

УСПЕХИ ФИЗИЧЕСКИХ НАУК

536 25

СВОБОДНАЯ КОНВЕКЦИЯ В ГЕОФИЗИЧЕСКИХ ПРОЦЕССАХ

В. В. Алексеев, А. М. Гусев

СОДЕРЖАНИЕ

1. Введение	311
2. Уравнения конвекции	313
3. Крупномасштабные конвективные движения	315
а) Междупиротная циркуляция воздуха и струйные течения (315). б) Циркуляция атмосферы муссонного типа (318). в) Средняя меридиональная циркуляция вод Мирового океана (319). г) Конвекция в мантии Земли (323). д) Конвекция в атмосфере, вызванная движением терминатора (325). е) Конвекция в поле центробежных сил (329).	
4. Среднемасштабная и мелкомасштабная конвекция	330
5. Заключение	340
Цитированная литература	340

1. ВВЕДЕНИЕ

Свободная конвекция — очень сложный и далеко еще не изученный до конца процесс. Очень сложен он в атмосфере, гидросфере, мантии и ядре Земли. Это связано с огромными их размерами, вращением Земли и сложными тепловыми и плотностными полями внешних облоков и внутренних областей планеты.

Свободная конвекция является, по существу, первопричиной почти всех движений в атмосфере. Энергия большинства движений в океане на 80—90 % обусловлена, индуцирована конвективными движениями атмосферы и на 10—20 % свободной конвекцией, возникающей в самом океане. В настоящее время также почти неоспоримо, что в ходе длительного времени мантия Земли течет, участвуя в конвективном движении, возможна конвекция и в ядре планеты.

Свободная конвекция подразделяется на два основных типа: рэлеевская, обусловленная сверхadiaбатическим вертикальным градиентом плотности при однородности тепловых и плотностных условий по горизонтали, и боковая, вызванная неоднородностью этих условий.

Примерами боковой конвекции в атмосфере Земли являются междупиротная циркуляция воздуха, вызванная неоднородным тепловым режимом на различных широтах, циркуляция муссонного типа, связанная с постоянным или сезонным различием теплового режима на поверхности материков и океанов, бризовая циркуляция, возникающая в результате неодинакового нагрева поверхности моря и материка или различных областей суши в суточном ходе изменения их теплового режима.

Примером вертикальной классической рэлеевской конвекции в атмосфере является конвекция, приводящая к образованию над большими пространствами небольших облаков, расположенных в порядке пчелиных сот.

К такому же типу относится конвекция, приводящая к развитию грозового облака. Особое место занимает вертикальная конвекция, возникающая в тропических ураганах, связанная с вертикальным температур-

ным градиентом, обусловленным фазовыми переходами вода — пар и пар — вода. Аналогом междуширотной атмосферной циркуляции в океане является среднемеридиональная циркуляция, вызванная боковой конвекцией, обусловленной опусканием поверхностных океанических вод в некоторых полярных областях Мирового океана. Боковая конвекция, по масштабам равная муссонной, в Мировом океане не типична. Она в среднем может развиваться лишь в водах вокруг Антарктики.

Примеры боковой конвекции среднего масштаба в Мировом океане многочисленны. Она наблюдается в проливах, соединяющих моря, вода которых различна по температуре и солености, при сближении различной температуры и солености, что особенно часто наблюдается вблизи берегов, где воды опресняются стоком.

Вертикальная конвекция в океане в основном связана с охлаждением поверхности, осолонением в результате испарения и погружением поверхностных вод. Это происходит в результате суточного изменения температуры воздуха у поверхности воды, эпизодических изменений этой температуры, осенне-зимнего *охлаждения* и, наконец, постоянного охлаждения в полярных областях. Соответственно эта конвекция охватывает все более и более глубокие слои океана. Локальные горизонтальные неоднородности охлаждения малого по протяженности масштаба приводят к локальным маломасштабным боковым конвекциям, с которыми связывают формирование тонкой *термохалинной* *) вертикальной структуры вод в пределах сезонного термоклина.

Как видим, если для атмосферы вообще более типична восходящая конвекция, то для океана — нисходящая.

Вертикальная конвекция в мантии Земли приводила и может приводить к дифференциации вещества Земли, например к выплавлению железа и опусканию его в ядро. Конвекцией в мантии некоторые исследователи пытаются объяснить разрастание дна океанов и формирование глубоководных желобов и вообще тектонику литосферных плит.

Естественно, конвекция не является монополией только геофизических явлений. С одной стороны, существует большое число примеров конвекции в технических задачах, с другой — конвекция возникает в атмосферах других планет, на Солнце, в недрах звезд. Несмотря на большой диапазон изменений вязкости, теплопроводности и других параметров различных сред, в которых возникает конвекция, она обладает рядом общих свойств, что позволяет рассмотреть различные случаи ее с единой точки зрения.

Вопросам конвекции в настоящее время посвящено уже много работ, и понадобился бы очень большой объем статьи даже для краткого их описания. Поэтому мы не будем касаться вопросов конвекции в технических приложениях, конвекции на других планетах, Солнце и звездах. Очень кратко мы остановимся на конвекции в недрах Земли. Основное внимание мы уделим конвективным явлениям в океане и атмосфере нашей планеты, значение которых для понимания общего процесса их теплового и динамического взаимодействия огромно. Но и в этой части, учитывая ограниченный объем статьи, мы будем вынуждены коснуться основных и наиболее типичных примеров конвекции. Мы не претендуем и на полностью исчерпывающий список литературы по обсуждаемому вопросу, однако все важнейшие работы в него вошли.

Изложение материала мы начнем с теоретического описания процесса конвекции, его математической модели, а затем последовательно рассмотрим перечисленную выше иерархию примеров геофизической конвекции и физики явлений, составляющих их основу.

*) Температурно-соленостной.

2. УРАВНЕНИЯ КОНВЕКЦИИ

а) Система уравнений Навье — Стокса, теплопроводности, неразрывности совместно с уравнениями состояния описывает процесс конвективного движения жидкости¹:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \nabla) \mathbf{v} &= \frac{1}{\rho} \nabla P + \nu \Delta \mathbf{v} + \mathbf{g}, \\ \frac{\partial T}{\partial t} + (\mathbf{v} \nabla) T &= \kappa \Delta T + \Phi, \\ \frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho \mathbf{v}) &= 0, \\ \rho &= \rho(T, P), \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где \mathbf{v} — скорость, P — давление, ρ — плотность, T — температура, κ — коэффициент теплопроводности, ν — кинематическая вязкость, \mathbf{g} — ускорение свободного падения, Φ — диссипативная функция.

Задачи геофизической конвекции можно разделить на два класса. В задачах первого класса, которые характерны для океана и мантии Земли, можно считать, что плотность слабо зависит от давления по сравнению с зависимостью от температуры (так называемое приближение Буссинеска). Задачи второго класса связаны с решением уравнений глубокой конвекции, когда приближением Буссинеска пользоваться нельзя. Эти задачи возникают при изучении атмосферной циркуляции. В геофизических исследованиях, как правило, также можно пренебречь диссипацией энергии в тепло за счет внутреннего трения и зависимостью вязкости и теплопроводности от температуры. В этом случае уравнения (1) существенно упрощаются.

Представим температуру, давление и плотность в виде

$$T = T_0 + T', \quad P = P_0 + P', \quad \rho = \rho_0 + \rho',$$

где $P_0 = \rho_0 g x$, ρ_0 , T_0 — постоянные средние значения, а T' , ρ' , P' — малые добавки. Тогда член $(1/\rho) \nabla P$, входящий в правую часть уравнения Навье — Стокса, можно преобразовать следующим образом:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\rho} \nabla P &= \frac{1}{\rho_0 + \rho'} \nabla (P_0 + P') = \frac{1}{\rho_0} \left[\frac{1}{1 + (\rho'/\rho_0)} \right] \nabla (P_0 + P') = \\ &= \frac{1}{\rho_0} \nabla P_0 - \frac{\rho'}{\rho_0^2} \nabla P_0 + \frac{1}{\rho_0} \nabla P' - \frac{\rho'}{\rho_0^2} \nabla P' + \dots, \end{aligned}$$

или с точностью до членов второго порядка малости относительно ρ' и P' уравнение Навье — Стокса преобразуется к виду

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \nabla) \mathbf{v} = - \frac{1}{\rho_0} \nabla P' + \nu \Delta \mathbf{v} - \mathbf{g} \frac{\rho'}{\rho_0}$$

(при этом мы считаем, что ось y направлена вертикально вверх).

Пренебрегая диссипативным членом Φ в уравнении теплопроводности, получаем систему уравнений тепловой конвекции в приближении Буссинеска:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \nabla) \mathbf{v} &= - \frac{1}{\rho_0} \nabla P' + \nu \Delta \mathbf{v} - \mathbf{g} \beta T', \\ \frac{\partial T'}{\partial t} + (\mathbf{v} \nabla) T' &= \kappa \Delta T', \\ \operatorname{div} \mathbf{v} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Здесь мы предположили, что жидкость нормальная, и ее плотность монотонно убывает с ростом температуры, т. е.

$$\rho(T) = \rho_0(T_0)(1 - \beta T'), \quad (3)$$

где β — коэффициент объемного расширения жидкости.

В пресных водоемах в интервале температур вблизи 4°C , как известно, наблюдается аномальная зависимость плотности воды от температуры, т. е. с увеличением температуры от 0°C до 4°C плотность воды растет, достигает максимального значения при 4°C и далее с увеличением температуры уменьшается. В этом случае уравнение состояния в интервале температур от 0°C примерно до 30°C можно записать в виде

$$\rho(T) = \rho_0(4^\circ\text{C})[1 - \gamma_1(T - 4^\circ\text{C})^2 - \gamma_2(T - 4^\circ\text{C})^3], \quad (4)$$

где γ_1 и γ_2 — постоянные.

б) Морская вода представляет собой раствор соли. Вследствие испарения в верхнем слое концентрация соли в нем возрастает, и может возникнуть конвективное движение. Учет изменения концентрации соли в воде приводит к дополнительному архимедову члену в уравнении Навье — Стокса:

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v}\nabla)\mathbf{v} = \frac{1}{\rho}\nabla P + \nu\Delta\mathbf{v} + g(\beta_1 T - \beta_2 S), \quad (5)$$

где S — концентрация соли в воде.

В этом случае к системе уравнений (1) добавится уравнение для концентрации соли:

$$\frac{\partial S}{\partial t} + (\mathbf{v}\nabla)S = D_S\Delta S; \quad (6)$$

здесь D_S — коэффициент диффузии соли. Уравнение (6) записано без учета явления термодиффузии: если его учесть, то уравнение для концентрации соли и уравнение теплопроводности запишутся в виде ¹:

$$\begin{aligned} \frac{\partial S}{\partial t} + (\mathbf{v}\nabla)S &= D\Delta S + \alpha D_S\Delta T, \\ \frac{\partial T}{\partial t} + (\mathbf{v}\nabla)T &= (x + \alpha^2 D_S N)\Delta T + \alpha D_S N\Delta S, \end{aligned} \quad (7)$$

где $\alpha = k_T/T$, k_T — термодиффузное соотношение, а

$$N = \left[\frac{T}{C_P} \left(\frac{\partial \mu}{\partial S} \right)_{T, P} \right]_0,$$

где C_P — теплоемкость при постоянном давлении, а μ — эффективный химический потенциал.

в) Величина $H = C_P/\alpha g$ может рассматриваться как характерная толщина слоя, стратифицированного полем силы тяжести. Как показано в ², приближение Буссинеска справедливо при глубине слоя много меньшего масштаба. Для воздуха эта величина H равна 32 км, для воды при 20°C $H = 2000$ км, ³ для верхней мантии $H = 6000$ км, где согласно Маккензи

$$\alpha = 2 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}, \quad C_P = 1,2 \cdot 10^3 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{K}}.$$

Поэтому для атмосферы приближением Буссинеска можно пользоваться только при конвекции в достаточно тонких слоях воздуха. Использование же этого приближения для всей толщи атмосферы некорректно.

Поэтому уравнения конвекции для атмосферы в целом (так называемые уравнения глубокой конвекции ⁴) имеют важные отличия, которые

сводятся к следующему. Прежде всего, воздух представляет собой сжимаемую жидкость, уравнение состояния которой хорошо описывается уравнением состояния идеального газа в интересующих нас явлениях:

$$VP = RT; \quad (8)$$

здесь R — газовая постоянная. Так как при подъеме воздуха происходит его расширение и охлаждение, уравнение теплопроводности включает дополнительный член ⁵

$$w (\gamma - \gamma_a),$$

где w — вертикальная компонента скорости, γ_a — адиабатический градиент. В сухом воздухе изменится и уравнение неразрывности:

$$\operatorname{div} \mathbf{v} = w \left(\frac{g - R\bar{\gamma}}{R\bar{T}} \right),$$

где \bar{T} , \bar{P} , $\bar{\rho}$ — температура, давление и плотность в невозмущенной атмосфере, $\bar{\gamma} = -\partial\bar{T}/\partial z$.

Если перейти в уравнениях движения (2) к безразмерным переменным, принимая в качестве единицы расстояния вертикальную сторону рассматриваемой области L , времени — L^2/ν^2 , температуры — разницу температур между верхней и нижней границами ΔT , давления $\rho_0 \nu^2/L$, скорости ν/L , то система уравнений (2) переписется в виде

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \nabla) \mathbf{v} &= -\nabla P + \Delta \mathbf{v} - \mathbf{Gr} T', \\ \frac{\partial T'}{\partial t} + (\mathbf{v} \nabla) T' &= \frac{1}{\operatorname{Pr}} \Delta T', \\ \operatorname{div} \mathbf{v} &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

где $\mathbf{Gr} = |g| \beta \Delta T \cdot L^3/\nu^2$ — число Грасгофа, $\operatorname{Pr} = \nu/\kappa$ — число Прандтля. Произведение числа Грасгофа на число Прандтля дает еще один параметр $\operatorname{Ra} = |g| \beta \Delta T \cdot L^3/\nu \kappa$ — число Релея, характеризующее соотношение сил вязкости и сил плавучести. Когда силы плавучести, определяемые градиентом температуры, невелики, то силы вязкости гасят возмущения, возникающие в жидкости, и движения затухают. Когда силы плавучести достигнут некоторого предела, такого, что вязкость не в состоянии погасить движение, в жидкости возникают конвективные токи. Это число называют критическим числом Релея, и оно характеризует устойчивость жидкости по отношению к конвективным процессам.

Следует отметить, что наличие ненулевого критического числа Релея характерно лишь для отсутствия горизонтальных градиентов температуры. Когда эти градиенты имеются, конвективное движение начинается при любом вертикальном градиенте температуры.

3. КРУПНОМАСШТАБНЫЕ КОНВЕКТИВНЫЕ ДВИЖЕНИЯ

а) Междошпротная циркуляция воздуха и струйные течения

Хорошо известно, что основным фактором, который приводит в движение атмосферу и океан, является энергия, приходящая от Солнца. Из-за сферичности Земли и разного альбедо тропических и полярных областей количество энергии по поверхности нашей планеты распределяется неравномерно. В результате в обоих полушариях средняя температура уменьшается от экватора к полюсам в горизонтальном направлении на всех уровнях тропосферы, исключая слои выше 200 мб в тропиках. В результате этого

в атмосфере Земли возникает междуширотная циркуляция воздуха — крупномасштабная боковая конвекция. На рис. 1, *а* и *б* приведена суммарная средняя меридиональная циркуляция в северном полушарии соответственно зимой и летом. Зимой средняя циркуляция особенно интенсивна между экватором и 30° с. ш., что соответствует известной тропической ячейке Гадлея ^{6, 7}.

Эта ячейка характеризуется восходящим движением более легкого теплового воздуха на юге и нисходящим движением более холодного и плотного воздуха на севере. Далее к северу в умеренных широтах

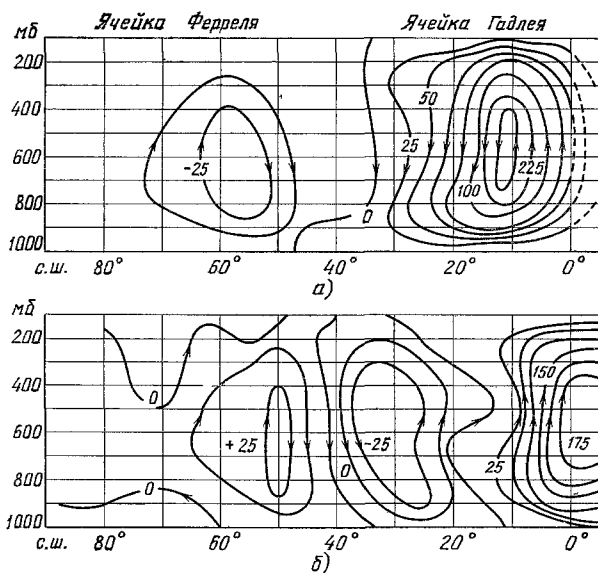


Рис. 1. Суммарная средняя меридиональная циркуляция в северном полушарии зимой (*а*) и летом (*б*).

Каждый канал между линиями тока переносит $25 \cdot 10^6$ т/с массы воздуха в направлении, показанном стрелками.

обнаруживается вторая ячейка с обратным направлением движения воздуха. Ее называют ячейкой Ферреля (см. рис. 1). Чисто физические соображения указывают на необходимость существования и третьей ячейки над полярными областями северного полушария, не очень ярко выраженной. В южном полушарии такая ячейка существует, но ее можно объяснить и контрастом тепловых режимов на поверхности Антарктиды и поверхности относительно теплых вод Южного океана (см. ниже рис. 4, *а*). Более подробно этот вопрос будет рассмотрен ниже в разделе о боковой конвекции. Зимой суммарная циркуляция массы в ячейке Гадлея достигает $230 \cdot 10^6$ т/с, в то время как циркуляция массы в ячейке Ферреля составляет лишь $30 \cdot 10^6$ т/с.

Летом, когда в северном полушарии разность температур между полюсом и экватором на поверхности Земли уменьшается с 50° в два раза, ячейка Гадлея переносит сравнительно небольшую массу $30 \cdot 10^6$ т/с, в то время как ячейка Ферреля сохраняет приблизительно такую же интенсивность, как и зимой ⁸. Наиболее сильная меридиональная циркуляция летом в северном полушарии оказывается связанной с распространением к северу, за экватор, интенсивной ячейки Гадлея зимнего южного полушария.

В верхней тропосфере между ячейками Гадлея и Ферреля формируется субтропическое струйное течение, которое в типичных случаях достигает максимума на поверхности 200 мб и характеризуется сильным вертикальным сдвигом ветра. Субтропическое струйное течение, особенно в холодное время года, представляет собой доминирующее явление в обоих полушариях.

На рис. 2, а⁹ приведено положение оси субтропического струйного течения зимой. Субтропическое струйное течение является очень мощной системой ветров на земном шаре, например над Японией наблюдались скорости 130 м/с. Оно также характеризуется большой устойчивостью как в отношении направления ветров, так и по географическому положению.

Физика формирования струйных течений представляет большой интерес, так как в этом случае происходит передача энергии от движений меньших масштабов к движению большего масштаба.

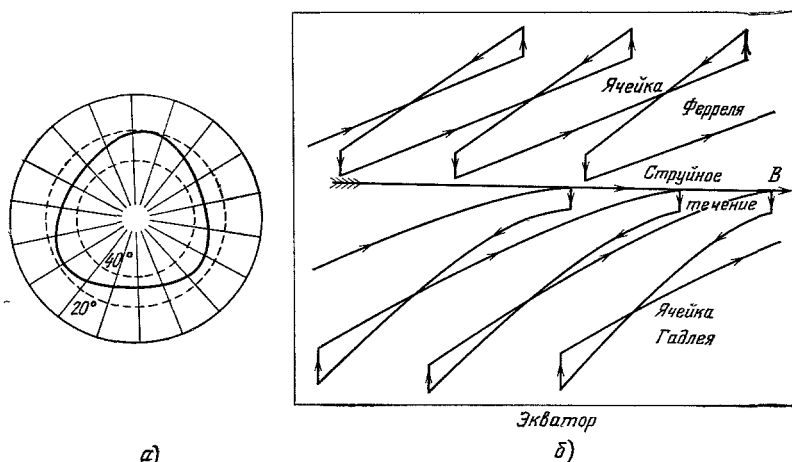


Рис. 2. а) Ось субтропического струйного течения в северном полушарии зимой; б) схема зарождения струйного течения в атмосфере.

Механизм данного явления был впервые подробно исследован В. Старром¹⁰. На кафедре физики моря в МГУ были проведены эксперименты, которые четко иллюстрируют этот процесс передачи энергии¹¹. Исследования проводились в кольцевой кювете, дно которой охлаждалось сухим льдом. В кювету наливался тонкий слой спирта толщиной 0,4 см. Под

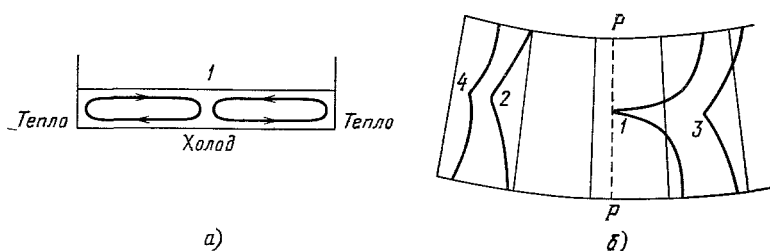


Рис. 3. Фрагменты кюветы при моделировании струйного течения.

а) Поперечный разрез pp кольца кюветы с конвективными ячейками, б) границы пятен краски, деформировавшихся под действием струйного течения, пятна введены в два последующих момента времени (1, 3) и (2, 4).

влиянием вертикального градиента температуры возникало поле конвективных ячеек, расположенных в плоскостях, рассекающих кювету по радиусу и перпендикулярных горизонтальной плоскости. Эти конвективные кольца хорошо видны при подкрашивании жидкости. Через короткое время после начала эксперимента можно было отчетливо видеть струйное течение, возникающее в поверхностном слое жидкости. На рис. 3 показан

процесс выявления струйного течения при подкрашивании жидкости. Видно, как пятно краски меняет свою форму, вытягиваясь вдоль оси кольца.

Формирование струйного течения объясняется неустойчивостью встречных конвективных потоков. Направление струйного потока в описанных экспериментах определялось асимметрией возмущения, возникающего в жидкости в начальный момент времени.

В отличие от описанного эксперимента в атмосфере Земли конвективные ячейки Гадлея и Ферреля находятся в поле сил Кориолиса, благодаря которой в ячейке Гадлея потоки воздуха в приземном слое отклоняются на запад (пассат), а в верхних слоях — на восток. В ячейке Ферреля наоборот: в верхней тропосфере воздушный поток отклоняется на запад, а в нижней — на восток. В области взаимодействия встречных потоков ячеек Гадлея и Ферреля в верхней тропосфере формируется струйное течение. Направление струйного потока определяется более мощной циркуляцией Гадлея. При этом циркуляция Ферреля играет роль воздушной границы (рис. 2, б).

б) Ц и р к у л я ц и я а т м о с ф е р ы м у с с о н н о г о т и п а

Солнечное излучение неравномерно нагревает не только различные широтные зоны земного шара, но столь же неравномерно нагревает поверхность океанов и материков, а следовательно, и атмосферу над ним.

Летом воздух над материками прогревается значительно быстрее и сильнее, чем над морем. В результате в верхнем слое муссонной циркуляции происходит перетекание теплых воздушных масс с материка на

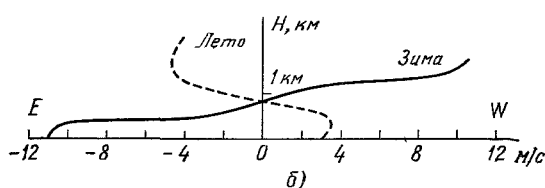
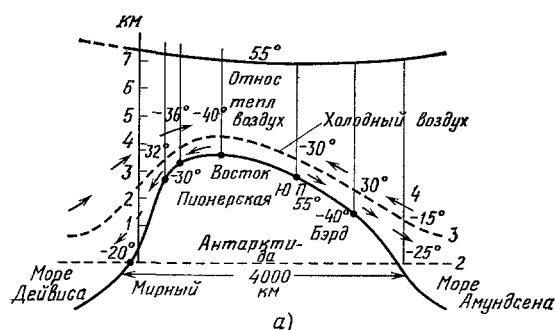


Рис. 4. а) Среднегодовой разрез атмосферы над Антарктикой (1 — тропопауза, 2 — уровень моря, 3 — поверхность раздела, 4 — воздушные потоки); б) распределение скорости ветра по высоте в плоскости, перпендикулярной береговой черте для Тихоокеанского муссона (Бейнини).

океаны, а с океана — более холодных на материк в нижнем слое этой циркуляции. Зимой имеет место обратное движение воздушных масс, так как в это время года над медленно остывающим океаном формируются более теплые, чем над материком, воздушные массы (рис. 4). В отдельных случаях циркуляция воздуха, физическая природа которой аналогична физической природе муссона, может не изменять знака в течение всего года, а лишь изменяться по интенсивности. Такая циркуляция развивается над ледяной Антарктидой и окружающими ее относительно теплыми водами (рис. 4, а).

На рис. 4, 6 приведены вертикальные перпендикулярные к береговой черте разрезы атмосферы, характеризующие распределение по вертикали над береговой чертой скорости ветра ¹².

Карта разностей масс воздуха, находящихся над единицей площади поверхности Земли в январе и в июле, приведенная в работах В. В. Шулейкина с сотрудниками ¹³⁻¹⁵, отчетливо показывает, какие громадные недостатки воздуха зияют над океанами, и какие «горы» избыточных воздушных масс возникают над материками в зимних условиях и наоборот — в летних. Приближенная теория этого явления в свое время была построена В. В. Шулейкиным ¹⁵ и А. А. Дмитриевым ¹⁶.

в) Средняя меридиональная циркуляция вод Мирового океана

Общая циркуляция вод Мирового океана в основном, как мы уже говорили, определяется механическим воздействием атмосферы. Это дрейфовые, градиентные, вызванные ветровым стоном и нагоном течения, бароградиентные и связанные с ними компенсационные течения. На их долю приходится 80—90% кинетической энергии, сосредоточенной в океане.

На долю *термохалинных* течений, связанных с неравномерным полем плотности вод океана и обусловленных различием в температуре и солености, т. е. на соленостную и тепловую конвекцию в океане, приходится остальные 10—20% общей кинетической энергии океана (типичные горизонтальные градиенты температуры и солености в океане составляют от десятых долей градуса и промилле до единиц градуса и промилле на километр ¹⁷⁻¹⁹). Незначительная доля кинетической энергии приходится на приливно-отливные течения.

Аналогом междуширотной конвекции в атмосфере в Мировом океане является крупномасштабная меридиональная конвекция. Первопричиной ее являются различие в тепловом и соленостном режиме вод на различных широтах и нисходящая конвекция в полярных районах океана, формирующая глубинные холодные воды, которые, накапливаясь, распространяются в сторону экватора и вытесняют более теплые воды на поверхность, где зарождается часть конвективного потока, направленного в сторону от экватора. Такие циркуляции называют термохалинными.

Одна из ранних моделей горизонтальной термохалинной циркуляции была предложена Лоренцом в 1847 г. Он учитывал опускание вод у полюсов и подъем их у экватора. В 1908 г. Сандстрем ²⁰ экспериментально показал, что условия в океане не благоприятствуют развитию термохалинной циркуляции. Этот результат был теоретически обоснован Бьеркнесом ²¹, доказавшим, что в эффективно действующей тепловой машине источник тепла должен находиться под большим давлением, чем охладитель. Это условие соблюдается и в атмосфере, которая теряет тепло в основном на больших высотах (малое давление), а получает вблизи поверхности Земли (высокое давление). В океане и то и другое происходит в основном в поверхностных слоях, т. е. при одинаковом давлении.

В 1950 г. Стоммел ²² исследовал скорости течений, возникающих в результате неодинакового нагрева воды в различных районах Мирового океана, и доказал, что они малы. Стоммел также показал, что термохалинные течения могут объяснить некоторые важные особенности общей циркуляции вод океана. Исходя из анализа $T-S$ -диаграмм (диаграмм распределения температуры и солености по глубине) до 4 км, он показал, что в полярных областях Мирового океана существуют два сравнительно небольших района, где происходит опускание поверхностных вод и формирование глубинных холодных вод. Один из них находится в Северной Атлан-

тике ($T = 2^\circ\text{C}$, $S = 34,9\%$), второй в море Уэдделла в Антарктике ($T = 0^\circ\text{C}$, $S = 34,7\%$). Это приводит к возникновению двух холодных глубинных потоков, направленных к экватору и соответствующих им теплых поверхностных потоков, направленных от экватора в полярные области. Расчеты показали, что мощности этих источников примерно равные и составляют около 20 свердрупов (1 свердруп — $10^6 \text{ м}^3/\text{с}$), они сравнимы с расходом крупных океанических течений (Гольфстрим — 30 свердрупов, Антарктическое течение западных ветров — 200 свердрупов). Именно этим наложением термохалинного течения на ветровое Стоммел объясняет асимметрию западных пограничных течений в Атлантическом океане. Действительно, в северном полушарии поверхностная ветвь термохалинного течения, идущая на север, усиливает Гольфстрим, а в южном поверхностная

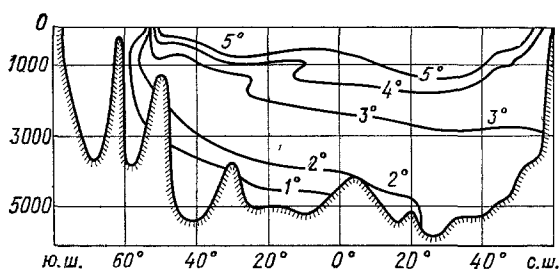


Рис. 5. Распределение температуры на квазимеридиональном разрезе через Западную Атлантику.

²⁵⁻³¹. Всех их объединяло одно — в математических моделях принималось условие квазистатичности процесса. Вертикальная составляющая движения определялась из условия неразрывности и тем самым конвекция прямым путем не учитывалась; решения таких моделей были справедливы лишь для областей, далеких от районов формирования вертикальных потоков, и были пригодны в большей степени для диагностики явления, чем для его предсказания. Это относится и к аналогичным моделям для атмосфер.

Перечисленные выше примеры крупномасштабных движений в атмосфере и в океане — типичные примеры боковой конвекции, достаточно строгое описание которой дает лишь система уравнений (4). В чистом виде такая конвекция возникает лишь в устойчиво или нейтрально стратифицированной жидкости при ее плотности, меняющейся в горизонтальном направлении.

Как мы увидим ниже, численные решения указанной системы для различных случаев вертикальной — релеевской конвекции, когда можно ограничиться изучением объемов жидкости или газа с отношением высоты H к горизонтальным размерам l , близким к единице, позволили исследовать многие стороны и закономерности этого процесса.

В какой-то мере это удалось сделать и для случаев боковой конвекции, возникающей в технических задачах, развивающейся при $H/l \gg 1$, т. е. в вертикальных узких щелях. Но, как мы уже знаем, для боковой конвекции в геофизике типичны случаи, когда $H/l \ll 1$, т. е. когда ячейки конвекции существенно вытянуты по горизонтали. Возможности численного решения таких задач (и особенно трехмерных) пока весьма ограничены. Исследование конвекции в природе также очень сложно. Вот почему многое в этих исследованиях принадлежало эксперименту, и особенно в моделях с вращающейся жидкостью. Он был необходим и потому, что

ветвь направлена на юг, против Бразильского течения, и ослабляет его. По этой модели под Гольфстримом предсказывалось глубинное холодное противотечение, В 1958 г. ²³ оно было обнаружено. Меридиональная циркуляция вод в Атлантике отчетливо обнаруживается на рис. 5 ²⁴. Аналогичная циркуляция наблюдается и в Тихом океане.

Крупномасштабные термохалинные течения исследовались многими авторами

вообще пока еще не доказана в общем случае теорема о единственности решения уравнений Навье — Стокса. Это вопрос, естественно, не снимается и при численном их решении. Использовалось и приближенное аналитическое решение линеаризованных уравнений. Исследования в этой области сейчас насчитывают уже сотни публикаций.

Первые исследования конвекции во вращающейся жидкости были проведены Хайдом, Фульцем и Т. В. Бончковской³²⁻³⁴. Доказательство подобия этих моделей природным явлениям было дано Лонгом и Старром в 1953 г.³⁵ Обзор большого числа работ по этим вопросам дается в³⁶⁻³⁸.

Основными факторами, влияющими на режим конвекции, оказались нагрев и вращение жидкости. В зависимости от них реализуются два режима: 1) режим Гадлея с осесимметричным движением, 2) режим Россби

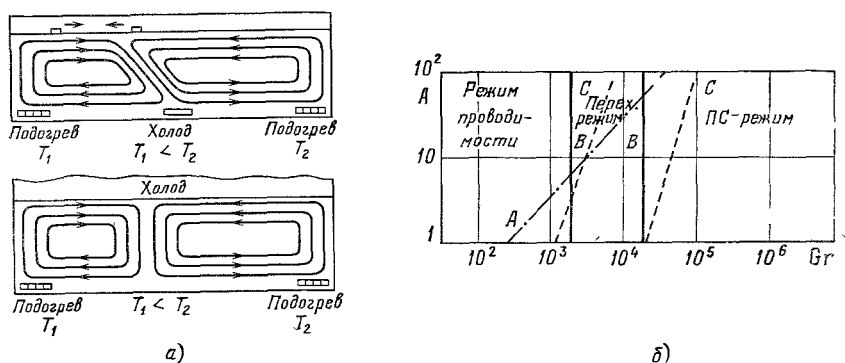


Рис. 6. а) Потoki воды в прямоугольных аквариумах при различных тепловых условиях на границах; б) режимы боковой конвекции в жидкости.

А — прямая, отделяющая режим проводимости от переходного режима, В и С — границы существования режимов $Pr \sim 1$.

с волновым возмущением осесимметричного режима. Переход от одного режима к другому происходит при определенной угловой скорости и нагреве и определяется критическим числом Тейлора³⁹⁻⁴¹.

Боковая конвекция в океане и других водоемах — морях, озерах и водохранилищах — может развиваться и в относительно небольших объемах, когда эффектом вращения жидкости можно пренебречь. Число таких работ также велико. Типичной для них моделью была конвекция, развивающаяся в прямоугольном сосуде с неодинаково нагретыми торцевыми стенками. Математически при этом рассматривалась двумерная задача. Такие исследования были важны и для того, чтобы в деталях изучить влияние на режим конвекции граничных условий, что в трехмерной задаче с вращением сделать было значительно труднее.

Надо отметить, что в природе — в атмосфере и в океане — конвекция развивается зачастую при не очень ясных условиях на горизонтальных границах, а вертикальные границы вообще не очень определены, так как жестких вертикальных границ практически нет. В этих случаях границами обычно считают середины восходящих или нисходящих потоков двух соседних колец конвекции. В работе⁴² было экспериментально исследовано поведение этих границ при неодинаковой интенсивности источников нагрева и охлаждения. Оказалось, что в одних случаях граница перемещается вместе с нисходящим потоком, оставаясь вертикальной, в других лишь наклоняется, не отрываясь от источника тепла (рис. 6, а).

Оказалось, что боковая конвекция в отличие от вертикальной возникает при любых сколь угодно малых отклонениях распределения плотности от равновесного ее распределения⁴³. При этом в широком диапазоне

чисел Релея размер ячейки боковой конвекции равен горизонтальному размеру плотностной неоднородности. Однако это имеет место не всегда. Существуют значения числа Ra , при которых достаточно удлиненные ячейки начинают дробиться на нечетное число более мелких ячеек. Вероятно, это является и причиной дробления ячейки межширотной циркуляции протяженностью в четверть длины меридиана.

Неявно выраженную третью полярную ячейку междуширотной циркуляции в северном полушарии и, наоборот, интенсивную в южном можно объяснить особенностями теплового режима подстилающей поверхности в этих областях. Межширотный контраст теплового режима на поверхности южного полушария обостряется в полярных областях контрастом, обусловленным ледяной поверхностью Антарктиды и относительно теплыми водами Южного океана. В северном полушарии знак междуширотного контраста и контраста материк — океан не совпадают, это и ослабляет интенсивность третьей, полярной ячейки междуширотной циркуляции.

Одновременно с этим необходимо отметить, что вращение стабилизирует большие ячейки. В этом мы убедимся ниже, рассматривая задачи конвекции в поле центробежных сил на примере атмосферы.

Прежде чем перейти к краткому описанию работ по свободной боковой конвекции в прямоугольных бассейнах без вращения, укажем на различие в размерах и режиме ячеек вертикальной и боковой конвекции. В работе ⁴⁴ было показано, что, в отличие от боковой конвекции, размер конвекционной ячейки при вертикальном ее развитии зависит от числа Грассгофа, уменьшаясь при увеличении этого числа.

Как показали теоретические и экспериментальные исследования ⁴⁵, ⁴⁶, режим боковой конвекции определяется в основном следующими тремя безразмерными критериями: числом Грассгофа, числом Прандтля и отношением высоты сосуда к его длине. Экспериментальными исследованиями Эльдер ⁴⁷, а также Эккарт и Карлсон ⁴⁸ установили три режима боковой конвекции:

1) режим проводимости, когда перенос тепла от горячей к холодной стенке происходит за счет теплопроводности, и во внутренней области устанавливается постоянный градиент температуры, а локальное число Нуссельта, характеризующее поток тепла через вертикальную «холодную» стенку, зависит только от числа Грассгофа и не зависит от H/l ;

2) переходный режим, характеризующийся нелинейным горизонтальным градиентом и слабой конвекцией во внутренней области жидкости;

3) погранично-слоевой режим (ПС), когда внутри жидкости формируется ядро, окруженное пограничными слоями (вертикальные и горизонтальные границы). При больших числах Релея ($Ra \gg 10^3$) внутри жидкости образуется неподвижное ядро с изменяющейся по вертикали температурой.

Эти эксперименты были подтверждены численным анализом, проведенным в работах Гершуни, Жуховицкого, Тарунина ⁴⁹, Дэвиса ⁵⁰, Новелла и Шмидта ⁵¹, Куон ⁴⁵. Структура течений при $H/l \gg 1$ исследовалась и другими авторами ⁵², ⁵³. В настоящее время на основании экспериментов и численных расчетов установлено ⁵⁴, что для бассейнов с $H/l > 1$ значения числа Грассгофа, определяющие границы перехода режимов, не зависят от H/l и равны $Gr \ll 2,2 \cdot 10^3$ для режима проводимости и $Gr \gg 2,9 \cdot 10^4$ для ПС режима (рис. 6, б).

Более интересные для изучения конвекции в геофизике случаи боковой конвекции (при $H/l \ll 1$) исследовались в работах ⁵⁵⁻⁵⁷. Однако эти работы немногочисленны, в них не учитывалось влияние на режим конвекции стратификации жидкости, недостаточно исследовано влияние температурных и динамических условий у горизонтальных границ на режим

течения во внутренних областях при больших числах Релея (ПС-режим), недостаточно исследовано влияние солёности на режим конвекции.

В какой-то мере эти вопросы были исследованы в работах ⁵⁸⁻⁶⁰. В них путем приближенного аналитического решения линеаризованных уравнений (1), описывающих режимы в различных областях конвекционной ячейки, были получены следующие результаты:

1) Для случая конвекции, возбуждаемой за счет неодинакового нагревания боковых стенок бассейна при небольших числах Релея, показано, что пристеночный слой, образующийся около боковой стенки в случае, если температура этой стенки непостоянна, является результатом более тонкого баланса сил по сравнению со случаем, когда температура боковой стенки постоянна, и включает в себя две переходные области. Во внешней переходной области осуществляется приспособление поля горизонтальной скорости внутри бассейна к условиям непротекания на стенке; там сосредоточен вертикальный перенос тепла и массы. Во внутренней области происходит приспособление температурного режима внешней области к режиму нагревания боковых стенок бассейна. Переход от режима проводимости к переходному режиму в случае боковой конвекции в вытянутых по горизонтали бассейнах связан с преобразованием горизонтальной структуры конвективной ячейки, а переход от переходного режима к ПС-режиму — с изменением вертикальной структуры течения во внутренней области.

2) Влияние солёности проявляется в значительном изменении динамики конвекции: во-первых, распределение температуры в жидкости и факторы, его определяющие, в соленой воде иные, чем в пресной, во-вторых, изменяется роль пограничных слоев. Физическим следствием этих изменений является независимость числа Нуссельта от числа Релея при больших значениях последнего в соленой воде.

В результате особенностей конвективного перемешивания между двумя водными массами, из которых одна содержит теплую и соленую, а вторая — холодную и менее соленую воду, в океане могут образовываться области с инверсионно распределенной по вертикали температурой. В ⁵⁸⁻⁶⁰ оценена также величина вертикального перепада температуры в ядре, образующегося в результате конвекции.

Хотя условия, в которых исследовалась боковая конвекция, даже в вытянутых по горизонтали бассейнах не совсем такие, какие имеют место в природе, полученные выводы все же могут быть использованы в ряде геофизических задач и, в частности, для определения размеров областей восходящих и нисходящих потоков конвекции, в пределах которых квазистатическое приближение недопустимо, а также теплового и динамического режима в этих областях конвекции.

Вклад в океаническую циркуляцию вносит также поток влаги, переносимый через атмосферу. Хотя эта величина не так велика, как потоки воды, переносимые поверхностными течениями, но все же ощутима. Например, пассаты переносят поток влаги, равный 0,1 сведрупа. Таким путем происходит частичный обмен воды между Тихим и Атлантическим океанами.

г) Конвекция в мантии Земли

Вопрос о существовании крупномасштабных конвективных движений, охватывающих всю мантию Земли, до сих пор вызывает оживленные споры среди геофизиков-теоретиков ⁶¹⁻⁶⁷. Во многом это связано с тем, что о значениях ряда величин в глубинах Земли мы можем судить лишь на основании косвенных данных.

С помощью общих методов теории подобия и размерностей Г. С. Голицыным⁶³ была получена оценка скоростей конвективных движений в мантии Земли. Изучаемая конвекция описывается уравнениями гидродинамики в приближении Буссинеска. При этом заметную роль играет вязкая диссипация со скоростью

$$\varepsilon = \nu \frac{\partial v_i}{\partial x_k} \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_k} + \frac{\partial v_k}{\partial x_i} \right), \quad (10)$$

где ν — кинематическая вязкость, равная $2 \cdot 10^{17}$ м²/с, v_i — компонента вектора скорости, и по повторяющимся индексам проводится суммирование. Благодаря огромной вязкости конвекция вещества мантии ламинарна и к. п. д. преобразования в механическую энергию потока тепла, подводимого к нижней границе, довольно высока. Вся эта энергия опять диссипирует в тепло в соответствии с формулой (10). Средняя скорость выделения тепла на единицу массы мантии равна $q = f/d \cdot \rho$, где f — плотность потока тепла через единицу поверхности (средний геотермический поток тепла = 0,06 Вт/м²), $\rho = 3,7$ г/м³ — плотность вещества мантии, а d — ее толщина. В стационарном случае скорость генерации кинетической энергии ε равна γq , где γ — к. п. д. преобразования тепла в механическую энергию конвективных потоков. Формула (10) может быть преобразована в

$$\frac{\gamma f}{d \rho} \sim \nu \cdot 16 \left(\frac{2U}{d} \right)^2,$$

откуда получаем

$$U \sim \frac{d}{4} \sqrt{\frac{\gamma q}{2\nu}}. \quad (11)$$

При $\gamma = 1$ и $d = 700$ км для скорости имеем $U = 5$ см/год. Сравнение этой величины со скоростью перемещения литосферных плит 1–10 см/год показывает, что к. п. д. конвекции должен быть довольно высоким.

Формулу для средней скорости конвекции \bar{U} , аналогичную формуле (11), удалось получить и путем анализа системы уравнений Буссинеска для конвекции, записанной в безразмерном виде, что позволило определить границы ее применения и получить основные критерии подобия, необходимые для лабораторного моделирования.

Учитывая значение числа Рейнольдса в исследуемой задаче (10^{-22}) и пренебрегая в связи с этим величинами нестационарного и инерционного членов, после некоторых преобразований было получено следующее уравнение:

$$\Delta \operatorname{rot} U = F [\nabla T \mathbf{n}],$$

где $F = \alpha T_0 g d^2 / (\nu \mu)$, α — коэффициент теплового расширения, равный $2 \cdot 10^{-5}$ (°K)⁻¹, $g = 10$ м/с², T_0 — характерное значение температуры на некоторой глубине, \mathbf{n} — единичный вектор в направлении силы тяжести.

Критерий F в свою очередь равен Ra/Pe , где Ra — число Рэлея, Pe — число Пекле, определяющее величину *адвективного* *) переноса тепла по отношению к молекулярному. В рассматриваемом процессе $Pe \approx 700$, т. е. молекулярный перенос мал по сравнению с адвективным, при $T_0 = 1500$ °K, $F \approx 500$. Величина $gd/(UC_p T_0)$, входящая как коэффициент в первый член правой части уравнения энергии, описывающий распределение источников тепла и вязкую диссипацию, является критерием подобия (μ), определяющим отношение тепла, выделяемого в столбе мантии за время $\tau_0 = d/U \approx 15$ млн. лет. При этом оказывается, что $\Gamma \gg 1$; $\mu \ll 1$; $Pe \gg 1$, что позволяет сделать предположение о существо-

*) Адвекция — макроперенос в горизонтальном направлении.

вании условий автомодельности, очень важном при модельных лабораторных исследованиях.

Проведенный анализ позволил также определить величину γ для различных условий ввода тепла в конвективную систему. Оказалось, что к. п. д. мало зависит от специфики ввода тепла и равен примерно 10%. Интересно отметить, что к. п. д. по превращению подводимого в атмосферу солнечного тепла в кинетическую энергию ветра равен $\sim 1\%$.

Однако маловероятно, что в мантии идет чисто тепловая конвекция, скорее всего это химико-плотностная конвекция, в которой главным источником движения являются плотностные неоднородности вещества, возникающие в результате изменения его химического состава при дифференциации; при этом возникает иное условие для возникновения конвекции. Число Рэлея в этом случае имеет вид

$$Rg = \Delta \rho g \frac{H^3}{D\eta},$$

где D — коэффициент диффузии. Оценки показывают, что число Рэлея в нижней мантии лежит в пределах

$$10^{17} < Rg < 10^{34}$$

и на много порядков превышает критическое значение.

Строгий учет влияния неоднородностей верхней мантии на развитие конвективных движений в земной оболочке может быть выполнен только путем численного моделирования процесса химико-плотностной конвекции на ЭВМ ⁶⁶.

Если в мантии имеют место горизонтальные неоднородности и если считать, что она обладает свойствами ньютоновской жидкости, то в ней может развиваться и крупномасштабная боковая конвекция с размерами ячеек, равных размерам горизонтальной неоднородности. Вероятность ее возникновения увеличивается, если учесть, что она может начаться при любом малом числе Рэлея. Крупномасштабные ячейки могут возникнуть и при однородном поле плотности, о чем свидетельствуют расчеты конвекции в поле центробежных сил, которые будут приведены ниже, а также теоретические исследования Чандрасекара ⁶⁷.

д) Конвекция в атмосфере, вызванная движением терминатора*)

Выше мы рассмотрели механизмы возникновения конвективных движений, обусловленные меридиональным градиентом температуры и градиентом температуры между морем и материком. Однако в последнее время все большее внимание приковывает к себе «тепловая машина», связанная с суточным ходом температуры в атмосфере.

Гипотеза о вкладе в глобальную циркуляцию атмосферы потока, индуцируемого суточной температурной волной, была впервые высказана английским астрономом Хэлли почти 300 лет тому назад ⁶⁸. В частности, согласно этой гипотезе предполагалось, что восточные пассатные ветры в экваториальных широтах Земли обусловлены суточной температурной волной, а не отклоняющим действием вращения Земли на меридианальные потоки ячейки Гадлея.

Первые экспериментальные работы по проверке этой идеи принадлежат Фульцу ⁶⁸, в эксперименте которого пламя бунзеновской горелки

*) Граница между освещенной и неосвещенной Солнцем частями поверхности Земли.

двигалось по окружности ниже края неподвижного цилиндрического сосуда с водой. При этом на поверхности воды развивалось движение, противоположное движению источника тепла. На дне сосуда отмечалось движение, совпадающее по направлению с движением пламени. Наблюдавшиеся скорости поверхностного противотока составляли менее одного процента от скорости пламени. Почти одновременно аналогичные эксперименты были проведены Штерном ⁶⁹.

Данные эксперименты установили факт возникновения слабых индуцированных потоков бегущей тепловой волной и явились качественным подтверждением возможности выполнения гипотезы Хэлли и для атмосферы Земли.

Планетологические данные, полученные в результате быстрого развития космической техники, показали, что в атмосферах планет потоки, индуцированные движущимся тепловым источником, могут играть важную роль. Так, радиолокационным методом был установлен период обращения Венеры 244 ± 2 суток. При этом период обращения облаков в верхней части атмосферы Венеры оказался равным $4,3 \pm 0,4$ суток ⁷⁰. Шуберт и Уайтхед ⁷¹ предложили объяснить этот факт, исходя из динамической связи вертикальной конвекции атмосферы Венеры с радиальным потоком, который индуцируется тепловой волной, возбуждаемой Солнцем, и имеет обратное по отношению к ней направление движения. При этом они повторили эксперимент Штерна, используя в качестве рабочей жидкости ртуть, как вещество, обладающее большой температуропроводностью. В результате наблюдался поверхностный противоток, имеющий скорость в 4 раза больше, чем скорость вращения горелки.

Возникновение прямого и обратного потоков в жидкости в случае бегущей тепловой волны может быть качественно объяснено следующим образом. Представим себе бесконечный по протяженности слой жидкости. Тогда при числе Ra , превышающем критическое значение, в жидкости возникают конвективные токи.

Температурная волна, бегущая снизу кюветы, будет благодаря дополнительному подогреву приводить к смещению областей подъема жидкости в направлении своего движения. Это приведет к наклону конвективных ячеек. В результате в верхнем слое при достаточно больших числах Ra возникает составляющая скорости, направленная против движения тепловой волны. Эта составляющая возникает в результате взаимодействия вертикальных токов на верхней границе. Аналогично вблизи нижней границы возникают потоки, направленные в сторону движения тепловой волны.

В настоящее время имеется ряд теоретических работ, описывающих это явление ⁷²⁻⁷⁴. Основная идея решения сводится к усреднению уравнений вихря и теплопроводности, записанных в приближении Буссинеска, по длине и периоду температурной волны. При этом во всех задачах предполагается, что $\lambda \gg H$, т. е. длина температурной волны много больше толщины слоя жидкости, в котором происходит конвекция. В случае малой вязкости, когда число Прандтля $Pr = \nu/\kappa \ll 1$, средняя скорость потока оказывается пропорциональной величине

$$\tilde{u} \sim F^2 \sqrt{Ra},$$

где F — безразмерный параметр, определяющий интенсивность воздействия температурной волны; он равен

$$F = \frac{gH}{U^2} \frac{\Delta \cdot \rho}{\rho},$$

где U — линейная скорость движения температурного импульса, $Re = H^2/\nu T$, где T — период температурной волны.

Из выражения для \tilde{u} видно, что при достаточно больших вертикальных скоростях конвекции возможна генерация среднего потока, имеющего скорость, сравнимую со скоростью тепловой волны.

В табл. I приведены величины теплового потока от Солнца q , экваториальная скорость терминатора U , параметр теплового воздействия \bar{F} и частотный параметр Re для разных планет солнечной системы ⁷³. Из

Таблица I

Планета	q , $\frac{\text{эрг}}{\text{см}^2\text{с}}$	U , м/с	\bar{F}	Re
Венера	$6,3 \cdot 10^5$	3,0	10^2	10^2
Земля	$8,4 \cdot 10^5$	$4,7 \cdot 10^2$	10^{-2}	10^4
Марс	$5 \cdot 10^5$	$2,8 \cdot 10^2$	10^{-3}	10^4
Юпитер	$2,5 \cdot 10^4$	$1,2 \cdot 10^4$	10^{-6}	10^4
Сатурн	$7,6 \cdot 10^3$	$1,0 \cdot 10^4$	10^{-7}	10^4
Уран	$1,2 \cdot 10^3$	$3,7 \cdot 10^3$	10^{-7}	10^4

таблицы видно, что параметр теплового воздействия для Венеры на 4—5 порядков больше, чем для других планет, поэтому ее атмосфера обладает более сильной реакцией на периодическое тепловое воздействие, чем любая другая планета.

На Марсе наблюдаются сильные ветры, направление которых совпадает с движением терминатора. Однако невозможно объяснить их появление предложенным выше механизмом, так как он дает величину скорости на много порядков меньше. Атмосфера Марса более чем на 75% состоит из углекислого газа ⁷⁴, который, поглощая и испуская инфракрасную радиацию, в значительной степени изменяет только свою собственную энергию. Поэтому тепловая инерционность атмосферы Марса значительно ниже, чем атмосферы Земли, и суточные изменения температуры поверхности планеты передаются путем излучения в атмосферу до высот в несколько километров. Атмосфера Марса, таким образом, обладает значительными суточными вариациями температур и значительной по отношению к Венере скоростью вращения.

В силу того, что лучистый перенос практически мгновенно устанавливает температурное равновесие в атмосфере Марса в зависимости от времени суток, было интересно исследовать возникновение потока в жидкости при отсутствии гравитационных сил. В ⁷⁵ рассмотрен механизм возникновения такой конвекции.

Пусть зона L с повышенной температурой T_2 движется с постоянной скоростью u_T в некотором направлении по тонкой длинной кольцевой трубе, наполненной жидкостью (рис. 7, а). Нагрев (H) и охлаждение (X) происходит на границах области L , что вызывает скачки давления $P_X - P_X^+$ на границе с охлаждением и $P_H^+ - P_H^-$ на границе с нагревом. Предположим, что внутри областей с постоянными температурами T_2 и T_1 жидкость несжимаема и имеет место течение Пуазейля со средними скоростями u_1 в области 1 и u_2 в области 2.

Определим величину и направление скоростей течения в областях 1 и 2 и среднюю скорость течения. Для этого запишем уравнение сохранения вещества, непрерывности потока импульса, закон Пуазейля и уравнения

состояния для областей 1 и 2:

$$\left. \begin{aligned} (u_1 - \omega_1 r) \rho_1 &= (u_2 - \omega_2 r) \rho_2, \\ P_{H+} + \rho_1 (u_1 - \omega_1 r)^2 &= P_{H+} + \rho_2 (u_2 - \omega_2 r)^2, \\ P_{X-} + \rho_2 (u_2 - \omega_2 r)^2 &= P_{X-} + \rho_1 (u_1 - \omega_1 r)^2, \\ \frac{P_{H+} - P_{X-}}{2\pi r - L} &= \frac{8\mu}{R^2} u_1, \quad \frac{(P_{X-} - P_{H+})}{L} = \frac{8\mu}{R^2} u_2, \\ \rho_1 &= \rho_0 (1 - \beta T_1), \quad \rho_2 = \rho_0 (1 - \beta T_r). \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

Введем обозначение

$$\frac{2\pi r - L}{L} = Y, \quad \frac{\rho_2}{\rho_1} = 1 - X.$$

При этом, когда $X = 0$, нагрева нет, при $X = 1$ $T_2 \rightarrow \infty$, и нагретая

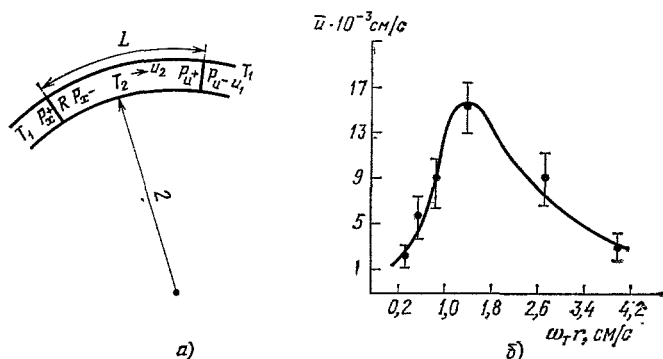


Рис. 7. а) Схема модельного рассмотрения задачи с «медленным горением»; б) экспериментальная зависимость средней скорости прямого потока от угловой скорости источника тепла.

область приобретает свойства поршня. Значения u_1 и u_2 находятся из (12) и имеют вид

$$u_1 = \frac{\omega_1 r X}{1 + Y(1 - X)}; \quad u_2 = \frac{-\omega_1 r X Y}{1 + Y(1 - X)}. \quad (13)$$

Пока мы не учитывали уравнение состояния. Поскольку в реальных процессах граница с нагревом обладает конечными размерами, и T_2 достигается не мгновенно, можно записать

$$\frac{dT_2}{dt} = \xi (T_{\max} - T_2),$$

откуда

$$T_2 = T_{\max} (1 - e^{-\xi L / \omega_1 r}) = T_{\max} Z,$$

и

$$X = 1 - \frac{\rho_2}{\rho_1} = \beta T_2;$$

при этом ξ — некоторая постоянная, характеризующая свойства вещества в трубе. В результате вычислений средняя по длине трубы скорость потока получается равной

$$\bar{u} = \frac{\omega_1 r (\beta T_{\max} Z)^2}{(1 - \beta T_{\max} Z) [Y + (1/Y)] [(1 - \beta T_{\max} Z)^2 + 1]}.$$

На рис. 7, б приведена зависимость средней скорости прямого потока от угловой скорости вращения источника, полученная на эксперименте.

Оценим теперь порядок средней скорости индуцированного потока \bar{u} для атмосфер Венеры, Земли и Марса.

Разница между ночной и дневной температурами верхней атмосферы Венеры носит аномальный характер ($T_{\text{ночн}} > T_{\text{дн}}$), поэтому параметр $X > 1$, что противоречит условиям модели с медленным горением, которая была рассмотрена выше (см. табл. II).

Таблица II

Планета	Измеренные температуры		Условия измерения температур	$\omega_T \tau$, м/с	X
	$T_{\text{к ночн}}$	$T_{\text{к дневн}}$			
Венера	242	233	Экватор, верхняя атмосфера	3	1
Земля	298	299	Экватор над морем	$4,7 \cdot 10^2$	0,1
Марс	190	270	На широтах $-20^\circ < \theta < 40^\circ$ над поверхностью при чистой атмосфере	$2,8 \cdot 10^2$	0,3

Из табл. III видно, что лучше всего рассмотренная модель подходит для атмосферы Марса: порядок рассчитанных и измеренных скоростей ветра там совпадают. Кроме того, отметим, что полученное в модели

Таблица III

Планета	Измерение скорости ветров	Средние скорости, полученные из конвективного механизма Хелли	Средние скорости, полученные в задаче с медленным «горением»
Венера	$-(60-140)$ м/с, верхняя атмосфера	-100 м/с	—
Земля	$+2,5$ м/с, нижняя атмосфера, зона пассатов	меньше $-0,01$ м/с	$+1,25$ м/с
Марс	10 м/с, над поверхностью на широте $\theta = -24^\circ$	—	$+11$ м/с

с «медленным горением» значение средней скорости восточного потока совпадает по величине и направлению с результатами численного моделирования ожидаемых ветровых режимов Марса в зонах интенсивной инсоляции на широтах $-20^\circ < \theta < -40^\circ$ ^{76, 77}.

е) Конвекция в поле центробежных сил

Сложность процессов в атмосфере Земли заставляет наряду с анализом уравнений динамики атмосферы строить и физические модели, на которых исследуются отдельные стороны атмосферной циркуляции. Естественно, что проще моделируются более правильные атмосферные процессы. Так, наблюдения над циркуляцией воздуха в Антарктике, где поле силы Кориолиса и широтное различие температуры подстилающей поверхности симметричны одно относительно другого, вызвали серию экспериментальных работ по изучению вихреобразования в кольцевых и круговых вращающихся бассейнах при различных условиях подогрева ⁷⁸⁻⁸¹. Во всех экспериментах, так же как и в природных условиях, обязательно присутствовали центробежные силы. Поэтому представляет интерес и теорети-

ческое решение задачи о тепловой конвекции в поле центробежных сил. Кроме того, решение таких задач представляет самостоятельный интерес при исследовании бароклинной неустойчивости.

В ⁸² рассматривается движение вязкой несжимаемой теплопроводящей жидкости между двумя бесконечными коаксиальными цилиндрами, вращающимися с одинаковой скоростью Ω . Между цилиндрами поддерживается постоянная разность температур $T_2 - T_1$, причем подогрев ведется с внешнего цилиндра. Исследование ограничивается столь тонким слоем по высоте, что вертикальные движения не учитываются.

Во вращающейся системе координат процесс конвективного движения жидкости будет описываться следующей системой термогидродинамических уравнений, записанных в приближении Буссинеска:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \nabla) \mathbf{v} &= -\frac{\nabla P}{\rho_0} + \tilde{\nu} \Delta \mathbf{v} - 2[\Omega \mathbf{v}] + \beta T [\Omega [\Omega \mathbf{r}]], \\ \frac{\partial T}{\partial t} + (\mathbf{v} \nabla) T' &= \chi \Delta T', \\ \operatorname{div} \mathbf{v} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

Здесь $\mathbf{v}(r, \theta, t)$ — скорость, ρ_0 — плотность, β — коэффициент теплового расширения, $\tilde{\nu}$ — коэффициент турбулентной вязкости, $P(r, \theta, t)$ — отклонение давления от равновесного значения, $T'(r, \theta, t)$ — отклонение температуры от равновесного значения, χ — коэффициент температуропроводности жидкости.

Условия механического равновесия жидкости получаются решением системы (14) при $V(r, \theta, t) = 0$. Для стационарного случая равновесные значения температуры и давления таковы:

$$\begin{aligned} T_0(r) &= \frac{\ln(r/r_0)}{\ln(R/r_0)} (T_2 - T_1) + T_1, \\ \nabla P_0(r) &= -\rho_0 [\Omega [\Omega \mathbf{r}]], \end{aligned}$$

где T_1 — температура внутреннего цилиндра, T_2 — температура внешнего цилиндра.

Из уравнения непрерывности следует существование функции тока такой, что

$$v_r = \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial \theta}, \quad v_\theta = -\frac{\partial \psi}{\partial r}.$$

Применив операцию rot , можно записать уравнение движения в виде

$$\frac{\partial \Delta \psi}{\partial t} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial \psi}{\partial \theta} \frac{\partial \Delta \psi}{\partial r} - \frac{\partial \psi}{\partial r} \frac{\partial \Delta \psi}{\partial \theta} \right) = \Delta \Delta \psi + \operatorname{Gr} \frac{\partial T}{\partial \theta}. \quad (15)$$

Решая получившуюся таким образом систему уравнений для функции тока и температуры при выполнении условий прилипания и непротекания на границе внешнего и внутреннего цилиндра, можно получить картину установления равновесной конвекции в поле центробежных сил. Этот процесс приведен на рис. 8. Получившаяся картина качественно похожа на процессы, наблюдавшиеся в атмосфере Антарктики ⁸³⁻⁸⁵ и в экспериментах ⁷⁸⁻⁸¹.

4. СРЕДНЕМАСШТАБНАЯ И МЕЛКОМАСШТАБНАЯ КОНВЕКЦИЯ

а) Примером среднемасштабной конвективной системы является тропический ураган. На рис. 9 приведена схема этого образования. Зрелый ураган можно разделить на следующие четыре области:

1) внешняя область с возрастанием скорости ветра в направлении к центру и ограниченная конвекцией, 2) пояс ураганных ветров во внутрен-

ней части возмущения, характеризующейся шквалами и сильной конвекцией, 3) внутренняя область осадков (стена глаза бури), имеющая более или менее кольцевую форму, с сильными ливнями и шквалами с максимальной скоростью, 4) глаз бури, где наблюдается сильное ослабление ветра в направлении к центру.

Большинство тропических циклонов обладает некоторой асимметрией, связанной главным образом с их поступательным движением. Однако в первом приближении основные черты тропических циклонов можно рассматривать, исходя из квазисимметричной тороидальной циркуляции. В связи с этим первые математические модели описывали тропические циклоны, как осесимметричные конвективные системы⁸. В последнее время появились трехмерные численные модели этих конвективных вихрей⁸⁶⁻⁸⁷. Тропические циклоны представляют собой конвективные вихри

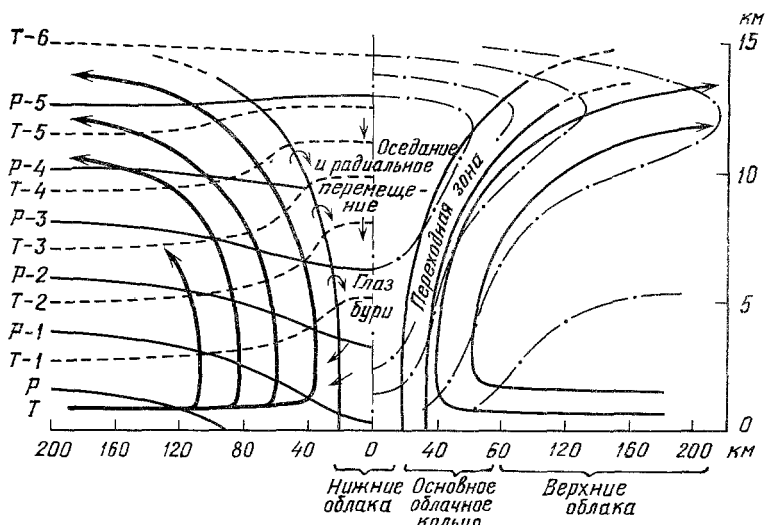


Рис. 9. Структура тропического циклона.

размером от 200 до 800 км в поперечнике. Они возникают только над океанами, где велико количество испаряющейся влаги, так как скрытое тепло, переносимое конвективными потоками в верхний слой атмосферы, играет определяющую роль в энергетике циклона. Наинизшая температура, при которой сохраняется вероятность существования циклона, составляет 26—27 °C. Сила Кориолиса стабилизирует возникающие вихревые возмущения, и поэтому параметр Кориолиса — $2\Omega \cos \varphi$, Ω — угловая скорость вращения Земли, φ — широта, должен превышать некоторую оптимальную величину, что исключает возможность образования тропических циклонов в полосе 5° по обе стороны экватора.

К среднемасштабной боковой конвекции в атмосфере относятся также бризовые циркуляции, а в океане боковая конвекция, обусловленная среднемасштабными неоднородностями теплового и плотностного режима на его поверхности или сближении водных масс различной плотности. К ним в определенной мере применимы некоторые выводы теоретических и экспериментальных исследований боковой конвекции, изложенные выше.

Грозовое конвективное облако является промежуточным по масштабу процессом в атмосфере при переходе от среднего к малому масштабу. Действительно, горизонтальный размер (от нескольких километров до одного и даже менее километра) приближает его к явлениям малого

масштаба, а вертикальный (до 7 км) — к явлениям среднего масштаба. Математическая модель грозового облака была в свое время разработана С. Л. Лебедевым⁸⁸.

б) Летом в антициклонических условиях близко к полудню, когда значительные по площади районы поверхности материков и океанов обладают однородным тепловым режимом, над ними в атмосфере возникает не очень сильная конвекция, приводящая к образованию характерной

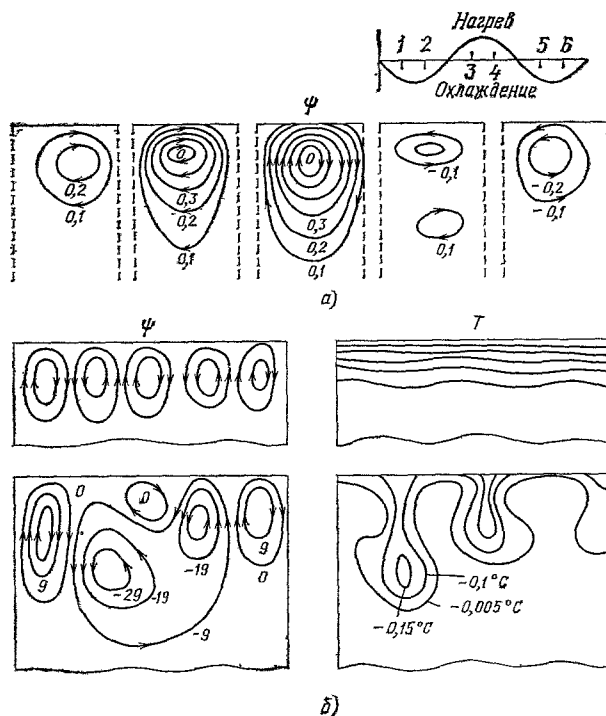


Рис. 10. Конвекция в поверхностном слое океана.

а) Периодическая структура конвекции в результате суточного изменения температуры поверхности (ψ — функция тока); б) начало конвекции в воде при охлаждении сверху (функция тока ψ и температура T).

конвективной облачности нижнего яруса. Это типичный пример мелко-масштабной конвекции в атмосфере. Фотографии такой облачности, сделанные со спутников, показывают, что правильные ячейки облачной системы напоминают бенаровскую конвекцию⁸⁹. В работах⁸⁹⁻⁹⁰ исследовался сам механизм возникновения такой конвекции.

В приводном слое воздуха над океанами на высоте около полуметра очень часто наблюдается инверсионный ход температуры. В работах^{91, 92} показано, что это связано с объемным источником тепла, возникающим в этом слое. Этот источник — результат перемешивания сухого воздуха с парами воды, поступающими с поверхности океана в результате слабой конвекции и турбулентного обмена.

Суточное изменение однородных по горизонтали тепловых условий на поверхности океана, когда разность температуры воды и воздуха меняет знак, приводят к своеобразной конвекции в поверхностном слое воды. Численные решения уравнения (1) для этой задачи показали, что при этом возникают вертикальные ячейки циркуляций с горизонтальной осью и с обратным движением в соседних ячейках⁹³ (рис. 10, а). При этих расчетах коэффициент обмена принимался равным некоторому турбулентному.

Эпизодические изменения температуры воздуха и осолонение воды в результате испарения приводят к мелкомасштабной нисходящей конвек-

ции в верхних слоях океана в пределах квазиоднородного слоя (30—80 м), которая в значительной мере определяет и его толщину. На рис. 11, а показан процесс изменения температуры при конвективном выхолаживании, полученный в эксперименте⁹⁴.

Эксперимент проводился на установке «ЭТЭКОС» в МГУ. Вначале создавался с помощью нагрева воды сверху устойчиво стратифицированный профиль температуры. Далее включалась система охлаждения. В результате выхолаживания формировался изотермический слой.

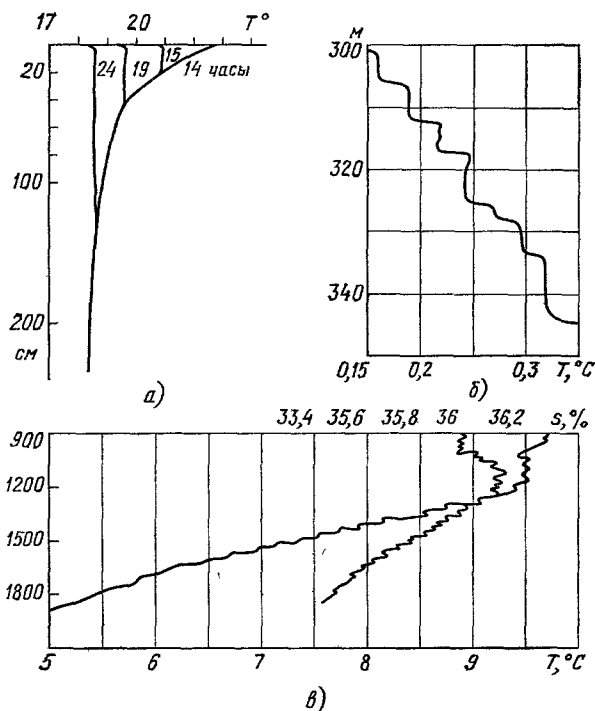


Рис. 11. а) Процесс проникающей конвекции — ход изменения температуры; б) пример ступенчатой термической структуры, связанной с послойной конвекцией в слое инверсии температуры в Арктическом бассейне; в) пример ступенчатой структуры, связанной с «солевыми пальцами» средиземноморских вод в Атлантическом океане.

В океане, где процесс нагрева и выхолаживания поверхности в малом масштабе все же неоднороден по горизонтали, происходят процессы подтекания (маломасштабная боковая конвекция), возникающие вследствие локальной гидростатической неустойчивости. В результате возникает общая картина, которая сводится к тому, что океан почти повсеместно представляет собой тонкостратифицированную среду, в которой существуют сравнительно однородные по свойствам слои с толщинами от десятков метров до десятков сантиметров, отделенные друг от друга тонкими граничными прослойками с резкими изменениями термосоленостных характеристик⁹⁵. На рис. 11, б, в приведены примеры ступенчатой структуры, связанные с плотностной конвекцией, формирующейся при изменении солености.

Более трудными для численного анализа оказались расчеты изменения температуры воды в океане в процессе сезонных изменений температуры воздуха над его поверхностью. Изменения температуры воды при этом распространяются до глубин 250—300 метров. Необходимо сказать, что конвекция существенно определяет глубину сезонного термоклина. Наибольшие же турбулентности возникают при численных расчетах конвекции в полярных областях, где поверхность океана постоянно подвергается охлаждению и где нисходящая конвекция проникает в глубин-

ные слои океана и даже до дна, с чем связано, как мы уже говорили, формирование глобальной меридиональной боковой конвекции в океане.

Однако если говорить об атмосфере, то полным аналогом такой конвекции в ней будет не конвекция, связанная с развитием грозового облака, проникающая до высоты в 7—8 км, а конвекция, приводящая к меридиональной циркуляции воздуха, или конвекция, возникающая в областях с постоянным подогревом и охлаждением с поверхности, формирующая

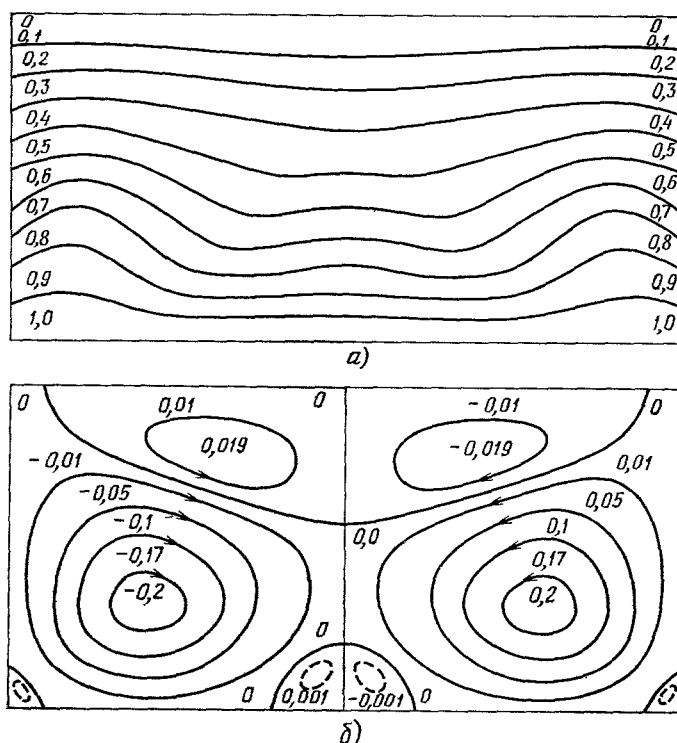


Рис. 12. Поле распределения температур T и функций тока ψ для конвекции в воде вблизи температуры инверсии плотности.
 $Gr = 4000$, $Pr = 11,59$

квазистационарные центры атмосферного давления (например, Исландский минимум и Восточносибирский максимум), медленно охватывающая значительную толщу атмосферы (5—6 км) и приводящая к горизонтальному движению воздуха значительной протяженности.

Численные эксперименты с математическими моделями такой конвекции (уравнения 1) показали, что вначале (при охлаждении сверху или нагреве снизу) теплообмен в воде или воздухе происходит за счет молекулярной теплопроводности, о чем, в частности, свидетельствуют параллельные поверхности изотермы. При малом критическом числе Грасгофа возникает ячеистая конвекция^{93, 96} рис. 12. При достаточно больших критических числах возникают уже не стационарные, а автоколебательные процессы. На рис. 13, а приведена рассчитанная на ЭВМ⁹⁷ часть кинограммы автоколебательного процесса при конвекции воды в прямоугольной полости при числе Грасгофа, равным 16 000. Нетрудно видеть, что течение оказывается исключительно запутанным и сложным. Однако средние поля температур и функции тока оказываются правильными (рис. 13, б). Они как бы продолжают во времени картину развития

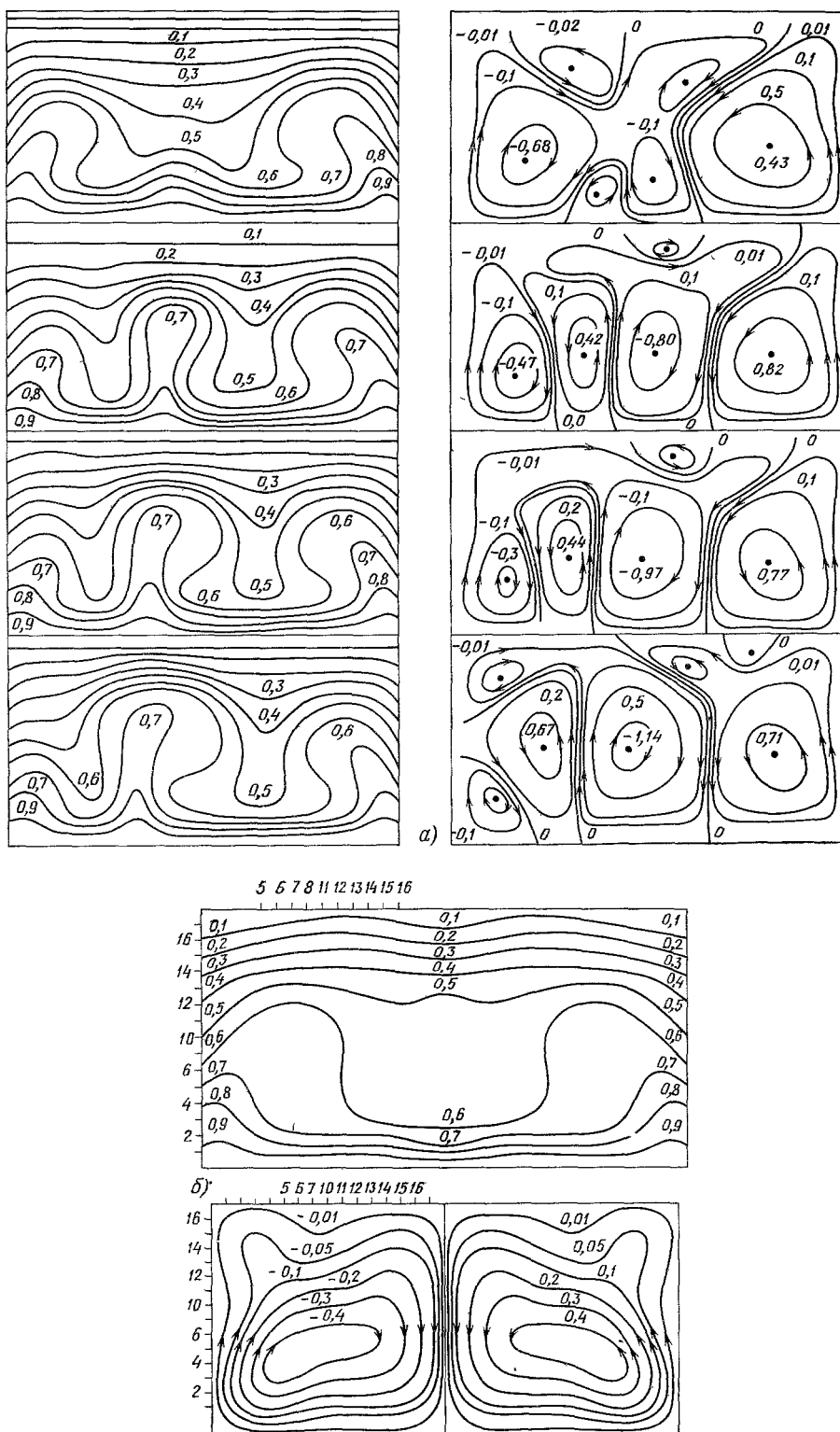


Рис. 13. а) Часть кинограммы поля температур T и функции тока ψ для конвекции в воде вблизи температуры инверсии плотности при числе Грассгофа, равном 16 000; б) среднее поле T и функции тока ψ для этого случая за период автоколебаний.

ламинарного стационарного потока, который возникал при меньших числах Грассгофа (рис. 12). Хотя эти расчеты проводились для ограниченной по объему прямоугольной области и для условий подогрева снизу ⁹⁷, это не меняет общей схемы развития конвекционного процесса.

На первый взгляд кажется необыкновенно привлекательным рассчитывать движения на ЭВМ при все больших и больших характеристических числах, получающихся при распространении конвекции вглубь за счет характерного размера области, а потом производить нужные усреднения. Однако можно легко убедиться в том, что такой план нереален.

Чтобы вести расчеты с молекулярными динамическими коэффициентами, для моделирования системы океан — атмосфера требуется объем машинной памяти, равный $\sim 10^{23}$ килобайт. Для сравнения скажем, что оперативная память БЭСМ-6 составляет всего 128 килобайт. Таким образом, в любом обозримом будущем речь может идти только о решении усредненных уравнений.

Мы уже отмечали, что гидродинамические процессы при больших характеристических числах могут быть подразделены на иерархии с разными временами и масштабами. Так, для конвективного движения, приведенного на рис. 13, характерное время усреднения циркуляции составляло один период автоколебаний, взятый после их установления.

Мы проиллюстрируем методику усреднения на примере расчета динамики термоклина при осеннем *охлаждении* ⁷⁵ в умеренной зоне. Кинематическая вязкость воды равна 10^{-4} м²/с, а перепад температуры ~ 10 — 20 °С, т. е. число Грассгофа приблизительно равно $10^7 L^3$, где L измеряется в метрах. Для $L = 0,5$ км число Грассгофа оказывается равным $\sim 10^{15}$.

При величинах $Gr \sim 10^5$ — 10^6 , что соответствует размерам $L \sim 30$ см, в воде начинаются автоколебания. Эти колебания можно вычислить на ЭВМ. Если произвести усреднение по периоду автоколебаний, то получится некоторая стационарная циркуляция, для которой можно вычислить некоторые средние числа Грассгофа и Прандтля ^{75, 98}:

$$Gr = \frac{\frac{1}{T} \int_{t_1}^{t_1+T} dt \int_{\Omega_L} dx dy \left[\Delta \varphi - \left(\frac{\partial \varphi}{\partial y} \frac{\partial \varphi}{\partial x} - \frac{\partial \varphi}{\partial x} \frac{\partial \varphi}{\partial y} \right) \right]}{\frac{1}{T} \int_{t_1}^{t_1+T} dt \int_{\Omega_L} dx dy \frac{\partial T}{\partial x}}. \quad (16)$$

Таким образом, для вычисления эффективного коэффициента турбулентного обмена D для случая конвекции в деятельном слое океана надо поступать следующим образом. Разбить исследуемое пространство на слои, размеры которых определяются возможностями ЭВМ. Произвести усреднение скоростей и температур по периоду автоколебаний в каждом слое. Определить в каждом слое средние вязкость и теплопроводность, т. е. получить усредненные уравнения. Турбулентные вязкость и теплопроводность для усредненных уравнений будут примерно на порядок больше молекулярных. Далее первоначальная область разбивается на области большего масштаба. Эти области оказываются примерно в 5 раз больше первоначальных. Процедура повторяется. Нетрудно видеть, что четырех шагов достаточно, чтобы получить искомый профиль температуры в океане.

в) В современных глобальных моделях обычно используются 4—5 градусная сетка, количество уровней атмосферы колеблется от двух (модель Минца — Аракава) до 11 (модель Смагоринского); в океане, как правило, два уровня: верхний перемешанный слой и глубокие слои океана. При

этом огромное число важнейших процессов, определяющих глобальную циркуляцию, оказываются подсеточными и требуют параметрического задания, в том числе и конвекция, которая, кроме всего, не может быть учтена при применяемом обычно в таких моделях квазистатическом приближении.

На пути выполнения таких программ составления гидродинамического прогноза возникает еще одна принципиальная трудность, которая была открыта Э. Лоренцом в 1963 г.⁹⁹ Он исследовал конвективное движение для двумерной модели. Как известно, если конвекция происходит в вертикальной плоскости (X, Z) , где Z — вертикальная координата, то уравнения термогидродинамики запишутся в виде

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial z} \nabla^2 \psi &= - \frac{\partial (\psi, \nabla^2 \psi)}{\partial (x, z)} + \nu \nabla^4 \psi + g\beta \frac{\partial \theta}{\partial x}, \\ \frac{\partial \theta}{\partial t} &= - \frac{\partial (\psi, \theta)}{\partial (x, z)} + \frac{\Delta T}{H} \frac{\partial \psi}{\partial x} + \kappa \nabla^2 \theta, \end{aligned} \quad (17)$$

где ψ — функция тока плоского течения, θ — отклонение температуры от равновесной, постоянные g , β , ν и κ обозначают соответственно ускорение силы тяжести, коэффициент теплового расширения, кинематическую вязкость и температуропроводность. Если искать решение методом Бубнова—Галеркина, обрезая ряды так, чтобы они состояли из трех членов:

$$\begin{aligned} a(1+a^2)x^{-1}\psi &= x\sqrt{2}\sin(\pi aH^{-1}x)\sin(\pi H^{-1}z), \\ \pi R_c^{-1}Ra\Delta T^{-1}\theta &= Y\sqrt{2}\cos(\pi H^{-1}a)\sin(\pi H^{-1}z) - z\sin(2\pi H^{-1}x), \end{aligned} \quad (18)$$

то получается система обыкновенных дифференциальных уравнений

$$\left. \begin{aligned} \dot{X} &= -\delta X + \delta Y, \\ \dot{Y} &= -XZ + rX - Y, \\ \dot{Z} &= XY - bz, \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

где соответственно H и aH — вертикальный и горизонтальный размер конвективной области, $b = 4/(1-a^2)$, $\sigma = \nu/\kappa$ — число Прандтля, $r = Ra/Ra_c$, где $Ra = gBH^3\Delta T/\nu\kappa$ — число Рэлея, а Ra_c — критическое значение, равное $27\pi^4/4$. Уравнения записаны в безразмерном времени

$$\tau = \pi^2 H^{-2} (1+a^2) \kappa t.$$

Физически эта система может быть интерпретирована, как описывающая конвекцию жидкости в тонкой согнутой кольцом трубке, расположенной в вертикальной плоскости и подогреваемой снизу. При достаточной разности температур ΔT между нижней и верхней частью кольца более легкая, нагретая в основании кольца жидкость поднимается вверх, заставляя жидкость, остывшую наверху, опускаться вниз. В результате жидкость начинает вращаться внутри оболочки, причем направление вращения зависит от первоначального возмущения. Если подогревать кольцо снизу несколько сильнее, то ситуация заметно усложняется: жидкость будет менять направление вращения. Это можно интерпретировать следующим образом. При большой разности температур между нижней и верхней точками кольца жидкость раскручивается настолько, что проскакивает нижнее положение, не успев нагреться. В результате она не может преодолеть силы вязкости и гравитации и дойти до верха. Жидкость в основании кольца продолжает при этом нагреваться, всплывает, но теперь уже в противоположном направлении. Как показывает эксперимент, при достаточно большом ΔT эти смены направлений оказываются случайными¹⁰⁰. На рис. 14 приведен график функции Y , полученный Э. Лоренцом при $\sigma = 10$,

$b = 8/3$, $r = 28$. Нетрудно видеть, что колебания носят нерегулярный характер ⁹⁹.

Это уместно будет вспомнить о работе Н. А. Бызовой, которую она опубликовала еще в 1950 г. ¹⁰¹. Работа Бызовой имела целью доказать возможность и объяснить причину автоколебаний режима боковой конвекции, а следовательно, и в ряде метеорологических и океанологических процессах. Работа была поставлена по инициативе В. В. Шулейкина, который первым высказал эту идею и начал изучать автоколебания по фактическим наблюдениям в природе.

В эксперименте Н. Л. Бызовой прямоугольный аквариум, заполненный водой, подогревался с одной стороны дна и охлаждался с другой. Оказалось, что при определенных соотношениях толщины слоя воды, длины аквариума и разности температур подогревателя и холодильника в возникшей боковой конвекции самовозбуждались автоколебания, проявляющиеся соответствующими изменениями значения скорости и температуры циркулирующей воды. Бызова объяснила это попеременным быстрым и медленным движением жидкости над подогревателем, а следовательно, попеременным меньшим или большим поступлением тепловой энергии в жидкость.

В. И. Чупрынин ¹⁰² занимался экспериментальными и теоретическими исследованиями автоколебательных процессов в системе океан-атмосфера и построил упрощенную одномерную математическую модель конвекции, исследованной Бызовой. Исследовав нелинейное одномерное уравнение модели на фазовой плоскости, он обнаружил возможность автоколебаний в вертикальном замкнутом контуре жидкости не только с изменением величины скорости, но и ее знака, т. е. возможность ритмичного изменения направления движения жидкости.

Из сказанного следует, что все течения, так или иначе связанные с конвекцией, оказываются не только очень сложными, но и неустойчивыми к внешним возмущениям: в результате близкие в начальный момент времени решения быстро расходятся. Этот факт, как отмечал Э. Лоренц, может иметь важное значение, так как из него следует вывод о невозможности предсказания погоды на долгий срок из-за неизбежной неточности и неполноты наблюдений, используемых в качестве начальных условий.

Исследования Э. Лоренца привлекли внимание исследователей к анализу гидродинамических моделей атмосферы и с этой точки зрения. В настоящее время многочисленными исследованиями установлено, что в процессе гидродинамических вычислений начальные ошибки возрастают вдвое в течение 3—5 дней ¹⁰³. Причем через 2—3 недели модельного времени средняя квадратичная ошибка превосходит климатологическую изменчивость и дальнейший счет оказывается бессмысленным ¹⁰³.

Среди структурных образований в природе в атмосфере особо важную роль играют циклоны и антициклоны — мощные вихри, которые собственно и определяют погоду.

Поэтому для таких прогнозов казалось бы естественным обратиться к решению усредненных уравнений, как это, например, предлагается в расчете конвекции, проникающей на большие высоты или глубины, но

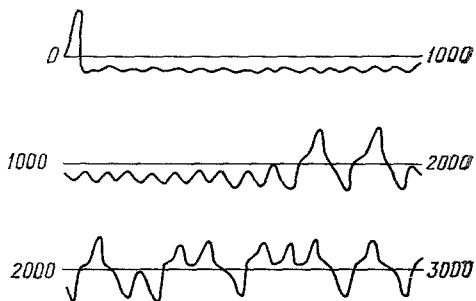


Рис. 14. Численное решение уравнений конвекции.

График Y как функции времени для первых трех тысяч единиц безразмерного времени.

при этом необходимо решить проблему статистического обоснования усредненных уравнений.

Статистический ансамбль, который проходит атмосфера в течение нескольких десятилетий, насчитывает несколько тысяч вихрей, поэтому относительная флуктуация в числе циклонов или антициклонов, вызванная случайными возмущениями и определяемая формулой $1/\sqrt{N}$, где N — число циклонов и антициклонов, оказывается малой величиной, и расчеты с помощью численной модели средние климатические характеристики оказываются слабо зависящими от начальных данных; в то же время результаты прогнозирования на сезон оказываются чувствительными к подобным флуктуациям, так как на ограниченной территории (например, Европейской территории страны) за сезон среднее число циклонов оказывается равным нескольким единицам.

Таким образом, при расчете средних многолетних изменений погоды или ее отдельных характеристик в течение года, когда число таких вихрей исчисляется тысячами, прогноз будет обоснованным, а для расчетов средних характеристик в течение конкретного года их оказывается достаточно далеко не всегда и не во всех областях земного шара.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Мы рассмотрели конвективные процессы различных масштабов, протекающие в трех оболочках Земли, убедились в том, что тепловые и химико-плотностные неоднородности служат первопричиной многих на первый взгляд разнородных явлений на нашей планете. Однако все эти процессы подчиняются одним и тем же нелинейным дифференциальным уравнениям. За последние годы были получены новые результаты в этой области, позволившие понять принципиальную сторону трудностей, возникающих при решении термогидродинамических уравнений. Это прежде всего открытие квазистохастического поведения у систем нелинейных динамических дифференциальных уравнений. Пока что такое открытие поставило больше вопросов, чем дало ответов. Даже простейший классический странный аттрактор Лоренца таит в себе много неясностей. Но путь, ведущий к прогрессу в области изучения конвективных процессов, наметился. Он безусловно связан с исследованием статистических характеристик решений и, по-видимому, с дальнейшим применением асимптотических методов усреднения типа метода Крылова — Боголюбова, который нашел свое блестящее применение в задачах статистической физики.

Московский государственный университет
им. М. В. Ломоносова

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Гершуни Г. З., Жуховицкий Е. М. Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости. — М.: Наука, 1972.
2. Hewitt J. M. et al. — J. Fluid Mech., 1975, v. 68, pt. 4, p. 721.
3. Голицын Г. С. Исследование конвекции с геофизическими приложениями и аналогиями. — Л.: Гидрометеиздат, 1980. — С. 55.
4. Ogura Y., Phillips N. — J. Atmos. Sci., 1962, No. 2, p. 173.
5. Хргиан А. Х. Физика атмосферы. — Л.: Гидрометеиздат, 1978.
6. Palmén E., Vuorela L. A. — Quart. J. Roy. Meteorol. Soc., 1963, v. 89, p. 131.
7. Vuorela L. A., Tuominen I. — Pure and Appl. Geophys., 1964, v. 57, p. 167.
8. Пальмен Э., Ньютон Ч. Циркуляционные системы атмосферы. — Л.: Гидрометеиздат, 1973.
9. Riehl H. Jet Streams of the Atmosphere: Tech. Rept. No. 32. — Fort Collins, Colorado: Dept. Atmospheric Sci., Colorado State Univ., 1962. — P. 117.

10. Старр В. Физика явлений с отрицательной вязкостью/Пер. с англ. Под ред. А. С. Монина.— М.: Мир, 1971.
11. Жданова Е. Ю. Автореферат канд. диссертации.— 1978.
12. Шулейкин В. В.— ДАН СССР, 1945, т. 45, с. 684.
13. Бызова Н. Л.— Ibid., 1947, т. 58, с. 393.
14. Бончковская Т. В. Тр. Морск. гидрофиз. ин-та АН СССР, 1954, т. 4, с. 102.
15. Шулейкин В. В.— Изв. АН СССР. Сер. географ.-геофиз., 1937, № 3, с. 277.
16. Дмитриев А. А.— Тр. Морск. гидрофиз. ин-та, 1949, т. 2, с. 3.
17. Федоров К. Н. Тонкая термохалинная структура вод океана.— М., Наука, 1976.
18. Nagata V.— J. Mar. Res., 1970, v. 28, p. 1.
19. Абрамов Р. В., Близниченко В. Н., Булатов Р. П., Казакина Л. Н.— Океанология, 1975, т. 15, с. 826.
20. Нейман Г. В. Океанические течения.— Л.: Гидрометеиздат, 1973.
21. Bjerknes J.— Tellus, 1966, v. 18, p. 820.
22. Stommel H.— Trans. Amer. Geophys. Un., 1950, v. 31, No. 4, p. 42.
23. Swallow J. C., Worthington L. V. Deep-Sea Res., 1961, v. 8, p. 1.
24. Некрасова В. А., Степанов В. Н.— Океанические исследования, 1963, № 8, с. 34.
25. Линейкин П. С.— ДАН СССР, 1955, т. 101, с. 461.
26. Линейкин П. С.— Ibid., 1957, т. 117, с. 971.
27. Stommel H., Veronis G. Tellus, 1957, v. 9, p. 401.
28. Стомвелл Г., Аронс А., Фэллер А.— В кн. Проблемы океанической циркуляции/Под ред. В. Б. Штокмана.— М.: Мир, 1965.
29. Allen J. S. J. Fluid. Mech., 1972, v. 56, p. 3.
30. Desaubies Y. J.— J. Fluid Mech., 1974, v. 58, p. 4.
31. Pedlosky J.— Ibid., 1969, v. 35, p. 1.
32. Hide R. Quart. Roy. Meteor. Soc., 1953, v. 79, No. 339, p. 161.
33. Fultz D.— J. Meteorol., 1952, v. 9, p. 379.
34. Бончковская Т. В.— В кн.: Моделирование явлений в атмосфере и гидросфере.— М.: Изд-во АН СССР, 1962.— С. 7.
35. Starr V. P., Long R. R. Geophys. Res. Paper, 1953, No. 24.
36. Должанский Ф. Н., Кляцкин В. Н., Обухов А. М., Чусов М. А. Нелинейные системы гидродинамического типа.— М.: Наука, 1975.
37. Hide R., Mason P. J.— Advance in Phys., 1975, v. 24, p. 47.
38. Должанский Ф. В., Голицын Г. С.— Физ. атмосферы и океана, 1977, т. 13, с. 795.
39. Lorentz E. N.— J. Atmos. Sci., 1962, v. 19, p. 39.
40. Kuo H. L. J. Meteorol., 1956, v. 13, p. 521.
41. Kuo H. L.— J. Mar. Res., 1955, v. 14, p. 3.
42. Гусев А. М.— Труды НИУ Гидрометслужбы СССР. Сер. «Гидрология моря», 1946, вып. 1, с. 148.
43. Rayleigh (Lord).— Phil. Mag. Ser. 6, 1916, 32, p. 529.
44. Алексеев В. В., Блишков В. М.— Вестн. Моск. ун-та. Сер. «Физика. Астрономия», 1972, № 6, с. 645.
45. Kuo H. Ch.-Phys. Fluid, 1972, v. 15, p. 12.
46. Линейкин П. С.— Изв. АН СССР. Сер. географ.-геофиз., 1947, т. 11, с. 103.
47. Elder J. W.— J. Fluid. Mech., 1965, v. 23, p. 1.
48. Eckart E. R., Carlson W. O.— Intern. J. Heat and Mass Transfer, 1961, v. 2, p. 106.
49. Гершуни Г. З., Жуховицкий Е. М., Тарунин Е. Л.— Изв. АН СССР. Сер. «Мех. жидкости и газа», 1968, № 5, с. 130.
50. De Vahl D. G.— Intern. J. Heat and Mass Transfer, 1968, v. 11, p. 1675.
51. Newell M. E., Schmidt F. W.— Ibid., 1970, v. 92, p. 213.
52. Gill A. E.— J. Fluid Mech., 1966, v. 26, p. 3.
53. Кэрриер Г. Ф. Задачи пограничного слоя в прикладной механике.— М.: ИЛ, 1955.
54. Dixon M., Probert D.— Intern. J. Heat and Mass Transfer., 1975, v. 18, p. 709.
55. Cormack D. E., Leal L. G., Imberger J.— J. Fluid Mech., 1974, v. 65, pt. 1, p. 2.
56. Cormack D. E., Leal L. G., Seinfeld J. H.— Ibid., pt. 2.
57. Imberger J.— Ibid., pt. 3.
58. Блишков В. М. Автореферат канд. диссертации.— 1980.
59. Гусев А. М., Блишков В. М. Некоторые вопросы движения жидкостей, неоднородно нагретых по горизонтали.— ВИНТИ, Деп. 1978, № 9, б/о 306.
60. Блишков В. М., Гусев А. М. Изв. АН СССР. Сер. «Физ. атмосферы и океана», 1979, т. 15, с. 307.

61. Кеонджян В. П., Монин А. С.— ДАН СССР, 1975, т. 220, с. 825.
62. Кеонджян В. П., Монин А. С.— Изв. АН СССР. Сер. «Физика Земли», 1976, с. 3.
63. Голицын Г. С.— ДАН СССР, 1977, т. 234, с. 552.
64. Ушаков С. А., Галушкин Ю. И.— В кн. «Физика Земли». Т. 3: Литосфера Земли (по геофизическим данным). Ч. 1: Кинематика плит и океаническая литосфера.— М.: ВИНТИ, 1978.— (Итоги науки и техники).
65. Ушаков С. А., Галушкин Ю. И.— В кн. Физика Земли. Т. 4. Литосфера Земли (по геофизическим данным). Ч. 2. Континентальная литосфера.— М.: ВИНТИ, 1979.— Итоги науки и техники.
66. Сорохтин О. Г. Изв. АН СССР. Сер. «Физика Земли», 1974, № 5, с. 29.
67. Chandrasekhar S. Hydrodynamic and Hydromagnetic Stability.— Lnd.; Oxford Univ. Press, 1961.
68. Fultz D. et al.— Meteor. Monographs. Amer. Meteor. Soc., 1959, v. 4, No. 21, p. 36.
69. Stern M.— Tellus, 1959, v. 11, p. 175.
70. Guinot B., Feissel M.— Publ. Obs. Haute (Provence), 1968, t. 9, p. 36.
71. Schubert G., Whitehead J.— Science, 1969, v. 163, p. 71.
72. Hinch J., Schubert G.— J. Fluid Mech., 1971, v. 47, p. 291.
73. Schubert G.— J. Atmos. Sci., 1969, v. 26, p. 767.
74. Busse F.— Ibid., 1972, v. 29, p. 1423.
75. Алексеев В. В., Блохина Н. С., Гусев А. М., Жданова Е. Ю. Свободная конвекция в атмосфере и в океане.— М.: Изд-во Моск. ун-та, 1979. С. 139.
76. Martin L.— Icarus, 1974, v. 22, p. 175.
77. Sagan C. et al.— Icarus, 1971, v. 15, p. 312.
78. Бончковская Т. В. В кн. Моделирование явлений в атмосфере и гидросфере.— М.: Изд-во АН СССР, 1962.— С. 32.
79. Бончковская Т. В.— В кн. Исследование теплообмена в атмосфере.— М.: Наука, 1964.— С. 29.
80. Hide R. Fluid models in geophysics.— Washington: John Hopkins University, 1953.
81. Fultz D. Experimental combining convection and rotation and some of the possible implication.— In: Proc. Midw. Conference on Dynamics, 1951.— V. 1, p. 235.
82. Акимов Т. Г., Алексеев В. В., Гусев А. М.— Изв. АН СССР. Сер. «Физ. атмосферы и океана», 1975, т. 11, с. 787.
83. Гусев А. М.— Тр. НИУ Гидрометслужбы СССР. Сер. «Гидрология моря», 1946, вып. 1, с. 96.
84. Гусев А. М.— Цит. в ³⁴ сб.— С. 49.
85. Гусев А. М.— В кн. Основные итоги изучения Антарктики за 10 лет. Доклады всесоюзного совещания по изучению Антарктики.— М.: Наука, 1967.
86. Jones R. W.— J. Atmos. Sci., 1980, v. 37, p. 930.
87. Wada Misuzu.— J. Meteorol. Soc. Japan, 1979, v. 57, p. 505.
88. Лебедев С. Л.— Изв. АН СССР. Сер. «Физ. атмосферы и океана», 1966, т. 2, с. 14.
89. Вельтищев Н. В., Угрюмова Г. В.— Метеорология и гидрология, 1970, № 9, с. 10.
90. Анисимова Е. П., Блохина Н. С., Гусев А. М. и др.— Вестн. Моск. ун-та. Сер. «Физика. Астрономия», 1980, т. 21, с. 64.
91. Хунджа Г. Г. и др.— Океанология, 1979, т. 19, с. 164.
92. Хунджа Г. Г., Андреев Е. Г.— ДАН СССР, 1980, т. 255, с. 829.
93. Гусев А. М., Блохина Н. С.— В кн.: Сборник докладов Международного симпозиума по диффузии примесей в море. Информационный бюллетень № 5 Координационного центра стран-членов СЭВ.— М.: ИОАН АН СССР, 1977.
94. Экспериментальная экосистема ЭТЭКОС.— В кн. Человек и биосфера. Вып. 4.— М.: Изд-во Моск. ун-та, 1980.
95. Федоров К. Н. Тонкая структура гидрофизических полей в океане.— В кн. Океанология. Физика океана. Т. 1.— М.: Наука, 1978.
96. Блохин А. С., Блохина Н. С.— ДАН СССР, 1970, т. 193, с. 805.
97. Блохин А. С. и др.— Ibid., 1975, т. 201, с. 75.
98. Алексеев В. В., Блохина Н. С., Гусев А. М., Жданова Е. Ю.— В кн.: Комплексные исследования в океане.— М.: Изд-во Моск. ун-та, 1980, С. 161.
99. Lorenz E. N.— J. Atmos. Sci., 1963, v. 20, p. 130.
100. Grevelling H. F., Schoenhals R. J.— J. Fluid Mech., 1975, v. 67., p. 65.
101. Бызова Н. Л.— ДАН СССР, 1950, т. 72, с. 675.
102. Чупрынин В. И. Автореферат канд. диссертации.— 1972.
103. Bengtsson L. Tellus, 1981, v. 33, p. 19.

время я никогда не пользовался большим компьютером, все, что у меня было, — это карманный программируемый калькулятор. Но такие машинки считают очень медленно. Определенное значение параметра находится итерациями (методом Ньютона), причем каждый последующий шаг требует 2^n итераций функции. Для 64-цикла это занимает 1 минуту на каждый шаг метода Ньютона. В то же время при увеличении n становится все сложнее определить положение требуемого решения. Однако я сразу же понял, что λ_n сходятся геометрически. Это позволило мне предсказывать каждое следующее решение с возрастающей при увеличении n точностью. После этого для получения необходимого значения требовался лишь один шаг метода Ньютона. Насколько мне известно, это наблюдение о геометрической сходимости не было никем сделано по той простой причине, что решения всегда получались автоматически на больших и быстрых компьютерах!

То, что имеется геометрическая сходимость, было уже неожиданностью. Я заинтересовался этим по двум причинам. Во-первых, это позволило углубить мое понимание проблемы. Во-вторых, поскольку скорость сходимости есть число, инвариантное относительно гладких преобразований, оно представляет математический интерес. Соответственно, я истратил часть дня на попытки выразить скорость сходимости 4,669 через известные мне математические константы. Дело не увенчалось успехом, если не считать того, что число хорошо запомнилось.

В этот момент П. Стайн напомнил мне, что удвоение периода не есть уникальное свойство квадратичного отображения. Им обладает, например,

$$x_{n+1} = \lambda \sin \pi x_n.$$

Однако моя теория существенно основывалась на том, что нелинейность является просто квадратичной, а не трансцендентной. Соответственно мой интерес к проблеме упал.

Приблизительно через месяц я решил численно определить значения λ в трансцендентном случае. Эта задача решалась гораздо медленнее, чем предыдущая. Снова стало очевидно, что значения λ сходятся геометрически и, что было совершенной неожиданностью, скорость сходимости выражалась тем же числом 4,669, так хорошо мне запомнившимся в ходе неудачных попыток подгонки.

Вспомним, что в работе Н. Метрополиса, М. Стайна и П. Стайна было показано, что качественные особенности не зависят от конкретной итерационной схемы. Теперь я узнал, что точные количественные особенности также не зависят от конкретного вида функции. Это открытие полностью переворачивало обычный взгляд на вещи. Обычно полагают, что сходные итерационные схемы могут иметь качественно подобное поведение, но что количественные предсказания зависят от конкретного вида функций. Теория универсальности показывает, что качественно сходные итерации имеют одинаковое *количественное* поведение. Например, система дифференциальных уравнений задает определенное отображение. Вывод конкретного аналитического вида этого отображения находится обычно далеко за пределами возможностей современных математических методов. Если, однако, отображение испытывает удвоение периода, теория универсальности дает точные количественные предсказания, независимо от конкретного вида отображения. В частности, теперь экспериментально установлено, что некоторые жидкостные потоки переходят в турбулентное состояние через удвоение периода (субгармонические бифуркации). Одного этого достаточно для применимости теории универсальности. И действительно, она правильно предсказывает путь перехода к турбулентности, не обращаясь к лежащим в основе уравнениям Навье — Стокса.