1983 г. Сентябрь *Том 141, вып. 1*

УСПЕХИ ФИЗИЧЕСКИХ НАУК

ИЗ ТЕКУЩЕЙ ЛИТЕРАТУРЫ

537.311.8

НОВОЕ В ИССЛЕДОВАНИЯХ $1/f$-ШУМА

Г. Н. Бочков, Ю. Е. Кузовлев

СОДЕРЖАНИЕ

1. ВВЕДЕНИЕ

Электрический $1/f$-шум был открыт Джонсоном более пятидесяти лет назад как эффект медленных флуктуаций — мерцаний — эмиссионной способности катодов электронных ламп и вызванных этими мерцаниями флуктуаций тока лампы (так называемый «фликкер-эффект»; отсюда идет другое наименование $1/f$-шума — фликкерный шум). Случайные мерцательные изменения налагались на быстрые тепловые (или дробовые) флуктуации тока. Различие этих двух компонент токового шума удобно описать с помощью спектральной плотности $S_J(\omega)$, которая показывает частотный состав шума и к тому же является непосредственно наблюдаемой в эксперименте шумовой характеристикой. Величина $\frac{1}{\pi} S_J(\omega)\,d\omega$

равна той части среднего квадрата флуктуаций тока, которая обусловлена случайными изменениями с частотами, лежащими в интервале от ω до $\omega + d\omega$. Для чисто дробового шума спектральная плотность $S_J = \text{const}$ постоянна в широком диапазоне от нулевой частоты до частот, обратных времени пролета электронов. Вследствие же мерцаний $S_J(\omega)$ возрастает на низких частотах приблизительно обратно пропорционально частоте, $S_J(\omega) \backsim \omega^{-1}$. Обладающая таким любопытным поведением низкочастотная составляющая шума и называется $1/f$-шумом.

Вслед за эффектом мерцания шум типа $1/f$ был обнаружен в угольных сопротивлениях, а позднее в сопротивлениях из полупроводников и других материалов, в полупроводниковых приборах и различных элементах электронной техники. Известны $1/f$-флуктуации в биофизических системах (флуктуации электрических потенциалов, а также скорости некоторых химических реакций). Известны и «неэлектрические» $1/f$-шумы, например флуктуации потерь на внутреннее трение в кварцевых кристаллах-резонаторах (впрочем, обнаруживаются они при работе резонатора в электрической генераторной схеме, приводя к $1/f$-флуктуациям частоты высокостабильного генератора). Не свободна от $1/f$-шума и самая современная чувствительная техника — СКВИДы и другие устройства на основе контактов Джозефсона; $1/f$-шум мешает приблизиться к фундаментальному квантовому пределу чувствительности измерений на низких частотах (килогерцы и ниже), хотя этот предел практически почти достигнут в высокочастотной области.

Общее свойство всех этих (а также перечисленных ниже) систем заключается в том, что $1/f$-шум выступает как спутник стационарно протекающих необратимых процессов. Его вклад исчезает из спектров флуктуаций электрического тока или потенциала, когда исчезают необратимые потоки и система ставится в термодинамически равновесное состояние. Другими словами, внешне $1/f$-шум выглядит как результат флуктуаций диссипативных параметров системы — сопротивлений, проводимостей и т. п., которые определяют величину необратимых потоков при заданных условиях неравновесности. В общем в существовании подобных «параметрических» низкочастотных флуктуаций нет ничего удивительного. Возьмем для примера шум сопротивления — образца проводящего вещества. Понятно, что зависимость проводимости g от той или иной макроскопической величины должна служить источником флуктуаций проводимости, обусловленных обыкновенными термодинамическими флуктуациями этой величины. Например, число свободных носителей (электронов и дырок проводимости) прямо влияет на величину проводимости g и тем самым приводит к ее флуктуациям, отражающим относительно малые флуктуации числа носителей. Если к образцу приложена небольшая разность потенциалов x, то ток $J(t)$ можно записать в виде $J(t) = \bar{J} + i(t) + x\delta g(t)$, где $\bar{J} = gx$ — средний ток, $i(t)$ — тепловой белый шум, а $\delta g(t)$ — флуктуация проводимости. Естественная, ввиду малости флуктуаций, линейная кинетическая модель генерационно-рекомбинационных процессов приводит к экспоненциальному закону затухания флуктуаций, с некоторым разбросом времен релаксации τ_n для разнотипных процессов, т. е., очевидно, к спектру вида

$$S_J(\omega) = 2Tg + \bar{J}^2 \sum_n a_n \frac{\tau_n}{1+(\omega\tau_n)^2}. \tag{1.1}$$

Здесь первый член отвечает тепловому белому шуму, спектр которого равномерен до частот, обратных времени свободного пробега носителей, и в слабо неравновесном состоянии (при достаточно малом токе $\bar{J}$) может быть определен по формуле Найквиста. Сумма лоренцианов описывает «параметрический», сравнительно низкочастотный, шум, мощность которого $\sim \bar{J}^2$. Такой результат получается в самых различных моделях флуктуаций проводимости.

Так должен выглядеть, согласно простым теоретическим представлениям, спектр низкочастотного шума — его называют еще избыточным — в неравновесном состоянии с током. Однако в действительности наблюдается нечто совершенно иное. Если результаты измерений шума на сравнительно высоких частотах могут быть описаны формулой (1.1), то на низких частотах (начиная, как правило, с десятков или единиц килогерц, а иногда и во всей области частот, где избыточный шум доминирует над белым) наблюдается спектр 1/f-типа

$$S_J(\omega) \propto \frac{\bar{J}^2}{\omega} \tag{1.2}$$

(либо $S_J \propto \omega^{-\gamma}$ с показателем $\gamma \approx 1$). Физические причины такого поведения спектра в общем совершенно не ясны. В этом и состоит проблема 1/f-шума.

Заметим, что формально спектр (1.2) можно свести к сумме лоренцианов (1.1) с помощью простой математической операции:

$$\frac{1}{\omega} = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty \frac{\tau}{1+(\omega\tau)^2} \frac{d\tau}{\tau}.$$

Соблазнительно интерпретировать такую возможность как указание на существование некоторого очень широкого набора времен релаксации τ (суммирующихся с весом τ^{-1}). Однако в большинстве случаев не видно достаточных оснований для подобной гипотезы и не удается дать прозрачное физическое объяснение наблюдаемого степенного ω^{-1} поведения спектра, т. е. существования 1/f-шума.

Реально 1/f-шум всегда слаб в том смысле, что на его долю приходится лишь небольшая часть среднего квадрата флуктуаций тока (основной вклад вносится белым шумом). Однако он может на несколько порядков превышать белый шум на малых частотах и оказывается определяющим вредным фактором в работе устройств, характеризующихся высокой избирательностью по частоте, т. е. большой постоянной времени. Заметим, что, будучи параметрическим (мультипликативным), 1/f-шум целиком «садится» на гармонический сигнал и переносится в окрестности рабочей частоты того или иного устройства. «Отфильтровать» же его невозможно, так как вследствие зависимости ω^{-1} даже очень низкие частоты дают значительный вклад в шум. Это одна из причин, по которым на практике очень трудно избавиться от мешающего действия 1/f-шума.

Вопрос о происхождении и механизмах электрического 1/f-шума обсуждается в научно-технической литературе на протяжении не одного десятка лет, но и сейчас далек от достаточного полного решения. Такое решение предполагает в первую очередь ясное осознание принципиальной физической природы 1/f-шума как чрезвычайно распространенного и, по всей видимости, универсального свойства систем, проводящих электрический ток (систем, в которых происходит перенос заряда). Но именно в этой, важнейшей с теоретической точки зрения, части вопроса ясности меньше всего, несмотря на то, что накоплена масса экспериментальной информации и есть большой опыт ее эмпирического обобщения.

Данное обстоятельство вывело проблему 1/f-шума за узко прикладные, «инженерные», рамки и сделало ее проблемой общефизического значения. Не случаен наметившийся в последние годы интерес к проблеме

$1/f$-шума со стороны специалистов по статистической физике, физической кинетике и теории флуктуаций. С другой стороны, стали более углубленными и целенаправленными экспериментальные исследования $1/f$-шума. В результате вырисовывается во многом неожиданная картина $1/f$-шума; получен материал, позволяющий уже сейчас попытаться «дорисовать» ее, пусть в грубом, схематическом, виде. Такие попытки делаются, и они необходимы, поскольку создают теоретическую базу для дальнейших исследований. Однако, как показывает изучение литературы, в современных условиях любая попытка теоретического осмысления $1/f$-шума или обзора вопроса по необходимости несет печать личного опыта и устремлений авторов. Причина этого кроется не в недостатке опытных фактов (и тем более не в их изобилии и пестроте), а в неоднозначности их интерпретации, в трудностях разделения главного и второстепенного, т. е. в конечном счете — в отсутствии адекватных феномену $1/f$-шума теоретических концепций. Именно последним обстоятельством продиктована направленность данного краткого обзора. $1/f$-шум — вещь интригующая и настолько не укладывающаяся в традиционную схему представлений о флуктуационных и кинетических процессах в физических системах, что его обсуждение может оказаться интересным и полезным для читателей многих специальностей, имеющих дело с анализом кинетики и флуктуаций. Решение проблемы $1/f$-шума означало бы, по нашему мнению, также переход к более глубокому пониманию и более тонкому, чем существующее, модельному описанию временнóй статистической структуры разнообразных процессов переноса (которые и являются источником шума). В соответствии с этим мы не стремились к детальному перечислению экспериментальных работ и к сводке теоретических идей, выдвигавшихся в разное время для объяснения $1/f$-шума. Задача статьи — в том, чтобы изложить существо вопроса, результаты некоторых экспериментов (важнейших, как сейчас кажется, и позволяющих «почувствовать», что такое $1/f$-шум) и происшедшие за последние годы сдвиги в теоретических исследованиях, подчеркивая при этом принципиальные общефизические аспекты проблемы.

2. ЭМПИРИЧЕСКАЯ КАРТИНА $1/f$-ШУМА

а) Наиболее широкий из последних обзоров по $1/f$-шуму написан Хоухе, Кляйнпеннингом и Вандаммом [1]. Трудам, прежде всего, этих авторов мы обязаны более или менее систематизированной (можно даже сказать — унифицированной) эмпирической картиной $1/f$-шума. Сейчас уже общепринято считать, что основные качественные и количественные закономерности $1/f$-шума в однородных проводящих средах удовлетворительно отражаются так называемой «формулой Хоухе»

$$S_J(\omega) = \bar{J}^2 \frac{2\pi\alpha}{\omega N}; \tag{2.1}$$

здесь $S_J(\omega)$ — спектральная плотность флуктуаций тока (здесь и далее символом S мы будем обозначать спектр $1/f$-компоненты полного шума, оставляя в стороне его широкополосную компоненту); $\bar{J}$ — среднее значение тока (постоянный ток через проводник); N — число носителей заряда в «шумящем» образце среды; α — безразмерная величина, иногда называемая константой Хоухе; $S(\omega)$ — спектральная плотность относительных флуктуаций тока. Аналогичный вид имеет эмпирическая формула для спектральной плотности флуктуаций напряжения (э.д.с.) на образце.

В области омической (линейной) проводимости, к которой, строго говоря, и относится формула (2.1), спектры относительных $1/f$-флуктуаций тока J (t) и напряжения V (t) одинаковы:

$$\frac{1}{\overline{V}^2} S_V(\omega) = \frac{1}{\overline{J}^2} S_J = (\omega) = S(\omega),$$

где S (ω) не зависит от $\overline{J}$, $\overline{V}$. Это равенство установлено опытным путем и не должно рассматриваться как очевидное. Оно позволяет феноменологически трактовать и описывать $1/f$-флуктуации тока и напряжения (в омическом режиме) как результат флуктуаций сопротивления R или проводимости g, с тем же «относительным спектром»

$$R^{-2}S_R(\omega) = g^{-2}S_g(\omega) = S(\omega) = 2\pi a (N\omega)^{-1}.$$

Условимся далее именовать $1/f$-шум также фликкер-шумом, фликкерными флуктуациями и т. п. Эти термины будем применять и в более широком смысле — к шумам со спектром вида $\sim\omega^{-\gamma}$, $\gamma > 0$, на низких частотах; термином же «$1/f$-шум» будем подчеркивать близость показателя γ к единице. Наиболее часто наблюдается именно шум с показателем $\gamma \approx 1$, причем нередко отличие γ от единицы не превышает ошибки эксперимента на протяжении многих декад частоты.

б) Удивительнейшая и отличительная особенность фликкер-шума заключается в том, что возрастание его спектральной плотности с уменьшением частоты происходит вплоть до минимальных доступных измерению частот $\sim 10^{-6}$—10^{-7} Гц и не обнаруживает тенденции к насыщению [1,2]. Не менее удивительно, что это свойство фликкер-шума, как и вообще его спектральный состав, не зависит от геометрических размеров системы. Отсутствие насыщения даже на очень низких частотах означает, что физические процессы, ответственные за фликкер-шум, либо не имеют никакого характерного верхнего масштаба времени, либо имеют, но такой масштаб необычайно велик, больше 10^6—10^7 с. Если теория предполагает вторую возможность, то она должна объяснить физическое значение столь большого временнóго интервала, а вместе с ним — и непрерывного набора меньших временны́х масштабов. Эстетически более привлекательной представляется первая возможность: спектр фликкер-шума неограниченно нарастает при уменьшении частоты.

Формально такое поведение спектра можно интерпретировать двояко. Во-первых, как результат существования сколь угодно медленных флуктуационных процессов, бесконечно широкого набора временны́х масштабов. Во-вторых, как результат отсутствия медленных процессов, и соответственно отсутствия иных временных масштабов, кроме некоторого «микроскопически» малого масштаба. Иначе говоря, фликкерный спектр может описывать как многомасштабный, так и «безмасштабный» флуктуационный процесс. Второй возможности, парадоксальной на первый взгляд и трудной для интуиции, мы уделим особое внимание. Наиболее важен ответ на вопрос о физической природе базмасштабных флуктуаций.

в) Уровень $1/f$-шума определяется безразмерной величиной a в эмпирической формуле (2.1). Замечательно, что эта величина, как правило, не зависит от числа носителей заряда в образце N. Таким образом, относительные $1/f$-флуктуации тока (а также напряжения, сопротивления) обратно пропорциональны N, а абсолютные — пропорциональны N (поскольку $\overline{J} \propto N$). Это обстоятельство указывает, как естественно думать, на то, что отдельные носители дают статистически независимые вклады в $1/f$-шум. В таком случае следовало бы ожидать, что различные области проводящей среды вносят некоррелированные вклады в общий шум образца. Непосредственная экспериментальная проверка показала, что дело обстоит именно таким, удивительным, образом. Удивительным потому, что обусловливающие $1/f$-шум флуктуационные процессы как будто бы оказываются, несмотря на свою «медленность», пространственно-локальными. Однако между достаточно малыми и близкими (соседними) областями корреляция все же должна быть, т. е. должна существовать характерная для данной среды «длина корреляции $1/f$-шума». Оценки этой длины для некоторых полупроводников дали величину, меньшую одного микрона [2].

Еще один замечательный опытный факт — это наличие некоторой естественной меры $1/f$-шума, которая соответствует типичному по порядку величины значению «константы Хоухе» $a \sim 10^{-3}$. Для многих собственных (слабо легированных) полупроводников [1] $a \sim 10^{-3}$—10^{-2} (Хоухе в оригинальной работе [3] предложил величину $a \approx 2 \cdot 10^{-3}$), причем a обычно не зависит от температуры образца T. При достаточно высоких температурах значения $a \sim 10^{-3}$—10^{-2} характерны также для металлов, но здесь a зависит от температуры T и может достигать значений [4] $a \sim 10^{-1}$. Важно отметить, что уровни $1/f$-шума в твердом и жидком металле одинаковы по порядку величины. Так, опыты с галлием дали $a \approx 2 \cdot 10^{-3}$ в интервале температур $T = 77$—600 К, в случае ртути при комнатной температуре также [1] $a \approx 2 \cdot 10^{-3}$.

В то же время имеется целый ряд существенных отклонений уровня $1/f$-шума от «стандартного» (соответствующего $a \sim 10^{-3}$). Например, в сурьмянистом индии InSb наблюдаются значения $a \sim 10^{-5}$—10^{-4} [2,5] (хотя в [1] приведено «стандартное» значение). Шум намного меньше в сильно легированном полупроводнике, чем в собственном. Согласно Вандамму и Хоухе, выполняется приближенно зависимость $a \approx a_0 (\mu/\mu_0)^2$, где $a_0 = 2 \cdot 10^{-3}$; μ — подвижность носителей, μ_0— их подвижность в чистом материале [1]. Выпадает из более или менее общих правил полуметалл висмут. В опытах с висмутом величина a мала, $a \sim 10^{-7}$—10^{-4}, и, кроме того, существенно зависит, как и N, от температуры, так что комбинация a/N приблизительно постоянна для данного образца и $a/N \sim 10^{-2}/N_{ат}$, где $N_{ат}$ — число атомов в образце (см. [8]; однако в [1] приведены другие данные). Это, по-видимому, свидетельствует о сильной корреляции различных носителей в Bi в процессе фликкерных флуктуаций.

С другой стороны, в жидких электролитах уровень $1/f$-шума намного больше «стандартного», здесь [2] $a \sim 10$.

Шум аномально велик также в различного типа неоднородных (неупорядоченных) средах — гранулированных, зернистых пленках, матричных композициях и т. п. (к неоднородным средам нужно отнести и очень тонкие нити и пленки). Усиление $1/f$-шума в неоднородных средах не связано, по всей видимости, с дополнительными источниками шума, оно может быть объяснено — поверхностно и в общих чертах — тем, что основной вклад в проводимость и шум дает только небольшая часть $N_{эфф}$ ($N_{эфф} \ll N$) носителей заряда (поскольку не все носители находятся в равноправном положении). Тогда $S(\omega)$ в (2.1) нужно заменить на $2\pi a/\omega N_{эфф}$. Например, для среды, представляющей собой малые зерна металла в диэлектрической матрице, в [9] было найдено, что $N_{эфф}$ равно примерно половине числа зерен. Сравнение относительного $1/f$-шума с формулой $S(\omega) = 2\pi a/\omega N_{эфф}$ дало $a \approx 6 \cdot 10^{-3}$, т. е. шум имел почти «стандартный» уровень Хоухе. В то же время можно сказать, что в (1) величина $a \approx 6 \cdot 10^{-3}\, N/N_{эфф}$, т. е. аномально велика. Измеренный показатель γ отличался от единицы, $\gamma = 1{,}10 \pm 0{,}03$ (сравнение с формулой Хоухе имеет смысл, пока $(\omega_2/\omega_1)^{|\gamma-1|} \sim 1$, где ω_2 и ω_1 — границы рассматриваемого интервала частот).

г) Картина фликкер-шума в металлах (металлических пленках и нитях) существенно меняется при переходе от низких температур к высоким, причем граничная температура примерно равна температуре Дебая T_D. Первые детальные эксперименты с металлами были проведены Воссом и Кларком [6] и Кларком и Хсиангом [7] преимущественно при низких температурах (обзор этих исследований проведен в [10]). Было обнаружено, что относительный уровень шума тем выше, чем больше температурный коэффициент сопротивления образца. Эта зависимость четко видна вблизи температуры перехода в сверхпроводящее состояние, так как здесь температурный коэффициент сопротивления $\beta \equiv |(T/R)\mathrm{d}R/\mathrm{d}T|$ велик. Было замечено, что уровень фликкер-шума, а иногда и форма его спектра зависят от качества теплового контакта между исследуемым образцом и его окружением (подложкой, креплением, средой, в которую погружен образец). Хотя наблюдавшиеся значения показателя γ часто заметно больше единицы (достигая величины 1,4), в целом результаты экспериментов были удовлетворительно описаны эмпирической формулой

$$S(\omega) = \frac{2\pi\beta^2}{\omega\,[3+2\ln(L/h)]\,C}, \qquad (2.2)$$

где C — теплоемкость образца ($C \leqslant 3N_{\text{ат}}$); L и h — соответственно длина и толщина образца.

Влияние β и теплообмена с окружением Восс и Кларк истолковали как указание на то, что фликкер-шум обусловлен обычными термодинамическими флуктуациями температуры образца. Этот вывод подтверждался и тем, что фликкер-шум обнаруживал (в резком отличии от полупроводников) пространственные корреляции, причем как раз такие по своей протяженности и зависимости от частоты, которые вызывались бы флуктуациями температуры. Да и уровень шума соответствовал «температурной» гипотезе. Однако сами авторы [6] заметили, что существующая феноменологическая теория флуктуаций температуры не позволяет объяснить наблюдаемые спектры фликкер-шума. Она дает показатели $\gamma = 1/2$ либо $\gamma = 3/2$ (в зависимости от геометрии системы) на достаточно высоких частотах, но предсказывает насыщение спектра на частотах $\omega < D_{\text{т}}/L^2$, где L — наибольший размер образца, $D_{\text{т}}$ — его температуропроводность. Между тем спектр, близкий к $1/\omega$, часто наблюдается и на значительно более низких частотах. Часто, но не всегда; так, в опытах со свободно подвешенными в вакууме металлическими пленками, находящимися при температуре сверхпроводящего перехода, спектр насыщался при [11] $\omega < D_{\text{т}}/L^2$. В то же время в случае нормальных пленок на подложках спектр продолжает нарастать (примерно по закону $1/\omega$).

Влияние теплообмена с окружением (подложкой) на $1/f$-шум в металлических пленках специально исследовалось в [4], в широком температурном интервале (от $\approx$50 К до 600 К). Оказалось, что при низких температурах ($T < T_D$) результаты в общем близки к результатам Восса и Кларка [6], но при высоких T $1/f$-шум теряет как пространственные корреляции, так и зависимость от β и, кроме того, безразличен к тепловому контакту с окружением. В этой области уровень шума соответствует формуле (2.1) с $a \sim 10^{-2}$—10^{-1}. Дифференциальный наклон (показатель γ) зависел от частоты и T и менялся в пределах $0{,}8 < \gamma < 1{,}2$. При понижении температуры от 400 К для Ag и 500 К для Cu интенсивность этого шума сначала быстро уменьшается, а затем выходит на приблизительно неизменный уровень, существенно зависящий от теплопроводности (материала) подложки и от β. Именно, чем лучше теплообмен с подложкой, тем меньше уровень шума! В данной области появляются пространственные корреляции.

Дутта, Эберхард и Хорн [4] делают отсюда вывод, что имеются на самом деле два типа $1/f$-шума: «тип А», связанный с тепловыми процессами и в значительной мере определяемый теплообменом с окружением; «тип В», являющийся внутренним свойством самого металла, не зависящий от окружения (и не имеющий, в отличие от «типа А», заметных пространственных корреляций). В серебре «тип В» преобладает даже при низких температурах. «Тип А», однако, опять-таки не может быть сведен к флуктуациям температуры, поскольку его спектр не насыщается при $\omega < D_т/L^2$ (измеренный в [4] уровень шума примерно на порядок ниже, чем следует из формулы (2.2)). По перечисленным признакам шум в Bi также нужно отнести к «типу А», так как он имеет пространственные корреляции [6].

Сейчас трудно предсказать, насколько глубока подобная классификация. Однако можно понять, почему именно в металлах есть два типа (или, точнее, два проявления) $1/f$-шума. Здесь электроны проводимости играют двоякую роль: они переносят заряд и одновременно являются, как известно, главными переносчиками тепла (фононная часть теплопроводности намного меньше электронной). Электрические и тепловые процессы тесно переплетены друг с другом. Естественно предположить, что шум «типа А» — будем называть его «температурным» — обусловлен джоулевым нагревом проводника током, и поэтому он подавляется при достаточно хорошем теплоотводе. В полупроводниках и диэлектриках это условие всегда выполняется, так как число (свободных) носителей заряда, набирающих энергию в электрическом поле, много меньше полного числа степеней свободы. по которым эта энергия рассеивается. При рассмотрении фликкерных флуктуаций на частоте ω джоулев нагрев следует считать слабым, если величина $\eta \equiv (R\bar{J}^2/CT)\cdot 2\pi/\omega$ оказывается $\ll 1$, и сильным, если $\eta \sim 1$, когда за период $2\pi/\omega$ каждая степень свободы получает дополнительную энергию порядка T (температура всюду записывается в энергетических единицах). Поскольку $\eta = (4N/Ca)\, S_J\,(\omega)\,\bar{S}^{-1}$, где $S_J(\omega)$ равна (2.1), $\bar{S} \equiv 2T/R$ — выраженная формулой Найквиста спектральная плотность термодинамически равновесного «белого» токового шума, $C \approx 3N_{ат}$, а заметить фликкер-шум можно только при $S_J\,(\omega) \gtrsim \bar{S}$, то сформулированный критерий эквивалентен условию $N/aN_{ат} \ll 1$. В случае металлов оно не выполняется, и, следовательно, существенно влияние как джоулева нагрева, так и теплообмена с окружением. Важно, что перенос тепла к окружению обусловлен движением электронов проводимости, и поэтому «температурный» шум («тип А») не должен в принципиальном отношении отличаться от шума «типа В».

Большое количество экспериментальных данных накоплено о фликкер-шуме в различных неоднородных, но макроскопически упорядоченных системах: полупроводниковых устройствах (p—n-переходах, транзисторах), контактах металл-полупроводник, МОП-структурах и т. п., в том числе в режиме неомического (нелинейного) сопротивления. Отечественные исследования в этой области нашли отражение, в частности, в докладах на последней Всесоюзной конференции «Флуктуационные явления в физических системах» (Вильнюс, 1982) [12]. К настоящему времени получена интересная информация о поведении фликкер-шума в полупроводниках в сильном электрическом поле, когда носители становятся горячими, в сильном магнитном поле, при термоэлектрических явлениях и т. д. [1]. Эти данные подтверждают те, уже вполне надежно выявленные общие черты $1/f$-шума, которые были перечислены выше. Первейшая задача теории состоит в том, чтобы дать им столь же общее простое и непротиворечивое объяснение.

3. НЕКОТОРЫЕ ПРИНЦИПИАЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ, СВЯЗАННЫЕ С $1/f$-ШУМОМ

а) Разногласия могут возникать уже при попытке очертить предмет теоретического исследования. Следует ли искать единый для различных сред и систем механизм фликкер-шума или правильнее предположить существование нескольких отличающихся по своей физической природе фликкер-шумов? На этот счет имеются разные мнения (см., например, резюме обзоров [1,2]). Так или иначе, в настоящее время не известно ни одного достоверно установленного и понятого механизма (или вида) фликкер-шума. Поэтому естественным кажется предположение, что в основе разнообразных проявлений фликкер-шума ($1/f$-шума) лежит какой-то один, универсальный, физический феномен. Такой взгляд не противоречит возможности существования целого ряда конкретных механизмов, если они представляют собой различные формы проявления одной и той же общей закономерности.

б) Полезна следующая аналогия с хорошо как будто бы понятым термодинамически равновесным «белым» токовым шумом (или шумом э. д. с.) в проводящих системах. Конкретные микроскопические механизмы белого шума могут быть совершенно различными. Например, он может порождаться квазисвободными заряженными частицами (электроны проводимости, дырки); туннельными или энергетическими активированными переходами локализованных носителей (при прыжковой проводимости); иной характер имеет перенос заряда ионами в растворе и т. д. Однако во всех случаях причиной белого электрического шума служит хаотическое, броуновское, движение заряженных частиц, которое обладает двумя важными свойствами — быстрой случайной сменой направления и принципиальной возможностью неограниченного перемещения частицы (переноса сколь угодно большого заряда через сечение проводника). Понятно, что эта универсальная природа белого шума не меняется и в том случае, когда из-за реактивных свойств системы он становится «цветным». Не имеет никакого значения и геометрический размер системы. Броуновский характер движения носителей все равно остается неизменным. В этом легко убедиться, рассмотрев случайное блуждание носителей в кольцевом проводнике (бублике) — конечной системе, в которой возможно неограниченное движение по кругу, а затем мысленно убрав «дырку от бублика» и перейдя к сплошному конечному образцу среды. Понятно также, что исчезновение одних частиц и рождение других (процессы генерации — рекомбинации) не меняет сути дела; все равно через данную площадку внутри проводника может быть перенесен произвольно большой заряд. Таким образом, можно утверждать, что природа электрического (белого) шума лежит в броуновском движении носителей заряда.

в) Экспериментальные факты дают достаточно оснований предполагать, что, несмотря на разнообразие количественных характеристик фликкер-шума и вариации формы спектра (показателя γ), мы имеем дело с явлением таким же простым, общим и фундаментальным, как белый шум; показатель $\gamma = 1$ свойствен этому флуктуационному явлению в той же мере, в какой показатель $\gamma = 0$ свойствен белому шуму (и производным от него «цветным» шумам). Такой взгляд не исключает существования нескольких типов фликкер-шума. Совершенно необходимо различать «неравновесный фликкер-шум», генетически связанный с термодинамически неравновесными процессами, и «равновесный фликкер-шум», механизмы которого действуют даже в идеально равновесной системе, хотя в спектре флуктуаций тока или э. д. с. проявляются лишь при вынужденном отклонении от равновесия, на фоне постоянного тока. В свою очередь неравновесный шум может быть обусловлен как собственной внутренней неравновесностью системы, так и внешними возмущающими воздействиями.

Поскольку неравновесные флуктуационные процессы могут быть (строго говоря, всегда являются) нестационарными, они могут привести к показателям $\gamma > 1$, существенно отличающимся от 1, тогда как равновесный (в указанном смысле) шум должен быть стационарным и иметь показатель $\gamma \leqslant 1$. К сожалению, этот критерий стационарности или нестационарности, т. е. интегрируемости или неинтегрируемости спектра в окрестности нулевой частоты, действует только при охвате произвольно малых частот. В действительности спектр фликкер-шума никогда не имеет идеально степенной формы и всегда известен лишь до частот, не меньших обратного времени наблюдения. Поэтому экспериментально найденные показатели γ сами по себе не дают, вообще говоря, указаний на равновесность или неравновесность шума. Такого рода заключение можно вывести лишь на основе физической информации о системе.

В подавляющем большинстве случаев наблюдаются показатели $0{,}8 \leqslant \gamma \leqslant 1{,}2$, не сильно отличающиеся от единицы [2], величина $|\gamma - 1|$ иногда превышает ошибку эксперимента, однако сам эксперимент проводится в конечном и ограниченном снизу интервале частот. К сожалению, даже такое принципиально важное с точки зрения теории свойство фликкер-шума, как неограниченный рост его спектра при $\omega \to 0$, не может быть проверено полностью ввиду ограниченной длительности эксперимента. По существу, то же самое нужно сказать о спектре обычного белого токового шума; проверить утверждение о конечности его спектра на нулевой частоте, т. е. о наличии конечной (не равной нулю) проводимости при $\omega = 0$, можно, только имея в запасе бесконечное время.

В настоящее время среди исследователей фликкер-шума довольно прочно укореняется мнение, что наблюдаемые фликкерные флуктуации имеют в большинстве случаев термодинамически равновесную природу (т. е. представляют собой равновесный $1/f$-шум), хотя могут изменяться при переходе системы в неравновесное состояние (во внешнем поле, порождающем ток). Это мнение, основанное на большом опыте, ясно отразилось в обзорах [1,2].

С другой стороны, существует и имеет физическое основание теория неравновесного, деградационного, происхождения фликкер-шума (см., например, [13]). Действительно, ни одна система не является идеально внутренне термодинамически равновесной. Например, всякая полупроводниковая структура неравновесна по отношению к медленной диффузии легирующих примесей, а также загрязняющих примесей извне, т. е. подвержена диффузионной деградации. Этот процесс носит характер нестационарного случайного процесса, который случайно «модулирует» различные характеристики прибора, в том числе сопротивление. Диффундируют также различные структурные дефекты (вакансии, дислокации).

Если характерный временной масштаб диффузии L^2/d (где L — размер неоднородностей, а d — коэффициент диффузии атомов примеси, вакансий т. п.) много больше возраста структуры, то реализуется нестационарный режим. Простой анализ приводит [13] к спектру относительных флуктуаций сопротивления вида $S(\omega) \backsim \omega^{-3/2}$ при $\omega > d/L^2$. Этот результат соответствует независимо блуждающим атомам. Значение $\gamma = 3/2$ лежит, однако, в стороне от наблюдаемых в полупроводниковых структурах значений $0{,}9 \leqslant \gamma \leqslant 1{,}1$. «Впрыскивание» внутрь интересующей области группы атомов примеси (или вакансий и т. п.) приводит к тому, что число атомов $\delta n(t)$, остающихся внутри области через время t, убывает по закону[14] $\delta n(t) \backsim t^{-1/2}$. Фурье-образ этой функции отклика имеет вид

$$\delta n(\omega) = \int_0^\infty e^{-i\omega t} \delta n(t)\, \mathrm{d}t \backsim (1-i)\,\omega^{-1/2}.$$

Случайная последовательность впрыскиваний приведет, очевидно, к флуктуациям числа атомов примеси $\delta n(t)$, спектральная плотность которых имеет вид $\sim |\delta n(\omega)|^2 \backsim 1/\omega$. Это обстоятельство было замечено также в[15] (по существу, оно давно известно[2]; подключив к бесконечной RC-цепочке, описываемой диффузионным уравнением, белошумовой источник тока, получим флуктуации напряжения со спектром $1/\omega$[16]). Можно представить впрыскивание в проводящую область не примеси и дефектов, а тепловой энергии (фононов)[14,15], например потока тепла к подложке от пленки металла и в обратном направлении.

В[14] предположено, что таким образом можно объяснить «температурный» фликкер-шум в металлах, в качестве же причины шума «типа В» предлагается рождение на поверхности и диффузия внутрь металла вакансий. Для относительного спектра «температурного» шума получено приближенное выражение вида

$$S(\omega) = \frac{\tau_0 u}{6hN_{\text{ат}}\omega}, \tag{3.1}$$

где $N_{\text{ат}}$ — число атомов в пленке; h — толщина пленки; u — скорость звука, а τ_0 — время свободного пробега тепловых фононов в материале подложки. При $h \approx 1000$ Å, что соответствует экспериментам[4], формула (3.1) дает правильный по порядку величины уровень шума. Удовлетворительная оценка получена и для шума «типа В», причем качественно воспроизводится его температурная зависимость. Однако нужно заметить, что присутствие в (3.1) толщины пленки (оно отражает поверхностный, а не объемный характер источника шума в данной модели) в общем противоречит эксперименту и эмпирическим формулам (2.1), (2.2). При учете конечности системы спектр (3.1) должен насыщаться на частотах $\omega < D_{\text{т}}/L^2$ или $\omega < d/h^2$ (что отмечается в[14]). В данной модели[14,15] остается неясной физическая причина «коллективных» впрыскиваний диффундирующей величины (числа атомов, вакансий или тепловой энергии). Если говорить о тепловой диффузии, то эта картина находится в явном противоречии с представлениями об объемном зарождении флуктуационных потоков тепла.

Следует заметить, что модели, связывающие фликкер-шум с флуктуациями проводимости из-за диффузии примесных атомов и структурных единиц (дефектов), ограничивают себя описанием только твердой фазы. Скорость термически активируемых диффузионных процессов экспоненциально зависит от температуры, тогда как уровень (величина a в (1.1)) и спектр шума при высоких температурах не обнаруживают подобной зависимости и, например, шум в жидких металлах не сильно отличается от шума в твердой фазе[1]. Это указывает, по-видимому, на то, что «диффузионный» шум (безусловно существующий) и $1/f$-шум — это разные явления, и «диффузионный» шум составляет лишь некоторую часть наблюдаемого шума.

Аналогичное утверждение можно сделать о шуме, вызванном всегда имеющимися термодинамическими флуктуациями температуры (модулирующими проводимость). Этот вид низкочастотного шума всегда имеется, но не тождествен фликкер-шуму. Наблюдается же всегда результат «сложения» различных видов шума, хотя ниоткуда не следует, что «сложение» должно иметь простой аддитивный характер. Этот результат правильнее было бы описывать суммой степенного фликкерного члена в выражении для спектра и ряда лоренцианов (1.1), где τ_n, например,— набор времен температурной релаксации. При $\beta \gg 1$ шум, обусловленный температурными флуктуациями, должен доминировать; этим объясняется, почему в опытах[11], в которых величина β была $\gg 1$, наблюдалось насыщение спектра при $\omega < D_{\text{т}}/L^2$. В общем же шум в металлах не может быть сведен к флуктуациям температуры или неравновесным процессам диффузии.

4. ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИ РАВНОВЕСНЫЙ $1/f$-ШУМ

а) Большая часть существующих моделей связывает фликкер-шум с термодинамически равновесными флуктуационными процессами. Если фликкер-шум имеет равновесную природу, а не возбуждается протеканием тока через проводник, то он должен проявляться каким-то образом и в равновесном состоянии в отсутствие постоянного тока. Нетрудно догадаться, что ответственные за фликкер-шум процессы должны приводить к низкочастотным флуктуациям интенсивности (спектральной плотности мощности) равновесного белого шума $S(t)$. На это указывает хотя бы формула Найквиста $\overline{S} = 2Tg$ (g — проводимость), если интерпретировать $1/f$-шум как результат флуктуаций проводимости и применить эту формулу к флуктуирующим величинам: $S(t) = 2Tg(t)$. Восс и Кларк измерили флуктуации мощности белого шума в равновесных (без тока) пленках из InSb и Nb [6] и действительно обнаружили, что они имеют спектр типа $1/f$, причем в InSb уровень относительных флуктуаций мощности был на низких частотах в точности такой же, как уровень относительных флуктуаций напряжения в пленке с током.

б) Статистический анализ эксперимента Восса и Кларка проведен в работе [17]. Измеряются флуктуации мощности белого шума, приходящейся на полосу частот $(\omega_0 - \Delta\omega_0,\ \omega_0 + \Delta\omega_0)$, $\Delta\omega_0 \lesssim \omega_0$, и усредненной по конечному времени $\tau > 1/\Delta\omega_0$ (шум пропускается через фильтр с центральной частотой ω_0 и полосой $\Delta\omega_0$; выход фильтра возводится в квадрат и усредняется за время τ). Результат усреднения, т. е. текущая спектральная плотность на частоте ω_0, $S(t) \equiv S(t;\ \omega_0)$, случайно изменяется со временем; при этом $\langle S(t)\rangle \equiv \overline{S} = 2Tg$. Угловые скобки обозначают всюду усреднение по (равновесному) статистическому ансамблю.

Если рассматриваются флуктуации тока $J(t)$ в равновесной замкнутой цепи, то $S(t)$ представляет собой квадратичный функционал от $J(t)$. Следовательно, корреляционная функция $\langle \delta S(t)\, \delta S(0)\rangle$, $\delta S(t) \equiv S(t) - \overline{S}$, выражается через токовый коррелятор четвертого порядка, который состоит из двух существенно различных вкладов:

$$\langle J(t_1)J(t_2)J(t_3)J(t_4)\rangle = \langle J(t_1)\,J(t_2)\rangle\,\langle J(t_3)\,J(t_4)\rangle + \langle J(t_1)\,J(t_3)\rangle\,\langle J(t_2)\,J(t_4)\rangle + \\ + \langle J(t_1)\,J(t_4)\rangle\,\langle J(t_2)\,J(t_3)\rangle + \langle J(t_1),\ J(t_2),\ J(t_3),\ J(t_4)\rangle \qquad (4.1)$$

(здесь учтено, что в равновесии $\langle J(t)\rangle = 0$). Первый вклад — первые три слагаемых в правой части (4.1) — не несет информации о фликкер-шуме, поскольку равновесная корреляционная функция тока $\langle J(t_1)\, J(t_2)\rangle$ быстро затухает при $|t_1 - t_2| > \tau_\mu$, где τ_μ — микроскопически малое время корреляции белого шума. Вся информация о низкочастотных флуктуациях содержится в последнем члене (4.1) — четвертом кумулянте тока (полностью связной части четвертого момента), который обозначен в (4.1) скобкой с запятыми внутри. Поскольку четвертый кумулянт характеризует негауссовость флуктуаций тока, то отсюда вытекают два важных вывода. Во-первых, при корректном статистическом описании фликкер-шума принципиально необходимо учитывать негауссовость флуктуаций тока (и, разумеется, э. д. с.). Во-вторых, эксперимент Восса и Кларка можно рассматривать как опытное доказательство и измерение негауссовости электрических флуктуаций. Измеряются всегда флуктуации тока или э. д. с., а не сопротивления (как иногда принято считать)!

Несложный, но громоздкий анализ показывает, что при условиях $(\omega_0 + \Delta\omega_0)\,\tau_\mu \ll 1$, $\omega\tau \ll 1$ спектр низкочастотных флуктуаций мощности не зависит ни от ω_0, ни от $\Delta\omega_0$ и τ. Таким образом, низкочастотные фликкерные флуктуации текущей мощности, приходящейся на некоторую полосу частот белого шума, выглядят одинаково при любом выборе полосы, если только она не охватывает весь спектр частот вплоть до τ_μ^{-1}. Полная же мощность белого шума (проинтегрированная по всем частотам до много бо́льших τ_μ^{-1}), т. е. квадрат флуктуаций тока или э. д. с., не испытывает фликкерных флуктуаций [6,17]. Подчеркнем этот замечательный и важный для понимания дальнейшего момент.

Он ясно указывает на то, что $1/f$-флуктуациям подвержена кинетическая величина, какой является мощность, приходящаяся на данную полосу частот, т. е. величина, характеризующая долговременное поведение системы, но не динамическая величина (квадрат тока, энергия флуктуаций), локализованная во времени.

Экспериментально измеряемый спектр флуктуаций мощности, помимо фликкерного вклада, содержит постоянную фоновую («гауссовскую») составляющую, происходящую от первых трех членов разложения (4), и при указанных условиях имеет вид

$$4\int\limits_0^\infty \langle \delta S(t)\,\delta S(0)\rangle \cos\omega t\,\mathrm{d}t = S_S(\omega)+\mathrm{const}\cdot\frac{2\pi}{\Delta\omega_0}\,\bar{S}^2, \tag{4.2}$$

где S_S (ω) — спектр низкочастотных флуктуаций мощности, подлежащий определению; const — величина порядка единицы (зависящая от параметров фильтра). Естественно ожидать, что для относительных флуктуаций выполняется, хотя бы приближенно, равенство

$$\frac{1}{\bar{S}^2}\,S_S(\omega)=S(\omega), \tag{4.3}$$

где S (ω) равна (2.1) (в опытах с InSb так и было). Отношение S_S (ω) ко второму, фоновому, члену в (4.2) равно тогда $\approx a\Delta\omega_0/\omega N$. (Отсюда видно, почему такой эксперимент очень труден, требуя измерений на малых образцах и низких частотах.)

в) Имея в виду условия $\omega\tau<1$, $(\omega_0+\Delta\omega_0)\,\tau_\mu \ll 1$, можно просто связать S_S (ω) и четвертый кумулянт тока, рассматривая J (t) как гауссовский белый шум (δ — коррелированный случайный процесс) со случайно изменяющимися текущими статистическими параметрами (в результате этих изменений шум становится негауссовским). При таком феноменологическом описании [18]

$$\langle Q^2(t)\rangle \equiv \left\langle \left(\int\limits_0^t J(t')\,\mathrm{d}t'\right)^2\right\rangle = \bar{S}t, \tag{4.4}$$

$$\langle Q^{(4)}(t)\rangle \equiv \langle Q^4(t)\rangle - 3\langle Q^2(t)\rangle^2 = 3\iint\limits_0^t K_S(t'-t'')\,\mathrm{d}t'\,\mathrm{d}t'', \tag{4.5}$$

где $Q(t)=\int_0^t J(t')\,\mathrm{d}t'$ — заряд, перенесенный через некоторое сечение замкнутой равновесной цепи в течение времени $t \gg \tau_\mu$; $\langle Q^{(4)}(t)\rangle$ — четвертый кумулянт заряда; $\langle S(t')\,S(t'')\rangle - \bar{S}^2 = K_S(t'-t'')$ — корреляционная функция флуктуаций мощности «белого» токового шума. Отсюда следует, что (при $t \gg \tau_\mu$)

$$K_S(t)=2\iint\limits_0^t \langle J(t),\ J(t'),\ J(t''),\ J(0)\rangle\,\mathrm{d}t'\,\mathrm{d}t''. \tag{4.6}$$

Этот результат показывает, что информация о равновесном фликкер-шуме может быть в принципе получена строгими методами статистической физики из анализа равновесных четырехвременных корреляторов (кумулянтов). Спектр $S_S(\omega)$ связан с (4.6) преобразованием Фурье

$$S_S(\omega)=4\int_0^\infty \cos\omega t K_S(t)\,dt.$$

г) Основываясь на соотношении (4.6), можно очень просто пояснить идею безмасштабного фликкер-шума. Пусть $J(\omega)$ — фурье-компонента тока $J(t)$. Заметим, что не зависящий от частоты спектр «белого» шума $\overline{S}=\mathrm{const}$ не меняется при растяжении шкалы частот в λ раз и шкалы заряда — в $\sqrt{\lambda}$ раз. По теореме Винера — Хинчина

$$\langle\sqrt{\lambda}\,J(\lambda\omega)\sqrt{\lambda}\,J(\lambda\omega')\rangle=2\pi\overline{S}\lambda\delta(\lambda\omega+\lambda\omega')=2\pi\overline{S}\delta(\omega+\omega')=\langle J(\omega)\,J(\omega')\rangle,$$

если $\overline{S}=\mathrm{const}$. Следовательно, масштабно-преобразованный ток $\sqrt{\lambda}\,J(\lambda\omega)$ не отличается от $J(\omega)$ в смысле квадратичных статистических характеристик. Равновесный ток представляет собой результат «быстрого» броуновского движения носителей заряда. Предположим, что это движение не испытывает влияния со стороны медленных флуктуационных процессов — флуктуаций температуры, локальной структуры среды, коллективных возбуждений и т. д. (такое влияние всегда есть, но мы им пренебрегаем). Тогда случайное движение носителей имеет только один — микроскопически малый — характерный масштаб времени τ_μ: среднее время свободного пробега (время релаксации импульса) в случае свободных носителей, среднее время между последовательными перемещениями при прыжковой проводимости. Крупномасштабная структура броуновской траектории, если рассматривать последнюю на интервалах времени $\Delta t\gg\tau_\mu$, не может быть чувствительна к микромасштабу τ_μ. Иначе говоря, броуновское движение должно быть масштабно-инвариантным, а вместе с ним масштабно-инвариантным на низких частотах $\omega\ll\tau_\mu^{-1}$ должен быть ток $J(\omega)$. Это означает, что случайные процессы $J(\omega)$ и $\sqrt{\lambda}J(\lambda\omega)$ статистически тождественны при $\omega\tau_\mu\ll 1$ в смысле не только квадратичных, но и высших корреляций, т. е. в смысле статистики в целом.

Подойдя с этим требованием к четвертому кумулянту тока

$$\langle J(\omega_1),\ J(\omega_2),\ J(\omega_3),\ J(\omega_4)\rangle=2\pi\delta\Big(\sum_i\omega_i\Big)B(\omega_1,\ \omega_2,\ \omega_3),$$

где B — триспектр тока, легко убедиться, что

$$B(\lambda\omega_1,\ \lambda\omega_2,\ \lambda\omega_3)=\frac{1}{\lambda}B(\omega_1,\ \omega_2,\ \omega_3),$$

а затем отсюда и из (9) заключить, что $S_S(\lambda\omega)=\lambda^{-1}S_S(\omega)$. Следовательно, $S_S(\omega)\sim\sim 1/\omega$, и равновесный $1/f$-шум предстает как почти тривиальное, но не замеченное ранее свойство обыкновенного броуновского движения, как одно из проявлений «белого» шума. Получается, что негауссовский равновесный «белый» шум (а реальный шум всегда, конечно, в какой-то мере негауссов) непременно обладает низкочастотными флуктуациями мощности со спектром $1/f$-типа. Эти флуктуации порождены не какими-либо специфически медленными процессами, макроскопически большими временами релаксации, временами жизни и т. п., а теми же самыми микроскопически «быстрыми» процессами взаимодействия носителя и среды, которые порождают броуновское движение.

д) *Данная точка зрения* [18, 19] *открывает картину совершенно иную, нежели* большинство других теоретических построений, нацеленных на поиски таких механизмов $1/f$-шума, которые обладали бы широкой иерархией масштабов времени (см. [20-25] и подробную библиографию в [1]). Тем более интересно взглянуть на подобные попытки с противоположной точки зрения. В этом плане интересный материал для размышлений содержат работы Арекки и соавторов [26, 27], в которых найден пример «стохастического» поведения динамической системы, не имеющей больших собственных масштабов времени, но способной «генерировать» спектр типа $1/\omega$ на низких частотах.

Речь идет о вынужденно-стохастических колебаниях нелинейного осциллятора:

$$\ddot{x}+k\dot{x}-x+4x^3=A\cos\omega_0 t. \qquad (4.7)$$

При определенных параметрах A, ω_0, k здесь возникают два странных аттрактора, взаимно зеркально отраженных на плоскости $(x, \dot{x})$. Стохастические колебания происходят в области притяжения то одного, то другого аттрактора (случайная перемежаемость); при этом текущее среднее значение $x(t)$ (усредненное по ряду осцилляций), то положительно, то отрицательно, а в спектре $S_x(\omega)$ на низких частотах появляется фликкерная компонента с $\gamma \approx 1{,}1-1{,}3$.

Подчеркнем, что система не задерживается подолгу в какой-либо области. Наличие фликкерных флуктуаций $x(t)$ означает, что полное время $t_1(t)$, которое система проводит, например, в области 1 в течение времени наблюдения t, обладает аномально большими флуктуациями. Именно, $\langle t_1^2(t)\rangle - \langle t_1(t)\rangle^2 \backsim t^{1+\gamma}$, тогда как в отсутствие перемежаемости эта величина растет $\sim t$, т. е. гораздо более медленно. Сказанное следует из того, что $\int\limits_0^t x(t')\,dt' \backsim 2t_1(t) - t$.

Авторы [27] считают, что эта система являет собой пример реализации универсального нелинейного механизма фликкер-шума. Мы же заметим, что есть любопытная аналогия между поведением системы (4.7) на низких частотах и больших временах и свойствами описанного выше безмасштабного броуновского движения заряда: величины $t_1(t)$ и $\int\limits_0^t S(t')\,dt'$, в среднем линейно растущие со временем (как $t/2$ и $\overline{S}t$), обе имеют приблизительно квадратично растущие со временем флуктуации. Действительно, вследствие того, что $S_S(\omega) \backsim \omega^{-1}$, корреляционная функция убывает по некоторому логарифмическому закону, и

$$\left\langle \left(\int\limits_0^t S(t')\,dt' \right)^2 \right\rangle - (\overline{S}t)^2 \backsim t^2 f(\ln t)$$

с некоторой функцией $f(z)$ (в гл. 6 мы увидим, что $f(z) \backsim z^{-1}$). Это означает, что возможная флуктуация квадрата диффузионно перенесенного заряда растет со временем так же быстро, как среднее по ансамблю значение квадрата. Если взять отношение этих двух величин, характеризующее флуктуацию «скорости» диффузии заряда в течение промежутка времени t, то возможный разброс этого отношения почти не зависит от t (с увеличением t он убывает логарифмически).

В системе (4.7) аналогичным статистическим свойством обладает случайная часть времени, проведенная системой в области притяжения 1, т. е. случайная величина $t_1(t)/t$. Реализуется, по-видимому, следующая статистическая картина. Наиболее вероятно, что величина t_1/t принимает значение, близкое к среднему $\langle t_1\rangle/t = 1/2$. Однако существует некоторая вероятность, что она окажется аномально большой, например попадет в интервал от 0,9 до 1. При $\gamma = 1$ вероятность такого события не убывает с ростом времени наблюдения t (а при $\gamma > 1$ даже растет). Таким образом, возможны сколь угодно длительные случайные уходы от среднестатистического режима движения. В системе нет характерного масштаба времени, который мог бы ограничить сверху длительность этих уходов. Это и означает, что величина $x(t) \backsim dt_1/dt$ обладает безмасштабными низкочастотными флуктуациями и соответственно фликкерным спектром (не связанным с большими временами релаксации). Корреляция двух далеко разнесенных во времени значений $x(t)$ возникает оттого, что оба они с конечной вероятностью могут принадлежать одному и тому же затянувшемуся уходу от среднего режима.

Резюмируем главные моменты этого раздела. Во-первых, анализ эксперимента Восса — Кларка показал, что богатую информацию о $1/f$-шуме можно получить, исследуя термодинамически равновесную систему — проводник без тока (в теоретическом плане эта задача должна быть гораздо проще, чем исследование неравновесной ситуации). Во-вторых, $1/f$-шум может быть объяснен без привлечения специальных «медленных» физических механизмов (медленно протекающих термодинамических флуктуаций), как неотъемлемый статистический атрибут динамического по своей природе броуновского движения носителей заряда. Далее мы подробно остановимся на этой возможности.

5. ФЛУКТУАЦИИ ЧИСЛА ИЛИ ФЛУКТУАЦИИ ПОДВИЖНОСТИ НОСИТЕЛЕЙ ЗАРЯДА?

а) В применении к полупроводникам, полупроводниковым структурам конкурируют две основные модели. Первая, имеющая давнюю историю и целый ряд модификаций, часто называемая моделью Мак-Уортера, сводит причину фликкер-шума к флуктуациям числа свободных носителей вследствие: 1) их туннельного перехода из основного объема проводника в долгоживущие поверхностные состояния в окисном слое, 2) захвата носителей неоднородностями структуры, носящими характер ловушек или способствующими переходу носителей в объемные связанные состояния, в том числе генерационно-рекомбинационным процессам. В этой модели широкий набор временны́х масштабов возникает из-за экспоненциально сильной зависимости времени жизни связанных состояний от температуры и толщины потенциальных барьеров, причем при весьма общих предположениях получается закон $\sim 1/\omega$ для спектра флуктуаций проводимости (конечно, спектр насыщается на низких частотах). Однако не удаются, как правило, достаточно точные вычисления, позволяющие сделать решительное количественное сравнение с экспериментом. Данная модель освещена и в книжной литературе (обзор современного состояния содержится в [1]; см. также [28]). Как отмечено в [2], она носит довольно специальный характер и не может претендовать на общий охват фликкер-шума. Необходима дополнительная информация о роли дефектов структуры, ловушек. Такую информацию дали бы более детальные исследования жидких металлов, аморфных металлов, расплавленных солей, т. е. систем, в которых отсутствуют долгоживущие локальные особенности структуры.

б) Вторая модель предполагает, что причиной фликкер-шума являются флуктуации подвижности свободных носителей, обусловленные, возможно, особенностями их рассеяния (но не связанные с флуктуациями локальной температуры и вообще локальной термодинамической обстановки). Эта модель развита в основном авторами работы [1], которая содержит почти полную информацию о достижениях и проблемах модели. Считается, что подвижности различных носителей $\mu(t)$ флуктуируют, статистически независимо друг от друга, со спектром

$$S_\mu(\omega) = \mu^2 \frac{2\pi a}{\omega}, \qquad (5.1)$$

где μ — среднее значение подвижности, величина a имеет порядок $2\cdot 10^{-3}$. При «распределенном» описании системы этому предположению придается следующая форма:

$$S_\sigma(r, r'; \omega) = \frac{2\pi a \sigma^2(r)}{\omega n(r)} \delta(r - r'), \qquad (5.2)$$

где $S_\sigma(r, r'; \omega)$ — взаимная спектральная плотность флуктуаций проводимости $\delta\sigma(r, t)$ в точках r, r'; $\sigma(r)$ — среднее значение удельной проводимости в точке r; $n(r)$ — локальная концентрация носителей заряда. Возможно дифференцированное описание вкладов в $\delta\sigma(r, t)$ от носителей с различными энергиями и подвижностями [1].

Замечательно, что, исходя из таких предположений, удается неплохо в качественном и часто даже в количественном отношении рассмотреть множество ситуаций: как однородные полупроводники, так и p—n-переходы, транзисторы, точечные контакты, причем и в неомическом режиме. Во всех случаях в этой теории резкие структурные переходы, контакты, поверхности не являются источниками дополнительного фликкер-шума, но выступают как бы в роли «детекторов», «усилителей» объемного шума. Сложные процессы, протекающие на структурных переходах, «запускаются» фликкерными флуктуациями потока носителей из объема на переход вследствие флуктуаций подвижности носителей. Поэтому конечные формулы оказываются весьма простыми и содержат небольшое число микроскопических параметров (оставаясь свободными от каких-либо макромасштабов). Например, флуктуации тока через p—n-переход в режиме дробового белого шума (когда $\bar{S} = e\bar{J}$) даются выражением

$$S_J(\omega) = e\bar{J}\,\frac{2\pi a}{4\omega\tau_{\text{ж.б.}}}, \qquad (5.3)$$

в котором e — элементарный заряд; $\tau_{\text{ж.б.}}$ — время жизни носителей в базе перехода. Эта формула хорошо согласуется с экспериментом при $a \approx 10^{-3}$. Результаты подобных расчетов находят все больше опытных подтверждений (это отразилось в [12]).

С другой стороны, известно, что $1/f$-шум в полупроводниках может заметно зависеть от состояния поверхности, особенно в случае тонкого образца, и это влияние не объяснено в количественном отношении в описанной простой феноменологической модели флуктуаций подвижности. Однако с позиций этой модели влияние поверхности представляется совершенно естественным. Говоря о флуктуациях подвижности, под последней нужно понимать результат случайного движения носителя на протяжении длительного по сравнению с τ_μ интервала времени (см. ниже), в течение которого носитель обегает большую область среды. При движении в тонком образце поверхность должна влиять на статистические характеристики «продольной» диффузии носителя, и тем самым на флуктуации подвижности. В качестве характерного масштаба толщины должна выступать диффузионная длина $\sim (D\tau_{\text{ж}})^{1/2}$ ($\tau_{\text{ж}}$ — время жизни), что подтверждается экспериментально.

Из резюме обзоров [1,2] видно, что вопросы о влиянии поверхности, соотношении «объемных» и «поверхностных» шумов и о выборе между моделями объемного шума пока далеки от ясности (особенно это относится к протяженным МОП-структурам [28]). В [2] замечено, что модели флуктуаций числа носителей и флуктуаций подвижности в определенной мере «перекрываются» друг с другом, так как, например, задержка носителей на ловушках должна приводить к флуктуациям их эффективной подвижности. Но в приложении к $1/f$-шуму в сильном электрическом поле — в области горячих носителей — две модели дают различимые результаты, так как предсказывают неодинаковую функциональную зависимость уровня шума от поля[1]. Специальные эксперименты с горячими носителями ясно свидетельствуют в пользу гипотезы флуктуаций подвижности[1,29,30]. Такой же вывод следует из результатов измерений $1/f$-шума в сильном магнитном поле в InSb (интересно, что в поле порядка 20 кГс относительные флуктуации напряжения возрастают в 10^2—10^4 раз).

6. БРОУНОВСКОЕ ДВИЖЕНИЕ — ВОЗМОЖНЫЙ УНИВЕРСАЛЬНЫЙ ИСТОЧНИК РАВНОВЕСНОГО $1/f$-ШУМА

а) Естественно возникает вопрос о природе флуктуаций подвижности. До сих пор в литературе не предложено никакого непротиворечивого их объяснения. Вандаммом и Хоухе замечено, что уменьшение шума в сильно легированных полупроводниках можно объяснить, предполагая, что флуктуирует только та часть подвижности, которая обусловлена рассеянием на фононах, а вклад в подвижность от рассеяния на примеси не испытывает флуктуаций. Но убедительной интерпретации флуктуаций «фононной» части подвижности опять-таки нет.

Нетрадиционного характера объяснение флуктуаций подвижности может быть дано на основе идеи безмасштабных флуктуаций, сопровождающих броуновское движение носителей заряда [18,19].

Нужно обратить внимание на то, что такие физические величины, как коэффициент диффузии носителя D и связанная с ним подвижность μ $(D = T\mu)$, интенсивность белого шума $\overline{S}$ и связанная с ней проводимость g $(\overline{S} = 2Tg)$ — это по своему физическому смыслу и математическому определению есть не что иное, как характеристики статистического ансамбля динамически возможных, при данных термодинамических условиях, движений; причем это — кинетические характеристики, требующие для своего вычисления выполнить усреднение как по ансамблю, так и по времени, а для измерения — вести наблюдение в течение большого времени. Это ясно видно, например, из строгого определения коэффициента диффузии

$$D = \lim_{t\to\infty} \frac{1}{2t} \langle r^2(t)\rangle = \int_0^\infty \langle v(t)\, v(0)\rangle\, \mathrm{d}t,$$

$v(t)$ — скорость броуновской частицы, $r(t)$ — ее перемещение за время t, и вообще из формул Грина — Кубо. Следовательно, D, μ, $\overline{S}$, g не могут рассматриваться как адекватные и полные характеристики текущего случайного движения носителя, конкретной броуновской траектории $r(t)$ или $Q(t)$. Для конкретного, «живого», носителя эти характеристики не существуют, поскольку он «не знает» о свойствах ансамбля (и к тому же может быстро забывать о прошлом).

Иначе говоря, реальный носитель (и реальная броуновская траектория) просто не имеет текущего коэффициента диффузии или текущей подвижности. В отличие от динамических величин — импульса, или координаты, или энергии частицы,— эти величины не являются актуально существующими, они лишь описывают — и не исчерпывающим образом — потенциальные возможности ее случайного движения. Аналогично, конкретный носитель или атом не имеет текущей температуры, поскольку T — также параметр ансамбля. Более того, в отличие от T, у которой есть динамический прообраз — энергия частицы, D даже динамическим прообразом не обладает; нельзя определить разумным образом «оператор коэффициента диффузии», «оператор подвижности» и т. п.

б) Отсюда можно сделать два вывода. Во-первых, текущий коэффициент диффузии принципиально неопределен. Эта неопределенность выражается в том, что «интенсивность», или «темп», броуновского движения всегда испытывает естественные флуктуации, которые не могут быть сведены к сторонним по отношению к броуновскому движению возмущениям. Взаимодействие частицы со средой не только принуждает ее к броуновскому движению, но и постоянно отклоняет это движение от некоторого среднего режима. Во-вторых, эти естественные флуктуации не учитываются традиционной «гауссовской» моделью броуновского движения, поскольку она отождествляет понятия, относящиеся к поведению отдельной броуновской траектории и к статистическому описанию ансамбля траекторий. Следовательно, совершенно необходим учет негауссовости шума.

Нетрудно пояснить, почему флуктуации «темпа» броуновского движения (коэффициента диффузии) обладают именно фликкерным спектром. «Темп»,— как и D в применении к ансамблю,— характеризует поведение броуновской траектории на больших интервалах времени $\Delta t \gg \tau_\mu$, в течение которых частица успевает многократно совершить цикл обмена со средой импульсом и энергией и полностью забывает о прошлом. Таким образом, «темп» *диффузии* — это *распределенная, «размазанная», во времени характеристика движения*, и поэтому ее вариации не оказывают влияния на текущее («мгновенное») динамическое и термодинамическое состояние системы; тем самым они не приводят к какой-либо обратной реакции. Далее, поскольку «темп» формируется (рождается как характеристика движения) на интервалах времени $\Delta t \gg \tau_\mu$ много больших, чем кинетические временны́е масштабы случайного движения частицы, то он по необходимости лишен собственного временно́го масштаба. Но это и значит, что флуктуации темпа неизбежно являются безмасштабными и обладают на низких частотах спектром фликкерного типа. Если к тому же вариации темпа находятся в рамках диффузионного закона $\langle r^2(t)\rangle = 2Dt$, $\langle Q^2(t)\rangle = \overline{S}t$, то результатом оказывается спектр вида $1/\omega$. Феноменологически они должны восприниматься, конечно, как флуктуации подвижности, коэффициента диффузии, мощности белого шума. Для их *описания необходимо (и, конечно, достаточно), рассматривать только динамические величины* — $r(t)$, $J(t)$, $Q(t)$ и т. д.

в) Рассмотрим диффузию заряда $Q(t)$ через некоторое сечение термодинамически равновесной замкнутой цепи. К «броуновскому» случайному процессу $Q(t)$ необходимо предъявить следующие физические требования: 1) Перенос заряда подчиняется известному диффузионному закону, т. е. при всех $t \gg \tau_\mu$ точно выполняется равенство (4.4). 2) При $t/\tau_\mu \to \infty$ $Q(t)$ асимптотически обладает свойствами случайного процесса с независимыми приращениями. Физически это означает просто, что корреляции тока $\dot{Q}(t)$ затухают со временем. 3) На больших масштабах статистическая картина диффузии не зависит от детальной структуры микроскопических взаимодействий. Кроме того, отсутствуют влияющие на диффузию «медленные» флуктуационные процессы (возможно, это — наиболее существенная идеализация). В таком случае диффузия должна обладать некоторой масштабной инвариантностью. Вид инвариантности определяется условием 1). Именно, статистическая картина диффузии остается неизменной при совместном растяжении масштаба заряда в λ раз и масштаба времени в λ^2 раз ($Q^2 \sim t$). 4) Масштабная инвариантность нарушается на характерных микромасштабах q_0, τ_0. Ясно, что во всяком случае $\tau_0 \gtrsim \tau_\mu$. 5) Флуктуации заряда $Q(t)$ негауссовы. Фактически только данное условие — учет реально существующей негауссовости — отличает обсуждаемую теорию от канонической модели диффузии.

Эти требования вполне определяют, как показывает несложный математический анализ [18,19], структуру и важнейшие свойства характеристической функции заряда при $t \gg \tau_0$:

$$t^{-1}\ln\langle e^{iuQ(t)}\rangle = \overline{S}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{(\cos uq-1)}{q^2}\,\frac{A(t)}{q_0+|q|}\,F\left(\frac{q^2}{2S't}\right)dq, \tag{6.1}$$

$$A(t) \equiv \left[2\int_0^{\infty}F\left(\frac{q^2}{2S't}\right)\frac{dq}{q_0+|q|}\right]^{-1} \approx \left(\ln\frac{t}{\tau_0}\right)^{-1}, \tag{6.2}$$

$$S' \equiv \frac{q_0^2}{\tau_0};$$

здесь iu — произвольный пробный параметр; функция $F(z)$ удовлетворяет условиям

$$F(0)=1, \quad \int\limits_0^\infty F(z)\,dz=1.$$

Зная характеристическую функцию, мы знаем все моменты и кумулянты $Q(t)$; в частности, $\langle Q^{(4)}(t)\rangle = 2\overline{S}S' t^2 A(t)$. Из формул (4.4), (6.1), (6.2) следует такое выражение для корреляционной функции и спектра флуктуаций мощности белого шума при $t \gg \tau_0$, $\omega\tau_0 \ll 1$:

$$K_S(t)=\frac{2}{3}\,\overline{S}S'\left(\ln\frac{t}{\tau_0}\right)^{-1}, \qquad S_S(\omega)=\frac{4\pi S'\overline{S}}{3\omega}(\ln\omega\tau_0)^{-2}. \tag{6.3}$$

Если цепь представляет собой образец (бублик) статистически однородной равновесной проводящей среды длиной L, то

$$\overline{S}=2\left(\frac{l}{L}\right)^2 DN, \quad q_0=\frac{e}{L}r_0.$$

Величина r_0 определяет пространственную границу области масштабной инвариантности броуновского движения, тогда как τ_0— ее временную границу. В данном случае (модель статистически независимых носителей) относительные флуктуации мощности равны

$$\overline{S}^{-2}S_S(\omega)=\frac{2\pi a(\omega)}{\omega N}, \quad a(\omega)\equiv\frac{r_0^2}{3D\tau_0}(\ln\omega\tau_0)^{-2}. \tag{6.4}$$

г) Хотя величины r_0, τ_0 охарактеризованы довольно нечетко, формула (6.4) приводит к разумным конкретным оценкам уровня шума (конечно, в данной модели нельзя надеяться на оценки лучшие, чем по порядку величины). Из (4.3) и (2.1) видно, что $a(\omega)$ в (6.4) представляет собой теоретическое выражение для «константы Хоухе» a.

1) Пусть уже после однократного «свободного пробега» носитель теряет корреляцию направления движения и обменивается импульсом и энергией с термостатом (неупругое рассеяние). Тогда $\tau_0 \approx \tau_\mu$ (τ_μ — среднее время свободного пробега), а r_0 равно примерно средней длине свободного пробега λ. В этом простейшем случае $r_0^2 \approx 2D\tau_0$. Взяв типичное для полупроводников значение $\tau_0 \sim 10^{-12}$ с, на частоте $\omega/2\pi \sim 1$ Гц, находим: $a(\omega) \approx 0{,}001$, в согласии с характерным для многих чистых полупроводников значением $a \approx 2\cdot10^{-3}$.

2) Рассмотрим металл при высокой температуре $T \gg T_D$. Считая рассеяние неупругим, можно снова положить $r_0^2 \approx \lambda^2 \approx 1/3v_F^2\tau_\mu^2$, $\tau_0 \approx \tau_\mu$ (τ_μ — время релаксации импульса). Поскольку $D=(T/m^*)\,\tau_\mu$, из (6.4) находим

$$a(\omega)\approx\frac{2}{9}\frac{T_F}{T}(\ln\omega\tau_\mu)^{-2}\sim 3\cdot10^{-2},$$

где T_F — температура Ферми. Эта оценка также удовлетворительно согласуется с опытом. По сравнению с предыдущим случаем невырожденных носителей здесь появился дополнительный фактор $\backsim T_F/T$. При $T \gg T_D$ нужно учесть упругость рассеяния электронов, в силу которой $\tau_0 \gg \tau_\mu$.

3) Возьмем броуновскую частицу в жидкости. В качестве τ_0 необходимо взять время релаксации скорости частицы τ_μ (других временных масштабов здесь нет). Если плотности частицы и жидкости одинаковы, то $\tau_0 \approx \tau_\mu \approx \frac{2R^2}{9\nu}$, где R — радиус; ν — кинематическая вязкость. Введение длины свободного пробега в данном случае не имеет смысла, поскольку оценка λ из обычных кинетических соотношений дает величину, много меньшую межмолекулярного расстояния $b \approx 3\cdot10^{-8}$ см (даже если R приближается к b). Следовательно, должно быть $r_0 \approx b$. Поскольку $D=\frac{T}{6\pi\rho\nu R}$, то при характерных для воды величинах и $T=300$ К имеем

$$a(\omega)\approx\frac{9\pi b^2\nu^2\rho}{TR}(\ln\omega\tau_\mu)^{-2}\approx\frac{10^{-7}}{R},$$

где R выражается в см. Для иона с радиусом $R \sim b \approx 3\cdot 10^{-8}$ см отсюда находим $a(\omega) \sim 3$ в хорошем согласии с известным (см. выше) аномально большим значением «константы Хоухе» для электролитов $a \sim 10$.

4) Наконец, в качестве еще одного примера возьмем $1/f$-шум резкого структурного перехода — р — n-перехода, границы раздела двух сред, контакта Джозефсона и т. п. (к этой категории ситуаций можно отнести и шум электронной эмиссии). Для определенности остановимся на джозефсоновском контакте. Будем считать, что перенос осуществляется некоррелированными «элементарными» актами, в каждом из которых переносится заряд e. Тогда в (6.1) — (6.3) $q_0 = e$. Заметим, что $\overline{S} = ne^2$, где n — среднее число зарядов (электронов), пересекающих контакт в единицу времени. Для спектра относительных флуктуаций мощности из (6.3) имеем [18]

$$S(\omega) = \frac{2\pi a_0(\omega)}{\omega n \tau_0}, \qquad a_0(\omega) = \frac{2}{3}(\ln \omega\tau_0)^{-2}. \tag{6.5}$$

Время τ_0 имеет смысл «времени жизни электрона на переходе» (длительность элементарного процесса переноса) и определяется в данном случае вероятностью туннелирования через диэлектрическую прослойку. Далее, n можно представить в виде $n = A/\tau_0 b^2$, где A — площадь однородного контакта, а b^2 — величина площадки, пропускающей $1/\tau_0$ электронов в единицу времени, так что

$$S(\omega) = \frac{2\pi b^2}{\omega A} a_0(\omega).$$

Выражение (6.5) должно быть справедливо и для относительных флуктуаций нормального тока через контакт в неравновесном состоянии, если $ex < T$ (x — напряжение на контакте).

Минимально возможное значение b^2 равно $\approx n_{\text{эл}}^{-2/3}$, где $n_{\text{эл}}$ — концентрация электронов в металле, т. е. части площади контакта, «приходящейся на один электрон»; следовательно, $b^2 \gtrsim 6\cdot 10^{-16}$ см^2. Возьмем для оценки логарифма $\tau_0 \sim 10^{-10}$ с и частоту $\sim 1-10^1$ Гц; тогда

$$S(\omega) \gtrsim \frac{2\pi 10^{-18}}{\omega A},$$

где A выражена в см^2. Отсюда отношение вкладов $1/f$-шума и белого шума в общий шум перехода равно

$$\xi = \frac{\overline{J}^2}{\overline{S}} S(\omega) \gtrsim \frac{\overline{J}Re}{T} \frac{j}{2ef} 10^{-18} \text{ см}^2,$$

где j — плотность нормального тока, $f = \omega/2\pi$. Сквиды работают обычно в режиме, когда $\overline{J}ReT^{-1} \lesssim 1$, а j — порядка критической плотности сверхтока $j_c = J_c A^{-1}$. При $\overline{J}Re/T \approx 1/2$, и характерном значении $j = 10^3$ А/см^2, $\xi \approx 1000/f$ (Гц), что согласуется с экспериментом для сквидов с такими параметрами [34]. «Собственная энергетическая чувствительность сквида» [34] в области низких частот в единицах h равна $\approx (J_c\, 8e)\, S(\omega) \approx 0{,}6\, j_c f^{-1}$ (где j_c — в А·см$^{-2}$).

В заключение необходимо отметить следующее. Логарифмически медленное затухание корреляционной функции (6.3) не означает, что носители долго хранят память о прошлом. Сам логарифмический закон получен из предпосылки об отсутствии длительной памяти. Этот парадоксальный момент — отражение того уже подчеркивавшегося факта, что текущие значения кинетических параметров обладают принципиальной неопределенностью. Поэтому чрезвычайно медленное затухание корреляционной функции $K_S(t)$ не может интерпретироваться буквально — как отражение кинетики флуктуаций, памяти или последействия системы или долгоживущих термодинамических корреляций.

Величина $K_S(t)$ представляет собой минимальную неопределенность (среднеквадратичную ошибку), которую нельзя превзойти, осуществляя измерение кинетического параметра (в данном случае — мощности белого шума) в течение конечного времени t. Временное поведение $K_S(t)$ свидетельствует только о том, что индивидуальная броуновская траектория системы (реализующаяся в конкретном явлении или эксперименте) с течением времени постоянно находит новые возможности ухода от «среднестатистического» режима движения, и этот процесс никогда не кончается, не имеет верхнего масштаба времени, как его не имеет лежащее в основе броуновского движения динамическое движение. Можно сказать, $1/f$-шум имеет динамическую природу, хотя существует он, как и тепловой белый шум, только в связи с тем, что система характеризуется необратимым поведением (при отклонении от равновесия): он выступает как своего рода «дань», которую надо платить динамике за диссипативные свойства системы.

Заметим, что $1/f$-шум не может быть описан с помощью ланжевеновских уравнений (марковского или немарковского типа). Любое такое уравнение включает диссипативные параметры — коэффициенты трения. переноса и т. п., которые представляют собой статистические параметры ансамбля (спектральные плотности «случайных» сил), однако трактуются как характеристики мгновенного динамического состояния системы. Тем самым ланжевеновское уравнение не способно воспроизвести «настоящую» индивидуальную траекторию, и при его использовании $1/f$-шум неизбежно теряется.

С изложенной в этом разделе точки зрения удается дать достаточно общее физическое объяснение $1/f$-шума. Соответствующая статистическая модель приводит и к правильным количественным оценкам, однако, несомненно требует углубления на основе микроскопического анализа статистики процессов переноса.

7. $1/f$-ШУМ В НЕРАВНОВЕСНОМ ТОКОВОМ СОСТОЯНИИ

Рассмотренный $1/f$-шум равновесен в самом буквальном смысле этого слова: он существует в термодинамически равновесной системе и может наблюдаться без нарушения равновесия. На практике шум обычно проявляется и измеряется в неравновесном — токовом — состоянии, которое возникает, если включить в проводящую цепь источник заданной э. д. с. В этом состоянии не только текущая мощность широкополосной (белой) компоненты шума, но и текущее среднее значение тока испытывает фликкерные флуктуации. Флуктуации тока (токовый $1/f$-шум) имеют ту же самую причину, что и равновесные флуктуации мощности, т. е. токовый шум не вызван протекающим средним диссипативным током, а «зондируется» им (в этом смысле и токовый шум может быть назван «равновесным»). Естественно ожидать, что в слабо неравновесном состоянии (достаточно слабом поле) токовый фликкер-шум непосредственно воспроизводит равновесный, т. е. выполняется равенство (4.3) — относительные флуктуации тока и мощности равновесного белого шума одинаковы. Это равенство можно строго, без обращения к какой-либо феноменологической модели, доказать [19] с помощью так называемых нелинейных флуктуационно-диссипационных соотношений (о них см., например, [31]). Для доказательства необходимо предположение о стационарности неравновесного такового состояния.

Будем считать, что до момента $t = 0$ система «проводник плюс окружение» находилась в равновесии и имела температуру T. При $t = 0$ подключается источник постоянной э. д. с. $x = \mathrm{const}$. Имеет место следующее точное и общее соотношение, связывающее среднее (по ансамблю) значение тока после включения возмущения $\langle J(t)\rangle_x$, и кумулянты токовых флуктуаций второго, четвертого и высших четных порядков [19]:

$$\langle J(t)\rangle_x = \frac{x}{T}\int_0^t \langle J(t),\ J(t')\rangle_x\,\mathrm{d}t' - \\ - \frac{1}{6}\left(\frac{x}{T}\right)^3 \int\int_0^t\int \langle J(t),\ J(t_1),\ J(t_2),\ J(t_3)\rangle_x\,\mathrm{d}t_1\,\mathrm{d}t_2\,\mathrm{d}t_3 + \ldots; \quad (7.1)$$

здесь значок x у скобок напоминает о неравновесности флуктуаций; многоточием заменен вклад шестого и высших кумулянтов, пропорциональный x^5 (при $x \to 0$); $Q(t) = \int_0^t J(t')\,\mathrm{d}t'$ (в сжатой записи (7.1) имеет вид

$$\langle Q(t)\rangle_x = \left\langle Q(t)\ \mathrm{th}\left(\frac{x}{2T}\,Q(t)\right)\right\rangle_x,$$

где справа берется «кумулянтная часть» среднего). Разложим средний ток в ряд по x: $\langle J(t)\rangle_x = g_1(t)\,x + g_3(t)\,x^3 + \ldots$ Пусть при $t \gg \tau_\mu$ устанавливается стационарное (неравновесное) состояние, т. е. конкретно: 1) функция кубичного отклика $g_3(t) \to$

$\to$ const; 2) корреляционная функция тока зависит лишь от разности $t - t'$. Тогда

$$\langle J(t),\ J(t')\rangle_x = \langle J(t),\ J(t')\rangle_0 + x^2 K_g(t-t') + \ldots,$$

где $K_g(\tau)$ можно интерпретировать как корреляционную функцию флуктуаций проводимости $g(t)$. Из рассмотрения кубичных членов разложения (7.1) по x видно, что (при $t \gg \tau_{\text{н}}$)

$$K_g(t) = \frac{1}{2T^2} \int\limits_0^t \int \langle J(t),\ J(t_1),\ J(t_2),\ J(0)\rangle_0\, dt_1\, dt_2 \tag{7.2}$$

(нуль указывает на равновесность флуктуаций); сравнение же этой формулы с (4.6) показывает, что (при $\omega\tau_0 \ll 1$) $S_g(\omega) = (2T)^{-2} S_S(\omega)$; и в слабонеравновесном состоянии

$$S_J(\omega) = x^2 S_g(\omega) = J^2 \overline{S}^{-2} S_S(\omega) \quad \left(\overline{J} = gx = \frac{\overline{S}}{2T}\, x\right).$$

Таким образом, равенство (4.3) — необходимое следствие «кубичных» флуктуационно-диссипационных соотношений в случае стационарного (слабо неравновесного) состояния. Эти соотношения (изучавшиеся ранее Ефремовым, а также Стратоновичем) дают также строгое статистическое выражение (7.2) для такой феноменологической характеристики, как корреляционная функция флуктуаций проводимости. По существу, флуктуационно-диссипационные соотношения доказывают тождественность — с принципиальной точки зрения — фликкерных флуктуаций тока и флуктуаций равновесной мощности.

С другой стороны, понятно, что характеристики фликкер-шума должны, вообще говоря, модифицироваться в существенно неравновесном токовом состоянии (в области неомического сопротивления). Нестационарность токового состояния (а неравновесное состояние всегда, конечно, в какой-то мере нестационарно) также должна отразиться на свойствах фликкер-шума. Поэтому изменения могут коснуться не только уровня шума, но и формы спектра. Нельзя исключить даже такую возможность, как зависимость показателя спектра (на произвольно низких частотах) от степени неравновесности проводника, т. е. от x и от условий измерения шума.

Мерой неравновесности может служить отношение величины работы поля, рассеиваемой в типичном «элементарном» процессе переноса заряда, к температуре термостата либо интенсивность тепловых потоков в проводнике, обусловленных джоулевым нагревом и теплообменом с окружением. В реальных экспериментах с металлами неравновесность практически всегда слаба в смысле первого критерия, но часто существенна в смысле второго ввиду большой концентрации носителей заряда и интенсивного нагрева. В случае полупроводников, наоборот, неравновесность оказывается сравнительно слабой в смысле второго критерия, но сильной — в области горячих носителей и неомического сопротивления — с точки зрения первого критерия.

Физически нестационарность $1/f$-шума ($\gamma > 1$) в состоянии с током обусловлена, по всей видимости, именно «тепловой» неравновесностью, связанной с джоулевым нагревом *) (т. е. определяющим является второй критерий). На это указывает то обстоятельство, что надежно замеченные отклонения показателя γ от единицы характерны прежде всего для металлов **). Сейчас трудно что-либо сказать о статистическом механизме «тепловой» нестационарности неравновесного $1/f$-шума. Однако можно утверждать, что в квадратичном по x приближении, которое соответствует «бесконечно слабой неравновесности», показатель γ должен оставаться равным единице (не считая логарифмических поправок). Это видно из приведенных соотношений с учетом того, что даже в отсутствие теплообмена проводника с окружением кубичный отклик $g_3(t)$ не может расти со временем быстрее чем $\sim t$. Следовательно, эффекты неравновесности, в том числе отличие γ от 1, связаны с суммой «добавок» высшего порядка, пропорциональных x^4, x^6, x^8, ... к спектру шума.

*) Это предположение позволяет получить следующую формальную оценку γ. Качество теплообмена шумящего проводника с окружением можно охарактеризовать обратным средним временем тепловой релаксации λ, а интенсивность нагрева — временем $t_0 = (\overline{J}x/CT)^{-1} \gg \lambda^{-1}$. Нестационарность шума должна выражаться (в области $\omega < \lambda$) дополнительным безразмерным множителем $\sim(\lambda/\omega)^{\alpha}$ в спектре шума; тогда $\gamma = 1 + \alpha$. В то же время этот фактор должен быть несуществен вплоть до более низких частот $\sim t_0^{-1}$. Отсюда следует, что $\ln(\lambda t_0)^{\alpha} \sim 1$, $\alpha = \text{const}\cdot \ln^{-1}(CT\lambda/\overline{J}x)$, где const — число порядка единицы. Для экспериментов с металлами типичны значения $\lambda t_0 \sim 10 - 10^4$, чему отвечают значения $\gamma \approx 1{,}1$—$1{,}4$.

**) Так, в новой работе: Fleetwood D. M., Masden J. T., Giordano N.— Phys. Rev. Let., 1983, v. 50, p. 450 — измерения шума платиновых нитей и пленок в широком частотном интервале от 10^{-3} до 10^2 Гц дают $\gamma \approx 1{,}15$.

Простой формально-феноменологический метод описания и анализа токового $1/f$-шума в неомическом режиме (и в стационарном состоянии) основывается на следующих предположениях: фликкерные флуктуации текущих среднего тока и мощности неравновесного белого шума обусловлены флуктуациями некоторого кинетического параметра системы или ряда параметров; интенсивность относительных флуктуаций параметра либо остается такой же, как в равновесии, либо известным образом зависит от среднего тока (или средней мощности). В качестве примера рассмотрим полупроводниковый диод (p—n-переход) в режиме дробового шума при $xe/T \gg 1$, когда $\bar{S} = e\bar{J}$, $\bar{J} = en$, где n — среднее число носителей, проходящих в «прямом» направлении в единицу времени. Считая, что источником фликкерных флуктуаций являются флуктуации n, имеем

$$S_J(\omega) = \bar{J}^2 \bar{S}^{-2} S_S(\omega).$$

Тогда использование для $S_S(\omega)$ выражения (6.3), с учетом зависимости $\bar{S}$ от x, приводит [18] к формуле вида (5.3), которая показывает, что интенсивность $1/f$-шума диода в неомическом режиме пропорциональна, как и интенсивность белого шума, потоку носителей через диод.

Зависимость тока горячих носителей от электрического поля E ($E = x/L$) во многих случаях имеет вид $\bar{J} = \varphi(\mu Ee/v)$, где μ — подвижность носителей в слабом поле; v — «некинетический» параметр (скорость распространения фононов). Кляйнпеннин показал, что $1/f$-шум горячих носителей можно правильно описать, предположив, что он определяется фликкерными флуктуациями μ (не зависящими от поля и не коррелированными для различных носителей) [1,30]. Это предположение приводит к зависимости

$$S_J(\omega) = \bar{J}^2 \frac{2\pi a}{\omega N} \left(\frac{\mu}{\bar{J}} \frac{\partial \bar{J}}{\partial \mu}\right)^2 = \bar{J}^2 \cdot \frac{2\pi a}{\omega N} \left(\frac{x}{\bar{J}} \frac{\partial \bar{J}}{\partial x}\right)^2,$$

хорошо согласующейся с экспериментом, причем фликкерные флуктуации напряжения остаются не зависящими от поля.

Отметим, наконец, следующий интересный результат работы [32]. Теоретическое рассмотрение вырожденного электронного газа в среде неподвижных (бесконечно тяжелых) рассеивателей и во внешнем поле (без учета межэлектронного взаимодействия) показало, что квадратичная по напряжению x неравновесная добавка к коррелированной функции тока не содержит фликкерной компоненты. Таким образом, при рассеянии на строго неподвижных центрах $1/f$-шум отсутствует. Этот результат согласуется с отмечавшимся уменьшением уровня шума в сильно легированном полупроводнике [1].

Заметим, что в системе [32] (предельный случай газа Лоренца) электроны не могут отдавать энергию среде, поскольку процессы рассеяния идеально упруги. Время энергетической релаксации $\tau_э$ здесь бесконечно велико (хотя время релаксации импульса τ_μ конечно). Но для того, чтобы броуновская траектория электрона приобрела масштабно-инвариантное поведение, она должна развиваться в течение времени $\gg \tau_0$, а последнее в свою очередь должно превосходить максимальный из кинетических масштабов взаимодействия электронов со средой τ_μ, $\tau_э$. При предельном переходе к неподвижным рассеивателям масштаб τ_0 стремится к бесконечности, и $1/f$-шум исчезает. Поскольку полоса частот $1/f$-шума $< \tau_0^{-1}$, она неограниченно сжимается. Иначе говоря, спектр $1/f$-шума в пределе вырождается в δ-функцию на нулевой частоте, что соответствует «замороженным» флуктуациям. Эта трансформация сопровождается, как ясно из

(6.4), уменьшением уровня $1/f$-компоненты шума (масштаб r_0 должен оставаться, как и средняя длина свободного пробега λ, конечным, хотя в любом случае $r_0 \gg \lambda$); белая же компонента шума, ширина спектра которой $\sim\tau_\mu^{-1}$, остается без изменений.

Имеется, таким образом, ряд полезных теоретических результатов, относящихся к $1/f$-шуму в слабо неравновесном состоянии, и простых, но формальных рецептов вычисления шума в некоторых нелинейных системах. Последовательного и общего конструктивного подхода к анализу $1/f$-шума в существенно неравновесных системах пока не предложено. Одной из важнейших задач такого подхода было бы объяснение и вычисление показателей степени γ, больших единицы, соответствующих нестационарному «в смысле флуктуаций» (но не обязательно в смысле среднего по ансамблю значения тока) и неэргодическому неравновесному токовому состоянию. Разумеется, тех предпосылок, на которых основывается изложенная в предыдущем разделе теория равновесного $1/f$-шума, недостаточно для анализа нестационарной ситуации. Для этого необходимо по крайней мере ввести в явное рассмотрение процессы диссипации энергии и теплопереноса (в их связи с переносом заряда) и сопутствующие этим процессам фликкерные флуктуации. Данный круг задач пока в литературе не обсуждался.

8. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Сегодняшнее положение дел в изучении $1/f$-шума, как было видно, не позволяет дать какое-либо заключение в ярко утвердительных тонах. Тем не менее можно, по нашему мнению, сделать вывод, что экспериментальные исследования и теоретические работы последних лет все более определенно подводят к картине «безмасштабного» $1/f$-шума, порожденного не медленно протекающими флуктуационными процессами, но самим «быстрым» броуновским движением носителей заряда. Спектр безмасштабного $1/f$-шума не насыщается на низких частотах (хотя интегрируем в случае равновесного шума), а его интенсивность определяется только микроскопическими пространственно-временны́ми масштабами взаимодействия носителей со средой. Продемонстрировавшая немалые успехи формальная модель флуктуаций подвижности является, по существу, способом описания безмасштабного $1/f$-шума. Сейчас появляется возможность физического обоснования и развития этой модели. Загадочные флуктуации подвижности со спектром $1/f$-типа оказываются видимым проявлением принципиальной неопределенности текущей подвижности (а также коэффициента диффузии и вообще текущих значений кинетических величин) — неопределенности, обусловленной тем простым обстоятельством, что текущие кинетические величины не являются, в отличие от динамических величин, «налично» присутствующими в действительности, но фактически рождаются в процессе наблюдения и текущего усреднения (интегрирования) по большому времени. Таким образом, безмасштабный $1/f$-шум выступает как фундаментальное и общее явление; он возникает, вместе с белым шумом, при любом микроскопическом механизме переноса заряда (хотя его статистические характеристики зависят от конкретных особенностей механизма). С данной точки зрения можно утверждать, что само броуновское движение служит универсальным источником $1/f$-шума.

Сказанное не означает, конечно, что этот источник — единственный. Коль скоро в системе протекают флуктуационные процессы, характеризующиеся широким разбросом времен релаксации (или «времен жизни, памяти» и т. п.), они дают вклад — и, возможно, в тех или иных случаях определяющий — в наблюдаемый низкочастотный шум и фликкер-шум. В случае полупроводниковых структур, как отмечалось, выбрать между «многомасштабным» (флуктуации числа носителей) и «безмасштабным» (флуктуации подвижности) шумом пока не удается. Не исключено, что оба механизма существенны и, несмотря на их принципиальное различие, нетривиальным образом взаимодействуют друг с другом, не подчиняясь арифметическому закону сложения флуктуаций.

Конструктивный вывод, который можно сделать,— это необходимость,— помимо традиционного поиска «медленных» механизмов $1/f$-шума, также более детального анализа микроскопических статистических характеристик переноса заряда, с тем чтобы, используя строгие методы статистической механики и достижения физической кинетики, совершенствовать картину безмасштабного $1/f$-шума (в частности, модель флуктуаций подвижности). Есть основания надеяться, что исследования в этом плане стимулируют также новые направления экспериментальных исследований как самого $1/f$-шума, так и связанных с его параметрами микроскопических характеристик сред, и помогут приблизиться к окончательному решению проблемы $1/f$-шума.

Горьковский государственный университет
им. Н. И. Лобачевского

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Hooge F. N. et al. Rept. Progr. Phys., 1981, v. 44, p. 479.
2. Bell D. A.— J. Phys. Ser. C, 1980, v. 13, p. 4425.
3. Hooge F. N.— Phys. Lett. Ser. A, 1969, v. 29, p. 139.
4. Dutta R. et al.— Sol. State Comm., 1978, v. 27, p. 1389.
5. Van de Voorde P., Love W. F.— Phys. Rev. Ser. B, 1981, v. 24, p. 4781.
6. Voss R. F., Clarke J.— Ibid., 1976, v. 13, p. 556.
7. Clarke J., Hsiang T. Y.— Ibid., p. 4790.
8. Leeman C. et al.— Sol. State Comm., 1980, v. 35, p. 97.
9. Mantese J. L. et al.— Ibid., 1981, v. 17, p. 353.
10. Коган Ш. М.— УФН, 1977, т. 123, с. 131.
11. Ketchen M. B., Clarke J.— Phys. Rev. Ser. B, 1978, v. 17, p. 114.
12. III Всесоюзная конференция «Флуктуационные явления в физических системах» (Вильнюс, 1982): Тезисы докладов.— Вильнюс, 1983.
13. Якимов А. В.— Изв. вузов. Сер. «Радиофизика», 1980, т. 23, с. 238; 1982, т. 25, с. 308. Малахов А. Н., Якимов А. В.— Радиотехн. и электрон., 1974, т. 19, с. 2436.
14. Miller S. C.— Phys. Rev. Ser. B, 1981, v. 24, p. 3008.
15. Liu S. H.— Ibid., 1977, v. 16, p. 4218.
16. Keshner M. S.— Proc. IEEE, 1982, v. 70, No. 3, p. 212.
17. Nelkin M., Tremblay A. M S.— J. Stat. Phys., 1981, v. 25, p. 253.
18. Кузовлев Ю. Е., Бочков Г. Н.— Изв. вузов. Сер. «Радиофизика», 1983, т. 26, с. 310.
Кузовлев Ю. Е., Бочков Г. Н.— Препринт НИРФИ № 157.— Горький, 1982.
19. Кузовлев Ю. Е., Бочков Г. Н.— Письма ЖТФ, 1982, т. 8, с. 1260.
20. Dutta P., Dimon P., Horn P. M.— Phys. Rev. Lett., 1979, v. 43, p. 646.
21. Ngai K. L.— Phys. Rev. Ser. B, 1980, v. 22, p. 2066.
22. Климонтович Ю. Л.— ЖЭТФ, 1981, т. 80, с. 2243.
23. Коган Ш. М., Шкловский Б. И.— ФТП, 1981, т. 15, с. 1049.
Коган Ш. М., Нагаев К. Э.— ФТТ, 1982, т. 24, с. 3381.
24. Ван дер Зил А. Шум.— М.: Сов. радио, 1973.
25. Putterman S.— Phys. Rev. Lett., 1977. v. 39, p. 585.
26. Arecchi F. T., Lisi F.— Ibid., 1982, v. 49, p. 94.
27. Arecchi F. T. et al.— Ibid., p. 1217.
28. Jones B. K.— J. Phys. Ser. D, 1981, v. 14, p. 471.
29. Kleinpenning T. G. M.— Physica. Ser. B, 1981, v. 103, p. 340; 1982, v. 113, p. 189.
30. Bosman G. et al.— Phys. Lett., Ser. A, 1980, v. 80, p. 57.
31. Bochkov G. N., Kuzovlev Yu. E.— Physica. Ser. A, 1981, v. 106, p. 443.
32. Tremblay A. M. et al.— Phys. Rev. Ser. A, 1979, v. 19, p. 1721.
33. Palenskis V., Shoblitskas Z.— Sol. State Comm., 1982, v. 43, p. 761.
34. Ketchen M. B.— IEEE Trans., 1981, v. Mag-17, p. 387.