

534+538.114

НАРУШЕННАЯ СИММЕТРИЯ И МАГНИТОАКУСТИЧЕСКИЕ ЭФФЕКТЫ В ФЕРРО- И АНТИФЕРРОМАГНЕТИКАХ

Е. А. Туров, В. Г. Шавров

СОДЕРЖАНИЕ

1. Введение	429
а) История вопроса (429). б) Аналогии и различия с эффектом Мейсснера — Хиггса. Роль фазовых переходов (432).	
2. Магнитоупругие волны в ферромагнетиках	436
а) Общая постановка задачи (436). б) Кубический ферромагнетик (438). в) Ферромагнетики типа «легкая плоскость» (444).	
3. Антиферромагнетики	448
а) Общие положения (448). б) Ромбические антиферромагнетики — ортоферриты (449). в) Антиферромагнетик типа «легкая плоскость». Фазовый переход по давлению (454).	
4. Заключительные замечания	458
Цитированная литература	460

1. ВВЕДЕНИЕ

а) И с т о р и я в о п р о с а

Около 25 лет тому назад (1956—1958 гг.) появились первые работы ¹⁻³, в которых предсказывалось существование связанных магнитоупругих (магнон-фоонных) волн в ферро- и антиферромагнетиках. Эти работы фактически открыли новую область физики магнитоупорядоченных веществ («магнетиков») — магнитоакустику, нашедшую затем ряд важных применений (см., например, обзоры ^{4,5}).

Однако настоящая статья имеет целью рассмотреть совокупность магнитоупругих (МУ) эффектов, также относящихся к указанной области, но открытых значительно позднее и почти совсем не отраженных в обзорной (или монографической) литературе. Необходимость такого рассмотрения диктуется еще тем, что по поводу этих эффектов встречаются противоречивые (а в некоторых случаях и просто неверные) суждения. Между тем ситуация здесь такова, что указанные эффекты фактически представляют общезначительный интерес и имеют аналоги в других областях физики.

Исследование интересующих нас МУ явлений началось в 1963—1965 гг. в работах ⁶⁻¹¹. В ^{7,8} почти одновременно и независимо был открыт эффект, который в советской и западной литературе получил соответственно названия эффекта «магнитоупругой щели» ^{6,10} или «застывшей решетки» ¹²⁻²². В опытах по антиферромагнитному резонансу (АФМР) в гематите ($\alpha\text{-Fe}_2\text{O}_3$) было найдено, что резонансная частота ω_0 описывалась формулой

$$\omega_0^2 = \omega_M^2 + \omega_{МУ}^2, \quad (1\ 1)$$

где величина ω_m соответствовала частоте АФМР, даваемой существующей к тому времени теорией (и определяемой внешним магнитным полем H и магнитной анизотропией), а дополнительное слагаемое как раз и представляло собой обнаруженный эффект.

В первых же работах ⁶⁻⁹ было высказано предположение, что этот вклад в частоту АФМР связан со спонтанной магнитострикцией, имеющей место в основном (равновесном) состоянии антиферромагнетика. Стрикция приводит к растяжению (или сжатию) образца в направлении вектора антиферромагнетизма, что создает дополнительное эффективное поле анизотропии для колебаний спинов. Важно подчеркнуть, что эффект, о котором идет речь, связан с тем обстоятельством, что указанные спонтанные деформации решетки не следуют за колебаниями намагниченности, возбуждаемыми при АФМР; они как бы являются «застывшими» (отсюда и происходит одно из названий эффекта). Необходимо отличать этот эффект от обусловленной магнитострикцией перенормировки констант магнитной анизотропии, определяемых из статических измерений. В отличие от последнего, интересующий нас эффект не исчезает даже в предельном случае полностью изотропной среды, когда $\omega_m = 0$ (при $H \rightarrow 0$) и, следовательно, $\omega_0 = \omega_{mu}$. Напротив, в этом случае, не будучи замаскирован анизотропией, эффект проявляется в наиболее чистом виде.

Теория АФМР с учетом спонтанных деформаций в основном состоянии была развита в работах ^{6,10}. При этом была не только подтверждена указанная природа эффекта в гематите, но и были сделаны новые предсказания.

В ¹⁰ было показано, что этот МУ эффект является общим для всех ферро- и антиферромагнетиков, отличаясь в разных случаях лишь своей величиной. Выяснилось, что существование «застывших» спонтанных деформаций следует рассматривать не как гипотезу, а как результат последовательного решения связанных уравнений движения для однородных колебаний намагниченности и деформаций.

Проведенные в ¹⁰ оценки показали, что величина ω_{mu} должна иметь anomalно большое значение для редкоземельных ферромагнетиков (Dy и Tb) с анизотропией типа «легкая плоскость», для которых $\omega_{mu}/\gamma \sim \sim 10^5$ Эрстед (γ — магнетомеханическое отношение). Это предсказание подтвердилось в опытах по неупругому рассеянию нейтронов на спиновых волнах в этих металлах ^{13,14}. Дело в том, что частота ферро- (или антиферро-) магнитного резонанса ω_0 может быть также определена (за некоторыми исключениями, связанными с размагничивающими полями образца) как минимальное значение частоты ω_k для соответствующей ветви спиновых волн в пределе волнового вектора $\mathbf{k} = 0$: $\omega_0 = \omega_k|_{k=0}$. Другими словами, частота ω_0 представляет собой щель в спектре спиновых волн, которая, как это было сделано в ^{13,14}, может быть найдена путем экстраполяции функции $\omega_k \equiv \omega(\mathbf{k})$ на $\mathbf{k} \rightarrow 0$. Величина ω_{mu} дает МУ вклад в эту щель; отсюда и произошло другое название эффекта.

Вокруг вопроса о спин-волновой частоте (при $\mathbf{k} \rightarrow 0$) в редкоземельных металлах и их сплавах в свое время в литературе развернулась оживленная дискуссия на тему о том, какая из моделей здесь справедлива — «застывшей» или «свободной» решетки (frozen or free lattice model; см., например, ¹²⁻²¹). Отголоски этой дискуссии имеются еще и сейчас ²²⁻²⁴. Основания для этой дискуссии были как чисто субъективные *), так и

*) Как это ни кажется теперь удивительным, но ряд физиков никак не могли поверить, что решетка может покоиться (frozen lattice) во время однородных колебаний спинов, а не следовать за ними (free lattice).

объективные, связанные с тем, что не удавалось описать резонанс в указанных металлах с позиций «застывшей решетки». Хотя за ней осталось последнее слово, все же вопрос об адекватном описании СВЧ свойств редкоземельных металлических ферромагнетиков в значительной степени остается открытым. А к понятиям застывшей и свободной решетки мы вернемся позднее еще раз с точки зрения связанных магнитоакустических (магнон-фононных) волн.

В настоящее время насчитываются уже многие десятки работ, в которых теоретически или экспериментально рассматриваются эффекты, так или иначе связанные с учетом спонтанных деформаций в основном состоянии. Кроме благоприятного в этом отношении гематита (помимо ⁶⁻⁹, см. также ²⁵⁻³³), эти эффекты детально изучались в другом ромбоэдрическом антиферромагнетике (также со слабым ферромагнетизмом) FeBO_3 ^{27,31,34,35}, в кубических антиферромагнитных гранатах ^{36,37}, а также в некоторых ортоферритах (антиферромагнитных соединениях, часто со слабым ферромагнетизмом, типа VFeO_3) (см. ³⁸⁻⁴²) и в антиферромагнетиках типа «легкая ось» (MnF_2 и Cr_2O_3) ⁴³⁻⁵⁰. В работе ²³ обсуждается различие констант магнитной анизотропии кобальт-марганцевого феррита ($\text{Co}_{0,25}\text{Mn}_{0,75}\text{Fe}_2\text{O}_4$), определяемых из статических измерений и из ферромагнитного резонанса (ФМР) с целью обнаружить эффект «застывшей решетки».

В результате этих исследований выяснилось, что МУ щель представляет собой лишь одну (может быть, не самую интересную) сторону явления: она соответствует лишь одной точке ($\mathbf{k} = 0$) спектра одной из ветвей единого спектра связанных МУ волн (а именно квазимагнонной).

Эта щель обусловлена влиянием упругой подсистемы на магнитную. Имеется, конечно, и другая сторона медали — обратное влияние колебаний спинов на взаимодействующую с ними ветвь акустических колебаний (фононов). Обе эти связанные моды колебаний (квазимагнонная — $\omega_I(\mathbf{k})$ и квазиакустическая — $\omega_{II}(\mathbf{k})$) представлены схематически на рис. 1 для антиферромагнетика в простейшем «чистом» случае, когда в (1.1) $\omega_M = 0$, так что магнонная щель целиком сводится к магнитоупругой. В этом случае взаимодействие мод оказывается наиболее сильным. Пунктиром изображены спектры без взаимодействия, а сплошными линиями — с учетом МУ взаимодействия. Видно, что наряду с появлением щели ω_M для $\omega_I(\mathbf{k})$ возникает сильная деформация квазиакустической ветви (так что в асимптотике при $\omega_{II} \ll \omega_M$, т. е. при достаточно малых значениях \mathbf{k} , закон дисперсии для этой ветви может даже измениться с линейного на квадратичный). Экспериментально этот эффект проявляется как уменьшение скорости звука при уменьшении ω_M в (1.1), что может быть достигнуто в различных случаях за счет изменения магнитного поля, температуры или давления (см. ^{25-27,34,39-41}). Одновременно с уменьшением скорости звука вблизи точки $\omega_M = 0$ может резко возрасти его затухание ⁴².

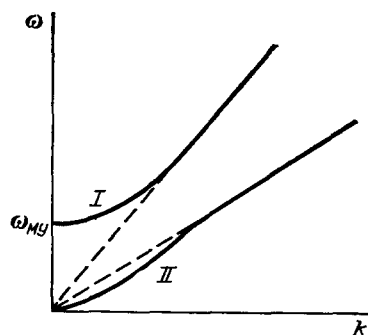


Рис. 1. Связанные МУ волны в изотропном антиферромагнетике. Штриховой линией представлены магноны и звук в отсутствие МУ взаимодействия.

б) Аналогии и различия
с эффектом Мейсснера — Хиггса.
Роль фазовых переходов

Несмотря на многочисленность вышецитированных и других работ в рассматриваемой области, в ней подчас не хватало стержневых идей, отражающих универсальность явлений, а также мостиков с другими разделами физики, каковыми, в частности, могут служить аналогии. Восполнить этот пробел, с тем чтобы подчеркнуть общефизические аспекты проблемы, и есть основная цель настоящей статьи (см. также ⁵¹).

Дело в том, что с интересующей нас точки зрения магнетик представляет собой систему из двух взаимодействующих полей (намагниченности M и деформаций u_{ij}), в которой имеет место *спонтанное нарушение симметрии* (СНС) — ферро- или антиферромагнитное упорядочение. И в этом смысле такая система является аналогом модели Хиггса в теории элементарных частиц ⁵².

Аналогии между теориями элементарных частиц и твердого тела имеют как познавательное, так и практическое значение для их развития. Понятие СНС, возникнув в теории ферромагнетизма, получило значительное развитие и широкое применение в калибровочных теориях элементарных частиц. Мы будем говорить здесь об аналогиях с эффектом Хиггса, играющим большую роль в этих теориях и открытым (удивительное совпадение!) примерно в то же время, что и эффект МУ щели (1964 г.). Однако с таким же основанием можно было рассматривать аналогии с эффектом Мейсснера в модели сверхпроводимости Гинзбурга — Ландау ⁵³, поскольку модель Хиггса в свою очередь является лишь релятивистским аналогом этой модели (см., например, ⁵⁴).

Мы не имеем возможности останавливаться даже вкратце на моделях, дающих эффект Мейсснера — Хиггса, да в этом, пожалуй, и нет необходимости, поскольку в последние годы в журнале УФН появился ряд прекрасных статей на эту тему (кроме ⁵⁴, см. также ^{55, 56}). Для нас важно вспомнить лишь ту ситуацию, даваемую моделью Хиггса, при которой первоначально безмассовые частицы, описываемые векторным (например, электромагнитным) полем $A_\mu(x)$ ($\mu = 0, 1, 2, 3$), в результате взаимодействия последнего с комплексным скалярным полем $\varphi(x) = \varphi_1 + i\varphi_2$, соответствующим заряженным бозонам, приобретают отличную от нуля массу.

Это имеет место, когда в подсистеме φ происходит спонтанное упорядочение (бозе-конденсация). Получающееся при этом основное состояние $\langle 0 | \varphi | 0 \rangle \equiv \varphi_0 = \varphi_{10} + i\varphi_{20}$, с одной стороны, оказывается вырожденным относительно вращения «вектора» $(\varphi_{10}, \varphi_{20})$ в плоскости (φ_1, φ_2) , и, с другой стороны, каждое данное состояние с конкретными значениями φ_{10} и φ_{20} уже не будет обладать круговой симметрией вращения в указанной плоскости, присущей исходному лагранжиану для поля φ ; такое вращение переводит одно состояние $(\varphi_{10}, \varphi_{20})$ в какое-либо другое $(\varphi'_{10}, \varphi'_{20})$ с той же энергией. Симметрия основного состояния нарушена относительно симметрии лагранжиана.

Если рассматривать возбужденные состояния полной системы полей φ и A_μ , то, учитывая отличие от нуля вакуумного среднего φ_0 , необходимо произвести переопределение скалярного поля, положив $\varphi = \varphi_0 + \varphi'$ (при этом $\langle 0 | \varphi' | 0 \rangle = 0$). В результате квадратичная форма по A_μ и φ' в полном лагранжиане, определяющая спектр возбуждений, будет содержать член вида $|\varphi_0|^2 A_\mu^2$. Последнее означает, что частицы, соответствующие полю A_μ , приобретают отличную от нуля массу покоя, или, другими словами, что их спектр будет содержать энергетическую

щель — минимальную энергию, ниже которой такие частицы не существуют. Это и есть хиггсовский механизм возникновения массы в системе со СНС.

Рассмотрим теперь малые связанные (за счет магнитоstriction) колебания намагниченности \mathbf{M} и деформаций

$$u_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$$

в изотропном ферромагнетике вблизи его основного состояния, в котором наряду со спонтанной намагниченностью \mathbf{M}_0 учитываются также вызванные ею спонтанные деформации $u_{ij}^{(0)}$, так что

$$\mathbf{M} = \mathbf{M}_0 + \Delta \mathbf{M} \text{ и } u_{ij} = u_{ij}^{(0)} + \Delta u_{ij}.$$

Общий вид МУ взаимодействия, ответственного за указанную связь \mathbf{M} и u_{ij} (в линейном приближении по u_{ij}), будет приведен позднее (формула (2.1)).

В отсутствие магнитной анизотропии, внешнего магнитного поля и без учета МУ связи энергия колебаний вектора \mathbf{M} определяется обменным взаимодействием, точнее, его возрастанием за счет пространственной неоднородности колебаний (т. е. колебаний с отличными от нуля градиентами \mathbf{M}). Это увеличение обменной энергии пропорционально $(\nabla \mathbf{M})^2$, что дает для спиновых волн (магнонов) бесщелевой спектр с частотой $\omega_k \sim k^2$. Учет МУ связи приводит к появлению (в квадратичной по колебаниям части энергии) членов вида $u^{(0)} (\Delta \mathbf{M})^2$, которые обусловлены спонтанной деформацией $u_{ij}^{(0)}$ в основном состоянии (однородным сжатием или растяжением образца в направлении его спонтанной намагниченности \mathbf{M}_0). Такие слагаемые играют роль эффективной магнитной анизотропии для осциллирующей части намагниченности $\Delta \mathbf{M}$ и тем самым приводят к появлению отличной от нуля щели в спектре квазимагнонной ветви связанных МУ волн даже в магнитно-изотропной среде. В этом смысле они аналогичны упомянутому члену $|\varphi_0|^2 A_\mu^2$, приводящему к возникновению отличной от нуля массы частиц векторного поля в модели Хиггса.

Заметим, что до 1964 г. учитывались лишь другие квадратичные члены МУ связи колебаний, а именно вида $\mathbf{M}_0 \Delta \mathbf{M} \Delta u$. Последние исчезают при $k \rightarrow 0$ в силу того, что динамическая часть (Δu_{ij}) тензора u_{ij} может быть только неоднородной, и, следовательно, они не дают вклада в МУ щель. В дальнейшем члены указанных двух типов мы будем называть соответственно *стрикционными* и *динамическими*.

Таким образом, МУ щель в магнетиках носит настолько же общезначимый характер (фактически на уровне первых принципов физики), как и эффект Хиггса, в этом смысле, что и то и другое возникает как результат СНС в системе взаимодействующих полей *). Основное состояние МУ среды является вырожденным относительно вращения спонтанной намагниченности \mathbf{M}_0 вместе с созданными ею деформациями $u_{ij}^{(0)}$. Этому вырождению в согласии с теоремой Голдстоуна соответствуют бесщелевые (акустические) моды связанных колебаний (типа нижней кривой на

*) Однако аналогия на этом и кончается, так как эффект Хиггса заключается не только в возникновении массы у векторного поля, но и в исчезновении безмассовой компоненты скалярного поля, которая «расходуется» на создание дополнительной степени свободы векторного поля, становящегося массивным. Для МУ колебаний голдстоуновские (акустические) моды, конечно, не исчезают. Указанное различие связано, в частности, с тем, что модель Хиггса принадлежит к калибровочным теориям, чего нельзя сказать о модели МУ среды (во всяком случае, для ее обычно применяемого вида).

рис. 1). В то же время из-за спонтанных деформаций снимается вырождение относительно чисто спиновых вращений, в результате чего квази-магнонная мода приобретает щель $\omega_{\text{МУ}}$. Заметим, что вопрос о существовании МУ щели с точки зрения симметрии впервые был рассмотрен в работе ⁵⁷, а указанная аналогия отмечена в ^{58,59}.

Частота $\omega_{\text{МУ}}$ представляет собой частоту однородной прецессии \mathbf{M} вокруг эффективного поля магнитной анизотропии ($H_{\text{МУ}}$), возникающей благодаря нарушению исходной сферической симметрии изотропной среды за счет спонтанных («застывших») деформаций основного состояния (рис. 2).

Отметим, далее, важность для эффектов СНС того факта, что в изотропном магнетике основные состояния ($\mathbf{M}_0, u_{ij}^{(0)}$) образуют непрерывный вырожденный набор, соответствующий непрерывной группе всех враще-

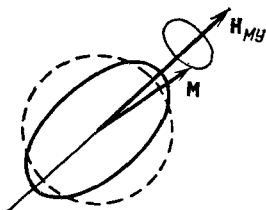


Рис. 2. Спонтанные деформации изотропного ферромагнетика приводят к появлению эффективного поля магнитной анизотропии $H_{\text{МУ}}$ для однородных колебаний намагниченности относительно основного состояния с этими «застывшими» деформациями.

ний и отражений трехмерного пространства (дополненной операцией замены $\mathbf{M} \rightarrow -\mathbf{M}$), относительно которых инвариантна энергия (термодинамический потенциал) такого магнетика. Именно благодаря этому факту магнонная щель в изотропном магнетике целиком сводится к МУ щели.

Между тем симметрия кристаллических магнетиков является дискретной, в результате чего их вырожденные состояния (соответствующие минимуму энергии и получающиеся друг из друга с помощью дискретного набора преобразований симметрии парамагнитного кристалла) разделены потенциальными барьерами. С точки зрения магнитных свойств это означает наличие магнитной анизотропии в кристаллах, которая обуславливает наличие «легких» и «трудных» направлений намагничивания кристаллических магнетиков и уже сама по себе приводит к отличной от нуля щели в спектре магнонов. При этом полная магнонная щель во многих случаях описывается двухчленной формулой вида (1.1). Разделение этих двух слагаемых в эксперименте не всегда является простой задачей. Однако по физике дела с точки зрения эффектов СНС это разделение должно производиться следующим образом. Первое слагаемое ($\omega_{\text{М}}^2$) отражает симметрию равновесных магнитных свойств, определяемую группой симметрии парамагнитного кристалла (*ненарушенная симметрия*). Теоретически его легко выделить из ω_0^2 как магнонную щель, вычисленную в предположении о равновесной связи колебаний магнитных моментов и деформаций ($\Delta \mathbf{M}$ и Δu_{ij}). Тогда остаток $\omega_{\text{МУ}}^2 = \omega_0^2 - \omega_{\text{М}}^2$ будет определять в чистом виде эффект СНС — МУ щель.

Вклад $\omega_{\text{МУ}}^2$ в щель ω_0^2 в большинстве случаев весьма мал. В этих условиях мало также и обратное влияние спиновых волн на упругие степени свободы. В качестве безразмерного параметра, характеризующего эффективность МУ связи, удобно использовать отношение

$$\zeta = \frac{\omega_{\text{МУ}}^2}{\omega_0^2}. \quad (1.2)$$

В соответствии со сказанным в обычных условиях, как правило, $\zeta \ll 1$.

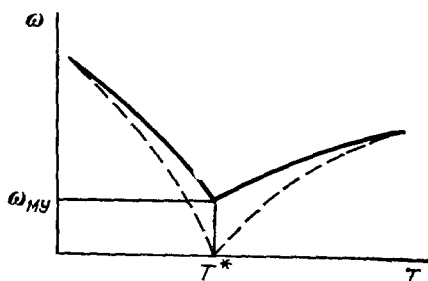
И вот здесь следует привлечь на сцену магнитные фазовые переходы (ФП). Речь идет о ФП типа «порядок-порядок», при которых одно упорядоченное магнитное состояние переходит в другое, например, путем когерентного вращения всех магнитных моментов (ориентационные ФП).

Особая роль ФП в наблюдении эффектов СНС состоит в том, что при ФП исчезают указанные выше потенциальные барьеры, разделяющие вырожденные состояния: в точке ФП второго рода исходное состояние непосредственно смыкается с другим, непрерывным образом переходя в него, а при ФП первого рода существуют точки, в которых исходное состояние теряет устойчивость. При этом в обоих случаях слагаемое ω_M^2 в (1.1) теряет свою положительную определенность (вытекающую из равновесности основного состояния), так что в указанных точках ФП $\omega_M^2 = 0$ и, следовательно, $\zeta = 1$.

Таким образом, вблизи точек ФП интересные нас МУ эффекты, обусловленные СНС, должны быть максимальными и аналогично случаю

Рис. 3. Магنونная щель $\omega_0 = \sqrt{\omega_M^2 + \omega_{МУ}^2}$ как функция температуры вблизи точки магнитного фазового перехода T^* , в которой $\omega_M(T^*) = 0$.

Функция $\omega_M(T)$ (штриховая линия) определяет ту же щель в отсутствие эффекта СНС.



изотропного магнетика отнюдь не малыми. Поэтому МУ спектры на рис. 1 относятся не только к изотропному антиферромагнетiku, но и к точке ФП анизотропного антиферромагнетика.

Как будет показано в гл. 2, весьма важно, что рассматриваемые моды связанных МУ колебаний таковы, что при $k \rightarrow 0$ в одной из них (квази-магнонной) намагниченность осциллирует относительно «застывших» деформаций, а в другой (квазифононной) ΔM и Δu осциллируют синфазно, сопровождая друг друга *квазиравновесным* образом. Аналогами являются оптические и акустические колебания решетки. В этом смысле спор между приближениями «застывшей» и «свободной» решетки решается так (при $k \rightarrow 0$) застывшая — для квазимагнонов и свободная — для квазифононов. При конечных же k не работает, безусловно, ни то, ни другое приближение.

Заметим, наконец, что МУ щель не может быть уничтожена никакими воздействиями на магнетик (температурой, полем, давлением или даже изменением концентрации) до тех пор, пока это воздействие не уничтожит сам магнитный порядок, нарушающий симметрию. (Подобно этому, мы не можем уничтожить эффект Мейсснера, не разрушив сверхпроводимость.) Причем именно ФП по параметру воздействия обеспечивает эту неуничтожимость.

В простейшем случае это видно уже на примере изотропного ферромагнетика (см. рис. 2): попытка уменьшить МУ щель односторонним давлением, устраняющим спонтанные деформации, или внешним магнитным полем, компенсирующим эффективное поле $H_{МУ}$, немедленно должно приводить к такому ориентационному ФП (в состояние с меньшей энергией), после которого указанное воздействие будет уже не уменьшать магнонную щель, а увеличивать ее. Аналогичным образом, в анизотропном магнетике внешнее воздействие, уменьшающее магнонную щель

ω_0 , должно вызвать ФП, как только последняя достигнет своего наименьшего значения, которое как раз и определяется величиной МУ щели $\omega_{\text{МУ}}$ (рис. 3).

Дальнейшая задача нашей статьи состоит в том, чтобы более детально продемонстрировать сформулированные выше общие положения на конкретных примерах магнетиков различной структуры и для различных ФП.

2. МАГНИТОУПРУГИЕ ВОЛНЫ В ФЕРРОМАГНЕТИКАХ

а) Общая постановка задачи

Интересующие нас эффекты обусловлены МУ взаимодействием, которое в случае ферромагнетика вносит следующий вклад в плотность энергии (см., например, ⁶⁰, с. 774—780):

$$E_{\text{МУ}}(\mathbf{r}) = B_{ijnl} m_i m_j u_{nl}. \quad (2.1)$$

(Как обычно, по дважды встречающимся индексам проводится суммирование, причем каждый из индексов $ijnl$ пробегает три значения: x, y, z .) Здесь B_{ijnl} — тензор магнитоупругих констант; $\mathbf{m} = \mathbf{M}(\mathbf{r})/M_0$ — единичный вектор локальной намагниченности $\mathbf{M}(\mathbf{r})$, модуль которой считают сохраняющейся величиной: $M^2(\mathbf{r}) = M_0^2$, так что $m^2 = 1$; наконец,

$$u_{nl} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_n}{\partial x_l} + \frac{\partial u_l}{\partial x_n} \right)$$

— тензор деформаций, определяемый симметричной комбинацией производных от смещения \mathbf{u} *).

Полная плотность энергии включает в себя также магнитную $E_{\text{М}}(\mathbf{r})$ и упругую $E_{\text{У}}(\mathbf{r})$ части. Первая из них записывается в виде следующего разложения по \mathbf{m} и $\partial \mathbf{m} / \partial x_i$:

$$E_{\text{М}}(\mathbf{r}) = A_{ij} \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial x_i} \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial x_j} + K_{ijnl}^{(1)} m_i m_j + \dots - \mathbf{M}\mathbf{H} - \frac{1}{2} \mathbf{M}\mathbf{H}_{\text{М}}. \quad (2.2)$$

Первый член (с коэффициентами A_{ij}) представляет собой увеличение обменной энергии за счет пространственных неоднородностей \mathbf{m} по направлениям («неоднородный обмен»), а последующие члены — члены с $K^{(\nu)}$ ($\nu = 1, 2, \dots$) — энергию магнитной кристаллографической анизотропии. Величина констант анизотропии $K^{(\nu)}$ обычно убывает с ростом степени разложения 2ν (фактически в настоящей статье нам будет достаточно выписанных членов). Последние два члена представляют соответственно зеемановскую энергию во внешнем поле \mathbf{H} и магнитостатическую энергию, связанную с неоднородностями намагниченности \mathbf{M} (включая энергию размагничивающих полей поверхности образца). Магнитостатическое поле $\mathbf{H}_{\text{М}}$ является решением уравнений магнитостатики

$$\text{div}(\mathbf{H}_{\text{М}} + 4\pi \mathbf{M}) = 0, \text{rot} \mathbf{H}_{\text{М}} = 0. \quad (2.3)$$

Наконец, плотность упругой энергии имеет вид

$$E_{\text{У}} = \frac{1}{2} C_{ijnl} u_{ij} u_{nl}, \quad (2.4)$$

где C_{ijnl} — тензор модулей упругости (упругие модули).

* Для простоты мы не рассматриваем антисимметричную часть общего тензора дисторсии, характеризующего неоднородные упругие смещения в сплошной среде ⁶¹. По-видимому, в большинстве случаев учет соответствующих ей членов не вносит существенных изменений в интересующие нас явления.

Явный вид и число независимых компонент материальных тензоров B , A , K и C определяются симметрией кристалла.

Полная энергия (термодинамический потенциал)

$$\mathcal{E} = \int E(\mathbf{r}) d\mathbf{r} \quad (d\mathbf{r} \equiv dx dy dz), \quad (2.5)$$

где

$$E(\mathbf{r}) = E_M + E_{MY} + E_Y, \quad (2.6)$$

определяет как равновесные состояния (значения $\mathbf{m} = \mathbf{m}^{(0)}$ и $u_{ij} = u_{ij}^{(0)}$, соответствующие минимуму \mathcal{E}), так и спектр малых колебаний

$$\Delta \mathbf{m} = \mathbf{m} - \mathbf{m}^{(0)} \quad \text{и} \quad \Delta u_{ij} = u_{ij} - u_{ij}^{(0)} \quad (2.7)$$

около этих состояний.

Если интересоваться равновесными магнитными свойствами ферромагнетика (или даже динамическими свойствами, но такими, что сохраняется равновесная связь между u_{ij} и \mathbf{M}), то, выражая из условия $\partial E / \partial u_{ij} = 0$ равновесные магнитоэластические деформации u_{ij} через \mathbf{M} и подставляя их затем в E_{MY} (2.4) и E_Y (2.4), нетрудно показать⁶⁰, стр. 778, или⁶², стр. 57), что полная плотность энергии (2.6) принимает в этом случае вид ее магнитной части (2.2). Отличие будет состоять лишь в том, что произойдет перенормировка тензора $K_{ijnl}^{(2)}$, который будет включать теперь магнитоэластический вклад (определяемый квадратичными по B и обратными по C комбинациями тензоров). Сказанное отражает тот факт, что симметрия равновесных *макроскопических* магнитных свойств («симметрия направлений») и после учета спонтанных магнитоэластических деформаций будет такой же, как и без их учета. Она определяется точечной группой симметрии парамагнитного кристалла*).

В то же время симметрия каждого данного основного состояния, характеризованного равновесными значениями $\mathbf{m}^{(0)}$ и $u_{ij}^{(0)}$, будет спонтанно нарушена даже при $\mathbf{H} = 0$. (Например, изотропная среда будет описываться симметрией аксиального вектора, а кубический кристалл, намагниченный вдоль ребра куба, приобретет тетрагональность.)

Зная конкретный вид энергии (2.6) для рассматриваемого кристалла, можно обычным образом (см., например,⁶³) записать связанные уравнения движения для \mathbf{M} и u_{ij} :

$$\dot{\mathbf{M}} = \gamma \left[\mathbf{M} \frac{\delta E}{\delta \mathbf{M}} \right], \quad (2.8)$$

$$\rho \ddot{u}_{ij} = \frac{\partial}{\partial x_j} \frac{\partial E}{\partial u_{ij}} \frac{\mathbf{M} + \delta_{ij}}{2} \quad (2.9)$$

($\delta / \delta \mathbf{M}$ — вариационная производная, $\delta_{ij} = 1$ или 0 соответственно для $i = j$ и $i \neq j$). Решая эти уравнения в линейном приближении по малым колебаниям (2.7) вблизи основного состояния ($\mathbf{m}^{(0)}$, $u_{ij}^{(0)}$), находим в результате спектр связанных МУ волн. Основная наша задача состоит в том, чтобы исследовать такие спектры для кристаллов различной симметрии в окрестности точек магнитных фазовых переходов, где эффекты СНС проявляются наиболее сильно.

Необходимо, однако, иметь в виду, что картина наблюдаемых МУ явлений может существенно зависеть от наличия диссипативных процессов. В особенности это относится к близкой окрестности точек ФП, где затухание колебаний может сильно возрастать. Для оценки роли за-

*) Для магнетиков с двумя и более подрешетками и соответствующим количеством намагниченностей необходимо учитывать также пространственное положение элементов симметрии в элементарной ячейке кристалла, обращая внимание на то, какую перестановку подрешеток производит каждый из элементов⁶².

тухания мы будем добавлять в правые части уравнений движения соответственно: для намагниченности (2.8) — релаксационный член в форме Гильберта ⁶⁴:

$$-\frac{r}{M_0} [\dot{M}M] \quad (2.10)$$

(где r — безразмерный релаксационный параметр), а для деформаций (2.9) — диссипативный член вида ⁶⁵

$$\frac{\partial \sigma'_{ij}}{\partial x_j}, \quad (2.11)$$

где $\sigma'_{ij} = \eta_{ijn} \dot{u}_{nl}$ — диссипативный тензор напряжений. (Тензор вязкости η_{ijn} имеет ту же симметрию, что и тензор модулей упругости C_{ijnl} .)

б) Кубический ферромагнетик

Рассмотрим сперва простейший случай ферромагнетика кубической симметрии, намагниченного до насыщения вдоль одного из ребер куба, например, $[001] \parallel Z$. При этом здесь (и всюду далее для других кристаллов) мы не будем выписывать еще раз энергии (2.1) — (2.4) с учетом конкретного вида тензоров B , A , K и C , а будем лишь указывать тот минимальный набор компонент этих тензоров, который непосредственно превращает (2.1) — (2.4) в традиционно используемые выражения для энергии кристаллов соответствующей симметрии. Нетрудно видеть, что все эти тензоры обладают такими свойствами симметрии относительно перестановок их индексов, что эти индексы можно попарно объединить, вводя, как это обычно делается в теории упругости, следующие обозначения:

$$\begin{aligned} xx \equiv 1, \quad yy \equiv 2, \quad zz \equiv 3, \quad yz = zy \equiv 4, \\ zx = xz \equiv 5, \quad xy = yx \equiv 6. \end{aligned} \quad (2.12)$$

(Например, $K_{xz}^{(1)} = K_{zx}^{(1)} \equiv K_5^{(1)}$, $C_{xyxy} = C_{yxyx} = C_{xyyx} = C_{yxxy} \equiv C_{66}$.)

Для кристаллов кубической симметрии, в частности, имеем

$$\left. \begin{aligned} A_{ij} &= A \delta_{ij}, \quad K_{ij}^{(1)} = K_0 \delta_{ij}, \quad K_{12}^{(2)} = K_{21}^{(2)} = \\ &= K_{23}^{(2)} = K_{32}^{(2)} = K_{13}^{(2)} = K_{31}^{(2)} = K_{44}^{(2)} = K_{55}^{(2)} = K_{66}^{(2)} \equiv \frac{1}{6} K, \\ B_{11} &= B_{22} = B_{33} \equiv B_1, \quad B_{44} = B_{55} = B_{66} = \frac{1}{2} B_2, \\ C_{11} &= C_{22} = C_{33}, \quad C_{12} = C_{21} = C_{13} = C_{31} = C_{23} = C_{32}, \\ &C_{44} = C_{55} = C_{66}. \end{aligned} \right\} \quad (2.13)$$

Остальные компоненты можно полагать равными нулю.

Если интересоваться равновесными свойствами, то из условия минимума \mathcal{E} (2.5) с учетом (2.2) и (2.4) находим

$$\begin{aligned} m_i^{(0)} &\equiv \alpha_i = \text{const}, \\ u_{ii}^{(0)} &= -\frac{B_1}{C_{11} - C_{12}} \left(\alpha_i^2 - \frac{C_{12}}{C_{11} + 2C_{12}} \right), \quad u_{ij}^{(0)} = -\frac{B_2}{2C_{44}} \alpha_i \alpha_j \quad (i \neq j). \end{aligned} \quad (2.14)$$

Подставляя эти значения m и u_{ij} в (2.1) — (2.6), получим следующее выражение для плотности термодинамического потенциала в условиях равновесия между ними:

$$E_0 = \text{const} + K^* (\alpha_x^2 \alpha_y^2 + \alpha_y^2 \alpha_z^2 + \alpha_z^2 \alpha_x^2) - M_0 \alpha H,$$

где

$$K^* = K + \frac{B_1^2}{C_{11} - C_{12}} - \frac{B_2^2}{2C_{44}}. \quad (2.15)$$

Таким образом, учет магнитострикции в равновесных процессах приводит к перенормировке константы магнитной анизотропии: $K \rightarrow K^*$, причем K^* представляет собой именно ту константу анизотропии, которая изменяется в статических экспериментах (по кривым намагничивания или из вращательных моментов). Она же определяет ориентационный магнитный ФП. Так, если с изменением температуры в некоторой точке T^* константа K^* меняет знак, то при переходе через эту точку изменяется ось легкого намагничивания: при $K^* > 0$ в отсутствие внешнего поля вектор α направлен вдоль одного из ребер куба, а при $K^* < 0$ — вдоль одной из пространственных диагоналей.

Рассмотрим теперь связанные колебания ΔM и Δu_{ij} вблизи состояния с $\alpha \parallel H \parallel Z$, в котором спонтанные деформации, согласно (2.14), равны

$$\begin{aligned} u_{zz}^{(0)} &\equiv U_l = -\frac{(C_{11} + C_{12})B_1}{(C_{11} - C_{12})(C_{11} + 2C_{12})}, \\ u_{yy}^{(0)} = u_{xx}^{(0)} &\equiv U_t = \frac{C_{12}B_1}{(C_{11} - C_{12})(C_{11} + 2C_{12})}, \quad u_{ij}^{(0)} = 0 \quad (i \neq j). \end{aligned} \quad (2.16)$$

В частном случае МУ волн, распространяющихся вдоль намагниченности (т. е. с волновым вектором $k \parallel \alpha \parallel Z$), из системы (2.8), (2.9) получаем

$$(\omega_k \pm \omega) m_{\pm}(k) + ik\gamma \frac{B_2}{M_0} u_{\pm}(k) = 0, \quad (2.17)$$

$$\begin{aligned} \frac{ikB_2}{\rho} m_{\pm}(k) + [\omega^2 - \omega_i^2(k)] u_{\pm}(k) &= 0, \\ [\omega_l(k) - \omega] u_l(k) &= 0; \end{aligned} \quad (2.18)$$

здесь

$$\omega_k = \frac{\gamma}{M_0} [2K + 2B_1(U_t - U_l) + Ak^2] + \gamma H \quad (2.19)$$

— частота спиновой волны с учетом спонтанных деформаций (2.16) в основном состоянии (т. е. с учетом стрикционного МУ вклада);

$$\omega_t(k) = s_t k \quad \left(s_t^2 = \frac{C_{44}}{\rho} \right),$$

$$\omega_l(k) = s_l k \quad \left(s_l^2 = \frac{C_{11}}{\rho} \right)$$

— частоты соответственно поперечной и продольной упругих волн;

$$m_{\pm}(k) = m_x(k) \pm im_y(k) \quad \text{и} \quad u_{\pm}(k) = u_x(k) \pm iu_y(k)$$

— циркулярно поляризованные фурье-компоненты колебаний намагниченности и упругих смещений.

Из (2.18) следует, что продольная упругая волна с частотой $\omega_l = s_l k$ не взаимодействует со спиновыми волнами, а две независимые системы уравнений (2.17) определяют два типа связанных МУ волн:

правополяризованные волны ($u_x - iu_y = m_x - im_y = 0$) с частотами, определяемыми дисперсионным уравнением

$$(\omega_k + \omega)(\omega_i^2 - \omega^2) - \zeta \omega_0 \omega_i^2 = 0; \quad (2.20)$$

левополяризованные волны ($u_x + iu_y = m_x + im_y = 0$) с дисперсионным уравнением

$$(\omega_k - \omega)(\omega_i^2 - \omega^2) - \zeta \omega_0 \omega_i^2 = 0. \quad (2.21)$$

В уравнениях (2.20) и (2.21) мы ввели эффективный параметр МУ связи

$$\zeta = \frac{\gamma B_2^2}{C_{44} M_0 \omega_0} \equiv \frac{\omega_{МУ}}{\omega_0} \quad (2.22)$$

и спин-волновую щель

$$\omega_0 = \frac{2\gamma}{M_0} \left(K + \frac{B_1^2}{C_{11} - C_{12}} \right) + \gamma H. \quad (2.23)$$

Частота $\omega = \omega_0$ является единственным положительно определенным (и не равным нулю) решением дисперсионных уравнений (2.20) и (2.21) для однородных колебаний ($\mathbf{k} = 0$).

Член с B_1^2 в ω_0 представляет собой МУ вклад в щель, обусловленный спонтанными деформациями, нарушающими исходную кубическую симметрию кристалла.

Важно подчеркнуть, что в отношении равновесных (квазистатических) свойств кубический ферромагнетик остается кубическим и после учета спонтанных деформаций (2.16), которые приводят лишь к перенормировке кубической константы анизотропии: $K \rightarrow K^*$ (2.15). В то же время в отношении динамических свойств симметрия кристалла нарушена: в рассматриваемом случае $\mathbf{M} \parallel \mathbf{H} \parallel [001]$ основное состояние имеет тетрагональную симметрию (или, точнее, симметрию тетрагонального ферромагнетика). Указанный член с B_1^2 в (2.23) как раз и обусловлен этой тетрагональной добавкой в анизотропию *).

Имея в виду рассматривать область вблизи точки ФП, перепишем ω_0 (2.23) с учетом (2.15) следующим образом:

$$\omega_0 = \frac{2\gamma}{M_0} \left(K^* + \frac{B_2^2}{2C_{44}} \right) + \gamma H. \quad (2.24)$$

При $H = 0$ состояние с $\mathbf{M}_0 \parallel [001]$ становится неустойчивым в точке, где

$$K^* = 0 \quad \text{или} \quad K + \frac{B_1^2}{C_{11} - C_{12}} = \frac{B_2^2}{2C_{44}}. \quad (2.25)$$

Как уже отмечалось, при смене знака K^* происходит ориентационный ФП: из состояния $\mathbf{M}_0 \parallel [001]$ ферромагнетик переходит в состояние $\mathbf{M}_0 \parallel [111]$. Непосредственно в точке перехода

$$\omega_0 = \omega_{МУ} = \frac{\gamma B_2^2}{M_0 C_{44}}. \quad (2.26)$$

Эта наименьшая спин-волновая щель, характерная для точки ФП, и есть МУ щель в ее чистом виде.

Еще раз подчеркнем, что именно из-за нарушенной симметрии основного состояния магнитная щель не обращается в нуль в точке ФП. Ведь только из-за нее динамика (спектр) определяется не «термодинамической» константой *кубической* анизотропии K^* (2.15), ответственной за статику (устойчивость), а «механической» константой *тетрагональной* анизотропии $K^* + B_2^2/2C_{44}$. Не имеет значения, равен или нет нулю член с B_1^2 (и вместе с ним стрикционные деформации в основном состоянии) — все равно равновесной кубической константой с учетом деформаций является не K , а K^* . И в случае $B_1 = 0$ тетрагональность в динамику вносится отсутствием в ω_0 (2.23) члена $-B_2^2/2C_{44}$, имеющегося в K^* (2.15).

*) Иногда говорят, что здесь имеет место динамическая перенормировка кубической константы анизотропии: $K \rightarrow K + B_1^2/(C_{11} - C_{12})$, отличающаяся от статической перенормировки. Однако в действительности эта динамическая добавка к K связана с понижением симметрии кристалла. Последняя оказывается различной в зависимости от направления намагниченности \mathbf{M} относительно кристаллографических осей: если при $\mathbf{M}_0 \parallel [001]$ основное состояние решетки является тетрагональным, то при $\mathbf{M}_0 \parallel [111]$ оно будет ромбоэдрическим, а при $\mathbf{M}_0 \parallel [110]$ — ромбическим, и т. д. При этом в формуле для частоты ω_0 МУ добавка к K также оказывается зависящей от направления \mathbf{M} и, таким образом, не может рассматриваться как результат перенормировки кубической константы K .

Внешнее магнитное поле смещает точку ФП, которая при $H \neq 0$ будет определяться условием

$$\frac{2K^*}{M_0} + H = 0. \quad (2.27)$$

Величина же щели в этой точке остается прежней (2.26).

Рассмотрим теперь связанные МУ волны с частотами, определяемыми уравнениями (2.20) и (2.21) при $k \neq 0$. Второе уравнение дает два положительных корня и один отрицательный корень, а корни первого уравнения получаются из упомянутых лишь сменой знаков на обратные.

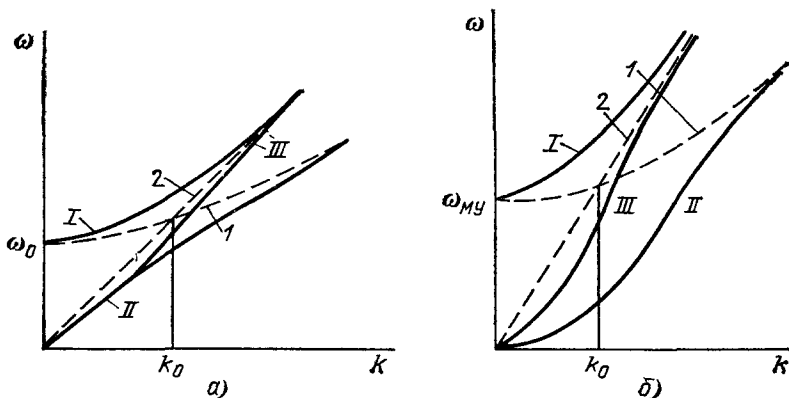


Рис. 4. Связанные МУ волны с волновым вектором $k \parallel M_0 \parallel [001]$ в кубическом ферромагнетике.

а) Вдали от точки ФП ($\xi \ll 1$); б) в точке ФП ($\xi = 1$). Штриховые линии соответствуют магнонам (1) и поперечным фононам (2) без учета динамической МУ связи между ними, но с учетом спонтанных («застывших») деформаций в основном состоянии. Сплошные линии — квазимагноны (I) и квазифоны (II, III).

Последнее означает, что достаточно рассмотреть решение лишь одного уравнения, например (2.21). При этом два положительных корня соответствуют двум МУ круговым волнам с левой поляризацией (Л-волны), а третий — отрицательный корень, взятый по модулю, дает частоту единственной волны с правой поляризацией (П-волна).

Пусть сначала параметр МУ связи $\xi \ll 1$, что обычно соответствует состояниям, достаточно далеким от точки ФП. Для этого случая дисперсионные кривые схематически представлены на рис. 4 а, из которого видно, что наиболее сильное взаимодействие магнов с поперечными упругими волнами (а именно с левополяризованной волной) имеет место в точке пересечения исходных не взаимодействующих ветвей спектра, где

$$s_t k = \omega_R \approx \omega_0. \quad (2.28)$$

Приближенная часть равенства означает, что здесь и ниже мы предполагаем выполнимость условия

$$A\omega_0 \ll s_t^2 \quad \text{или} \quad \omega_0 \omega_E \ll \omega_D^2, \quad (2.29)$$

где $\omega_E = A/a^2$ — обменная частота, а $\omega_D = s_t/a$ — характерная частота порядка дебаевской (a — межатомный параметр). Соотношение (2.28) есть условие так называемого *магнитоакустического резонанса*^{1-3, 63, 66}. Взаимодействие снимает вырождение, и в точке пересечения $k = \omega_0/s_t \equiv k_0$ происходит расщепление на относительную величину

$$\frac{\omega_I^{(+)} - \omega_{II}^{(-)}}{\omega_0} \Big|_{k=k_0} \approx \sqrt{2\xi}. \quad (2.30)$$

Сдвиг частоты правополяризованной волны в этой же точке значительно меньше:

$$\left. \frac{\omega_t - \omega_{\text{III}}^{(+)}}{\omega_0} \right|_{k=k_0} \approx \frac{1}{2} \xi. \quad (2.31)$$

В длинноволновой части спектра, где $\omega_t \ll \omega_0$, приближенное решение уравнения (2.21) дает

$$\omega_{\text{I}} \approx \omega_0 + \omega_{\text{E}} (ak)^2 + \xi \frac{\omega_{\text{D}}^2}{\omega_0} (ak)^2, \quad (2.32)$$

$$\omega_{\text{II}} \approx \omega_{\text{III}} \approx \omega_t \sqrt{1 - \xi}. \quad (2.33)$$

Формула (2.33) определяет уменьшение скорости квазизвука (как для левой, так и для правой поляризации), или соответствующего динамического модуля сдвига, обусловленное МУ взаимодействием:

$$\tilde{s}_t = s_t \sqrt{1 - \xi}, \quad \tilde{C}_{44} = C_{44} (1 - \xi). \quad (2.34)$$

Так как, согласно (2.22) и (2.23), параметр ξ зависит от поля \mathbf{H} , то указанные величины также становятся функциями \mathbf{H} . Однако наиболее сильное их изменение имеет место вблизи точки ФП, где $\xi \rightarrow 1$. При этом формулы (2.34) уже не годятся, и решение уравнения (2.21) при $\xi = 1$ в длинноволновой области $k \ll k_0$ приводит к следующим частотам*):

$$\left. \begin{aligned} \omega_{\text{I}} &= \omega_{\text{МУ}} + \frac{\omega_{\text{D}}^2}{\omega_{\text{МУ}}} (ak)^2, \\ \omega_{\text{II}} &= \omega_{\text{E}} (ak)^2 \end{aligned} \right\} \quad (\text{Л-волны}), \quad (2.35)$$

$$(2.36)$$

$$\omega_{\text{III}} = \frac{\omega_{\text{D}}^2}{\omega_{\text{МУ}}} (ak)^2 \quad (\text{П-волна}). \quad (2.37)$$

Таким образом, в точке ФП длинноволновые части всех трех ветвей спектра видоизменяются самым коренным образом: для обеих квазиакустических ветвей закон дисперсии становится квадратичным (с существенно различными коэффициентами при k^2 для волн Л- и П-типов), а для квазимагнетонной ветви коэффициент перед k^2 значительно возрастает (рис. 4, б).

Термины «квазиакустический» и «квазимагнетонный» введены нами лишь условно, исходя из отсутствия или наличия щели в спектрах, и с учетом того факта, что при $\mathbf{k} \rightarrow 0$ частота $\omega_{\text{I}} = \omega_{\text{МУ}}$ соответствует колебаниям намагнитченности при «застывших» деформациях. Как только мы переходим к конечной величине k , условность этих названий становится очевидной: так, для волн Л-типа дисперсия квазимагнетонов в (2.35) определяется упругими силами (ω_{D}), а дисперсия квазизвука в (2.36) — обменными (ω_{E}).

Для того чтобы выяснить, в какой степени колебания, относящиеся к какой-либо из ветвей спектра, затрагивают магнитную и упругую подсистемы, необходимо из уравнений (2.17) найти для этой ветви отношение соответствующих амплитуд колебаний m_{\pm} и u_{\pm} . В длинноволновой области ($k \ll k_0$) для трех рассмотренных нормальных волн соответственно имеем:

*) Напомним, что ω_{III} есть отрицательный корень уравнения (2.21), взятый по модулю.

для квазимагнонов *)

$$iku_- = \frac{\omega_t^2}{\omega_0^2} \frac{B_2}{C_{44}} m_-; \quad (2.38)$$

для квазифононов

$$m_{\pm} = -\zeta \frac{C_{44}}{B_2} (iku_{\pm}). \quad (2.39)$$

В первом случае (2.38) упругие смещения u_- относительно малы, так что название «квазимагнонная ветвь» в какой-то степени является оправданным, хотя, как отмечалось, ее дисперсия уже не связана с обменными силами. При $k \rightarrow 0$ амплитуда динамических смещений u_- для этой ветви обращается в нуль при отличной от нуля величине m_- , соответствующей однородной прецессии намагниченности вблизи состояния с нарушенной симметрией.

Обратимся теперь к квазифононам. Согласно (2.39) для них амплитуда относительных колебаний намагниченности (угол прецессии) связана при $\zeta \rightarrow 1$ с амплитудой динамических деформаций большим численным множителем C_{44}/B_2 . Сравнивая (2.39) с (2.14), нетрудно усмотреть, что эта связь является чисто равновесной: изменения намагниченности и деформаций для квазифононных мод (как Л-, так и П-типов) выражаются друг через друга так же, как это имеет место для равновесных процессов. Сказанное позволяет понять и такой результат: если по известным формулам⁶³ вычислить поток энергии, переносимой этими волнами, то оказывается, что он целиком связан с обменным слагаемым в термодинамическом потенциале (2.2). Из-за квазиравновесности потоки, связанные с упругими (2.4) и магнитоупругими (2.1) слагаемыми, полностью компенсируют друг друга.

Квазиравновесная связь между колебаниями Δu_{ij} и ΔM для квазифононов в длинноволновой области $k \ll k_0$ (рис. 4, б) позволяет рассмотреть аномалию соответствующего упругого модуля C_{44} вблизи точки фазового перехода с термодинамической точки зрения. Определяя из условий $\partial E / \partial m_x = 0$ и $\partial E / \partial m_y = 0$ (при $m_z^2 = 1 - m_x^2 - m_y^2$) изменения намагниченности, вызванные сдвигами деформациями u_{xz} и u_{yz} (соответствующими интересующим нас поперечным циркулярно поляризованным волнам), с учетом деформаций (2.16) в основном состоянии, имеем

$$m_- = -B_2 \left(K + \frac{B_1^2}{C_{11} - C_{12}} \right)^{-1} u_{xz}, \quad m_y = -B_2 \left(K + \frac{B_1^2}{C_{11} - C_{12}} \right)^{-1} u_{yz}. \quad (2.40)$$

Подставив эти значения m_x и m_y в термодинамический потенциал E (2.6), мы можем найти затем перенормированный за счет E_M и $E_{МУ}$ упругий модуль

$$\tilde{C}_{44} = \frac{1}{4} \frac{\partial^2 E}{\partial u_{xz}^2} = \frac{1}{4} \frac{\partial^2 E}{\partial u_{yz}^2}. \quad (2.41)$$

Результат будет выражаться формулой вида (2.34), что соответствует обращению в нуль определяемого, согласно (2.41), модуля \tilde{C}_{44} в точке ФП, где $\zeta = 1$.

Благодаря смешиванию колебаний ΔM и Δu_{ij} , квазифононная мода может возбуждаться как звуком, так и магнитным полем. При этом, если для квазимагнонной моды в длинноволновом пределе деформации являют-

*) Интенсивность упругих колебаний удобно характеризовать безразмерной величиной (ku) , определяющей отношение смещения к длине волны. Напомним, что u_{\pm} представляют собой динамические части упругих смещений.

ся «застывшими», то для квазифононной моды, напротив, деформации квазиравновесным образом следуют за колебаниями намагниченности. В этом смысле для квазимагнонов работает модель «застывшей решетки», а для квазифононов — модель «свободной решетки» (хотя и для последних спонтанные деформации в основном состоянии также должны учитываться — именно с ними связан член с B_1^2 в знаменателе формул (2.40)).

Изложенные результаты могут быть применены в частном случае к изотропному ферромагнетику, если положить

$$K = 0, \quad B_1 = B_2 \quad \text{и} \quad C_{11} - C_{12} = 2C_{44}. \quad (2.42)$$

Заметим, что такое состояние также может рассматриваться как точка ФП: по полю H (при $H = 0$), давлению или температуре (при их значениях, нарушающих изотропию).

Наконец, следует иметь в виду, что в приведенном выше рассмотрении МУ явлений совсем не учитывалось затухание (члены (2.10) и (2.11) в уравнениях движения). Однако роль затухания более уместно оценить на примере ферромагнетиков типа «легкая плоскость», для которых интересующие нас МУ эффекты реально наблюдались.

в) Ферромагнетики типа «легкая плоскость» (ЛП)

Как уже отмечалось, реальными системами, в которых наблюдались эффекты СНС и, в частности, МУ щель в спектре магнонов, являются одноосные (например, гексагональные) ферромагнетики с намагниченностью, лежащей в плоскости базиса, для которой магнитная анизотропия достаточно мала («легкая плоскость»). К таким ферромагнетикам (ФМЛП) принадлежат редкоземельные металлы диспрозий и тербий при температурах ниже некоторой критической температуры $\Theta_{кр}$, равной соответственно 87 и 219 К. При температуре $T = \Theta_{кр}$ происходит ФП первого рода, в результате которого при $T > \Theta_{кр}$ ферромагнитная структура превращается в антиферромагнитную геликоидальную структуру. Последняя, однако, в полях H , больших критического поля $H_{кр}(T)$, зависящего от температуры, снова становится ферромагнитной (см., например, ^{67, 12, 20, 21}). Важными особенностями этих ферромагнетиков являются гигантская магнитострикция ($\Delta l/l \sim B/C \sim 10^{-3} - 10^{-2}$) и большая одноосная магнитная анизотропия $K_2^{(1)} \approx 6 \cdot 10^8$ эрг/см³, удерживающая намагниченность в плоскости базиса.

Гексагональная анизотропия в плоскости базиса для монокристаллов Dy и Tb, определяющая равновесное направление намагниченности в этой плоскости, также оказывается весьма высокой (при $T = 4,2$ К $K^{(3)} \approx 10^6 - 10^7$ эрг/см³). Поэтому соответствующие члены в энергии анизотропии надо учитывать, хотя они имеют шестой порядок по компонентам намагниченности. Из-за гигантской магнитострикции может быть значительным магнитострикционный вклад в $K^{(3)}$, для последовательного получения которого необходимо в разложении магнитоупругой энергии по степеням деформаций u_{ij} наряду с линейными членами, как в (2.1), учитывать также члены второго порядка. Это несколько усложняет математику и получающиеся формулы для гексагональных ферромагнетиков. Но нас интересуют главным образом качественные особенности МУ эффектов в ФМЛП, которые можно рассмотреть на более простом примере ферромагнетиков тетрагональной симметрии.

В системе координат с осью Z , направленной вдоль тетрагональной оси, и осями X и Y — вдоль ребер $[100]$ и $[010]$ базисного квадрата, в качестве не равных нулю констант, определяющих энергию (2.6) тетрагональ-

ного ферромагнетика, можно оставить лишь такие (с учетом обозначений (2.12) для пар индексов): $B_{11} = B_{22}$, $B_{21} = B_{12}$, B_{33} , $B_{44} = B_{55}$, B_{66} , $K_3^{(1)} \equiv K$, $K_{66}^{(2)} = K_{12}^{(2)} \equiv K_{\square}/12$, $C_{11} = C_{22}$, C_{33} , $C_{12} = C_{21}$, $C_{13} = C_{31} = C_{32}$, $C_{44} = C_{55}$, C_{66} . (Неоднородный обмен здесь и всюду далее мы будем описывать одной константой A , как в случае (2.13), пренебрегая тем самым несущественной для наших задач анизотропией тензора A_{ij} .)

Рассмотрим, для определенности, состояние насыщения с намагниченностью, лежащей в плоскости базиса вдоль ребра $[100]$, так что $\mathbf{M}_0 \parallel \mathbf{H} \parallel \mathbf{X}$. Определяя снова спонтанные деформации $u_{ij}^{(p)}$ в этом состоянии и вычисляя спектр малых колебаний $\Delta \mathbf{M}$ и Δu_{ij} вблизи него, получаем следующие результаты.

Пусть сперва волновой вектор \mathbf{k} направлен также по оси \mathbf{X} (т. е. вдоль равновесной намагниченности \mathbf{M}_0). В этом случае дисперсионное уравнение связанных МУ волн имеет вид

$$(\omega^2 - \omega_l^2) [(\omega^2 - \omega_k^2)(\omega^2 - \omega_{t1}^2)(\omega^2 - \omega_{t2}^2) - \zeta_{6k}\omega_k^2\omega_{t1}^2(\omega^2 - \omega_{t2}^2) - \zeta_{4k}\omega_k^2\omega_{t2}^2(\omega^2 - \omega_{t1}^2) - \zeta_{4k}\zeta_{6k}\omega_k^2\omega_{t1}^2\omega_{t2}^2] = 0; \quad (2.43)$$

здесь

$$\omega_k = \gamma \sqrt{\left(\frac{A}{M_0} k^2 + H + H_A + H_{\text{МУ } 4}\right) \left(\frac{A}{M_0} k^2 + H + H_{\square} + H_{\text{МУ } 6}\right)} \quad (2.44)$$

— частота спиновых волн без учета динамической МУ связи (учитывающая, однако, спонтанные деформации в основном состоянии), а

$$\begin{aligned} \omega_l &= s_l k \left(\mathbf{e}_l \parallel \mathbf{X}, s_l = \sqrt{\frac{C_{11}}{\rho}} \right), \\ \omega_{t1} &= s_{t1} k \left(\mathbf{e}_{t1} \parallel \mathbf{Y}, s_{t1} = \sqrt{\frac{C_{66}}{\rho}} \right), \\ \omega_{t2} &= s_{t2} k \left(\mathbf{e}_{t2} \parallel \mathbf{Z}, s_{t2} = \sqrt{\frac{C_{44}}{\rho}} \right) \end{aligned} \quad (2.45)$$

— частоты продольной и поперечных акустических волн, не возмущенных МУ взаимодействием. В скобках указаны направления векторов поляризации и скорости этих волн. В (2.44) введены эффективные статические поля магнитной анизотропии H_A и H_{\square} , перенормированные с учетом магнитострикции, а также МУ поля $H_{\text{МУ } 4}$ и $H_{\text{МУ } 6}$:

$$H_A = \frac{2K^*}{M_0}, \quad (2.46)$$

$$H_{\square} = \frac{K_{\square}^*}{M_0} = M_0^{-1} \left(K_{\square} + \frac{2B_{11}^2}{C_{11} - C_{12}} - \frac{4B_{66}^2}{C_{66}} \right), \quad (2.47)$$

$$H_{\text{МУ } 4} = \frac{4B_{44}^2}{C_{44}M_0}, \quad H_{\text{МУ } 6} = \frac{4B_{66}^2}{C_{66}M_0}. \quad (2.48)$$

В формулах (2.46) и (2.47) явный вид перенормированных магнитострикций («звездных») констант анизотропии мы выписали лишь для константы K_{\square}^* , определяющей анизотропию в плоскости базиса, поскольку именно с этой константой связан интересующий нас фазовый переход для ФМЛП. В отличие от кубического кристалла, здесь фигурируют два параметра, определяющие МУ связь волн:

$$\zeta_{4k} = H_{\text{МУ } 4} \left(\frac{A}{M_0} k^2 + H + H_A + H_{\text{МУ } 4} \right)^{-1}, \quad (2.49)$$

$$\zeta_{6k} = H_{\text{МУ } 6} \left(\frac{A}{M_0} k^2 + H + H_{\square} + H_{\text{МУ } 6} \right)^{-1}. \quad (2.50)$$

Приведем сразу же решения (2.43) для нормальных волн в длинноволновом приближении. А именно, при

$$k \ll \frac{\omega_0}{s_{t1}} \quad \text{и} \quad \frac{\omega_0}{s_{t2}} \quad (2.51)$$

получаем

$$\omega_I^2 = \omega_h^2 + \zeta_{6h}\omega_{t1}^2 + \zeta_{4h}\omega_{t2}^2, \quad (2.52)$$

$$\omega_{II} \equiv \omega_l = s_l k \quad (\mathbf{e}_{II} \parallel \mathbf{k}), \quad (2.53)$$

$$\omega_{III} = s_{t1} k \sqrt{1 - \zeta_{6h}} \quad (\mathbf{e}_{III} \parallel \mathbf{Y}), \quad (2.54)$$

$$\omega_{IV} = s_{t2} k \sqrt{1 - \zeta_{4h}} \quad (\mathbf{e}_{IV} \parallel \mathbf{Z}). \quad (2.55)$$

Из условия минимума полной энергии следует, что одноосный (в данном случае тетрагональный) ферромагнетик является ФМЛП, если эффективное поле одноосной анизотропии H_A (2.46) удовлетворяет неравенству

$$H_A > 0. \quad (2.56)$$

При этом обычно $H_A \gg H_{\text{МУ}4}$ и, следовательно, $\zeta_{4h} \ll 1$, а магنونная щель

$$\omega_0 \equiv \omega_h|_{k=0} \approx \gamma \sqrt{(H + H_A)(H + H_{\square} + H_{\text{МУ}6})}. \quad (2.57)$$

В результате оказывается, что поперечная акустическая волна с частотой $\omega_{IV} \approx \omega_{t2}$, как и продольная волна с частотой $\omega_{II} = \omega_l$, фактически не взаимодействуют в указанном приближении с магнонами. Сильную связь с последними могут испытывать лишь поперечные волны, поляризованные линейно вдоль Y , для которых соответствующий параметр связи $\zeta_6 \equiv \zeta_{6h}|_{k=0}$ при достаточно малой анизотропии в плоскости базиса (H_{\square}) может быть порядка единицы.

Заметим, что со сменой знака H_{\square} (в зависимости от температуры при $H = 0$) происходит ориентационный ФП: при $H_{\square} > 0$ легкой осью являются ребра базисного квадрата (оси X и Y), а при $H_{\square} < 0$ — его диагонали. При этом, как и в кубическом ферромагнетике, максимальная МУ связь с $\zeta_6 \rightarrow 1$ будет иметь место в самой точке перехода $H_{\square} = 0$. Аналогичный переход с обращением ζ_6 в единицу может быть достигнут также за счет внешнего поля. Так, в рассматриваемом случае $\mathbf{H} \parallel \mathbf{X}$, если $H_{\square} < 0$ (так что указанная ось является трудной осью в плоскости базиса), точкой ФП по полю является $H = |H_{\square}|$.

Все сказанное выше о МУ эффектах для кубического кристалла вблизи точек ФП при $\zeta \rightarrow 1$ (минимальная отличная от нуля МУ щель для квазимагнонов, уменьшение скорости звука связанной с магнонами акустической ветви вплоть до изменения ее закона дисперсии с линейного на квадратичный) имеет место и в ФМЛП. Однако особенность последнего случая состоит в том, что большая одноосная магнитная анизотропия (поле H_A) может здесь, как это имеет место для упомянутых выше РЗМ Ду и Тб, значительно усиливать МУ щель $\omega_{\text{МУ}}$, а вместе с ней увеличивать интервал частот, где справедливо длинноволновое приближение (формулы (2.52) — (2.55)). Согласно указанным формулам в этом случае в точке ФП, т. е. при $H = |H_{\square}|$, имеем следующие частоты связанных МУ волн:

$$\omega_I \approx \omega_{\text{МУ}} + \frac{\omega_E \omega_A + \omega_D^2}{2\omega_{\text{МУ}}} (ak)^2 \quad (2.58)$$

и

$$\omega_{III} \approx \sqrt{\frac{\omega_E \omega_A \omega_D^2}{\omega_{\text{МУ}}^2}} (ak)^2 \quad (2.59)$$

соответственно для квазимагнонов и квазифононов; здесь

$$\omega_{\text{МУ}} \equiv \omega_0^{(\min)} = \gamma \sqrt{(H_A + |H_{\square}| + H_{\text{МУ}4}) H_{\text{МУ}6}} \quad (2.60)$$

— МУ щель, $\omega_E = \gamma A / M_0 a^2$ и $\omega_A = \gamma H_A$ — эффективные частоты обменного взаимодействия и магнитной анизотропии.

Рассмотренная до сих пор (как в кубическом, так и в тетрагональном кристаллах) ориентация волнового вектора $\mathbf{k} \parallel \mathbf{M}_0$ является наиболее благоприятной для МУ связи волн. Дело в том, что в этом случае, как это следует из уравнений (2.3), обращается в нуль дипольный (магнитостатический) вклад в частоту спиновых волн. Для выяснения роли дипольного поля приведем также приближенные выражения для частот длинноволновых (т. е. при условии (2.51)) МУ колебаний с волновым вектором \mathbf{k} , лежащим в базисной плоскости под произвольным углом φ_k к намагниченности $\mathbf{M}_0 \parallel \mathbf{H} \parallel \mathbf{X}$:

$$\omega_{\text{I}} \approx \omega_k = \gamma \sqrt{\left(\frac{A}{M_0} k^2 + H + H_A + H_{\text{МУ}4} \right) \times} \\ \times \sqrt{\left(\frac{A}{M_0} k^2 + H + H_{\square} + 4\pi M_0 \sin^2 \varphi_k + H_{\text{МУ}6} \right)}, \quad (2.61)$$

$$\omega_{\text{II, IV}} = k \left\{ C_{11} + \tilde{C}_{66} \mp [(C_{11} - \tilde{C}_{66})^2 - \right. \\ \left. - \sin^2 2\varphi_k (C_{11} + C_{12}) (C_{11} - C_{12} - 2\tilde{C}_{66})]^{1/2} \right\}^{1/2} \frac{1}{\sqrt{2\rho}} \quad (2.62) \\ (\mathbf{e}_{\text{II}} \parallel \mathbf{k}, \mathbf{e}_{\text{IV}} \perp \mathbf{k}, \mathbf{Z}),$$

$$\omega_{\text{III}} = k \sqrt{C_{44} \sin^2 \varphi_k + \tilde{C}_{44} \cos^2 \varphi_k} \frac{1}{\sqrt{\rho}} \quad (\mathbf{e}_{\text{III}} \parallel \mathbf{Z}); \quad (2.63)$$

здесь

$$\tilde{C}_{44} = C_{44} (1 - \zeta_{4k}), \quad \tilde{C}_{66} = C_{66} [1 - \zeta_6(\varphi_k)], \quad (2.64)$$

$$\zeta_6(\varphi_k) = \frac{\omega_{\text{МУ}6}^2}{\omega_k^2} = H_{\text{МУ}6} \left(\frac{Ak^2}{M_0} + H + H_{\square} + 4\pi M_0 \sin^2 \varphi_k + H_{\text{МУ}6} \right)^{-1}$$

(ζ_{4k} дается прежним выражением (2.49)). Таким образом, при $\varphi_k \neq 0$ все три акустические ветви колебаний (в том числе продольные упругие волны) оказываются связанными с магнонами. При этом, однако, эффективность МУ связи уменьшается за счет дипольного взаимодействия, так как параметр этой связи $\zeta_6(\varphi_k) < 1$ даже в точке ФП (т. е. при $H + H_{\square} = 0$). А при $\varphi_k = \pi/2$

$$\zeta_6\left(\frac{\pi}{2}\right) \Big|_{h=0} = \frac{H_{\text{МУ}6}}{4\pi M_0 + H_{\text{МУ}6}} \quad (2.65)$$

имеет величину, обычно малую по сравнению с единицей (за исключением, может быть, ферромагнетиков с гигантской магнитострикцией).

Заметим, что приведенные выше формулы (2.52) — (2.55) или (2.61) — (2.63) для спектра МУ колебаний могут быть применены также для ферромагнетика типа «легкая ось» (когда $H_A < 0$, так что плоскость базиса является плоскостью трудного намагничивания) в том случае, когда величина поля \mathbf{H} (по-прежнему направленного вдоль оси \mathbf{X}) удовлетворяет условию $H \geq |H_A|$. При этом точка $H + H_A = 0$ является точкой ФП с $\zeta_4 \rightarrow 1$.

До сих пор мы не учитывали затухание магнитоупругих колебаний. Между тем, как уже отмечалось, вблизи точки ФП оно сильно возрастает, и тогда описанная выше картина явлений может существенно измениться. Например, затухание может оказаться настолько сильным, что вообще

потеряет смысл говорить о квазиакустических волнах с измененным законом дисперсии (с линейного на квадратичный).

Учитывая в уравнениях движения (2.8) и (2.9) соответствующие релаксационные члены (2.10) и (2.11), найдем, в частности, затухание для квазиакустической моды (2.54), наиболее сильно взаимодействующей со спиновыми волнами. Коэффициент затухания удобно здесь определить как отношение мнимой и действительной частей комплексного волнового вектора $\tilde{k} = k + i\gamma$:

$$\gamma = \frac{\Gamma}{k} \equiv \frac{\lambda}{2\pi\delta}, \quad (2.66)$$

где $\lambda = 2\pi/k$ — длина волны, $\delta = 1/\Gamma$ — эффективная длина затухания для рассматриваемой моды.

Расчет в длинноволновой области (2.51) дает

$$\gamma \approx \frac{\omega}{2(1-\zeta_{6k})} \left(\frac{\eta_{66}}{C_{66}} + \zeta_6 \frac{r}{\omega_0} \right). \quad (2.67)$$

Для точки ФП (т. е. при $\zeta_6 \rightarrow 1$) из формулы (2.67) с учетом (2.59) и полагая, что основной вклад в γ обусловлен, в силу малости $\omega_0^{(\min)} = \omega_{\text{МУ}}$, магнитным затуханием, получаем

$$\gamma = \frac{1}{2} r \frac{\omega_D}{\sqrt{\omega_E \omega_A}}. \quad (2.68)$$

Хотя обычно $r \ll 1$, тем не менее в зависимости от соотношения других параметров в (2.68) коэффициент затухания γ может быть как меньше, так и больше (или порядка) единицы. В последних случаях квазиакустические волны с частотой $\omega_{\text{ПП}}$ (2.59) отсутствуют. Заметим, что большая константа одноосной анизотропии K благоприятствует уменьшению γ . Возможно, это имеет место в редкоземельных ФМЛП (Dy и Tb).

Дело в том, что в этих ферромагнетиках при намагничивании их вдоль трудного направления плоскости базиса наблюдается ФМР^{17,18} в области СВЧ (а именно при $\omega \approx 10^{11}$ с⁻¹). Между тем, согласно (2.60), минимальное значение этой частоты (при $H = |H_{\square}|$) должно быть по крайней мере на порядок больше (поскольку $H_A \approx 10^6$ Э и $H_{\text{МУ}} \approx 10^4$ Э). Можно полагать²⁰, что в указанных экспериментах СВЧ полем в действительности возбуждаются квазиакустические волны $\omega_{\text{ПП}}$ (2.54) с длиной волны порядка глубины скин-эффекта. При непосредственном возбуждении этих волн ультразвуком в тербии удалось получить²² вблизи точки ФП уменьшение эффективного динамического модуля \tilde{C}_{66} (формула (2.64)) на 50%. (Более детальная проверка этой формулы была затруднена из-за невозможности поддерживать акустический контакт с образцом при приближении к точке ФП.) *)

3. АНТИФЕРРОМАГНЕТИКИ

а) Общие положения

Антиферромагнитное состояние описывается относительными векторами антиферромагнетизма

$$\mathbf{l} = \frac{\mathbf{M}_1 - \mathbf{M}_2}{2M_0} \quad (3.1)$$

*) Нетрудно найти \tilde{C}_{66} в самой точке ФП:

$$\tilde{C}_{66} = C_{66} \frac{\omega \sqrt{\omega_E \omega_A}}{\omega_D \omega_{\text{МУ}}}.$$

и результирующей намагниченности

$$\mathbf{m} = \frac{\mathbf{M}_1 + \mathbf{M}_2}{2M_0}. \quad (3.2)$$

Модули намагниченностей подрешеток \mathbf{M}_1 и \mathbf{M}_2 обычно считаются сохраняющимися величинами: $M_1^2 = M_2^2 = M_0^2$, что равносильно соотношениям

$$m^2 + l^2 = 1, \quad m l = 0. \quad (3.3)$$

В состоянии равновесия (и в отсутствие магнитного поля \mathbf{H}) $\mathbf{M}_1 = -\mathbf{M}_2$, и вектор \mathbf{l} имеет максимальную величину $|\mathbf{l}| = 1$, а $\mathbf{m} = 0$.

Намагниченность $\mathbf{M} = \mathbf{M}_1 + \mathbf{M}_2$, появляющаяся при колебаниях \mathbf{M}_1 и \mathbf{M}_2 (а также при намагничивании внешним полем, малым по сравнению с обменными полями), всегда настолько мала, что можно полагать

$$m^2 \ll 1 \quad (\text{и, следовательно, } l^2 \approx 1). \quad (3.4)$$

В силу сказанного, записывая плотность энергии антиферромагнетика, включающую, как и в ферромагнетике, магнитоупругий, магнитный и упругий вклады, мы должны руководствоваться следующими правилами:

1) Магнитоупругая энергия записывается в виде выражения (2.1) с заменой в нем $\mathbf{m} \rightarrow \mathbf{l}$.

2) Путем такой же замены получаются из (2.2) члены неоднородного обмена и магнитной анизотропии; при этом члены зеемановской и магнито-статической энергий должны быть оставлены без изменения, как в (2.2).

3) После этого магнитная энергия E_M должна быть дополнена членом

$$\frac{1}{2} A_0 m^2 \quad (3.5)$$

— так называемой энергией *однородного* обмена, которая и обуславливает тот факт, что основное (однородное) состояние является антиферромагнитным с $\mathbf{m} = 0$ и $l = 1$ (при $A_0 > 0$).

4) В антиферромагнетиках со слабым ферромагнетизмом (в которых в основном состоянии наряду с \mathbf{l} может существовать спонтанная намагниченность $\mathbf{m} \neq 0$, удовлетворяющая условию (3.4)) в магнитной энергии E_M должны быть также учтены члены вида

$$d_{ij} m_i l_j. \quad (3.6)$$

При этом явный вид тензора d_{ij} определяется магнитной структурой и симметрией кристалла^{68,62}.

После определения основного состояния ($\mathbf{l}^{(0)}$, $\mathbf{m}^{(0)}$, $u_{ij}^{(0)}$) из условия минимальности полной энергии мы можем затем найти спектр связанных МУ волн антиферромагнетика, решая уравнение теории упругости (2.9) совместно с уравнениями движения вида (2.8) для намагниченности \mathbf{m}_α ($\alpha = 1, 2$) каждой из подрешеток.

б) Ромбические антиферромагнетики — ортоферриты

Рассмотрение эффектов СНС в антиферромагнетиках целесообразно начать с редкоземельных ортоферритов — соединений типа ErFeO_3 ⁴². В последнее десятилетие ортоферриты широко исследовались из-за существования в них слабого ферромагнетизма. Для нас они интересны своими ориентационными ФП, вблизи которых эффекты, обусловленные СНС, проявляются наиболее ярко и благодаря этому были обнаружены экспериментально^{69,38-41}.

В соответствии с ромбической симметрией ортоферритов (и с учетом правил, сформулированных на с. 449) их энергия может быть описана:

константами однородного и неоднородного обмена A_0 и A ;
 константами магнитной анизотропии $K_1^{(1)}$, $K_3^{(1)}$, $K_{11}^{(2)}$, $K_{33}^{(2)}$ и $K_{13}^{(2)} = K_{31}^{(2)}$;
 магнитоупругими константами B_{11} , B_{12} , B_{13} , B_{21} , B_{22} , B_{23} , B_{44} , B_{55}
 и B_{66} ;

упругими константами C_{11} , C_{12} , C_{13} , C_{21} , C_{22} , C_{23} , C_{44} , C_{55} и C_{66} .

Кроме того, в энергии имеются члены вида ⁶²

$$d_{13}m_xl_z - d_{31}m_zl_x, \quad (3.7)$$

ответственные за слабый ферромагнетизм.

Дальнейшее рассмотрение будет проводиться применительно к конкретному случаю ортоферритов ErFeO_3 и TmFeO_3 , в которых наблюдаются

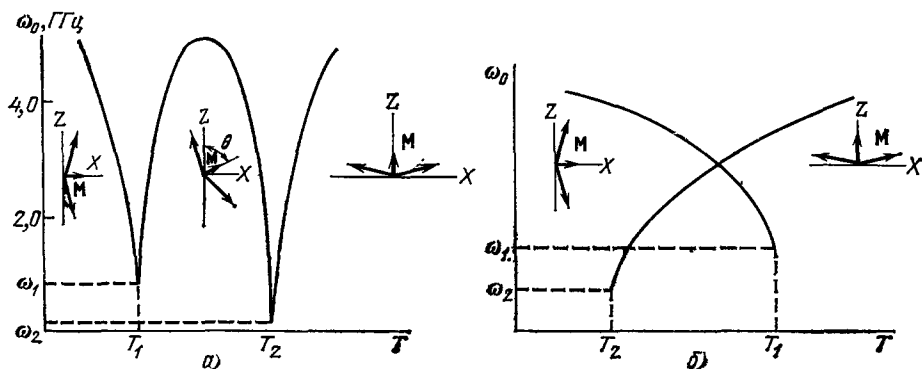


Рис. 5. Ориентационные ФП и зависимость частоты АФМР (магнитной щели при $\mathbf{k} \parallel \mathbf{Z}$) от температуры в ортоферритах.

а) ФП второго рода ($T_2 > T_1$); б) ФП первого рода ($T_2 < T_1$). $\omega_1 \equiv \omega_0(T_1) = \gamma \sqrt{H_E(H_{\text{МУ5}} + H_M)}$,
 $\omega_2 \equiv \omega_0(T_2) = \omega_{\text{МУ5}}$.

ориентационные магнитные ФП: при низких температурах, ниже некоторой точки T_1 (например, для эрбиевого ортоферрита $T_1 = 88,5$ К), вектор антиферромагнетизма $\mathbf{l} \parallel \mathbf{c}$ (оси \mathbf{Z}), а при высоких температурах, выше точки T_2 (для эрбиевого ортоферрита $T_2 = 98,1$ К), вектор $\mathbf{l} \parallel \mathbf{a}$ (оси \mathbf{X}). В интервале температур $T_1 \leq T \leq T_2$ (рис. 5) происходит постепенный поворот вектора \mathbf{l} в плоскости \mathbf{X}, \mathbf{Z} от одного из указанных направлений к другому. Одновременно спонтанный слабоферромагнитный момент \mathbf{m} , будучи перпендикулярным \mathbf{l} , поворачивается в этой же плоскости от \mathbf{a} к \mathbf{c} , так что угол θ между \mathbf{m} и \mathbf{Z} изменяется от $\pi/2$ до 0. Назовем указанные состояния соответственно низкотемпературным, промежуточным и высокотемпературным.

Исследование равновесных состояний путем минимизации полной энергии ортоферрита (при $H = 0$) показывает следующее.

Описанный выше поворот векторов \mathbf{l} и \mathbf{m} (см. рис. 5) без выхода их из плоскости \mathbf{X}, \mathbf{Z} указывает, что ось $\mathbf{Y} \parallel \mathbf{b}$ является труднейшей для вектора \mathbf{l} . Приблизительно (в пренебрежении анизотропией четвертого порядка, включая магнитоэлектрический вклад в нее) последнее имеет место при условиях $K_1^{(1)} < 0$ и $K_3^{(1)} < 0$.

Сам ориентационный переход определяется температурной зависимостью двух эффективных констант магнитной анизотропии:

$$K_I = K_3^{(1)} - K_1^{(1)} + 2K_{13}^{(2)} - 2K_{11}^{(2)} + d_{31}(d_{31} - d_{13}) \frac{1}{A_0} + K_I^{MY}, \quad (3.8)$$

$$K_{II} = K_{11}^{(2)} - 2K_{13}^{(2)} + K_{33}^{(2)} - (d_{31} - d_{13})^2 \frac{1}{A_0} + K_{II}^{MY}. \quad (3.9)$$

Последние члены в (3.8) и (3.9), явный вид которых мы не приводим, определяют магнитострикционную перенормировку термодинамических констант K_I и K_{II} ⁴².

Спиновая переориентация, представленная на рис. 5, а, реализуется в случае, когда $K_{II} > 0$. При этом трем равновесным состояниям, границы которых являются точками ФП второго рода, соответствуют следующие условия:

1) Для низкотемпературного состояния ($T \leq T_1$) с $\theta = \pi/2$ и $m = m_x \approx d_{13}/A_0$

$$K_I(T) \leq -2K_{II}(T). \quad (3.9a)$$

2) Для промежуточного состояния ($T_1 \leq T \leq T_2$) с $\sin^2 \theta = -K_I/2K_{II}$

$$-2K_{II}(T) \leq K_I(T) \leq 0. \quad (3.9b)$$

3) Для высокотемпературного состояния ($T \geq T_2$) с $\theta = 0$ и $m = m_z \approx d/A_0$

$$K_I \geq 0. \quad (3.9в)$$

В другом случае, когда $K_{II} < 0$, области существования низкотемпературного и высокотемпературного состояний перекрываются (рис. 5, б), так что $T_2 < T_1$. При этом система может находиться в двух равновесных состояниях:

1) $\theta = \pi/2$ ($T \leq T_1$), когда $K_I(T) \leq -2K_{II}(T)$; (3.10a)

2) $\theta = 0$ ($T \geq T_2$), когда $K_I(T) \geq 0$. (3.10б)

Переход из одного состояния в другое осуществляется путем ФП первого рода. Температуры T_1 и T_2 являются точками потери устойчивости.

Приведем теперь результаты расчета связанных МУ волн.

Рассмотрим сначала состояние с $\theta = 0$ (реализующееся при условиях (3.9в) или (3.10б) соответственно для $K_{II} > 0$ или $K_{II} < 0$), в котором распространяются волны с волновым вектором $\mathbf{k} \parallel \mathbf{Z} \parallel \mathbf{m}$. В этом случае взаимодействующими оказываются одна из двух ветвей спиновых волн (а именно более низкочастотная ветвь, для которой колебания вектора \mathbf{l} происходят в плоскости X, Z) и одна из двух поперечных звуковых волн с поляризацией $\mathbf{e}_t \parallel X \parallel \mathbf{a}$. Частоты этих спиновой и звуковой волн (без учета динамического взаимодействия между ними) определяются соответственно формулами

$$\omega_k = \gamma [H_E (A_0 M_0^{-1} k^2 + K_I M_0^{-1} + H_{MY5})]^{1/2}, \quad (3.11)$$

$$\omega_t = \sqrt{C_{55}/\rho} k \equiv s_a k, \quad (3.12)$$

где $H_E = A_0/2M_0$ — обменное поле, $H_{MY5} = 8B_{55}^2/M_0 C_{55}$ — МУ поле.

Учитывая, далее, динамическую МУ связь, получаем следующее выражение для частот связанных волн:

$$\omega_{I, II}^2 = \frac{1}{2} [\omega_k^2 + \omega_t^2 \pm \sqrt{(\omega_k^2 - \omega_t^2)^2 + 4\omega_k^2 \omega_{MY5}^2}], \quad (3.13)$$

где $\omega_{MY5} = \gamma \sqrt{H_E H_{MY5}}$ — характерная МУ частота, соответствующая МУ полю эффективной магнитной анизотропии H_{MY5} . Существенно, что

в антиферромагнетиках это поле входит в частоту в среднегеометрической комбинации с обменным полем H_E , что приводит к значительному усилению МУ щели (и других эффектов СНС) по сравнению с ферромагнетиками. Знак «плюс» в формуле (3.13) соответствует ветви со щелью

$$\omega_I(k=0) = \gamma \sqrt{H_E(K_I M_0^{-1} + H_{\text{МУ}5})}, \quad (3.14)$$

которая, таким образом, может рассматриваться как квазимагنونная. Знак «минус» соответствует бесщелевой ветви $\omega_{II}(k=0) = 0$, так что последняя имеет смысл квазиакустической.

Член с K_I в квазимагنونной щели (3.14) соответствует перенормированной за счет магнитострикции ромбической анизотропии равновесного состояния. Член с $H_{\text{МУ}5}$, не укладывающийся в рамки этой перенормировки, и есть снова эффект СНС. С понижением температуры в точке спиновой переориентации T_2 , где $K_I = 0$, состояние с $\theta = 0$ становится квазивырожденным (при $K_{II} > 0$) или неустойчивым (при $K_{II} < 0$). При этом квазимагنونная щель (3.14) имеет минимальную величину, определяемую МУ взаимодействием:

$$\omega_0^{(\text{min})} = \omega_{\text{МУ}5}. \quad (3.15)$$

В длинноволновом пределе при $ak \ll \omega_0/\omega_E$ и ω_0/ω_D , где $\omega_E = \gamma \sqrt{A_0 A/M_0 a}$ — обменная частота (включающая параметры как однородного, так и неоднородного обмена), а ω_D — снова дебаевская частота, для частоты квазиакустической моды из (3.13) с точностью до членов четвертого порядка по k получаем

$$\omega_{II}^2 \simeq \omega_D^2 (ak)^2 (1 - \zeta_5) + \zeta_5^2 \frac{\omega_D^2}{\omega_0^2} [\omega_E^2 - \omega_D^2 (1 - \zeta_5)] (ak)^4, \quad (3.16)$$

где

$$\zeta_5 = \frac{\omega_{\text{МУ}5}^2}{\omega_0^2} \quad (3.17)$$

— безразмерный параметр МУ связи. В самой точке ФП, где $\zeta_5 = 1$, имеем

$$\omega_{II} \approx \frac{\omega_D \omega_E}{\omega_{\text{МУ}5}} (ak)^2. \quad (3.18)$$

Таким образом, снова при приближении к точке ФП скорость звука (для рассматриваемой моды с поляризацией $\mathbf{e}_t \parallel \mathbf{X}$) $\tilde{s}_a = \omega_{II}/k$ сильно уменьшается вплоть до обращения в нуль при $k \rightarrow 0$, когда $\zeta_5 \rightarrow 1$.

Рассмотрим теперь волны в том же направлении $\mathbf{k} \parallel \mathbf{Z}$ для низкотемпературного состояния ($T \leq T_1$; см. рис. 5), в котором $\theta = \pi/2$, т. е. $\mathbf{m} \perp \mathbf{k}$. Частоты связанных МУ волн в этом состоянии будут по-прежнему определяться выражением вида (3.13), но лишь с другим значением частоты магнонов, взаимодействующих со звуком:

$$\omega_k^2 = \gamma^2 H_E [A M_0^{-1} k^2 - (K_I + 2K_{II}) M_0^{-1} + H_M + H_{\text{МУ}5}], \quad (3.19)$$

где $H_M = 8\pi M_0 d_{13}^2/A_0^2$ — магнитостатическое поле, связанное с колебаниями спонтанного слабоферромагнитного момента. Из-за наличия H_M в точке перехода T_1 , где $K_I + 2K_{II} = 0$, параметр $\zeta_5 = H_{\text{МУ}5}/(H_{\text{МУ}5} + H_M) < 1$ (в отличие от точки T_2 , в которой $\zeta_5 = 1$). Тем самым уменьшение \tilde{s}_a в точке T_1 будет ограничиваться диполь-дипольным взаимодействием, что, вообще говоря, должно проявляться в меньшем изменении скорости поперечного звука вблизи T_1 по сравнению с T_2 . Некие различия такого рода наблюдались экспериментально³⁹⁻⁴¹ (рис. 6).

Однако в силу того, что интересующие нас эффекты в условиях экспериментов³⁹⁻⁴¹ были сравнительно малыми ($\leq 1\%$), вряд ли пока имеются достаточные основания связывать их с влиянием диполь-дипольного взаимодействия.

Мы не будем здесь приводить дисперсионные формулы для промежуточного состояния с $0 \leq \theta \leq \pi/2$, реализующегося при $T_1 \leq T \leq T_2$ (случай $K_{11} > 0$), отсылая читателя к соответствующей оригинальной работе⁴². Отметим лишь, что в этом состоянии низкочастотная спин-волновая ветвь взаимодействует не только с поперечной, но также и с продольной акустической волной. Относительное изменение скорости поперечного звука с температурой в промежуточном состоянии представлено кривой 3 на рис. 6.

Для выяснения роли диссипации запишем окончательный результат расчета⁴² скорости поперечного квазизвука частоты $\omega \equiv \omega_{11}$ (3.18) и коэффициента затухания для него при $\zeta_5 \rightarrow 1$ ($T \rightarrow T_2$) в длинноволновом приближении, соответствующем условию $\omega \ll \omega_{M\gamma 5}$:

$$\tilde{s}_a \approx s_a \sqrt{\frac{\omega \omega_E}{\omega_{M\gamma 5} \omega_D}} (1 - 2\kappa_t^2), \quad (3.20)$$

$$\kappa_t \approx \left(\frac{r\gamma H_E}{\omega_{M\gamma 5}} \right) \frac{\omega_D}{\omega_E} \quad (3.21)$$

(вязко-упругие члены мы снова опустили).

Если релаксационный параметр r не зависит (или слабо зависит) от частоты, то величина $r\gamma H_E$ будет определять ширину линии АФМР (в данном случае на частоте $\omega_0^{(\min)} = \omega_{M\gamma 5}$). Следовательно, первый множитель в (3.21) будет представлять собой относительную величину ширины линии АФМР $\Delta\omega_r/\omega_0$, и если последняя мала по сравнению с единицей, то коэффициент затухания κ_t , достигая в точке ФП T_2 максимального значения, все же может иметь достаточно малую величину, чтобы можно было говорить о существовании квазиакustических МУ волн в этой точке.

При этом скорость \tilde{s}_a такого квазизвука в рассматриваемой низкочастотной области $\omega \ll \omega_{M\gamma 5}$ при приближении к точке T_2 должна, как отмечалось выше (и теперь видно из формулы (3.20)), резко уменьшаться по сравнению с ее значением s_a вдали от этой точки.

Описанные особенности поведения скорости звука вблизи точек ориентационных ФП находятся в качественном согласии с экспериментом в эрбиевом и тулиевом ортоферритах³⁸⁻⁴². Для количественного сопоставления требуются дополнительные эксперименты, поскольку обработка данных в³⁹⁻⁴¹ производилась на основе формул, не учитывающих МУ щель в спектре квазимагнонов и тем самым неприменимых в непосредственной окрестности точек ФП. В частности, представляет интерес проверка предсказываемой, согласно формуле (3.20), корневой зависимости скорости \tilde{s}_a от частоты квазизвука ω .

Следует отметить, что указанные выше закономерности для частоты АФМР и скорости звука вблизи точек ориентационных ФП фактически должны проявляться лишь в непосредственной окрестности этих точек. Поскольку уменьшение скорости звука в цитированных работах³⁹⁻⁴¹ составляло не более 1%, то это, вероятно, означало, что авторам не уда-

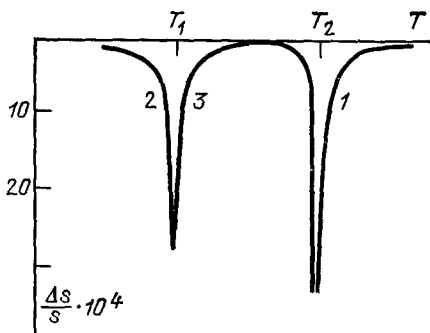


Рис. 6. Относительное изменение скорости поперечного звука от температуры в ErFeO_3 при $\mathbf{k} \parallel \mathbf{Z}$.

лось подойти к точкам ФП достаточно близко. Более удобным был бы ФП по полю, который в этом отношении является более растянутым (см. следующий п. в)). По-видимому, с аналогичным обстоятельством связана значительно бóльшая величина (и даже сам качественный ход с температурой) частоты АФМР вблизи точек T_1 и T_2 , экспериментально полученная в ⁷⁰, по сравнению с ее значением, рассчитанным непосредственно для самих точек. Дело в том, что авторы ⁷⁰, как нам представляется, производили измерения с недостаточно малым шагом по температуре. Результаты должны быть также очень чувствительны к точности установки кристалла относительно направления распространения звука.

в) Антиферромагнетик
типа «легкая плоскость».
Фазовый переход под давлением

Как уже отмечалось, эффекты СНС наиболее заметны и лучше всего исследованы в антиферромагнетиках типа ЛП, таких как гематит ($\alpha\text{-Fe}_2\text{O}_3$) и борат железа (FeBO_3). В них были получены изменения скорости звука порядка 20% ²⁵⁻²⁸. Кроме того, в гематите было исследовано экспериментально ^{25,28} и теоретически ^{29,30} влияние давления (точнее, одностороннего напряжения) на частоту АФМР и тем самым фактически рассмотрен ФП по давлению.

Кристаллы гематита и бората железа имеют ромбоэдрическую симметрию с весьма малой анизотропией в плоскости базиса X , Y , которой

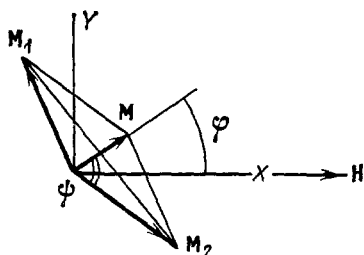


Рис. 7. Намагниченности подрешеток в антиферромагнетике и углы, определяющие их конфигурацию.

φ определяет направление вектора $M = M_1 + M_2$, а ψ — его модуль $M = 2M_0 \cos \psi$.

для простоты мы будем пренебрегать. При этом в энергии магнитной анизотропии достаточно оставить один член с $K_3^{(1)}$, а магнитоупругая и упругая энергии будут описываться теми же наборами констант, что и для ромбического антиферромагнетика (с. 450), на которые необходимо наложить дополнительные условия $B_{11} = B_{22} = B_{12} + 2B_{66}$, $B_{13} = B_{23}$, $B_{44} = B_{55}$, $C_{11} = C_{22} = C_{12} + 2C_{66}$, $C_{13} = C_{23}$, $C_{44} = C_{55}$.

Кроме того, в состоянии типа ЛП эти антиферромагнетики обладают слабым ферромагнетизмом, появляющимся за счет энергии (3.6) вида $d(l_x m_y - l_y m_x)$.

Состояние одноосного антиферромагнетика будет состоянием типа ЛП (так что в равновесии векторы намагниченности M_1 и M_2 будут лежать в плоскости базиса X , Y), если константа анизотропии $K_3^{(1)} > 0$. Пусть направления M_1 и M_2 в этой плоскости задаются соответственно азимутальными углами φ_1 и φ_2 (рис. 7). Тогда, согласно (3.1) — (3.3), полу- сумма этих углов $\varphi = (\varphi_1 + \varphi_2)/2$ определяет направление вектора m , а их полуразность $\psi = (\varphi_1 - \varphi_2)/2$ — модуль этого вектора: $m^2 = \cos^2 \psi$.

Предположим теперь, что вдоль направления X (которое в силу изотропии в плоскости базиса может быть выбрано в ней произвольным образом) приложены магнитное поле H и механическое напряжение $\sigma_{xx} = -P$. Последнее сжимает кристалл при $P > 0$ и растягивает его при $P < 0$.

При наличии указанного одностороннего давления P необходимо в полную плотность термодинамического потенциала E (2.6) добавить член вида Pu_{xx} . Если затем ввести эффективное поле

$$H_P = \frac{2B_{66}P}{C_{66}M_0}, \quad (3.22)$$

связанное с давлением, то из минимума E можно найти, что в зависимости от величины H_P в системе могут существовать следующие два равновесных состояния:

1. При давлениях, для которых $H_P \leq H_P^*$, где

$$H_P^* = \frac{H(H+H_d)}{H_E} \quad (3.23)$$

$$\left(H_d = \frac{d}{M_0}, \quad H_E = \frac{A_0}{M_0} \right),$$

вектор \mathbf{m} параллелен $\mathbf{H} \parallel \mathbf{X}$ ($\varphi = 0$). При этом $\Delta\psi \equiv (\pi/2) - \psi = (H + H_d)/H_E$ и, следовательно, $m = (H + H_d)/H_E$.

2. При давлениях $P > 0$, для которых $H_P > H_P^*$,

$$\cos \varphi = \frac{HH_d}{H_E(H_P - H_P^*) + HH_d} \quad \text{и} \quad \Delta\psi = \frac{H_P}{H} \cos \varphi. \quad (3.24)$$

Следовательно, в точке $H_P = H_P^*$ имеет место ориентационный ФП по давлению P ; по мере дальнейшего увеличения P вектор \mathbf{m} поворачивается из направления $\mathbf{m} \parallel \mathbf{X}$ к направлению $\mathbf{m} \parallel \mathbf{Y}$ (достигая последнего при $H_P - H_P^* \gg HH_d/H_E$).

В случае $P < 0$ (растяжение) реализуется только состояние 1.

Отметим, что при заданном давлении $P > 0$ аналогичный ориентационный фазовый переход может быть проведен по полю H . Так, с ростом H мы можем пройти его в обратном порядке: при $H = 0$ имеем, согласно (3.24), $\mathbf{m} \parallel \mathbf{Y}$, затем в интервале

$$0 \leq H \leq H^* = \sqrt{\frac{H_d^2}{4} + H_E H_P} - \frac{H_d}{2} \quad (3.25)$$

происходит поворот \mathbf{m} от $\varphi = \pi/2$ до $\varphi = 0$, после завершения которого (в результате преодоления анизотропии в плоскости X, Y , создаваемой односторонним давлением P) при $H \geq H^*$ мы возвращаемся в состояние 1 с $\mathbf{m} \parallel \mathbf{H}$.

Рассмотрим сначала связанные МУ волны, распространяющиеся вдоль поля: $\mathbf{k} \parallel \mathbf{H} \parallel \mathbf{X}$.

Можно показать, что и в этом случае звук взаимодействует наиболее сильно с низкочастотной ветвью спиновых волн (соответствующей колебаниям спинов в ЛП), частота которой для двух указанных выше состояний определяется соответственно выражениями:

1. $H_P \leq H_P^*$:

$$\omega_k^2 = \gamma^2 H_E (AM_0^{-1}k^2 + H_{МУ6} + H_P^* - H_P). \quad (3.26)$$

2. $H_P \geq H_P^*$:

$$\omega_k^2 = \gamma^2 H_E \left[AM_0^{-1}k^2 + H_{МУ6} + \frac{H_E H_P - H^2 + HH_d}{H_E H_P - H^2} (H_P - H_P^*) + H_M \sin^2 \varphi \right], \quad (3.27)$$

где

$$H_M = \frac{8\pi M_0 (H + H_d)^2}{H_E^2}, \quad H_{МУ6} = \frac{8B_{66}^2}{C_{66}M_0}.$$

В этих выражениях поле $H_{\text{МУ6}}$ учитывает «застывшие» спонтанные деформации, а H_P — деформации, связанные с давлением P . Хотя в состоянии 1 сжимающее давление ($P > 0$) уменьшает спин-волновую щель ω_0 , но не доводит ее до нуля, так как раньше этого с увеличением P происходит фазовый переход из состояния 1 (рис. 8, а) в состояние 2, когда эффективное поле H_P достигает критического значения H_P^* (3.23). При дальнейшем увеличении P (уже в состоянии 2) щель снова возрастает, причем не только непосредственно за счет члена с H_P в (3.27), но также и за счет дипольного слагаемого, появляющегося, когда угол φ между \mathbf{m} и $\mathbf{H} \parallel \mathbf{k}$ в соответствии с (3.24) становится отличным от нуля. При этом минимальная щель, достигаемая в точке фазового перехода при $H_P = H_P^*$ (3.23), снова имеет МУ природу:

$$\omega_0^{\min} \equiv \omega_{\text{МУ6}} = \gamma \sqrt{H_E H_{\text{МУ6}}}. \quad (3.28)$$

Таким образом, действительно, МУ щель не может быть уничтожена и давлением.

Как видно из рис. 8, б, аналогичный вид имеет зависимость ω_0 от магнитного поля H (при заданном давлении P) с минимумом (3.28) в точке

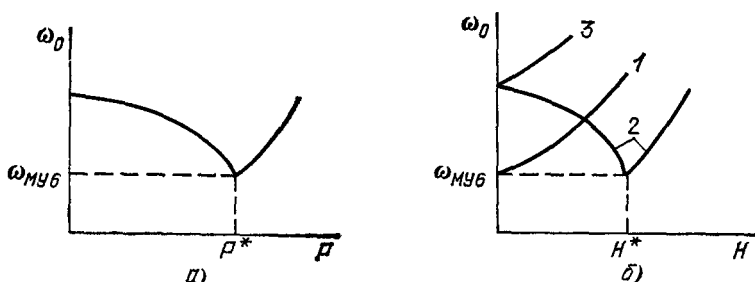


Рис. 8. Зависимость частоты АФМР от одностороннего давления $P > 0$ (сжатие) в поле $\mathbf{H} \parallel \mathbf{P}$ (а) и от поля H (б).

1 — $P = 0$, 2 — $H_P > 0$, $\mathbf{H} \parallel \mathbf{P}$ или $H_P < 0$, $\mathbf{H} \perp \mathbf{P}$, 3 — $H_P > 0$, $\mathbf{H} \perp \mathbf{P}$ или $H_P < 0$, $\mathbf{H} \parallel \mathbf{P}$.

фазового перехода $H = H^*$ (3.25). Кривая 1 соответствует случаю $P = 0$ (когда $H^* = 0$), а кривые 2 — случаю $P \neq 0$. Весьма характерным является следующий результат: во втором случае при заданной частоте в интервале $\omega_{\text{МУ6}} < \omega < \omega_0|_{H=0}$ АФМР должен иметь место при двух значениях поля H^*). Это появление дополнительного резонанса при наложении одностороннего давления в ЛП наблюдалось экспериментально в работе ²⁸.

Частоты связанных МУ волн для обоих состояний ($H_P \leq H_P^*$ и $H_P > H_P^*$) можно представить общими формулами, которые в длинноволновом пределе $k \ll \omega_0/s_i$ имеют вид:

$$\omega_I^2 = \omega_k^2 + \zeta_{6k} \omega_i^2 \text{ — квазимагнитная ветвь;}$$

$\omega_{II} = \tilde{s}_i k$ — поперечная квазиакустическая ветвь, поляризованная в ЛП;

$$\omega_{III} = \tilde{s}_l k \text{ — продольная квазиакустическая ветвь.}$$

*) Следует заметить, что частота однородного АФМР, строго говоря, не есть предел $\omega_k|_{k \rightarrow 0}$, получаемый из формулы (3.27), поскольку последняя соответствует неограниченной среде, а однородный АФМР определяется условием, что длина волны велика по сравнению с размерами образца. Для сферического образца частота АФМР получается из ω_0 при $H_M = 0$.

Поперечный звук, поляризованный вдоль оси симметрии кристалла, слабо взаимодействует с магнонами. Здесь мы ввели обозначения

$$\begin{aligned} \tilde{s}_l^2 &= \rho^{-1} (C_{11} - \zeta_{6k} C_{66} \sin^2 2\varphi), \quad \tilde{s}_t^2 = \rho^{-1} C_{66} (1 - \cos^2 2\varphi), \\ \zeta_{6k} &= \frac{\omega_{\text{МУ}6}^2}{\omega_k^2}, \end{aligned} \quad (3.29)$$

причем угол $\varphi = 0$ для состояния 1 ($H_P \leq H_P^*$) и определяется формулой (3.24) для состояния 2 ($H_P \geq H_P^*$). Соответственно, частота ω_k задается формулами (3.26) или (3.27).

Теоретическая зависимость от H скорости длинноволновых (при $k \rightarrow 0$) квазиакустических волн в гематите при наличии одностороннего давления P приведена на рис. 9³⁰. Экспериментальные данные²⁵⁻²⁸ при $P = 0$ для скорости звука в $\alpha\text{-Fe}_2\text{O}_3$ и FeVO_3 в зависимости от H хорошо ложатся на теоретическую кривую $\tilde{s}(H)$.

В точке ФП (при $H_P = H_P^*$ или $H = H^*$), где $\zeta_6 \rightarrow 1$ и \tilde{s}_l (при $k \rightarrow 0$) обращается в нуль, закон дисперсии для ω_{II} изменяется снова с линейного на квадратичный; при этом $\omega_{\text{II}}(k)$ принимает вид (3.18) с заменой $\omega_{\text{МУ}5} \rightarrow \omega_{\text{МУ}6}$ и $C_{55} \rightarrow C_{66}$.

Формулы (3.20) и (3.21) для скорости квазизвука и его затухания в точке фазового перехода для ромбического кристалла также применимы в данном случае, если учесть указанную замену.

Заметим, далее, что качественно свойства МУ волн для антиферромагнетика типа ЛП аналогичны таковым для ферромагнетика типа ЛП (п. в) гл. 2). Основное отличие состоит в том, что в антиферромагнетике все эффективные поля магнитной анизотропии (включая $H_{\text{МУ}}$ и H_P) усиливаются не полем одноосной анизотропии H_A , а эффективным полем однородного обмена $H_E = A_0/M_0$. В результате, например, формула вида (3.18) (с заменой 5 \rightarrow 6) для ω_{II} в антиферромагнетике может быть получена из соответствующей формулы (2.59) для ферромагнетика простой заменой $H_A \rightarrow H_E$. При этом, конечно, надо иметь в виду, что в случае ферромагнетика мы учитывали естественную кристаллографическую анизотропию в ЛП, описываемую эффективным полем H_{\square} , а здесь эта анизотропия (поле H_P) наведена внешним односторонним напряжением. Кроме того, там и здесь по-разному определена обменная частота ω_E .

Отмеченное взаимоотношение частот МУ волн для ферро- и антиферромагнетиков типа ЛП сохраняется и в более общем случае, когда волновой вектор \mathbf{k} составляет некоторый угол $\varphi_k \neq 0$ с намагниченностью $\mathbf{m} \parallel \mathbf{H} \parallel \mathbf{X}$ (речь идет о состоянии 1). Соответствующие формулы для антиферромагнетика в длинноволновом пределе аналогичны таковым для ферромагнетика (2.61) — (2.64), с тем лишь отличием, что здесь

$$\omega_k^2 = \gamma^2 H_E^2 [AM_0^{-1}k^2 + H_{\text{МУ}6} + H_P^* - H_P + 8\pi M_0 (H + H_d)^2 H_E^{-2} \sin^2 \varphi_k], \quad (3.30)$$

$\zeta_{4k} = 0$ и в $\zeta_6(\varphi_k)$ МУ частота $\omega_{\text{МУ}6}$ определяется формулой (3.28).

Необходимо в заключение обратить внимание на важную роль обменного усиления в наблюдении эффектов СНС в антиферромагнетиках. Срав-

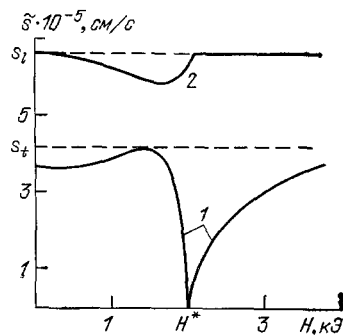


Рис. 9. Зависимость скорости поперечных (1) (поляризованных в плоскости базиса) и продольных (2) квазиупругих волн в гематите с $\mathbf{L} \perp \mathbf{Z}$ при $\mathbf{k} \parallel \mathbf{H} \parallel \mathbf{P} \parallel \mathbf{X}$, $H_P > 0$, $P \approx 1$ кбар.

ним, например, ферромагнетики и антиферромагнетики типа ЛП. В обоих случаях величина эффектов характеризуется параметром МУ связи ζ_6 , определяемым в соответствии с (2.50) и (3.29) формулами

$$(\text{ФМ}) \quad \zeta_6 = H_{\text{МУ}} (H + H_{\square} + H_{\text{МУ}})^{-1}, \quad (3.31)$$

$$(\text{АФМ}) \quad \zeta_6 = H_{\text{Е}} H_{\text{МУ}} (H^2 + H_{\text{Е}} H_{\text{МУ}})^{-1} \quad (3.32)$$

(пусть для простоты $H_{\text{Р}} = H_{\text{д}} = 0$).

Конечно, в самой точке ФП (соответственно при $H + H_{\square} = 0$ и $H = 0$), где эффекты максимальны, и в том и в другом случае $\zeta_6 = 1$. Однако в силу малости эффективного поля $H_{\text{МУ}}$ (обычно $H_{\text{МУ}} \ll 1$ Э) для эксперимента важна ширина области изменения поля H в окрестности ФП, в пределах которой ζ_6 уменьшается до величины $\zeta_6 \ll 1$ (при которой эффекты СНС исчезают).

Например, при $H_{\text{МУ}} = 1$ Э получаем, что уменьшение ζ_6 в два раза для ФМ происходит при отступлении поля H от точки ФП всего на 1 Э, и по известным причинам наблюдение эффектов, разыгрывающихся на столь малом интервале полей, оказывается затрудненным (или вообще невозможным).

В то же время для АФМ при той же величине $H_{\text{МУ}}$ за счет обменного поля $H_{\text{Е}}$ (равного 10^6 Э и более) интервал изменения поля H , на котором ζ_6 уменьшается до 1/2, составляет 10^3 Э. Сказанное объясняет, почему эффекты СНС больше исследованы в АФМ, чем в ФМ (если не считать ФМ с гигантской магнитострикцией типа Dy и Tb).

4. ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЕ ЗАМЕЧАНИЯ

В настоящей статье мы рассмотрели МУ эффекты нарушенной симметрии в неограниченных однородных (однодоменных) магнетиках, причем только в линейном (по амплитуде колебаний) приближении. Было показано, что сравнительно малые в обычных условиях эффекты взаимодействия спиновых и упругих волн значительно усиливаются и фактически приобретают качественно новый характер вблизи точек магнитных ФП.

С практической точки зрения, по-видимому, особый интерес представляют исследования квазиакустической моды связанных МУ волн: и не только ввиду ее сильного смягчения в окрестности ФП, но и потому, что она в одинаковой степени является и упругой, и магнитной (и может, в частности, возбуждаться магнитным полем). Последнее обстоятельство и возможность управлять скоростью этих волн с помощью магнитного поля, упругих напряжений или температуры должны заинтересовать специалистов по электронике (например, с целью создания линий задержки, регулируемых указанными воздействиями). К сожалению, экспериментальных исследований в этом направлении имеется еще очень мало. Такие исследования требуют достаточно хороших монокристаллов (скорее всего, антиферромагнитных) с большой магнитострикцией, «удобными» магнитными ФП и, по возможности, малой шириной линии АФМР (последнее диктуется желанием уменьшить затухание, препятствующее возбуждению и наблюдению квазизвука).

Еще большие перспективы сулят исследования магнитоакустических эффектов, выходящие за рамки указанных выше ограничений. По этому поводу необходимо сделать несколько замечаний.

Прежде всего, представляют большой интерес нелинейные магнитоакустические явления в магнитных кристаллах (в особенности в антиферромагнетиках, где они снова усиливаются обменным взаимодействием). Как было показано в работах ^{32,33}, МУ взаимодействие перенормирует не только скорость звука или гармонические модули упругости (второго

порядка), но и ангармонические модули упругости третьего порядка: $\tilde{C}_3 = C_3 + \Delta C_3$. При этом МУ вклад в ангармонизм (ΔC_3) может значительно превосходить собственный деформационный вклад (C_3). Так, экспериментально показано⁷¹⁻⁷³, что для ортоферрита тулия и для гематита $\Delta C_3/C_3$ может достигать величины порядка 10^2 — 10^4 . Благодаря этому даже при сравнительно небольших деформациях в первичной волне ($u_{ij} \sim 10^{-6}$) возникают значительные нелинейные эффекты, такие как параметрическое возбуждение звука звуком, удвоение частоты звука, акустическое детектирование и т. д.³³. (О других эффектах СНС см. также⁷⁴⁻⁷⁶.)

Отметим, далее, что всюду выше шла речь об эффектах, обусловленных спонтанным нарушением *симметрии направлений* при однородном пространственном распределении магнитных моментов в основном состоянии ферро- или антиферромагнетика. Между тем в магнетиках существуют весьма подвижные (с неустойчивым пространственным расположением) неоднородные образования — домены и доменные границы, нарушающие *трансляционную симметрию*. Вообще говоря, им соответствуют и неоднородные стрикционные деформации в основном состоянии. В магнитно-мягких (с большой магнитной проницаемостью) магнитных материалах, а также для некоторых специальных магнитных структур, например, уединенной доменной границы (или домена), основное состояние системы может быть квазивырожденным относительно смещений доменных границ (доменов) вместе с «одевающими» их неоднородными деформациями. Это будет соответствовать квазиакустическим (голдстоуновским) колебаниям доменных границ. В то же время нарушение трансляционной симметрии при наличии непрерывно вырожденного основного состояния может при определенных условиях приводить дополнительно к существованию квазилокальных (или резонансных) мод колебаний доменной границы относительно созданных ею же «застывших» неоднородных деформаций. Это направление магнитоакустики возникло совсем недавно и находится в стадии усиленного развития (перекликаясь с проблемой магнитоупругих солитонов), поэтому мы отсылаем читателя к оригинальным работам^{58, 59, 77-79}.

Теперь следует обратить внимание на принятое нами с самого начала неявное предположение, что мы имеем дело с образцами достаточно больших размеров. Характерный линейный размер образца L , затронутый спонтанными деформациями, определяющими МУ щель $\omega_{\text{МУ}}$, должен быть настолько велик, чтобы соответствующая ему минимальная частота упругих колебаний $\omega_L = sL^{-1}$ (которую можно отождествить с характерной «частотой распада» спонтанных деформаций) была мала по сравнению с частотой прецессии намагниченности в эффективном магнитном поле этих деформаций $\omega_{\text{МУ}}$. Другими словами, для существования эффекта МУ щели в конечном образце должно выполняться неравенство

$$\omega_L < \omega_{\text{МУ}}, \quad (4.1)$$

которое как раз и является условием того, что для квазимагнитной моды при $k \rightarrow 0$ деформации являются «застывшими»^{58, 77}.

С учетом указанных выше эффектов усиления для $\omega_{\text{МУ}}$ условие (4.1) практически всегда может быть выполнено как для массивных ферромагнетиков (и тем более антиферромагнетиков), так и для тонких пленок. Дело в том, что в последнем случае по условиям опыта характерным размером L обычно является не толщина пленки, а размер в ее плоскости. Тем не менее при каждой конкретной постановке эксперимента условие (4.1) должно быть проверено.

Но особенно важным условие (4.1) становится при рассмотрении МУ колебаний доменных границ, поскольку роль L в этом случае играет их эффективная толщина (линейные размеры переходного слоя между доменами). Неравенство (4.1) фактически является условием существования упомянутых выше квазилокальных МУ колебаний доменной границы.

И наконец, еще одно важное замечание. При рассмотрении МУ явлений вблизи точек ФП мы полностью пренебрегли флуктуациями, хотя, как известно, роль последних в этих точках может резко возрастать. Однако возможность такого пренебрежения для ФП типа спиновой перероентации, о которых в основном шла речь в настоящей статье, была показана в ряде работ (см., например, ^{80,69}).

В заключение отметим близкую аналогию между аномалиями динамических упругих констант, существующими при ориентационных магнитных ФП, с которыми мы имели дело здесь, и при кооперативных ФП ян-теллеровского типа ⁸¹.

В заключение отметим аналогию между аномалиями динамических упругих констант, возникающими при ориентационных магнитных ФП, с которыми мы имели дело здесь, и при кооперативных ФП ян-теллеровского типа ⁸¹. Еще более близкая аналогия существует между рассмотренными нами явлениями, обусловленными СНС в магнетиках, и соответствующими эффектами при структурных переходах в сегнетоэлектриках (эффекты псевдоспин-фононной связи, см., например, ⁸²).

Авторы искренне благодарят В. Г. Барьяхтара, И. Е. Дикштейна, М. И. Куркина, А. А. Лугового, В. В. Николаева, В. И. Ожогина, А. П. Танкеева и В. В. Тарасенко за многочисленные полезные дискуссии.

Институт физики металлов УНЦ АН СССР,

Свердловск

Институт радиотехники и электроники
АН СССР, Москва

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Туров Е. А., Ирхин Ю. П.— ФММ, 1956, т. 3, с. 15.
2. Ахизер А. И., Барьяхтар В. Г., Пелетминский С. В.— ЖЭТФ, 1958, т. 35, с. 228.
3. Kittel C.— Phys. Rev., 1958, v. 110, p. 836.
4. Штраусс В.— В кн. Физическая акустика /Под ред. У. Мэзона.— М.: Мир, 1970.— Т. IV, ч. Б. гл. 5.
5. Леманов В. В.— В кн. Физика магнитных диэлектриков/Под ред. Г. А. Смоленского.— Л.: Наука, 1974.
6. Боровик-Романов А. С., Рудашевский Е. Г.— ЖЭТФ, 1964, т. 47, с. 2095.
7. Боровик-Романов А. С.— In: Physics and Techniques of Low Temperatures: Proc. of 3rd Regional Conference.— Prague, 1963.— P. 86.
8. Tasaki A., Iida S.— J. Phys. Soc. Japan, 1963, v. 18, p. 1148.
9. Iida S., Tasaki A.— Proc. of Intern. Conference on Magnetism.— Nottingham, 1964.— P. 583.
10. Туров Е. А., Шавров В. Г.— ФТТ, 1965, т. 7, с. 217.
11. Mizushima K., Iida S.— J. Phys. Soc. Japan, 1966, v. 21, p. 1521.
12. Cooper B. R.— Phys. Rev., 1968, v. 169, p. 281.
13. Cooper B. R.— In: Magnetic Properties of Rare Earth Metals/Ed. by R.J. Elliott.— Lnd.; N.Y.: Plenum Press, 1972.
14. Nielsen M., Bierrum Møller H., Lindgard P. A., Mackintosh A. R.— Phys. Rev. Lett., 1970, v. 25, p. 1451.
15. Nielsen M., Bierrum Møller H., Mackintosh A. R.— J. Appl. Phys., 1970, v. 41, p. 1174.
16. Jensen J.— Intern. J. Magn., 1971, v. 1, p. 271.
17. Vigren D. T., Liu S. H.— Phys. Rev. Lett., 1971, v. 27, p. 674; Phys. Rev. Ser. B, 1972, v. 5, p. 217.
18. Hart L. W., Stanford J. L.— Phys. Rev. Lett., 1971, v. 27, p. 676.
19. Wagner T. K., Stanford J. L.— Phys. Rev. Ser. B, 1972, v. 5, p. 1876.

19. Liu S. H.—Intern. J. Magn., 1972, v. 3, p. 327.
20. Chow H., Keffer F.—Phys. Rev. Ser. B, 1973, v. 7, p. 2028.
21. Houmann J. G., Jensen J., Toubory P.—Ibid., 1975, v. 12, p. 332.
22. Jensen J., Palmer S. B.—J. Phys. Ser. C, 1979, v. 12, p. 4573.
23. Lee E. W., Teale R. W.—Ibid., p. 1131.
24. Maskintosh A. R.—J. Magn. and Magn. Mater., 1980, v. 15—18, p. 326.
25. Ozhogin V. I., Maksimenkov P. P.—In: Digests of INTERMAG Conference. — Kyoto, 1972.—49-4; IEEE Trans. Magn., 1972, v. Mag-8, p. 645.
26. Щерлов В. И.—ФТТ, 1972, т. 14, с. 2180.
27. Seavey M. H.—Sol. State Comm., 1972, v. 10, p. 219.
28. Максименков П. П., Ожогин В. И.—ЖЭТФ, 1973, т. 65, с. 657.
29. Дикштейн И. Е., Тарасенко В. В., Шавров В. Г.—ФТТ, 1974, т. 16, с. 2192.
30. Дикштейн И. Е., Тарасенко В. В., Шавров В. Г.—ЖЭТФ, 1974, т. 67, с. 816.
31. Велихов Л. В., Прохоров А. С., Рудашевский Е. Г., Селезнев В. Н.—ЖЭТФ, 1974, т. 66, с. 1847.
32. Ожогин В. И., Преображенский В. Л.—ЖЭТФ, 1977, т. 73, с. 998; In: Proc. ICM'76.—Amsterdam, North-Holland, 1977.—Pt. II, p. 979.
33. Ожогин В. И.—Изв. АН СССР. Сер. физ., 1978, т. 42, с. 1625.
34. Jantz W., Wettling W.—Appl. Phys., 1978, v. 15, p. 399.
35. Petrakovsky G. A., Pankrats A. I.—Цит. в ³² сб.—Pt. III, p. 1447.
36. Березин А. Г., Шавров В. Г.—ЖЭТФ, 1977, т. 72, с. 2362.
37. Соколов В. И., Шевалеевский О. И.—ЖЭТФ, 1977, т. 72, с. 2367.
38. Белов К. П., Кадомцева А. М., Медведев С. А., Усков В. В., Червоненкис А. Я.—ЖЭТФ, 1969, т. 57, с. 1124.
39. Gorodetsky G., Lüthi B.—Phys. Rev. Ser. B, 1970, v. 2, p. 3688.
40. Гришмановский А. Н., Леманов В. В., Смоленский Г. А., Балбашов А. М., Червоненкис А. Я.—ФТТ, 1974, т. 16, с. 1426.
41. Gorodetsky G., Shaft S., Wanklyn B. M.—Phys. Rev. Ser. B, 1976, v. 14, p. 2051.
42. Дикштейн И. Е., Тарасенко В. В., Шавров В. Г.—ФТТ, 1977, т. 19, с. 1107.
43. Sharira Y., Zak Y.—Phys. Rev., 1968, v. 170, p. 503.
44. Melcher R. L.—J. Appl. Phys., 1970, v. 41, p. 1412.
45. Sharira Y.—Phys. Rev., 1969, v. 184, p. 589.
46. Sharira Y.—Ibid., 1969, v. 187, p. 734.
47. Lieberman R. C., Banerjee S. K.—J. Appl. Phys., 1970, v. 41, p. 1414.
48. Чепурных Г. К.—ФТТ, 1975, т. 17, с. 430.
49. Чепурных Г. К.—Ibid., с. 2141.
50. Чепурных Г. К.—Ibid., с. 2712.
51. Туров Е. А., Шавров В. Г. Препринт ИФМ УНЦ АН СССР.—81/1, Свердловск, 1981.
Туров Е. А.—В кн. Электронная структура и свойства твердых тел.—Свердловск; УНЦ АН СССР, 1982.—С. 49.
52. Higgs P. H.—Phys. Lett., 1964, v. 12, p. 132.
53. Гинзбург В. Л., Ландау Л. Д.—ЖЭТФ, 1950, т. 20, с. 1064.
54. Киржниц Д. А.—УФН, 1978, т. 125, с. 169.
55. Арбузов Б. А., Логунов А. А.—УФН, 1977, т. 123, с. 505.
56. Славнов А. А.—УФН, 1978, т. 124, с. 487.
57. Барьяхтар В. Г., Яблонский Д. А.—ФММ, 1977, т. 43, с. 645.
58. Туров Е. А., Луговой А. А. Препринт ИФМ УНЦ АН СССР.—79/1, Свердловск, 1979.
59. Тигров Е. А., Taluts G. G.—J. Magn. and Magn. Mater., 1980, v. 15—18, p. 582.
60. Вонсовский С. В. Магнетизм.—М.: Наука, 1971.
61. Власов К. Б., Ишмухаметов Б. Х.—ЖЭТФ, 1964, т. 46, с. 201.
62. Туров Е. А. Физические свойства магнитоупорядоченных кристаллов.—М.: Изд. АН СССР, 1963.
63. Азиезер А. И., Барьяхтар В. Г., Пелетминский С. В. Спинные волны.—М.: Наука, 1967.
64. Гуревич А. Г. Магнитный резонанс в ферритах и антиферромагнетиках.—М.: Наука, 1973.
65. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теория упругости.—М.: Наука, 1965.
66. Коренблит И. Я.—ФТТ, 1966, т. 8, с. 2579.
67. Белов К. П., Белянчикова М. А., Левитин Р. З., Никитин С. А. Редкоземельные ферромагнетики и антиферромагнетики.—М.: Наука, 1965.—Гл. I.

68. Дзялошинский И. Е.— ЖЭТФ, 1957, т. 32, с. 1547.
69. Белов К. П., Звездин А. К., Кадомцева А. М., Левитин Р. З. Ориентационные переходы в редкоземельных магнетиках.— М.: Наука, 1979.
70. Koshizuka N., Ushioda S.— Phys. Rev. Ser. B, 1980, v. 22, p. 5394.
71. Ozhogin V. I., Lebedev A. Yu., Yakubovskiy A. Yu.— IEEE Trans. Magn., 1981, v. Mag-17, p. 2727.
72. Лебедев А. Ю., Ожогин В. И., Якубовский А. Ю.— Письма ЖЭТФ, 1981, т. 34, с. 22.
73. Бережнов В. В., Евтихийев Н. Н., Преображенский В. Л., Экономов Н. А.— ФТТ, 1982, т. 24, с. 1870.
74. Дикштейн И. Е., Тарасенко В. В.— ФТТ, 1978, т. 20, с. 2942.
75. Герус С. В., Тарасенко В. В.— ФТТ, 1975, т. 17, с. 2247.
76. Дикштейн И. Е., Тарасенко В. В., Харитонов В. Д.— ФТТ, 1979, т. 21, с. 254.
77. Туров Е. А., Луговой А. А.— ФММ, 1980, т. 50, с. 717, 903.
78. Туров Е. А., Луговой А. А.— Письма ЖЭТФ, 1980, т. 31, с. 308.
79. Луговой А. А., Туров Е. А.— ФТТ, 1981, т. 23, с. 2653; 1982, т. 24, с. 1145.
80. Ахмезер И. А., Белозоров Д. П.— УФЖ, 1971, т. 16, с. 1114.
81. Sandercock J. R., Palmer S. B., Elliott R. J., Hayes W., Smith S. R. P., Young A. P.— J. Phys. Ser. C, 1972, v. 5, p. 3126.
82. Блинц Р., Жекш Б. Сегнетоэлектрики, и антисегнетоэлектрики.— М.: Мир, 1975, гл. 5.