

539.128.53:533.132

СВЕРХТЕКУЧИЙ ^3He : ВВЕДЕНИЕ В ПРЕДМЕТ**В. П. Минеев****СОДЕРЖАНИЕ**

1. Введение	303
2. Основные экспериментальные свойства сверхтекучих фаз ^3He	305
а) Фазовая диаграмма (305). б) Теплоемкость (305). в) Восприимчивость (305). г) Ядерный магнитный резонанс (306). д) Затухание ультразвука (307). е) Сверхтекучие свойства (307). 1) Вязкое торможение колеблющейся струны (307); 2) Тепловые потоки (307); 3) Четвертый звук (308); 4) Критические скорости и критический ток (308); 5) Эксперименты типа «Андроникашвили» (308); 6) Второй звук (309).	
3. Структура сверхтекучих фаз ^3He	309
а) Параметр порядка в А- и В-фазах ^3He (309). б) Нормальная плотность и восприимчивость А- и В-фаз ^3He (312). в) Общая задача о фазах р-спаривания в ^3He (314). г) Пространства вырождения А- и В-фаз (315). д) Спин-орбитальное взаимодействие (316). 1) Дипольная энергия (316); 2) А-фаза (317); 3) В-фаза (318). е) Сверхтекучие фазы в магнитном поле (318). 1) А-фаза; 2) Орбитальный магнетизм А-фазы (319); 3) В-фаза (319). ж) Сверхтекучие фазы в неоднородном состоянии (320). 1) Градиентная энергия (320); 2) Характерные длины (320); 3) Токи (321). з) Взаимодействие со стенками (322). 1) А-фаза (322); 2) В-фаза (322).	
4. ЯМР в сверхтекучем ^3He	322
а) Уравнения Легета и их простейшие следствия в А- и В-фазах (322). 1) Уравнения Легета (322); 2) А-фаза (323). 3) В-фаза (325). б) Нелинейный ЯМР в А- и В-фазах (325). 1) Уравнения ЯМР в больших полях (325); 2) А-фаза (328); 3) В-фаза (328).	
Цитированная литература	330

1. ВВЕДЕНИЕ

Изотоп гелия с атомным весом 3, так же как и гелий-4, образует жидкость, не затвердевающую при нормальном давлении вплоть до абсолютного нуля температур. Ядерный спин ^3He равен $1/2$, поэтому в отличие от бесспинового ^4He жидкий ^3He является ферми-жидкостью с температурой вырождения около 1 К. Известно, что при достаточно низкой температуре и при наличии сколь угодно слабого притяжения между частицами ферми-жидкость неустойчива по отношению к куперовскому спариванию частиц, приводящему к переходу в сверхтекучее состояние. Более точно, переход имеет место даже в случае, если притяжение имеется хотя бы при каком-либо одном значении L — орбитального момента относительного движения спаривающихся частиц. Так, в сверхпроводниках куперовское спаривание электронов происходит в s -состоянии. Поиски сверхтекучести ^3He начались в 1959 г., когда Л. Питаевским ^{1а} теоретически было показано, что из-за сильного отталкивания атомов ^3He на близких расстояниях спаривание атомов, обусловленное ван-дер-ваальсовским притяжением, должно происходить в состоянии с моментом L , отличным от нуля (оценку температуры перехода см. в ^{1б}). В последующие годы

были развиты модельные представления о сверхтекучести ^3He в духе теории сверхпроводимости БКШ, среди которых следует выделить две модели сверхтекучей ферми-жидкости с куперовским спариванием в р-состоянии, получивших названия модель Андерсона — Морела² и модель Бальяна — Вертхамера³.

Тем временем, развитие криогенной техники сделало возможным работать в области температур порядка одной тысячной Кельвина. Существует три метода, с помощью которых можно достичь столь низких температур: метод растворения ^3He в ^4He , адиабатическое размагничивание и эффект Померанчука. Последний состоит в том, что при температурах ниже 0,3 К энтропия жидкого ^3He $S_{\text{ж}} = \gamma T$ меньше, чем парамагнитная энтропия твердого ^3He $S_{\text{т}} = \ln 2$. Поэтому, адиабатически сжимая ^3He вдоль кривой плавления, мы будем переводить часть гелия-3 из жидкого в твердое состояние, тем самым понижая температуру смеси. Охлаждение

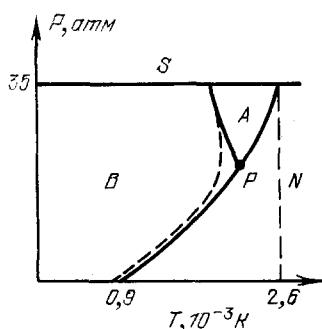


Рис. 1.

с помощью эффекта Померанчука впервые осуществлено в 1965 г. Ануфриевым⁴. Именно с помощью этого метода в 1972 г. Ошеров, Ричардсон и Ли⁵ обнаружили небольшой излом, а затем, после некоторого интервала, скачок на кривой зависимости давления смеси жидкого и твердого ^3He от времени в милликельвиновой области температур.

Вскоре было показано, что излом связан фазовому переходу ($T_c = 2,6 \cdot 10^{-3}$ К) жидкого гелия из нормального состояния в сверхтекучую фазу, получившую название А-фазы, а скачок — фазовому переходу ($T_{\text{AB}} = 2,07 \cdot 10^{-3}$ К) А-фазы в сверхтекучую фазу, получившую название В-фазы

(см. фазовую диаграмму на рис. 1). В результате интенсивного экспериментального и теоретического исследований новых фаз установлено, что А-фаза соответствует модели р-спаривания, теоретически рассмотренной Андерсоном и Морелом², а В-фаза — модели Бальяна и Вертхамера³. Свойства новых фаз оказались удивительно разнообразными и напоминают в ряде случаев свойства других упорядоченных веществ: сверхпроводников, магнетиков, жидких кристаллов. Экспериментальные работы в милликельвиновой области ведутся в нескольких лабораториях мира и теперь, по прошествии 10 лет после открытия маленьких особенностей на линии плавления ^3He , возникла целая область физики сверхнизких температур — физика сверхтекучего ^3He .

В литературе по сверхтекучему ^3He , насчитывающей сотни публикаций, имеется несколько экспериментальных⁶⁻¹¹ и теоретических¹²⁻¹⁶ обзорных статей. На русский язык переведены два сборника работ по сверхтекучему ^3He ^{17, 18}. Сверхтекучие фазы ^3He — настолько богатые и интересные физические объекты, что каждая группа их свойств: магнитные, акустические, сверхтекучие и др. — заслуживает написания отдельного обзора. Между тем, на русском языке вообще отсутствует обзорная литература по сверхтекучему ^3He . В настоящей статье дано краткое описание основных экспериментальных результатов и теоретических представлений, позволяющих установить структуру сверхтекучих фаз ^3He . Отдельная глава посвящена ядерному магнитному резонансу, сыгравшему принципиальную роль в задаче об идентификации фаз ^3He .

Статья названа «Введение в предмет» и в ней, разумеется, есть много пробелов, которые, как надеется автор, будут заполнены в последующих более специальных обзорах. Один из пробелов отчасти компенсирует

популярная брошюра¹⁹, посвященная сверхтекучим свойствам $^3\text{He-A}$ — возможно, самому интересному и необычному из того, что дало физике открытие новых фаз жидкого ^3He .

2. ОСНОВНЫЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ СВОЙСТВА СВЕРХТЕКУЧИХ ФАЗ ^3He

а) Ф а з о в а я д и а г р а м м а^{7, 17}

Фазовая диаграмма новых фаз ^3He схематически изображена на рис. 1. Здесь S означает область твердого ^3He , начинающуюся свыше 35 атм.; N — область нормального жидкого ^3He ; A и B — соответственно области сверхтекучих $^3\text{He-A}$ и $^2\text{He-B}$. Фазовый переход между нормальной и сверхтекучими фазами — переход II рода. Переход между A - и B -фазами I рода со скрытой теплотой вблизи линии плавления около 20 эрг/моль. При включении магнитного поля появляется два существенных отличия. Во-первых, исчезает прямой переход из N в B -фазу в области ниже 20 атм., т. е., как показано на рис. 1 пунктирной линией, в присутствии магнитного поля B -фаза отделена от N -фазы узкой полоской A -фазы. Во-вторых, в магнитном поле происходит расщепление линии T_c на два перехода (см. рис. 2) с температурами T_{c1} и T_{c2} (так называемые A_1 и A_2 переходы).

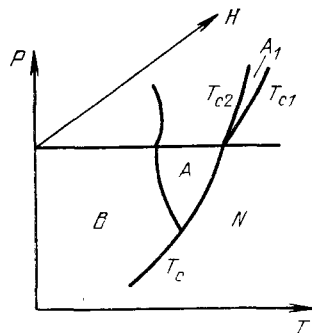


Рис. 2.

$$T_{c1} - T_{c2} = 6 \cdot 10^{-9} \left(\frac{\text{K}}{\text{Гс}} \right) H,$$

между которыми ^3He находится в состоянии A_1 -фазы²⁰.

б) Т е п л о е м к о с т ь^{7, 17}

Изменение теплоемкости с температурой аналогично поведению теплоемкости в сверхпроводниках. Отношение теплоемкостей C_S/C_N в точке T_c , равное 2,43 в случае сверхпроводников, в He составляет около 2,8 при высоких давлениях, в чем проявляется влияние эффектов сильной связи (см. ²¹), а при нулевом давлении C_S/C_N близко к 2,43.

в) В о с п р и и м ч и в о с т ь⁷

Измерения магнитной восприимчивости A -фазы показывают, что она в пределах нескольких десятых процента совпадает с магнитной восприимчивостью ^3He в нормальном состоянии. Это означает, что если механизмом перехода является куперовское спаривание, то оно происходит в состоянии со спином пары $S = 1$ и двумя равновероятными проекциями спина на направление поля $S_z = \pm 1$. Именно при таком спаривании пары реагируют на магнитное поле точно так же, как атомы с проекциями спина $S_z = \pm 1/2$. Малое же изменение восприимчивости возникает за счет перенормировки ферми-жидкостных параметров (порядка $\Delta/\epsilon_F \sim 10^{-3}$) при переходе.

После резкого падения восприимчивости при переходе из A - в B -фазу, исчезающего вместе с A -фазой при уменьшении давления (см. рис. 3), в B -фазе магнитная восприимчивость плавно начинает уменьшаться с температурой и выходит на значение $\sim 0.3\chi_N$ при $T = 0$, что указы-

вает на появление при переходе в В-фазу, наряду со спаренными состояниями с проекцией спина на направление поля $S_z = \pm 1$, характерными для А-фазы, еще и состояний с $S_z = 0$. Восприимчивость ферми-газа, спаренного в состоянии $S = 1$ и тремя равновероятными проекциями $S_z = 0, \pm 1$, при температуре, стремящейся к нулю, должна стремиться к $2\chi_N/3$, однако из-за ферми-жидкостных поправок^{7, 22, 23} предельное значение $\chi^B (T = 0)$ оказывается близким к $0,3\chi_N$ (см. 7). Зависимость восприимчивости В-фазы от T/T_c , где T_c — температура перехода при данном давлении, оказывается близкой к универсальной. Это означает, что температура перехода T_c является общей для А- и В-фаз. На это же указывает и отсутствие излома линии T_c в точке окончания линии перехода первого рода (точка Р на рис. 1).

Тот факт, что восприимчивость В-фазы всегда ниже восприимчивости А-фазы, приводит к важному термодинамическому следствию. Именно,

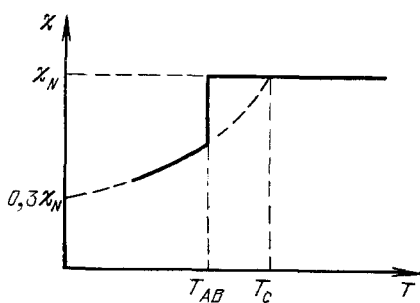


Рис. 3.

но, в присутствии магнитного поля в узкой области вблизи T_c А-фаза становится более энергетически выгодной, чем В-фаза. Поэтому, как уже отмечалось, область существования В-фазы в магнитном поле всегда отделена от нормальной жидкости полоской А-фазы, что изображено на рис. 1 пунктирной линией.

Отметим здесь также, что при понижении температуры в магнитном поле фазовый переход в сверхтекучее состояние происходит сначала при T_{c1} для частиц со спинами, направлен-

ными вдоль поля, а затем при T_{c2} для частиц со спинами против поля. Это следует²⁰ из зависимости температуры перехода от плотности состояний на ферми-поверхности, оказывающейся разной для частиц со спинами по и против поля:

$$T_{c,1,2} = \omega \exp \left(- \frac{1}{VN_0(\epsilon_F \pm \mu H)} \right).$$

Поэтому А₁-фаза (рис. 2) представляет собой сверхтекучую жидкость, где имеются пары лишь с $S_z = +1$. Однако полная спонтанная намагниченность А₁-фазы ничтожна $\sim (\Delta/\epsilon_F)^2 \approx 10^{-6}$, ибо именно с такой точностью магнитный момент сверхтекучей компоненты компенсируется магнитным моментом нормальной компоненты, имеющей противоположную ориентацию спинов.

г) Ядерный магнитный резонанс^{24, 7}

В нормальном ³He, помещенном в постоянное магнитное поле H_0 и перпендикулярное ему переменное поле, поглощение происходит на частоте ларморовской прецессии спинов $\omega_0 = \gamma H_0$. В ³He-А эта частота смещается,

$$\omega_{A\perp}^2 = \omega_0^2 + \Omega_A^2(T).$$

Величина Ω_A зависит от температуры, обращаясь в 0 при $T = T_c$, а вдали от T_c соответствует полю примерно 50 Гс. Более того, в А-фазе появляется и резонансное поглощение в переменном поле, параллельном постоянному полю H_0 на частоте, равной $\omega_{A\parallel} = \Omega_A(T)$. В В-фазе также есть аналогичное поглощение на частоте $\omega_{B\parallel} = \Omega_B(T)$, того же порядка величины,

что и $\Omega_A(T)$. Смещение частоты поперечного резонанса в В-фазе отсутствует.

Смещение частоты в А-фазе свидетельствует о наличии в жидкости выделенного направления, за которое цепляется система спинов. Теоретическое рассмотрение ЯМР, а также сравнение с экспериментальными данными будет проделано в третьей главе обзора.

д) Затухание ультразвука

Измерения поглощения нуль-звука в ^3He показывают ярко выраженный пик при переходах из нормальной фазы как в А-фазу, так и в В-фазу сверхтекучего ^3He ^{25, 26}, обязанный своим происхождением механизму разрушения куперовских пар ¹⁵. В магнитных полях свыше 4 кэ наблюдается расщепление пика поглощения при переходе в А-фазу на два ²⁵, из чего можно заключить, что фазовый переход расщепляется на два перехода с температурами T_{c1} и T_{c2} (см. первый раздел этой главы).

Экспериментально ^{27, 28} продемонстрировано наличие сильной зависимости скорости и затухания звука в А-фазе от взаимной ориентации направления распространения звука и направления приложенного магнитного поля, что наряду с ЯМР экспериментами говорит об анизотропии А-фазы.

Кроме поглощения ультразвука на частоте $\omega = 2\Delta/\hbar$ в сверхтекучих фазах ^3He имеется специфическое поглощение на более низких частотах, связанное с осцилляциями модуля параметра порядка, т. е. осцилляциями структуры куперовских пар (см. обзоры ^{15, 16}). При распространении волн этого типа в В-фазе ^3He недавно обнаружено поведение, характерное для волн в нелинейных оптических системах ^{29, 30}.

е) Сверхтекучие свойства

1) Вязкое торможение колеблющейся струны ³¹. Первым непосредственным доказательством сверхтекучести в ^3He были опыты с колеблющейся струной, в которых измерялась амплитуда и резонансная частота колебаний струны, натянутой в камере с жидким ^3He . Амплитуда колебаний в нормальном ^3He $a \sim (\rho\eta)^{-1/2}$ уменьшается с температурой, что соответствует возрастанию вязкости нормальной ферми-жидкости: $\eta \sim T^{-2}$. При А-переходе амплитуда начинает расти, при В-переходе увеличивается скачком, а затем растет еще быстрее, что, видимо, надо понимать, как рост, вызванный уменьшением вязкости, которая в сверхтекучей ферми-жидкости вблизи T_c должна вести себя как

$$\eta(T) = \eta(T_c) \left[1 - A \left(1 - \frac{T}{T_c} \right)^{1/2} \right]$$

(см. ³²).

Этим методом также подтверждено расщепление А-перехода в сильных магнитных полях ^{31b}.

2) Тепловые потоки ^{33, 7, 11}. Как хорошо известно на примере ^4He , механизм переноса тепла в сверхтекучей жидкости в основном обусловлен движением нормальной компоненты так, что полный поток вещества $j = \rho_n v_n + \rho_s v_s = 0$. Измерения теплосопротивления, т. е. отношения разности температур ΔT на концах капилляра к потоку тепла ΔQ показывают, что в жидком ^3He ниже температуры перехода T_c тоже возникает гидродинамический механизм переноса тепла. На эксперименте наблюдается также резкое возрастание теплосопротивления при

заданном тепловом потоке в сверхтекучем ^3He при температурах, близких к T_c . Объяснение этого явления в рамках двухжидкостной модели состоит в том, что поток тепла пропорционален импульсу нормальной компоненты $\Delta Q \sim \rho_n v_n \sim -\rho_s v_s$, и сохранение ΔQ постоянным при $T \rightarrow T_c$, т. е. при $\rho_s \rightarrow 0$, возможно лишь при увеличении v_s . Срыв ламинарного сверхтекучего течения происходит по достижении при некоторой температуре $T < T_c$ критического значения скорости v_s^c . Измеренные таким способом значения критических скоростей вблизи T_c (см. ³³, а также ⁷, ¹¹), оказались равными около 0,5 см/с в $^3\text{He-B}$ и около 0,1 см/с в $^3\text{He-A}$.

3) Четвертый звук ³⁴, ³⁵, ⁷. Характерным свойством сверхтекучей жидкости является четвертый звук, распространяющийся в капиллярах или порах, заполненных гелием, размеры которых меньше глубины проникновения вязкой волны $\lambda = \sqrt{\eta/\omega\rho_n}$. Скорость четвертого звука пропорциональна корню квадратному из плотности сверхтекучей компоненты $c_4 \sim \sqrt{\rho_s}$. Измерения c_4 вблизи T_c хорошо согласуются с теоретическим поведением $\rho_s/\rho \sim [1 - (T/T_c)]$.

4) Критические скорости и критический ток. Эксперименты по измерению периода и затухания осцилляционного движения сверхтекучего ^3He через узкое отверстие внутри горюидального канала дали значение критических скоростей в обеих фазах ^3He порядка нескольких миллиметров в секунду ³⁶. Примерно такие же значения v_c наблюдались с помощью измерения сдвига частоты поперечного ЯМР в каналах с движущимся $^3\text{He-A}$ ³⁷. Найденные таким образом критические скорости сверхтекучего течения в капилляре сильно отличаются от критической скорости Ландау, при которой в сверхтекучей жидкости начинают рождаться возбуждения. Критическую скорость Ландау можно измерить с помощью движения заряженных ионов в ^3He . Именно, скорость движения ионов пропорциональна приложенному полю $v = \mu e E$. При малых полях коэффициент подвижности μ определяется торможением иона за счет столкновений с возбуждениями в сверхтекучей жидкости. В больших полях главный вклад в торможение будет давать механизм разрушения куперовских пар. Изменение наклона в зависимости скорости от приложенного поля происходит при скоростях порядка критической скорости Ландау $v_c(T) = \Delta(T)/p_F$ ($v_c(0) = 10$ см/с), что довольно неплохо выполняется в эксперименте ³⁸, ³⁹.

Экспериментально была найдена также температурная зависимость критического тока через тонкий капилляр в В-фазе ^3He ⁴⁰, оказавшаяся в полном соответствии с законом $j_c \sim [1 - (T/T_c)]^{3/2}$, следующим из теории Гинзбурга — Ландау.

5) Эксперименты типа «Андроникашвили» ⁴¹⁻⁴⁵. Вязкость и плотность нормальной компоненты как в А-, так и в В-фазах измерялись ⁴¹⁻⁴⁵ с помощью техники крутильных колебаний, впервые примененной Андроникашвили в сверхтекучем ^4He . Полученные результаты неплохо согласуются с теоретическими предсказаниями (обсуждение и ссылки на многочисленные теоретические работы можно найти в обзоре ¹⁹). В следующей главе мы вернемся к вопросу о температурной зависимости $\rho_n(T)$ в А- и В-фазах ^3He . Отметим здесь только, что в В-фазе $\rho_n(T)$ — скалярная функция, как и в обычном сверхтекучем ^4He , а в А-фазе величина $\rho_n^{\vec{n}}(T)$ — тензор, т. е. зависит от направления оси анизотропии жидкости.

6) В т о р о й з в у к. Как известно, в сверхтекучих жидкостях возможно распространение волн температуры — второго звука, представляющего колебания плотностей нормальной и сверхтекучей компонент жидкости, происходящие в противофазе. Обнаружить сигнал второго звука в А- и В-фазах до сих пор не удалось из-за очень большой величины затухания α ($c_2^2 = \rho_s T S^2 / \rho_n C \approx 1 \text{ см}^2/\text{сек}^2$),

$$\alpha = \frac{\omega^2}{2\rho c_2^3} \left[\frac{\rho_s}{\rho_n} \left(\frac{4}{3} \eta + \zeta \right) + \frac{k}{C} \right] \approx 10^5 \text{ см}^{-1}$$

на частоте $\omega \approx 1 \text{ кГц}$. Однако в A_1 -фазе, сверхтекучая компонента которой состоит из частиц со спином, ориентированным вдоль внешнего поля, а нормальная компонента имеет противоположную ориентацию спинов, второй звук есть просто колебания намагниченности, распространяющиеся со скоростью $c_2^2 = (\rho_s^s / \rho_n^s \chi) (\gamma \hbar / 2m)^2 \approx 1 \text{ м}^2/\text{с}^2 \cdot 10^2 [1 - T/T_{c1}]$ (см. ^{46, 47}), χ — магнитная восприимчивость, γ — гиромагнитное отношение. Измерения этой величины ⁴⁸ прекрасно согласуются с приведенной зависимостью. Сигнал звука исчезает при переходе в А-фазу ($T = T_{c2}$). По поляризации приходящего сигнала в этом же эксперименте установлено, что сверхтекучая компонента A_1 -фазы действительно имеет намагниченность вдоль внешнего поля, хотя теоретически была возможна и противоположная полю ориентация спинов пар, так как плотность состояний на поверхности Ферми в реальной ферми-жидкости могла бы и убывать с ростом уровня Ферми (см. раздел б) этой главы).

* * *

На этом мы заканчиваем краткий перечень основных экспериментальных результатов для сверхтекучих фаз ^3He . Некоторые эксперименты будут описаны после введения необходимых теоретических представлений. К ним относятся: линейный и нелинейный ЯМР в А- и В-фазах, эксперименты, связанные с анизотропными свойствами А-фазы: измерение тензора нормальной плотности, орбитальный магнетизм.

Более подробно с экспериментальными результатами можно познакомиться по обзорам ⁶⁻¹¹, статьям в сборниках ^{17, 18}, а также трудам двух последних низкотемпературных конференций LT-15 и LT-16 ^{49, 50}.

Эксперименты, относящиеся к динамике орбитальных степеней свободы в $^3\text{He-A}$, см. в обзоре Воловика ¹⁹.

3. СТРУКТУРА СВЕРХТЕКУЧИХ ФАЗ ^3He

а) Параметр порядка в А- и В-фазах ^3He

Измерения магнитной восприимчивости (см. гл. 1) дают основания считать, что куперовское спаривание атомов ^3He происходит в состоянии с $S = 1$. В соответствии с общими правилами квантовой механики момент количества движения куперовской пары с $S = 1$ может принимать лишь нечетные значения $L = 1, 3, 5, \dots$. В сверхтекучем ^3He реализуется куперовское спаривание с $L = 1$, ибо в случае любого другого значения момента импульса было бы невозможно существование изотропной В-фазы.

Действительно, волновая функция ψ пары со спином единица может быть разложена по компонентам векторной спиновой волновой функции

$\chi = (\chi_1, \chi_0, \chi_{-1})$, где

$$\left. \begin{aligned} \chi_1 &= |\uparrow\uparrow\rangle = \frac{v_\xi + iv_\eta}{\sqrt{2}}, & S_\xi &= 1, \\ \chi_0 &= |\uparrow\downarrow + \downarrow\uparrow\rangle = v_\xi, & S_\xi &= 0, \\ \chi_{-1} &= |\downarrow\downarrow\rangle = \frac{v_\xi - iv_\eta}{\sqrt{2}}, & S_\xi &= -1 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

— собственные функции проекции оператора спина \hat{S}_ξ на некоторое выделенное направление ξ , v — единичный вектор в спиновом пространстве с координатными осями (ξ, η, ζ) . Разложение ψ , линейное по компонентам v , можно записать в виде

$$\psi = \sqrt{3} \, dv. \quad (2)$$

Здесь коэффициенты разложения d_i суть линейные комбинации собственных функций $Y_{LM}(\theta, \varphi)$ оператора проекции орбитального момента L_z . Среднее по спиновым переменным

$$\int \frac{d\Omega_v}{4\pi} \psi^* \psi = d^* d$$

представляет плотность вероятности найти частицу в точке с угловыми координатами θ и φ . Но в изотропном состоянии $d^* d$ не зависит от углов, а это может быть только если три компоненты вектора d образуют базис неприводимого представления. У группы вращений имеется только одно трехмерное неприводимое представление, базис которого образуют собственные функции проекций оператора момента L_z при $L = 1$ — сферические функции $Y_{LM}(\theta, \varphi)$:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\sin \theta e^{i\varphi}}{\sqrt{2}} &= \frac{n_x + in_y}{\sqrt{2}}, & M &= 1 \\ \cos \theta &= n_z, & M &= 0, \\ \frac{\sin \theta e^{-i\varphi}}{\sqrt{2}} &= \frac{n_x - in_y}{\sqrt{2}}, & M &= -1. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Здесь $n = (n_x, n_y, n_z)$ — единичный вектор, направленный от одной частицы в куперовской паре к другой *).

Итак, в качестве компонент спинового вектора d можно взять функции $Y_{1M}(\theta, \varphi)$ или просто компоненты единичного вектора n , т. е. в В-фазе $d = \Delta(T) n$, $\Delta(T)$ — множитель, зависящий от температуры. В общем случае (с сохранением требования $d^* d = \Delta^2(T)$) спиновое пространство может быть повернуто относительно координатного так, что для В-фазы

$$d_i^B = \Delta(T) R_{ik} n_k e^{i\Phi}, \quad (4)$$

где R_{ik} — произвольная (в отсутствие спин-орбитального взаимодействия) матрица трехмерных вращений, $e^{i\Phi}$ — фазовый множитель. Матрица

$$A_{ik}^B = \Delta(T) R_{ik} e^{i\Phi}, \quad (5)$$

общая для всех куперовских пар, является параметром порядка в В-фазе ^3He .

Нетрудно убедиться, что в изотропной В-фазе средние значения проекций операторов спина пары и момента импульса пары на любую ось равны нулю. В самом деле, оператор спина пары \hat{S} является генератором

*) Под n можно понимать также общее направление противоположных импульсов частиц в куперовской паре.

вращений в спиновом пространстве:

$$\hat{S}_i d_j = -ie_{ijk} d_k. \quad (6)$$

Следовательно, $(d_j^B)^* \hat{S}_i d_j^B = 0$. Точно так же для оператора момента импульса пары

$$\hat{L} = \left[\frac{\mathbf{n}}{i} \frac{\partial}{\partial \mathbf{n}} \right], \quad \int (d_j^B)^* \hat{L}_p d_j^B d\Omega = 0. \quad (7)$$

С другой стороны, легко проверить, что волновая функция (2), (4) является собственной функцией операторов \hat{S}^2 и \hat{L}^2 с собственным значением $S(S+1) = L(L+1) = 2$.

Перейдем теперь к А-фазе ^3He . Измерения магнитной восприимчивости (см. гл. 1) указывают на то, что в А-фазе осуществляется куперовское спаривание с $S = 1$ и двумя равновероятными проекциями спина $S_z = \pm 1$ на направление внешнего поля. Волновая функция такого состояния должна иметь вид $\psi^A \sim (\chi_1 + e^{i\Phi} \chi_{-1})$. Коэффициенты при χ_1 и χ_{-1} в силу равновероятности ± 1 проекций спина могут отличаться лишь произвольным фазовым множителем $e^{i\Phi}$. Воспользовавшись выражениями (1), получим для волновой функции пары (2) А-фазы

$$\psi^A = \sqrt{3} f(\mathbf{n}) \mathbf{V} \mathbf{v}, \quad \mathbf{d}^A = f(\mathbf{n}) \mathbf{V}, \quad (8)$$

где \mathbf{V} — единичный спиновый вектор, перпендикулярный оси квантования спина ξ ($V_\xi = \cos(\Phi/2)$, $V_\eta = \sin(\Phi/2)$), $f(\mathbf{n})$ — координатная волновая функция пары А-фазы, квадрат модуля которой $|f(\mathbf{n})|^2$ должен содержать информацию об анизотропии А-фазы. Как мы уже знаем (см. раздел в) гл. 2), А- и В-фазы имеют одинаковую критическую температуру T_c , следовательно, куперовское спаривание в А-фазе, так же как и в В-фазе происходит в р-состоянии ($L = 1$). Совокупность экспериментальных данных (прежде всего ЯМР) хорошо объясняется, если считать, что $f(\mathbf{n})$ пропорционально сферической функции $Y_{11}(\theta, \varphi)$ — собственной функции оператора проекции момента импульса \hat{L}_z с собственным значением $M = 1$ (см. (3)).

В общем случае произвольной ориентации осей координат координатная волновая функция пары в А-фазе ^3He есть

$$f(\mathbf{n}) = \frac{1}{\sqrt{2}} \Delta(T) (\Delta' + i\Delta'', \mathbf{n}), \quad (9)$$

где Δ' и Δ'' — два ортогональных единичных вектора, $[\Delta' \Delta''] = 1$ — задает направление оси квантования момента или оси анизотропии А-фазы. Квадрат модуля пространственной волновой функции А-фазы $|f(\mathbf{n})|^2 = (1/2) \Delta^2(T) [\mathbf{n} \mathbf{l}]^2$, так что куперовская пара в А-фазе сплюснута в направлении оси анизотропии \mathbf{l} .

Матрица

$$A_{ik}^A = \frac{1}{\sqrt{2}} \Delta(T) V_i (\Delta'_k + i\Delta''_k), \quad (10)$$

общая для всех куперовских пар, является параметром порядка в А-фазе ^3He . Заметим здесь, что в А₁-фазе, где спариваются лишь частицы со спинами по полю (см. гл. 2), волновая функция пары $\psi \sim \chi_1$. Поэтому, учитывая (1) и (10), получаем параметр порядка в А₁-фазе

$$A_{ik}^{A_1} = \frac{1}{2} \Delta(T) (V'_i + iV''_i) (\Delta'_k + i\Delta''_k),$$

где \mathbf{V}' и \mathbf{V}'' — единичные ортогональные векторы, перпендикулярные оси квантования спина ξ .

Обычно вместо разложения по векторным волновым функциям (1), (2) в спиновом пространстве используется разложение по компонентам симметричного спинора, т. е. базису из симметричных унитарных двухрядных матриц

$$\hat{\psi} = i (\hat{\sigma} d) \sigma_y, \quad (11)$$

где уже знакомый нам вектор

$$d_i = A_{ik} n_k = -\frac{i}{2} \text{Sp} (\hat{\sigma}_y \sigma_i)_{\alpha\beta} \psi_{\alpha\beta}, \quad (12)$$

$\hat{\sigma} = (\hat{\sigma}_x, \hat{\sigma}_y, \hat{\sigma}_z)$ — матрицы Паули, $\hat{\psi}$ — сокращенное обозначение спинора $\psi_{\alpha\beta}$. Полезно привести выражения для параметров порядка А- и В-фаз ^3He в обозначениях (11). Имеем из (4) (для $R_{ik} = \delta_{ik}$)

$$\hat{\psi}^B = \Delta(T) e^{i\Phi} \begin{pmatrix} -n_x + in_y & n_z \\ n_z & n_x + in_y \end{pmatrix}, \quad (13)$$

а из (8) (для $\mathbf{V} = (0, 0, 1)$)

$$\hat{\psi}^A = f(\mathbf{n}) \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad (14)$$

где $f(\mathbf{n})$ дается выражением (9).

Обозначения (11), (12) удобны во многих отношениях; так, например, из (6) и (11) следует, что

$$\hat{\mathbf{S}}\hat{\psi} = [\hat{\sigma} d] \sigma_y, \quad (6a)$$

откуда видно, что в произвольной фазе вектор \mathbf{d} ортогонален спину пары $\hat{\mathbf{S}}$.

б) Нормальная плотность и восприимчивость А- и В-фаз ^3He

Энергия одночастичных возбуждений в сверхтекучей ферми-жидкости, где параметр порядка $\hat{\psi}$ из (11) является унитарной матрицей — к таким, как легко видеть, относятся А- и В-фазы — определяется формулой

$$E = \sqrt{\xi^2 + \frac{1}{2} \text{Sp} \hat{\psi} \hat{\psi}^+} = \sqrt{\xi^2 + \mathbf{d} \mathbf{d}^*}, \quad (15)$$

где ξ , как обычно, — энергия нормальных фермиевских квазичастиц, отсчитанная от уровня Ферми. Пользуясь (13) и (14), получаем в В- и А-фазах соответственно $E^B = \sqrt{\xi^2 + \Delta^2(T)}$ и $E^A = \sqrt{\xi^2 + (1/2)\Delta^2(T)[\mathbf{n}\mathbf{l}]^2}$, откуда ясно, что А-фаза обладает анизотропными, а В-фаза — изотропными физическими свойствами.

Так, например, плотность нормальной компоненты, определяемая как

$$\rho_{ij}^n v_j^n = \sum_{\mathbf{k}, \sigma} k_i f(E - \mathbf{k} \mathbf{v}^n) |_{\mathbf{v}^n \rightarrow 0} = - \sum_{\mathbf{k}, \sigma} k_i k_j \frac{\partial f}{\partial E} v_j^n,$$

где f — фермиевская функция распределения квазичастиц, в В-фаза изотропна

$$\rho_{ij}^{nB} = \rho Y(T) \delta_{ij}, \quad (16)$$

а в А-фаза является тензором:

$$\rho_{ij}^{nA} = \rho [Y^{\parallel}(T) l_i l_j + Y^{\perp}(T) (\delta_{ij} - l_i l_j)]; \quad (17)$$

здесь $Y(T) = \int \frac{d\Omega}{4\pi} Y(\mathbf{n}, T)$ — функция Иосиды, равная 0 при $T = 0$ и 1 при $T = T_c$:

$$Y(\mathbf{n}, T) = \frac{1}{4T} \int_{-\infty}^{+\infty} d\xi \operatorname{sech}^2 \frac{E}{2T},$$

$$Y''(T) = 3 \int \frac{d\Omega}{4\pi} (\mathbf{n}\mathbf{l})^2 Y(\mathbf{n}, T), \quad Y^\perp(T) = Y(T) - Y^\parallel(T). \quad (18)$$

В формулах (16), (17) не учтены ферми-жидкостные поправки к нормальной плотности в А- и В-фазах. Соответствующие выражения можно найти в обзорах ^{13, 16}.

Направление \mathbf{l} вблизи стенок сосуда с ^3He -А совпадает с направлением нормали к стенке (см. раздел ж) этой главы). Вдали от стенок направление \mathbf{l} можно менять с помощью магнитного поля (см. раздел д) этой главы). Измерения плотности сверхтекучей компоненты А-фазы $\rho_{ij}^s = \rho \delta_{ij} - \rho_{ij}^n$, выполненные методом Андроникашвили ^{42, 43}, подтвердили тензорный характер этой величины.

Найдем теперь выражения для магнитной восприимчивости А- и В-фаз. Вычисления удобно производить в общем случае (15).

Выберем направление квантования спина пар вдоль оси z ; тогда векторы $\mathbf{d}(\mathbf{n})$ расположены в плоскости, перпендикулярной этой оси (см. конец предыдущего раздела). Если внешнее магнитное поле \mathbf{H} направлено также перпендикулярно оси z , например $\mathbf{H} \parallel \mathbf{d}(\mathbf{n})$, то куперовские пары не будут реагировать на него, и вклад в восприимчивость возникает лишь от боголюбовских возбуждений с энергией

$$E^\perp = \sqrt{\xi^2 + \mathbf{d}\mathbf{d}^*} - \sigma\mu H,$$

где μ — ядерный магнетон, $\sigma = \pm 1$. Заметим, что вектор \mathbf{d} зависит от направления \mathbf{n} импульса на ферми-поверхности, поэтому восприимчивость необходимо вычислять отдельно для каждого направления \mathbf{n} . Итак, восприимчивость в направлении, перпендикулярном направлению оси квантования спина, будет определяться как

$$\chi_n^\perp = \frac{\mu N_0}{2} \sum_\sigma \int d\xi \left(\frac{\partial}{\partial H} f(E^\perp) \right)_{H=0}, \quad (19)$$

где N_0 — плотность состояний на поверхности Ферми, f — фермиевская функция распределения боголюбовских квазичастиц. Выражение (19) можно переписать в виде

$$\chi_n^\perp = \chi_N Y(\mathbf{n}, T), \quad (20)$$

где $\chi_N = \mu^2 N_0 / 2$ — восприимчивость нормальной ферми-жидкости, а величина $Y(\mathbf{n}, T)$ определена в (18).

Если же поле \mathbf{H} направлено вдоль оси квантования спина z , то вклад дают все частицы (т. е. и пары, и возбуждения):

$$\chi_n^\parallel = \frac{\mu N_0}{2} \sum_\sigma \int d\xi \left(\frac{\partial}{\partial H} n(E^\parallel) \right)_{H=0} = \chi_N; \quad (21)$$

здесь

$$n(E) = \frac{1}{2} \left[1 - \frac{\xi}{E} (1 - 2f(E)) \right]$$

— функция распределения частиц, а

$$E^\parallel = \sqrt{(\xi - \sigma\mu H)^2 + \mathbf{d}\mathbf{d}^*}.$$

Таким образом, χ_{ij}^{\parallel} совпадает с восприимчивостью нормальной ферми-жидкости.

Полное выражение для тензора восприимчивости получается интегрированием комбинации (20) и (21) по всем направлениям \mathbf{n} :

$$\chi_{ij} = \int \frac{d\Omega}{4\pi} \left[\left(\delta_{ij} - \frac{d_i^* d_j}{\mathbf{d}^* \mathbf{d}} \right) \chi_{\mathbf{n}}^{\parallel} + \frac{d_i^* d_j}{\mathbf{d}^* \mathbf{d}} \chi_{\mathbf{n}}^{\perp} \right], \quad (22)$$

откуда, воспользовавшись выражениями (4) и (8), получаем для восприимчивости в А- и В-фазах:

$$\chi_{ij}^A = \chi_N [\delta_{ij} + V_i V_j (Y(T) - 1)], \quad (23)$$

$$\chi_{ij}^B = \chi_N \delta_{ij} \left[\frac{2}{3} + \frac{1}{3} Y(T) \right]; \quad (24)$$

здесь $Y(T) = \int \frac{d\Omega}{4\pi} Y(\mathbf{n}, T)$ — функция Йосида. Как и следовало ожидать, восприимчивость А-фазы оказалась зависящей от направления. Заметим, однако, что поскольку χ^A в направлении, перпендикулярном \mathbf{V} , максимальна, то равновесное положение \mathbf{V} перпендикулярно внешнему полю, а экспериментально измеряемая в свободной геометрии величина χ всегда совпадает с χ^N . Более точные выражения для восприимчивости в А- и В-фазах, содержащие ферми-жидкостные поправки, имеют вид (см. ^{13, 16}):

$$\chi_{ij}^A = \chi_N \left\{ \delta_{ij} + V_i V_j \frac{(Y(T) - 1) [1 + (Z_0/4)]}{1 + (Z_0 Y(T)/4)} \right\}, \quad (25)$$

$$\chi_{ij}^B = \chi_N \delta_{ij} \frac{[(2/3) + (Y(T)/3)] [1 + (Z_0/4)]}{1 + (Z_0/4) [(2/3) + (Y(T)/3)]}; \quad (26)$$

здесь Z_0 — ферми-жидкостная постоянная.

Заметим, что разность энергий А- и В-фаз вблизи T_c порядка энергии конденсации, т. е. $(F^A - F^B) \sim [1 - (T/T_c)]^2$ (см. ¹³), тогда как разность магнитных энергий А- и В-фаз в магнитном поле

$$F_m^A - F_m^B = -\frac{H^2}{2} (\chi^A - \chi^B) \sim -\frac{\Delta^2(T)}{T_c^2} H^2 \chi_N \sim -\left(1 - \frac{T}{T_c}\right) H^2 \chi_N.$$

Поэтому, как уже отмечалось в гл. 1, при наличии магнитного поля в достаточно близкой окрестности температуры перехода А-фаза всегда энергетически выгоднее В-фазы.

в) Общая задача о фазах р-спаривания в ^3He

Как уже указывалось, параметром порядка в сверхтекучей ферми-жидкости с р-спариванием является комплексная 3×3 матрица A_{ik} (см. (12)), зависящая в общем случае от 18 вещественных параметров. Выражения для A_{ik} в В- и А-фазах даются формулами (5) и (10). Матрица A_{ik} преобразуется как вектор по первому индексу при вращениях в спиновом пространстве и как вектор по второму индексу при вращениях в координатном пространстве. Конкретный вид A_{ik} для данной фазы определяется минимизацией, зависящей от A_{ik} энергии. В отсутствие спин-орбитального взаимодействия, которое, как мы увидим ниже, чрезвычайно мало, свободная энергия ^3He вещественна и не зависит от взаимной ориентации осей квантования в спиновом и координатном пространствах, и, следовательно, не должна меняться при преобразованиях параметра порядка вида

$$A_{ik} \rightarrow A_{pq} = R_{pi}^s R_{qh}^c e^{i\Phi} A_{ik}; \quad (27)$$

здесь R_{pi}^s , R_{qh}^c — матрицы трехмерных вращений соответственно спинного и координатного пространства, $e^{i\Phi}$ — градиентное преобразование. Вблизи фазового перехода, когда A_{ih} мало, для свободной энергии можно воспользоваться разложением Гинзбурга — Ландау по степеням параметра порядка:

$$F_{\text{cond}} = -\alpha A_{ih} A_{ih}^* + \beta_1 |A_{ih} A_{ih}|^2 + \beta_2 (A_{ih} A_{ih}^*)^2 + \beta_3 A_{ih} A_{il}^* A_{mh} A_{ml}^* + \\ + \beta_4 A_{ih} A_{il}^* A_{mh}^* A_{ml} + \beta_5 A_{ih} A_{il}^* A_{mh}^* A_{ml}^*. \quad (28)$$

Сформулированные требования инвариантности здесь удовлетворяются, ибо первый индекс A_{ih} в (28) сворачивается только с первым, второй — со вторым и F_{cond} — вещественно. Трехмерные вращения образуют группу SO_3 , а градиентные преобразования — группу $U(1)$, эквивалентную группе одномерных вращений или окружности S^1 . Таким образом, полная группа G , относительно которой инвариантно выражение свободной энергии сверхтекучего ^3He , суть прямое произведение $\text{SO}_3 \times \text{SO}_3 \times U(1)$.

Функционал (8) имеет несколько экстремумов, определяемых уравнениями $\delta F_{\text{cond}} / \delta A_{ih} = 0$. Какие из экстремумов есть минимумы и какой из минимумов является абсолютным, зависит от соотношения между коэффициентами β_i , которые, в свою очередь, зависят от температуры и давления. Задача перечисления всех минимумов, как и задача выбора из них абсолютного, сложны и решены лишь частично⁵¹⁻⁵⁵.

Вычисление коэффициентов β_i из микротeorии возможно только в приближении «слабой связи» (см. ^{51a}) и не является особенно полезным, так как в этом случае во всей области температур и давлений абсолютный минимум осуществляется на параметре порядка (5), соответствующем В-фазе^{3, 13}. При вычислениях в приближении «слабой связи» $\Delta \ll \epsilon_F$ взаимодействие между фермиевскими квазичастицами считается не зависящим от типа спаривания. Однако, как было указано впервые в работе Андерсона и Бринкмана⁵⁶ (см. также ^{13, 21, 57-60}), механизмом куперовского спаривания в ^3He является обмен флуктуациями спиновой плотности — парамагнонами. Спиновая восприимчивость, а значит, и эффективное парное взаимодействие в А-фазе больше, чем в В-фазе, что делает А-фазу энергетически более выгодной по сравнению с В-фазой в области высоких давлений и температур.

г) Пространства вырождения А- и В-фаз

Многие, в первую очередь сверхтекучие¹⁹, свойства сверхтекучих жидкостей обусловлены структурой области изменения параметров порядка, имеющих в А- и В-фазах вид (см. (10) и (5)):

$$A_{ih}^A = \sqrt{\frac{1}{2}} \Delta(T) V_i (\Delta'_h + i\Delta''_h), \\ A_{ih}^B = \Delta(T) R_{ih} e^{i\Phi}.$$

Из всех преобразований (27), оставляющих неизменными свободную энергию системы, только часть изменяет параметр порядка. Так, в А-фазе — это трехмерные вращения координатного пространства, изменяющие положения тройки векторов $(\Delta', \Delta'', 1)$ и образующие группу SO_3 . Из спинных вращений для А-фазы существенны только вращения, изменяющие ориентацию вектора V , пробегающего двумерную сферу S^2 , и несущественны вращения вокруг направления V . Градиентные преобразования из (27) для А-фазы эквивалентны вращениям Δ' и Δ'' вокруг направления $1 = [\Delta' \Delta'']$, поэтому они уже учтены. Кроме этого, A_{ih}^A не меняется при

дискретных преобразованиях вида $(V, \Delta', \Delta'') \rightarrow (-V, -\Delta', -\Delta'')$, следовательно, точки области изменения параметра порядка А-фазы, переходящие друг в друга при таких преобразованиях, эквивалентны. Операция отождествления (склеивания) точек множества по определенному правилу называется факторизацией. В данном случае мы имеем факторизацию прямого произведения $S^2 \times SO_3$ по множеству из двух точек Z_2 , обозначаемую $(S^2 \times SO_3)/Z_2$. Итак, полная область изменения параметра порядка А-фазы $R^A = (S^2 \times SO_3)/Z_2$. Во всех точках этой области функционал (28) принимает одно и то же значение, которое является абсолютным минимумом в определенной области фазовой диаграммы. Таким образом, как обычно в фазовых переходах второго рода, минимум энергии осуществляется в целой области изменения параметра порядка, которую естественно назвать пространством вырождения. Легко видеть, что для А-фазы пространство вырождения R^A пятимерно и 5 переменных, параметризующих R^A , являются голдстоуновскими переменными. Напомним, что в сверхпроводнике или обычном сверхтекучем ^4He , где параметр порядка — комплексная функция $\psi = |\psi| e^{i\Phi}$, минимум энергии конденсации осуществляется на окружности S^1 — области изменения фазового множителя $e^{i\Phi}$. Хорошо известно, что устойчивым особенностям — квантованным вихрям в ^4He соответствуют замкнутые контуры, целое число раз обходящие окружность S^1 , — пространство вырождения ^4He . Аналогично, можно показать, что устойчивым особенностям в ^3He -А соответствуют замкнутые контуры, проходящие в пятимерном пространстве $(S^2 \times SO_3)/Z_2$, которые невозможно стянуть в точку⁶¹⁻⁶⁴.

В В-фазе область изменения множителя $e^{i\Phi}$ — окружность S^1 , а область изменения вещественной ортогональной матрицы R_{ih} — группа трехмерных вращений SO_3 . Таким образом, полное пространство вырождения В-фазы $R_B = S^1 \times SO_3$ ⁶¹⁻⁶⁴.

д) С п и н - о р б и т а л ь н о е в з а и м о д е й с т в и е

1) Д и п о л ь н а я э н е р г и я. Спин-орбитальное взаимодействие в электрически нейтральном ^3He обязано своим происхождением магнитно-дипольному взаимодействию ядерных спинов частиц:

$$H_D = \frac{\gamma^2 \hbar^2}{2} \int d^3 r_1 d^3 r_2 \left[\frac{\sigma(r_1) \sigma(r_2)}{|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|^3} - \frac{3(\sigma(r_1)(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2))(\sigma(r_2)(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2))}{|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|^5} \right]; \quad (29)$$

здесь γ — гиромангнитное отношение. Дипольная энергия F_D получается усреднением (29) с помощью аппарата вторичного квантования (см. ¹³). Однако, чтобы найти вид энергии взаимной ориентации спиновых и координатных осей, достаточно решить более простую квантовомеханическую задачу для двух частиц со спином $1/2$ и волновой функцией (11) $\hat{\psi} = i(\hat{\sigma}_d) \hat{\sigma}_y$, взаимодействующих по закону

$$\hat{V} = 2g_D(S^1 S^2 - 3(S^1 \mathbf{n})(S^2 \mathbf{n})); \quad (30)$$

здесь \mathbf{n} — единичный вектор в направлении от частицы со спином S^1 к частице со спином S^2 . Дипольная энергия, очевидно, равна

$$F_D = \frac{1}{2} \text{Sp} \int \frac{d\Omega}{4\pi} \hat{\psi}^\dagger \hat{V} \hat{\psi}; \quad (31)$$

здесь $\hat{\psi}$ определяется выражением (11).

Для вычисления шпура удобно преобразовать оператор \hat{V} к виду

$$\left. \begin{aligned} \hat{V} &= g_D^{ij} \left(\hat{S}_i \hat{S}_j - \frac{1}{2} \delta_{ij} \right), \\ g_D^{ij} &= 2g_D (\delta_{ij} - 3n_i n_j), \\ \hat{S} &= \hat{S}^1 + \hat{S}^2. \end{aligned} \right\} \quad (32)$$

Теперь шпур (31) с помощью соотношения (6а) легко вычисляется:

$$F_D = g_D \int \frac{d\Omega}{4\pi} [3(\mathbf{d}\mathbf{n})(\mathbf{d}^*\mathbf{n}) - \mathbf{d}\mathbf{d}^*]. \quad (33)$$

Отсюда и из (12) получаем выражение

$$F_D = \frac{g_D}{5} \left(A_{ii}^* A_{jj} + A_{ij}^* A_{ji} - \frac{2}{3} A_{ij}^* A_{ij} \right), \quad (34)$$

в котором непосредственно фигурируют свертки пространственного и спинового индексов. Под A_{ij} в (34) мы имеем в виду нормированную матрицу $A_{ih} A_{ih}^* = 1$, модуль которой уже учтен в константе дипольного взаимодействия g_D .

Величина константы диполь-дипольного взаимодействия g_D оценивается ⁷ как произведение числа спинов N в единице объема на взаимную дипольную энергию двух спинов $\gamma^2 \hbar^2 / a^3$ и на долю упорядоченных частиц $(\Delta / \epsilon_F)^2$. Учитывая, что $Na^3 \approx 1$ и $N / \epsilon_F = 2N_0$, где N_0 — плотность состояний на поверхности Ферми, получаем $g_D = (2\gamma \hbar N_0 \Delta)^2$. Точное вычисление ¹³ дает

$$g_D(T) = \frac{\pi}{2} \left(\frac{\gamma \hbar}{2} N_0 \Delta \ln \frac{\epsilon_F}{\Delta} \right)^2. \quad (35)$$

Вблизи критической температуры ¹³

$$g_D(T) = 10^{-3} \left(1 - \frac{T}{T_c} \right) (\text{эрг/см}^3), \quad (36)$$

тогда как энергия конденсации (28)

$$F_{\text{cond}} \approx \frac{1}{2} \left(1 - \frac{T}{T_c} \right)^2 (\text{эрг/см}^3). \quad (37)$$

Поэтому энергия спин-орбитального взаимодействия (34) всюду мала по сравнению с энергией конденсации (37), за исключением узкой области $\Delta T \approx 10^{-6}$ К вблизи температуры перехода, где, как показано в работе ⁶⁵, должна существовать так называемая векторная фаза ^3He . Наличие спин-орбитального взаимодействия также должно приводить к появлению, хотя и ничтожно малого, ядерного ферромагнетизма А-фазы ^3He с плотностью магнитного момента ⁶⁵

$$M \approx 10^{-14} \left(1 - \frac{T}{T_c} \right)^{-1} (\text{Гс/см}^3)$$

(ср. с электронным ферромагнетизмом А-фазы, рассмотренным в следующем разделе).

2) А-фаза. Пользуясь выражением параметра порядка для А-фазы (10), получаем из (33)

$$F_D^A = \text{const} - \frac{3}{5} g_D(T) (\mathbf{V}\mathbf{I})^2. \quad (38)$$

Таким образом, в А-фазе дипольная энергия минимальна, когда вектор $\mathbf{V} = \pm \mathbf{I}$. Параметр порядка А-фазы (10) при наличии спин-орбитального

взаимодействия имеет вид

$$\tilde{A}_{ik}^A = \sqrt{\frac{1}{2}} \Delta(T) [\Delta' \Delta'']_i (\Delta'_k + i \Delta''_k). \quad (39)$$

Область изменения параметра порядка (39) — пространство вырождения А-фазы при наличии дипольного взаимодействия \tilde{R}_A совпадает с областью изменения репера $(\Delta', \Delta'', 1)$ — трехмерной группой вращений SO_3 .

3) В-фаза. В В-фазе, используя для вещественной ортогональной матрицы R_{ik} , т. е. матрицы трехмерных вращений из (5), параметризацию с помощью угла поворота θ вокруг направления $\hat{\omega}$:

$$R_{ik} = \delta_{ik} + (\hat{\omega}_i \hat{\omega}_k - \delta_{ik}) (1 - \cos \theta) - \epsilon_{ikl} \hat{\omega}_l \sin \theta, \quad (40)$$

получаем из (34)

$$F_D^B = \text{const} + \frac{2}{5} g_D(T) \left(\frac{1}{2} + 2 \cos \theta \right)^2. \quad (41)$$

Дипольная энергия В-фазы минимальна, когда угол вращения θ спинового пространства относительно координатного пространства вокруг произвольной оси (!) равен $\theta_0 = \arccos(-1/4) \approx 104^\circ$. Параметр порядка В-фазы при наличии спин-орбитального взаимодействия имеет вид

$$\tilde{A}_{ik}^B = \Delta(T) e^{i\Phi} R_{ik}(\hat{\omega}, \theta_0). \quad (42)$$

Для выяснения геометрической структуры пространства вырождения В-фазы при наличии спин-орбитального взаимодействия напомним, что группа трехмерных вращений SO_3 , параметризованная с помощью угла θ и оси $\hat{\omega}$, представляет собой шар радиуса π , точки которого суть концы векторов $\theta \hat{\omega}$ длины θ , направленных вдоль $\hat{\omega}$ и отложенных из центра шара.

Диаметрально противоположные точки поверхности этого шара соответствуют одному и тому же вращению, поскольку повороты на угол π вокруг осей, направленных в противоположные стороны, совпадают. Спин-орбитальное взаимодействие фиксирует длину векторов $\theta \hat{\omega} = \theta_0 \hat{\omega}$. Тем самым пространство вырождения В-фазы при наличии спин-орбитального взаимодействия $\tilde{R}^B = S^1 \times S^2$, где окружность S^1 — область изменения фазового множителя $e^{i\Phi}$ в (42), а сфера S^2 — область изменения вектора $\theta_0 \hat{\omega}$ (см. рис. 4).

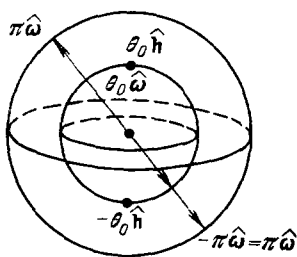


Рис. 4.

е) Сверхтекучие фазы в магнитном поле

1) А-фаза. Как следует из выражения для магнитной восприимчивости (25), плотность магнитной энергии А-фазы можно записать в виде

$$F_{\text{magn}}^A = -\frac{1}{2} \chi_{ij}^A H_i H_j = \text{const} + \frac{\chi_a}{2} (\mathbf{VH})^2, \quad (43)$$

$$\chi_a = \chi_N \frac{(1 - Y(T)) [1 + (Z_0/4)]}{1 + (Z_0/4) Y(T)}.$$

Энергия (43) минимальна, когда вектор \mathbf{V} перпендикулярен полю \mathbf{H} . Вспоминая, что спин-орбитальное взаимодействие выстраивает векторы \mathbf{l} параллельно или антипараллельно \mathbf{V} , получаем, что в присутствии постоянного магнитного поля $^3\text{He-A}$ принимает так называемую легетовскую конфигурацию: $\mathbf{l} \parallel \mathbf{V} \perp \mathbf{H}$. Вырождение при этом еще не полностью снято. В самом деле, вектор \mathbf{V} может свободно вращаться вокруг направления \mathbf{H} в плоскости, перпендикулярной \mathbf{H} и, кроме этого, векторы Δ' и Δ'' могут вращаться вокруг направления $\mathbf{l} \parallel \mathbf{V}$. Следовательно, при наличии спин-орбитального взаимодействия и магнитного поля пространство вырождения А-фазы — $\tilde{R}^A = S^1 \times S^1$.

Вблизи T_c (см. ¹³)

$$F_{\text{mag}}^A = 5 \cdot 10^{-7} \left(1 - \frac{T}{T_c}\right) H^2 \left(\frac{\text{эрг}}{\text{см}^3 \text{ Гс}^2}\right). \quad (44)$$

Сравнение этой величины с дипольной энергией (36) показывает, что вблизи T_c магнитная энергия превосходит дипольную в полях выше 30 Гс.

2) О р б и т а л ь н ы й м а г н е т и з м А-ф а з ы. Легетом ⁶⁶ было указано, что наличие орбитального момента в каждой куперовской паре должно приводить к смещению электронных термов атомов, т. е. к появлению вращения электронов вокруг атомов (электронно-вращательное взаимодействие), следствием которого будет конечный магнитный момент каждой пары, направленный для всех пар в общем направлении \mathbf{l} . Таким образом, $^3\text{He-A}$ — жидкий орбитальный ферромагнетик, и его гамильтониан в магнитном поле должен содержать, кроме квадратичного, член, линейный по полю:

$$F_{\text{mag}}^A = \chi_a (\mathbf{lH})^2 - \lambda_m \mathbf{lH}.$$

Оценка ⁶⁶ дает

$$\lambda_m \approx 10^{-2} (\text{Гс}) \left(1 - \frac{T}{T_c}\right) \chi_N,$$

что на несколько порядков превосходит ядерный магнитный момент А-фазы, рассмотренный в предыдущем разделе ($\chi_N \sim 10^{-8}$). Мы знаем (см. раздел д) гл. 2), что затухание звука в А-фазе сильно зависит от взаимной ориентации вектора \mathbf{l} и направления распространения звука \mathbf{q} ^{15, 16, 27, 28}. Именно этим методом ⁶⁷ была установлена зависимость затухания звука от знака приложенного поля и найдена величина λ_m , неплохо согласующаяся с оценкой Легета ⁶⁶. Отметим здесь также, что подобно магнитному моменту в А-фазе Легетом ⁶⁸ теоретически предсказан электрический дипольный момент в В-фазе, возникающий за счет нарушающего четность слабого электронно-ядерного взаимодействия.

3) В-ф а з а. Перейдем теперь к В-фазе в магнитном поле. Спин-орбитальное взаимодействие в В-фазе фиксирует угол поворота $\theta_0 = \arccos(-1/4)$, но сохраняет вырождение по направлениям осей поворота $\hat{\omega}$. В этом случае для матрицы поворота имеем (см. (40), (42)):

$$R_{ij} = \frac{1}{4} (-\delta_{ij} + 5\hat{\omega}_i \hat{\omega}_j - \sqrt{15} e_{ijk} \hat{\omega}_k). \quad (45)$$

Восприимчивость в В-фазе (26) изотропна, поэтому магнитное поле не оказывает непосредственного ориентирующего действия на направление оси $\hat{\omega}$. Эффект ориентации возникает лишь через поправки к параметру порядка В-фазы, возникающие при наличии магнитного поля, так

как любое дополнительное взаимодействие «деформирует» исходную фазу (ср. с «распаривающим» эффектом магнитного поля в сверхпроводниках). Итак, чтобы найти параметр порядка в присутствии магнитного поля, необходимо минимизировать сумму

$$F_{\text{cond}} + F_{\text{magn}}, \quad (46)$$

где энергия конденсации F_{cond} дается выражением (28), а магнитную энергию F_{magn} можно записать как

$$F_{\text{magn}} = \frac{\delta\chi}{2} A_{ik} A_{jk}^* H_i H_j; \quad (47)$$

здесь $\delta\chi = \chi_N - \chi^B$ (см. (22), (26)), матрица A_{ik} нормирована на единицу, $A_{ik} A_{ik}^* = 1$. Минимум (46) будет осуществляться (см. ⁶⁹, ¹⁴) на деформированной В-фазе:

$$A_{ik}^B = \frac{e^{i\Phi}}{\sqrt{3}} (R_{ik} + \delta R_{ik}), \quad (48)$$

$$\delta R_{ik} = \alpha H^2 R_{ik} - \beta H_i H_j R_{jk},$$

где α и β — постоянные, равные по порядку величины $\delta\chi/F_{\text{cond}}$. Взаимная ориентация \mathbf{H} и $\hat{\omega}$ может быть найдена, если мы подставим (48) в выражение (34) для дипольной энергии:

$$F_{\text{magn}} = \text{const} - \frac{2}{5} \beta g_D (H_i R_{ij} H_j R_{kh} + H_i R_{ij} R_{jk} H_k). \quad (49)$$

Принимая во внимание (45), из (49) получаем (см. ⁶⁹):

$$F_{\text{magn}} = -g_D \beta (\hat{\omega} \mathbf{H})^2. \quad (50)$$

Вычисления ⁶⁹ дают в пределе слабой связи величину $\beta g_D \approx 4 \times 10^{-12}$ эрг/см³ Гс², не зависящую от температуры.

Итак, в В-фазе равновесное направление вектора $\hat{\omega}$ параллельно или антипараллельно направлению внешнего магнитного поля. В присутствии поля область изменения вектора $\hat{\omega}$ — сфера S^2 (рис. 4) сжимается до двух точек Z_2 , лежащих на концах диаметра этой сферы, параллельного направлению \mathbf{H} внешнего поля. Пространство вырождения В-фазы в магнитном поле $\tilde{R}^B = S^1 \times Z_2$ ⁷⁰.

ж) Сверхтекучие фазы в неоднородном состоянии

1) Градиентная энергия. В присутствии неоднородностей в сверхтекучем ³He к энергии конденсации (28), дипольной (34) и магнитной (43), (50) энергиям необходимо добавить градиентную энергию, плотность которой в низшем квадратичном порядке по градиентам имеет при $T \rightarrow T_c$ общий вид:

$$F_{\text{grad}} = \frac{K_1}{2} \nabla_i A_{mj}^* \nabla_i A_{mj} + \frac{K_2}{2} \nabla_i A_{mj}^* \nabla_j A_{mi} + \frac{K_3}{2} \nabla_i A_{mi}^* \nabla_j A_{mj}. \quad (51)$$

Вычисления в приближении слабой связи ¹³ дают при $T \rightarrow T_c$:

$$K_1 = K_2 = K_3 = \frac{21\zeta(3)}{80} \frac{\hbar^2 N}{m^* T_c^2}.$$

2) Характерные длины. Разумеется, квадратичными по градиентам поправками можно ограничиться лишь в случае достаточно медленных пространственных применений параметра порядка, харак-

терный масштаб которых меньше длины когерентности $\xi(T)$. Выражение для $\xi(T)$ получается, как обычно, из сравнения энергии конденсации (28) и градиентной энергии (51): $\xi(T) = \sqrt{K/\alpha} \sim \xi_0/\sqrt{1 - (T/T_c)}$, K — общее значение коэффициентов K_i . Численно ξ_0 можно найти из оценки БКШ $\xi_0 = \hbar v_F/\Delta_0$. Поскольку как фермиевская скорость v_F , так и величина щели Δ_0 в ^3He примерно на 3 порядка меньше, чем в сверхпроводниках, то длина когерентности в ^3He имеет тот же порядок, что и в сверхпроводниках, $\xi_0 \approx 10^{-5} - 10^{-6}$ см.

Подобным же образом, сравнивая градиентную (51) и дипольную (34) энергии, получаем дипольную длину $\xi_D \approx \sqrt{K\Delta^2/g_D} \approx 10^2 - 10^3 \xi_0$. Аналогично из сравнения градиентной и магнитной энергий (43) и (50) находим магнитную длину $\xi_m \approx \sqrt{K\Delta^2/F_m}$. В А-фазе $\xi_m < \xi_D$ в полях выше 30 Гс, для В-фазы $\xi_m > \xi_D$ практически в любых полях при температурах, не слишком близких к T_c .

3) Ток и. Выражение для сверхтекучего тока получается из (51) посредством галилеевского преобразования параметра порядка

$$A_{ij} \rightarrow \exp\left(-i \frac{2m\mathbf{r}\mathbf{u}}{\hbar}\right) A_{ij}.$$

В линейном приближении по \mathbf{u} имеем

$$F_{\text{grad}} \rightarrow F_{\text{grad}} - \mathbf{j}^s \mathbf{u},$$

где

$$\mathbf{j}_i^s = \frac{2m}{\hbar} \text{Im} \{ K_1 A_{mj}^* \nabla_i A_{mj} + K_2 A_{mj}^* \nabla_j A_{mi} + K_3 A_{mi}^* \nabla_j A_{mj} \}. \quad (52)$$

Подставляя в (52) выражение для параметра порядка в А-фазе (10), получаем ⁷¹

$$\mathbf{j}^{sA} = \frac{2m}{\hbar} \Delta^2 \left\{ \frac{2m}{\hbar} \left[\left(K_1 + \frac{K_{23}}{2} \right) \mathbf{v}_s - \frac{1}{2} K_{23} \mathbf{l} (\mathbf{l} \mathbf{v}_s) \right] + \right. \\ \left. + \frac{K_3}{2} \text{rot } \mathbf{l} - \frac{K_{23}}{2} \mathbf{l} (\mathbf{l} \text{rot } \mathbf{l}) \right\}, \quad (53)$$

где

$$K_{23} = K_2 + K_3, \quad \mathbf{v}_s = \frac{\hbar}{2m} \Delta_i' \nabla \Delta_i'. \quad (54)$$

Аналогично, с помощью (52) и (5) в В-фазе:

$$\mathbf{j}^{sB} = \frac{2m}{\hbar} \Delta^2 (3K_1 + K_{23}) \nabla \Phi. \quad (55)$$

Отсюда видно, что сверхтекучий ток в В-фазе пропорционален потенциальной сверхтекучей скорости $\mathbf{v}_s = (\hbar/m) \nabla \Phi$ и, значит, сверхтекучие свойства В-фазы ничем не отличаются от сверхтекучих свойств обыкновенного ^4He . Как следствие более сложной структуры параметра порядка А-фазы возникает и более сложное выражение для сверхтекучего тока (53). Необычным сверхтекучим свойствам А-фазы посвящен обзор Воловика ¹⁹.

Подобным образом можно найти и спиновые токи:

$$j_{ij}^{\sigma} = -\frac{2}{\hbar} \frac{\partial F_{\text{grad}}}{\partial \nabla_i \theta_j}, \quad (56)$$

где θ_j — углы поворота вектора \mathbf{d} в спиновом пространстве. (Соответствующие выражения см. в работах ^{72, 14}.)

з) Взаимодействие со стенками

1) А-фаза. Граничные условия на параметр порядка А-фазы на поверхности сосуда, содержащего ^3He , получены в работе ⁷³, где показано, что продольная A_{iz} компонента параметра порядка A_{ik} (ось z направлена по нормали \mathbf{v} к стенке) меняется значительно сильнее (обращается в 0), чем поперечные A_{ix} , A_{iy} . Это означает, что поверхностная энергия А-фазы будет минимальна, если параметр порядка $A_{ik}^A = \sqrt{1/2\Delta(T)} \times \times V_i (\Delta'_K + i\Delta''_K)$ вовсе не имеет продольных компонент, т. е. $\mathbf{l} = \Delta' \times \times \Delta'' = \pm \mathbf{v}$. Вектор \mathbf{V} направлен произвольно.

2) В-фаза. В отличие от анизотропной А-фазы наличие выделенного направления \mathbf{v} должно изменить сам характер решения для сферически симметричной В-фазы. Результат рассмотрения, подобного тому, что мы проделали для В-фазы в магнитном поле (см. предыдущий раздел), дает ^{72, 74, 14} граничное условие $\hat{\omega} = \pm \mathbf{v}$.

Итак, при наличии стенок, внешних полей (а также сверхтекучих токов) распределение параметра порядка в сосуде со сверхтекучим ^3He может иметь довольно сложную структуру. Такие распределения, получившие название текстур, интенсивно изучаются (см. ^{14, 16, 19, 63, 64, 70, 72}).

4. ЯМР В СВЕРХТЕКУЧЕМ ^3He

Исследования магнитных свойств ^3He сыграли главную роль в решении вопроса о том, в рамках какой модели куперовского спаривания можно описывать наблюдаемые А- и В-фазы сверхтекучего ^3He . Основная заслуга здесь принадлежит А. Легету ⁷⁵, построившему теорию спиновой динамики ^3He , на основе которой была решена задача об идентификации фаз. Различные эксперименты по ЯМР в ^3He и их интерпретация в рамках теории Легета и сейчас служат источником богатой информации о разнообразных свойствах ^3He , таких как релаксация намагниченности, спиновые волны, солитоны и текстуры, второй звук в А₁-фазе и другие. Два нелинейных уравнения Легета на векторы \mathbf{S} и \mathbf{d} (см. ниже), обладая множеством качественно различных решений, интересны и с теоретической точки зрения, и их исследование продолжается. В данной главе мы выведем уравнения Легета и остановимся на некоторых экспериментальных следствиях этих уравнений.

а) Уравнения Легета и их простейшие следствия в А- и В-фазах

1) Уравнения Легета. Динамика системы спинов в постоянном магнитном поле \mathbf{H}_0 описывается уравнением

$$\dot{\mathbf{S}} = \gamma [\mathbf{S}\mathbf{H}_0] \quad (57)$$

(здесь γ — гиромангнитное отношение), из которого следует, что намагниченность $\gamma\mathbf{S}$ прецессирует вокруг направления поля с угловой частотой $\omega_0 = \gamma H_0$. Поэтому, если поместить систему во внешнее переменное поле $\mathbf{H}(t)$, перпендикулярное \mathbf{H}_0 , то на частоте ω_0 будет наблюдаться резонансное поглощение.

Как уже отмечалось (см. раздел г) гл. 2), в сверхтекучем ^3He -А поглощение поперечного поля наблюдается на частоте $\omega = \sqrt{\omega_0^2 + \Omega_A^2(T)}$ и, кроме того, возникает резонансное поглощение подольных колебаний $\mathbf{H}(t) \parallel \mathbf{H}_0$ на частоте $\Omega_A(T)$ ²⁴. Это означает, что система спинов прецессирует не свободно, а цепляется за выделенное направление внутри

жидкости. Таким направлением, как мы знаем, является направление орбитального момента \mathbf{l} . Зацепление системы спинов происходит за счет спин-орбитального взаимодействия

$$F_D^A = - \frac{\chi \Omega_A^2}{2\gamma^2} (\mathbf{IV})^2, \quad (58)$$

которое стремится выстроить векторные спиновые волновые функции $\mathbf{d} = (1/\sqrt{2}) \mathbf{V} (\Delta' + i\Delta'', \mathbf{n})$ параллельно или антипараллельно \mathbf{l} . В (58), в отличие от (38), использовано обозначение $\chi \Omega_A^2 / 2\gamma^2 = (3/5) g_D$, удобство его станет ясно ниже. Уравнения спиновой динамики, таким образом, должны состоять из уравнений движения для векторов \mathbf{S} и \mathbf{d} .

Отметим, во избежании путаницы, что обозначение $\gamma \mathbf{S}$ используется здесь для намагниченности, возникающей под действием внешнего магнитного поля, в не имеющих спонтанного магнитного момента А- и В-фазах ^3He (мы отвлекаемся от ничтожно малого орбитального ферромагнетизма А-фазы; см. раздел д) главы 2). Суммарный спин единицы объема жидкости, в отличие от полного спина куперовской пары, для которого в гл. 3 мы также использовали обозначение \mathbf{S} , не обязан быть перпендикулярным векторной спиновой волновой функции \mathbf{d} . Компоненты суммарного спина \mathbf{S} связаны между собой и с компонентами вектора \mathbf{d} обычными в квантовой механике соотношениями коммутации:

$$[S_i, S_j] = ie_{ijk} S_k, \quad (59)$$

$$[S_i, d_j] = ie_{ijk} d_k. \quad (60)$$

Записывая гамильтониан системы во внешнем поле с учетом спин-орбитального взаимодействия

$$\hat{H} = \frac{\gamma \mathbf{S}^2}{2\chi} - \gamma \mathbf{SH} + F_D, \quad (61)$$

где в общем случае (см. (33))

$$F_D = 3g_D(T) \int \frac{d\Omega}{4\pi} |\mathbf{n} \mathbf{d}(\mathbf{n})|^2, \quad (62)$$

χ — магнитная восприимчивость, с помощью (59)–(62) получаем уравнения Легета⁷⁵:

$$\dot{\mathbf{S}} = \gamma [\mathbf{SH}] + \mathbf{R}_D, \quad (63)$$

$$\dot{\mathbf{d}}(\mathbf{n}) = \gamma \left[\mathbf{d}(\mathbf{n}) \left(\mathbf{H} - \frac{\gamma \mathbf{S}}{\chi} \right) \right];$$

здесь

$$\mathbf{R}_D = - \int \frac{d\Omega}{4\pi} \left[\mathbf{d}(\mathbf{n}) \left(\frac{\delta F_D}{\delta \mathbf{d}(\mathbf{n})} + \text{к.с.} \right) \right] \quad (64)$$

— момент дипольных сил.

Уравнения (63), разумеется, справедливы в области частот $\omega \ll \Delta/\hbar$, при которых модуль параметра порядка остается постоянным, а со временем меняется лишь зависящая от углов спиновая часть параметра порядка.

2) А-фаза. В случае А-фазы $\mathbf{d}(\mathbf{n}) = \frac{1}{\sqrt{2}} \mathbf{V} (\Delta' + i\Delta'', \mathbf{n})$, и уравнения (63) принимают вид

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{S}} &= \gamma [\mathbf{SH}] + \frac{\chi \Omega_A^2}{\gamma^2} [\mathbf{VI}] (\mathbf{VI}), \\ \dot{\mathbf{V}} &= \gamma \left[\mathbf{V} \left(\mathbf{H} - \frac{\gamma \mathbf{S}}{\chi} \right) \right]. \end{aligned} \quad (65)$$

В уравнениях (65) движение спиновых переменных рассматривается при замороженных орбитальных $I = \text{const}$ (гипотеза адиабатичности), поскольку τ — время релаксации I — очень велико (см. обзор ¹⁹) по сравнению с обратными частотами прецессии намагниченности: $\omega\tau > 10^3$.

Прецессия спина вокруг направления поля H_0 , параллельного оси z , при малых поперечных отклонениях спина от равновесного значения $S_z = S_0 = \chi H_0/\gamma$ и малых отклонениях V от равновесного направления $V = I$, параллельного оси x , описывается уравнениями

$$\begin{aligned}\dot{S}_x &= \gamma H_0 S_y, \\ \dot{S}_y &= -\gamma H_0 S_x + \frac{\chi \Omega_A^2}{\gamma^2} V_z, \\ \dot{V}_z &= -\frac{\gamma^2}{\chi} S_y,\end{aligned}\tag{66}$$

которые получаются из (65) путем линеаризации. Отсюда

$$\dot{S}_y = -[(\gamma H_0)^2 + \Omega_A^2] S_y,$$

и, следовательно, частота поперечного резонанса $\omega_\perp = \sqrt{\omega_0^2 + \Omega_A^2}$ ⁷⁵.

Подобно этому для продольных колебаний спина, т. е. колебаний z -компоненты спина около равновесного значения S_0 , имеем из (65)

$$\begin{aligned}\dot{S}_z &= -\frac{\chi \Omega_A^2}{2\gamma^2} \sin 2\Phi, \\ \dot{\Phi} &= \frac{\gamma^2}{\chi} (S_z - S_0),\end{aligned}\tag{67}$$

где Φ — угол поворота V вокруг направления $H_0 \parallel \hat{Z}$, отсчитываемый от направления $I \perp H_0$. Как видно из этих уравнений, малые колебания около положений равновесия $S_z = S_0$, $\Phi = 0$, π происходят с частотой Ω_A (T).

Колебания продольной намагниченности в A -фазе находятся в прямой аналогии с нестационарным эффектом Джозефсона ^{13, 75}. В самом деле, как мы знаем, сверхтекучую часть $^3\text{He-A}$ можно рассматривать как смесь двух сверхтекучих компонент с проекциями спина $S_z = \pm 1$ на направление магнитного поля. Разность числа частиц компонент пропорциональна равновесной намагниченности: $S_0 = \chi H_0/\gamma$. Отклонению разности числа частиц от равновесной соответствует появление разности «химических потенциалов» $\delta\mu = (\gamma^2/\chi) (S_z - S_0)$, равной скорости изменения «разности фаз» Φ волновых функций двух компонент. Колебания числа частиц каждой из компонент возникают при колебаниях разности фаз Φ . Максимальная амплитуда колебаний соответствует повороту вектора V на угол π до эквивалентного положения $-V$. Такой режим аналогичен «проскальзыванию фазы» в сверхпроводниках и ^4He . В данном случае эффект Джозефсона имеет место во всем объеме жидкости, а роль туннельного контакта играет спин-орбитальное взаимодействие.

Из вида (58) дипольной энергии в A -фазе следует, что имеется два равновесных направления $V = \pm I$. Поэтому в сосуде с $^3\text{He-A}$ возможно наличие доменов — областей с противоположными взаимными ориентациями V и I , разделенных тонкими переходными слоями — доменными стенками. Такие доменные стенки имеют толщину порядка дипольной длины $\xi_D = \sqrt{(K\Delta^2/g_D)}$ и являются топологически устойчивыми образованиями ⁷⁰ — плоскими солитонами. Экспериментально наблюдалось ⁷⁶ смещение частоты продольного и поперечного ЯМР в $^3\text{He-A}$, связанное

с локальными колебаниями векторов \mathbf{S} и \mathbf{V} вблизи доменных стенок; теоретически оно рассматривалось в ⁷⁷.

3) В-ф а з а. В В-фазе ^3He смещение поперечного резонанса отсутствует, однако, как и в А-фазе, имеется продольный резонанс. Уравнения спиновой динамики В-фазы получаются из общих уравнений Легета (63)—(64). Именно, вспоминая, что в В-фазе $d_i(\mathbf{n}) = R_{ik} n_k e^{i\Phi}$, где R_{ik} — матрица трехмерных вращений (40) вокруг направления $\hat{\omega}$ на угол θ , имеем (см. ⁷⁸):

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{S}} &= \gamma [\mathbf{S}\mathbf{H}] + \frac{4}{15} \frac{\chi \Omega_B^2}{\gamma^2} \hat{\omega} \sin \theta (1 + 4 \cos \theta), \\ \dot{\theta} &= \gamma \hat{\omega} \left(\frac{\gamma \mathbf{S}}{\chi} - \mathbf{H} \right), \\ \dot{\hat{\omega}} &= -\frac{\gamma}{2} \left[\hat{\omega} \left(\frac{\gamma \mathbf{S}}{\chi} - \mathbf{H} \right) \right] + \text{ctg} \frac{\theta}{2} \left[\hat{\omega} \left[\hat{\omega} \left(\frac{\gamma \mathbf{S}}{\chi} - \mathbf{H} \right) \right] \right],\end{aligned}\quad (68)$$

где использовано обозначение $g_D = \chi \Omega_B^2 / 3\gamma^2$. В равновесии при $H = H_0$ намагниченность $S_0 = \chi H_0 / \gamma$ и направлена в сторону, противоположную полю ($\gamma < 0$), $\hat{\omega}$ — параллельна полю (см. (50)), $\theta = \theta_0 = \arccos(-1/4)$. Для продольных малых колебаний намагниченности из (67) имеем:

$$\begin{aligned}\dot{S}_z &= -\frac{\Omega_B^2 \chi}{\gamma^2} (\theta - \theta_0), \\ \dot{\theta} &= \frac{\gamma^2}{\chi} (S_z - S_0),\end{aligned}\quad (68a)$$

откуда следует наличие продольного резонанса с частотой $\Omega_B(T)$. Из уравнений (68) также видно, что для малых поперечных колебаний спина S сдвига частоты не происходит. Действительно, в этом случае первое из уравнений (68) суть $\dot{S}_\perp = \gamma [\mathbf{S}_\perp \mathbf{H}]$.

б) Н е л и н е й н ы й Я М Р в А- и В-ф а з а х

Замечательным подтверждением правильности уравнений Легета явились эксперименты по импульсному ЯМР, в которых изучалась прецессия намагниченности \mathbf{S} при больших углах отклонения от направления постоянного поля ⁷⁹. Самым впечатляющим открытием здесь было появление сдвига частоты поперечного ЯМР в В-фазе при углах отклонения намагниченности от внешнего поля, больших 104° . Решения уравнений Легета для нелинейного ЯМР в больших полях $\gamma H \gg g_D$ ($\omega_0 \gg \Omega_{A,B}$) впервые получены в работах Бринкмана и Смита ⁸⁰. В нашем изложении мы будем следовать общей методике нахождения решений, пригодной в случае $\omega_0 \gg \Omega_{A,B}$, предложенной Фоминым ⁸¹.

1) У р а в н е н и я Я М Р в б о л ь ш и х п о л я х. В больших магнитных полях в теории имеется параметр $(\Omega_{A,B}/\omega_0)^2$, малый во всем температурном интервале для полей $H \geq 30$ Гс для А-фазы и полей $H \geq 100$ Гс для В-фазы; $\Omega_B^2/\Omega_A^2 = 5/2$. Чтобы лучше понять упрощения, возникающие в сильных полях, перейдем в уравнениях Легета (63) во вращающуюся с ларморовой частотой $\omega_0 = \gamma H_0$ систему координат

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{S}} &= \mathbf{R}_D(\mathbf{d}), \\ \dot{\mathbf{d}}(\mathbf{n}) &= \frac{\gamma^2}{\chi} [\mathbf{S} \mathbf{d}(\mathbf{n})].\end{aligned}\quad (69)$$

В этой системе, как следует из (69), векторы \mathbf{d} , сохраняя взаимную ориентацию, быстро прецессируют с угловой скоростью $\frac{\gamma^2 S}{\chi} \approx \omega_0$ вокруг направления \mathbf{S} , а модуль и направление вектора \mathbf{S} медленно изменяются за времена $\sim \Omega_{A,B}^{-1}$. Легко показать, что в этих условиях сохраняется проекция направления \mathbf{S} на любой из векторов \mathbf{d} (\mathbf{n}). Действительно, умножая скалярно второе из уравнений (69) на $\mathbf{s} = \mathbf{S}/S$ и интегрируя по времени в пределах от 0 до $t \gg 1/\omega_0$, получаем

$$\mathbf{s}(t) \mathbf{d}(t) = \mathbf{s}(0) \mathbf{d}(0) + \int_0^t \mathbf{d}(t) \dot{\mathbf{s}}(t) dt.$$

Интеграл в правой части этого выражения, очевидно, равен нулю, как интеграл от произведения быстро осциллирующей функции на медленно меняющуюся (почти постоянную) функцию. Сохранение проекции направления \mathbf{S} на направление любого из \mathbf{d} , т. е. сохранение ориентации \mathbf{S} по отношению к системе векторов $\mathbf{d}(\mathbf{n})$ позволяет сократить число переменных в исходной системе уравнений (63) с шести до четырех.

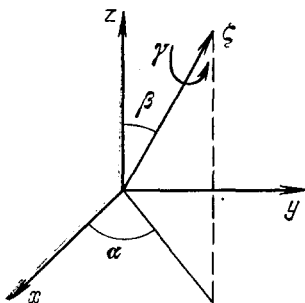


Рис. 5.

Эксперименты по импульсному ЯМР ставятся так. Сначала создается равновесная намагниченность $S_0 = \chi H_0/\gamma$ вдоль некоторого направления. Затем на время τ включается магнитное поле H_1 , перпендикулярное H_0 , и равновесная намагниченность прецессирует вокруг направления H_1 , отклоняясь от исходного направления на угол $\beta_0 = \gamma H_1 \tau$. После этого поле H_1 выключают и начинается прецессия намагниченности вокруг направления внешнего поля H_0 , а также прецессия системы векторов \mathbf{d} вокруг направления намагниченности. С целью описания этого движения введем, кроме неподвижной системы координат x, y, z ($\hat{\mathbf{z}}$ — параллельно \mathbf{H}_0), подвижную систему ξ, η, ζ , жестко связанную с векторами \mathbf{d} , и будем считать, что в начальный момент времени \mathbf{S} направлено вдоль ζ и имеет равновесное значение $\chi H_0/\gamma$. По-доказанному, направление \mathbf{S} всегда совпадает с направлением ζ , а значит, переменными, описывающими движение, будут три угла Эйлера α, β, γ , задающие ориентацию подвижной системы координат относительно неподвижной, и величина S . Напомним, что α и β — соответственно азимутальный и полярный углы подвижной оси ζ , а γ — угол поворота осей ξ и η вокруг направления ζ (рис. 5). Вместо переменной β удобно рассматривать проекцию \mathbf{S} на направление z : $S_z = S \cos \beta$. В этих переменных гамильтониан (61) может быть переписан как

$$\hat{H} = \omega_0 \left[\frac{S^2}{2} - S_z + \tilde{U}(\alpha, \beta, \gamma) \right], \quad (70)$$

где за единицу измерения S принято $S_0 = \chi H_0/\gamma$, за единицу измерения магнитного поля — H_0 , $\tilde{U} = U_D/\chi H^2$.

Переменные S_z и S естественно рассматривать в качестве независимых канонических импульсов, а углы α и γ — сопряженных им координат.

нат. Уравнения Гамильтона, следующие из (70), имеют вид:

$$\begin{aligned}\dot{S} &= -\omega_0 \frac{\partial \tilde{U}}{\partial \gamma}, & \dot{\gamma} &= \omega_0 \left(S + \frac{\partial \tilde{U}}{\partial S} \right), \\ \dot{S}_z &= -\omega_0 \frac{\partial \tilde{U}}{\partial \alpha}, & \dot{\alpha} &= \omega_0 \left(-1 + \frac{\partial \tilde{U}}{\partial S_z} \right).\end{aligned}\quad (71)$$

Как видно из уравнений, угловые скорости $\dot{\gamma}$ и $\dot{\alpha}$ могут оказаться в резонансе $\dot{\gamma} = -\dot{\alpha}$, вблизи которого от двух быстрых переменных α и γ удобно перейти к одной быстрой переменной α и одной медленной переменной $\Phi = \alpha + \gamma$. Новые импульсы, канонически сопряженные этим переменным, равны соответственно $P = S_z - S$ и $S - 1$. Производящая функция этого канонического преобразования

$$\Pi = \alpha (P + S) + \gamma S.$$

Гамильтониан (70) в новых переменных выглядит так:

$$H = \omega_0 \left[\frac{(S-1)^2}{2} - P + \tilde{U} \left(\alpha, \Phi, \frac{P}{S} \right) \right]. \quad (72)$$

Усредняя гамильтониан (70) по быстрой переменной α , получим новый гамильтониан

$$\bar{H} = \omega_0 \left[\frac{(S-1)^2}{2} - P + V \left(\Phi, \frac{P}{S} \right) \right], \quad (73)$$

где

$$V \left(\Phi, \frac{P}{S} \right) = \overline{\tilde{U} \left(\alpha, \Phi, \frac{P}{S} \right)}. \quad (74)$$

Новые уравнения Гамильтона имеют вид

$$\begin{aligned}\dot{S} &= -\omega_0 \frac{\partial V}{\partial \Phi}, & \dot{\Phi} &= \omega_0 \left(S - 1 + \frac{\partial V}{\partial S} \right), \\ \dot{P} &= 0, & \dot{\alpha} &= \omega_0 \left(-1 + \frac{\partial V}{\partial P} \right).\end{aligned}\quad (75)$$

Как видно из уравнений, величина импульса $P = S_z - S$ сохраняется. Инвариантность P , разумеется, адиабатическая, т. е. P сохраняется с точностью до членов, отброшенных при усреднении. Величина P определяется ее значением в начальный момент времени $P = \cos \beta_0 - 1$. Система (75) имеет стационарные решения $\Phi = \Phi_0$ и $S = S_0$, удовлетворяющие уравнениям

$$\begin{aligned}\frac{\partial V}{\partial \Phi} &= 0, \\ S_0 &= 1 - \frac{\partial V}{\partial S}.\end{aligned}\quad (76)$$

При выполнении условия устойчивости таких решений $\partial^2 V / \partial \Phi^2 > 0$, намагнитенность S совершает прецессию вокруг направления поля H с частотой (см. (75))

$$\omega_{\perp} = \omega_0 \left(-1 + \frac{\partial V(\Phi_0, P)}{\partial P} \right), \quad (77)$$

где, как видно, сдвиг частоты зависит от исходного угла отклонения намагнитенности β_0 . Напомним, что гиромагнитное отношение γ в ^3He отрицательно, поэтому формально $\omega_0 = \gamma H < 0$.

Малые отклонения S и Φ от стационарных значений S_0 и Φ_0 приводят к колебаниям с частотой (см. (75))

$$\omega_{\parallel}^2 = \omega_0^2 \frac{\partial^2 V(\Phi, P)}{\partial \Phi^2} \Big|_{\Phi=\Phi_0}, \quad (78)$$

переходящим при $\beta_0 = 0$ в обычные продольные колебания намагниченности.

Для того чтобы найти явные выражения для ω_{\perp} и ω_{\parallel} в А- и В-фазах ^3He , нам необходимо иметь выражение (74) для усредненной дипольной энергии в А- и В-фазах.

2) А-ф а з а. Подставляя в (62) параметр порядка А-фазы, выраженный через углы Эйлера:

$$d_i = \frac{1}{\sqrt{2}} R_{ij}(\alpha, \beta, \gamma) V_j(\Delta' + i\Delta'', n),$$

где

$$\mathbf{V} \perp \mathbf{H}_0, \quad \mathbf{V} \parallel \mathbf{l} = \Delta' \times \Delta'', \quad R_{ij}'(\alpha, \beta, \gamma)$$

— матрица трехмерных вращений, параметризованная через углы Эйлера (см. ⁸¹), получаем

$$\tilde{U}_A = -\frac{\Omega_A^2}{2\omega_0^2} \left[\left(\frac{P}{S} + 2 \right) \cos \Phi + \frac{P}{S} \cos(2\alpha - \Phi) \right]^2. \quad (79)$$

Усреднение \tilde{U}_A по быстрой переменной α дает

$$V_A = \text{const} - \frac{\Omega_A^2}{2\omega_0^2} \left[\left(1 + \frac{P}{S} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(2 + \frac{P}{S} \right)^2 \cos 2\Phi \right]. \quad (80)$$

Потенциальная энергия (80) при любых углах β отклонения намагниченности, т. е. при любых P , меняющихся в интервале от 0 до -2 , имеет качественно ту же структуру, характеризуемую двумя устойчивыми минимумами $\Phi = 0, \pi$, что и при $P = 0$ (см. (58)). С помощью (80) получаем из (77) выражение для частоты прецессии намагниченности (см. ^{80a}):

$$\omega_{\perp A} = -\omega_0 - \frac{1}{8} \frac{\Omega_A^2}{\omega_0} (4 + 3P) = -\omega_0 - \frac{1}{8} \frac{\Omega_A^2}{\omega_0} (1 + 3\cos \beta), \quad (81)$$

переходящее при $\beta \rightarrow 0$ в результат линейной теории для сдвига частоты в А-фазе (см. раздел а), 2) этой главы).

Частота малых продольных колебаний намагниченности (78) дается выражением ^{81a}

$$\omega_{\parallel A}^2 = \left(\frac{\Omega_A}{2} \right)^2 (1 + \cos \beta)^2. \quad (82)$$

3) В-ф а з а. Аналогично для В-фазы, подставляя в (62)

$$d_i = \frac{R_{ij}(\alpha, \beta, \gamma)}{4} (-\delta_{jk} + 5\hat{\omega}_j \hat{\omega}_k - \sqrt{15} e_{jkm} \hat{\omega}_m) n_k,$$

где $\hat{\omega} \parallel H_0$, и выполняя интегрирование по телесному углу, имеем:

$$\tilde{U}_B = \frac{2}{15} \frac{\Omega_B^2}{\omega_0^2} \left[\frac{1}{2} + \frac{P}{S} + \left(2 + \frac{P}{S} \right) \cos \Phi \right]^2, \quad (83)$$

и, значит, $\tilde{U}_B = V$. Угол Φ в (83) отсчитан от $\theta_0 = \arccos(-1/4)$, т. е. $\Phi = \alpha + \gamma + \theta_0$. Выражение (83) при $P = 0$ естественным образом переходит в выражение (41) для дипольной энергии в В-фазе. Два мини-

муна этого потенциала, определяемые уравнением

$$\cos \Phi_0 = -\frac{P+1/2}{P+2},$$

начинают сближаться при уменьшении P от нуля до $P = -5/4$. На этом интервале ($0 < \beta < 104^\circ$) $V(P, \Phi_0) = 0$, и следовательно, сдвига частоты прецессии нет. В точке $P = -5/4$ ($\beta = 104^\circ$) происходит бифуркация — минимумы сливаются, так что на интервале от $P = -5/4$ до $P = -2$ ($104^\circ < \beta < 180^\circ$) имеется один минимум $\Phi_0 = 0$:

$$V(P, 0) = \frac{8\Omega_B^2}{15} \left(P + \frac{5}{4}\right)^2,$$

и появляется сдвиг ^{80b} частоты прецессии

$$\omega_{\perp B} = -\omega_0 + \frac{16}{15} \frac{\Omega_B^2}{\omega_0} \left(P + \frac{5}{4}\right) = -\omega_0 + \frac{16}{15} \frac{\Omega_B^2}{\omega_0} \left(\frac{1}{4} + \cos \beta\right). \quad (84)$$

Частота малых продольных колебаний на интервале изменения P от 0 до $-5/4$ равна

$$\omega_{\parallel B}^2 = \Omega_B^2 \left(1 + \frac{4}{5}P\right), \quad (85)$$

а на интервале $(-5/4, 2)$:

$$\omega_{\parallel B}^2 = -\frac{8}{15} \Omega_B^2 (P+2) \left(P + \frac{5}{4}\right). \quad (86)$$

Согласие выражений (81), (84) с экспериментальными результатами ^{79, 82}, среди которых хочется выделить появление сдвига частоты поперечного резонанса в В-фазе при углах отклонения намагниченности свыше 104° от направления магнитного поля, явилось, может быть, самым убедительным подтверждением теоретических представлений о структуре А- и В-фаз сверхтекучего ^3He .

Выражения для частот ЯМР в А- и В-фазах (81) и (84) получены на основе единого подхода, справедливого в сильных магнитных полях, развитого в работах И. А. Фомина⁸¹. Замечательным обстоятельством, указанным С. П. Новиковым⁸³, является то, что в случае В-фазы уравнения Легета допускают периодическое решение в магнитных полях произвольной величины. Действительно, выражение (83) для дипольной энергии В-фазы зависит только от угла β и комбинации $\alpha + \gamma$. Таким образом, переменная α в точных уравнениях, содержащих уже не 4, а 6 переменных, будет циклической. Это означает, что можно искать решения, стационарные по отношению ко всем переменным, кроме α . Соответствующие вычисления проделаны в работе И. А. Фомина и др.⁸⁴. Показано, что и в магнитном поле произвольной величины отсутствует сдвиг частоты поперечного резонанса в В-фазе до углов отклонения намагниченности от направления магнитного поля, меньших 104° . Для углов, больших 104° , сдвиг частоты определяется уравнением

$$\omega_{\perp} (\omega_{\perp} + \omega_0) = -\frac{16}{15} \Omega_B^2 \left(\cos \beta + \frac{1}{4}\right), \quad (87)$$

решение которого переходит в (84) для больших полей $\omega_0 \gg \Omega_B$ и в частоту периодического решения в нулевом поле ($\omega_0 = 0$), найденную в работе⁸⁵.

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. а) Питаевский Л. П.— ЖЭТФ, 1959, т. 37, с. 1794. б) Горьков Л. П., Питаевский Л. П.— ЖЭТФ, 1962, т. 42, с. 600.
2. Anderson P. W., Morel P.— Phys. Rev., 1961, v. 123, p. 1911.
3. Balian R., Werthammer N. R.— Ibid., 1963, v. 131, p. 1553.
4. Ануфриев Ю. Д.— Письма ЖЭТФ, 1965, т. 1, с. 1.
5. Osheroff D. D., Richardson R. C., Lee D. M.— Phys. Rev. Lett., 1972, v. 28, p. 885.
6. Lee D. M.— In: Liquid and Solid Helium/Ed. C. G. Kuper, S. G. Lipson, M. M. Revzen.— N.Y.: Wiley, 1974.
7. Wheatley J. C.— Rev. Mod. Phys., 1975, v. 47, p. 415.
8. Lee D. M., Richardson R. C.— In: The Physics of Liquid and Solid Helium/Ed. K. H. Benneman, J. B. Ketterson.— 1977.— Pt. II, p. 287.
9. Lee D. M.— In: Physics of Ultralow Temperature/Ed. T. Sugawara et al.— Tokyo:— Physical Society of Japan, 1978.
10. Richardson R. C.— In: Lecture Notes of the International Summer School on Quantum Fluids «Ettore Majorana».— Erice, Sicily, 1977.— 1978.
11. Wheatley J. C.— In: Progress in Low Temperature Physics/Ed. D. F. Brewer.— Amsterdam: North-Holland, 1978.— VIIa, p. 1.
12. Anderson P. W., Brinkman W. F.— а) In: The Helium Liquids/Ed. J. G. M. Armitage, I. E. Faragher.— Lnd.: Academic Press, 1975. б) Цит. в ⁸.— P. 177.
13. Leggett A. J.— Rev. Mod. Phys., 1975, v. 47, p. 331.
14. Brinkman W. F., Cross M. C.— Цит. в ¹¹ сб.— P. 105.
15. Wölflé P.— Ibid.— P. 191.
16. Wölflé P.— Rept. Progr. Phys., 1979, v. 42, p. 269.
17. Сверхтекучесть гелия-3: Сб. статей/Под ред. И. М. Халатникова. М.: Мир, 1977.
18. Квантовые жидкости и кристаллы. Сб. статей/Под ред. А. С. Боровика-Романова.— М.: Мир, 1979.
19. Воловик Г. Е., Минеев В. П.— Физика и топология.— М.: Знание, 1981.
20. Ambegaokar V., Mermin N. D.— Phys. Rev. Lett., 1973, v. 30, p. 81.
21. а) Brinkman W. F., Anderson P. W.— Phys. Rev. Ser. A, 1973, v. 8, p. 2732.
б) Brinkman W. F., Serene J., Anderson P. W.— Ibid., 1974, v. 10, p. 2383.
22. Leggett A. J.— Ibid., 1965, v. 140, p. 1869.
23. Czervonko J.— Acta Phys. Pol., 1967, v. 32, p. 335.
24. Osheroff D. D., Gully W. J., Richardson R. C., Lee D. M.— Phys. Rev. Lett., 1972, v. 29, p. 920. Перевод — статья 1 в сб. ¹⁷.
25. Lawson D. T., Gully W. J., Goldstein S., Richardson R. C., Lee D. M.— Ibid., 1973, v. 30, p. 541.
26. Paulson D. N., Johnson R. T., Wheatley J. C.— Ibid., p. 829.
27. Lawson D. T., Bozler H. M., Lee D. M.— Ibid., 1975, v. 34, p. 121.
28. Roach P. R., Abraham B. M., Roach P. D., Ketterson J. B.— Ibid., p. 715.
29. Polturak E., de Vegvar P. G. N., Zeise E. K., Lee D. M.— Ibid., 1981, v. 46, p. 1588.
30. Sauls J. A.— Ibid., 1981, v. 47, p. 530.
31. а) Alvesalo T. A., Anufriev Yu. D., Collan H. K., Lounasmaa O. V., Wennerström P.— In: Proc. of 24th Nobel Symposium, 1973.— N.Y.; Lnd.: Academic Press, 1974.— P. 21. Перевод — статья 3 в сб. ¹⁷.
б) Alvesalo T. A., Collan H. K., Loppinen M. T., Veuro M. C.— Phys. Rev. Lett., 1974, v. 32, p. 981.
в) Alvesalo T. A., Collan H. K., Loppinen M. T., Lounasmaa O. V., Veuro M. C.— J. Low Temp. Phys., 1975, v. 19, p. 1.
32. Шумейко В. С.— ЖЭТФ, 1972, т. 63, с. 621.
33. Johnson R. T., Kleinberg R. R., Webb R. A., Wheatley J. C.— J. Low Temp. Phys., 1974, v. 18, p. 501.
34. Kojima H. D., Paulson D. N., Wheatley J. C.— Phys. Rev. Lett., 1975, v. 32, p. 141.
35. Yanof A. W., Reppy J. D.— Ibid., 1974, v. 33, p. 631.
36. Parpia J. M., Reppy J. D.— Ibid., 1979, v. 43, p. 1332.
37. Flint E. B., Mueller R. M., Adams E. D.— J. Low Temp. Phys., 1978, v. 33, p. 43.
38. Ahonen A. I., Kokko J., Lounasmaa O. V., Paalanen M. A., Richardson R. C., Schöpe W., Takano G.— In: Quantum Fluids and Solids/Ed. by S. B. Trickey, E. D. Adams, J. W. Dufty.— N.Y., Lnd.: Plenum Press, 1977.— P. 245.— Перевод — статья 17 в сб. ¹⁸.

39. Roach P. D., Kettersen J. B., Roach P. R.— Phys. Rev. Lett., 1977, v. 39, p. 626.
40. Eisenstein J. B., Swift G. W., Packard R. E.— Ibid., 1979, v. 43, p. 1696.
41. Guernsey R. W., Jr., McCoy R. C., Steinback M., Lyden J. K.— Phys. Lett., Ser. A, 1976, v. 58, p. 26.
42. Main P. C., Kiewiet C. W., Band W. T., Hook J. R., Sandiford D. J., Hall H. E.— J. of Phys., 1976, C-9, p. L-397.
43. Berthold J. E., Gianetta R. W., Smith E. N., Reppy J. D.— Phys. Rev. Lett., 1976, v. 37, p. 1138.
44. Parpia J. M., Sandiford D. J., Berthold J. E., Reppy J. D.— Ibid., 1978, v. 40, p. 565.
45. Archie C. N., Alvesalo T. A., Reppy J. D., Richardson R. C.— Ibid., 1979, v. 43, p. 138.
46. Liu M.— Ibid., p. 1740.
47. Гургенишвили Г. Е., Харадзе Г. А. Письма ЖЭТФ, 1980, т. 31, с. 593.
48. Corruccini L. P., Osheroff D. D.— Phys. Rev. Lett., 1980, v. 45, p. 2029.
49. XV Conference Internationale sur la Physique a basse temperature. Grenoble, France, 1978.— J. de Phys., 1978, C-6, v. I—III.
50. Proceedings of the 16th International Conference on Low Temperature Physics: LT-16. 1981.— Physica, 1981, v. 107—108.
51. Mermin N. D., Stare G.— а) Phys. Rev. Lett., 1973, v. 30, p. 1135; перевод — статья 7 в сб. ¹⁷; б) Report No. 2186.— Material Science Center, Cornell University, 1974; перевод — статья 9 в сб. ¹⁷.
52. Mermin N. D.— Phys. Rev. Lett., 1975, v. 34, p. 1651.
53. Barton G., Moore M. A.— а) J. of Phys., 1974, C-7, p. 4220.— Перевод — статья 13 в сб. ¹⁷; б) J. of Phys., 1975, C-8, p. 970; в) J. Low Temp. Phys., 1975, v. 21, p. 489.
54. Baillin D., Love A., Moore M. A.— J. of Phys., 1977, C-10, p. 1159.
55. Jones R. B.— Ibid., p. 657.
56. Anderson P. W., Brinkman W. F.— Phys. Rev. Lett., 1973, v. 30, p. 1108.
57. Kuroda G.— Progr. Theor. Phys., 1974, v. 51, p. 1269.
58. Tewordt L.— а) J. Low Temp. Phys., 1974, v. 15, p. 349; б) Zs. Phys., 1974, Bd. 268, S. 207.
59. Tewordt L., Fay D., Dörre P., Einzel D.— Phys. Rev. Ser. B, 1975, v. 11, p. 1914.
60. Rainer D., Serene J. W.— Ibid., 1976, v. 13, p. 4745.
61. Toulouse G., Kleman M.— J. de Phys. Lett., 1976, t. 37, p. L-149.
62. Воловик Г. Е., Минеев В. П.— Письма ЖЭТФ, 1976, т. 24, с. 605.
63. Воловик Г. Е., Минеев В. П.— ЖЭТФ, 1977, т. 72, с. 2256.
64. Mineev V. P.— In: Soviet Sci. Rev. Sect. A/Ed. I. M. Khalatnikov.— Harwood Academic Publishers, 1980. V. 2, p. 173.— Перевод: Минеев В. П. Топологически устойчивые неоднородные состояния в упорядоченных средах: Препринт ИТФ им. Л. Д. Ландау.— Черногловка, 1980.
65. Сонин Э. Б.— Письма ЖЭТФ, 1978, т. 27, с. 703.
66. Leggett A. J.— Nature, 1977, v. 270, p. 585.
67. Paulson D. N., Wheatley J. C.— Phys. Rev. Lett., 1978, v. 40, p. 557.
68. Leggett A. J.— Ibid., 1977, v. 39, p. 587.
69. Engelsberg S., Brinkman W. F., Anderson P. W.— Phys. Rev. Ser. A, 1974, v. 9, p. 2592.
70. Mineyev V. P., Volovik G. E.— Ibid., Ser. B, 1978, v. 18, p. 3197.
71. Mermin N. D.— Цит. в ¹⁰ сб.
72. Fomin I., Vuorio M.— J. Low Temp. Phys., 1975, v. 21, p. 271.
73. Ambegaokar V., de Gennes P. G., Rainer D.— Phys. Rev. Ser. A, 1974, v. 9, p. 2676. Перевод — статья 12 в сб. ¹⁷.
74. Brinkman W. F., Smith H., Osheroff D. D., Blount E. I.— Phys. Rev. Lett., 1974, v. 33, p. 624.
75. Leggett A. J.— Ann. Phys. (N.Y.), 1974, v. 85, p. 11 — Перевод — статья 17 в сб. ¹⁷.
76. Gould C. M., Lee D. M.— Phys. Rev. Lett., 1976, v. 37, p. 1223.
77. Maki K., Kumar P.— Ibid., 1977, v. 38, p. 557.
78. Brinkman W. F.— Phys. Lett. Ser. A, 1974, v. 49, p. 411.
79. Osheroff D. D., Corruccini L. R.— а) Phys. Lett. Ser. A, 1975, v. 51, p. 447; б) In: Proc. of LT-14.— Amsterdam: North-Holland, 1975 — v. 1, p. 100.

80. Brinkman W. F., Smith H.— Phys. Lett. Ser. A, 1975, a) v. 51, p. 449; б) v. 53, p. 43.
81. Фомин И. А.— а) ЖЭТФ, 1976, т. 71, с. 791; б) J. Low Temp. Phys., 1978, v. 31, p. 509; в) in: Soviet Sci. Rev. Sect. A/Ed. I. M. Khalatnikov.— Harwood Academic Publishers.— 1981.— v. 3, p. 275.
82. Corruccini L. P., Osheroff D. D.— Phys. Rev. Ser. B, 1978, v. 17, p. 126.
83. Новиков С. П.— Функциональный анализ и его приложения, 1981, т. 15, с. 37.
84. Fomin I. A., Schertler R., Schoepe W. The Periodic Motions of the Magnetization in Superfluid ^3He — В.— Preprint, 1982.
85. Maki K., Hu C. R.— J. Low Temp. Phys., 1975, v. 18, p. 377.