

МЕТОДИЧЕСКИЕ ЗАМЕТКИ

539.18

## ПОГЛОЩЕНИЕ СВЕТА ДИПОЛЕМ \*)

*Х. Пауль, Р. Фишер*

Согласно полуклассической теории излучения, за счет электрического дипольного момента, индуцированного в атоме сильным внешним полем, атом поглощает в единицу времени намного больше энергии, чем протекает через его геометрическое сечение. Это означает, что атом обладает способностью «всасывать» электромагнитную энергию из области пространства, намного превосходящей его собственный объем. Интуитивное понимание этого эффекта достигается при изучении в рамках классической электродинамики потока энергии в поле, образованном суперпозицией падающей волны и поля, излучаемого диполем даже в случае поглощения.

## 1. ВВЕДЕНИЕ

В так называемой полуклассической теории излучения атомы описываются квантовомеханически, в то время как поле рассматривается как классическая величина. Оказывается, что такой подход справедлив в случае сильных, например генерируемых лазерами, полей. (Действительно, этот метод был с успехом применен в известной лэмбовской теории газовых лазеров <sup>1</sup>.) В частности, в процессе поглощения света двухуровневым атомом физическая картина, даваемая полуклассической теорией, такова. Поле индуцирует осциллирующий электрический дипольный момент (в квантовомеханическом понимании) в атоме, и полный поток энергии через атом можно определить как работу, совершаемую полем над диполем. Заметим, что в этой модели поглощение — непрерывный процесс. Такое описание поглощения света находится в прямом соответствии с классической электродинамикой, однако основное отличие состоит в том, что амплитуда индуцированного дипольного момента, в противоположность моменту гармонического осциллятора, может возрастать во времени только до некоторого максимального значения (даваемого матричным элементом перехода для электрического дипольного оператора), независимо от интенсивности внешнего поля. Очевидно, что это свойство отражает эффект насыщения, который имеет место в двухуровневой системе.

Рассчитывая поток энергии в атом таким образом, приходим к результату, что его максимальное значение (соответствующее максимальной

\*) Paul H., Fischer R. Light Absorption by a Dipole. — Перевод В. Г. Терзиева.

Авторы — сотрудники Центрального института оптики и спектроскопии Академии наук ГДР.

©Н. Paul, R. Fischer 1983.

© Перевод на русский язык, издательство «Наука». Главная редакция физико-математической литературы, «Успехи физических наук», 1983.

величине индуцированного дипольного момента) на несколько порядков больше потока энергии в невозмущенном внешнем поле, проходящего через геометрическое поперечное сечение атома (типичный пример представлен в разделе 3).

Из этого можно заключить, что атом обладает способностью «засасывать» энергию из области пространства, значительно превосходящей его собственный объем. Возникает вопрос о физическом механизме, лежащем в основе этого явления. Ответить на него легко, не выходя за рамки классической электродинамики. Осциллирующий диполь излучает волну в любом случае, причем различие между поглощением и излучением, в конечном счете, вызвано только разными фазовыми соотношениями в падающей и излученной волнах. А именно, в случае поглощения это соотношение фаз порождает тот эффект, что линии потока энергии изогнуты вблизи атома таким образом, чтобы направить поток энергии в атом. Цель данной статьи состоит именно в том, чтобы представить детальную картину, основанную на количественном изучении явления искривления, которое качественно уже обсуждалось Флемингом.

## 2. ПОЛУКЛАССИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ ИЗЛУЧЕНИЯ

В дипольном приближении излучение взаимодействует с атомом только посредством действия напряженности электрического поля  $E(t)$  на атом. Мы предполагаем, что падающее излучение — это плоская монохроматическая волна, которую мы описываем классическим образом. Итак, мы можем записать

$$E(t) = E_0 \cos \omega t. \quad (1)$$

Для простоты мы предполагаем, что напряженность поля столь велика, что распадом верхнего уровня за счет спонтанного излучения можно пренебречь. Тогда уравнения Шрёдингера для амплитуд вероятности  $a_1$  и  $a_2$  для нижнего и верхнего уровней соответственно в приближении поперечной волны (смотри, например <sup>3)</sup> таковы:

$$\begin{aligned} i\dot{a}_1 &= \omega_1 a_1 + K e^{i\omega t} a_2, \\ i\dot{a}_2 &= \omega_2 a_2 + K^* e^{-i\omega t} a_1, \end{aligned} \quad (2)$$

здесь  $\omega_1$  и  $\omega_2$  энергии уровней атома в единицах  $\hbar$ , а  $K$  обозначает эффективную константу связи

$$K = -\frac{1}{2\hbar} d_{12} E_0, \quad (3)$$

где  $d_{12}$  — матричный элемент перехода для электрического дипольного оператора; в дальнейшем предполагается, что это положительное число. (Строго говоря, как дипольный матричный элемент, так и напряженность электрического поля — векторы, направления которых мы предполагаем одинаковыми.)

Уравнения (2) легко разрешимы. Так как нас интересует процесс поглощения, то сначала мы рассматриваем атом, находящийся при  $t = 0$  в низшем энергетическом состоянии ( $a_1(0) = 1$ ,  $a_2(0) = 0$ ). В резонансном случае  $\omega = \omega_2 - \omega_1$ , и ожидаемая величина электрического дипольного момента принимает следующий простой вид

$$\langle D(t) \rangle = d(t) \sin \omega t, \quad (4)$$

где амплитуда  $d(t)$  определяется выражением

$$d(t) = d_{12} \sin \left( \frac{d_{12} E_0}{\hbar} t \right). \quad (5)$$

Из уравнения (5) понятно, что амплитуда диполя является функцией времени, которая при обычных условиях меняется медленно по сравнению со световыми колебаниями. Действительно,  $d(t)$  возрастает от начального нулевого значения до максимального значения  $d_{12}$ , а затем уменьшается, пока вновь не достигнет нуля. По окончании этого цикла, в момент времени

$$T = \frac{\pi \hbar}{d_{12} E_0}, \quad (6)$$

атом с определенностью находится в верхнем состоянии, т. е. переход завершен.

Легко проверить, что энергия, поглощенная атомом в этом цикле, определяемая как работа, которую поле совершает над атомом, равна энергии одного фотона  $\hbar\omega$ :

$$\begin{aligned} \int_0^T E(t) \frac{d}{dt} \langle D(t) \rangle dt &= E_0 d_{12} \int_0^T \cos \omega t \frac{d}{dt} \left[ \sin \omega t \cdot \sin \left( \frac{d_{12} E_0}{\hbar} t \right) \right] dt = \\ &= \omega E_0 d_{12} \int_0^T \sin^2 \omega t \cdot \sin \left( \frac{d_{12} E_0}{\hbar} t \right) dt \approx \frac{1}{2} \omega E_0 d_{12} \int_0^T \sin \left( \frac{d_{12} E_0}{\hbar} t \right) dt = \hbar\omega. \end{aligned} \quad (7)$$

Сделанное в начале раздела предположение о том, что спонтанное излучение в течение периода  $T$  не оказывает значительного действия, требует, чтобы было

$$T \ll \tau, \quad (8)$$

где  $\tau$  — среднее время жизни верхнего уровня при учете спонтанного излучения. Так как квантовомеханическое рассмотрение спонтанного излучения дает результат (смотри, например, <sup>4</sup>)

$$\tau^{-1} = \frac{1}{3\pi\epsilon_0} \frac{\omega^3}{\hbar c^3} d_{12}^2, \quad (9)$$

то неравенство (8) может быть переписано в виде

$$E_0 \gg \frac{1}{3\epsilon_0} \frac{\omega^3}{c^3} d_{12}. \quad (10)$$

Для оценки положим  $d_{12} \approx r_0 e$ , где  $r_0$  — боровский радиус и  $e$  заряд электрона,  $\omega \approx 4 \cdot 10^{15} \text{ с}^{-1}$ . Тогда правая часть неравенства (10) равна 750 В/м, что эквивалентно потоку энергии 746 Вт/м<sup>2</sup>·с, протекающему за 1 с через площадь 1 м<sup>2</sup>.

### 3. ПОТОК ЭНЕРГИИ

Далее мы сосредоточим наше внимание на том этапе процесса поглощения, когда передача энергии максимальна. Этому соответствует максимальное значение амплитуды индуцированного дипольного момента. Как уже отмечалось в разделе 2, это происходит в момент времени  $T/2$ , где  $T$  задается уравнением (6). Усредненный по времени поток энергии в атом при  $t = T/2$  имеет вид

$$F = \frac{1}{2} \omega E_0 d_{12}, \quad (11)$$

а (усредненная во времени) плотность потока энергии в падающей волне

$$\bar{S} = \frac{1}{2} \epsilon_0 c E_0^2. \quad (12)$$

Мы можем определить эффективное сечение поглощения атома  $\sigma$ , требуя, чтобы поток энергии через  $\sigma$ ,  $\bar{S}\sigma$ , был бы равен  $F$ . Из уравнений (11) и (12), таким образом находим

$$\sigma = \frac{F}{\bar{S}} = \frac{\omega d_{12}^2}{\varepsilon_0 c E_0}. \quad (13)$$

Подставляя сюда, к примеру,  $E_0 = (100/4\pi\varepsilon_0) \omega^3/c^3 d_{12}$ , что не противоречит (10), приходим к

$$\sigma = \frac{1}{100\pi} \lambda^2, \quad (14)$$

где  $\lambda$  обозначает длину волны излучения. Действительно, в диапазоне оптических частот, рассматриваемом здесь, сечение поглощения  $\sigma$  намного превосходит геометрическое сечение атома.

В связи с этим необходимо отметить, что подобное рассмотрение, примененное к упруго связанному неизлучающему электрону, приводит к результату  $\sigma = 3\lambda^3/4\pi$ , в резонансном случае для устойчивого состояния, которое достигается в этой классической модели. В то время как эта величина не зависит от напряженности поля, (максимальное) эффективное сечение двухуровневого атома убывает с ростом напряженности, что становится очевидным из уравнения (13).

Как хорошо известно из классической электродинамики, физический механизм, позволяющий диполю «засасывать» энергию из большого объема, окружающего его, обусловлен искажением поля падающей волны из-за интерференции с волной, излучаемой диполем. Поскольку из уравнения (14) можно ожидать, что заметное искажение появится только в области пространства, линейные размеры которой не превосходят  $\lambda$ , и что амплитуда диполя — медленно меняющаяся функция времени, то мы вправе рассматривать данную задачу как стационарную. Строго говоря, мы производим полностью классические вычисления, рассматривая индуцированный дипольный момент при  $t = T/2$ ,  $d_{12} \sin \omega t$ , как некое данное классическое колебание диполя.

Согласно хорошо известным формулам, впервые выведенным Герцем, поле диполя может быть описано следующим образом (смотри, например, <sup>6)</sup>:

$$\left. \begin{aligned} E_r^{(D)} &= \frac{\cos \vartheta d_{12} k^2}{2\pi\varepsilon_0 r} \left[ \frac{1}{kr} \cos(\omega t - kr) + \frac{1}{(kr)^2} \sin(\omega t - kr) \right], \\ E_\vartheta^{(D)} &= -\frac{\sin \vartheta d_{12} k^2}{4\pi\varepsilon_0 r} \left[ \left( 1 - \frac{1}{(kr)^2} \right) \sin(\omega t - kr) - \frac{1}{kr} \cos(\omega t - kr) \right], \\ E_\varphi^{(D)} &= 0, \\ H_r^{(D)} &= H_\vartheta^{(D)} = 0, \\ H_\varphi^{(D)} &= -\frac{\sin \vartheta d_{12} c k^2}{4\pi r} \left[ \sin(\omega t - kr) - \frac{1}{kr} \cos(\omega t - kr) \right]; \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

здесь мы использовали сферические координаты  $r$ ,  $\theta$ ,  $\varphi$ , и предполагалось, что диполь, помещенный в точку  $r = 0$ , колеблется вдоль оси  $z$  ( $\theta = 0$ ). Как обычно,  $k$  обозначает волновое число ( $k = \omega/c$ ).

Падающее излучение — линейно поляризованная волна, распространяющаяся вдоль оси  $x$ :

$$\left. \begin{aligned} E_x^{(i)} &= E_y^{(i)} = 0, \\ E_z^{(i)} &= E_0 \cos(\omega t - kx), \\ H_x^{(i)} &= H_z^{(i)} = 0, \\ H_y^{(i)} &= -\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} E_0 \cos(\omega t - kx), \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

или в сферических координатах

$$\left. \begin{aligned} E_r^{(i)} &= \cos \theta E_0 \cos (\omega t - kx), \\ E_\theta^{(i)} &= -\sin \theta E_0 \cos (\omega t - kx), \\ E_\varphi^{(i)} &= 0, \\ H_r^{(i)} &= -\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} \sin \theta \sin \varphi E_0 \cos (\omega t - kx), \\ H_\theta^{(i)} &= -\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} \cos \theta \sin \varphi E_0 \cos (\omega t - kx), \\ H_\varphi^{(i)} &= -\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} \cos \varphi E_0 \cos (\omega t - kx). \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

Теперь уже достаточно просто получить из формул (15) и (17) вектор Пойнтинга  $\mathbf{S}$  для комбинированного поля. Согласно предположению (10), вклад в  $\mathbf{S}$  поля диполя можно не рассматривать, и мы в хорошем приближении можем записать

$$\mathbf{S} = \mathbf{S}^{(i)} + \mathbf{S}' + \mathbf{S}'', \quad (18)$$

где  $\mathbf{S}^{(i)}$  — вектор Пойнтинга для падающего поля

$$\mathbf{S}^{(i)} = [\mathbf{E}^{(i)}, \mathbf{H}^{(i)}], \quad (19)$$

а  $\mathbf{S}'$  и  $\mathbf{S}''$  — смешанные вклады

$$\mathbf{S}' = [\mathbf{E}^{(i)}, \mathbf{H}^{(D)}], \quad \mathbf{S}'' = [\mathbf{E}^{(D)}, \mathbf{H}^{(i)}]. \quad (20)$$

После несложных вычислений находим, что различные вклады в усредненный по времени вектор Пойнтинга  $\mathbf{S}$  задаются формулами

$$\begin{aligned} \bar{S}_x^{(i)} &= \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} E_0^2 = \frac{1}{2} c \varepsilon_0 E_0^2, \\ \bar{S}_y^{(i)} &= \bar{S}_z^{(i)} = 0 \end{aligned} \quad (21)$$

и

$$\left. \begin{aligned} \bar{S}_r' &= -\frac{E_0 d_{12} c k^2 \sin^2 \theta}{8\pi r} \left[ \sin k(r-x) + \frac{1}{kr} \cos k(r-x) \right], \\ \bar{S}_r'' &= -\frac{E_0 d_{12} c k^2 \sin \theta \cos \varphi}{8\pi r} \left[ \left( 1 - \frac{1}{(kr)^2} \right) \times \right. \\ &\quad \left. \times \sin k(r-x) + \frac{1}{kr} \cos k(r-x) \right], \\ \bar{S}_\theta' &= -\frac{E_0 d_{12} c k^2 \sin \theta \cos \theta}{8\pi r} \left[ \sin k(r-x) + \frac{1}{kr} \cos k(r-x) \right], \\ \bar{S}_\theta'' &= \frac{E_0 d_{12} c k^2 \cos \theta \cos \varphi}{4\pi r} \left[ \frac{1}{kr} \cos k(r-x) - \frac{1}{(kr)^2} \sin k(r-x) \right], \\ \bar{S}_\varphi' &= 0, \\ \bar{S}_\varphi'' &= \frac{E_0 d_{12} c k^2}{8\pi r} \sin \varphi \left\{ 2 \cos^2 \theta \left[ \frac{1}{(kr)^2} \sin k(r-x) - \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - \frac{1}{kr} \cos k(r-x) \right] + \sin^2 \theta \left[ \left( 1 - \frac{1}{(kr)^2} \right) \sin k(r-x) + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \frac{1}{kr} \cos k(r-x) \right] \right\}. \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

Формулы (21) и (22) были использованы для численных расчетов. В частности, линии потока энергии в плоскостях  $x$  и  $y$  ( $\theta = \pi/2$ ), задаваемые дифференциальным уравнением

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\bar{S}_y}{\bar{S}_x}, \quad (23)$$

и аналогично в  $x$ - и  $z$ -плоскостях, были определены для случая  $E_0 = (100/4\pi\epsilon_0) (\omega^3/c^3) d_{12}$ , уже рассматривавшегося выше. Результаты представлены на рис. 1 и 2.

Как мы полагаем, они дают некое интуитивное представление о механизме поглощения тем, что очень четко показывают изгиб линий потока энергии, который позволяет атому поглощать намного больше энергии, чем протекает (в невозмущенном поле) через площадь, равную его геометрическому поперечному сечению. Оценивая эффективное сечение поглощения диполя путем определения положения тех внешних линий

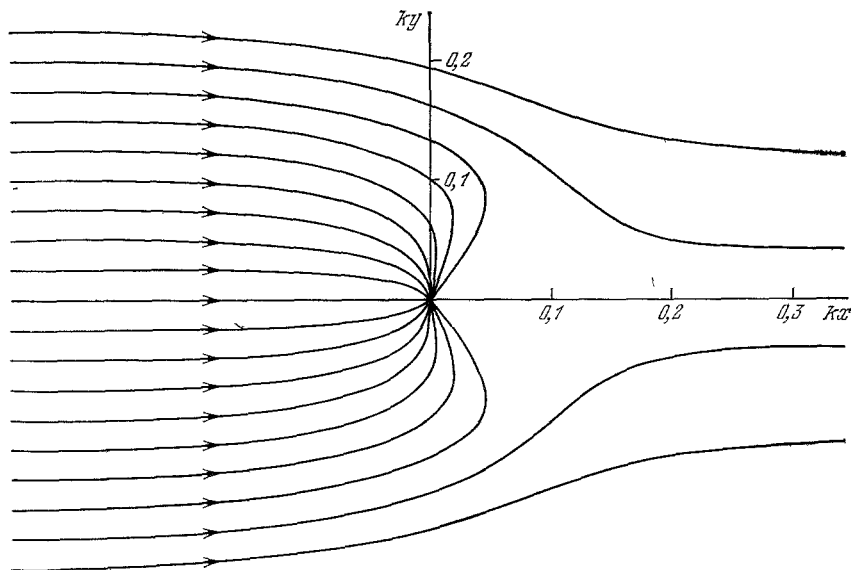


Рис. 1. Линии потока энергии в плоскости  $x, y$

Диполь, находящийся в точке  $x = y = 0$ , осциллирует вдоль оси  $z$ . Слева на него падает линейно поляризованная монохроматическая плоская волна

потока энергии в невозмущенном падающем поле (с левой стороны рисунков), которым еще удастся достигнуть точки сингулярности  $r = 0$ , мы обнаружили, что определенное таким образом значение поглощения находится в хорошем согласии с предсказанием (14). Особенно интересно, что в действительности часть энергии притекает в атом с противоположной стороны.

На самом деле наш подход может показаться тривиальным тем, кто имеет дело с радиоантеннами<sup>7</sup>. С другой стороны, физики, привыкшие к квантовомеханическому образу мышления, обычно представляют себе процесс поглощения, как «уничтожение одного фотона», и возможно полезно напомнить им, что корпускулярные свойства света представляют лишь одну сторону природы света, в то время, как другая сторона — это волновые свойства, из которых следует, что поле излучается диполем даже тогда, когда он поглощает энергию из падающей волны. (Как это ни удивительно, даже Макс Планк не учитывал этого факта при вычислении времени накопления для поглощающего атома. Действительно, он считал, что максимальное количество энергии, которое атом может поглотить за единицу времени, определяется величиной потока энергии в невозмущенной падающей волне через поперечное сечение атома.)

Мы полагаем, что при описанных выше условиях волновая картина более адекватна. Отсутствие возмущений, вызванных окружением, являет-

ся важным предположением, подразумевающимся в нашем подходе. Не вызывает сомнений то, что в противном случае, например, когда столкновения происходят довольно часто, атом может поглотить фотон за время много меньшее, чем «классическое» время перехода  $T$ . Это явление свидетельствует о корпускулярной природе света, и его не объясняет ни одна классическая теория.

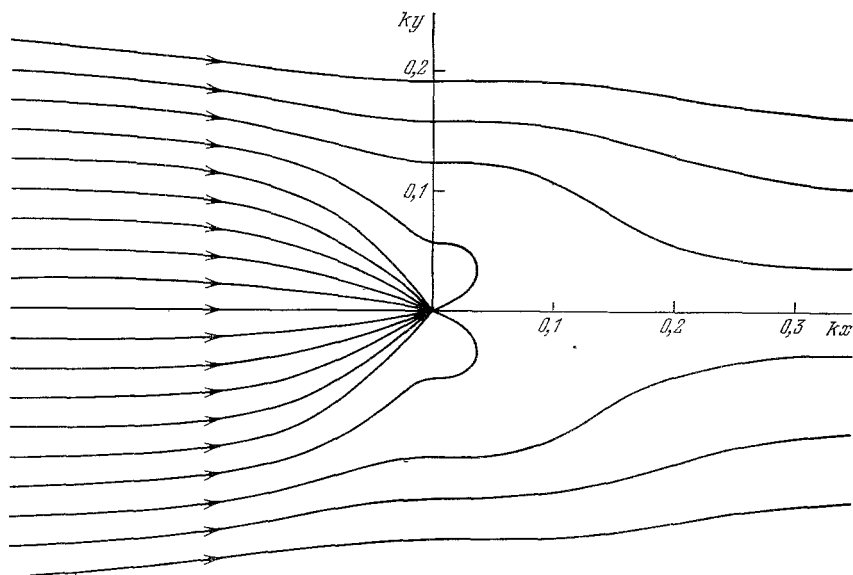


Рис. 2. Линии потока энергии в плоскости  $x, z$  для того же случая, что и на рис. 1.

В заключение мы хотели бы отметить, что если на рис. 1 и 2 поменять направление линий потока энергии на обратное, то эти рисунки будут описывать процесс вынужденного излучения, рассматриваемого с позиций классической электродинамики.

Авторы выражают благодарность доктору Т. Рихтеру и профессору доктору Г. Рихтеру (Берлин) за ценные замечания.

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Lamb W. E. Jr.— Phys. Rev. Ser. A, 1964, v. 134, p. 1429.
2. Fleming A.— Phil. Mag., 1932, v. 14, p. 591.
3. Paul H. Lasertheorie. Bd. I.— Berlin: Akademie-Verlag, 1969.
4. Heitler W. The Quantum Theory of Radiation — 3rd. ed.— Oxford University Press, 1954; перевод: Гайтлер В. Квантовая теория излучения.— М.: ИЛ, 1956.
5. Френкель Я. И. Принципы теории атомных ядер.— М.: Изд-во АН СССР 1955.— С. 193.
6. Sommerfeld A. Vorlesungen über Theoretische Physik, Bd. III. Elektrodynamik.— Lpz.: Geest und Portig, 1949, S. 154.
7. См., например: R ü d e n b e r g R.— Ann. Phys. (Leipzig), 1908, Bd. 25, S. 446.
8. Planck M., Theorie der Wärmestrahlung.— 6. Aufl.— Lpz.: J. A. Barth, 1966, S. 189.