. Soc. Japan*, 1980, v. 49, p. 545.
13. Funahashi S., Hamaguchi J., Tanaka T., Bannai E. — *Sol. State Comm.*, 1977, v. 23, p. 859.
14. Schobinger-Papamantellos P. — *JMMM*, 1982, v. 28, p. 97.
15. Komatsubara T., Sato N., Kuni S., Oguro I., Furukawa Y., Onuki Y., Kasuya T. — *JMMM*, 1983, v. 31–34, pt. 1, p. 368.

16. Burlet P., Rossat-Mignod J., Effantin J. M., Kasuya T.,
17. Kunii S., Komatsubara T. — J. Appl. Phys., 1982, v. 53, p. 2149.  
Takigawa M., Yasuoka H., Tanaka T., Ishizawa Y., Kasaya M.,  
Kasuya T. — JMMM, 1983, v. 31-34, p. 1, p. 391.
18. Soubeyroux J. L., Buffat B., Chevreau N., Demazeau G. —  
Physica, Ser. B, 1983, v. 120, p. 227.
19. Koehler W. C. — In: Magnetic Properties of Rare Earth Metals/Ed. R. J. Elliott. —  
N.Y.: Plenum Press, 1972.
20. Atoji M. — J. Chem. Phys., 1968, v. 48, p. 560.
21. Habenschuss M., Stassis C., Sinha S. K., Deckman H. W., Spedding  
F. H. — Phys. Rev. Ser. B, 1974, v. 10, p. 1020.
22. Ishikawa Y., Komatsubara T., Hirahara E. — Phys. Rev. Lett.,  
1969, v. 23, p. 532.
23. Sharira Y. — J. Appl. Phys., 1982, v. 53, p. 1914.
24. Бразовский С. А., Дзялошинский И. Е., Кухаренко Б. Г. —  
ЖЭТФ, 1976, т. 70, с. 2237.
25. Mukamel D., Krinsky S. — Phys. Rev. Ser. B, 1976, v. 13, p. 5065, 5078.
26. Дзялошинский И. Е. — ЖЭТФ, 1964, т. 47, с. 992.
27. Michelson A. — Phys. Rev. Ser. B, 1977, v. 16, p. 577, 585, 5121.
28. Уиттекер Э. Т., Ватсон Дж. Курс современного анализа. — М.: Физматгиз,  
1969.
29. Изюмов Ю. А. — ЖЭТФ, 1962, т. 42, с. 1673.
30. Изюмов Ю. А., Лаптев В. М. — ЖЭТФ, 1983, т. 85, с. 2189.
31. Головкин В. А., Санников Д. Г. — ЖЭТФ, 1982, т. 82, с. 959.
32. Изюмов Ю. А., Лаптев В. М., Петров С. Б. — ФТТ, 1984, т. 26, с. 734.
33. Боголюбов Н. Н., Митропольский Ю. А. Асимптотические методы  
в теории нелинейных колебаний. — М.: Наука, 1974.
34. Белов К. П. Редкоземельные магнетики и их применение. — М.: Наука, 1980.
35. Ковалев О. В. Неприводимые представления пространственных групп. — Киев:  
Изд-во АН УССР, 1961.
36. Izumov Yu. A., Laptev V. M., Petrov S. B. — JMMM, 1984.
37. Изюмов Ю. А., Лаптев В. М., Петров С. Б. — ФММ, 1984, т. 58.
38. Pinto H., Melamud M., Gurewitz E. — Acta Cryst. Ser. A, 1979, v. 35,  
p. 533.
39. Витебский И. М. — ЖЭТФ, 1982, т. 82, с. 357.
40. Барьяхтар В. Г., Витебский И. М. Влияние поля на неоднородные сверх-  
структуры: Препринт ИТФ-83-24Р. — Киев, март 1983.
41. Витебский И. М. — ФММ, 1983, т. 55, с. 468.
42. Ларкин А. И., Пиккин С. А. — ЖЭТФ, 1969, т. 56, с. 1664.
43. Baruchel J., Drillat A., Fort D., Jones D. W., Palmer S. B.,  
Schlenker M. — JMMM, 1983, v. 31, p. 183.
44. Rokrovsky V. L. — J. de Phys., 1981, t. 42, p. 761.
45. Булаевский Л. Н., Хомский Д. И. — ЖЭТФ, 1978, т. 74, с. 1863.
46. Покровский В. Л., Талапов А. А. — ЖЭТФ, 1978, т. 75, с. 1151.
47. Головкин В. А., Леванюк А. П. — ЖЭТФ, 1981, т. 81, с. 2296.
48. Rossat-Mignod J., Burlet P., Villain J., Bartholin H.,  
Wang Tchong-Si, Florence D., Vogt O. — Phys. Rev. Ser. B, 1977,  
v. 16, p. 440.
49. Meier G., Fischer P., Halg W., Lebech B., Rainford B. D.,  
Vogt O. J. — J. Phys. Ser. C, 1978, v. 11, p. 1172.
50. Fischer P., Lebech B., Meier G., Rainford B., Vogt O. — Ibid.,  
p. 345.
51. Meier G., Fischer P., Halg W., Lebech B., Rainford B. D.,  
Vogt O. — Ibid., p. 1173.
52. Bartholin H., Florence D., Wang Tchong-Si, Vogt O. — Phys.  
Stat. Sol. Ser. a, 1974, v. 24, p. 631.
53. Bartholin H., Burlet P., Quezel S., Rossat-Mignod J.,  
Vogt O. — J. de Phys., 1979, v. 40, Colloq. C5, p. 130.
54. Fisher M. E., Selke W. — Phys. Rev. Lett., 1980, v. 44, p. 1502.
55. Покровский В. Л., Уймин Г. В. — ЖЭТФ, 1982, т. 82, с. 1640.
56. Нагаев Э. Л. — УФН, 1982, т. 136, с. 61.
57. Walker M. B. — Phys. Rev. Ser. B, 1980, v. 22, p. 1338.
58. Головкин В. С., Быков В. Н., Левдик В. А. — Металлофизика, 1980,  
т. 2, с. 48.
59. Beille J., Voiron J., Roth M. — Sol. State Comm., 1983, v. 47, p. 399.
60. Барьяхтар В. Г., Стефановский Е. П. — ФТТ, 1969, т. 11, с. 1946.
61. Барьяхтар В. Г., Яблонский Д. А. — ФТТ, 1982, т. 24, с. 2522.