

МЕТОДИЧЕСКИЕ ЗАМЕТКИ

535.813

МОДЕЛИРОВАНИЕ «ГРАВИТАЦИОННОЙ ЛИНЗЫ»
В ЛЕКЦИОННОЙ ДЕМОНСТРАЦИИ

Хотя систематическое изложение общей теории относительности (ОТО) не входит в задачи курса общей физики, обсуждение отдельных эффектов ОТО в этом курсе не только возможно, но и весьма желательно и позволяет оживить его интересными современными данными. В частности, к ним относится эффект искривления световых лучей в гравитационном поле, предсказанный А. Эйнштейном еще в 1915 г. Тем более, что правильную по порядку величины оценку этого эффекта для простейших ситуаций (например, в случае точечной массы) вполне можно провести в рамках элементарных представлений (см., например, ¹).

Как известно, в последние годы интерес к «гравитационным линзам» (ГЛ) резко возрос в связи с тем, что они могут служить одним из проявлений «черных дыр», и имеются недавние сведения об обнаружении подобных объектов ². В то же время по сравнению с привычными в оптике сферическими линзами ГЛ обладают существенными особенностями в ходе лучей и характере получающихся изображений — сильным астигматизмом, наличием нескольких изображений и т. д. Кстати, именно факт наблюдения двух идентичных квазаров (0957 + 561 А, В) позволил предположить, что они являются двумя изображениями одного и того же источника, даваемыми ГЛ — «черной дырой».

В связи с этим при обсуждении ГЛ в курсе общей физики желательно, во-первых, более подробно пояснить указанные особенности построения ими изображений, во-вторых — проиллюстрировать эти особенности при помощи специально подобранной оптической системы, обладающей аналогичными свойствами.

Пусть световой луч от удаленного источника проходит на расстоянии r от массивного объекта. Главное отличие ГЛ от обычной («сферической») собирающей линзы связано с тем, что лучи, проходящие ближе к точечному объекту (центру ГЛ), отклоняются на больший угол, чем удаленные:

$$\alpha(r) = \frac{k}{r}, \quad k = \frac{4\gamma M}{c^2}, \quad (1)$$

где M — масса объекта, γ — гравитационная постоянная, c — скорость света ² (заметьте, что элементарный расчет дает вдвое меньшее значение для k ¹). Поэтому ГЛ не имеют определенного фокусного расстояния и не строят изображения в обычном смысле слова. Фактически говорить об «изображении», даваемом ГЛ, можно лишь благодаря тому, что из-за удаленности как источника света, так и самой ГЛ от земного наблюдателя приемное устройство (глаз, объектив телескопа) выделяет пучок лучей в весьма малом интервале углов α , а лучи, отклоненные на больший или меньший углы, не попадают в апертуру приемника. Ситуация примерно такая же, как при наблюдении линий равного наклона в оптике.

В результате в случае, когда источник, ГЛ и наблюдатель расположены на одной прямой, видимое изображение точечного источника имеет вид равномерно освещенного кольца. Если же центр ГЛ несколько сдвинут относительно оси «источник — наблюдатель», в простейшем случае точечной массы получается раздвоенное изобра-

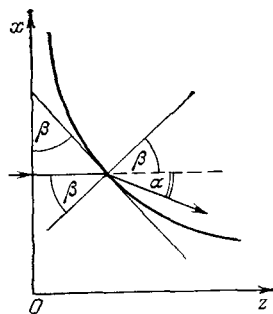


Рис. 1.

жение в виде частей дуг, в пределе приближающихся к двум точечным изображениям различной яркости.

В более общем случае (протяженный объект, в частности галактика) количество изображений может быть больше. Ясно, например, что для сферически симметричного распределения массы лучи, проходящие строго через центр, не будут испытывать преломления, а вся центральная часть будет «работать» как слабая собирающая линза, так что общее число изображений, воспроизводимых объективом телескопа, будет не меньше трех.

Нетрудно видеть, что аналогичными астигматическими свойствами обладает линза, изготовленная, как обычно, из однородного прозрачного материала с показателем преломления $n > 1$, если ее поверхности вместо сферической придать «псевдосферическую» форму (т. е. с отрицательной гауссовой кривизной). Для определенности будем считать, что одна из поверхностей линзы — плоская ($z = 0$), а преломляющей является поверхность вращения некоторой кривой $z = z(x)$ вокруг оси z (см. рис. 1). Для краткости ограничимся случаем, когда падающие на такую линзу лучи параллельны оси z . Пусть β — угол падения лучей на преломляющую поверхность изнутри линзы, тогда согласно закону Снелля

$$\frac{\sin(\alpha + \beta)}{\sin \beta} = n. \quad (2)$$

Поскольку, с другой стороны, $\tan \beta = -dz/dx$, то соотношение (2) связывает угол преломления лучей $\alpha(x)$, прошедших через линзу на расстоянии x от ее оси, с локальным углом наклона поверхности. Из (2) следует, что для получения убывающей зависимости $\alpha(x)$ необходимо взять соответственно кривую с уменьшающейся с ростом x производной dz/dx , т. е. «псевдосферическую» преломляющую поверхность. Если углы α и β считать достаточно малыми, так что $\sin(\alpha + \beta) \approx \alpha + \beta$, $\sin \beta \approx \tan \beta \approx \beta$, из (2) получаем простую связь

$$\alpha(x) = -(n-1) \frac{dz}{dx}. \quad (3)$$

Интегрируя (3), в принципе можно найти профили $z(x)$, соответствующие различным заданным функциям $\alpha(x)$, отвечающим тем или иным осесимметричным распределениям массы в ГЛ, и наоборот. В частности, подстановка асимптотического закона (1) $\alpha = k/r$, соответствующего точечной массе, приводит к экспоненциальному профилю $x(z)$:

$$x(z) = x_0 \exp \left[-\frac{n-1}{k} (z - z_0) \right] \quad (4)$$

(здесь выбрано, что при $x = x_0$ $z = z_0$).

Для наших опытов «псевдосферические» линзы (рис. 2) вытачивались из листового оргстекла толщиной 4–5 см и диаметром 8–10 см. Линза на рис. 2, а, имеющая

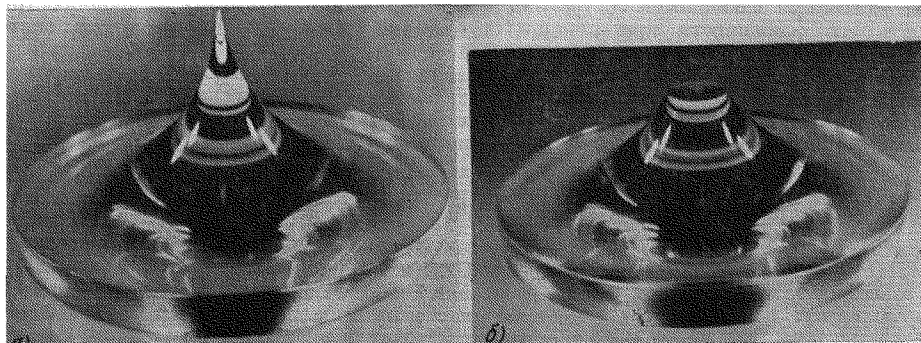


Рис. 2.

острие в центре, очевидно, моделирует точечную массу. Контроль профиля $x(z)$ осуществлялся специально изготовленным шаблоном, последующей шлифовкой добивались достаточной прозрачности поверхностей. При этом, конечно, для качественного моделирования в условиях лекционной демонстрации нет необходимости выдержи-

вать профиль (4) с большой точностью, особенно при малых x , где это было бы затруднительно, поскольку для более или менее удаленного наблюдателя все равно «работает» лишь небольшой сектор Δx линзы, а проходящие через центральную ее область лучи в приемник не попадают. Потому профиль $x(z)$ и соответствующий шаблон вполне можно взять в виде дуги окружности. Более того, неплохие результаты удастся получить, например, используя в качестве линз отбитые «ножки» от бокалов, обычно имеющие поверхность псевдосферического типа.

Для получения линзы, указанной на рис. 2, б, соответствующей протяженному объекту с плавно убывающей плотностью, центральный выступ срезался и сглаживался. При этом периферийные участки линзы работают, как и выше, подобно «псевдосферической» линзе, а центральная область — как обычная сферическая линза.

Имея такую линзу, характерные для ГЛ мнимые изображения легко увидеть непосредственно глазом, рассматривая через нее более или менее удаленные источники света. В условиях лекционной демонстрации, однако, предпочтительнее получать действительные (и притом достаточно крупные) изображения на экране. Для этого следует использовать дополнительный объектив (рис. 3). Здесь 1 — источник света (любая достаточно яркая лампа), 2 — диафрагма (последняя желательна для устранения лишней засветки экрана и помещения), 3 — линза, моделирующая ГЛ 4 и 5 — линзы объектива, дающего увеличенное изображение на экране 6. Смещая

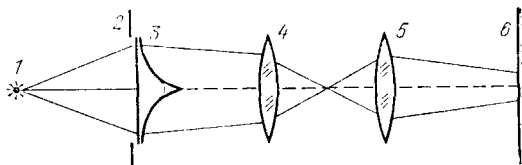


Рис. 3.

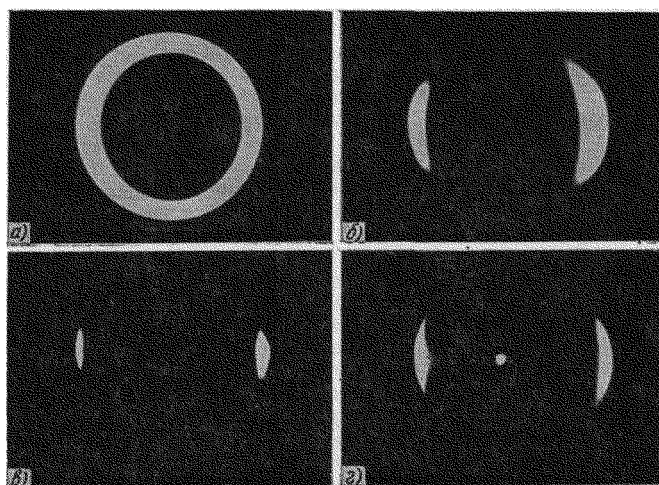


Рис. 4.

линзу 3 относительно оптической оси системы, нетрудно получить последовательность изображений, указанную на рис. 4, (рис. 4, а—г получены с линзой рис. 2, а а рис. 4, г — с линзой в виде рис. 2, б).

В заключение заметим, что вышеописанные эксперименты по моделированию гравитационных линз при помощи преломляющих свет систем, по существу, не являются такими уж формальными, как может показаться, поскольку и с точки зрения общеквариантных свойств уравнений Максвелла, как известно, влияние гравитационного поля на распространение электромагнитных волн эквивалентно действию некоторой диэлектрической среды^{3,4}.

Г. С. Егоров, Н. С. Степанов.

Горьковский государственный университет им. Н. И. Лобачевского

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Берклевский курс физики/Ч. Киттель, У. Найт, М. Рудерман. Т. 1.— М.: Наука, 1975.
2. Муханов В. Ф.— УФН, 1981, т. 133, с. 729.
3. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М., Теория поля.— М.: Наука, 1967.
4. Миллер М. А., Сорокин Ю. М., Степанов Н. С. — УФН, 1977, т. 121, с. 535.