

В настоящее время радиоастрометрические эксперименты проводятся на существующих радиотелескопах, загруженных другими программами, и в силу этого носят эпизодический характер. К тому же информативность существующих РСДБ-средств с системами независимого приема ограничена емкостью памяти используемых систем регистрации интерферируемых сигналов, а их обработка происходит не только с запазданием, но и с существенным замедлением из-за постоянной неопределенности положения интерференционного отклика по частоте и задержке, создаваемой рассинхронизацией шкал времени и нестабильностью стандартов частоты в пунктах интерферометра. Все это вызывает невозможность организации непрерывного ряда наблюдений, требуемых для астрометрических исследований. Очевидно, что для реализации всех возможностей радиоастрометрии необходимо создание специализированных РСДБ-комплексов, содержащих в своем составе ИСЗ для синхронизации шкал времени в пунктах приема и передачи принятой информации в пункт обработки и работающих в реальном масштабе времени. Проект соответствующего инструмента разработан в СССР при участии представителей практически всех радиоастрономических и астрометрических организаций страны, а его реализация позволит получить уникальный физический инструмент широкого профиля<sup>8</sup>.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Троицкий В. С., Алексеев В. А., Никонов В. Н. УФН, 1975, т. 117, с. 363.
2. Cohen M., Shaffer D.—Astron. J., 1971, v. 76, p. 91.
3. Алексеев В. А., Липатов Б. Н., Щекотов Б. В.—Изв. вузов. Сер. «Радиофизика», 1976, т. 19, с. 1669.
4. Дравских А. Ф., Красинский Г. А., Финкельштейн А. М.—Письма Астрон. ж., 1975, № 5, с. 43.
5. Алексеев В. А., Антонец М. А.—Изв. вузов, Сер. «Радиофизика», 1982, т. 25, № 5.
6. Алексеев В. А., Липатов Б. Н.—В кн. Задачи современной астрометрии в создании инерциальной системы координат.—Ташкент: Фан, 1981.—С. 312.
7. Яцкив Я. С. Препринт ИТФ АН УССР 81—124Р.—Киев, 1981.
8. Алексеев В. А., Брауде С. Я., Брумберг В. А., Буланже Ю. Д., Гаталюк Э. Д., Гельфрейх Г. Б., Губанов В. С., Дравских А. Ф., Есепкина Н. А., Кардашов Н. С., Корольков Д. В., Котов Б. А., Котов Ю. А., Красинский Г. А., Манулин А. Б., Матвеевко Л. И., Мень А. В., Никонов В. Н., Парийский Н. Н., Парийский Ю. Н., Погребенко С. В., Попов Е. И., Разин В. А., Соломонович А. Е., Слыш В. И., Смоленцев С. Г., Сороченко Р. Л., Станкевич К. С., Стоцкий А. А., Троицкий В. С., Умарбаева Н. Д., Финкельштейн А. М., Фридман П. А., Херсонский В. К., Царевский Г. С., Цейтлин Н. М., Цымбал В. Н., Яцкив Я. С. Проект Полигам.—Сообщ. САО АН СССР, 1980, вып. 27—30.

530.1(048)

**Б. В. Чириков.** Динамический хаос в классических и квантовых системах. Динамическим хаосом (д. х.) называется случайное движение (обычно колебания) полностью детерминированной классической системы (синоним — динамическая стохастичность). Рассматривается одна из типичных задач — малое возмущение (параметр  $\epsilon \ll 1$ ) полностью интегрируемой гамильтоновой системы. Существование критического возмущения ( $\epsilon_{кр} > 0$ ), ниже которого квазипериодические колебания сохраняются для большинства траекторий при условии нелинейности невозмущенной системы и достаточной гладкости возмущения, устанавливается теоремой Колмогорова — Арнольда — Мозера<sup>1</sup>. Эффективная оценка  $\epsilon_{кр}$  получается с помощью анализа структуры нелинейных резонансов и их взаимодействия<sup>2</sup>. Таким путем удалось решить известную проблему Ферми — Паста — Улама о хаотизации колебаний нелинейной струны<sup>3</sup>, задачу Будкера об удержании частицы в адиабатической магнитной ловушке<sup>4</sup> и др. (см. <sup>2, 5-8</sup>).

При  $\epsilon \gg \epsilon_{кр}$  движение становится хаотическим для большинства начальных условий и допускает простое статистическое описание с помощью диффузионного уравнения<sup>2</sup>. Механизм возникновения д. х. связан с сильной (экспоненциальной) локальной неустойчивостью, которая характеризуется средней скоростью расхождения близких траекторий, или метрической энтропией  $h$  [с<sup>-1</sup>]<sup>9</sup>. Последняя является удобным практическим критерием д. х. при численном моделировании<sup>2</sup>. Согласно алгоритмической теории динамических систем условие  $h > 0$  необходимо и достаточно для случайности почти всех траекторий<sup>10</sup>, причем понятие случайности вводится на основе сложности и непредсказуемости индивидуальных траекторий в соответствии

с интуитивными представлениями о «настоящей» случайности. Отметим, что сложность хаотической траектории заключена не в уравнениях движения, а в ее начальных условиях и отражает непрерывность фазового пространства (ф. п.) в классической механике <sup>11</sup>. По мнению автора, в свете этих результатов возможно и целесообразно поступить наоборот, *определив* случайный процесс как движение классической детерминированной системы при  $\hbar > 0$ .

При  $\varepsilon \ll \varepsilon_{кр}$  д. х. сохраняется в узких слоях вокруг сепаратрис резонансов <sup>2,12</sup>. В многомерных колебаниях это приводит к универсальной (при любом  $\varepsilon \rightarrow 0$ ) неустойчивости — диффузии Арнольда по всей системе пересекающихся в ф. п. стохастических слоев <sup>2,8,13</sup>. Несмотря на малую скорость, она может играть определенную роль в магнитных ловушках <sup>4</sup>, установках со встречными пучками <sup>14</sup> и в Солнечной системе <sup>15</sup>.

В квантовой механике д. х. невозможен из-за дискретности спектра ограниченной в ф. п., замкнутой системы <sup>16</sup> и дискретности самого ф. п. Однако принцип соответствия требует перехода к классической механике, в том числе и к д. х. Это противоречие

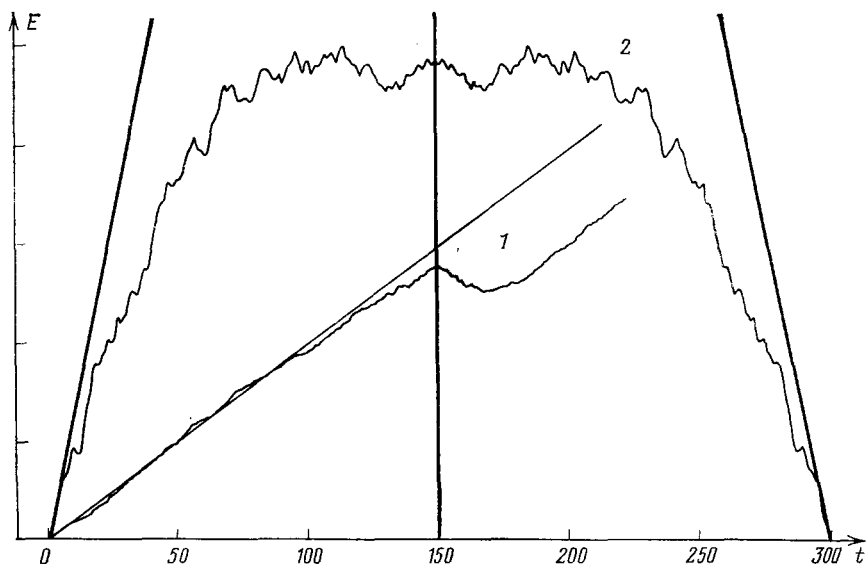


Рис. 1.

разрешается в <sup>7</sup> с помощью понятия о временном, или переходном, хаосе, т. е. путем введения различных масштабов времени, на которых имитируются те или иные статистические свойства д. х.

Самый короткий — динамический масштаб  $\tau_d$  получается непосредственно из теоремы Эренфеста и, с учетом экспоненциально быстрого распыливания пакетов, равен <sup>7,17</sup>  $\tau_d \sim \ln(n)/\hbar$ , где  $n \gg 1$  — характерный параметр квазиклассичности. На этом масштабе квантовая динамика полностью соответствует классической.

Более интересным и неожиданным является обнаруженный в <sup>18</sup> и объясненный в <sup>7</sup> диффузионный масштаб  $\tau_D \gg \tau_d$ . Рассмотрим, например, классическую систему, заданную отображением  $(I, \theta) \rightarrow (\bar{I}, \bar{\theta})$ :

$$\bar{I} = I + k \sin \theta, \quad \bar{\theta} = \theta + T\bar{I}, \quad (1)$$

т. е. ротор под действием коротких «толчков» ( $k \sin \theta$ ) с периодом  $T$ . К такой модели сводятся многие задачи нелинейных колебаний, в том числе и движение в окрестности сепаратрисы <sup>2</sup>. При  $k > k_{кр} = 1/T$  происходит неограниченная диффузия по  $I$  со скоростью  $E/t \approx \langle I^2 \rangle / 2t \approx k^2/4$  ( $k \gg k_{кр}$ ,  $t$  — число итераций отображения). В квантовом случае ( $I = n$  — номер уровня «ротора»;  $k$  — число квантов в толчке;  $\hbar = 1$ ) такая же диффузия сохраняется на интервале  $t \lesssim \tau_D$  при дополнительном условии  $k \gg 1$  ( $k \sim 1$  — квантовая граница устойчивости <sup>19</sup>). При  $t \gtrsim \tau_D$  скорость диффузии быстро падает (рис. 1, кривая 2 при  $t < 150$ ; прямая соответствует классической диффузии). В этом примере  $k = 20$ ,  $T = 1/4$ ,  $\tau_D \sim k^2/8 = 50$ ,  $\tau_d \sim \ln(1/T)/2\hbar_{кл} \approx 0,8$ . При  $t > \tau_d$  в квантовой системе нет локальной неустойчивости ( $\hbar_{кв} = 0$ ).

На рис. 1 это демонстрируется<sup>20</sup> обращением скоростей ( $\psi \rightarrow \psi^*$ ) в момент  $t = 150$ , после чего происходит «антидиффузия», т. е. возврат в начальное состояние (с точностью лучше  $10^{-6}$ ). Кривая 1 характеризует классическую систему с теми же параметрами ( $E(t)$  — среднее по  $10^3$  траекторий, масштаб изменен). Здесь  $h_{\text{кл}} \approx \ln(kT/2) > 0$ , и ошибки счета ( $\sim 10^{-12}$ ) «восстанавливают» диффузию через  $\sim 30$  итераций после обращения скоростей.

Релаксация к равновесному состоянию при  $t \gg \tau_D$  (кружки в левой части рис. 2,  $k = 40$ ) удовлетворительно описывается выражением  $4E(t)/k^2 \approx \tau_D \ln(1,5t/\tau_D)$  (сплошная линия;  $\tau_D \approx 140$ ) до  $t \sim \tau_R \sim \tau_D N \ln N$ , где  $N \sim k^2/6 \sim \tau_D$  — число возбужден-

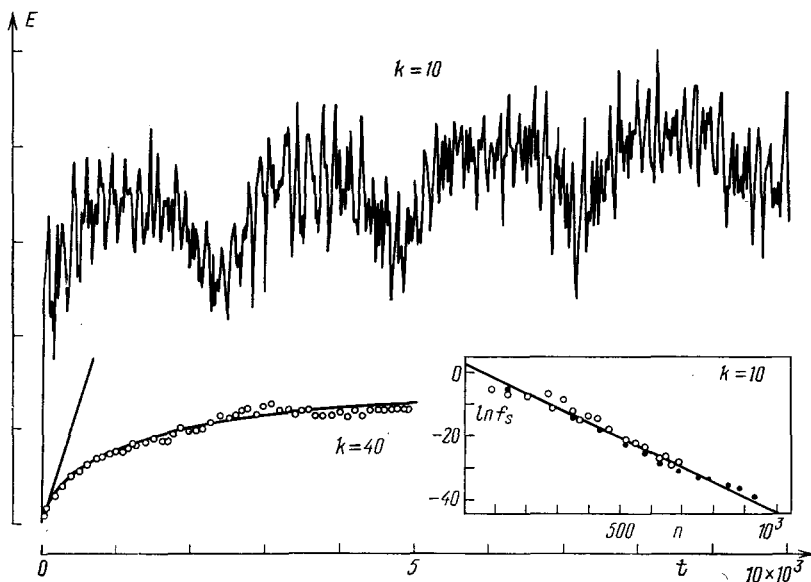


Рис. 2.

ных собственных функций. В процессе релаксации диффузионное распределение Гаусса переходит в равновесное  $f_s(n)$ , которое при  $n \gg 1$  совместимо с простой экспонентой (рис. 2; точки —  $t = 10^3$ , кружки —  $t = 10^4$ ; прямая:  $f_s(n) = \exp(-n/21)$ ;  $k = 10$ ). В силу дискретности спектра (для незамкнутой системы (1) это не обязательно, но в данном случае вытекает из ограничения диффузии) флуктуации  $E(t)$  явно регулярны (верхняя кривая на рис. 2;  $k = 10$ ,  $\tau_D \sim 13$ ,  $\tau_R \sim 600$ ). Тем не менее, собственные функции не только эргодичны по Шнирельману<sup>21</sup> (т. е. их функция Вигнера в среднем равномерно распределены в доступной области ф. п.<sup>22</sup>), но и являются, по-видимому, гауссовыми случайными функциями (гипотеза Шнирельмана). Численное моделирование показывает, что пространственная структура  $|\psi|^2$  напоминает  $N \sim k^2/6$  случайно распределенных классических частиц.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Арнольд В. И.— УМН, 1963, т. 18, вып. 6, с. 91.
2. Chirikov B. V.— Phys. Rept., 1979, v. 52, p. 263.
3. Израйлев Ф. М., Чириков Б. В.— ДАН СССР, 1966, т. 166, с. 57.
4. Чириков Б. В.— АЭ, 1959, т. 6, с. 630; Физ. плазмы, 1978, т. 4, с. 521.
5. Заславский Г. М. Статистическая необратимость в нелинейных системах.— М.: Наука, 1970.
6. Заславский Г. М., Чириков Б. В.— УФН, 1971, т. 105, с. 3.
7. Chirikov B. V., Izrailev F. M., Shepelyansky D. L.— Soviet Sci. Rev., Sect. C, 1981, v. 2, p. 209.
8. Lichtenberg A. J., Leiberman M. A. Regular and Stochastic motion.— Berlin: Springer-Verlag, 1982.
9. Корнфельд И. П., Синяй Я. Г., Фомин С. В. Эргодическая теория.— М.: Наука, 1980.

10. Алексеев В. М., Якобсон М. В. Добавление в книгу: Боуэн Р. Методы символической динамики.— М.: Мир, 1979.  
Брудно А. А. Автореферат канд. диссертации.— Москва, 1978.
11. Чириков Б. В. Препринт ИЯФ СО АН СССР 78-66.— Новосибирск, 1978.
12. Filonenko N. N., Sagdeev R. Z., Zaslavsky G. M.— Nucl. Fusion, 1967, v. 7, p. 253.
13. Арнольд В. И.— ДАН СССР, 1964, т. 156, с. 9.
14. Chirikov B. V., Ford J., Vivaldi F.— In: Nonlinear Dynamics and the Beam-beam Interaction.— A. I. P. Conf. Proc., 1979, No. 57, p. 272.
15. Чириков Б. В.— Природа, 1982, № 7.
16. Крылов Н. С. Работы по обоснованию статистической физики.— М.: Изд-во АН СССР, 1950.
17. Zaslavsky G. M.— Phys. Rept., 1981, v. 80, p. 157.
18. Casati G. et al.— In: Lecture Notes in Physics.— Berlin, Springer-Verlag, 1979.— V. 93, p. 334.
19. Шуряк Э. В.— ЖЭТФ, 1976, т. 71, с. 2039.
20. Шепелянский Д. Л.— Препринт ИЯФ СО АН СССР 81-55.— Новосибирск, 1981.
21. Шнирельман А. И.— УМН, 1974, т. 29, вып. 6, с. 181.
22. Voros A.— Цит. в <sup>18</sup> сб.— Р. 326.