

ИЗ ТЕКУЩЕЙ ЛИТЕРАТУРЫ

537.312.62

**РЕАЛЬНО-КВАНТОВЫЕ МАКРОСКОПИЧЕСКИЕ ЭФФЕКТЫ  
В СЛАБОЙ СВЕРХПРОВОДИМОСТИ****К. К. Лихарев****СОДЕРЖАНИЕ**

1. Введение . . . . .	169
2. Два типа квантовых макроскопических эффектов в сверхпроводимости . . . . .	170
3. Макроскопическое квантовое туннелирование . . . . .	173
4. Наблюдение квантовых флуктуаций тока . . . . .	179
5. Заключение . . . . .	181
Цитированная литература . . . . .	183

**1. ВВЕДЕНИЕ**

По крайней мере в трех экспериментах <sup>1-3</sup> со сверхпроводящими туннельными переходами, проведенных в течение 1981 г., удалось уверенно наблюдать квантовомеханическое поведение одной из степеней свободы макроскопической системы. Цель настоящей заметки — дать обзор этих экспериментов и кратко обсудить возможности дальнейшего исследования и использования обнаруженных явлений.

С самого становления квантовой механики (см., например, <sup>4, 5</sup>) неоднократно обсуждался вопрос о возможности наблюдения квантового поведения макроскопических тел. При этом речь обычно идет о динамике какой-либо одной из огромного числа степеней свободы макротела. В качестве элементарного примера, который окажется полезным для дальнейшего изложения, рассмотрим плоский физический маятник — твердое тело с закрепленной осью в поле сил тяжести. Его механическое движение как целого характеризуется обобщенной координатой  $\varphi$  — углом отклонения от положения равновесия, и соответствующим обобщенным импульсом — моментом импульса  $M$ .

Хотя движение микрочастиц, составляющих данное тело, может быть существенно квантовым, а  $\varphi$  является функцией координат этих частиц, в обычных условиях изменение  $\varphi$  во времени может быть достаточно точно описано классической механикой. Тем не менее, в некоторых условиях может стать необходимым учет квантовых эффектов и в динамике этой степени свободы. Действительно, как следует из соотношения коммутации для операторов сопряженных переменных  $\varphi$  и  $M$ ,

$$[\varphi, M] = i\hbar, \quad (1)$$

эти величины никогда не могут быть точно определены одновременно. В силу этого центр масс маятника даже при температуре  $T$ , равной нулю, не может находиться в состоянии покоя ( $\varphi = 0, M = 0$ ). На другом языке,

кроме тепловых флуктуаций, центр масс имеет и флуктуации квантовой природы <sup>6, 7</sup>.

Само существование подобных квантовых эффектов в макроскопических системах уже давно воспринимается большинством физиков как должное <sup>4-10</sup>, несмотря на отсутствие (насколько это известно автору настоящей заметки) их прямых наблюдений до экспериментов <sup>1-3</sup>. Тем не менее, вопрос об адекватном описании таких явлений вызывал значительные разногласия. Суть дискуссии можно сформулировать следующим образом: достаточно ли совершить обычное квантование движения по данной степени свободы, не обращая внимания на наличие в макротеле огромного числа других («внутренних») мод? Так, в примере с маятником, достаточно ли использовать обычную функцию Гамильтона

$$H = \frac{M^2}{2J} + E_c(1 - \cos \varphi) \quad (2)$$

(где  $E_c$  — амплитуда потенциальной энергии,  $J$  — момент инерции), считая  $\varphi$  и  $M$  операторами (1)?

Истоки сомнений в этом лежат в двух основных отличиях макросистем от микросистем:

1) Параметры макросистемы (например,  $E_c$  и  $J$ ) являются средними по движению составляющих микрочастиц.

2) Выделенная степень свободы может иметь связь с внутренними модами, приводящую, например, к эффектам затухания (трения).

Эксперименты <sup>1-3</sup> дали положительный ответ на поставленный выше вопрос. Они подтвердили, что в пределе пренебрежимо малого затухания адекватное описание квантовой динамики макротел дается непосредственным квантованием классических уравнений движения именно данной степени свободы, а если затухание является существенным, оно может быть правильно описано существующими методами квантовой статистики <sup>6, 7, 11, 12</sup>.

Проведение экспериментов стало возможным благодаря использованию уникальных объектов — сверхпроводящих туннельных переходов. Использование явления сверхпроводимости, однако, создало некоторые трудности в интерпретации экспериментов и даже возможность путаницы. Рассмотрим эти вопросы подробнее.

## 2. ДВА ТИПА КВАНТОВЫХ МАКРОСКОПИЧЕСКИХ ЭФФЕКТОВ В СВЕРХПРОВОДИМОСТИ

Дело в том, что кроме рассматриваемых нами сейчас «реально-квантовых» макроскопических эффектов, в сверхпроводимости, как известно с начала 60-х годов, имеют место и другие эффекты, обычно называемые либо квантовыми макроскопическими, либо когерентными (во избежание путаницы мы будем использовать для них последний термин).

Наиболее известными из когерентных явлений в сверхпроводниках являются квантование магнитного потока и эффект Джозефсона — см., например, монографии <sup>13, 14</sup>. Суть этих эффектов состоит в том, что некоторые макроскопические величины, характеризующие сверхпроводящие системы, оказываются связанными друг с другом соотношениями, которые вытекают из основ квантовой механики и в явном виде содержат постоянную Планка. Так, например, электрический ток  $I$  через слабый контакт двух сверхпроводников («джозефсоновский переход») содержит специфическую компоненту — сверхток  $I_S$ , который в простейшем случае является

периодической функцией типа

$$I_S = I_C \sin \varphi, \quad \varphi = \chi_1 - \chi_2, \quad (3a)$$

от разности фаз  $\chi_{1,2}$  волновых функций  $\psi_{1,2}$ , описывающих состояние конденсата куперовских пар контактирующих сверхпроводников. При этом  $\varphi$  зависит от напряжения  $V$  на переходе по закону

$$\frac{d\varphi}{dt} = \frac{2e}{\hbar} V, \quad (3b)$$

прямо следующему<sup>13, 14</sup> из уравнения Шредингера.

В реальных джозефсоновских переходах наблюдаются значительные отклонения от соотношения (3a) (см., например, обзор<sup>15</sup>); кроме этого, ток  $I$  может содержать ряд других компонент. Более того, необычная зависимость (3) тока от электромагнитного поля обуславливает весьма сложную и специфическую электродинамику джозефсоновских переходов и содержащих их структур<sup>13-16</sup>. За прошедшие два десятилетия изучению всех этих вопросов, а также практических применений слабой сверхпроводимости, посвящено около 4000 публикаций<sup>17</sup>. И тем не менее, практически для всех случаев данный выше принцип описания когерентных эффектов был вполне достаточным.

Отметим теперь принципиальную разницу между реально-квантовыми и когерентными эффектами. В последнем случае, согласно формулам (3), все величины, относящиеся к данной степени свободы ( $\varphi$ ,  $V$ ,  $I$ ,  $Q = \int I dt$  и т. п.), могут одновременно иметь точные значения. Иначе говоря, несмотря на «квантовость» соотношений (3), входящие в них величины фактически являются классическими переменными, и в этом смысле когерентные эффекты можно считать классическими.

Последнее утверждение становится еще очевиднее, если переписать формулы (3) в энергетическом виде: наличие у перехода сверхтока  $I_S$  эквивалентно<sup>13-16</sup> наличию у него дополнительной энергии связи \*)

$$U_i = E_C(1 - \cos \varphi) + \text{const}, \quad E_C = \frac{\hbar}{2e} I_C. \quad (4)$$

Таким образом, когерентные эффекты лишь создают дополнительную «потенциальную» энергию  $U_i(\varphi)$  для движения системы вдоль координаты  $\varphi$ , но само это движение может носить вполне классический характер.

Подводя итог, можно сказать, что когерентные эффекты суть не что иное, как квантовое когерентное движение микрочастиц (например, куперовских пар в сверхпроводнике). В то же время реально-квантовые эффекты представляют собой квантовое движение макрообъекта в целом \*\*).

Естественно возникает вопрос о возможности сосуществования этих двух типов квантовых эффектов в одной системе, например в джозефсоновских переходах. Несмотря на то, что возможность малых квантовых флуктуаций в таких переходах обсуждалась уже довольно давно (см., например,<sup>18-22, 52, 55</sup>), только последние работы принесли достаточно ясное понимание условий проявления реально-квантовых макроскопических эффектов в сверхпроводимости.

\*) Убедиться в этом легко, вычисляя  $\Delta U_i$  как сумму от элементарных работ  $I_S V dt$  при медленном изменении фазы:

$$\Delta U_i = \int_1^2 I_S V dt = \frac{\hbar}{2e} \int_1^2 I_S d\varphi = - \frac{\hbar}{2e} I_C [\cos \varphi]_1^2.$$

\*\*) Легет<sup>23</sup> ввел количественный критерий для различия этих эффектов.

Рассмотрим в качестве примера одиночный джозефсоновский переход. Учитывая в нем, кроме «потенциальной» энергии (4), еще и «кинетическую» энергию электрического поля

$$T = \frac{Q^2}{2C} = \frac{M^2}{2J}, \quad J = \left( \frac{\hbar}{2e} \right)^2 C, \quad (5)$$

где  $C$  — емкость перехода, для функции Гамильтона мы снова приходим к выражению (2), где роль углового момента  $M$  теперь играет величина

$$M = J\dot{\varphi} = \left( \frac{\hbar}{2e} \right)^2 C\dot{\varphi} = \frac{Q\hbar}{2e}, \quad (6)$$

пропорциональная разбалансу  $Q$  электрических зарядов сверхпроводников, образующих джозефсоновский переход.

Согласно концепции, изложенной в гл. 1, для перехода к квантовому описанию достаточно использовать гамильтониан (2), рассматривая  $\varphi$  и  $M$  как некоммутирующие операторы (1)\*). При этом единственным «следом» когерентных эффектов является специфический вид зависимости  $U_i(\varphi)$ .

Из аналогии свойств рассматриваемой системы хорошо изученным свойствам плоского маятника следует, что ее квантовые свойства ясно проявляются, когда энергия основного состояния становится сравнимой с характерной энергией  $E_C$  и, с другой стороны, больше маскирующей тепловой энергии  $kT$ :

$$\hbar\omega \gtrsim kT, \quad aE_C, \quad (7)$$

где  $a$  — некоторый коэффициент порядка единицы; здесь  $\omega$  — классическая частота малых колебаний системы вблизи положения равновесия  $\varphi = \varphi_0$ ,

$$\omega^2 = \frac{k}{m}, \quad k = \left. \frac{\partial^2 U}{\partial \varphi^2} \right|_{\varphi=\varphi_0}, \quad \left. \frac{\partial U}{\partial \varphi} \right|_{\varphi=\varphi_0} = 0 \quad (8)$$

(в данном случае  $\varphi_0 = 0$ ); в теории эффекта Джозефсона эта частота обычно называется плазменной.

Ситуация, однако, может усложняться тем, что джозефсоновские переходы могут обладать заметным затуханием. Основной механизм такого затухания — присутствие в токе через переход существенной квазичастичной компоненты  $I_Q$ , которая, в отличие от  $I_S$  (3), является функцией напряжения на переходе  $V$ . В простейшем случае эту функцию можно считать линейной и бездисперсионной:

$$I_Q = \frac{V}{R}, \quad (9)$$

где  $R$  обычно близко к сопротивлению перехода в нормальном состоянии. Как следует из уравнений (3) и (9), в классическом пределе учет такой компоненты дает для малых колебаний закон

$$\omega^{-2}\ddot{\varphi} + \omega_C^{-1}\dot{\varphi} + \varphi = 0, \quad (10)$$

где  $\omega_C$  обычно называется характерной частотой перехода:

$$\omega_C = \frac{k}{\eta}, \quad \eta = \left( \frac{\hbar}{2e} \right)^2 R^{-1}. \quad (11)$$

\*) Другая запись соотношения (1),

$$[\varphi, n] = i, \quad n = \frac{Q}{2e} = \hbar M,$$

еще яснее показывает его физический смысл: модуль коммутатора разбаланса  $n$  чисел куперовских пар в электродах и фазы  $\varphi$  равен единице.

Отношение частот  $\omega$  и  $\omega_C$ , характеризующее интенсивность затухания, существенно зависит от типа джозефсоновского перехода. Для туннельных переходов<sup>14</sup> величина  $\omega/\omega_C$  лежит обычно в диапазоне  $10^{-1}$ — $10^{-3}$ , затухание мало, и условие перехода в квантовый режим по-прежнему дается соотношением (7). Наоборот, для переходов с непосредственной (нетуннельной) проводимостью типа точечных контактов или тонкопленочных микромостиков<sup>15</sup> реальна обратная ситуация: затухание велико,  $\omega/\omega_C \gg 1$ . Строгой квантовой теории для этого случая пока еще нет, но качественный анализ<sup>23, 24</sup> показывает, что в большинстве формул достаточно заменить  $\omega$  на  $\omega_C$  с некоторым коэффициентом порядка единицы.

Учитывая это, можно выписать итоговое условие проявления реально-квантовых макроскопических эффектов:

$$\min [\hbar\omega, \hbar\omega_C] \gtrsim kT, \quad aE_C. \quad (12)$$

Это условие ясно показывает, почему реально-квантовые макроскопические эффекты удалось наблюдать именно с помощью туннельных джозефсоновских переходов. Действительно, именно эти системы при гелиевых температурах ( $kT \lesssim 10^{-15}$  эрг) сохраняют сильную нелинейность, т. е. небольшую величину  $E_C$  (так, для перехода с реальной величиной  $I_C \approx 30$  мкА из формулы (4) следует:  $E_C \approx 10^{-14}$  эрг). Вместе с тем, входящие в (12) частоты могут быть довольно высоки. Так, при современной технике изготовления туннельных переходов (см., например, обзор<sup>25</sup>) критические плотности тока могут достигать  $\sim 10^5$  А/см<sup>2</sup> и более, что соответствует плазменным частотам  $\omega \gtrsim 10^{13}$  с<sup>-1</sup>. При этом характерная частота  $\omega_C$  остается близкой к теоретическому пределу<sup>14</sup>  $\pi\Delta(0)/\hbar$ , где  $\Delta(T)$  — энергетическая щель, что для типичных сверхпроводников (Pb, Nb) составляет около  $10^{13}$  с<sup>-1</sup>. Таким образом, величина  $\hbar\omega_C$  для современных туннельных переходов может быть доведена до  $\sim 10^{-14}$  эрг, так что выполненными оказываются оба условия (12).

### 3. МАКРОСКОПИЧЕСКОЕ КВАНТОВОЕ ТУННЕЛИРОВАНИЕ

Переходя к анализу конкретных экспериментов, отметим сразу, что даже при выполнении условия (12) вопрос о регистрации реально-квантовых макроскопических эффектов не является тривиальным. Действительно, непосредственное измерение квантовых флуктуаций встречается с принципиальными трудностями, поскольку такими же флуктуациями (нулевыми колебаниями) обладает и любой измерительный прибор — см., например, работы<sup>26, 27</sup>. Выход из этих трудностей состоит в использовании внутренней нелинейности изучаемой системы для того, чтобы тем или иным образом «усилить» квантовые флуктуации, т. е. стимулировать ими некоторый процесс относительно высокой интенсивности. Если эта интенсивность находится на вполне «классическом» уровне, можно проводить измерения такого процесса обычными приборами, полностью пренебрегая их квантовыми свойствами.

Первая из таких возможностей, реализованная в экспериментах<sup>1, 2</sup>, была конкретно предложена в 1978 году Легетом<sup>22</sup> (см. также<sup>29</sup>), хотя общая возможность квантовых измерений такого типа неоднократно обсуждалась Блохинцевым — см., например, лекцию 12 из курса<sup>30</sup>. Пусть джозефсоновский переход включен в простейшую внешнюю цепь — источник постоянного тока  $I$ , несколько меньшего, чем критический ток перехода (рис. 1, а). В этом случае в гамильтониане системы необходимо учесть еще и член  $U_e$ , равный произведению обобщенной координаты  $\varphi$  на соответствующую обобщенную силу

$$F_\varphi = \frac{\partial U}{\partial \varphi} = \frac{\hbar}{2e} I, \quad (13)$$

так что полный потенциал  $U = U_1 + U_e$  принимает форму «стиральной доски» (рис. 1, а):

$$U = E_C \left( 1 - \cos \varphi - \frac{I}{I_C} \varphi \right), \quad (14)$$

причем локальные минимумы в точках

$$\varphi_0 = \arcsin \frac{I}{I_C} + 2\pi k, \quad k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \quad (15)$$

соответствуют «классическим» устойчивым состояниям разности фаз, т. е. обычному сверхпроводящему состоянию джозефсоновского перехода<sup>13-16</sup>.

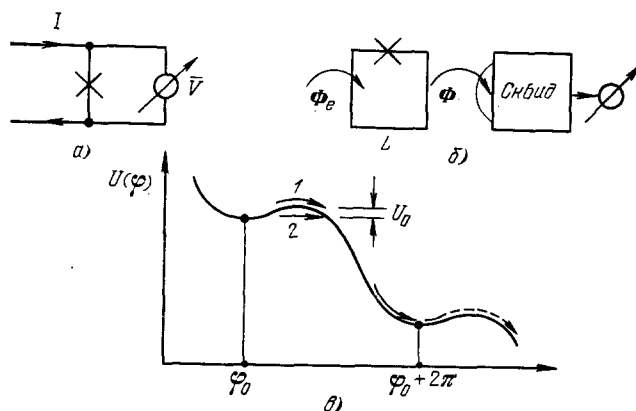


Рис. 1. Схемы экспериментов по макроскопическому квантовому туннелированию в джозефсоновских переходах с малым (а) и большим (б) затуханием и зависимость потенциальной энергии  $U$  от джозефсоновской разности фаз  $\varphi$ , реализуемая в этих экспериментах (в).

Стрелки на последнем рисунке схематически показывают механизмы распада метастабильного состояния  $\varphi \approx \varphi_0$ : термическую активацию через энергетический барьер  $U_0$  (1) и квантовое туннелирование под барьером (2).

Очевидно, что при конечной температуре  $T$  существует конечная вероятность термически-активированного распада такого метастабильного состояния. Классическая теория<sup>31, 32</sup> (см. также<sup>16</sup>, гл. 8) дает для скорости  $\tau^{-1}$  этого распада выражение \*)

$$\tau_{\text{кл}}^{-1} = \frac{\omega_A}{2\pi} \exp \left( -\frac{U_0}{kT} \right), \quad (16)$$

где  $U_0$  — высота энергетического барьера (см. рис. 1), а «частота попыток»  $\omega_A$  приблизительно (точно в пределах малого и большого затуханий) совпадает с величиной  $\min [\omega, \omega_C]$ . Частоты  $\omega$  и  $\omega_C$  опять определяются формулами (8), (11), но уже с учетом вклада тока  $I$  в потенциал  $U$  (14). В наиболее важном случае  $I \rightarrow I_C$ ,

$$\omega = \left( \frac{2eI}{\hbar c} \right)^{1/2} (2\varepsilon)^{1/4}, \quad \omega_C = \left( \frac{2eI_C R}{\hbar} \right) (2\varepsilon)^{1/2}, \quad (17)$$

$$U_0 = \frac{2}{3} E_C (2\varepsilon)^{3/2}, \quad \varepsilon \equiv \left( \frac{I}{I_C} \right) - 1 \ll 1, \quad (18)$$

так что при  $I \rightarrow I_C$  высота барьера снижается и скорость распада растет.

\*) Эта формула, как и все дальнейшие формулы для времени жизни  $\tau$ , справедлива при обычном условии  $\omega_A \tau \gg 1$ , без выполнения которого само понятие времени жизни является неоднозначным.

Способ возможной регистрации такого распада существенно зависит от величины затухания перехода <sup>16</sup>. Если затухание достаточно мало,

$$\frac{\omega}{\omega_c} \ll (2\varepsilon)^{-1/2}, \quad (19)$$

то из-за конечной инерции система не остановится в следующем минимуме и будет скользить вниз по «стиральной доске», постепенно набирая скорость  $\dot{\varphi}$  до тех пор, пока средняя скорость  $\dot{\varphi}$  не выйдет на константу из-за нарастания диссипации. С точки зрения наблюдателя такой процесс соответствует скачку из сверхпроводящего состояния перехода ( $\dot{\varphi} = \bar{V} = 0$ ) в «резистивное» состояние с довольно значительным напряжением  $\bar{V} = (\hbar/2e) \dot{\varphi}$ , обычно порядка нескольких милливольт. Это напряжение уже может быть легко измерено классическим прибором, поскольку оно значительно превышает не только квантовые, но и тепловые флуктуации реальных вольтметров. Именно таким образом термически-активированный распад метастабильных состояний джозефсоновских переходов был впервые измерен в 1974 году <sup>33</sup>, причем было получено хорошее согласие скорости распада  $\tau^{-1}$  с формулой (16) (при  $\omega/\omega_c \ll 1$ ).

Напротив, если выполняется соотношение, обратное (19), то затухание приводит к остановке системы уже в ближайшем локальном минимуме  $\varphi_1 = \varphi_0 + 2\pi$ , опять соответствующем сверхпроводящему состоянию. Возникающий при этом короткий ( $\sim \omega_c^{-1} \sim 10^{-12}$  с) и слабый ( $\int U dt \approx \hbar/2e \sim 10^{-15}$  в.с) импульс напряжения измерить очень трудно. Более удобным является другой путь: включить джозефсоновский переход в сверхпроводящее кольцо с не слишком малой индуктивностью  $L \gg (\hbar/2e) I_c^{-1}$  (см. рис. 1, б). Ток  $I$  при этом можно задавать, прикладывая к получившейся системе («одноконтактному интерферометру» <sup>14, 16</sup>) внешнее магнитное поле  $B_e$ :

$$I \approx \frac{\Phi_e}{L}, \quad \Phi_e = \int B_e dS. \quad (20)$$

Скачок системы в соседнее метастабильное состояние ( $\Delta\varphi \approx 2\pi$ ) приведет при этом к небольшому скачку магнитного потока и тока

$$\Delta I \approx \frac{\Delta\Phi}{L}, \quad \Delta\Phi \approx \Phi_0 = \frac{\hbar}{2e}, \quad (21)$$

который легко зарегистрировать, например, <sup>37</sup> с помощью сверхпроводящего квантового интерферометра («сквида»), использующего, кстати, в качестве датчика сходный джозефсоновский интерферометр \*). Такие изменения, проведенные также в 1974 г. <sup>34</sup>, показали хорошее согласие с формулой (16) для переходов с большим затуханием ( $\omega/\omega_c \gg 1$ ).

Если теперь снижать температуру, тем самым увеличивая  $\tau_{кл}$ , то реально-квантовые эффекты приведут к тому, что время жизни метастабильного состояния не будет возрастать бесконечно и выйдет при  $T \rightarrow 0$  на некоторую константу  $\tau_{кв}$ . Действительно, согласно квантовой механике должна существовать конечная вероятность прохождения «частицы» (в данном случае — макроскопической системы) под энергетическим барьером  $U_0$ . Простые вычисления, основанные на указанных выше принципах, дают для скорости такого «макроскопического квантового

\*) Другой, даже более удобный, способ состоит в измерении подобных спонтанных скачков магнитного потока в интерферометре самого сквида по тонкой структуре плато на его радиочастотной характеристике (см. <sup>16</sup>, гл. 14, а также <sup>38, 51</sup>).

туннелирования» при  $T = 0$  выражение<sup>35</sup>

$$\tau_{\text{KB}}^{-1} = \frac{\omega}{2\pi} \left( 864\pi \frac{U_0}{\hbar\omega} \right)^{1/2} \exp \left( -\frac{36}{5} \frac{U_0}{\hbar\omega} \right), \quad (22)$$

пригодное для систем с малым затуханием,  $\omega/\omega_C \ll 1$  (отметим, что использованное для решения этой задачи в работах<sup>2, 36, 52</sup> приближение ВКБ приводит к неверному предэкспоненциальному коэффициенту; в формуле (8) работы<sup>35</sup> этот коэффициент был ошибочно пропущен).

Нетрудно вычислить и переход от классического предела (16) к квантовому (22); для этого достаточно просуммировать интенсивности распада

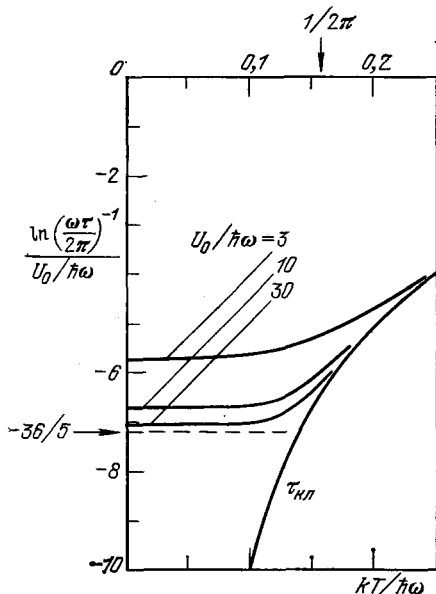


Рис. 2. Зависимость времени жизни  $\tau$  метастабильного «сверхпроводящего» состояния  $\varphi \approx \varphi_0$  от температуры  $T$  для переходов с малым затуханием при различных значениях отношения высоты барьера  $U_0$  к энергии нулевых колебаний  $\hbar\omega/2$ .

со всех термически возбужденных энергетических уровней системы в области метастабильного состояния. Результат расчета<sup>35</sup> показан на рис. 2; видно, что переход от термической активации к макроскопическому квантовому туннелированию является хотя и непрерывным, но довольно резким и происходит при температуре  $T_0$ ,

$$kT_0 \approx \frac{\hbar\omega}{2\pi}. \quad (23)$$

Значительно менее ясной является ситуация в случае существенного затухания. Калдейра и Легет показали<sup>23</sup>, что малое ( $\omega/\omega_C \ll 1$ ) линейное бездисперсионное затухание ведет к умножению выражения (22) на дополнительную экспоненту

$$\exp \left( -2\pi\alpha \frac{U_0}{\hbar\omega} \right), \quad \alpha = \frac{81}{\pi^4} \zeta(3) \approx 1. \quad (24)$$

Качественный анализ показывает<sup>23, 24</sup>, что и в случае произвольного затухания оценка  $\tau_{\text{KB}}$  дается такой же формулой:

$$\ln \left( \frac{\omega_A \tau_{\text{KB}}}{2\pi} \right)^{-1} \sim \exp \left( -2\pi \frac{U_0}{\hbar\omega} \right) \exp \left( -2\pi \frac{U_0}{\hbar\omega_C} \right), \quad (25)$$

однако вопрос не только о предэкспоненциальном факторе, но и о точных коэффициентах в показателях экспонент, входящих в формулу (25), остается открытым \*).

\*) Недавно Голуб и Иорданий<sup>53</sup> получили оценки, согласующиеся с формулой (25).



Все приведенные выражения были получены еще в 1980 г., но справедливость простой концепции, на которой они основаны (см. гл. 1), неоднократно подвергалась сомнению. По мнению ряда авторов, при расчете реально-квантовых макроскопических эффектов необходимо так или иначе учитывать влияние (отличное от затухания) внутренних степеней свободы. Другими словами, считалось возможным, что вклад когерентных эффектов в реально-квантовые эффекты не сводится к созданию эффективного потенциала  $U_1(\varphi)$  вида (3) и что весь квантовый расчет нужно вести «самого начала», т. е. на микроскопическом уровне. Не прояснили ситуацию и первые эксперименты в этой области<sup>37, 38</sup>, которые не привели к сколь-нибудь определенным заключениям.

Имевшиеся сомнения были, однако, сняты двумя изящными экспериментами, проведенными в лабораториях Бэлл<sup>1</sup> и ИБМ<sup>2</sup>. В обоих экспериментах туннельные джозефсоновские переходы с относительно малым затуханием включались в цепь источника тока  $I$ , и ток медленно увеличивался до тех пор, пока присоединенный параллельно переходу вольтметр не регистрировал спонтанный скачок в резистивное состояние. Соответствующее значение тока регистрировалось, после чего он уменьшался до нуля (для перевода джозефсоновского перехода обратно в сверхпроводящее состояние); затем цикл повторялся. Результатом многократного повторения такого эксперимента является распределение плотности вероятности скачков  $w$  по оси тока  $I$ , имеющее вид пика, расположенного несколько ниже  $I_C$ . Из этого распределения по формуле \*)

$$w(I) \equiv \frac{dp}{dI} = \left( \frac{dI}{dt} \right)^{-1} \tau^{-1} (I) (1 - p) \quad (26)$$

легко восстановить зависимость времени жизни метастабильного сверхпроводящего состояния  $\tau$  от тока  $I$  и сравнить ее с приведенными выше формулами с учетом зависимостей (18).

При принципиальном сходстве экспериментов<sup>1, 2</sup> их авторы пошли по разным путям к выполнению условий (12). Группа ИБМ использовала туннельные переходы Nb — Nb с относительно малыми плотностями тока ( $\sim 10^1$ – $10^2$  А/см<sup>2</sup>) и большой удельной емкостью ( $\sim 10^{-5}$  Ф/см<sup>2</sup>). Плазменные частоты таких переходов довольно низки, порядка  $(3$ – $10) \cdot 10^{11}$  с<sup>-1</sup>, так что для достижения квантового порога (23) требовалось охлаждение до температур порядка 30–100 мК. Для этого авторы работы поместили переходы прямо в смесительную камеру гелиевого рефрижератора растворения; это позволило им провести измерения при температурах до 3 мК (!). О техническом уровне этого эксперимента говорит также и следующая цифра: ширина пика  $w(I)$  \*\*)

$$\sigma = \langle (I - \langle I \rangle)^2 \rangle^{1/2} \quad (27)$$

при низких температурах доходила до 3 наноампер, причем было доказано, что внешние наводки не сказывались существенно даже на этом уровне (каждый работавший с джозефсоновскими переходами знает, как трудно снизить уровень наводок хотя бы до сотен наноампер).

Рис. 3, а показывает основной результат проведенного эксперимента — зависимость величины  $\sigma$  от температуры для перехода с параметрами  $I_C \approx 1,6$  мкА,  $R \approx 530$  Ом,  $C = 100$  фФ. Видно, что при  $T \ll 100$  мК эта величина (а следовательно, и время жизни  $\tau$ ) выходит на константу.

\*) Для ее получения достаточно учесть, что вероятность  $p$  того, что скачок произошел, возрастает во времени по закону  $\dot{p} = \tau^{-1} (I) (1 - p)$ .

\*\*) Угловыми скобками обозначено статистическое усреднение

$$\langle \dots \rangle = \int (\dots) w(I) dI.$$

Эта константа, однако, согласуется с формулой (22) лишь для переходов с относительно малой плотностью тока, т. е. с малым затуханием ( $\omega/\omega_c \sim \sim 10^{-2}$ ), в то время как для переходов с  $\omega/\omega_c \approx 0,2$  для получения такого согласия в этой формуле пришлось бы примерно в два раза увеличить показатель экспоненты. Такую разницу можно было бы объяснить влиянием затухания, если бы коэффициент  $\alpha$  в формуле (24) был порядка пяти, а не единицы. Вопрос о причине такого расхождения пока остается открытым, однако сам факт регистрации эффекта макроскопического

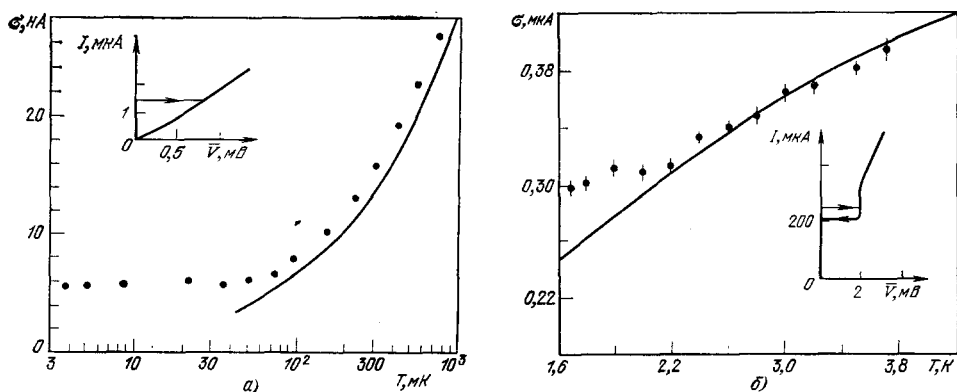


Рис. 3. Изменение ширины  $\sigma$  распределения вероятности скачков в резистивное состояние с температурой в экспериментах групп ИБМ<sup>2</sup> (а) и Балл<sup>1</sup> (б).

Сплошные линии показывают результаты расчета по классической теории (см. формулу (16)). На вставках показаны вольт-амперные характеристики использованных джозефсоновских переходов.

квантового туннелирования сейчас (после горячих дискуссий во время 16-й Международной конференции по физике низких температур в августе 1981 г.) не вызывает сомнений.

В отличие от описанного эксперимента, группа Балл применила<sup>1</sup> туннельные переходы Pb(In) — Pb со значительно более высокими плотностями тока (до  $5 \cdot 10^5$  А/см<sup>2</sup>) и несколько меньшей удельной емкостью ( $\sim 0,6 \cdot 10^{-5}$  Ф/см<sup>2</sup>). Такие переходы имеют очень большие плазменные частоты ( $\sim 10^{13}$  с<sup>-1</sup>), что позволило проводить эксперименты при «обычных» гелиевых температурах выше 1 К. На рис. 3б показана зависимость  $\sigma(T)$  для перехода с параметрами  $I_c \approx 300$  мкА,  $R \approx 5$  Ом,  $C \approx 10$  фФ. Видно, что при температуре ниже  $\sim 2,2$  К зависимость явно отклоняется от классического поведения. Здесь, однако, не удастся непосредственно сравнить уровень  $\sigma$  при  $T \rightarrow 0$  с существующей теорией. Дело в том, что в отличие от ниобиевых переходов, использованных в работе<sup>2</sup>, свинцовые переходы<sup>1</sup> имеют сильно нелинейные вольт-амперные характеристики (см. врезки на рис. 3), что свидетельствует о сильной дисперсии затухания в таких переходах. В этой ситуации сравнение с результатами квантово-механических расчетов, проведенных в бездисперсионной модели (10), может быть только приближенным. Авторы работы<sup>1</sup> нашли, что согласие с формулами (22), (24) достигается, если принять эффективное сопротивление  $R$  лежащим в районе от 15 до 35 Ом (при нормальном сопротивлении 5 Ом), что не противоречит известным данным об импедансе туннельных переходов такого типа.

Таким образом, итоги обоих экспериментов<sup>1, 2</sup> близки: сам факт макроскопического квантового туннелирования можно с высокой достоверностью считать обнаруженным, однако говорить о количественном

согласии с теорией еще рано \*). Для проведения такого количественного сравнения возможны два пути:

1) Обобщить теорию Калдейры и Легета <sup>23</sup> на случай бездисперсионного затухания произвольной силы ( $\omega/\omega_c \sim 1$ ) и сравнить результаты с данными <sup>2</sup> по переходам Nb — Nb.

2) Развить теорию макроскопического квантового туннелирования на базе микроскопической теории эффекта Джозефсона <sup>39, 40</sup> и сравнить результаты с данными <sup>1</sup> по переходам из непереходных металлов типа Pb (In) — Pb \*\*).

Отметим, наконец, что макроскопическое квантовое туннелирование может наблюдаться в сверхпроводящих структурах и другого типа. В настоящее время можно считать доказанным, что низкотемпературный хвост кривой  $R(T)$  резистивного фазового перехода достаточно тонких сверхпроводящих пленок является следствием термической активации пар антиполярных вихрей Абрикосова <sup>41-43</sup> \*\*\*). При этом для ширины перехода остается справедливой оценка, следующая из теории Асламазова и Ларкина <sup>44</sup> для высокотемпературного хвоста перехода:

$$\Delta T \approx T_c \frac{R_{\square}}{R_{KB}}, \quad (28)$$

где  $R_{\square} = (\sigma_N d)^{-1}$  — нормальное сопротивление пленки «на квадрат» а  $R_{KB} = 4 \hbar/e^2 \approx 16,5$  кОм — квантовая единица сопротивления. Естественно предположить, что сопротивление еще более тонких пленок ( $R_{\square} \gg R_{KB}$ ) должно быть конечно даже при  $T = 0$  из-за того, что пары вихрей будут генерироваться квантовыми флуктуациями сверхпроводящего конденсата. Соответствующие эксперименты уже начаты <sup>45</sup>; по всей вероятности, скоро появится и адекватная теория этого явления. Сходными свойствами должны обладать также распределенные джозефсоновские переходы и гранулированные сверхпроводящие структуры.

#### 4. НАБЛЮДЕНИЕ КВАНТОВЫХ ФЛУКТУАЦИЙ ТОКА

Практически одновременно с экспериментами по макроскопическому квантовому туннелированию в Калифорнийском университете (г. Беркли) было проведено <sup>3</sup> наблюдение реально-квантовых макроскопических эффектов в несколько других условиях. Возьмем снова джозефсоновский переход с заданным в него постоянным током  $I$ , но теперь пусть  $I > I_c$ . В этом случае в переходе возникает джозефсоновская генерация <sup>13-16</sup> с частотой  $\omega_V$ , пропорциональной, согласно формуле (3б), возникающему постоянному напряжению на переходе:

$$\omega_V \equiv \dot{\varphi} = \frac{2e}{\hbar} V. \quad (29)$$

Флуктуации фазы  $\varphi$ , в том числе и квантовые, дают вклад в низкочастотные флуктуации напряжения на переходе, которые могут быть достаточно просто измерены.

Теория таких флуктуаций напряжения  $V$  была развита в целом ряде работ <sup>18-22, 46</sup> для различных частных случаев. Рассмотрим простой случай

\*) Совсем недавно появилось сообщение <sup>51</sup> о наблюдении этого эффекта в контактах с большим затуханием (с помощью скивда).

\*\*) Первые шаги в этом направлении сделаны в работе <sup>54</sup>.

\*\*\*) Здесь необходимо отметить, что даже малые неоднородности пленки могут приводить к пиннингу этих вихрей, причем термическая активация таких пиннинг-центров дает значительный маскирующий эффект. По-видимому, именно по этой причине количественного согласия с простой теорией <sup>41, 42</sup> удалось добиться лишь в самое последнее время, применяя весьма совершенные пленки <sup>43</sup>.

джозефсоновского перехода с сильным бездисперсионным затуханием, когда динамика фазы  $\varphi$  в отсутствие флуктуаций определяется формулами (3), (9):

$$I = I_C \sin \varphi + \frac{\hbar}{2eR} \dot{\varphi}. \quad (30)$$

Анализ такой «резистивной» модели показывает<sup>21</sup>, что спектральная плотность  $S_V(\omega)$  малых флуктуаций напряжения на низких частотах  $\omega \ll \omega_V$  дается простым соотношением

$$S_V(\omega) = R_d^2 \left\{ S_I(\omega) + \left( \frac{I_C}{2I} \right)^2 [S_I(\omega + \omega_V) + S_I(\omega - \omega_V)] \right\}, \quad (31)$$

где  $R_d(I)$  — дифференциальное сопротивление в рабочей точке, а  $S_I(\omega)$  — спектральная плотность ланжевеновской силы (в данном случае — тока  $I_f$ ), которую необходимо поставить в правую часть уравнения (30) для адекватного описания флуктуаций. Вообще говоря, этот источник  $I_f(t)$  содержит сложную нелинейную комбинацию флуктуаций термического, квантового и дробового происхождения<sup>22, 46</sup>. Однако, если диссипативная подсистема находится в термодинамическом равновесии, то для  $I_f$  справедлива флуктуационно-диссипативная теорема<sup>6, 7</sup>

$$S_I(\omega) = \frac{2}{\pi R} \theta(\omega, T), \quad (32)$$

$$\theta = \frac{\hbar\omega}{2} \operatorname{cth} \frac{\hbar\omega}{2kT} = \frac{\hbar\omega}{2} + \hbar\omega \left[ \exp \left( \frac{\hbar\omega}{kT} \right) - 1 \right]^{-1}.$$

Кроме естественного первого члена в фигурных скобках, формула (31) содержит два дополнительных члена. На радиотехническом языке их появление объясняется преобразованием частоты флуктуаций вниз из-за их смешения с собственной джозефсоновской генерацией контакта. Принципиально важно, что коэффициент такого преобразования  $(I_C/2I)^2$  может быть порядка единицы даже при  $\omega \ll \omega_V$ . Это значит, что преобразование высокочастотных флуктуаций тока в низкочастотные флуктуации напряжения идет с очень большим ( $\sim \omega_V^2/\omega^2$ ) квантовым усилением. Отметим, что такое усиление запрещается соотношениями Мэнли — Роу<sup>47</sup> и становится возможным лишь из-за специфического характера нелинейности джозефсоновского перехода<sup>14</sup>.

Пусть теперь температура достаточно низка,  $kT \lesssim \hbar\omega_V$ , хотя, конечно,  $kT \gg \hbar\omega$ . В этом случае формула (32) описывает просто квантовые флуктуации тока,  $\theta(\omega_V, T) \approx \hbar\omega_V/2$ , а формула (31) показывает, что они могут давать существенный вклад в низкочастотные флуктуации напряжения. Заметим, что из-за отмеченного выше большого квантового усиления мы опять уходим от вопроса о квантовых флуктуациях измерительного прибора, поскольку их вклад на частоте измерений напряжения пропорционален  $\hbar\omega/2$ , что гораздо меньше  $\hbar\omega_V/2$ .

Именно такие измерения низкочастотных флуктуаций напряжения на туннельном переходе были проведены в работе<sup>3</sup>. Для получения системы, наиболее близкой к резистивной модели (30), туннельный переход Pb(In) — Pb с критическим током  $I_C \approx 1,5$  мА и емкостью  $C \approx 0,7$  пФ шунтировался внешним резистором  $R \approx 0,1$  Ом, много меньшим, чем внутреннее сопротивление перехода. Резистор формировался из тонкой (40—100 нм) пленки Cu(Al) шириной 10 мкм и длиной 5 мкм. Такая длина  $L$  обеспечивала выполнение условия<sup>15, 16</sup>

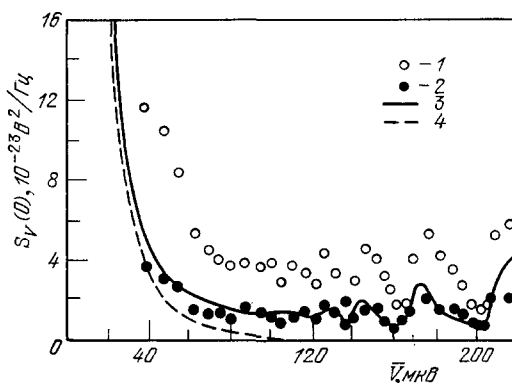
$$L \gg \frac{e\bar{V}}{kT} \Lambda_Q, \quad (33)$$

необходимого для равновесности электронной подсистемы и, следовательно, для справедливости флуктуационно-диссипативной теоремы (32); здесь  $\Lambda_Q \approx (D\tau_E)^{1/2}$  — длина диффузии электрона за время энергетической релаксации  $\tau_E$ , в типичных случаях  $\Lambda_Q \lesssim 1$  мкм.

Результаты эксперимента показаны на рис. 4; видно, что они хорошо согласуются с расчетами по формулам (31), (32) при использовании экспериментальных значений  $R_d$  (сплошная линия). С другой стороны, если

Рис. 4. Спектральная плотность низкочастотных флуктуаций напряжения на шунтированном туннельном переходе как функция среднего напряжения на переходе

1 — полная плотность флуктуаций, измеренная в эксперименте<sup>3</sup>, 2 — измеренные флуктуации за вычетом компоненты  $R_d^2 S_I(\omega)$ ; 3 — расчет последней величины по формулам (31), (32); 4 — тот же расчет, но с исключением члена  $\hbar\omega/2$  из выражения (32) для  $\theta$ .



последовать часто высказывавшемуся, хотя и мало обоснованному, мнению о «принципиальной ненаблюдаемости» нулевых флуктуаций и исключить соответствующий член  $\hbar\omega/2$  из формулы (32), то результат расчета, показанный пунктирной линией, окажется в явном противоречии с результатами эксперимента (зачерненные кружки).

Таким образом, в эксперименте<sup>3</sup> были впервые непосредственно измерены квантовые флуктуации выделенной степени свободы макроскопической физической системы. Детальный анализ подобных измерений показывает, что они возможны (точнее, что в них можно пренебречь влиянием флуктуаций измерительного прибора) лишь при выполнении определенных условий. В частности, как ясно следует из вывода формулы (31) методом медленно меняющихся фаз (см. статью<sup>48</sup> или § 6.2 монографии<sup>14</sup>), в  $S_V(\omega)$  дает вклад не вся ланжевеновская сила  $I_t$ , а лишь одна ее квадратурная компонента, синфазная с джозефсоновской генерацией контакта. Но измерение одной из квадратурных компонент как раз и является одним из типов «квантовых неразрушающих измерений»<sup>8-10</sup>, при которых флуктуационное воздействие прибора может быть в принципе сколь угодно малым. Таким образом, эксперименты<sup>3</sup> интересны и с другой стороны: по всей вероятности, это первая реализация квантовых неразрушающих измерений<sup>\*</sup>).

## 5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Итак, используя специфические нелинейные свойства джозефсоновских переходов, авторам работ<sup>1-3</sup> удалось экспериментально доказать существование в слабой сверхпроводимости не только ранее известных квантовых макроскопических или «когерентных», но и «реально-квантовых» макроскопических эффектов. В более общем контексте, впервые экспериментально наблюдалось квантовомеханическое поведение выделенной степени свободы макроскопической физической системы.

<sup>\*</sup>) Это замечание принадлежит Р. Гиффарду (R. P. Giffard).

Возможно, некоторым существование таких эффектов представляется интуитивно очевидным и не требующим экспериментального доказательства.

Автору настоящей заметки кажется, однако, что состоявшееся наблюдение реально-квантовых макроскопических эффектов в сверхпроводимости является существенным достижением по крайней мере по следующим причинам:

1) Проведенные эксперименты дают нам важное ощущение, что с квантовой механикой «все в порядке» и на макроскопическом уровне, т. е. переход от классического поведения к квантовому в макрообъектах переходит точно так же, как в микрообъектах. Это дает возможность смело планировать реальные квантовые эксперименты и (что может быть не менее важным) ставить мысленные эксперименты с макрообъектами.

2) Попытки получить количественное согласие результатов экспериментов с теорией показали, что в наших знаниях о простейших квантовых системах есть досадные пробелы. Так, как указывалось в разделе 3, до сих пор не решена задача о квантовом туннелировании в системах с большим затуханием. Несколько обобщая: по всей вероятности, не известно простых уравнений квантовой эволюции одномерной безынерционной броуновской частицы в поле потенциала  $U(\varphi)$ . Иными словами, оказалось, что мы не знаем, как обобщить на квантовый случай уравнение Фоккера — Планка.

3) Наконец, эксперименты <sup>1-3</sup> показали, что туннельные джозефсоновские переходы, изготовленные по современной технологии (т. е. имеющие большие плотности тока), являются наиболее подходящими объектами для проведения экспериментов с макрообъектами на квантовом уровне. Из таких экспериментов интерес представляют по меньшей мере две группы.

Во-первых, возникает возможность реализации ряда предложенных недавно <sup>9, 10</sup> схем оптимального приема предельно слабых сигналов, и, как следствие, возможность преодолеть так называемый «квантовый предел» чувствительности <sup>26, 49</sup> приемных устройств в широком диапазоне частот от десятков килогерц до сотен гигагерц.

Во-вторых, могут быть поставлены эксперименты по проверке фундаментальных положений квантовой теории измерений. Дело в том, что эта теория, развитая на заре квантовой механики <sup>4, 5</sup>, существенно ориентировалась на измерение характеристик микрообъектов. В этом случае квантовомеханический анализ измерительных приборов не представляется реальным в силу их сложности, что и явилось причиной резкого разграничения объекта и прибора в теории измерений.

Появление макрообъектов с квантовым поведением радикально изменяет ситуацию. Например, эксперименты по макроскопическому квантовому туннелированию являются очевидной реализацией знаменитого парадокса «кот Шрёдингера» <sup>50</sup> (см. также <sup>4</sup>, гл. 11). Однако в таком эксперименте роль «измерительного прибора» играет фактически не вольтметр, а сам джозефсоновский переход. Действительно, его нелинейность приводит к увеличению сигнала до такого уровня, что реализация одной из квантовых альтернатив (произошло или нет туннелирование до текущего момента времени) может быть зарегистрирована весьма грубым внешним прибором, заведомо никак не влияющим на динамику процессов. Таким образом, становится возможным полное квантовомеханическое описание системы (объект + измерительный прибор).

Не исключено, что реальные или мысленные эксперименты с подобными системами помогут пролить новый свет на принципиальные основы квантовой механики.

Автор благодарен В. Б. Брагинскому, В. Л. Гинзбургу, И. О. Кулику, В. В. Мигулину, И. М. Тернову и В. В. Шмидту, а также Р. П. Гиффарду (R. P. Giffard), Л. Д. Джэкеу (L. D. Jackel), Дж. Кларку (J. Clarke), Р. Х. Коху (R. H. Koch), Ю. Куркиярви (J. Kurkijarvi), А. Дж. Легету (A. J. Leggett) и М. Тинкхаму (M. Tinkham) за полезные обсуждения вопросов, затронутых в заметке, а С. А. Васенко — за помощь в построении рис. 2.

Московский государственный университет  
им. М. В. Ломоносова

### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Jackel L. D., Gordon J. P., Hu E. L., Howard R. E., Fetter L. A., Tennant D. M., Epworth R. W., Kurkijarvi J.— Bull. Am. Phys. Soc. 1981, v. 26, p. 382; Phys. Rev. Lett., 1981, v. 47, p. 697.
2. Voss R. F., Webb R. A.— Ibid., p. 265; Physica Ser. B + C, 1981, v. 108, p. 1307.
3. Koch R. H., Van Harlingen D. J., Clarke J.— Phys. Rev. Lett., 1981, v. 47, p. 1216; Phys. Rev. Ser. B, 1982, v. 26, p. 74.
4. Jammer M. The Philosophy of Quantum Mechanics.— N.Y.: Wiley, 1974.
5. Ельяшевич М. А.— УФН, 1977, т. 122, с. 673.
6. Callen H. B., Welton T. E.— Phys. Rev., 1951, v. 83, p. 34.
7. Гинзбург В. Л.— УФН, 1952, т. 46, с. 348.
8. Брагинский В. Б., Воронцов Ю. И.— УФН, 1974, т. 114, с. 41.
9. Braginsky V. B., Vorontsov Yu. I., Thorne K. S.— Science, 1980, v. 209, p. 547.
10. Caves C. M., Thorne K. S., Drever R. W. P., Sandberg V. D., Zimmerman M.— Rev. Mod. Phys., 1980, v. 52, p. 341.
11. Senitzky I. R.— Phys. Rev., 1961, v. 124, p. 642.
12. Lax M.— Ibid., 1966, v. 145, p. 110.
13. Де Жен П. Сверхпроводимость металлов и сплавов.— М.: Мир, 1968 г.
14. Кулик И. О., Янсон И. К. Эффект Джозефсона в сверхпроводящих туннельных структурах.— М.: Наука, 1970 г.
15. Лихарев К. К.— УФН, 1979, т. 127, с. 185.
16. Лихарев К. К., Ульрих Б. Т. Системы с джозефсоновскими контактами.— М.: Изд-во Моск. ун-та, 1978.
17. Головашкин А. И., Еленский В. Г., Лихарев К. К. Эффект Джозефсона и его применения. Библиогр. указатель за 1962—1980 гг.— М.: Наука, 1982 г.
18. Ларкин А. И., Овчинников Ю. Н.— ЖЭТФ, 1967, т. 53, с. 2159.
19. Dahm A. J., Denenstien A., Langenberg D. N., Parker W. H., Rogovin D., Scalapino D. J.— Phys. Rev. Lett., 1969, v. 22, p. 1414.
20. Stephen M. J.— Phys. Rev., 1969, v. 182, p. 531.
21. Лихарев К. К., Семенов В. К.— Письма ЖЭТФ, 1972, т. 15, с. 625.
22. Rogovin D., Scalapino D. J.— Ann. of Phys., 1974, v. 86, p. 1.
23. Caldeira A. O., Leggett A. J.— Phys. Rev. Lett., 1981, v. 46, p. 211.
24. Likharev K. K.— Intern. J. Theor. Phys., 1982, v. 21, p. 311.
25. Jackel L. D.— In: SQUID-80/Ed. H. D. Hahlbohm, H. Lübbig.— Berlin; Walter de Gruyter, 1980.— P. 257.
26. Haus H. A., Mullen J. A.— Phys. Rev., 1962, v. 128, p. 2407.
27. Caves C. M.— Ibid., Ser. D, 1981, v. 23, p. 1693.
28. Leggett A. J.— J. de Phys., 1978, t. 39 (suppl. Nr. 8), p. C6-1264.
29. Leggett A. J.— Suppl. Progr. Theor. Phys., 1980, No. 69, p. 70.
30. Блохинцев Д. И. Квантовая механика.— М.: Атомиздат, 1981.
31. Chandrasekhar S.— Rev. Mod. Phys., 1943, v. 15, p. 1.
32. Kurkijarvi J.— Phys. Rev. Ser. B, 1972, v. 6, p. 832.
33. Fulton T. A., Dunkleberger L. N.— Ibid., 1974, v. 9, p. 4760.
34. Jackel L. D., Webb W. W., Lukens J. E., Pei S. S.— Ibid., p. 115.
35. Likharev K. K.— Physica. Ser. B + C, 1981, v. 108, p. 1079.
36. Kurkijarvi J.— Цит. в<sup>25</sup> сб.— P. 247.
37. Den Boer W., De Bruyn Ouboter R.— Physica Ser. B + C, 1980, v. 98, p. 185.
38. Prance R. J., Long A. P., Clark T. D., Widom A., Mutton J. E., Sasso J., Potts M. W., Megaloudis G., Goodall F.— Nature, 1981, v. 289, p. 543.

39. Ларкин А. И., Овчинников Ю. Н.— ЖЭТФ, 1966, т. 51, с. 1535.
40. Werthamer N. R.— Phys. Rev., 1966, v. 147, p. 255.
41. Beasley M. R., Mooij J. E., Orlando T. P.— Phys. Rev. Lett., 1979, v. 42, p. 1165.
42. Halperin B. I., Nelson D. R.— J. Low Temp. Phys., 1979, v. 36, p. 599.
43. Epstein K., Goldman A. M., Kadin A. M.— Phys. Rev. Lett., 1981, v. 47, p. 534.
44. Асламазов Л. Г., Ларкин А. И.— ФТТ, 1968, т. 10, с. 1104.
45. Goodman A. M., Kadin A. M.— Частное сообщение.
46. Зорин А. Б.— ФНТ, 1981, т. 7, с. 709.
47. Manley J. M., Rowe H. E.— Proc. IRE, 1956, v. 44, p. 904.
48. Лихарев К. К., Кузьмин Л. С.— Радиотехн. и электрон., 1977, т. 22, с. 1689.
49. Heffner H.— Proc. IRE, 1962, v. 50, p. 1604.
50. Schrödinger E.— Naturwissenschaften, 1935, Bd. 48, S. 52.
51. Дмитренко И. М., Цой Г. М., Шнырков В. И.— ФНТ, 1982, т. 8.
52. Иванченко Ю. М., Зильберман Л. А.— ЖЭТФ, 1968, т. 55, с. 2395.
53. Голуб А. А., Иорданий В. П.— В кн. Тезисы докладов 22-го Всесоюзного совещания по физике низких температур. — Кишинев: АН Молд. ССР, 1982— Ч. 3. с. 133.
54. Ambegaokar U., Eckern U., Schön G.— Phys. Rev. Lett., 1982, v. 48, p. 1745.
55. Scalapino D. J. — In: Proc. of the Symposium on the Physics of Superconducting Devices.— Charlottesville, Va.: Univ. of Virginia, 1967.—p. G1.