

УСПЕХИ ФИЗИЧЕСКИХ НАУК

333

ЭХОВЫЕ ЯВЛЕНИЯ В ПЛАЗМЕ

В. Н. Павленко

СОДЕРЖАНИЕ

Введение	393
1. Эховые явления в неограниченной плазме	395
а) Механизм возникновения эха (395). б) Коллективные эховые явления второго и третьего порядков в изотропной равновесной плазме (399). в) Эховые колебания, дисперсия которых определяется характером возмущений функции распределения (405). г) Эховые колебания в неравновесной плазме (406). д) Нелинейные эховые колебания при учете релятивистских эффектов. Плазменное эхо в полупроводниках (407). е) Эхо в магнитоактивной плазме (408). ж) Баллистическая теория эха (410). з) Сопоставление результатов по исследованию коллективного и баллистического эха (411). и) Эхо в неоднородной плазме (413).	
2. Эховые явления в ограниченной плазме	414
а) Эховые явления в полуограниченной плазме с резкой границей для модели зеркального отражения (414). б) Эхо в полуограниченной плазме с резкой границей для зеркально-диффузного отражения (416). в) Пространственное эхо в плазме с нерезкой границей в приближении заданного поля (417). г) Эхо в плазменном слое и металлических пленках (418).	
3. Результаты экспериментов по плазменному эху. Использование эха для диагностики плазмы	420
а) Экспериментальное изучение эха на плазменных, ионно-звуковых и циклотронных волнах (420). б) О возможностях использования эффекта эха для диагностики плазмы (424).	
Заключение	427
Цитированная литература	427

ВВЕДЕНИЕ

В плазме, даже в отсутствие столкновений, колебания макроскопических величин затухают со временем (или в пространстве) — это затухание Ландау¹ (существование затухания Ландау подтверждено экспериментально в^{2, 3}). Затухание Ландау относится к числу важнейших явлений в физике плазмы и играет фундаментальную роль в коллективных процессах в бесстолкновительной плазме. Обратимая природа затухания Ландау весьма ярко проявляется в эффекте эха, теоретически предсказанного Гоулдом, О'Нейлом и Малмбергом в 1967 г.⁴, а затем обнаруженного экспериментально в работах⁵⁻⁹.

Как было известно ранее¹, наряду с затухающими колебаниями макроскопического поля в бесстолкновительной плазме существуют незатухающие колебания (микроосцилляции) функции распределения с частотой $\omega = kv$, которые, следовательно, сохраняют «память» о внешнем возмущении после исчезновения макроскопического поля (микроосцилляции функции распределения можно рассматривать как набор модулированных пучков частиц — волн Ван-Кампена¹⁰). Авторы работы⁴ впервые обратили внимание на то, что при интерференции микроосцилляций

функции распределения, промодулированных полями двух или нескольких источников, разделенных определенным интервалом времени (пространства), может произойти фазовая фокусировка частиц во времени (в пространстве), что сопровождается появлением макроскопического сигнала — временного (пространственного) эха. Непосредственной причиной фазовой фокусировки частиц в однородной плазме является нелинейность — поэтому здесь эхо является существенно нелинейным кинетическим эффектом (при учете неоднородности плазмы эффект эха может быть линейным по полю внешних возмущений).

Так как плазменное эхо является когерентным явлением, связанным с фазовой фокусировкой частиц, то оно по своей природе аналогично явлениям спинового¹¹, циклотронного^{12, 13} и фотонного эха¹⁴. Глубокий физический анализ механизма плазменного эха (а также спинового и циклотронного) сделан в обзоре Б. Б. Кадомцева¹⁵ в 1968 г., когда плазменное эхо было только предсказано и обнаружено.

В последующие годы проводились интенсивные исследования эховых явлений не только в газовой плазме, но и в твердотельной плазме полупроводников и металлов^{28-30, 50}. В твердотельной плазме эффекты эха могут быть полезны для изучения зонной структуры полупроводников, характера отражения плазменных частиц от границы. Эффекты эха могут иметь место и в космической плазме — в плазме ионосферы обнаружено циклотронное эхо¹⁶ и численные оценки указывают на возможность существования плазменного эха в ионосферной плазме⁵⁸.

В ограниченной плазме возможны добавочные эховые явления, связанные с отражением частиц от границ плазмы и с существованием в такой плазме поверхностных волн^{71-74, 76-79}.

Пространственное эхо носит нелокальный характер, т. е. сигнал эха может появиться в областях плазмы, куда исходные макроскопические волны не проникают. Информацию о внешних возмущениях в области непрозрачности переносят модулированные пучки частиц, где при определенных условиях они регенерируют макроскопический сигнал. Такая возможность просветления плазмы с помощью эффекта эха показана в^{18, 19}. Эта идея стимулировала ряд теоретических и экспериментальных работ по изучению эффектов «просветления» неоднородной плазмы²⁰⁻²³, а также исследованию нелинейного прохождения электромагнитных волн сквозь закритические плазменные слои²⁴⁻²⁷, металлические пленки²⁸⁻³⁰. Совокупность этих данных дает право считать плазменное эхо не только «красивым» нелинейным явлением, но и, безусловно, весьма полезным для целей диагностики плазмы и ряда практических приложений в радиофизике, что и послужило причиной написания данного обзора.

В данной статье на простейших примерах разобраны различные виды эховых колебаний как в неограниченной плазме (газокинетической, плазме во внешних полях), так и в ограниченных плазменных системах (полугораниченная плазма, плазменный слой, металлическая пленка). Для количественного описания эха применяются два подхода: один основан на использовании кинетического уравнения с самосогласованным полем (самосогласованный подход), другой — на использовании свободно-потокowego приближения (баллистический подход). Проанализированы условия применимости самосогласованного и баллистического подходов на основе данных теории и эксперимента. Приводятся экспериментальные данные по обнаружению эха и сравниваются с результатами теории. Обсуждается возможность применения эха для исследования процессов столкновений и микротурбулентностей в плазме. Изложение некоторых вопросов, относящихся к явлению плазменного эха, можно найти также в обзоре³¹⁻³³.

В обзоре Бахмана, Зауера, Валлиса³¹ основное внимание уделено работам по изучению спинового, циклотронного и фотонного эха. Изложена также баллистическая теория временного плазменного эха и приводятся результаты экспериментальной работы⁹ по обнаружению временного эха в плазме.

Обзор³² посвящен рассмотрению различных видов трансформации волн в неоднородной плазме. В одном из разделов изложены также результаты работ по изучению эффектов эха (или типа эха) в неоднородной плазме.

Порколабом и Чэнгом³³ сделан обзор результатов по изучению различных нелинейных эффектов в плазме (нелинейное затухание Ландау, распадные неустойчивости, солитоны, волны большой амплитуды в плазме и др.). Обзор написан в духе сравнения данных теории и эксперимента. Здесь, в частности, содержится также и краткий обзор результатов по явлению эха в плазме. Излагаются в основном экспериментальные данные по обнаружению эха на плазменных⁵, ионно-звуковых^{6,7} и циклотронных колебаниях^{54, 55} в однородной плазме и по изучению процессов столкновений с помощью эха⁸⁷.

1. ЭХОВЫЕ ЯВЛЕНИЯ В НЕОГРАНИЧЕННОЙ ПЛАЗМЕ

а) Механизм возникновения эха

Подробно проанализировал механизм плазменного эха и его связь с затуханием Ландау Б. Б. Кадомцев¹⁵. Он же впервые предложил использовать понятие волн Ван-Кампена для объяснения эффекта эха. Напомним основные положения этого анализа. Пренебрегая столкновениями между частицами и ограничиваясь рассмотрением только продольных колебаний, будем исходить из нелинейного кинетического уравнения для функции распределения и уравнения для самосогласованного электрического поля:

$$\frac{\partial f_{\alpha}}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \frac{\partial f_{\alpha}}{\partial \mathbf{r}} + \frac{e}{m} \mathbf{E} \cdot \frac{\partial}{\partial \mathbf{v}} (f_{0\alpha} + f_{\alpha}) = 0, \quad (1.1)$$

$$\operatorname{div} \mathbf{E} = 4\pi e \int f_{\alpha} d\mathbf{v}, \quad (1.2)$$

где f_{α} — отклонение функции распределения от невозмущенного распределения $f_{0\alpha}$, индекс α означает сорт частиц e или i . Считая внешние возмущения малыми, будем решать систему (1.1), (1.2) методом последовательных приближений, т. е. будем искать отклонение функции распределения f и поле \mathbf{E} в виде рядов

$$\begin{aligned} f &= f^{(1)} + f^{(2)} + \dots, \\ \mathbf{E} &= \mathbf{E}^{(1)} + \mathbf{E}^{(2)} + \dots, \end{aligned} \quad (1.3)$$

где $f^{(1)}$ и $f^{(2)}$ (соответственно $\mathbf{E}^{(1)}$ и $\mathbf{E}^{(2)}$) — слагаемые, линейные и квадратичные по внешним возмущениям. Остановимся более подробно на линейном решении в электронной плазме, пренебрегая движением ионов и полагая $\alpha = e$ (в дальнейшем индекс e будем опускать). Л. Д. Ландау показал¹, что для правильного решения задачи о малых колебаниях линеаризованное уравнение (1.1) должно быть дополнено заданием начального (или граничного) возмущения функции распределения $f^{(1)}$ в момент времени $t = 0$. Выберем это возмущение в виде плоской волны $f^{(1)}(\mathbf{v}, \mathbf{r}, t = 0) = g(\mathbf{v}) e^{i \mathbf{k} \cdot \mathbf{r}}$, где $g(\mathbf{v})$ — амплитуда начального возмущения, зависящая от скорости. Решение системы (1.1), (1.2) в линейном

приближении будет следующим:

$$f_{\mathbf{k}\omega}^{(1)} = -i \frac{e}{m} \frac{1}{\omega - \mathbf{k}\mathbf{v}} \frac{\mathbf{k}}{k} \frac{\partial f_0}{\partial \mathbf{v}} E_{\mathbf{k}\omega}^{(1)} - i \frac{1}{\omega - \mathbf{k}\mathbf{v}} g_{\mathbf{k}}(\mathbf{v}), \quad (1.4)$$

$$E_{\mathbf{k}\omega}^{(1)} = -\frac{4\pi i}{k} \frac{\rho_{\mathbf{k}\omega}^0}{\varepsilon(\omega, \mathbf{k})}, \quad (1.5)$$

где

$$\rho_{\mathbf{k}\omega}^0 = e \int \frac{q_{\mathbf{k}}(\mathbf{v}) d\mathbf{v}}{\omega - \mathbf{k}\mathbf{v}},$$

а $\varepsilon(\omega, \mathbf{k})$ — продольная диэлектрическая проницаемость плазмы:

$$\varepsilon(\omega, \mathbf{k}) = 1 + \frac{4\pi e^2}{mk^2} \int \frac{\mathbf{k} (\partial f_0 / \partial \mathbf{v}) d\mathbf{v}}{\omega - \mathbf{k}\mathbf{v}}. \quad (1.6)$$

В дальнейшем для простоты ограничимся одномерным случаем, когда волны распространяются вдоль оси Oz , и обозначим $v_z = v$, $k_z = k$.

Используя обратное преобразование Фурье, нетрудно найти временную асимптотику величин $E^{(1)}$ и $f^{(1)}$. Как следует из (1.5), асимптотика поля может содержать кроме собственных колебаний, комплексные частоты которых находятся из уравнения $\varepsilon(\omega, \mathbf{k}) = 0$, также колебания, которые определяются характером внешних возмущений, т. е. особенностями функции $\rho_{\mathbf{k}\omega}^0$. При вычислении ε в (1.6) воспользуемся правилом обхода полюса Ландау, полагая

$$\frac{1}{\omega - kv} \rightarrow \frac{1}{\omega - kv + i0} \rightarrow \frac{P}{\omega - kv} - i\pi\delta(\omega - kv),$$

где P означает главное значение. С учетом этого уравнение $\varepsilon(\mathbf{k}, 0) = 0$ представим в виде

$$\varepsilon(\omega, \mathbf{k}) \equiv \varepsilon_0(\omega, k) - \frac{4\pi e^2}{mk} \frac{\pi i}{|\mathbf{k}|} \left. \frac{\partial f_0}{\partial v} \right|_{v=\omega/k} = 0, \quad (1.7)$$

где

$$\varepsilon_0(\omega, \mathbf{k}) = 1 + \frac{4\pi e^2}{mk^2} \int \frac{P(\partial f_0 / \partial v)}{\omega - kv} dv = 0 \quad (1.8)$$

— дисперсионное уравнение Власова¹⁵, $f_0(v) = (m/2\pi T) \exp(-mv^2/2T)$ — максвелловская функция распределения.

Решение (1.7) определяет частоту и затухание собственных колебаний электронной плазмы, которые для малых $k \ll a^{-1}$ ($a = \sqrt{T_e/4\pi e^2 n_0}$ — дебаевский радиус) равны

$$\omega_k = \Omega \left(1 + \frac{3}{2} a^2 k^2 \right), \quad (1.9)$$

$$\gamma_k = \sqrt{\frac{\pi}{8}} \frac{\Omega}{(ak)^3} \exp\left(-\frac{1}{2a^2 k^2}\right), \quad (1.10)$$

где $\Omega = \sqrt{4\pi e^2 n_0/m}$ — ленгмюровская частота, γ_k — декремент Ландау.

Если $g(v)$ является плавной функцией, т. е. не имеет особенностей, то асимптотика поля при больших t имеет вид

$$E_k(t) \sim \exp(-i\omega_k t - \gamma_k t), \quad (1.11)$$

а функция распределения

$$f_k^{(1)}(t) = f_k(v) \exp(-ikvt) + f_k \exp(-i\omega_k t - \gamma_k t), \quad (1.12)$$

поскольку функция $f_{k\omega}^{(1)}$ имеет те же особенности, что и функция $E_{k\omega}^{(1)}$, определяемые условием $\varepsilon(\omega, \mathbf{k}) = 0$, и, кроме того, добавочный полюс в точке $\omega = kv + i0$. Таким образом, ленгмюровские колебания, возбуждаемые некоторым плавным начальным возмущением $g(v)$, должны затухать со

временем, тогда как функция $f_k^{(1)}(t)$ испытывает незатухающие колебания: первое слагаемое в (1.12) является незатухающим и называется «баллистическим» или пролетным.

Однако Ван-Кампен¹⁰ показал, что в плазме возможны и собственные незатухающие колебания. К дисперсионному уравнению Ландау (1.7) мы придем, если представим функцию распределения $f_{k\omega}^{(1)}$ в виде

$$f_{k\omega}^{(1)} = \frac{P}{\omega - kv} \frac{e}{mk} \frac{\partial f_0}{\partial v} E_{k\omega}^{(1)} - i\pi\delta(\omega - kv) \frac{e}{mk} \frac{\partial f_0}{\partial v} E_{k\omega}^{(1)}. \quad (1.13)$$

Если в плазму наряду с начальным возмущением $g(v)$ вводить модулированный пучок частиц со скоростью, равной фазовой скорости волны, то можно скомпенсировать второе слагаемое в (1.13) (если подобрать определенным образом плотность и фазу этого пучка). Тогда, подставляя $f_{k\omega}^{(1)}$ в уравнение поля (1.2), мы получим как раз дисперсионное уравнение Власова (1.8), описывающее лэнгмюровские волны без затухания. Таким образом, решение Власова описывает волну с добавкой группы резонансных частиц.

Ван-Кампен показал¹⁰, что уравнения (1.1) и (1.2) описывают более широкий класс собственных колебаний. Для этого к (1.13) нужно добавить решение однородного уравнения $(\omega - kv) f_{k\omega}^{(1)} = 0$ вида $\lambda\delta(\omega - kv) \times \times E_{k\omega}^{(1)}$, где λ — некоторая функция ω и k ; она пропорциональна, очевидно, плотности резонансных частиц. Тогда для $f_{k\omega}^{(1)}$ запишем

$$f_{k\omega}^{(1)} = \frac{P}{\omega - kv} \frac{e}{m} \frac{1}{k} \frac{\partial f_0}{\partial v} E_{k\omega}^{(1)} + \lambda\delta(\omega - kv) E_{k\omega}^{(1)} \quad (1.14)$$

и, подставляя затем это выражение в уравнение для поля (1.2), получим дисперсионное уравнение

$$\varepsilon_0(\omega, k) + \frac{4\pi e}{k^2 |k|} \lambda = 0. \quad (1.15)$$

Второе слагаемое в (1.14) описывает модулированный поток частиц, движущийся с фазовой скоростью волны — это и есть волна Ван-Кампена. Вклад волн Ван-Кампена в дисперсию описывается вторым слагаемым в (1.15). Из уравнения (1.15) следует, что, в отличие от (1.7), заданному k может соответствовать любая частота ω , т. е. спектр собственных значений ω непрерывен. Из (1.15) следует, что для любой частоты ω можно подобрать такую величину λ (т. е. плотность резонансных частиц), что решение (1.15) будет иметь вид незатухающей волны — волны Ван-Кампена с данной частотой ω . Второе слагаемое в (1.15) несущественно, если частота возмущения $\omega \sim \Omega$, и значит $\varepsilon_0(\omega, k) \sim 0$, и играет заметную роль, если частота ω отличается от лэнгмюровской (например, при $\omega \gg \Omega$) и $\varepsilon_0(\omega, k) \neq 0$. Решения (1.15) именно тогда отличаются заметно от лэнгмюровских волн, когда второе слагаемое в (1.14) сравнимо с первым или больше его. Тогда имеет смысл говорить о волнах Ван-Кампена. То же справедливо, если мы рассмотрим возмущения с $k \gg a^{-1}$, которые, как показано в¹, являются сильнозатухающими. Такое возмущение также можно считать суперпозицией волн Ван-Кампена. Противоречия с решением Ландау нет, так как Ван-Кампен показал, что любое начальное возмущение $g(v)$ может быть разложено по функциям (1.14) и, таким образом, собственные колебания электронной плазмы представляют собой суперпозицию волн Ван-Кампена и лэнгмюровских волн. Баллистический член в выражении (1.12) можно представить себе как набор волн Ван-Кампена. Такой же результат получим для $f_k^{(1)}(t)$ из (1.14), где вклад в незатухающие колебания дает второе слагаемое.

Объясним теперь механизм временного эха, используя понятие волн Ван-Кампена. Если в плазме в момент времени $t = 0$ задаются возмуще-

ния электрического поля вида $\exp(ik_1 z)$, то эти колебания будут затухать во времени с постоянной $\gamma_{k_1}^{-1}$, определяемой (1.10). Однако «след» от колебаний поля остается в плазме в виде микроосцилляций функции распределения, т. е. волн Ван-Кампена, причем их фазовая эволюция описывается выражением $f_1^{(1)} \sim f_1(v) \exp(i(k_1 z - k_1 v t))$ (очевидно, длительность такой фазовой памяти определяется процессами ее разрушения, например столкновениями). Макроскопические проявления этих колебаний при $t \gg \gamma_{k_1}^{-1}$ отсутствуют, т. е. $\int \exp(-ik_1 v t) dv = 0$, поскольку подынтегральное выражение осциллирует со все большей частотой. Это явление называется перемешиванием (или хаотизацией) фаз. Для того чтобы частицы отдали энергию волне обратно (возбудили макроскопический сигнал), нужно обратить направление эволюции фаз микроосцилляций функции распределения, т. е. сфокусировать модулированные пучки частиц по фазам. Такое обращение эволюции фаз можно осуществить, приложив второе возмущение. Действительно, если в момент времени τ (причем $\tau \gg \gamma_{k_1}^{-1}$) в плазме вторично возбудить колебания электрического поля вида $\exp(-ik_2 z)$, то они приведут к возникновению незатухающих колебаний функции распределения вида $f_2^{(1)} \sim f_2(v) \exp\{i[-k_2 z + k_2 v(t - \tau)]\}$. Если пренебречь нелинейными эффектами, то эти колебания должны были бы существовать независимо от возбужденных ранее колебаний и при $t - \tau \gg \gamma_{k_2}^{-1}$ их макроскопические проявления отсутствовали бы. Однако, вследствие нелинейного взаимодействия пучков, повторное возмущение приведет и к появлению вторичных волн Ван-Кампена вида $f^{(2)}(z, v, t) \sim f_1(v) f_2(v) \exp[-i(k_2 - k_1)z - i(-k_1 + k_2)vt + ik_2 v \tau]$. Очевидно, что в момент времени $t = \tau' = k_2 \tau / (k_2 - k_1)$ ($k_1 < k_2$) фаза в $f^{(2)}$ не будет зависеть от скорости, а это означает, что в момент времени $t = \tau'$ в плазме вновь возникнут макроскопические колебания поля — временное эхо, которое, таким образом, является существенно нелинейным эффектом.

Если волновые числа внешних возмущений k_1 и k_2 удовлетворяют условию сильного затухания, т. е. $ak_{1,2} \gg 1$, то можно говорить об этих возмущениях как собственно о волнах Ван-Кампена, в любой момент времени, и в этом случае не обязательно выполнение условий $t \gg \gamma_{k_1}^{-1}$ и $t - \tau \gg \gamma_{k_2}^{-1}$.

Объясним качественно картину пространственного эха. Поместим в плазме в плоскости $z = 0$ сетку, на которую подается монохроматический сигнал частоты ω_1 , причем $\omega_1 \gg \Omega$. В этих условиях от сетки будут распространяться собственно волны Ван-Кампена (решение (1.15) в этом случае сильно отличается от лэнгмюровских волн). Продольное поле внешнего возмущения частоты ω_1 модулирует потоки частиц, и эта модуляция оказывается волнами Ван-Кампена первого порядка $f_1^{(1)} \sim f_1(v) \times \exp(-i\omega_1 t + i\omega_1 z/v)$. Предположим теперь, что на расстоянии l от первой сетки расположена вторая, на которую подается переменный потенциал с частотой $\omega \gg \Omega$. Тогда от этой сетки также побегут волны Ван-Кампена

$$f_2^{(1)} \sim f_2(v) \exp\left[-i\omega_1 t + i\frac{\omega_2(z-l)}{v}\right].$$

Но, кроме того, эта сетка модулирует и волну плотности f_1 . Пучки начинают деформироваться, т. е. происходит переход частиц из одних пучков в другие и создаются вторичные пучки. В частности, возникает волна Ван-Кампена на комбинационной частоте $\omega_2 - \omega_1$:

$$f^{(2)} \sim f_1(v) f_2(v) \exp\left[-i\omega_1\left(t - \frac{z}{v}\right) + i\omega_2\left(t - \frac{z-l}{v}\right)\right].$$

При $z^* = \omega_2 l / (\omega_2 - \omega_1)$ фаза в экспоненте перестает зависеть от скорости (в этой точке вторичные пучки частиц сгруппируются по фазам) и в этой точке появляются макроскопические колебания с частотой $\omega = \omega_2 - \omega_1$, т. е. эхо. В экспериментах по плазменному эху исследуют обычно пространственное эхо, которое легче наблюдать. Отметим, что если $\omega_{1,2} \sim \Omega$, то картина несколько усложнится, так как в этом случае возбуждаются и лэнгмюровские волны, и волны Ван-Кампена. Однако затем лэнгмюровские волны затухают (можно сказать, что их «растаскивают» волны Ван-Кампена из-за расползания по фазам), и на расстояниях $|z| \gg \Gamma_{1,2}^{-1}$ ($\Gamma_{1,2}^{-1}$ — длина резонансного затухания колебаний с частотой $\omega_{1,2}$) от источников первичных колебаний остаются лишь волны Ван-Кампена. Местоположение и частота эха не меняются, но изменяется амплитуда и дисперсия эхового сигнала.

Оригинальная демонстрация явления эха (с помощью оптических растров) предложена А. А. Веденовым и А. М. Дыхне (см. монографию ³⁴).

Рассмотренные выше примеры соответствовали учету нелинейностей второго порядка. Однако в плазме возможны эховые эффекты и более высоких порядков ^{34,35}. Например, пространственные эховые колебания порядка $(m + n)$ на частоте $\omega_{mn} = m\omega_2 - n\omega_1$ возникают на расстоянии $l_{mn} = m\omega_2 l / (m\omega_2 - n\omega_1)$ от первого источника. Временное эхо $(m + n)$ -го порядка имеет максимальную интенсивность в момент времени $t_{mn} = mk_2 \tau / (mk_2 - nk_1)$.

Таким образом, эффект эха доказывает обратимую природу затухания Ландау. Действительно, в процессе бесстолкновительного затухания энергия волны передается резонансным частицам, которые сохраняют «память» о внешнем возмущении после его исчезновения. При обращении скоростей частиц весь процесс пошел бы в обратном направлении, т. е. частицы отдали бы энергию волне обратно, что и проявляется в эффекте эха. Однако вся ли энергия первичных колебаний «возвращается» обратно? Обратимся к картине пространственного эха. При удалении от источников первичных колебаний, как мы видели, вся энергия колебаний передается модулированным пучкам частиц. Пучки, двигаясь вдоль оси Oz , группируются в некоторых местах и создают макроскопические сигналы, т. е. как бы завязываются «узелки» памяти — эхо второго, третьего и т. д. порядков в точках $z' = \omega_2 l / (\omega_2 - \omega_1)$, $z'' = 2\omega_2 l / (2\omega_2 - \omega_1)$ и т. д. на частотах $\omega_2 - \omega_1$, $2\omega_2 - \omega_1$ и т. д. Совершенно ясно, что эти сигналы возбуждают лишь некоторые группы частиц, поэтому в эхо второго, третьего и других порядков возвращается лишь часть первоначальной энергии. Какая именно часть — можно определить путем непосредственного расчета (или экспериментально). Например, в эксперименте Икези и Такагашаи ⁷ максимальная мощность эха (пропорциональная квадрату амплитуды эха в точке максимальной интенсивности) на ионно-звуковых волнах составляет величину порядка одного процента от мощности возбуждаемых ионных волн.

б) Коллективные эховые явления второго и третьего порядков в изотропной равновесной плазме

При количественном описании эховых явлений используют два подхода. Первый основан на использовании нелинейного уравнения для функции распределения с самосогласованным полем, т. е. системы уравнений (1.1) и (1.2). Очевидно, этот подход необходим, когда важен учет коллективных свойств плазмы и нужно учитывать возмущения не только

резонансных частиц, но и всех остальных. Количественно это выразится в том, что амплитуда и форма коллективного эха существенно зависят в этом случае как от вида внешних возмущений, так и от диэлектрических свойств плазмы (в выражение для функции отклика второго порядка $f^{(2)}$ войдут $\varepsilon(\omega_1, k)$, $\varepsilon(\omega_2, k)$ и $\varepsilon(\omega_2 - \omega_1, k)$ — диэлектрические проницаемости плазмы). Такое эхо будем называть коллективным. Совершенно ясно, что учет диэлектрических свойств плазмы важен в случае, если частоты (для пространственного эха) или волновые числа (для временного эха) рассматриваемых колебаний соответствуют области прозрачности. Например, лэнгмюровские колебания являются слабозатухающими, когда $\omega \sim \Omega$ и $k \ll a^{-1}$.

Напротив, если рассматриваемые колебания являются сильнозатухающими или их частоты лежат в области непрозрачности, влиянием диэлектрических свойств плазмы можно пренебречь и рассматривать задачу в свободно-потокном приближении. Например, в электронной плазме, как мы видели, при частотах $\omega \gg \Omega$ (или $ak \gg 1$) определяющую роль в формировании эха играют модулированные пучки частиц. Такой, более упрощенный подход получил название баллистической теории эха.

Для изучения коллективного эха будем исходить из системы уравнений (1.1) и (1.2), которую решаем методом последовательных приближений, считая малыми амплитуды внешних возмущений. Исследуем временно и пространственное эхо, возникающее в плазме под действием внешних зарядов,

$$\rho^0(\mathbf{r}, t) = \rho_1 \exp(i\mathbf{k}_1 \mathbf{r}) \delta(\omega_0 t) + \rho_2 \exp(i\mathbf{k}_2 \mathbf{r}) \delta(\omega_0(t - \tau)), \quad (1.16)$$

$$\rho^0(z, t) = \rho_1 \exp(i\omega_1 t) \delta(k_0 z) + \rho_2 \exp(-i\omega_2 t) \delta(k_0(z - l)) \quad (1.17)$$

соответственно, т. е. будем считать, что внешние возмущения подаются в плазму в момент времени $t = 0$ и $t = \tau$ или в точках пространства $z = 0$ и $z = l$ (ω_0, k_0 — произвольные величины, имеющие размерность частоты или обратной длины соответственно). Колебания в плазме, возникающие под действием внешних зарядов, также описываются формулами (1.4) и (1.5), для этого следует только опустить второе слагаемое в (1.4). Возмущения (1.16) и (1.17) приводят к возбуждению только собственных колебаний.

Из кинетического уравнения (1.1) находим нелинейную поправку к функции распределения $f^{(2)}$, подставляя которую затем в уравнение для поля (1.2), находим поправку к напряженности поля во втором приближении $E^{(2)}$:

$$E_{\mathbf{k}\omega}^{(2)} = -\frac{1}{\varepsilon(\mathbf{k}, \omega)} \sum_{\omega', \mathbf{k}'} \kappa^{(2)}(\omega - \omega', \mathbf{k} - \mathbf{k}'; \omega', \mathbf{k}') E_{\mathbf{k}-\mathbf{k}', \omega-\omega'}^{(1)} E_{\mathbf{k}'\omega'}^{(1)}, \quad (1.18)$$

где

$$\sum_{\omega', \mathbf{k}'} \dots = \int \frac{d\omega}{2\pi} \int \frac{d\mathbf{k}}{(2\pi)^3} \dots,$$

а $\kappa^{(2)}(\omega_1, \mathbf{k}_1; \omega_2, \mathbf{k}_2)$ — нелинейная восприимчивость плазмы, выражение для которой имеет вид

$$\begin{aligned} \kappa^{(2)}(\omega_1, \mathbf{k}_1; \omega_2, \mathbf{k}_2) = & \sum \frac{(-i)}{2} \frac{4\pi e^2}{m} \frac{e}{m} \frac{1}{k_1 k_2 (\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2)} \times \\ & \times \int d\mathbf{v} \frac{1}{\omega_1 + \omega_2 - (\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2) \cdot \mathbf{v} + i0} \left[\mathbf{k}_1 \frac{\partial}{\partial \mathbf{v}} \left(\frac{1}{\omega_2 - \mathbf{k}_2 \cdot \mathbf{v} + i0} \mathbf{k}_2 \frac{\partial}{\partial \mathbf{v}} \right) + \right. \\ & \left. + \mathbf{k}_2 \frac{\partial}{\partial \mathbf{v}} \left(\frac{1}{\omega_1 - \mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{v} + i0} \mathbf{k}_1 \frac{\partial}{\partial \mathbf{v}} \right) \right] f_{0l}(\mathbf{v}). \quad (1.19) \end{aligned}$$

Явные выражения для полей в линейном приближении $E^{(1)}$ получим из соотношения (1.5), где в случае временного эха величина ρ^0 определяется выражением (1.16). Используя затем эти линейные решения и выражение (1.19) для нелинейной восприимчивости $\chi^{(2)}$, получим следующее выражение для поля второго порядка:

$$E_k^{(2)}(t) = 8(2\pi)^4 ik \frac{e^3 \rho_1 \rho_2}{m \omega_0^2 k_1^2 k_2^2 k^2} \delta(k - k_1 - k_2) \times \\ \times \int dv \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \frac{e^{-i\omega t}}{(\omega - kv + i0)^2 \varepsilon(\omega, k)} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega' \times \\ \times \left\{ \frac{kk_1 \exp(i\omega' \tau)}{(\omega' - k_2 v + i0) \varepsilon(\omega - \omega', k_1) \varepsilon(\omega', k_2)} k_2 \frac{\partial f_0}{\partial v} - \right. \\ \left. - \frac{kk_2 \exp[i(\omega - \omega') \tau]}{(\omega' - k_1 v + i0) \varepsilon(\omega - \omega', k_2) \varepsilon(\omega', k_1)} k_1 \frac{\partial f_0}{\partial v} \right\}. \quad (1.20)$$

Интегрирование по ω' и ω можно выполнить с помощью теоремы Коши, замыкая контур интегрирования на соответствующей комплексной плоскости полуокружностью бесконечно большого радиуса, выбираемой в верхней или в нижней полуплоскости в зависимости от знака множителя при ω' или ω в экспоненте. При этом, если величина τ и промежуток времени между моментом возникновения эха и вторым возмущением велики по сравнению с величиной γ^{-1} (γ — декремент Ландау), то в интеграле по ω' следует учесть вклад только от полюса в точке $\omega' = k_2 v$. Вкладами от полюсов в точках, где диэлектрическая проницаемость обращается в нуль, можно пренебречь в силу условия $\gamma \tau \gg 1$. Выполняя аналогичным образом интегрирование по ω и учитывая только вклад от полюса второго порядка в точке $\omega = kv$, найдем

$$E_k^{(2)}(t) = -8(2\pi)^6 k \frac{e^3 \rho_1 \rho_2}{m^2 \omega_0^2 k_1^2 k_2^2 k^2} (kk_2) (t - \tau) \delta(k - k_1 - k_2) \times \\ \times \int dv \frac{\exp[-i(kv t - k_2 v \tau)]}{\varepsilon(kv, k) \varepsilon(k_1 v, k_1) \varepsilon(k_2 v, k_2)} k_2 \frac{\partial f_0}{\partial v}. \quad (1.21)$$

Экспоненциальный множитель под знаком интеграла в этом выражении обращается в нуль в момент времени

$$t \equiv \tau' = \frac{k_2 v}{kv} \tau, \quad (1.22)$$

который и определяет время возникновения эха. Для возникновения эха необходимо, чтобы τ' превышало τ . Непосредственный расчет показывает¹⁸, что эхо может появиться только тогда, когда вектор k_2 направлен противоположно вектору k_1 и, кроме того, $|k_2| > |k_1|$. При наличии эха угол между векторами k_1 и k_2 может отличаться от π только на малую величину $(\tau k s)^{-1}$. Множители $\varepsilon^{-1}(kv, k)$, $\varepsilon^{-1}(k_1 v, k_1)$ и $\varepsilon^{-1}(k_2 v, k_2)$ в (1.21) описывают влияние диэлектрических свойств плазмы на внешние возмущения и эховое поле.

В (1.21) легко проинтегрировать по составляющим скорости, перпендикулярным вектору k , а оставшееся интегрирование по скорости v можно выполнить, переходя в комплексную плоскость v и замыкая контур интегрирования полуокружностью бесконечно большого радиуса, расположенной либо в верхней (при $t < \tau'$), либо в нижней (при $t > \tau'$) полуплоскости (отметим, что особенность при $v = i\infty$ в $\partial f_0 / \partial v$ в числителе компенсируется такой же особенностью в мнимой части $\varepsilon(kv, k)$ в знаменателе). Временная развертка эха определяется нулями функций $\varepsilon(\dots)$, входящих в (1.21). Нарастание эха описывается экспонентой

$\exp [-(k_3/k_1) \gamma_1 (t - \tau')]$, в то время как затухание — $\exp [-(k_3/k_2) \gamma_2 (t - \tau')]$ и $\exp [-\gamma (t - \tau')]$, где $\gamma_1, \gamma_2, \gamma$ — декременты затухания Ландау для волн с волновыми векторами $\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2$ и \mathbf{k} . Как видно, форма эхового сигнала несимметрична во времени.

В качестве примера приведем явное выражение для поля эхового сигнала в случае, когда все три колебания соответствуют лэнгмюровским частотам и $ak \ll 1$, а $k_2 = 2k$ ^{4, 18}:

$$E^{(2)}(\mathbf{r}, t) = -32\pi^2 i \frac{e}{m} \frac{\rho_1 \rho_2}{\omega_0^2 k^2} \Omega \tau \sin \varphi k \exp [ik\mathbf{r} - \gamma(t - \tau')] \times \\ \times \cos [\Omega(t - \tau') + \varphi], \quad (1.22')$$

где $\operatorname{tg} \varphi = [2k/(k - k_1)] \gamma/\Omega$. Для этого частного случая форма эха симметрична.

Для рассмотрения пространственного эха внешние возмущения выберем в виде (1.17) и, считая, что выполнено условие $\Gamma_i l \gg 1$ (Γ_i^{-1} — длина резонансного затухания колебаний с частотой ω_i ($i = 1, 2$)), из (1.18) получим следующее выражение для поля эха¹⁹:

$$E^{(2)}(z, t) = 16\pi^{3/2} \frac{e}{m} \frac{\rho_1 \rho_2}{\omega_1 \omega_2} \frac{z - l}{a^2 k_0^2} e^{-i\omega t} \times \\ \times \int_0^\infty \frac{d\xi \exp [-\xi^2 + i(\omega/s) \xi (z - l')]}{\xi^2 \varepsilon[(\omega/s) \xi, \omega] \varepsilon[-(\omega_1/s) \xi, -\omega_1] \varepsilon[(\omega_2/s) \xi, \omega_2]}, \quad (1.23)$$

где $l' = \omega_2 l / (\omega_2 - \omega_1)$ — точка максимальной интенсивности эха. В (1.23) интегрирование по ξ можно выполнить методом перевала ($(\omega/s) |z - l'| \gg \gg 1$). Из (1.23) следует, что пространственная эволюция эховых колебаний определяется нулями функций $\varepsilon(\dots)$, причем нарастание эхового сигнала определяется экспонентой $\exp [(\omega_3/\omega_1) \Gamma_1 (z - l')]$, а затухание — $\exp [-(\omega/\omega_2) \Gamma_2 (z - l')]$ и $\exp [-(\omega/\omega_1) \Gamma_1 (z - l')]$. Таким образом, эховые колебания несимметричны в пространстве. Рассмотрим случай, когда ω_1 и $\omega = \omega_2 - \omega_1$ соответствуют лэнгмюровским частотам и, кроме того, $\omega_2 = 2\omega$. В этом случае эховые колебания симметричны в пространстве:

$$E^{(2)}(z, t) = 32\pi^2 \frac{e}{m} \frac{\rho_1 \rho_2}{\omega_1 \omega_2 k_0^2} (z - l) k \Gamma \exp(-i\omega t) \times \\ \times \frac{\exp[-\Gamma(z - l')]}{[1 - (\Omega^2/\omega_1^2)] [1 - (\omega_1^2/\omega^2) + 12ik\Gamma a^2]}, \quad (1.24)$$

где

$$k \equiv k(\omega) = \frac{\omega}{s} \sqrt{\frac{2}{3}} \sqrt{\frac{\omega^2 - \Omega^2}{\omega^2}}, \quad \Gamma \equiv \Gamma(\omega) = \\ = \frac{1}{6} \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{a^3 k^4} \exp\left(-\frac{m\omega^2}{2Tk^2}\right). \quad (1.25)$$

В^{19, 36} исследованы временные и пространственные эховые колебания, связанные с преобразованием волн в плазме. В¹⁹, в частности, изучены низкочастотные звуковые эховые колебания, которые образуются в результате наложения высокочастотных лэнгмюровских колебаний, форма которых оказывается несимметричной в пространстве: нарастание $\sim \exp [(\omega/\Omega) \Gamma_1 (z - l')]$, а затухание $\sim \exp [(\omega/\omega_1) \Gamma_2 (z - l')]$ и $\exp [(\Gamma_3 (z - l'))]$, где Γ_s — коэффициент затухания звуковых колебаний:

$$\Gamma_s = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{\omega_s}{\Omega} \exp\left(-\frac{m\omega_s^2}{2Tk^2}\right), \quad (1.26)$$

$\omega \approx kv_s$, $v_s = \sqrt{T/m_1}$ — скорость неизотермического звука, $\Gamma_{1,2} = \Gamma(\omega_{1,2})$ определяются соотношением (1.25). Пространственное эхо в изотропной плазме рассматривалось также в⁴¹.

Для простоты внешние возмущения (1.16) и (1.17) выбраны дельтообразными (точечными), однако внешние возмущения могут быть выбраны также в виде волновых пакетов по частотам (или волновым векторам). Учет влияния формы возбуждающих полей на характер эховых колебаний сделан в ⁴²⁻⁴⁴.

В качестве примера эховых эффектов более высоких порядков рассмотрим трехимпульсное эхо в плазме, возникающее в результате наложения трех последовательных возмущений, разделенных промежутками времени, большими характерных времен затухания соответствующих колебаний ³⁶. Внешние возмущения выберем в виде плоских волн и будем предполагать, что условия коллинеарности волновых векторов для возмущений не выполняются. Это исключает возможность эха второго порядка, однако, если волновые векторы всех трех возмущений лежат в одной плоскости, то оказывается возможным эхо третьего порядка. В этом случае эховые колебания имеют не только продольную, но и поперечную составляющие, т. е. трехимпульсное эхо сопровождается преобразованием волн в плазме. Время возникновения и форма сигнала оказываются существенно зависящими от времен задержки между последовательными возмущениями.

Выберем плотность внешних зарядов в виде

$$\rho^0(\mathbf{r}, t) = \rho_1 \exp(i\mathbf{k}_1 \mathbf{r}) \delta(\omega_0 t) + \\ + \rho_2 \exp(i\mathbf{k}_2 \mathbf{r}) \delta(\omega_0(t - \tau)) + \rho_3 \exp(i\mathbf{k}_3 \mathbf{r}) \delta(\omega_0[t - (1 + \lambda)\tau]), \quad (1.27)$$

т. е. будем считать, что внешние возмущения подаются в плазму в момент времени $t = 0$, $t = \tau$ и $t = (1 + \lambda)\tau$, где $\tau \gg \gamma^{-1}$ и $\lambda \gg 1$. Вследствие продольного характера возмущений в линейном приближении поперечные колебания электрического поля отсутствуют.

В ³⁶ на основе решения системы уравнений (1.1) и (1.2) найдено выражение для поля эховых колебаний третьего порядка, которое содержит как продольную, так и поперечную составляющие $-E^{(3)} = (\mathbf{k}/k) E^l + \boldsymbol{\eta} E^t$, $\boldsymbol{\eta}$ — единичный вектор, перпендикулярный \mathbf{k} .

Колебания продольного поля будут характеризоваться максимальной амплитудой в момент времени $t = \tau'$, для которого коэффициент при v в экспоненте в функции нелинейного отклика $f^{(3)}$ обращается в нуль. В ³⁶ найдено, что τ' определяется соотношением

$$\mathbf{k}_1 \tau' + \mathbf{k}_2 (\tau' - \tau) + \mathbf{k}_3 (\tau' - (1 + \lambda)\tau) = 0. \quad (1.28)$$

Уравнение (1.28) имеет решение только в том случае, если векторы \mathbf{k}_1 , \mathbf{k}_2 и \mathbf{k}_3 лежат в одной плоскости, т. е. компланарны. Проектируя векторное равенство (1.28) на направление, перпендикулярное вектору \mathbf{k} , найдем

$$\mathbf{k}_{2\perp} + (1 + \lambda) \mathbf{k}_{3\perp} = 0 \quad (1.29)$$

и, кроме того,

$$\mathbf{k}_{1\perp} + \mathbf{k}_{2\perp} + \mathbf{k}_{3\perp} = 0. \quad (1.30)$$

Соотношения (1.29) и (1.30) определяют условия, при выполнении которых возможно возникновение трехимпульсного эха. Этим условиям можно удовлетворить, положив

$$k_{1\perp} = \lambda k_{3\perp}, \quad k_{2\perp} = -(1 + \lambda) k_{3\perp}. \quad (1.31)$$

Так как эхо может возникнуть только после третьего возмущения, т. е. $\tau' > (1 + \lambda)\tau$, то для возможности эха необходимо выполнение еще одного условия

$$k_{2\parallel} + (1 + \lambda) k_{3\parallel} > (1 + \lambda) k. \quad (1.32)$$

Считая условия (1.31) и (1.32) выполненными, в ³⁶ найдено явное выражение для амплитуд продольного и поперечного эха E^l и E^t .

Подобно случаю двухимпульсного эха можно показать, что нарушение условия компланарности волновых векторов \mathbf{k}_1 , \mathbf{k}_2 и \mathbf{k}_3 приводит к исчезновению трехимпульсного эха. Это означает, что угол θ между одним из волновых векторов и плоскостью, в которой лежат два других вектора, должен удовлетворять неравенству

$$\theta \ll (\tau k s)^{-1}. \quad (1.33)$$

Таким образом, в ^{18, 36} показана возможность нелинейного преобразования волн в плазме (высокочастотных в низкочастотных, продольных в поперечные), обусловленная эффектом эха.

Пространственное эхо, обусловленное взаимодействием колебаний с частотами ω_1 и ω_2 , расположенными в точках $z = 0$ и $z = l$, будем называть первичным. Однако наряду с первичным эхом в плазме возникает и вторичное эхо, обусловленное взаимодействием одного из первичных колебаний с эховым колебанием. Частота ω_{mn} и местоположение вторичных эховых колебаний такие же, как и для первичного эха $(m + n)$ -го порядка, но форма вторичного эха $(m + n)$ -го порядка отлична от формы первичного эха того же порядка, что и наблюдалось экспериментально в ⁸.

Так как эхо является существенно нелинейным эффектом (в однородной плазме), то для понимания того места, которое занимают эховые явления среди других нелинейных процессов в плазме, здесь хотелось бы обратить внимание на следующее обстоятельство. При изучении нелинейных процессов в плазме (распад и слияние волн, индуцированное рассеяние волн на частицах, нелинейное затухание Ландау и др.) широко используют нелинейное уравнение для поля, коэффициенты которого представляют собой диэлектрическую проницаемость и нелинейные восприимчивости плазмы ³⁷⁻⁴⁰. Нелинейные восприимчивости плазмы введены в работах ³⁷⁻³⁹. Нелинейные уравнения для поля могут быть использованы для изучения эха. Например, выражение (1.18) для $E^{(2)}$, использованное нами для вычисления эха второго порядка, сразу следует из нелинейного уравнения для поля, если условия резонанса на частоты и волновые векторы $\omega_k = \omega_{k_1} + \omega_{k_2}$, $\mathbf{k} = \mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2$, участвующих во взаимодействии волн не выполняются (или не выполняются одновременно). Аналогичным образом можно найти поправку к полю $E^{(3)}$ и использовать его для анализа эха третьего порядка и т. д. (Нелинейные восприимчивости $\chi^{(2)}$, $\chi^{(3)}$, через которые выражаются $E^{(2)}$, $E^{(3)}$, можно найти в работах ³⁷⁻⁴⁰.) Поэтому нет необходимости находить специально функции отклика $f^{(2)}$, $f^{(3)}$, ... и по ним вычислять поля $E^{(2)}$, $E^{(3)}$, ..., как это обычно делалось в теории коллективного эха в однородной плазме (см., например, ^{4, 6, 18, 19}, а также монографии ^{45, 46}, где изложена детальная теория эха).

Эховые эффекты проявляются в условиях, когда обычное нелинейное взаимодействие волн (как резонансное, так и нерезонансное) несущественно. На поля первичных сигналов накладываются специальные условия — они разделены во времени (или в пространстве) интервалами времени (или расстоянием), значительно большим характерных времен (длин) их линейного затухания, т. е. $\tau \gg \gamma_k^{-1}$ ($l \gg \Gamma^{-1}(\omega_k)$). Таким образом, непосредственное взаимодействие макроскопических полей этих колебаний вследствие нелинейной связи невозможно. В этих условиях возможно только нелинейное взаимодействие пучков частиц, промодулированных полями первичных колебаний, вследствие которого и появ-

ляется макроскопический сигнал эха. Таким образом, эффект эха является примером проявления нерезонансного нелинейного взаимодействия волн, однако весьма своеобразным.

в) Эховые колебания, дисперсия которых определяется характером возмущений функции распределения

Из системы уравнений (1.4) и (1.5) непосредственно следует, что если начальное возмущение $g(v)$ не является плавной функцией, а имеет особенности, то вклад в асимптотику поля $E_k^{(1)}(t)$ дают и некоторые дополнительные колебания, дисперсия которых определяется характером особенностей $g(v)$. Может ли привести взаимодействие этих колебаний к появлению нелинейного сигнала эха? В ^{18, 19} показано, что в этом случае действительно возникают добавочные эховые колебания, дисперсия которых определяется характером внешних возмущений (а не свойствами плазмы). Исследовалось, в частности, временное эхо второго порядка в электронной плазме ¹⁸. Для этого систему уравнений (1.1) и (1.2) следует дополнить заданием начального (в момент времени $t = 0$) и повторного (в момент времени $t = \tau$) возмущений функции распределения (скачки функции распределения). Возмущения функции распределения выбирались в виде плоских волн:

$$\begin{aligned} f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)|_{t=0} &= g_1(v) \exp(i\mathbf{k}_1\mathbf{r}), \\ f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)|_{t=\tau+0} - f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)|_{t=\tau-0} &= g_2(v) \exp(i\mathbf{k}_2\mathbf{r}), \end{aligned} \quad (1.34)$$

где $g_1(v)$ и $g_2(v)$ — амплитуды начального и повторного возмущений, зависящие от скорости. В качестве примера рассмотрены возмущения, характеризующиеся амплитудами

$$g_i(v) = g_i \frac{v'_i}{(v - v_i)^2 + v_i'^2}, \quad i = 1, 2. \quad (1.35)$$

Их вклад в асимптотику поля при $t \rightarrow \infty$, как следует из (1.5), равен

$$E_k^{(1)}(t) \sim g_i \exp(-kv'_i t - ikv_i t). \quad (1.36)$$

Таким образом, частота и затухание колебаний, возникающих в плазме под воздействием возмущений вида (1.35), равны соответственно kv_i и kv'_i . Возмущения подобного типа можно создавать, вводя в плазму модулированный пучок частиц (v_i — скорость пучка, v'_i — его ширина). В ¹⁸ показано, что нелинейное взаимодействие таких колебаний может привести к возникновению эховых колебаний второго порядка, дисперсия которых определяется характером внешних возмущений, если выполнены неравенства

$$\tau^{-1} \ll k_1 v'_i, k_2 v'_i, kv_i^2 \ll \gamma_1, \gamma_2, \gamma. \quad (1.37)$$

Считая для простоты $v_i \gg v'_i$ и ограничиваясь частным случаем $v_1 + iv'_1 = v_2 + iv'_2 = v_0 + iv'_0$, из (1.18), используя (1.5) и (1.35), получим следующее выражение для поля эховых колебаний, которое в этом случае симметрично:

$$\begin{aligned} E^{(2)}(\mathbf{r}, t) &\propto g_1 g_2 (t - \tau) \mathbf{k} \exp(i\mathbf{k}\mathbf{r}) \times \\ &\times \frac{\exp[-ik_0 v_0 (t - \tau')]}{\varepsilon(kv_0, k) \varepsilon(k_2 v_0, k_2)} \exp[-kv'_0 (t - \tau')]. \end{aligned} \quad (1.38)$$

Амплитуда поля, определяемая выражением (1.38), в v_i/v'_i раз больше, чем амплитуда того же поля в случае $v_1 + iv'_1 \neq v_2 + iv'_2$. Резонансное

увеличение амплитуды имеет место также при выполнении условий $\varepsilon(k_1 v_1, k_1) = 0$ и $\varepsilon(k_1 v_2, k_1) = 0$, т. е. когда скорости частиц модулированного пучка совпадают с фазовыми скоростями соответствующих волн в плазме. В¹⁹ показано, что возможны и пространственные эховые колебания, дисперсия которых определяется характером внешних возмущений.

Таким образом, если задавать возмущения микроскопических величин, например, функции распределения электронов, то в плазме возникают, при определенных условиях, эховые колебания, дисперсия которых определяется характером внешних возмущений (а не свойствами плазмы), что дает возможность управлять характером нелинейных колебаний с помощью внешних возмущений.

г) Эховые колебания в неравновесной плазме

Простейшим примером неравновесной плазмы является система плазма — пучок, т. е. равновесная плазма, сквозь которую проходит скомпенсированный пучок заряженных частиц. При определенных скоростях пучка $u > u_c$, где u_c — некоторая критическая скорость, возникают неустойчивости собственных колебаний плазмы (значения u_c различны для разных волн). Выясним характер нелинейных эховых колебаний в неравновесной системе плазма — пучок, а также возможность возникновения неустойчивости таких колебаний. Выберем невозмущенную функцию распределения электронов в виде

$$f_0(\mathbf{v}) = n_0 \left(\frac{m}{2\pi T} \right)^{3/2} \exp \left(-\frac{mv^2}{2T} \right) + n' \left(\frac{m}{2\pi T'} \right)^{3/2} \exp \left(-\frac{m(\mathbf{v}-\mathbf{u})^2}{2T'} \right), \quad (1.39)$$

$$\frac{n'}{n_0} \ll 1. \quad (1.40)$$

Рассмотрим временное эхо в такой плазме¹⁸. Будем считать, что возмущения вызваны действием внешних зарядов вида (1.16) и что волновые векторы \mathbf{k}_1 и \mathbf{k}_2 направлены вдоль скорости пучка \mathbf{u} . Выберем волновые числа k_1 и k_2 так, чтобы выполнялось условие $ak_1, ak_2 \gg 1$, а для их разности $k = k_2 - k_1$, наоборот, выполнялось условие $ak \ll 1$. В линейном приближении, как мы видели, характер колебаний поля определяется полюсами, отвечающими уравнениям $\varepsilon(\omega, k) = 0$, $\varepsilon(\omega, k_1) = 0$ и $\varepsilon(\omega, k_2) = 0$. В области коротких длин волн ($ak_1, ak_2 \gg 1$) решения этих уравнений, как известно, описывают сильнозатухающие апериодические колебания ($|\operatorname{Im} \omega| \gg |\operatorname{Re} \omega|$). Влияние же пучка на затухание существенно только для длинноволновых колебаний ($ak \ll 1$), так как они являются слабозатухающими. Поэтому решение уравнения $\varepsilon(\omega, \mathbf{k}) = 0$ имеет вид $-\omega = \pm \Omega - i\gamma$, где γ определяется формулой

$$\gamma = \sqrt{\frac{\pi}{8}} \frac{\Omega}{(ak)^3} \left[\exp \left(-\frac{m\Omega^2}{2Tk^2} \right) + \frac{n'}{n_0} \frac{\Omega - \mathbf{k}\mathbf{u}}{\Omega} \left(\frac{T}{T'} \right)^{3/2} \exp \left(-\frac{m(\Omega - \mathbf{k}\mathbf{u})^2}{2T'k^2} \right) \right]. \quad (1.41)$$

Поле эховых колебаний может быть определено из (1.20), где под $f_0(\mathbf{v})$ нужно подразумевать выражение (1.39). Отметим, что при интегрировании в (1.20) по ω и ω' следует учесть вклад от полюса функции $\varepsilon^{-1}(\omega, \mathbf{k})$, так как условие $\gamma\tau \gg 1$ не выполняется в силу того, что декремент γ может стать сколь угодно малым или даже отрицательным. Выражение

для поля эха в области неустойчивости ($\gamma \lesssim 0$) имеет вид

$$E^{(2)}(\mathbf{r}, t) = 32\pi^2 i \frac{e\rho_1\rho_2}{m\omega_0^2 k_1 k_2} \gamma \mathbf{k} \times \\ \times \exp(i\mathbf{k}\mathbf{r} + |\gamma|(t - \tau') - i\Omega(t - \tau')) \begin{cases} \frac{\tau' - t}{k_1}, & \tau < t < \tau', \\ \frac{\tau}{k}, & t > \tau'. \end{cases} \quad (1.42)$$

Как видно из (1.42), при $\gamma < 0$ эховые колебания могут нарастать во времени. Таким образом, в неравновесной плазме в результате наложения коротковолновых возмущений возникающие колебания поля в первом приближении быстро затухают. Тем не менее во втором приближении эховые колебания могут быть нарастающими.

В эховый сигнал, определяемый выражением (1.42), вклад вносят резонансные электроны и плазмы, и пучка, поскольку $E^{(2)} \sim \gamma \exp \times \times (\gamma' |t - \tau'|)$. Роль пучка заключается в срыве устойчивости эховых плазменных колебаний, когда скорость пучка u больше некоторой критической скорости, которая для плазменных колебаний порядка тепловой скорости электронов плазмы (пучок «раскачивает» именно эховые колебания, поскольку они являются слабозатухающими, тогда как внешние возмущения сильнозатухающие и при тех же условиях устойчивы). В ⁴⁹ изучалось пространственное эхо второго порядка, которое возникает лишь за счет модуляции электронов пучка.

В ¹⁹ показана возможность усиления пространственных эховых колебаний на лэнгмюровских, а в ⁴⁸ на ионно-звуковых волнах в системе плазма — пучок. Кроме того, как следует из ^{19,48}, несмотря на то, что первичные колебания с частотами $\omega_{1,2}$ ($\omega_{1,2} \gg \Omega$) являются сильнозатухающими, на расстоянии $l' = \omega_2 l / (\omega_2 - \omega_1)$ от источника колебаний с частотой ω_1 появляется нелинейный сигнал эха на частоте $\omega = \omega_2 - \omega_1$ соответствующей области прозрачности $\omega \gtrsim \Omega$ (т. е. происходит своеобразное «просветление» неравновесной плазмы).

д) Нелинейные эховые колебания при учете релятивистских эффектов. Плазменное эхо в полупроводниках

В этом разделе рассмотрим особенности эха в электронной плазме при учете релятивистских эффектов, а также в плазме полупроводников типа $A_{III}B_V$ ^{50, 52}. В релятивистской плазме скорость электронов ограничена сверху и не может превышать скорости света c . В полупроводниках типа $A_{III}B_V$ связь между импульсом электронов проводимости p и их энергией \mathcal{E} (по Кейну ⁵¹) определяется формулой

$$p^2 = 2m\mathcal{E} \left(1 + \frac{\mathcal{E}}{\mathcal{E}_g} \right), \quad (1.43)$$

где m — масса у дна зоны, а \mathcal{E}_g — ширина запрещенной зоны. При такой форме зоны скорость электрона

$$v = \frac{d\mathcal{E}}{dp} = \left[\frac{2\mathcal{E}}{m} \left(1 + \frac{\mathcal{E}}{\mathcal{E}_g} \right) \right]^{-1} \left(1 + \frac{2\mathcal{E}}{\mathcal{E}_g} \right)^{-1}$$

с ростом его энергии остается также ограниченной сверху и не может превышать некоторой предельной скорости $v_n = \sqrt{\mathcal{E}_g/2m}$.

Ограничения сверху скорости электронов должны существенно сказаться на явлениях, важную роль в которых играет «хвост» максвелловской функции распределения. К таким явлениям, в частности, относится

затухание Ландау плазменных волн. Появление у электронов проводимости предельной скорости непосредственно отразится на декременте Ландау, а значит, и на форме эховых колебаний.

Для количественного описания коллективного временного эха в релятивистской плазме можно использовать выражение (1.20), где под f_0 нужно подразумевать функцию распределения частиц релятивистского идеального газа по импульсам. Внешние возмущения выберем в виде (1.16) и (1.17).

Выберем волновые числа так, чтобы Ω/k_1 , $\Omega/k_2 \ll c$, а их разность $k = k_2 - k_1$ так, что $\Omega/k \ll c$. Тогда полюсы, отвечающие решениям $\varepsilon(\omega, -k_1) = 0$ и $\varepsilon(\omega, k_2) = 0$, будут описывать сильнозатухающие колебания, а полюс, соответствующий решению $\varepsilon(\omega, k) = 0$, описывает слабозатухающие колебания и дает вклад в поле эха.

Используя метод перевала ($|\Omega|t - \tau' \gg 1$), получим следующее выражение для поля эховых колебаний (при $t > \tau'$)⁵⁰:

$$E^{(2)}(\mathbf{r}, t) = -i32\pi^2 \frac{e\rho_1\rho_2}{m\omega_0^2 k_1 k_2} \Omega(t - \tau) \tilde{\gamma} \left(1 - \frac{\Omega^2}{k^2 c^2}\right)^{3/2} \times \\ \times \mathbf{k} \exp(i\mathbf{k}\mathbf{r}) \exp(-\tilde{\gamma}(t - \tau')) \cos(\Omega(t - \tau')), \quad (1.44)$$

где

$$\tilde{\gamma} = \sqrt{\frac{\pi}{8}} \frac{\Omega}{(ak)^3} \left(1 - \frac{\omega^2}{k^2 c^2}\right)^{-1} \exp\left\{-\frac{mc^2}{T} \left(\left(1 - \frac{\omega^2}{k^2 c^2}\right)^{-1/2} - 1\right)\right\}. \quad (1.45)$$

При $\Omega/k \rightarrow 0$ $\tilde{\gamma} \rightarrow 0$ и эховые колебания медленно убывают во времени.

В работе⁵² рассмотрено временное эхо в плазме полупроводников типа $A_{III}B_V$ и показано, что при стремлении фазовой скорости волны к предельной скорости (определяемой шириной зоны) эховые колебания убывают во времени. Таким образом, форма эховых колебаний оказывается чувствительной к форме зоны.

Эховые колебания могут возникать только тогда, когда резонансное затухание превышает затухание, обусловленное столкновениями, т. е. при $\gamma > \nu$. Для полупроводниковой плазмы это условие является жестким. Для полупроводника $n\text{-InSb}$ при концентрации носителей $n = 4 \cdot 10^{13} \text{ см}^{-3}$ при $T = 10 \text{ К}$ получаем $\nu = 3 \cdot 10^9 \text{ с}^{-1}$ (электрон-фононное рассеяние). Если взять $ak = 0,25$, то $\gamma/\Omega = 10^{-2}$ и $\gamma \sim 10^{10} \text{ с}^{-1}$. Таким образом, для приведенных параметров в $n\text{-InSb}$ могут быть реализованы условия для возникновения эховых колебаний. Отметим, что затухание Ландау для полупроводников группы $A_{III}B_V$ наблюдалось экспериментально Теллом и Мартином на образцах $n\text{-GaAs}$ ⁵³.

е) Эхо в магнитоактивной плазме

В магнитоактивной плазме следует ожидать появления новых нелинейных эховых эффектов по сравнению с изотропной плазмой. Это связано с тем, что внешнее магнитное поле определяет характер движения заряженных частиц в плазме, а поэтому оно изменяет диэлектрические свойства плазмы (значительно расширяется спектр собственных колебаний и наряду с затуханием Ландау «работает» и другой механизм затухания — циклотронный) и оказывает существенное влияние и на характер волн Ван-Кампена. Действительно, решение кинетического уравнения для функции $f^{(1)}$ (для простейшего случая распространения волн вдоль

внешнего магнитного поля $B_0 \parallel Oz$) имеет вид

$$f_{\alpha k \omega}^{(1)} = -i \frac{e_{\alpha}}{m_{\alpha}} \left(\frac{1}{2} \frac{E_{1k\omega}^{(1)} \partial f_{0\alpha} / \partial v_{\perp} e^{i\theta}}{\omega - kv_z + \omega_{B\alpha} + i0} + \right. \\ \left. + \frac{1}{2} \frac{E_{2k\omega}^{(1)} \partial f_{0\alpha} / \partial v_{\perp} e^{i\theta}}{\omega - kv_z - \omega_{B\alpha} + i0} + \frac{E_{zh\omega}^{(1)} \partial f_{0\alpha} / \partial v_z}{\omega - kv_z + i0} \right), \quad (1.46)$$

где θ — азимутальный угол в пространстве скоростей, $E_{1,2} = E_x \mp iE_y$, $\omega_{B\alpha} = e_{\alpha} B_0 / m_{\alpha} c$. Из (1.46) видно, что в магнитоактивной плазме наряду с незатухающими колебаниями функции распределения на частоте $\omega = kv_z$ существуют колебания функции распределения на частотах $\omega = kv_z \pm \omega_{B\alpha}$. Поэтому наряду с продольными эховыми колебаниями в точке $z = l' = \omega_2 l / (\omega_2 - \omega_1)$, обусловленными взаимодействием продольных первичных колебаний, возникает также эхо в точках $z = l'_{\alpha} = (\omega_2 + \omega_{B\alpha}) / (\omega_2 \pm \omega_1)$, обусловленное взаимодействием поперечных колебаний, и поперечное эхо в точках

$$z = l_{\alpha 1,2} = \pm \frac{\omega_2 \pm \omega_{B\alpha}}{\omega'_3 \pm \omega_{B\alpha}} l \quad (\omega'_3 = \mp \omega_1 \pm \omega_2)$$

при взаимодействии поперечного колебания с продольным (в точках $z = 0$ и $z = l$ находятся источники возмущений с частотами ω_1 и ω_2 соответственно). Таким образом, в магнитоактивной плазме также возможны нелинейные эховые колебания, связанные с преобразованием волн.

Временное и пространственное эхо в магнитоактивной плазме изучалось в работах ⁵⁴⁻⁵⁹. В частности, в ⁵⁶ исследовано продольное, а в ⁵⁷ — поперечное временное эхо второго порядка. В ⁵⁸ рассмотрены эховые колебания на ионно-звуковых и циклотронных волнах, а также показано, что в неравновесной магнитоактивной плазме, пронизываемой пучком заряженных частиц малой плотности, возможно нарастание нелокального нелинейного сигнала эха на комбинационных частотах $\omega = \omega_2 \pm \omega_1$. Рассмотрение эха в ⁵⁸ проведено на основе самосогласованного подхода. Как известно ⁴⁷, дисперсионное уравнение для собственных колебаний при распространении вдоль магнитного поля распадается на три независимых уравнения: для продольной (которое имеет такой же вид, как и в изотропной плазме) и лево- и правополяризованных поперечных волн:

$$\varepsilon_{1,2}(\omega, k) = k^2 c^2 - \omega^2 - iV\pi \sum_{\alpha} \frac{\omega \Omega_{\alpha}^2}{k s_{\alpha}} w \left(\frac{\omega \pm \omega_{B\alpha}}{k s_{\alpha}} \right) = 0. \quad (1.47)$$

Приведем выражение для продольного эха второго порядка на ионно-звуковой частоте ⁵⁸, обусловленного взаимодействием поперечных электронно-циклотронных волн при следующем выборе частот внешних возмущений:

$$\left| \frac{\omega_{1,2} - (\omega_{Be})}{\omega_{1,2}} \right| \lesssim \left(\frac{s\Omega}{c\omega_{Be}} \right)^{2/3}, \quad \text{а} \quad \omega_3 = \omega_2 - \omega_1 \approx \omega_s$$

(при таком выборе частот колебания с ω_1 и ω_2 испытывают сильное циклотронное поглощение, тогда как эховые колебания на частоте ω_3 являются слабозатухающими):

$$E^{(2)}(z, t) = \frac{8\pi^{5/2} i \omega_1 a^2 (z-l) k_s^5}{\omega_s^3 k_0'^2} j_1 j_2 \exp(-i\omega_3 t) \times \\ \times \sum_{\alpha} \frac{e_{\alpha} \Omega_{\alpha}^2 (\omega_2 \pm \omega_{B\alpha})}{m_{\alpha} s_{\alpha}} \frac{\exp[-(\omega_s/k_s s_{\alpha})^2] \exp[i(k_s + i\Gamma_s)(z-l'_{\alpha})]}{\varepsilon_1 \left(\frac{\omega_2 + \omega_{B\alpha}}{\omega_s} k_s, \omega_2 \right) \varepsilon_2 \left(-\frac{\omega_2 + \omega_{B\alpha}}{\omega_s} k_s, -\omega_1 \right)}, \quad (1.48)$$

где k_s и Γ_s — волновое число и коэффициент затухания ионно-звуковых волн, j_1 и j_2 — амплитуды внешнего тока. Итак, как следует из (1.48), несмотря на то, что первичные волны на частотах ω_1 и ω_2 являются сильно-затухающими, благодаря эффектам эха происходит переизлучение волны на частоте $\omega_3 = \omega_2 - \omega_1$ в области прозрачности (т. е. возможно «просветление» областей непрозрачности магнитоактивной плазмы).

Порколабом и Синнисом⁵⁴ исследованы пространственные эховые колебания второго порядка, которые возникают в результате взаимодействия потенциальных колебаний на частотах, кратных циклотронной частоте при их распространении под углом к внешнему магнитному полю ($k_{\perp} \neq 0$, моды Бернштейна). Рассмотрение проведено на основе методики, развитой в⁵⁹, и найдено, что максимальная интенсивность эха на частоте находится в точке

$$z = z^* = \frac{\omega_2 - n\omega_{Be}}{\omega_2 - \omega_1 - p\omega_{Be}}.$$

(n, p — целые числа). Экспериментальные результаты работы⁵⁴ будут изложены в 3 гл.

Исследования эха, проведенные в⁵⁴⁻⁵⁹, позволяют сделать вывод, что эхо в магнитоактивной плазме имеет следующие особенности: 1), определяющую роль в формировании эха играет циклотронное затухание, а не затухание Ландау; 2) эхо возникает не только на разностной, но и на суммарной частоте — $\omega = \omega_2 \pm \omega_1$; 3) амплитуда эхового сигнала сильно зависит от магнитного поля.

Как показывают численные оценки, в плазме ионосферы могут быть реализованы условия для существования эха (по данным, приведенным в⁶⁰, длины резонансного затухания электронно-, ионно-циклотронных и лэнгмюровских колебаний для F -слоя ионосферы равны соответственно: $\Gamma_1^{-1} \sim 10^{-2}$ м, $\Gamma_2^{-1} \sim 1$ м, $\Gamma_0^{-1} \sim 10^{-2}$ м, а длина свободного пробега частиц $\lambda \gg 10^3$ м, т. е. $\lambda \gg \Gamma_i^{-1}$). Циклотронное эхо в плазме ионосферы обнаружено при зондировании ионосферы сверху¹⁷. В⁶¹ исследовано эхо в плазме солнечной короны.

ж) Баллистическая теория эха

Выше рассматривалось эхо в плазме на основе кинетического уравнения с самосогласованным полем. Изложим теперь более упрощенную, баллистическую теорию эха, которая развита в работах⁶³⁻⁶⁵. Она основана на свободно-потокном приближении, когда в кинетическом уравнении учитывается лишь поле внешних возмущений (под влиянием которого в плазме возникают модулированные пучки частиц — волны Ван-Кампена, но влиянием которого на диэлектрические свойства плазмы пренебрегаем).

Будем исходить из кинетического уравнения Больцмана

$$\frac{\partial f}{\partial t} + v \frac{\partial f}{\partial z} + a(z, t) \frac{\partial f}{\partial v} = 0, \quad (1.49)$$

где $f(z, v, t)$ — функция распределения, $a(z, t)$ — внешние возмущения. Уравнение (1.49) решаем методом характеристик:

$$\dot{z} = v, \quad \dot{v} = a, \quad \dot{f} = 0, \quad (1.50)$$

t является параметром этих уравнений. Решение уравнений (1.50) имеет вид

$$z = z(z_0, v_0, t), \quad v = v(z_0, v_0, t), \quad f = f(z_0, v_0, t). \quad (1.51)$$

Возвращаясь к старым переменным, имеем

$$z_0 = z_0(z, v, t), \quad v_0 = v_0(z, v, t), \quad f = f(z_0(z, v, t), v_0(z, v, t), 0). \quad (1.52)$$

Зная f , можно найти макроскопические величины — плотность, электрическое поле и т. д. Например, пространственная фурье-компонента плотности заряда может быть найдена следующим образом:

$$\rho_k(t) = e \int dz_0 dv_0 \exp(-ik(v_0, z_0, t)) f(v). \quad (1.53)$$

Для рассмотрения временного эха внешние возмущения выберем в виде

$$a(z, t) = a_1(z) \delta(t) + a_2(z) \delta(t - \tau), \quad (1.54)$$

где $a_i = C_i \exp(ik_i z)$, $C_i = \frac{eE_i}{m\Omega}$. Тогда для плотности заряда $(p + n)$ -го порядка получим следующее выражение⁶:

$$\begin{aligned} \rho(z, t) &= \sum_{p, n} \rho_{pn}(t) \exp(ik_{pn} z), \\ \rho_{pn}(t) &= (-i)^{p+n} e J_p \{ \theta(t) C_1 k_{pn}(t - \tau_{pn}) \} J_n \{ \theta(t - \tau) C_2 k_{pn}(t - \tau_{pn}) \} \times \\ &\quad \times \int dv \exp(-ik_{pn}(t - \tau_{pn})) f(v), \end{aligned} \quad (1.55)$$

где $k_{pn} = nk_2 - pk_1$, $\tau_{pn} = nk_2 \tau / k_{pn}$. В момент времени $t = \tau_{pn}$ фазовый множитель в экспоненте (1.55) перестает зависеть от скорости, и макроскопическая плотность заряда становится отличной от нуля — это и есть временное эхо. Пространственное эхо на основе баллистической теории исследовано в^{64, 65}, а его амплитуда порядка $(p + n)$:

$$\begin{aligned} E^{(p+n)} &\sim J_n \left(n \frac{e}{m} \frac{k_1^2}{\omega_1^2} E_1 l \right) J_p \left(p \frac{e}{m} \frac{k_2^2}{\omega_2^2} E_2 l \right) \times \\ &\quad \times \exp \left[-\frac{3}{2} \left(\frac{\omega}{s} |z - l'| \right)^{2/3} \right], \end{aligned} \quad (1.56)$$

где $l_{pn} = p_1 \omega_2 / (p \omega_2 - n \omega_1)$ — точка максимальной интенсивности эха, $J_p(x)$ — функция Бесселя p -го порядка. Отметим, что выражения (1.55) и (1.56) для макроскопического сигнала эха получены без предположения о малости внешних возмущений, в отличие от предыдущих случаев, где использован метод последовательных приближений по полям внешних возмущений E_i .

з) Сопоставление результатов по исследованию коллективного и баллистического эха

Вышеприведенное рассмотрение показывает, что для количественного описания эха необходим и самосогласованный подход, и баллистический в зависимости от постановки задачи: 1) если частоты и волновые векторы рассматриваемых колебаний соответствуют области прозрачности плазмы (например, для электронной плазмы частоты $\omega \sim \Omega$, а волновые числа $k \ll a^{-1}$), для изучения эха необходим самосогласованный подход; 2) в случае сильнозатухающих колебаний (для электронной плазмы это справедливо при $\omega \gg \Omega$ и $k \gg a^{-1}$) можно ограничиться баллистическим подходом.

Коллективное эхо имеет следующие характерные особенности:

1. Форма эхового сигнала несимметрична во времени или в пространстве. Например, пространственная эволюция эхового сигнала в случае взаимодействия лэнгмюровских колебаний следующая: нарастание сигнала эха $\sim \exp[(\omega_2/\omega_1) \Gamma_1(z - l')]$, а затухание — $\exp[-(\omega/\omega_2) \Gamma_2(z - l')]$ и $\exp[-(\omega/\omega_1) \Gamma(z - l')]$.

2. Амплитуды эхового сигнала $(m + n)$ -го порядка:

$$E^{(m+n)} \sim E_1^m E_2^n \tau^n, \quad (1.57)$$

$$E^{(m+n)} \sim E_1^m E_2^n l^n, \quad (1.58)$$

для временного и пространственного эха соответственно, поскольку при вычислении эха был использован метод последовательных приближений. Из условий применимости этого метода ($E^{(2)} \ll E^{(1)}$, $E^{(3)} \ll E^{(2)}$ и т. д.), используя выражения (1.22) и (1.24) для полей эховых колебаний второго порядка $E^{(2)}$, получим ограничения на поля E_i ($i = 1, 2$) первичных возмущений ($E_i \sim \rho_i/k$):

$$\frac{eE_1 k \tau}{m \gamma} \ll 1, \quad (1.59)$$

$$\frac{eE_1 k^3 l}{\omega^3 m \Gamma} \ll 1. \quad (1.60)$$

(При выполнении условий (1.59) и (1.60) можно пользоваться линейной теорией затухания Ландау для первичных волн.) Амплитуды временного и пространственного эха второго порядка определяются (1.55) и (1.56) при $p = 1$, $n = 1$.

3. Если эхо является коллективным откликом на бунчировку и дебунчировку электронов, то его длина волны определяется частотой эха и одного из внешних возмущений и плазменным дисперсионным соотношением.

Для баллистического эха характерно следующее:

1. Баллистическое эхо имеет симметричный характер во времени и в пространстве. Для пространственного эха второго порядка, например, амплитуда $\sim \exp \{-(3/2) [(\omega/s) |z - l'|^{2/3}]\}$, т. е. симметрична при любом соотношении частот внешних возмущений и, кроме того, она пропорциональна

$$J_1 \left(\frac{e}{m} \frac{k_1^2}{\omega_1} E_1 l \right) J_1 \left(\frac{e l}{m} \frac{k_2^2}{\omega_2} E_2 l \right).$$

2. Если эхо обусловлено только бунчировкой и дебунчировкой свободно-поточковых электронов, то его длина волны является функцией только частоты эха и характеристической скорости электронов.

Для малых амплитуд первичных полей, когда условия (1.59) и (1.60) выполнены, в (1.55) и (1.56) можно произвести разложение функций Бесселя по малому аргументу, и амплитуды временного и пространственного эха снова определяются выражениями (1.57), (1.58) при $m = 1$, $n = 1$.

Положим в выражениях (1.22) и (1.24) для амплитуд коллективного эха диэлектрические проницаемости $\epsilon = 1$. Тогда получим такие же выражения для поля эха, какие дает баллистическая теория из (1.55) и (1.56) для малых амплитуд полей E_i , удовлетворяющих условиям (1.59) и (1.60). При увеличении амплитуд внешних возмущений, когда нарушаются условия (1.59), (1.60), метод последовательных приближений становится неприменимым и амплитуда эха описывается выражениями (1.55) и (1.56). Таким образом, баллистическая теория предсказывает насыщение амплитуды эха при увеличении амплитуд внешних возмущений. Справедливость вышеприведенной аргументации об особенностях коллективного и баллистического эха подтверждается данными эксперимента.

В работах Икези и Такагаши⁷ и Вонга и Бэкера⁸⁸ при изучении эха на ионных волнах использовалась теория коллективного эха. В этих работах экспериментально показано, что форма эха асимметрична — нарастание и спадание эхового сигнала происходит по различным законам, что согласуется с теорией. Гофорт и Джентль⁴⁴ провели экспериментальное изучение структуры эха третьего порядка на плазменных волнах — определялась скорость нарастания и убывания эхового сигнала

относительно точки максимальной интенсивности, а также длина волны эха. Экспериментальные результаты хорошо согласуются с теорией коллективного эха. В работе Малмберга и др.⁵ экспериментально показано, что основной вклад в эхо дают коллективные эффекты (здесь частоты внешних возмущений и эха $\omega_{1,2}$ и $\omega_3 \sim \Omega$).

Рипин и Пекасек⁶⁵ экспериментально показали баллистический характер пространственного эха второго порядка для $\omega \gg \Omega$: соотношение между длиной волны и частотой имеет вид $\omega/k = v_c$, где v_c приближенно равна скорости, при которой электронная функция распределения имеет максимальный наклон; форма эта симметрична. Моллер⁶⁷ исследовал насыщение эха при больших амплитудах внешних возмущений и показал, что амплитуда эха хорошо описывается функцией Бесселя J_1 в соответствии с баллистической теорией.

Если амплитуды внешних возмущений настолько велики, что $eE_c/m\omega\omega_0 \gg 1$, нужно учитывать захваченные частицы⁶⁸⁻⁷⁰. В⁶⁸⁻⁷⁰ теоретически и экспериментально исследованы эховые явления на захваченных частицах и обсуждается возможность их использования для изучения турбулентности в установках, предназначенных для получения управляемого термоядерного синтеза.

и) Эхо в неоднородной плазме

Выше было исследовано эхо в однородной плазме, которое является нелинейным. В неоднородной плазме, когда в каждом участке плазмы волна резонансно взаимодействует только с какой-то определенной группой частиц, эффекты эха могут быть линейными. В работах²⁰⁻²² изучались нелокальные эффекты эха, существующие только в неоднородной плазме, в частности, линейное эхо, возникающее при распространении волны вдоль неоднородного внешнего магнитного поля, продольное эхо от двух поперечных источников, находящихся в области непрозрачности неоднородной плазмы, эхо второго порядка на суммарной частоте от двух продольных источников в неоднородной изотропной плазме. В этих работах исследована роль эховых эффектов для просветления областей непрозрачности неоднородной плазмы. Экспериментально прохождение электромагнитных волн сквозь область непрозрачности в неоднородной магнитоактивной плазме исследовалось в²³.

Рассмотрим, например, распространение необыкновенной волны частоты ω вдоль неоднородного магнитного поля. Индуцированный ток в плазме имеет вид

$$j_\omega(z) = -\frac{\Omega^2}{4\pi} \int_0^\infty \frac{dv}{v} f_0(v) \left[\int_{-\infty}^\infty dz' E_\omega(z') e^{-i\psi} - \int_{-\infty}^z dz' E_\omega'(z') e^{i\psi} \right], \quad (1.61)$$

где фазовый множитель

$$\psi = \int_{z'}^z \frac{dy}{y} (\omega - \omega_B(y)).$$

Решение для электрического поля ищется в ВКБ-приближении:

$$E_\omega(z) = A_\omega(z) \exp \left(i \int_{z'}^z k(z') dz' \right). \quad (1.62)$$

В экспоненте в (1.62) фазовый множитель станет равным

$$\theta = \int_{z'}^z a_{\omega}(z'') dz'', \quad (1.63)$$

где $a_{\omega}(z'') = k - (\omega_B(z'')/v)$.

В однородной плазме при интегрировании по скорости v фазовый множитель θ приводит к тепловому рассасыванию возмущения по закону $\sim \exp [-(3/4) (\theta z/s)^{2/3}]$. В неоднородной плазме, вследствие зависимости от z , фаза θ может иметь экстремум по v , поэтому в результате интегрирования по скоростям появляется макроскопический сигнал, т. е. эхо.

2. ЭХОВЫЕ ЯВЛЕНИЯ В ОГРАНИЧЕННОЙ ПЛАЗМЕ

В пространственно ограниченной плазме возможны качественно новые, по сравнению с безграничной плазмой, эховые явления, связанные с отражением заряженных частиц от границ плазмы и существованием в такой плазме поверхностных волн. В такой плазме, кроме объемных, возникают эховые поверхностные волны. Кроме того, эховые явления могут приводить к аномальному прохождению электромагнитных волн сквозь плотные плазменные слои^{24, 27}, металлические пленки²⁸⁻³⁰.

Так как для описания эховых явлений необходимо кинетическое рассмотрение, то одним из важных моментов здесь является выбор условия отражения плазменных частиц от границы, которое в случае резкой границы будем задавать в виде

$$f^+(x, y, z=0; v_x, v_y, v_z) = \rho f^-(x, y, z=0; v_x, v_y, -v_z), \quad (2.1)$$

f^- и f^+ — отклонения функции распределения от равновесной для частиц, движущихся к границе или от границы, соответственно (плазма занимает полупространство $z \geq 0$). Условие (2.1) означает, что из общего числа частиц, подлетающих к границе, доля их ρ отражается без потери направленной скорости, т. е. зеркально, $1 - \rho$ диффузно.

В одной из первых экспериментальных работ⁵, посвященных обнаружению эха в плазме, наряду с эховыми явлениями в безграничной плазме было исследовано эхо, возникающее за счет зеркального отражения электронов от металлической пластины, ограничивающей плазму.

Как и в случае неограниченной плазмы, для количественного описания эховых явлений в полуограниченной плазме для модели зеркального отражения ($\rho = 1$) удобно использовать нелинейное уравнение для поля, которое получено в⁷¹. В случае смешанного зеркально-диффузного отражения $0 < \rho < 1$ (как в полуограниченной плазме, так и в плазменном слое и металлических пленках) для описания эха используется более простой — баллистический подход.

а) Эховые явления в полуограниченной плазме с резкой границей для модели зеркального отражения

Рассмотрим эхо в полуограниченной плазме с резкой границей в предположении зеркального отражения электронов от границы (такая ситуация может быть реализована, например, в случае, если плазма удерживается диэлектриком). Наличие границы обуславливает, во-первых, существование дополнительных волн Ван-Кампена (за счет зеркального отражения частиц), а во-вторых, существенно изменяет дисперсию распространяющихся в ней волн. Как мы увидим, эти обстоятельства приводят к качественно новым эховым эффектам.

В ⁷²⁻⁷⁴ исследовалось коллективное эхо второго порядка в полугораниченной электронной плазме в предположении зеркального отражения электронов от границы (предполагается, что пространственно однородная и стационарная плазма занимает полупространство $z \geq 0$, а область $z < 0$ заполнена диэлектриком, характеризуемым диэлектрической постоянной ε_0). Внешние возмущения выбраны в виде плотности внешних зарядов, которые расположены в плоскостях $z = \pm \alpha x \pm \sqrt{1 + \alpha^2} l$, ориентированных под углом θ к поверхности плазмы ($\text{tg } \theta = \alpha$):

$$\rho^0(x, z, t) = \sum_{i=1,2} \sum_{\pm} \rho_i \exp(i\omega_i t) \delta(k'_0(\sin \theta x \pm \cos \theta(z-l))), \quad (2.2)$$

т. е. рассматривается фактически двумерный случай, когда все величины являются функциями x и z . Поле эховых колебаний на частоте $\omega = \omega_2 - \omega_1$ состоит из двух частей — объемной и поверхностной:

$$E_{k\omega}^{(2)} = E_{k\omega}^{(2)v} + E_{k\omega}^{(2)s}. \quad (2.3)$$

Приведем выражение для поля эха объемных колебаний на частоте $\omega = \omega_2 - \omega_1$:

$$E_x^{(2)v}(x, z, t) = 16\pi^{3/2} \frac{\alpha}{1 + \alpha^2} \frac{e}{m} \frac{\rho_1 \rho_2 (z + \alpha x - \sqrt{1 + \alpha^2} l)}{\omega_1 \omega_2 \alpha^2 k_0'^2} \times \\ \times \exp(-i\omega t) \int d\xi \frac{\exp[(i\omega/s\xi)(\sin \theta x + \cos \theta z - l') - \xi^{-2}]}{\xi^2 \varepsilon(-\omega_1, \omega_1/s\xi) \varepsilon(\omega_2, \omega_2/s\xi) \varepsilon(\omega, \omega/s\xi)}, \quad (2.4)$$

$$E_z^{(2)v}(x, z, t) = \frac{1}{\alpha} E_x^{(2)v}(x, z, t),$$

где $l' = (\omega_2 + \omega_1) l / (\omega_2 - \omega_1)$. Из (2.4) видно, что максимум эхового сигнала с частотой $\omega = \omega_2 - \omega_1$ расположен в плоскости $z = -\alpha x + \sqrt{1 + \alpha^2} l$. При $\theta = 0^\circ$ $\alpha = 0$ (это означает, что плоскости, в которых расположены зарядовые сетки с ω_1 и ω_2 , совпадают и расположены параллельно границе плазмы на расстоянии l от нее). Действительно, волны плотности (волны Ван-Кампена), распространяющиеся от сетки с частотой ω_1 по направлению к границе плазмы, отражаются от нее, а затем вновь модулируются полем с частотой ω_2 этой же сетки. В результате этого создаются вторичные волны Ван-Кампена на частоте $\omega_2 - \omega_1$, которые на расстоянии $z = l'$ от границы плазмы дают макроскопический сигнал эха.

Если частоты внешних возмущений $\omega_{1,2}$ и частота нелинейного сигнала $\omega = \omega_2 - \omega_1$ удовлетворяют условиям $\omega_{1,2} > \Omega$, $\Omega/\sqrt{1 + \varepsilon_0} < \omega < \Omega$, то основной вклад в поле эха вносит поверхностное слагаемое (2.3), т. е. $E^{(2)s}$. Характер эхового сигнала в этом случае определяется дисперсией поверхностных волн, а интенсивность его максимальна в точке $x = (\omega_2 + \omega_1) l / (\omega_2 - \omega_1)$ на граничной поверхности плазмы. Зависимость амплитуды этого сигнала от координаты z следующая:

$$E^{(2)s} \sim \begin{cases} \exp\left[-\frac{3}{2}\left(\frac{z\omega}{2s}\right)^{2/3}\right], & \frac{z\omega}{s} \ll \left(\frac{\omega}{k_1 s}\right)^3, \\ \exp(-k_1 z), & \frac{z\omega}{s} \gg \left(\frac{\omega}{k_1 s}\right)^3, \end{cases} \quad (2.5)$$

где k_1 — волновое число поверхностной волны на частоте ω ⁷⁹:

$$k_1 = \left(1 + \frac{\varepsilon_0}{\varepsilon}\right) \frac{\omega}{s} \text{Re } \beta^{-1} \left(\frac{\omega}{\Omega}\right) \quad (2.6)$$

и

$$\varepsilon = 1 - \frac{\Omega^2}{\omega^2}, \quad \varepsilon > -\varepsilon_0, \quad s < \frac{\omega}{k} < \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_0}},$$

а

$$\beta\left(\frac{\omega}{\Omega}\right) \approx 2,5 - i0,3$$

при $\omega = \Omega/\sqrt{2}$.

Из (2.5) следует, что эховый сигнал сосредоточен вблизи поверхности, ограничивающей плазму, и экспоненциально мал уже на расстоянии порядка нескольких дебаевских радиусов, т. е. эховый сигнал имеет характер нелинейной поверхностной волны.

Таким образом, дисперсия коллективного эха в полуограниченной электронной плазме определяется дисперсией как объемных, так и поверхностных волн.

В ⁷⁶ изучалось временное эхо в полуограниченной плазме, а в ⁷⁷ — пространственное эхо в полуограниченной магнитоактивной плазме (в обоих случаях используется модель резкой границы, отражение частиц от границы — зеркальное).

б) Эхо в полуограниченной плазме с резкой границей для зеркально-диффузного отражения

Если плазма ограничена диэлектриком, то отражение частиц от границы может быть смешанным — одни частицы садятся на диэлектрик и теряют направленную скорость, другие могут от него отражаться зеркально вследствие сил кулоновского отталкивания (при этом в (2.1) $0 < \rho < 1$). Сигнал эха должен существенно зависеть от характера отражения частиц от границы, так как вклад в эхо дают лишь зеркально отраженные частицы. Проведенные в работах ⁷⁸, ⁷⁹ исследования пространственного баллистического эха в полуограниченной электронной плазме для случая $0 < \rho < 1$ показывают, что это действительно так.

Для исследования эха используем кинетическое уравнение (1.1) для функции распределения, где электрическое поле $E^{(1)}$ зададим в виде (самосогласованным полем пренебрегаем)

$$E_x^{(1)} = \sum_{i=1,2,3} E_{0i} [\exp(i\omega_i t) + \exp(-i\omega_i t)] \exp(-\kappa_i |z - l|), \quad (2.7)$$

κ_i^{-1} — скин-глубина

$$\delta_i \equiv \kappa_i^{-1} = \frac{c}{\omega_i} \sqrt{\frac{\Omega^2}{\omega_i^2} - 1}. \quad (2.8)$$

(Поскольку частоты внешних возмущений $\omega_i < \Omega$, то (2.7) означает, что поле проникает по обе стороны от источника $z = l$ на скин-глубину δ_i .) Действие поля (2.7) сводится к модуляции потоков частиц, которые будем считать распространяющимися нормально к границе. Расстояние l до границы выбрано так, что $\kappa_i l \gg 1$. Считая внешние возмущения малыми ($eE_{0i}/m\omega_i s \ll 1$), будем решать кинетическое уравнение методом последовательных приближений. Во втором приближении возможно продольное эхо, которое возникает в объеме плазмы на расстоянии $l' = (\omega_2 + \omega_1)l/(\omega_2 - \omega_1)$ от границы. В третьем приближении по полю возможно поперечное эхо на частоте $\omega_e = \omega_3 + \omega_2 - \omega_1$ ($\omega_e < \Omega$):

$$E_x^{(3)}(z, t) = \frac{4\sqrt{3}}{\pi^2} \rho \frac{e^2 \Omega^2 s^2 l^2}{m^2 c^2} \frac{\kappa_1 \kappa_2 \kappa_3 (\kappa_2 (\omega_3 + 2\omega_2) + \kappa_3 \omega_2)}{\omega_0 \omega_2^2 \omega_3 (\omega_2 + \omega_3)^2} \times \\ \times E_{01} E_{02} E_{03} \exp(-i\omega_e t) \exp\left(-\frac{3}{2} \frac{\omega_2}{2s} |z - l_1|\right)^{2/3} [1 - i\sqrt{3} \operatorname{sign}(z - l_1)], \quad (2.9)$$

где $z = l_1 = (\omega_3 + \omega_2 + \omega_1)l/\omega_e$ — точка, в которой интенсивность эха максимальна. Видно, что амплитуда эха (2.9) пропорциональна ρ , т. е. доле электронов, зеркально отраженных от границы, и его форма симметрична в пространстве относительно положения максимума l_1 . Аналогичный подход использован в ⁸⁰ при рассмотрении эха электромагнитных волн в неограниченной плазме.

В ⁷⁸ рассмотрено также пространственное продольное эхо в полугораниченной плазме на основе баллистической теории. На сетку, расположенную на расстоянии l от границы, подаются монохроматические сигналы с частотами ω_1, ω_2 , причем $\omega_{1,2} \gg \Omega$ (волны Ван-Кампена распространяются нормально к границе). Получено общее выражение для продольного поля эха $(p + q)$ -го порядка (без предположения о малости внешних возмущений, что позволяет описать насыщение эха), максимальная интенсивность которого находится в точке

$$z_{pq} = \frac{q\omega_2 + p\omega_1}{q\omega_2 - p\omega_1} l. \quad (2.10)$$

Амплитуда эха $(p + q)$ -го порядка также пропорциональна ρ , т. е. доле зеркально отраженных электронов. Таким образом, измерение амплитуды сигнала эха позволяет непосредственно на эксперименте исследовать характер отражения электронов от границы плазмы.

в) Пространственное эхо в плазме
с нерезкой границей в приближении
заданного поля

Граница плазмы зачастую является нерезкой, с некоторым характерным размером области изменения плотности у поверхности плазмы (назовем такую область переходным слоем плазма — вакуум). Такая граница может сформироваться, например, некоторым потенциальным профилем. Как показано в ⁸¹, характер пространственного продольного эха в этом случае существенно зависит от вида потенциального профиля. Как и в случае плазмы с резкой границей, источники внешних возмущений с частотами ω_1 и ω_2 расположены на расстоянии l от границы ($\omega_{1,2} > \Omega$). Кинетическое уравнение для электронной функции распределения дополним условием зеркального отражения для электронов на потенциальном профиле:

$$f^+(z = z_e, v) = f^-(z = z_e, -v), \quad (2.11)$$

где точка отражения электронов $z = z_e$ определяется условием $\frac{e}{m} U(z) = \mathcal{E}$, где $\mathcal{E} = \frac{e}{m} U(z) + v^2/2$ — полная энергия электронов (для простоты рассмотрим одномерный случай). Подробно проанализирован случай параболического

$$U(z) = \begin{cases} -U_0(z/a - 1)^2 & z \leq a, \\ 0, & z > a \end{cases} \quad U_0 > 0, \quad (2.12)$$

и линейного

$$U_i(z) = \begin{cases} -U_0(z/a - 1), & z \leq a, \\ 0, & z > a \end{cases} \quad (2.13)$$

потенциального профиля (параметр a определяет ширину переходного слоя плазма — вакуум и является величиной порядка дебаевского радиуса). На рис. 1 показана форма реальной части поля эха $E_{\omega_s}^{(2)}(\omega_s =$

$= \omega_2 - \omega_1$) в зависимости от z для следующих параметров: $kT = 100$ эВ, $\Omega = 1,78 \cdot 10^9$ с $^{-1}$, $\omega_1 = 1,2\Omega$, $\omega_2 = 2,8\Omega$, $a = 3,4$ см, $l = 11,75$ см, $l' = 25,845$ см, $kT/eU_0 = 0,1$. Отсюда видно, что амплитуда эха имеет

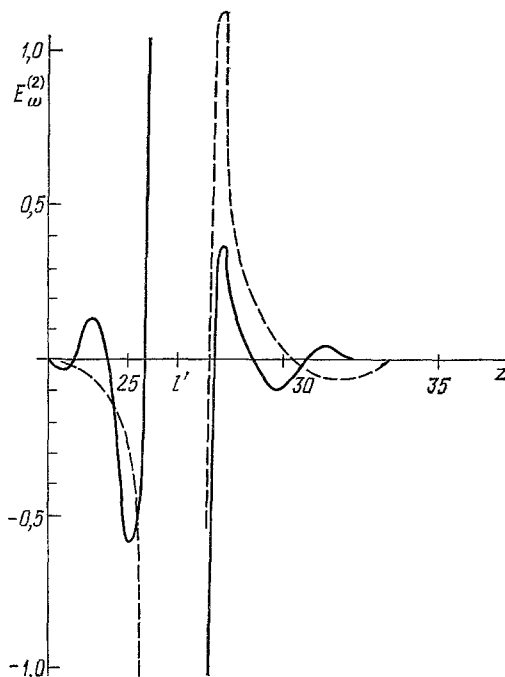


Рис. 1. Зависимость асимптотической формы эхового поля $E_{\omega}^{(2)}$ от z для случая линейного потенциала (штриховая линия) и для параболического потенциала (сплошная линия).

различную форму в зависимости от профиля потенциала, что открывает возможность экспериментального исследования вида потенциала в переходной области плазма — вакуум по эффектам пространственного эха.

г) Эхо в плазменном слое и металлических пленках

В плазменном слое модулированные пучки частиц при последовательном зеркальном отражении от границы плазменного слоя могут сфокусироваться по фазам и дать макроскопический сигнал эха (границами, например, служат диэлектрические пластины или поверхности металлических пленки). Очевидно, наиболее интересной здесь является ситуация, когда слой непрозрачен для полей падающих на него извне электромагнитных волн, например, когда $\omega_i < \Omega$ (ω_i — частота электромагнитной волны, Ω — плазменная частота слоя) и поля проникают в плазму на скин-глубину δ_i , а толщина слоя $d \gg \delta_i$. От границы слоя будут распространяться волны Ван-Кампена, которые, отражаясь от границ слоя, повторно модулируются полями внешних возмущений (на глубине скин-слоя) и могут сфокусироваться по фазам вблизи противоположной стороны слоя и возбудить нелинейный сигнал эха. Этот сигнал может излучаться в вакуум, т. е. возникает своеобразное нелинейное «просветление» плазменного слоя.

Приведем результаты работ по изучению эха в плазменных слоях и металлических пленках. В ^{24, 25} предсказано явление нелинейного прохождения электромагнитных волн сквозь плотный слой электронной плазмы $0 \leq z \leq d$ с резкими границами ($z = 0$ — граница 1, $z = d$ —

граница 2) за счет эффектов эха. Рассмотрен случай, когда из вакуума нормально к границе 1 слоя падают электромагнитные волны с частотой $\omega_i \ll \Omega$ ($i = 1, 2, 3$), которые проникают в плазму на глубину скин-слоя δ_i . Так как толщина слоя d удовлетворяет условию

$$\delta_i \ll d \ll \lambda \quad (2.14)$$

(λ — длина свободного пробега электронов), то линейный коэффициент прохождения волн (отношение амплитуд падающей и прошедшей волн) экспоненциально мал, $k_{\text{лин}} \sim \exp(-d/\delta)$. Если имеются частицы, отражающиеся зеркально от границ слоя 1 и 2 (на границе 1 частицы модулируются полями падающих волн), то при определенном выборе частот ω_i вблизи границы 2 возникает поперечный макроскопический сигнал эха третьего порядка на комбинационных частотах $\omega_3 = \omega_1 \pm \omega_2$, который может излучаться в вакуум. Коэффициент нелинейного прохождения волн оказывается значительно большим линейного коэффициента. Для слоя плазмы с $\Omega = 10^{10} \text{ с}^{-1}$, $s = 0,5 \cdot 10^6 \text{ м/с}$, $d = 20 \delta$ ($\delta \approx c/\Omega = 3 \cdot 10^{-2} \text{ м}$), $\omega_i = 0,1 \Omega$, для амплитуд падающих волн таких, что $eE_0/m\omega_i s \approx 10^{-2}$, получаем $k_{\text{нел}}/k_{\text{лин}} \gtrsim 10^3$. В работе ²⁷ рассмотрены эховые явления в плазменном слое в случае падения из вакуума s- и p-поляризованных волн.

В неравновесном плазменном слое, вдоль границы которого движется пучок электронов, возможно прохождение нелинейного сигнала эха второго порядка за счет модуляции частиц пучка ⁸².

В работе ²⁶ исследовано пространственное эхо в плазменном слое при условии зеркального отражения плазменных частиц от границ слоя. Рассмотрены потенциальные колебания, причем источники сторонних полей находятся внутри плазменного слоя и совмещены в одной точке. Получено общее выражение для всех точек, где возможно плазменное эхо на частоте $\omega_2 = \omega_1$ (ω_1, ω_2 — частоты сторонних полей). При условии $\alpha\omega_1 = \beta\omega_2$ (α и β — целые числа) возможно наложение большого числа эховых колебаний в одной точке и возникает своеобразный эховый резонанс (амплитуда поля эховых колебаний пропорциональна $(\lambda/d)^2$, где λ — длина свободного пробега частиц, d — толщина слоя).

Плазменное эхо в металлических пленках исследовано в ²⁸⁻³⁰ в предположении, что длины свободного пробега заряженных частиц значительно больше толщины пленки и имеется некоторая доля частиц, зеркально отраженных от границ слоя.

В ²⁹ показано, что в анизотропном кристалле плазменное эхо возникает уже во втором порядке за счет электронов, зеркально отраженных от границы металла. Здесь предполагалось, что электромагнитные волны с частотой $\omega_{1,2} < \Omega$ падают на поверхность металлической пленки с обеих сторон ($z = 0$ — граница 1, $z = d$ — граница 2) и затухают на глубине скин-слоя. Во втором приближении по полю возникает сигнал эха на частоте $\omega_2 = \omega_1$ вблизи границы 1. Этот сигнал имеет резкий максимум при $\omega_2 = 2\omega_1$. Аналогичный эффект можно обнаружить при $\omega_2 = \omega_1/2$ вблизи поверхности 2. Эти результаты справедливы при выполнении довольно жестких условий:

$$\frac{v_0}{\Omega} = a \ll \frac{v_0}{\omega_i} \ll \delta_i \ll d \ll \lambda, \quad (2.15)$$

$v_0 = \frac{\hbar(3\pi^2 n)^{1/3}}{m}$ — фермиевская скорость, m — эффективная масса электронов, $\delta_i \approx c/\omega_i$ — глубина скин-слоя, $\lambda = v_0/v$ — длина свободного пробега в металле. В этой работе сделаны также численные оценки для монокристаллического висмута, в котором неравенства (2.15) могут быть выполнены при $\omega \sim 10^{10} - 10^{11} \text{ см}^{-1}$ и, следовательно, могут быть реализованы условия для существования плазменного эха.

В работе ³⁰ экспериментально наблюдалось плазменное эхо в пластине висмута в присутствии магнитного поля, перпендикулярного плоскостям пластины. Измерения основаны на зависимости мощности нелинейного сигнала эха от магнитного поля.

Таким образом, в ^{24, 25, 28-30} предсказано явление аномального прохождения электромагнитных волн на комбинационных частотах сквозь плазменные слои с резкими границами, а также металлические пленки за счет нелинейной фазовой фокусировки частиц, отражающихся зеркально от границ слоя (пленки).

3. РЕЗУЛЬТАТЫ ЭКСПЕРИМЕНТОВ ПО ПЛАЗМЕННОМУ ЭХУ. ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ЭХА ДЛЯ ДИАГНОСТИКИ ПЛАЗМЫ

а) Экспериментальное изучение эха на плазменных, ионно-звуковых и циклотронных волнах

Пространственные эховые колебания на лэнгмюровской частоте обнаружены впервые в ⁵. Для исследований использован столб плазмы длиной 180 см, диаметром 5 см и плотностью в центре $1,5 \cdot 10^8 \text{ см}^{-3}$, помещенной в магнитное поле 305 гс. Фоновое давление $\sim 1,5 \cdot 10^{-5}$ тор для H_2 , при

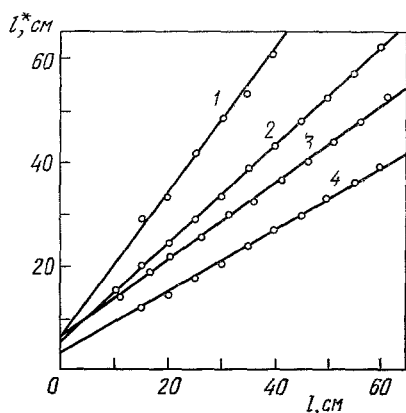


Рис. 2. Зависимость положения максимума эха третьего порядка от расстояния между генераторами ($l^* = 2f_2 l / (2f_2 - f_1)^3$).

Сплошная кривая — результаты теории, кружки — экспериментальные данные для различных f_1 , f_2 и $f_3 = 2f_2 - f_1$ (МГц) (l — 150, 130 и 110, 2 — 140, 145 и 150, 3 — 110, 130 и 150, 4 — 110, 150 и 190).

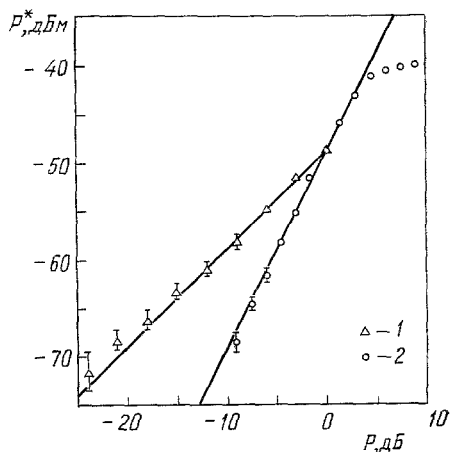


Рис. 3. Зависимость пиковой мощности эха третьего порядка $P_3 = |E_{\omega}^{(3)}| \times (z = l')^2$ от мощности первичных волн ³.

1 — P_1 изменяется, а $P_2 = -29$ дБм, 2 — P_2 изменяется, $P_1 = -26$ дБм. Абсолютные значения мощности приближены.

котором средняя длина свободного пробега для столкновений электронов с нейтралами составила 10 м, т. е. плазма была бесстолкновительной. Температура плазмы 9,4 эВ, дебаевский радиус 2 мм. Плазма окружена цилиндром радиусом 5,2 см, который служит волноводом для распространяющихся по плазме волн. Плазменный столб в продольном направлении был ограничен отрицательно заряженной пластиной, электрическое поле которой отражало электроны. Возбуждение и исследование колебаний производилось с помощью подвижных вдоль радиуса и вдоль оси системы зондов. Для получения дисперсии и затухания плазменных волн на один из зондов

подавался сигнал регулируемой амплитуды и частоты от внешнего генератора. Из полученной экспериментально дисперсионной кривой ($\omega = f(k)$) авторы⁵ делают вывод о том, что в области $k < 1 \text{ см}^{-1}$ дисперсия колебаний зависит от радиуса системы, а в области $k > 1 \text{ см}^{-1}$ в дисперсии доминируют эффекты конечной температуры. Для рассматриваемых частот $k_i > 2 \text{ см}^{-1}$ ($i = 1, 2, 3$), т. е. плазму можно считать неограниченной в радиальном направлении. Для наблюдения эха на один из зондов (в положении $z = 0 \text{ см}$) подавался сигнал частоты $f_1 = 120 \text{ МГц}$, а на другой, расположенный на расстоянии $z = l = 40 \text{ см}$ от первого, подавался сигнал $f_2 = 130 \text{ МГц}$. В соответствии с теорией наблюдалось эхо третьего порядка на частоте $f_3 = 2f_2 - f_1 = 140 \text{ МГц}$ на расстоянии от первого зонда $l^* = 2f_2 l / (2f_2 - f_1) \approx 75 \text{ см}$, причем усиление сигнала составило 20 дБ. Измерялась зависимость положения максимума эха от расстояния между генераторами (т. е. $l^* = f(l)$) для различных частот первичных волн f_1 и f_2 . Во всех случаях, как и следовало ожидать, получена линейная зависимость (рис. 2). Измерялась также зависимость пиковой мощности эха P^* от мощности первичных волн P_1 и P_2 , точнее, зависимость P_3 от P_1 и P_2 , где $P^* \sim |E_{\omega_3}^{(3)}(z = l')|^2$, $P_1 \sim E_1^2$, $P_2 \sim E_2^2$ (E_1, E_2 — амплитуды внешних возмущений, $E_{\omega_3}^{(3)}(z = l')$ — амплитуда эха в точке максимума l'), рис. 3. Поскольку для малых сигналов $P^* \sim P_1 P_2$, то получены линейные зависимости. Видно, что при росте амплитуд внешних возмущений амплитуда эха насыщается (это и понятно, так как при росте интенсивности волн во взаимодействие включаются эффекты высших порядков). Абсолютные уровни мощности, согласно⁵, даны на рис. 3 лишь весьма приближенно, поскольку неизвестно точно взаимодействие плазма — зонд. Поэтому данные, приведенные на рис. 3 и др., относящиеся к данному эксперименту, не позволяют провести детального сравнения данных эксперимента с результатами теории (в вопросах, где нужно знать абсолютные величины сигналов).

Мы полагаем, что теория возмущений становится несправедливой, как следует из (1.56), при полях

$$\frac{eE_i k l}{m\omega^2 \Gamma} \sim 1, \quad (3.1)$$

что совпадает с соответствующей оценкой, приведенной в⁵; такие поля, согласно⁵, приближенно соответствуют тем полям первичных волн, при которых насыщение становится явным. Теория возмущений не предсказывает насыщение амплитуды эха. Насыщение амплитуды эха экспериментально исследовано также в^{57, 58}, где показано, что поведение амплитуды эха при полях, превышающих (3.1), хорошо описывается формулой (1.52) при $m = n = 1$, т. е. при использовании баллистической теории. Обнаружено также эхо второго порядка на частоте $f_3 = f_2 - f_1 = 160 \text{ МГц}$ ($f_1 = 120 \text{ МГц}$, $f_2 = 280 \text{ МГц}$), максимум которого также в соответствии с теорией находится в точке $l' = f_2 l / (f_2 - f_1)$. В этой работе наблюдалось также эхо третьего порядка, при наличии одного генератора, за счет отражений электронов от отрицательно заряженной пластины. Если генератор расположен от границы на расстоянии l , то электроны, отражаясь от пластины, будут проходить сетку, на которую подается сигнал ω_1 , дважды (это соответствует модели полугораниченной плазмы с зеркальным отражением электронов^{73, 78}) и эхо, согласно формуле (2.10), возникает на расстоянии

$$z' = \frac{2\omega_2 + \omega_1}{2\omega_2 - \omega_1} l = 3l \quad (\omega_2 = \omega_1), \quad (3.2)$$

что и наблюдалось экспериментально (рис. 4). Генератор помещался на расстоянии $l = 30 \text{ см}$ от пластины и на него подавалась частота 120 МГц. Наблюдалось эхо третьего порядка на той же частоте, максимальная ин-

тенсивность которого, как и следовало ожидать согласно (3.2), находится в точке $z' = 90$ см. Зависимость пиковой мощности такого эха P^* от мощности первичной волны P_1 такая же, как и в предыдущем случае — при малых E_1 наблюдается линейная зависимость ($P^* \sim P_1^3$), а затем, при увеличении мощности генератора, начинается насыщение амплитуды эха (рис. 5). Как и в предыдущем случае, абсолютное значение мощности весьма приближенно.

В работе ⁶ исследованы эффекты эха на ионно-звуковых волнах. Эксперимент проводился в высокоионизированной цезиевой плазме Q -машины. Плазма была ограничена в радиальном направлении аксиальным магнитным полем 4 кГс. Плотность составила $5 \cdot 10^9 \text{ см}^{-3} < n < 2 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-3}$, и температуры $T_e = T_i = 0,2$ эВ; при этом выполнялось условие $\lambda/l \gg 1$, где λ — средняя длина свободного пробега для ионов и l — расстояние между сетками, на которые подавались сигналы с частота-

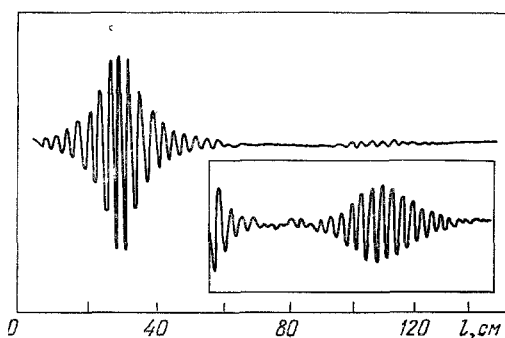


Рис. 4. Эхо третьего порядка за счет отражений (spearth-echo) ³.

Зависимость выходного сигнала интерферометра (в отн ед) от расстояния до отражающей пластины
Усиление — 30 дБ, $f_1 = f_2 = f_3 = 120$ МГц

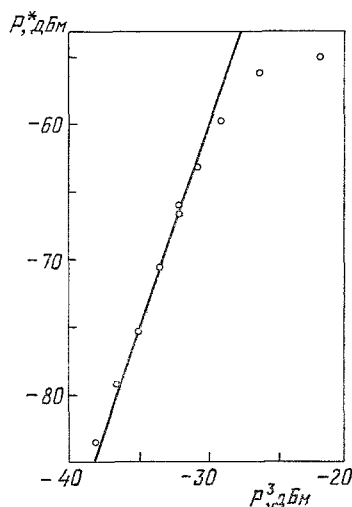


Рис. 5. Мощность эха за счет отражений как функции мощности генератора ³.

Кружки — экспериментальные данные (абсолютные уровни мощности приближены). Видно, что при увеличении мощности генератора мощность сигнала эха выходит на насыщение

ми f_1 и f_2 . Частоты находились в интервале 35 — 215 кГц, а расстояние l между генераторами 1,5 — 15 см. На рис. 6 представлены данные измерений зависимости амплитуды эха от расстояния между сетками. Видно, что амплитуда эха уменьшается с увеличением расстояния между сетками, что авторы, как и в случае электронных колебаний, объясняют влиянием столкновений на амплитуду эхового сигнала. Максимальная интенсивность эха, согласно теории ⁸, должна находиться в точке $l' = f_2 l / (f_2 - f_1)$, что и наблюдалось экспериментально. Эхо возникает лишь при $f_2 > f_1$. Измерялась зависимость $l' = f(l)$ для $f_2/(f_2 - f_1) = 3,33, 2,33, 1,75$. Во всех трех случаях получена линейная зависимость. Виден также несимметричный характер эха относительно точки максимума Икези и Такагаши ⁷ также наблюдали пространственное эхо второго порядка на ионных волнах. Более подробно пространственное эхо на ионных волнах исследовано Икези, Такагаши и Нишикавой ⁸, где изучалось и влияние столкновений на форму эха. Параметры плазмы примерно такие же, как и в работе ⁶. В ⁸ экспериментально исследовано также эхо высших порядков и вторичное эхо и наблю-

далось хорошее соответствие данных теории и эксперимента. Хайман и Зауэр⁸³ наблюдали пространственное эхо второго и третьего порядков на азимутально-симметричных поверхностных волнах, распространяющихся в столбе немагнитной плазмы (эти волны называются поверхностными, поскольку все компоненты электрического поля максимальны на

границе плазмы и затухают вдали от нее⁸⁴). Порколабом и Синнисом⁵⁴ проведены экспериментальные исследования эха на циклотронных волнах в магнитоактивной плазме при $k_{\perp} \neq 0$, т. е. когда возможны резонансы на кратных гармониках $\{\omega = n\omega_{\text{Ве}} (n = 2, 3)$. Эксперимент проводился в столбе

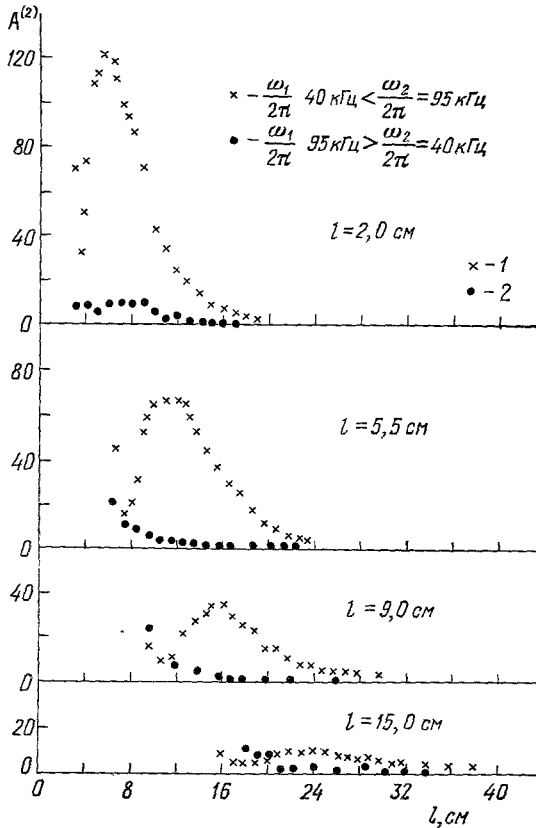


Рис. 6. Зависимость амплитуды ионно-звукового эха (в отн. ед.) от расстояния l до первого генератора для четырех значений l^4 .

1 — для $\omega_2 > \omega_1$; 2 — для $\omega_2 < \omega_1$.

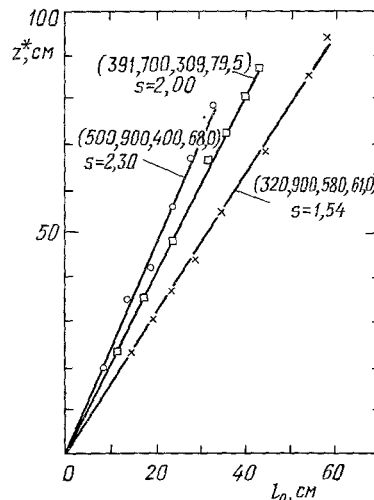


Рис. 7. Зависимость положения максимальной интенсивности электронно-циклотронного эха z^* от расстояния между генераторами l_0 ⁵⁵.

$z^* = (f_2 - nf_c) l_0 / (f_2 - f_1 - pf_c)$; $n, p = (2, 1), (3, 1), (3, 2)$ для линий с $s = 2, 3, 2, 0, 1, 54$ соответственно ($z^*/l_0 = s$)

аргоновой плазмы, параметры которой близки к параметрам плазмы, использованной в работе⁶, причем $\Omega > \omega_{\text{Ве}}$. Циклотронные волны возбуждались под углом к магнитному полю ($k_{\perp} \neq 0$). Из этих данных следует, что амплитуда эха зависит от магнитного поля и эхо существует на частотах, превышающих $2\omega_{\text{Ве}}$, что находится в соответствии с теорией. На рис. 7 приведена зависимость положения эха от расстояния между генераторами l , которая дается формулой $z^* = (\omega_2 - n\omega_{\text{Ве}}) / (\omega_2 - \omega_1 - p\omega_{\text{Ве}})$. Построены три графика для различных n и $p = 2, 1, 3, 1, 3, 2$ и для $s = z^*/l = 2, 3, 2, 1, 54$. Эти графики, как и следовало ожидать, совпадают с прямыми линиями.

Таким образом, экспериментальные исследования показали, что в плазме возможны пространственные эховые колебания второго и более

высоких порядков, причем во всех случаях теоретические данные по форме и местоположению эховых колебаний находятся в соответствии с экспериментальными данными.

Временное эхо в плазме экспериментально обнаружено в работе ⁹. В аргонную плазму подавались два импульса, разделенные временным интервалом $\tau = 10-60$ мкс, которые возбуждали стоячие ионные волны. Обнаружено эхо третьего порядка через время $\tau' = 2\tau$ после первого импульса с волновым числом $k_3 = k_2 = k_1$ ($k_3 = 2k_2 - k_1$).

б) О возможностях использования эффекта эха для диагностики плазмы

С помощью эффекта эха получены важные результаты по изучению процессов столкновений и микротурбулентностей в плазме.

Влияние столкновений на эхо изучено во многих как теоретических, так и экспериментальных работах ^{8, 67, 68, 85-93}.

Запишем интеграл столкновений в форме уравнения Фоккера — Планка, в котором эффект столкновений сводится к динамическому трению и диффузии частиц в пространстве скоростей. Тогда кинетическое уравнение для функции распределения имеет вид

$$\frac{\partial f}{\partial t} + v \frac{\partial f}{\partial z} + \frac{e}{m} E \frac{\partial f}{\partial v} = - \frac{\partial}{\partial v} (D_1(v) f) + \frac{\partial^2}{\partial v^2} (D_2(v) f), \quad (3.3)$$

где $D_1(v)$ — коэффициент динамического трения, $D_2(v)$ — коэффициент диффузии в пространстве скоростей. Пусть две сетки в электронной плазме в положении $z = 0$ и $z = l$ возбуждают самосогласованные поля, компоненты Фурье которых $E(k, \omega_1)$ и $E(k, \omega_2)$. Так как отклонение функции распределения от равновесной $\sim \exp\left(i \frac{\omega_1}{v} z\right)$, то при условии $\frac{\omega_1 z}{v} \gg 1$ основной вклад в интеграл столкновений дает член с $D_2(v)$, где дифференцируем по v дважды быстроосциллирующую функцию $\exp\left(i \frac{\omega_1}{v} z\right)$. Решая (3.3) и подставляя затем получающееся решение в уравнение Пуассона для поля, для амплитуды эха (максимум эха находится в точке $l' = \frac{\omega_2}{\omega_2 - \omega_1} l$) имеем

$$E^{(2)}(k, \omega_3) = \frac{\pi}{2} \left(\frac{e}{m} \right)^2 \frac{\omega_1 l E^*(\omega_1/v, \omega_1) E(\omega_2/v, \omega_2)}{k^2 v^3 \varepsilon(\omega_3/v, \omega_3)} \frac{\partial f_0}{\partial v} \times \\ \times \exp\left(-\frac{\omega_2^2 \omega_2 D_2(v)}{3 \omega_3 v^5} l^3\right) \Big|_{v=\omega_3/k}. \quad (3.4)$$

Из (3.4) видно, что, измеряя зависимость $\lg E_{k\omega}^{(2)}/l$ от l^3 , можно измерить коэффициент затухания $b(v) = \omega_1^2 \omega_2 D_2(v)/3 \omega_3 v^5$, а значит, и коэффициент диффузии $D_2(v)$.

Моллером ⁶⁷ было проведено измерение затухания эха вследствие диффузии в пространстве скоростей и определена зависимость коэффициента диффузии от скорости. В экспериментальной установке использовался столб плазмы длиной 60 см в магнитном поле 1 кГс. Плотность электронов $n = 1,4 \cdot 10^8$ см⁻³ и температура $T_e = 0,65$ эВ. Эхо возбуждалось при помощи двух сеток, на которые подавались частоты ω_1 и ω_2 . Представленные здесь результаты получены для частот $f_1 = 350$ МГц, $f_2 = 600$ МГц, $f_3 = 250$ МГц. В работе построены кривые зависимости величины фурье-компоненты амплитуды эха для различных расстояний l . Здесь $k = 10$ см⁻¹ соответствует скорости $1,5 \cdot 10^8$ см/с. Форма этой кривой соответствует уравнению (3.4) с поправками на форм-фактор сеток. В действительности играют роль также столкновения электронов с нейтрами. Для данного

числа k амплитуда фурье-компоненты в этом случае пропорциональна

$$la \left(\frac{\omega_3}{k} \right) \exp \left[-b \left(\frac{\omega_3}{k} \right) l^3 - \frac{l'}{\lambda (\omega_3/k)} \right], \quad l' = \frac{\omega_2}{\omega_2 - \omega_1} l. \quad (3.5)$$

Зная давление нейтралов, можно определить $\lambda(v)$. На рис. 8 представлены данные с поправкой на столкновения с нейтралами; $v = 8,5 \cdot 10^7$ см/с, $k = 18,5$ см⁻¹. По этим данным определяется коэффициент затухания $b(\omega_3/k)$ ($b(\omega_3/k)$ определяется наклоном линии). Из серии таких данных для различных волновых чисел может быть получена зависимость $b = f(v)$. На рис. 9 приведены как зависимость коэф-

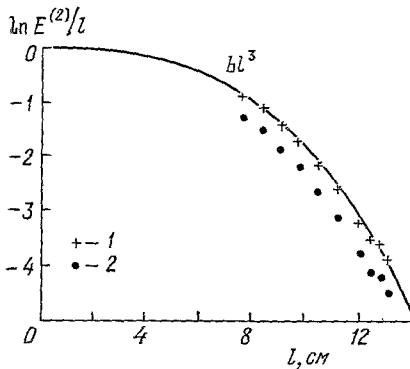


Рис. 8. Эффект затухания с поправкой на столкновения электронов с нейтралами ⁹¹.

1 — данные с поправкой на столкновения с нейтралами; 2 — без поправки.

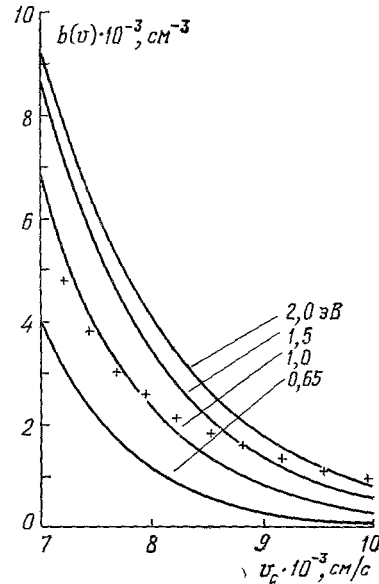


Рис. 9. Сплошные линии — теоретические зависимости коэффициента затухания для максвелловской плазмы для различных температур; значки — экспериментальные данные ⁹¹.

фициента диффузии от скорости по данным эксперимента, так и его зависимость от скорости для различных температур, которая следует из теории ⁹⁴:

$$D_2(v) \approx \frac{e^2}{m} \frac{\Omega^2}{v_{0\parallel}} \frac{A}{\pi} \ln(ak_0), \quad (3.6)$$

где $v_{0\parallel}$ — скорость электронов вдоль магнитного поля, $A = \text{Im } w'(v_{0\parallel}/s)$, $k_0 = ms^2/e^2$, а $\ln(ak_0) \approx 13$ для этого эксперимента. Из рис. 9 видно соответствие данных теории и эксперимента.

В ⁶⁷ отмечается также, что выражение (3.4), используемое для измерения коэффициента затухания $b(v)$, справедливо только для малых амплитуд внешних возмущений, когда выполняется условие (1.60).

В работе ⁸⁷ исследовалось влияние микротурбулентностей на эхо третьего порядка при наличии границы (эксперименты проведены на той же установке, что и в работе ⁵). При наличии диффузии амплитуда эха уменьшается в e^{-h*} раз, где

$$k^* = \int_0^l D \left(\frac{\omega}{k}, z \right) \frac{k^3 z^2}{\omega^3} dz + \int_l^{2l} D \left(\frac{\omega}{k}, z \right) \frac{k^5 (2l-z)^2}{\omega^3} dz. \quad (3.7)$$

В точке $z = 2l - l'$ находился источник шума, который увеличивает коэффициент диффузии в пространстве скоростей, так как согласно квази-

линейной теории диффузия в пространстве скоростей связана со спектральной плотностью микротурбулентности,

$$D_2(v, z) = 2\pi \left(\frac{e}{m} \right)^2 \frac{\Delta |E(\omega, k_0(\omega))|^2}{\Delta\omega} \exp[-2k_i(z - 2l + l_1)], \quad (3.8)$$

где $\Delta |E(\omega, k)|^2 / \Delta\omega$ — спектральная плотность шума на нижней моде, k_i — коэффициент затухания Ландау для этой моды. Источник шума, который создавал полосу шума шириной 20 МГц около частоты генератора 160 МГц, был связан с зондом, расположенным поблизости передатчика.

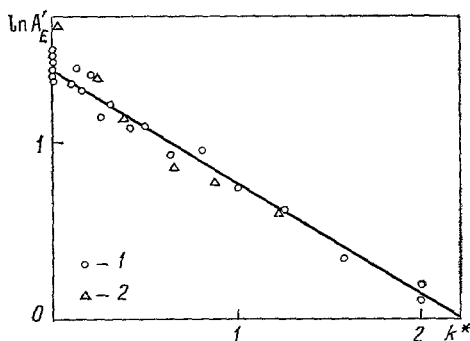


Рис. 10. Логарифмическая зависимость амплитуды эха второго порядка A'_E ($A'_E = A_E/l$) от k^* ⁸⁷.

Сплошная линия — теория 1 — изменяется мощность шума, $l_1 = 40$ см, 2 — l_1 изменяется от 10 до 40 см, мощность шума const.

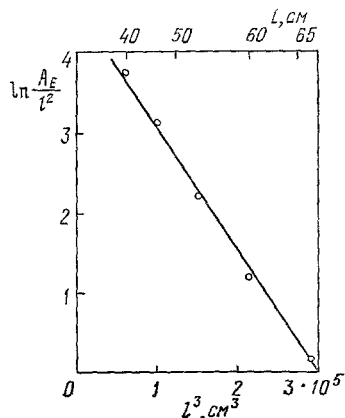


Рис. 11. Зависимость $\ln A_E/l^2$ от l^3 . A_E — амплитуда эха, l — расстояние между генератором и отражающей пластиной ⁸⁷.

Из (3.7) и (3.8) следует, что коэффициент затухания зависит как от мощности шума, так и от расположения шумящего зонда, что и соответствует данным эксперимента, представленным на рис. 10, где показана зависимость логарифма амплитуды эха A'_E (в максимуме) как от мощности шума (при фиксированном l_1), так и от положения источника шума (при постоянной мощности шума). В этой же работе измерялась зависимость $\lg(A_E/l^2)$ от l^3 (A_E — амплитуда эха, когда диффузия была обусловлена фоновым шумом в плазме). На рис. 11 представлены данные таких измерений. По наклону этой прямой определено абсолютное значение коэффициента диффузии $D_2(v)$, которое оказалось близким к (3.6).

Следует отметить, что при получении формулы (3.4) авторы ^{67, 85} считают, что основной вклад в эхо дают полюсы $v = \omega_3/k$, т. е. резонансные электроны. О'Нейлом ⁸⁵ вблизи точки максимальной интенсивности амплитуда эха оценивается по методу перевала, тогда как на периферии использовано полюсное приближение и в результате с ростом l форма эха должна становиться острее. Однако в эксперименте ⁸ с ростом l амплитуда эха уменьшается и его форма уплощается (а не заостряется). В связи с этим Нишикавой и Гоулдом ⁹¹ были выполнены численные расчеты, которые дают согласие с экспериментальными данными работы ⁸. Установлено также, что максимум эха меняется $\sim \exp(-l^{1/4})$; в ⁹³ это подтверждено экспериментально. Экспериментальные исследования по влиянию столкновений на пространственное эхо проведены также в ⁶⁶.

Таким образом, теоретические и экспериментальные данные по исследованию влияния столкновения на форму эха и по зависимости коэффи-

циента диффузии от скорости (и его абсолютное значение) находятся в соответствии друг с другом.

В ⁹⁵ предложен интересный способ диагностики функции распределения плазменных частиц по пространственной структуре эхового поля в неограниченной плазме и по частотной зависимости амплитуды прошедшей волны в однородном плазменном слое.

В ⁹⁶ рассмотрено эхо в плазме при наличии движущихся источников, в ⁹⁷ отмечено, что волны Ван-Кампена могут давать локализованный импульс эхового поля, движущийся со скоростью $v = l/\tau$, где l — пространственное, а τ — временное разнесение внешних возмущений.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей статье мы стремились показать не только многообразие видов плазменного эха в различных плазменных средах — лабораторная и космическая плазма, металлы и полупроводники — но и несомненную пользу от их изучения как для углубления наших представлений о коллективных процессах в плазме, так и для ряда практических приложений в радиофизике и для целей диагностики плазмы.

Прежде всего, явление эха позволило подтвердить обратимую природу затухания Ландау, подтвердить то обстоятельство, что информация о возмущении сохраняется в плазме (в виде незатухающих колебаний функции распределения) и после исчезновения макроскопического поля ⁵⁻⁹.

Существенные результаты получены при использовании эха для диагностики плазмы — измерена зависимость коэффициента диффузии от скорости, исследованы микротурбулентности в плазме ^{67-70, 86}.

На основе эффекта эха предложены новые способы преобразования волн в плазме ^{19, 48, 58}, «просветления» закритических плазменных слоев и областей непрозрачности плазмы ^{24-27, 20-23}.

Для постановки новых экспериментов весьма перспективными кажутся предложения по использованию эха для изучения механизмов взаимодействия заряженных частиц с поверхностью, ограничивающей плазму (диэлектрик, магнитная стенка) ^{72-78, 81}, и характера отражения электронов от границы металла ²⁸⁻³⁰ (так как измерения поверхностного импеданса малочувствительны к характеру отражения частиц — зеркальное или диффузное — то предложенный метод является в этом смысле уникальным, поскольку амплитуда эха весьма чувствительна к характеру отражения частиц), для изучения зонной структуры полупроводников и металлов ^{29, 52}.

Весьма интересными и многообещающими являются предложения по использованию эха для диагностики функции распределения ⁹⁵, а также идеи использования эха на захваченных частицах для изучения турбулентности в установках, предназначенных для получения управляемого термоядерного синтеза ⁶⁸⁻⁷⁰.

В заключение выражаю глубокую благодарность Б. Б. Кадомцеву за ознакомление с рукописью статьи и ценные замечания, Б. М. Смирнову за полезное обсуждение, а также А. И. Ахиезеру, А. Г. Ситенко, В. П. Силину, К. Н. Степанову, В. Н. Цытовичу за обсуждение изложенных в статье вопросов и ряд ценных замечаний.

Институт физики АН УССР

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Ландау Л. Д. — ЖЭТФ, 1946, т. 16, с. 574.
2. Malmberg J. H., Wharton C. B., Drummond W. E. — Plasma Phys. and Contr. Nucl. Fusion Res., 1966, v. 1, p. 485.
3. Malmberg J. H., Wharton C. B. — Phys. Rev. Lett., 1966, v. 17, p. 175.

4. Gould R. W., O'Neil T. M., Malmberg J. H.— Ibid., 1967, v. 19, p. 219.
5. Malmberg J. H., Wharton C. B., Gould R. W., O'Neil T. M.— Ibid., 1968, v. 19, p. 219; Phys. Fluids, 1968, v. 11, p. 1147.
6. Baker D. R., Ahern N. R., Wong A. J.— Phys. Rev. Lett., 1968, v. 20, p. 318.
7. Ikezi H., Takagashi N.— Ibid., p. 140
8. Ikezi H., Takagashi N.— Phys. Fluids, 1969, v. 12, p. 853.
9. Droanh N. T., Rohne P. S.— In: IV European Conference on Controlled Nuclear Fusion and Plasma Physics.— Rome, 1970 — P. 138; Electron Lett., 1970, v. 6, p. 311.
10. Van Kampen N. S.— Physica, 1965, v. 21, p. 949.
11. Hahn E. L.— Phys. Rev., 1950, v. 80, p. 580.
12. Hill R. W., Kaplan D. E.— Phys. Rev. Lett., 1965, v. 14, p. 1061.
13. Gould R. W.— Phys. Lett., 1965, v. 19, p. 447; Am. J. Phys., 1969, v. 37, p. 585.
14. Kurnit N. A., Abella J. D., Hartman S. K.— Phys. Rev. Lett., 1964, v. 13, p. 567.
15. Кадомцев Б. Б.— УФН, 1968, т. 95, с. 111.
16. Власов А. А.— ЖЭТФ, 1938, т. 8, с. 291.
17. Muldrew D. B.— Proc. IEEE, 1969, v. 57, p. 312.
18. Sitenko A. G., Nguen Van Chong, Pavlenko V. N.— Nucl. Fusion, 1970, v. 10, p. 259.
19. Ситенко А. Г., Нгуен Ван Чонг, Павленко В. Н.— УФЖ, 1970, т. 15, с. 1373.
20. Водяницкий А. А., Ерохин Н. С., Моисеев С. С.— ЖЭТФ, 1971, т. 61, с. 629.
21. Ерохин Н. С., Моисеев С. С.— В кн. Вопросы теории плазмы. —М.: Атомиздат, 1973.— Вып. 4, с. 146.
22. Vodyanitsky A. A., Erochin N. S., Lisitchenko V. V., Oragovsky V. N.— Nucl. Fusion, 1974, v. 14, p. 267.
23. Галушко Н. П., Дахов В. М., Ерохин Н. С., Моисеев С. С. и др.— Письма ЖЭТФ, 1978, т. 4, с. 252.
24. Pavlenko V. N., Reventschuk S. M.— In: Third Intern. Congress on Waves and Inst. in Plasmas, 1977, Book of Abst.— Paris, 1977.— P. 251.
25. Павленко В. Н., Ревенчук С. М.— Физ. плазмы, 1978, т. 4, с. 686.
26. Дряхлушин В. Д., Романов В. А.— Ibid., 1976, т. 2, с. 810.
27. Романов Ю. А., Дряхлушин В. Ф.— Ibid., 1977, т. 3, с. 1106, с. 1293.
28. Кемоклидзе М. П., Питаевский Л. П.— Письма ЖЭТФ, 1970, т. 11, с. 508.
29. Дикман С. М., Левиен Г. И.— ЖЭТФ, 1974, т. 67, с. 1843.
30. Левиен Г. И., Потапенко С. Ю.— Письма ЖЭТФ, 1980, т. 31, с. 3.
31. Bachman P., Sauer K., Wallis G.— Fortschr. Physic, 1972, Bd. 20, S. 147.
32. Ерохин Н. С., Моисеев С. С.— УФН, 1973, т. 109, с. 225.
33. Rogkolab M., Chang R. H.— Rev. Mod. Phys., 1978, v. 50, p. 745.
34. Кадомцев Б. Б. Коллективные явления в плазме.— М.: Наука, 1976.
35. Gould R. W.— Phys. Lett., 1967, v. 25A, p. 559.
36. Ситенко А. Г., Нгуен Ван Чонг, Павленко В. Н.— ЖЭТФ, 1970, т. 68, с. 1377.
37. Кадомцев Б. Б.— В кн. Вопросы теории плазмы.— М.: Атомиздат, 1964.— Т. 4, с. 188.
38. Горбунов Л. М., Пустовалов В. В., Силин В. П.— ЖЭТФ, 1964, т. 47, с. 1437.
39. Галеев А. А., Карпман В. И., Сагдеев Р. З.— Яд синтез, 1964, т. 5, с. 20.
40. Ситенко А. Г. Флуктуации и нелинейное взаимодействие волн в плазме.— Киев: Наукова думка, 1977.
41. Водяницкий А. А., Репалов Н. С.— В кн. Физика плазмы и проблемы управляемого термоядерного синтеза.— Киев: Наукова думка.— 1972.— * Вып. 3, с. 47.
42. Нгуен Ван Чонг — УФЖ, 1971, т. 16, с. 512.
43. Романов Ю. А.— Физ. плазмы, 1978, т. 4, с. 592.
44. Goforth R., Gentle K. W.— Phys. Fluids, 1972, v. 15, p. 1974.
45. Ишимару С. Основные принципы физики плазмы.— М.: Атомиздат, 1975.
46. Крол Я., Трайвеллис А. Основы физики плазмы.— М.: Мир, 1975.
47. Ахизер А. И., Ахизер И. А., Половин Р. В., Ситенко А. Г., Степанов К. Н. Электродинамика плазмы.— М.: Наука, 1974.
48. Павленко В. Н.— УФЖ, 1970, т. 14, с. 1883.
49. Hinton E. L., Kawabe T.— Phys. Fluids, 1970, v. 13, p. 1212.

50. Павленко В. Н., Томчук П. М.— УФЖ, 1971, т. 15, с. 784.
51. Kane E. O.— J. Phys. and Chem. Sol., 1967, v. 1, p. 249.
52. Павленко В. Н., Томчук П. М.— УФЖ, 1972, т. 17, с. 883.
53. Tell B., Martin P. I.— Phys. Rev., 1968, v. 167, p. 381.
54. Porkolab M., Sinnis I.— Phys. Rev. Lett., 1968, v. 21, p. 1227.
55. Porkolab M.— Phys. Fluids, 1969, v. 12, p. 1330.
56. Kamimura T.— J. Phys. Soc. Japan, 1975, v. 28, p. 495.
57. Павленко В. Н.— УФЖ, 1973, т. 18, с. 1774.
58. Павленко В. Н., Ревенчук С. М.— УФЖ, 1974, т. 16, с. 1653; в кн. Космические исследования на Украине.— Киев: Наукова думка, 1974.— Вып. 5, с. 28.
59. Ellis R. A., Porkolab M.— Phys. Rev. Lett., 1968, v. 21, p. 529.
60. Гинзбург В. Л., Рухадзе А. А. Волны в магнитоактивной плазме.— М.: Наука, 1975.
61. Ерохин Н. С., Каплан С. А., Моисеев С. С.— Астрон. ж., 1974, т. 51, с. 590.
62. O'Neil T. M., Gould P. W.— Phys. Fluids, 1968, v. 11, p. 134.
63. Coste I., Peyrand I.— J. Plasma Phys., 1968, v. 3, p. 603.
64. Sauer K., Bachman P., Wallis G.— Phys. Lett. Ser. A, 1969, v. 30, p. 353.
65. Ripin B. H., Pechasek R. E.— Phys. Fluids, 1972, v. 15, p. 1980.
66. Guillemot M., Olivain I., Perseval F., Quemeneur A., Matthiessent G.— Ibid., 1971, v. 14, p. 2065.
67. Moeller Ch.— Ibid., 1975, v. 18, p. 89.
68. Wong A. I., Taylor R. I.— Phys. Rev. Lett., 1969, v. 23, p. 958.
69. Lui C. S., Wong A. I.— Ibid., 1970, v. 25, p. 1702.
70. Chatelier M., Leconsteu P., Samain A.— Ibid., 1974, v. 32, p. 366.
71. Ситенко А. Г., Павленко В. Н.— ЖЭТФ, 1978, т. 4, с. 128.
72. Ситенко А. Г., Павленко В. Н., Засенко В. И.— УФЖ, 1975, т. 20, с. 324.
73. Sitenko A. G., Pavlenko V. N., Zasenkov V. I.— Phys. Lett., 1975, v. 53A, p. 804.
74. Ситенко А. Г., Павленко В. Н., Засенко В. И.— Физ. плазмы, 1976, т. 2, с. 804.
75. Романов Ю. А.— Изв. вузов. Сер. «Радиофизика», 1968, т. 11, с. 1553.
76. Павленко В. Н., Репях И. В.— Физ. плазмы, 1975, т. 1, с. 736.
77. Павленко В. Н., Ревенчук С. М.— УФЖ, 1976, т. 21, с. 2031.
78. Зауэр К., Павленко В. Н., Засенко В. И.— Физ. плазмы, 1976, т. 2, с. 815.
79. Засенко В. И., Павленко В. Н.— УФЖ, 1975, т. 20, с. 421.
80. Кемоклидзе М. П., Пятаевский Л. П.— ЖЭТФ, 1970, т. 58, с. 1853.
81. Lazzaro E., Pavlenko V. N., Musalevsky V. I.— Il Nuovo Cimento. Ser. B, 1980, v. 36, p. 137.
82. Pavlenko V. N., Revenchuk S. M., Lazzaro E.— Preprint FP 81/11, L. F. P.— Milano, 1981.
83. Heymann P., Sauer K.— Phys. Lett., Ser. A, 1971, v. 35, p. 51.
84. Trivelpiece A. W., Gould R. W.— J. Appl. Phys., 1959, v. 30, p. 1784.
85. O'Neil T. M.— Phys. Fluids, 1968, v. 11, p. 2420.
86. Su C. H., Oberman C.— Phys. Rev. Lett., 1968, v. 20, p. 427.
87. Jensen T. H., Malmberg J. H., O'Neil T. M.— Phys. Fluids, 1969, v. 12, p. 1728.
88. Wong A. J., Baker D. R.— Phys. Rev., 1969, v. 188, p. 326.
89. Jonston L.— Phys. Fluids, 1970, v. 13, p. 136.
90. Ichikawa I. H., Suzuki T.— Ibid., p. 1115.
91. Nichikawa K., Gould R. W.— Ibid., p. 1883.
92. Ichikawa I. H., Sanuki T.— Ibid., p. 1573.
93. Sasaki A., Sato N.— Ibid., 1972, v. 15, p. 1157.
94. Ситенко А. Г. Электромагнитные флуктуации в плазме.— Харьков: изд-во Харьк. ун-та, 1965.
95. Дряхлушин В. Ф., Романов Ю. А.— Физ. плазмы, 1979, т. 5, с. 1169.
96. Эйджман В. Я.— Ibid., 1981, т. 7, с. 629.
97. Немцов Б. Е., Эйджман В. Я.— Изв. вузов. Сер. «Радиофизика», 1982, т. 25, с. 235.