1982 г. Август Том. 137, вып. 4
УСПЕХИ ФИЗИЧЕСКИХ НАУК

МЕТОДИЧЕСКИЕ ЗАМЕТКИ

538 3

О МЕХАНИЗМЕ ИНДУЦИРОВАННОГО ПЕРЕХОДНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ В ПОЛЯХ РЕГУЛЯРНЫХ ВОЛН

С. С. Калмыкова

СОДЕРЖАНИЕ

1. ВВЕДЕНИЕ

Целью настоящей заметки является установление количественной взаимосвязи между элементарными эффектами переходного излучения и поглощения заряда, пересекающего резкую границу раздела двух сред в присутствии монохроматической волны, преломленной на этой границе, с коллективным эффектом — появлением модуляции на первоначально немодулированном пучке, проходящем через такую же границу при наличии встречной регулярной волны.

Переходное излучение, открытое В. Л. Гинзбургом и И. М. Франком свыше тридцати лет назад [1], является одним из немногих фундаментальных эффектов взаимодействия движущихся зарядов с материальными средами. Совместно с излучением Вавилова — Черенкова, а также нормальным и аномальным допплеровским излучением осциллятора переходное излучение входит в известную в классической физике группу оптических явлений для равномерно движущихся источников излучения в преломляющих средах [2]. Основными отличительными признаками этой группы является то, что указанные взаимодействия обеспечиваются дальнодействующими электромагнитными полями, а результирующий обмен энергией заряда со средой остается конечным при стремлении массы заряда к бесконечности. Для приложений отсюда вытекают два важных следствия. Во-первых, в сферу действия этих полей попадает одновременно большое число частиц среды и соответствующие интенсивности излучения характеризуются усредненными макроскопическими параметрами, такими, как плотность, температура и т. п. Во-вторых, при наличии потока заряженных частиц в сферу действия поля каждого заряда попадает одновременно большое число его соседей. В результате этого коллектив частиц (пучок) излучает не так, как одиночный заряд. В частности, в немодулированном пучке всегда находятся частицы, излучающие в противофазе, поэтому интенсивность спонтанного излучения такого пучка равна нулю (в пренебрежении флуктуациями). В предварительно промодулированном пучке, наоборот, когерентное сложение полей излучения приводит к значительному росту интенсивности излучения каждой частицы. Например, в усилителях и генераторах микрорадиоволн, основанных на излучении Вавилова — Черенкова, эффективные напряженности полей излучения пучка достигают киловольт на сантиметр (см. [3,4]), то есть примерно на девять-десять порядков превосходят напряженность поля излучения одиночного заряда. Таким образом, в рассматриваемых взаимодействиях и пучок, и среда проявляют свои коллективные характеристики, на основании чего эти взаимодействия называют коллективными («cooperative phenomena») [5,6]. Существенно, что необходимая для усиления интенсивности излучения группировка частиц пучка в когерентно излучающие сгустки может быть обеспечена обратным влиянием поля излучения на движение частиц пучка. В смысле обратного действия излученного (или уже имеющегося внешнего) поля на излучающие частицы индуцированным называют такой процесс взаимодействия, интенсивность которого зависит от параметров поля излучения [7,8], в отличие от спонтанного излучения, не зависящего от этих параметров.

Существование эффектов индуцированного излучения и поглощения было постулировано Эйнштейном в его квантовой теории взаимодействия равновесного излучения с веществом. Соответствующая количественная характеристика этих процессов — вероятность индуцированного перехода — пропорциональна интенсивности поля излучения, деленной на энергию одного кванта, то есть пропорциональна числу фотонов в начальном состоянии поля, индуцирующего излучение квантовой системы (излучателя). Такое состояние, в котором полностью определены значения энергии осциллятора-излучателя (номер исходного уровня) и энергии поля (число фотонов), соответствует полностью неопределенным фазам поля и излучателя. Средние значения поля и тока излучателя в этом состоянии равны нулю. Существенно подчеркнуть, что только в этих условиях интенсивность индуцированного обмена энергией между полем и осциллятором пропорциональна квадрату малого параметра взаимодействия (произведению заряда излучателя на амплитуду поля, см. [7]).

При высоких уровнях возбуждения осциллятора и поля, когда изменение энергии каждой из этих подсистем, обусловленное излучением или поглощением одного кванта, относительно мало, возможно классическое описание состояний поля и излучателя в терминах колебаний с полностью определенными амплитудами и фазами. Если к тому же эти колебания регулярны (монохроматичны по частоте, а их амплитуды и фазы не меняются со временем), то средние значения поля и тока осциллятора в таких состояниях отличны от нуля. Интенсивность обмена энергией индивидуального осциллятора с полем в такой классической системе пропорциональна первой степени малого параметра взаимодействия, то есть линейна по заряду и амплитуде поля. Знак эффекта определяется в этом случае соотношением фаз заряда и поля [7].

Ниже мы ограничимся рассмотрением именно такого, стимулированного регулярными полями обмена энергией между движущимися зарядами и полем.

Индуцированное взаимодействие регулярных полей с потоками заряженных частиц, приводящее к группировке этих потоков в когерентные сгустки, является одним из необходимых элементов физического механизма коллективного взаимодействия, обеспечивающего развитие пучковых неустойчивостей. Важная роль, которую играют коллективные взаимодействия в приложениях, обусловлена тем, что они приводят к диффузии и нагреву плазмы в естественных и искусственных системах ее удержания, генерированию и усилению микрорадиоволн, ускорению заряженных частиц. Поэтому вопрос о механизмах взаимосвязи элементарных эффектов спонтанного и индуцированного излучения движущихся зарядов с коллективными волновыми процессами в потоках заряженных частиц в течение многих лет (см. [2,9-28]) остается одним из важнейших в теории коллективных взаимодействий: выяснение этих механизмов открывает пути разработки эффективных методов управления соответствующими волновыми процессами [14,17].

До настоящего времени количественная связь между характеристиками спонтанного излучения движущихся зарядов и инкрементами соответствующих потоковых неустойчивостей строго установлена лишь для кинетических черенковской и магнитотормозной неустойчивостей относительно слаботочных пучков, обладающих достаточно широкими функциями распределения в пространстве скоростей [11,15,19]. При этом было показано, что в этих условиях (малые интенсивности потоков и большие разбросы) инкременты пропорциональны суммам интенсивностей индивидуальных излучателей. Что же касается гидродинамических неустойчивостей, для которых существенно когерентное сложение полей отдельных частиц, то их идентификация с соответствующими элементарными эффектами базируется, в основном, на сопоставлении условий синхронизма частицы с полем волны с условиями, при которых имеет место максимум инкремента [3,4,6,10,23].

Вполне естественно ожидать, что и переходное излучение движущихся зарядов на неоднородностях среды может приводить к коллективному взаимодействию излучения с потоками заряженных частиц на указанных неоднородностях. При этом, однако, следует иметь в виду его специфику по сравнению с черенковским и магнитотормозным излучением *). Действительно, обязательным условием возникновения переходного излучения является наличие электродинамической неоднородности среды, в то время как черенковское излучение, например, имеет место и в однородном диэлектрике, а магнитотормозное — в однородном магнитном поле. Далее, по условиям возникновения переходное излучение одной частицы всегда является импульсным (длится конечный промежуток времени), и поэтому его интенсивность характеризуется полными потерями энергии излучателя на заданной неоднородности, в то время как интенсивность черенковского и магнитотормозного излучения однозначно определяется потерями энергии частицы на единице длины ее пути. Наконец, из-за отсутствия условий синхронизма поля с движущимся зарядом переходное излучение пучка может быть когерентно только в пределах сгустка излучающих частиц; характерное для черенковского и магнитотормозного эффектов пространственное сложение полей периодической последовательности сгустков при переходном излучении не имеет места **).

В силу перечисленных особенностей переходного излучения его роль в процессах коллективного взаимодействия потоков заряженных частиц в течение длительного времени оставалась невыясненной. Более того, при теоретическом и экспериментальном исследовании элементарного эффекта переходного излучения все внимание уделялось только спонтанному

*) Изложение результатов исследования характеристик спонтанного переходного излучения можно найти в монографии [28] и обзорах [2, 29-33].

**) Прикладная ценность когерентности переходного излучения отмечалась В. И. Векслером [34].

излучению. Что же касается соответствующего индуцированного взаимодействия, то вопрос о конкретном содержании этого понятия для регулярных полей не рассматривался (ср. [26]). В настоящей заметке мы опишем количественно эффект индуцированного переходного взаимодействия движущегося заряда с полем регулярной волны на ступенчатой неоднородности электродинамических свойств среды и проследим связь этого эффекта с коллективным волновым процессом — трансформацией регулярных волн плотности заряда в пространственно-неоднородных средах.

2. ВОЗДЕЙСТВИЕ РЕГУЛЯРНОЙ ВОЛНЫ НА ЗАРЯД В ПРОЦЕССЕ ПЕРЕХОДА ЕГО ИЗ ОДНОЙ СРЕДЫ В ДРУГУЮ

В данном разделе мы найдем изменение энергии заряда $\Delta \mathcal{E}^{u}$ после прохождения его через скачкообразную границу раздела двух сред в заданном поле E-поляризованной волны, преломленной на этой границе по закону Френеля.

В общем случае влияние поля на процесс взаимодействия заряда со средой может реализоваться по двум каналам, а именно — через изменение диэлектрических свойств среды под действием поля и (или) через изменение характеристик излучателя (см. [14,17,19]). Ниже мы будем пренебрегать первым из указанных эффектов, считая стимулирующие поля относительно слабыми. Что касается влияния поля на движение заряда, то наиболее существенным результатом этого влияния для рассматриваемых нами регулярных полей оказывается изменение энергии поступательного движения заряда и соответствующее отклонение его траектории от невозмущенной полем (отставание или опережение вместе с собственным поляризационным полем заряда). Эффект обратного влияния поля спонтанного переходного излучения на движение заряда, равно как и эффект тормозного излучения заряда в поле волны, мы не учитываем, поскольку они пропорциональны квадрату малого параметра $r_0/\lambda\!\!\!^-$ ($r_0 \equiv e^2/mc^2$ — классический радиус излучателя, $\lambda\!\!\!^-$ — характерная длина волны).

Для аналитического описания характеристик рассматриваемого явления необходимо максимально упростить его математическую модель, сохранив при этом неизменной физическую сущность. С этой целью ниже мы будем считать выполненными следующие предположения:

1. Электродинамические свойства среды, в которой имеет место обмен энергией между полем и движущимися зарядами, меняются вдоль траектории этих зарядов однократно и скачкообразно (один переход между двумя однородными полубесконечными средами).

2. Обмен энергией стимулируют волны только тех поляризаций, которые содержатся в спектрах спонтанного переходного излучения соответствующих движущихся зарядов на тех же неоднородностях.

3. В отсутствие высокочастотных полей движущийся заряд пересекает границу раздела диэлектриков по нормали к поверхности этой границы слева направо.

4. Внешние волны регулярны (монохроматичны), характеризуются фиксированными фазами и падают на эту границу справа.

Совокупность этих предположений позволяет ограничиться рассмотрением процессов взаимодействия заряженных частиц (или их потоков) с полями регулярных E-волн, рассеиваемых в анизотропных (негиротропных) диэлектрических средах со ступенчатыми неоднородностями параметров. Интенсивность соответствующего обмена энергией движущегося заряда с полем линейна по амплитуде поля, а знак эффекта существенно зависит от фазы этого поля [7]. Полученные таким путем результаты в ряде случаев могут быть использованы для вычисления среднеквадратичных характеристик в полях со случайными фазами. Например, диэлектрическая проницаемость среды, вычисленная по регулярному полю, согласно теореме Каллена — Вельтона (см. [7,28]) однозначно определяет и флуктуации полей в этой среде.

Итак, пусть заряд q с массой m движется вдоль положительного направления оси z в среде, заполненной прозрачным кусочно-однородным анизотропным диэлектриком ($\hat{\varepsilon}^- \equiv \hat{\varepsilon}\ (z<0) \neq \hat{\varepsilon}^+ \equiv \hat{\varepsilon}\ (z>0)$), в поле плоской E-волны, приходящей из плюс бесконечности. Вдали от границы ($z\to -\infty$), где поле излучения отсутствует, заряд имеет скорость V_0. Диэлектрики $\hat{\varepsilon}^\pm$ считаем прозрачными для движущегося заряда. Наиболее полно перечисленные выше условия могут быть реализованы в плазме со ступенчато-неоднородной плотностью, помещенной в сильное внешнее магнитное поле, параллельное траектории заряда. В этом случае тензор $\hat{\varepsilon}$ имеет особенно простой вид [4,6]:

$$\hat{\varepsilon} = \begin{pmatrix} \varepsilon_\perp & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_\perp & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_\parallel \end{pmatrix}, \quad \begin{array}{l} \varepsilon_\perp^\pm = 1, \quad \varepsilon_\parallel^\pm = 1 - \dfrac{\omega_{p\pm}^2}{\omega^2} \\ \omega_{p\pm}^2 \equiv \dfrac{4\pi e^2}{m} n_p\ (z \gtrless 0). \end{array}$$

Такая плазма используется в эксперименте как для транспортировки интенсивных потоков заряженных частиц, так и в качестве замедляющей среды, обеспечивающей синхронизм частиц пучка с излучаемым (поглощаемым) ими излучением [3-5,10,14,17,47,48]. Именно по этим причинам мы останавливаемся ниже на рассмотрении анизотропного диэлектрика; переход к соответствующему изотропному диэлектрику тривиален (необходимое ослабление ионизационных потерь может быть обеспечено с помощью канала, радиус которого R должен быть большим по сравнению с характерным размером Λ области локализации поляризационных полей диэлектрика: $R \gg \Lambda$).

Распределение поля волны в системе определяется известными формулами

$$H_y(x,\ z,\ t) = H_0 \exp(-i\omega t + ik_\perp x) \begin{cases} \exp(-ik_+ z) + R_{\mathrm{E}} \exp(ik_+ z), & z>0, \\ T_{\mathrm{E}} \exp(-ik_- z), & z<0, \end{cases} \tag{1а}$$

$$E_x = -\frac{i}{k_0 \varepsilon_\perp} \frac{\partial H_y}{\partial z}, \quad E_z = \frac{k_\perp}{k_0 \varepsilon_\parallel} H_y,$$
$$k_\pm^2 = \left(k_0^2 - \frac{k_\perp^2}{\varepsilon_\parallel^\pm}\right) \varepsilon_\perp^\pm, \quad \operatorname{Im} k_\pm > 0, \quad k_0 = \frac{\omega}{c}; \tag{1б}$$

здесь символами R_{E} и T_{E} обозначены френелевские коэффициенты отражения и прохождения соответственно для E-волны:

$$R_{\mathrm{E}} = \frac{k_+\varepsilon_\perp^- - k_-\varepsilon_\perp^+}{k_+\varepsilon_\perp^- + k_-\varepsilon_\perp^+}, \quad T_{\mathrm{E}} = \frac{2k_+\varepsilon_\perp^-}{k_+\varepsilon_\perp^- + k_-\varepsilon_\perp^+}. \tag{1в}$$

Вынужденное полем (1) изменение энергии заряда $\Delta\mathscr{E}^{\text{и}}(\tau,\ t_0)$ после прохождения через неоднородность следует из первого интеграла лагранжевого уравнения движения этого заряда

$$\frac{\partial \mathbf{V}_{\text{л}}}{\partial \tau}(\tau,\ t_0) = \frac{q}{m}\left\{\mathbf{E}(\tau,\ t_0) + \frac{1}{c}[\mathbf{V}_{\text{л}}(\tau,\ t_0),\ \mathbf{H}(\tau,\ t_0)]\right\}, \tag{2}$$

$\mathbf{V}_л(\tau, t_0)$ — искомая скорость частицы на траектории, определяемой значениями полей (1) на этой траектории с начальным условием $\mathbf{V}_л(\tau = -\infty, t_0) = \mathbf{V}_0$ и граничным условием $\mathbf{V}_л(\tau = +0, t_0) = \mathbf{V}_л(\tau = -0, t_0)$ ($\tau \equiv t - t_0$ — собственное время заряда, t_0 — эйлеров момент времени пролета этого заряда через неоднородность — плоскость $z = 0$). Интегрируя (2) в первом приближении по малому параметру взаимодействия $\mu \equiv qE_0k_+ [m(\omega - k_+ V_0)^2]^{-1} \ll 1$, находим скорость $\mathbf{V}_л(\tau, t_0)$, а с ней и изменение энергии $\Delta\mathscr{E}^и$:

$$\Delta\mathscr{E}^и(\tau > 0, t_0) \equiv \frac{m}{2}[\mathbf{V}_л(\tau > 0, t_0) - \mathbf{V}_0]^2 = \Delta\mathscr{E}^и_{пад}(\tau, t_0) + \Delta\mathscr{E}^и_{отр}(\tau, t_0) + \Delta\mathscr{E}^и_{пер}(t_0), \qquad (3)$$

где введены обозначения:

$$\Delta\mathscr{E}^и_{пад}(\tau, t_0, k_+) \equiv qE_0L_+ \frac{|\omega_-(k_+)|}{\omega_+(k_+)} \cos[\omega_+(k_+)\tau + \omega t_0], \qquad (3а)$$

$$\Delta\mathscr{E}^и_{отр}(\tau, t_0, k_+) \equiv R_E \Delta\mathscr{E}^и_{пад}(\tau, t_0, -k_+), \qquad (3б)$$

$$\Delta\mathscr{E}^и_{пер}(t_0) \equiv -qE_0L_+T_E \frac{\omega|\omega_-(k_+)|\cos\omega t_0}{\omega_+(k_+)\,\omega_-(k_+)\,\omega_+(k_-)} \times \left[\omega(1 - \beta_0^2\varepsilon_\perp^+)(\varepsilon_\parallel^- - \varepsilon_\parallel^+) + k_-V_0\varepsilon_\parallel^-\left(1 - \frac{\varepsilon_\perp^+}{\varepsilon_\perp^-}\right)\right], \qquad (3в)$$

$$\omega_\pm(k_\alpha) \equiv \omega \pm k_\alpha V_0, \quad \beta_0 \equiv \frac{V_0}{c}, \quad L_+ \equiv \frac{V_0}{|\omega_-(k_+)|},$$

$E_0 \equiv k_\perp H_0/k_0\varepsilon_\parallel^+$ — амплитуда нормальной к поверхности границы компоненты электрического поля падающей волны.

Динамика формирования стимулированного полем (1) изменения энергии заряда особенно наглядна в случае, когда левая среда является проводником ($\varepsilon^- < 0$, $|\varepsilon_\parallel^-| \to \infty$):

$$\Delta\mathscr{E}^и_\infty(\tau, t_0) = qE_0L_+\left\{\frac{|\omega_-(k_+)|}{\omega_+(k_+)}\cos[\omega_+(k_+)\tau + \omega t_0] + \operatorname{sgn}\omega_-(k_+)\cos[\omega_-(k_+)\tau + \omega t_0] - \frac{2\omega}{\omega_+(k_+)}\cos\omega t_0\right\}. \qquad (4)$$

Отсюда видно, что возмущение энергии заряда полем волны нарастает от нуля на входе в диэлектрик ($\tau = 0$) до суммы двух осциллирующих и одного постоянного слагаемого при $\tau > L_+/V_0$. Для дальнейшего существенно, что характерное расстояние L_+, на котором происходит формирование постоянного слагаемого в правой части (4), в точности совпадает с длиной формирования поля спонтанного переходного излучения заданного тока, модулированного на частоте волны ω [35,32]: $L_+ \equiv V_0/|\omega_-(k_+)|$.

Перейдем к обсуждению физического смысла приведенных результатов.

Первые два слагаемых в правых частях (3) и (4) описывают колебания энергии частицы в полях падающей (+) и отраженной (—) волн соответственно. Такие колебания имели бы место и в безграничном диэлектрике при тех же полях (1). Последние слагаемые в (3) и (4) не зависят от времени, вследствие чего они описывают изменение кинетической энергии заряда после прохождения его через неоднородность.

Физическое происхождение такого изменения определяется его зависимостью от параметров частицы, поля и среды.

Так, линейная зависимость от амплитуды поля и заряда частицы, а также зависимость от фазы поля $\varphi = \omega t_0$, указывают на то, что эти не зависящие от времени τ слагаемые описывают стимулированное полем (1) изменение энергии заряда [7].

Кроме того, по целому ряду признаков, а именно:

а) обращение в нуль при стремлении к нулю разности диэлектрических проницаемостей (см. (3в));

б) отсутствие характерного для черенковского взаимодействия синхронизма заряда с полем волны как необходимого условия обмена энергией;

в) отсутствие зависимости от массы заряда (см. [33]);

г) совпадение характерного размера области формирования потерь с длиной L_+ формирования поля спонтанного переходного излучения модулированного тока; эту часть потерь энергии заряда следует считать обусловленной переходным взаимодействием его с полем волны.

Таким образом, по совокупности всех перечисленных выше признаков рассматриваемый обмен энергией заряда с полем волны следует считать стимулированным переходным торможением ($\Delta\mathcal{E}^{\text{и}}_{\text{пер}} < 0$) или ускорением ($\Delta\mathcal{E}^{\text{и}}_{\text{пер}} > 0$).

Особо следует подчеркнуть то обстоятельство, что из закона сохранения энергии в системе следует увеличение энергии поля при торможении ($\Delta\mathcal{E}^{\text{и}}_{\text{пер}} < 0$) заряда и уменьшение — при ускорении ($\Delta\mathcal{E}^{\text{и}}_{\text{пер}} > 0$) заряда полем волны.

Физический механизм обмена энергией между пучком и полем в рассматриваемой системе помогает выяснить аналогия между движением заряда в поле одной только отраженной волны и вращением математического маятника. Эта аналогия основана на тождественности уравнений движения маятника и движения заряда в системе отсчета, связанной с волной:

$$\ddot{\psi} + \Omega^2 \sin\psi = 0, \quad \psi \equiv k_+ z - \omega\tau, \quad \Omega^2 \equiv \frac{qE_0 k_+}{m} \equiv \mu(\omega - k_+ V_0)^2. \tag{4а}$$

Как следует из этого уравнения, при $\mu \ll 1$ процессы стимулированного полем торможения и ускорения заряда периодически сменяют друг друга (соответствующий маятник вращается вокруг точки подвеса без изменения знака направления вращения). Чтобы результат такого обмена был конечным, необходимо «выключить» поле в момент, когда вынужденное полем изменение кинетической энергии заряда (маятника) достигло минимума или максимума. В ускорителях ионов эта задача решается применением трубок дрейфа [36]; в пучковых генераторах микрорадиоволн — путем ограничения области концентрации поля [37]. На этом же принципе основаны эффекты взаимодействия движущихся зарядов с периодически неоднородными диэлектрическими средами [38,39], а также эффекты дифракционного излучения на периодических неоднородностях границ (типа эффекта Смита — Парселла; см. [31]).

Наиболее существенным для рассматриваемого нами вопроса является то обстоятельство, что экранировка поля, необходимая для реализации эффективного обмена энергией между движущимся зарядом и полем, может быть обеспечена только за счет нарушения пространственной однородности электродинамических свойств среды. В случае математического маятника и заряда в поле отраженной волны, описываемых уравнением (4а), эта неоднородность обеспечивается начальными условиями. При этом невозмущенная полем энергия заряда $mV_0^2/2$ и фаза влета его в поле φ аналогичны энергии начального толчка и начальной фазе колебаний маятника соответственно, а стимулированные переходное торможение и ускорение (2а) аналогичны добавочной средней кинетической энергии, которую маятник приобретает за счет (положительного или отрицательного) подъема над горизонтальной плоскостью, проходящей через ось вращения. Такая аналогия позволяет, в частности, объяснить, почему максимум амплитуды стимулированного полем (1) переходного изменения средней энергии заряда достигается при фазах влета, кратных π: именно в этом случае приращение энергии заряда до изменения знака этого поля максимально:

$$m\frac{\partial V}{\partial\tau}=qE_0\sin\left[\omega_-(k_+)\,\tau\right],\qquad V\left(\tau=\frac{\pi}{|\omega_-(k_+)|}\right)-V(0)=\frac{2qE_0}{m\omega_-(k_+)}.$$

Для маятника такие начальные условия соответствуют началу движения из верхнего или нижнего положения равновесия, когда максимальна амплитуда высоты его подъема над горизонтальной плоскостью, проходящей через ось вращения.

В заключение настоящего раздела необходимо заметить, что в правой части уравнения (2) мы практически не учитывали влияния полей спонтанного переходного излучения на движение заряда в поле внешней волны (1). Такое приближение соответствует предположению о том, что эффекты, обусловленные спонтанным излучением (в том числе и перенормировка массы заряда [32]), пропорциональные q^2, являются малыми по сравнению с эффектами стимулированного взаимодействия заряда с внешним полем, которые пропорциональны qE_0L_+.

3. ИНДУЦИРОВАННОЕ ПЕРЕХОДНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ НЕМОДУЛИРОВАННОГО ПУЧКА ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ

Целью данного раздела является вычисление и анализ выражения индуцированного внешним френелевским полем (1) среднего по времени потока энергии излучения $\delta P_{\text{в}}^{\text{и}}$ немодулированного пучка, пересекающего резкую границу раздела двух сред.

Периодическая зависимость знака стимулированных полем (1) переходных потерь энергии заряда от фазы поля в момент пересечения неоднородности ωt_0 указывает на то, что при прохождении через ту же границу немодулированного пучка его частицы, отличающиеся фазами пролета, будут тормозиться или ускоряться полем (1), аналогично тому, как это имеет место при сосредоточенной группировке типа сеточной или клистронной. В результате этого после прохождения неоднородности пучок окажется промодулированным по плотности, а поле отраженной от неоднородности волны — усиленным или ослабленным стимулированным этим полем переходным излучением частиц пучка. Количественное аналитическое описание зависимости интенсивности модуляции пучка от внешних параметров системы (амплитуды и частоты поля, тока и энергии пучка, а также величины скачка диэлектрической постоянной среды) дает анализ следующей упрощенной физической модели такого модулятора.

Однородный по плотности N_0 моноэнергетический пучок заряженных частиц с равновесной скоростью V_0 проходит вдоль оси кусочно-однородного анизотропного диэлектрика вдоль сильного внешнего магнитного поля (наличие сильного магнитного поля позволяет не учитывать действующих на пучок поперечных отклоняющих сил и ограничиться рассмотрением одномерного движения частиц пучка вдоль этого поля). Среда заполнена прозрачным для частиц пучка анизотропным диэлектриком, диэлектрические свойства которого терпят скачок в плоскости $z=0$. Пучок приходит к этой плоскости слева, а модулирующая E-волна (1) — справа.

Интенсивность обмена энергией между пучком и полем в рассматриваемой системе характеризует поток энергии, отбираемой полем у пучка.

В принципе этот поток можно вычислить суммированием потерь энергии каждой из частиц пучка, то есть усреднением этих потерь по фазам влета $\varphi = \omega t_0$ частиц пучка в правую среду (см. приложение 1). При малых токах пучка ($N_0 \to 0$) более просто воспользоваться для этой цели методом заданного поля и описывать влияние этого поля на пучок гидродинамическими (эйлеровыми) переменными для частиц пучка. Действительно, в этих условиях влияние пучка на поле волны несущественно и его можно считать таким же, как и в отсутствие пучка (см. (1)). Соответствующее выражение для среднего по периоду поля потока энергии индуцированного внешним полем (1) излучения частиц пучка, определяемого работой поля (1) над потоком заряженных частиц, в общем случае является сложной функцией параметров системы (см. приложение 2). При этом, независимо от конкретных значений указанных параметров, интенсивность обмена энергией между пучком и полем тождественно равна нулю в том полупространстве, из которого выходит пучок, пропорциональна плотности энергии поля и плотности потока частиц пучка, обращается в нуль при стремлении к нулю скачка $\hat{\varepsilon}$, а также зависит от расстояния, пройденного пучком после скачка ($z = 0$):

$$\delta P_{\text{b}}^{\text{и}}(z) \equiv \frac{1}{2}\left\langle \operatorname{Re}\left\{-\int\limits_{-\infty}^{z} dz' j_z(x,\ z',\ t)\,\tilde{E}_z^*(x,\ z',\ t)\right\}\right\rangle =$$

$$= N_0 V_0 P_0 \begin{cases} 0, & z < 0, \\ F(z), & z > 0; \end{cases} \qquad (4б)$$

здесь $\tilde{E}_z$— продольная компонента поля волны (1), j_z — стимулированное ею возмущение тока пучка, P_0 — плотность потока энергии падающей волны

$$2P_0 = \frac{c}{4\pi} \operatorname{Re}\,[\tilde{\mathbf{E}},\ \tilde{\mathbf{H}}^*]_z = \frac{k_+ c}{4\pi k_0 \varepsilon_\perp^+} |H_0|^2,$$

$F(z)$ — сложная функция координаты z (см. приложение 2).

Наиболее простой и наглядный вид правая часть (4б) принимает в случае, когда левая среда ($z < 0$) является проводником ($|\varepsilon_\parallel^-| \to \infty$, $\varepsilon_\parallel^- < 0$), а скорость частиц пучка V_0 сравнима с фазовой скоростью отраженной волны ($|\Delta_-| \ll \Delta_+$), так что взаимодействие с ней пучка становится определяющим:

$$\delta P_{\text{b}}^{\text{и}}(z) = \frac{k_\perp \omega_{\text{b}}^2 \varepsilon_\perp^+}{V_0^2 \varepsilon_\parallel^+ k_+} P_0 \left\{\frac{d}{d\Delta_-}\left[\frac{1-\cos\Delta_- z}{\Delta_-^2}\right]\right\}, \quad \Delta_\pm \equiv k_\pm - k_{\text{b}}, \quad k_{\text{b}} \equiv \frac{\omega}{V_0}; \qquad (4в)$$

здесь ω_{b} — плазменная частота пучка: $\omega_{\text{b}}^2 \equiv 4\pi q^2 N_0/m$.

Как видно из (4в), стимулированный обмен энергией немодулированного потока с полем встречной волны меняет знак, проходя через нуль, в точке черенковского синхронизма частиц пучка с этой волной ($\Delta_- = 0$). Как функция координаты z, соответствующие потери энергии частиц пучка осциллируют, линейно нарастая по амплитуде, с характерным периодом порядка длины формирования поля спонтанного излучения тока, модулированного на частоте волны ω: $L_+ \equiv |\Delta_-|^{-1}$.

Следует отметить, что метод заданного поля был предложен более сорока лет назад в работе [40], где для пучкового инкремента аксиально-однородного типа колебаний резонатора впервые было получено выражение, пропорциональное правой части (4в). Сегодня метод заданного поля широко используется в теоретической электронике сверхвысоких частот и приводит к выражениям для пучковой проводимости резонатора с проводящими стенками, пропорциональным правой части (4в) [18,20,22,41].

Вместе с тем вопрос о физических процессах, лежащих в основе описываемого формулой (4в) обмена энергией между пучком и полем, до сих пор практически не был рассмотрен. Анализ этого вопроса на основе приведенных выше результатов позволяет однозначно интерпретировать определяемый формулой (4в) поток $\delta P_{\mathrm{b}}^{\text{и}}(z)$ как результат индуцированного переходного взаимодействия частиц пучка с полем.

В самом деле, из (4в) следует, что рассматриваемое взаимодействие пучка с полем имеет место при произвольных значениях параметров $\hat{\varepsilon}^{\pm}$, в том числе и при отсутствии условий черенковского излучения частиц пучка в каждом из однородных полупространств ($z \gtrless 0$). Это означает, что рассматриваемое взаимодействие не является черенковским (более подробно этот вопрос рассматривается в п. 4).

Кроме того, интенсивность этого взаимодействия обращается в нуль при стремлении к нулю либо разности $\hat{\varepsilon}^{+} - \hat{\varepsilon}^{-}$ (то есть при $R_{\mathrm{E}} \to 0$), либо потока энергии падающей волны P_0.

Далее, независимо от параметров скачка $\hat{\varepsilon}$ и волны, эта интенсивность тождественно равна нулю в области $z < 0$, где неоднородность среды отсутствует (см. приложение 2).

Помимо этого, элементарный механизм модуляции пучка полем волны, приводящий к отличному от нуля взаимодействию (4в), однозначно связан с торможением и ускорением частиц пучка полем (1). Этот вывод следует из анализа происхождения отдельных слагаемых правой части (4в) методом переменных Лагранжа (см. приложение 1): единственными источниками пучкового вклада в изменение потока энергии отраженной волны в этих условиях оказываются именно те возмущения траекторий частиц пучка полем (1), которые, как и (3в), обусловлены наличием неоднородности среды (начальными условиями для траекторий частиц пучка в плоскости $z = 0$).

Наконец, в точке черенковского резонанса в правом полупространстве ($z > 0$, $\Delta_{-} = 0$), где интенсивность черенковского взаимодействия индивидуального заряда с полем отраженной волны максимальна, правая часть (4в) обращается в нуль; это означает, что черенковское взаимодействие пучка с полем (1) в рассматриваемых условиях не имеет места.

Таким образом, совокупность перечисленных выше свойств рассматриваемого обмена энергией между пучком и полем позволяет однозначно определить его как результат индуцированного переходного взаимодействия пучка с полем регулярной волны.

Свидетельством достоверности этого вывода является наличие взаимосвязи между пространственным распределением и интенсивностью индуцированного переходного излучения немодулированного пучка (4в) и соответствующими характеристиками спонтанного переходного излучения заданного модулированного тока

$$j_z(x, z, t) = j_0 \exp(-i\omega t, +ik_{\mathrm{b}} z + ik_{\perp} x) \tag{5а}$$

той же интенсивности ($j_0 \equiv qN_0V_0$) на той же неоднородности среды.

Действительно, плотность потока энергии поля, возбуждаемого током (5а), имеет вид

$$2\delta P_{\mathrm{b}}^{\text{сп}}(z) \equiv \mathrm{Re}\left\langle -\int_0^z j_z E_z^* \, \mathrm{d}z' \right\rangle = 4\pi j_0^2 \frac{\varepsilon_{\perp}^{+} k_{\mathrm{b}} k_{\perp}^2}{\varepsilon_{\parallel}^{+} k_{+}\omega (k_{+} + k_{\mathrm{b}})} \cdot \frac{1 - \cos(k_{+} - k_{\mathrm{b}}) z}{(k_{+} - k_{\mathrm{b}})^2}, \tag{5б}$$

где E_z — полное поле тока (5а) в области $z > 0$.

Отсюда следует, что правые части (4в) и (5б) связаны между собой соотношением

$$\delta P_{\flat}^{\text{и}} = k_{\flat}\left[\frac{d}{d\Delta_-}\,\delta P_{\flat}^{\text{сп}}\right]\frac{H_0^2 \operatorname{sgn} \varepsilon_{\parallel}^{+}}{2\pi\beta_0^2 N_0 m V_0^2}\,. \tag{6а}$$

Разделив обе части последней формулы на плотность потока частиц пучка (N_0V_0), получим соотношение между индуцированными и спонтанными потерями энергии индивидуального заряда в рассматриваемых условиях:

$$\delta\mathscr{E}_1^{\text{и}} = \frac{\delta P_{\flat}^{\text{и}}}{N_0V_0} = \frac{H_0^2 k_{\flat}}{2\pi\beta_0^2 N_0 m V_0^2}\left[\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\Delta_-}(\delta\mathscr{E}_1^{\text{сп}})\right], \quad \delta\mathscr{E}_1^{\text{сп}} \equiv \frac{\delta P_{\flat}^{\text{сп}}}{N_0V_0}\,. \tag{6б}$$

Безразмерный множитель в правой части последней формулы в рассматриваемом приближении $(N_0 \to 0)$ оказывается существенно большим единицы ($H_0^2 \gg 2\pi N_0 m V_0^2$; ср. [42]), откуда следует, что интенсивность индуцированного излучения отдельного заряда (при равных плотностях потоков) значительно больше интенсивности его спонтанного излучения.

Таким образом, благодаря переходному взаимодействию каждой частицы с полем внешней регулярной волны, описываемому изменением энергии $\Delta\mathscr{E}_{\text{пер}}^{\text{и}}$ при наличии скачка диэлектрической проницаемости, первоначально немодулированный поток заряженных частиц, проходящий через этот скачок, приобретает возмущения равновесных плотности N_0 и скорости V_0, которые и обеспечивают отличное от нуля среднее значение потока энергии индуцированного излучения (поглощения) этого потока справа от скачка (выражения (4б) и в упрощенном варианте (4в)). Приходящиеся на одну частицу индуцированные потери при этом значительно больше спонтанных при равных равновесных потоках N_0V_0.

Два подхода к вычислению этих потерь — суммирование переходных потерь энергии индивидуальных зарядов $\Delta\mathscr{E}_{\text{пер}}^{\text{и}}$ (в переменных Лагранжа) и вычисление работы поля над потоком частиц, пересекающим ту же границу раздела двух сред (в переменных Эйлера) приводят к одному и тому же результату.

4. ВЗАИМНОЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЕ РЕГУЛЯРНЫХ ВОЛН НА СТУПЕНЧАТОЙ НЕОДНОРОДНОСТИ ДИЭЛЕКТРИКА В ПРИСУТСТВИИ ПОТОКА ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ

Поток энергии индуцированного переходного излучения частиц пучка (4в), определяемый работой поля над пучком, линейно растет с координатой z. Это означает, что предположение о малости влияния пучка на поле (1), на котором основан вывод формулы (4в), справедливо только на относительно малых расстояниях от скачка, ограниченных неравенством $|F(z)| \ll 1$. Для последовательного описания взаимодействия пучка с полем встречной волны во всей области $z > 0$ в рассматриваемой задаче необходимо отказаться от метода заданного поля. Поэтому целью настоящего раздела является получение выражения для потока энергии переходного излучения первоначально немодулированного пучка при учете взаимного влияния пучка и поля как падающей встречной пучку волны, так и полей волн, возбуждаемых на неоднородности, т. е. получение указанного выражения на основе самосогласованной теории. Самосогласованная теория позволяет отказаться от предположения о малости равновесного потока частиц $(N_0 \to 0)$, учесть на языке волн высокочастотные поляризационные поля этого потока (коллективные поля сгустков, образованных частицами пучка), а также учесть возможность черенковского усиления этих полей в объеме среды. Кроме того, самосогласованная теория позволяет установить пределы применимости приближения заданного (не изменяемого пучком) поля внешней волны. Такой более общий подход, основанный на самосогласованном описании динамики взаимодействия поля излучения с моноэнергетическим потоком заряженных частиц, состоит в следующем.

В каждом из пространственно-однородных участков среды решения самосогласованной системы уравнений движения — уравнения непрерывности для частиц пучка и уравнений Максвелла для поля представим в виде суперпозиции плоских волн типа

$$E_x(x, z, t) = \sum_{\alpha=1}^{4} E_\alpha \exp\left[-i\omega t + ik_\alpha(\omega) z + ik_\perp x\right]. \tag{7а}$$

Продольные волновые числа этих волн $k_\alpha(\omega)$ находим из условий отсутствия тривиальных решений системы алгебраических уравнений для коэффициентов E_α, получающейся из исходной системы уравнений для каждого диэлектрика. В рассматриваемом случае анизотропного диэлектрика и замагниченного пучка это уравнение для k_α

$$k_\perp^2 = (k_0^2\varepsilon_\perp - k_\alpha^2)\left[\frac{\varepsilon_\parallel}{\varepsilon_\perp} - \frac{\omega_b^2}{\varepsilon_\perp(\omega - k_\alpha V_0)^2}\right] \tag{7б}$$

имеет четыре решения (при каждом фиксированном $k_\perp$). Два из них при стремлении к нулю плотности пучка ($\omega_b^2 \to 0$) стремятся к константе $k_b = \omega/V_0$ и описывают волны плотности заряда пучка. Остальные два решения соответствуют квазипоперечным волнам системы (модифицированным наличием пучка), которые могут существовать и при отсутствии пучка.

В такой самосогласованной постановке каждая из парциальных волн (7а) распространяется вдоль однородного диэлектрика независимо от других. Взаимодействие между этими волнами может иметь место только при наличии неоднородности, на которой происходит неупругое рассеяние этих волн. Такое рассеяние приводит к преобразованию волн, приходящих к неоднородности, в волны, уходящие от этой неоднородности. Определение интенсивности рассеяния сводится к расчету амплитуд уходящих от неоднородности волн по известным амплитудам приходящих [20]. При малых токах пучка волны плотности заряда могут распространяться только вдоль потока частиц пучка [43]. Поэтому пучковые волны в нашей задаче являются приходящими в левом полубесконечном диэлектрике ($z < 0$) и уходящими — в правом ($z > 0$).

Аналитические расчеты амплитуд уходящих от скачка собственных волн системы наиболее просты в предельном случае, когда левый диэлектрик ($z < 0$) является проводником ($|\hat{\varepsilon}^-| \to \infty$), правый заполнен замагниченной плазмой ($\varepsilon_\perp^+ = 1$, $\varepsilon_\parallel^+ = 1 - (\omega_p^2/\omega^2)$, а параметры системы в целом таковы, что черенковское усиление медленной волны плотности заряда в объеме диэлектрика отсутствует ($k_b < k_+ \equiv k_\perp \sqrt{\varepsilon_\perp^+/|\varepsilon_\parallel^+|}$). В этом случае все собственные волны системы являются распространяющимися ($\operatorname{Im} k_\alpha = 0$), а их амплитуды однозначно определяются граничными условиями на торце $z = 0$. Эти условия состоят в требовании обращения в нуль тангенциальной компоненты полного электрического поля ($E_x = 0$), а также стимулированных высокочастотными полями возмущений плотности и скорости пучка ($\tilde{N} \equiv N - N_0 = \tilde{V} \equiv V - V_0 = 0$). Все названные величины легко могут быть найдены по заданной одной из них из исходной системы уравнений, например, по амплитуде магнитного поля падающей волны H_0:

$$H_y(x,\ z>0,\ t) = H_0 \exp(-i\omega t + ik_\perp x) \times$$
$$\times \left\{\exp(ik_4 z) + \sum_{\alpha=1}^{3} S_{\alpha 4} \exp(ik_\alpha z)\right\}; \qquad (7в)$$

здесь $k_\alpha(\omega)$ — решения уравнения объема (7б), а именно, быстрая волна плотности заряда ($\alpha = 1$), медленная волна плотности заряда ($\alpha = 2$), прямая электромагнитная волна ($\alpha = 3$) и встречная электромагнитная волна ($\alpha = 4$), которая в данном случае является падающей. Компоненты $S_{\alpha 4}$ матрицы рассеяния встречной волны (4) на торце волновода, где пучок входит в область взаимодействия, определенные из граничных условий на этом торце, и соответствующее общее выражение для потока энергии отраженных волн приведены в приложении 3.

В предельном случае малых токов пучка асимптотики этих матриц равны ($\varepsilon_\parallel^+ \equiv \varepsilon_\parallel,\ \varepsilon_\perp^+ \equiv \varepsilon_\perp$)

$$\underset{l=1,\,2}{S_{l4}} = -(-1)^l \Omega_в \Gamma^{1/2} \frac{\varepsilon_\perp \beta_0^2 k_\perp^2}{\varepsilon_\parallel k_0^2 (1-\beta_0^2\varepsilon_\perp)(1-\beta_0^2\varepsilon_\perp C^2)} \times$$
$$\times \left\{1 - (-1)^l \frac{2\Omega_в \varepsilon_\parallel \Gamma^{3/2}}{1-\beta_0^2\varepsilon_\perp} - (-1)^l \frac{\Omega_в \Gamma^{1/2}(1+\beta_0^2\varepsilon_\perp C^2)}{1-\beta_0^2\varepsilon_\perp C^2}\right\}, \qquad (8а)$$

$$S_{34} = 1 + \frac{2\Omega_в^2 k_\perp^2 \beta_0 \sqrt{\varepsilon_\perp}\, C}{\varepsilon_\parallel^2 k_0^2 (1-\beta_0^2\varepsilon_\perp C^2)} - \frac{4\Omega_в^2 (1-\varepsilon_\parallel \Gamma)(1+\beta_0^2\varepsilon_\perp C^2)}{\varepsilon_\parallel \beta_0 \sqrt{\varepsilon_\perp}\, C (1-\beta_0^2\varepsilon_\perp C^2)}, \qquad (8б)$$

$$\Omega_в^2 \equiv \frac{4\pi q^2 N_0}{m_\parallel \omega^2}, \quad m_\parallel \equiv \frac{m}{(1-\beta_0^2)^{3/2}}, \quad C^2 \equiv 1 - \frac{k_\perp^2}{k_0^2 \varepsilon_\parallel}, \qquad (8в)$$
$$\Gamma \equiv \left[\varepsilon_\parallel + \frac{k_\perp^2 \beta_0^2 \varepsilon_\perp}{k_0^2 (1-\beta_0^2\varepsilon_\perp)}\right]^{-1}.$$

Асимптотическое выражение для потока энергии переходного излучения пучка при малых токах имеет вид

$$\delta P_в^и = P_0 \left\{8\Omega_в^2 |\varepsilon_\parallel|^{3/2} \sqrt{\varepsilon_\perp}\, \Gamma^3 \frac{k_\perp V_0}{\omega} \left(1 + \frac{\varepsilon_\perp k_\perp^2 V_0^2}{|\varepsilon_\parallel| \omega^2}\right) \times\right.$$
$$\left.\times (1 - \cos\theta_t \cos\theta_l) + 4\Omega_в \Gamma^{3/2} \sqrt{\varepsilon_\perp |\varepsilon_\parallel|}\, \frac{k_\perp V_0}{\omega} \sin\theta_t \sin\theta_l\right\}, \qquad (9)$$
$$\theta_t \equiv \left(k_в - \frac{\omega}{c}\sqrt{\varepsilon_\perp}\, C\right) z, \quad \theta_l \equiv k_в z \Omega_в \Gamma^{1/2}.$$

На малых расстояниях от границы ($\theta_l \ll 1$) это выражение полностью совпадает с соответствующим результатом (4в), полученным методом заданного поля. Отсюда следует, что метод заданного поля применим в области малых расстояний от границы $z \ll L_+ \equiv V_0^2/\omega^2\Omega_b \sqrt{|\varepsilon_\parallel| \Delta_+ |\Delta_-|}$, где частицы пучка еще не участвуют в колебательном движении под действием сил кулоновского заряда пучка. На больших расстояниях от этой границы следует учитывать эти колебания, для последовательного описания которых необходим самосогласованный подход.

Самосогласованная теория доказывает также, что рассматриваемый нами коллективный процесс трансформации встречной волны на неоднородности неравновесного диэлектрика с пучком принципиально отличается от черенковского усиления волн плотности заряда в объеме этого диэлектрика. Для того чтобы убедиться в этом, достаточно сопоставить условия, обеспечивающие объемное черенковское и поверхностное переходное усиление поля в рассматриваемой системе. В самом деле, как следует из самосогласованного уравнения спектра (7б), в простейшем нерелятивистском случае ($\beta_0^2\varepsilon_\perp \ll 1$) черенковское усиление медленной волны плотности заряда ($l = 2$) имеет место в области $V_0 < V_+ \equiv \omega/k_+$,

$$(\omega - k_2V_0)^2 = \frac{\omega_B^2 k_+^2 k_B^2}{k_\perp^2 \varepsilon_\perp (k_+^2 - k_B^2)} < 0, \tag{10}$$

и отсутствует ($(\omega_B - k_2V_0)^2 > 0$) в области $V_0 > V_+$. Результат переходного взаимодействия пучка с полем встречной волны в окрестности первого максимума правых частей (4в) и (9) ($z \approx z_1 \equiv 4{,}5L_+$) в тех же условиях оказывается полностью противоположным: усиление ($\delta P_б^и > 0$) наблюдается при $V_0 > V_+$.

Таким образом, условия объемного черенковского и поверхностного переходного усиления поля пучком оказываются несовместимыми *), откуда следует, что индуцированное черенковское взаимодействие поля с пучком не может быть ответственным за увеличение потока энергии поля встречной волны, описываемое формулами (4б) и (9).

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Как следует из приведенного рассмотрения, область практического использования переходного взаимодействия достаточно широка **). В частности, это взаимодействие ответственно за самовозбуждение тех автоколебательных систем [20,24,40,41,46], где имеет место ввод и вывод пучка в область взаимодействия его с электромагнитным полем — резонансную полость. С точки зрения возможности генерации пучком высокочастотных полей на основе переходного излучения эта полость выполняет следующие важнейшие функции:

а) на входе в нее осуществляется модуляция пучка полем встречной волны за счет рассмотренного выше индуцированного переходного взаимодействия — осуществляется обратная связь пучка с полем;

б) на выходе из полости происходит увеличение амплитуды поля спонтанным переходным излучением сгустков, образованных частицами пучка при выполнении условий, когда указанная выше обратная связь положительна;

в) в объеме полости происходит накопление энергии поля за счет когерентного сложения полей излучения большого числа пролетающих сгустков пучка.

Перечисленные процессы приводят к самовозбуждению колебаний в автогенераторах даже при отсутствии условий синхронизма пучка с полем излучения. Соответствующий инкремент пропорционален правой части (4в), (9). Особо следует подчеркнуть, что инкременты абсолютных неустойчивостей, обусловленных переходным взаимодействием, линейно зависят от тока пучка в предельном случае малых токов, независимо от того, выполнены или нет условия черенковского синхронизма частиц пучка в объеме резонансной полости. И только когда размеры системы сравнимы с длиной черенковской релаксации пучка в безграничной системе, эти инкременты пропорциональны корню кубическому из тока пучка [24]. Как при наличии, так и в отсутствие указанного синхронизма инду-

---

*) Легко показать, что этот вывод справедлив и в случае изотропного диэлектрика, в котором черенковское усиление наблюдается в области $1 < \beta_0^2\varepsilon < 1 + k_\perp^2 V_0^2/\omega^2$, а поверхностное — при $\beta_0^2\varepsilon > 1 + k_\perp^2 V_0^2/\omega^2$.

**) По-видимому, в наиболее «чистом» виде эффект индуцированного переходного поглощения регулярного поля пучком наблюдался в экспериментах по модуляции пучка олем световых волн на тонких прозрачных диэлектрических пленках (см. [44, 45]).

цированное переходное взаимодействие пучка с полем на входном торце резонатора необходимо для осуществления обратной связи в автоколебательных системах [20,24,47]: без такого взаимодействия вынужденное излучение частиц пучка в объеме резонансной структуры приводит только к пространственному нарастанию (усилению) амплитуды поля соответствующей волны плотности заряда пучка *).

Таким образом, наряду с диагностикой релятивистских заряженных частиц [27-32] и диссипацией энергии волн конечной амплитуды в бесстолкновительной плазме [19,32], переходное излучение обеспечивает также коллективный обмен энергией между потоками заряженных частиц и электромагнитным излучением, приводящим к генерированию такого излучения.

Автор выражает признательность Б. М. Болотовскому, В. И. Курилко и Я. Б. Файнбергу за обсуждение результатов, а также благодарит В. Н. Цытовича за стимулирующие критические замечания по физическим аспектам рассматриваемой проблемы и тексту работы.

ПРИЛОЖЕНИЯ

1. МОЩНОСТЬ ПОТЕРЬ В ПЕРЕМЕННЫХ ЛАГРАНЖА

В эйлеровых переменных стимулированное полем (1) возмущение тока пучка в (4) определяется из гидродинамических уравнений движения и непрерывности для частиц пучка, которые в рассматриваемом случае (замагниченный пучок) имеют вид

$$\left.\begin{aligned} &-i\omega\widetilde{V}+V_0\frac{d\widetilde{V}}{dz}=\frac{q}{m}E_z,\\ &-i\omega\widetilde{N}+V_0\frac{d\widetilde{N}}{dz}+N_0\frac{d\widetilde{V}}{dz}=0. \end{aligned}\right\} \tag{П1.1}$$

Решая эти уравнения с условиями непрерывности на скачке диэлектрика ($z=0$) и нулевыми условиями при $z\to-\infty$, получим выражение для стимулированного полем возмущения плотности тока $j=q(N_0\widetilde{V}+V_0\widetilde{N})$:

$$\left.\begin{aligned} &j(z<0)=-\frac{q^2}{m}N_0\frac{k_\perp cH_0T_{\mathrm{E}}}{\varepsilon_\parallel^- V_0^2\Delta_+^2(k_-)}\exp(-i\omega t-ik_-z+ik_\perp x),\\ &j(z>0)=\frac{q^2}{m}N_0\frac{k_\perp cH_0}{\varepsilon_\parallel^+ V_0^2}\exp(-i\omega t+ik_{\mathrm{B}}z+ik_\perp x)\times\\ &\times\left\{-\frac{\varepsilon_\parallel^+}{\varepsilon_\parallel^-\Delta_+^2(k_-)}+\frac{1-\exp[-i\Delta_+(k_+)z]}{\Delta_+^2(k_+)}+R_{\mathrm{E}}\frac{1-\exp[-i\Delta_-(k_+)z]}{\Delta_-^2(k_+)}+\right.\\ &\qquad\left.+iz\left(\frac{\varepsilon_\parallel^+T_{\mathrm{E}}}{\varepsilon_\parallel^-\Delta_+(k_-)}-\frac{1}{\Delta_+(k_+)}-\frac{R_{\mathrm{E}}}{\Delta_-(k_+)}\right)\right\},\\ &\Delta_\pm(k_\alpha)\equiv k_{\mathrm{B}}\pm k_\alpha, \end{aligned}\right\} \tag{П1.2}$$

из которого следует приращение потока энергии поля (4в).

При лагранжевом описании пучка движение его частиц определяется уравнениями

$$\frac{\partial t}{\partial\tau}=1,\quad \frac{\partial\mathbf{R}_{\text{л}}}{\partial\tau}=\mathbf{V}_{\text{л}},\quad \frac{\partial\mathbf{V}_{\text{л}}}{\partial\tau}=\frac{q}{m}\left(\mathbf{E}+\frac{1}{c}[\mathbf{V}_{\text{л}},\mathbf{H}]\right), \tag{П1.3а}$$

*) Последнее утверждение относится только к автогенераторам со внешней инжекцией пучка. В пространственно-периодических потоках типа релятивистских колец в магнитном поле[48], абсолютные неустойчивости могут развиваться и без участия переходного излучения: обратная связь в них обеспечивается соответствующим индуцированным магнитотормозным поглощением поля излучения пучком в области взаимодействия[18, 25, 26].

которые представляют собой характеристики кинетического уравнения Власова (см. [50])

$$\frac{\partial f}{\partial t}+\mathbf{V}\frac{\partial f}{\partial \mathbf{r}}+\frac{q}{m}\left(\mathbf{E}+\frac{1}{c}[\mathbf{V},\mathbf{H}]\right)\frac{\partial f}{\partial \mathbf{V}}=0. \qquad (\text{П1.3б})$$

Траектории-характеристики отличаются друг от друга значениями входных параметров частиц пучка (моментов влета t_0, входных скоростей V_0, радиальных r_0 и азимутальных θ_0 координат). Полная совокупность таких характеристик описывает пучок, причем на каждой из них, согласно (П1.3б), сохраняется число частиц пучка:

$$\begin{gathered} \mathrm{d}n(\Phi_0)=J(\Phi_0)\,\mathrm{d}\Phi_0,\\ \mathrm{d}\Phi_0\equiv \mathrm{d}V_0\,\mathrm{d}t_0 r_0\,\mathrm{d}r_0\,\mathrm{d}\theta_0; \end{gathered} \qquad (\text{П1.3в})$$

здесь символом $J(\Phi_0)$ обозначена плотность потока частиц пучка на входе в область взаимодействия, заданная как функция входных параметров. Лагранжевыми траекториями частиц пучка (П1.3а) однозначно определена плотность его тока [50]

$$j(\mathbf{r},t)\equiv q\int v_{\parallel} f(v_{\parallel},\mathbf{r},t)\,\mathrm{d}v_{\parallel}=q\int v_{\parallel}\,dv_{\parallel}\int \mathrm{d}\Phi_0 J(\Phi_0)\,\delta(\mathbf{r}-\mathbf{R}_{\text{л}})\,\delta(\mathbf{V}-\dot{\mathbf{R}}_{\text{л}}). \qquad (\text{П1.4})$$

Подстановка этого тока в правую часть (4а) с учетом того, что в рассматриваемой нами задаче пучок моноэнергетичен и однороден в плоскости поперечного сечения,

$$J(\Phi_0)=j_0\delta(v_0-V_0), \qquad j_0\equiv qN_0V_0,$$

дает явную зависимость стимулированного полем приращения потока энергии излучения от скорости V_0 и плотности N_0 частиц пучка, а также моментов влета этих частиц в пространстве взаимодействия.

$$\delta P_{\text{в}}=-4\pi q j_0\frac{k_{\perp}H_0}{k_0\varepsilon_{\parallel}^{+}}\sin\omega t\int\limits_0^a r_0\,\mathrm{d}r_0 J_0(k_{\perp}r_0)\times \\ \times\int\limits_{t=(z/V_0)}^{t_0}\mathrm{d}t_0\{\Delta_{\text{л}}\cos k_+V_0\tau-k_+V_0\Delta_{\text{л}}\sin k_+V_0\tau\}; \qquad (\text{П1.5})$$

здесь символами $\Delta_{\text{л}}$ и $\dot{\Delta}_{\text{л}}$ обозначены стимулированное полем возмущение лагранжевой траектории частицы:

$$\Delta_{\text{л}}(r,V_0,t_0,\tau)\equiv\frac{qk_{\perp}H_0J_0(k_{\perp}r_0)}{mk_0\varepsilon_{\parallel}^{+}}\left\{\tau\left[\frac{1}{\omega_+(k_+)}+\frac{1}{\omega_-(k_+)}\right]\cos\omega t_0-\right. \\ \left.-\frac{\sin\omega_+(k_+)\tau}{\omega_+^2(k_+)}-\frac{\sin\omega_-(k_+)\tau}{\omega_-^2(k_+)}+\left[\frac{1-\cos\omega_+(k_+)\tau}{\omega_+^2(k_+)}+\frac{1-\cos\omega_-(k_+)\tau}{\omega_-^2(k_+)}\right]\sin\omega t_0\right\}, \qquad (\text{П1.6})$$

а также соответствующая скорость ($\dot{\Delta}_{\text{л}}\equiv\partial\Delta_{\text{л}}/\partial\tau$).

Интегрирование в правой части (П1.5) дает результат, совпадающий с вычисленным в гидродинамическом приближении (см. (4в)) в пределе плоской геометрии. Основное преимущество кинетического подхода в данном случае состоит в том, что в этой форме представления (4в) особенно отчетливо видна определяющая роль границы в обмене энергий между пучком и полем. В самом деле, отличный от нуля вклад в правую часть (П1.5) дают только те члены в (П1.6), которые обусловлены наличием границы. Так, линейно растущий с τ член в правой части (П1.6), описывающий смещение частицы пучка относительно фазы влета в результате индуцированного переходного взаимодействия ее с полем волны (см. п. 2), дает основной положительный вклад в поток (4в) — первое слагаемое ($\Delta_{-z}\sin\Delta_{-z}$) и половину второго ($1-\cos\Delta_{-z}$). Вторая половина слагаемого, пропорционального ($1-\cos\Delta_{-z}$) в (4в), происходит от не зависящих от τ слагаемых в правой части (П1.6). Что же касается осциллирующих со временем τ членов в (П1.6), описывающих колебания заряда в полях прямой и встречной волн в объеме диэлектрика, то они не дают вклада в выражение для среднего потока энергии индуцированного излучения частиц пучка.

2. ВЫЧИСЛЕНИЕ ПОТЕРЬ НЕМОДУЛИРОВАННОГО ПУЧКА НА СКАЧКЕ ПЛОТНОСТИ АНИЗОТРОПНОГО ДИЭЛЕКТРИКА В ПОЛЕ ФРЕНЕЛЕВОЙ E-ВОЛНЫ

Немодулированный пучок с равновесными значениями плотности N_0 и скорости V_0 пересекает границу двух полупространств анизотропных диэлектриков в поле волны (1). Вычислим индуцированные полем потери энергии частиц пучка в пренебрежении влиянием собственных поляризационных полей пучка на дисперсию и картину поля волны в случае малых значений тока пучка. Изменение потока энергии через единичную площадку определяется формулой (4б). Подставляя в нее плотность тока j из (П1.2), получим

$$\langle \delta P_{\text{в}}(z)\rangle = \begin{cases} 0, & z<0, \\ P_0 F(z), & z>0, \end{cases} \tag{П2.1}$$

где $F(z)$ имеет вид

$$F(z) = \frac{\varepsilon_{\perp}^{+} k_{\perp}^{2}\omega_{\text{в}}^{2}}{\varepsilon_{\parallel}^{+} k_{+} V_0^2}\left[\frac{\cos\Delta_+(k_+)z-1}{\Delta_+(k_+)}\left\{\frac{1}{\varepsilon_{\parallel}^{-}\Delta_{+}^{2}(k_-)}-\frac{1}{\varepsilon_{\parallel}^{+}\Delta_{+}^{2}(k_+)}+\right.\right.$$
$$\left.+\frac{R_{\text{E}}}{\varepsilon_{\parallel}^{+}\Delta_{-}^{2}(k_+)}+\frac{Q_{\text{E}}}{\varepsilon_{\parallel}^{+}\Delta_{-}^{2}(k_+)}\right\}+\frac{\cos\Delta_-(k_+)z-1}{\Delta_-(k_+)}R_{\text{E}}\times$$
$$\times\left\{\frac{1}{\varepsilon_{\parallel}^{-}\Delta_{+}^{2}(k_-)}+\frac{1}{\varepsilon_{\parallel}^{+}\Delta_{+}^{2}(k_+)}-\frac{R_{\text{E}}}{\varepsilon_{\parallel}^{+}\Delta_{-}^{2}(k_+)}+\frac{Q_{\text{E}}}{\varepsilon_{\parallel}^{+}\Delta_{-}(k_+)}\right\}+$$
$$+\frac{R_{\text{E}}(\cos 2k_+z-1)}{\varepsilon_{\parallel}^{+}\;2k_+}\left(\frac{1}{\Delta_{-}^{2}(k_+)}-\frac{1}{\Delta_{+}^{2}(k_+)}\right)+\frac{z\sin\Delta_+(k_+)z}{\varepsilon_{\parallel}^{+}\Delta_+(k_+)}Q_{\text{E}}+$$
$$\left.+\frac{z\sin\Delta_-(k_+)z}{\varepsilon_{\parallel}^{+}\Delta_-(k_+)}R_{\text{E}}Q_{\text{E}}\right],\quad Q_{\text{E}}\equiv\frac{\varepsilon_{\parallel}^{+}T_{\text{E}}}{\varepsilon_{\parallel}^{-}\Delta_+(k_-)}-\frac{1}{\Delta_+(k_+)}-\frac{R_{\text{E}}}{\Delta_-(k_+)}. \tag{П2.2}$$

3. ВЫВОД МАТРИЦ РАССЕЯНИЯ И ПОТОКА ЭНЕРГИИ, УХОДЯЩЕГО ОТ ГРАНИЦЫ АНИЗОТРОПНОГО ДИЭЛЕКТРИКА С ПРОВОДНИКОМ

На границу ($z=0$) анизотропного диэлектрика и проводника падает волна с известной амплитудой $H_{y}^{\text{пад}} = H_0\exp(-i\omega t + ik_4 z + ik_{\perp}z)$. Из проводящего полупространства выходит немодулированный пучок, в котором падающая волна возбуждает волны плотности заряда и отраженную волну. Найдем амплитуды всех волн, возбужденных на границе диэлектрик — проводник, и поток энергии, уходящий от этой границы.

Введем обозначения

$$H_{y}^{\text{отр}} = \sum_{\alpha=1}^{3} S_{\alpha 4}H_0\exp(-i\omega t+ik_\alpha z+ik_{\perp}x), \tag{П3.1}$$

где k_α ($\alpha = 1, 2, 3$; падающей волны — 4) удовлетворяют дисперсионному уравнению (7б). Подчинив касательную поверхности проводника составляющую электрического поля E_x, а также высокочастотные возмущения скорости и плотности пучка требованию обращения в нуль на границе диэлектрик — проводник, получим систему неоднородных уравнений для коэффициентов $S_{\alpha 4}$, из которой находим

$$S_{14} = \frac{\varepsilon_1}{k_2-k_1}\left(S_{34}\frac{k_3-k_1}{\varepsilon_3}+\frac{k_4-k_2}{\varepsilon_4}\right), \tag{П3.2а}$$

$$S_{24} = -\frac{\varepsilon_2}{k_2-k_1}\left(S_{34}\frac{k_3-k_1}{\varepsilon_3}+\frac{k_4-k_1}{\varepsilon_4}\right), \tag{П3.2б}$$

$$\varepsilon_\alpha \equiv \varepsilon_{\parallel}^{+}(\omega-k_\alpha V_0)^2-\omega_{\text{в}}^2,$$

$$S_{34} = -\frac{k_4+\dfrac{k_1(k_4-k_2)\varepsilon_1-k_2(k_4-k_1)\varepsilon_2}{(k_2-k_1)\varepsilon_4}}{k_3+\dfrac{k_1(k_3-k_2)\varepsilon_1-k_2(k_3-k_1)\varepsilon_2}{(k_2-k_1)\varepsilon_3}}. \tag{П3.2в}$$

Вычисленный через матрицы поток энергии, уходящий от границы раздела, отнесенный к потоку энергии падающей волны, следующим образом выражается через компоненты матрицы $S_{\alpha 4}$:

$$\frac{\delta P_z^{\text{отр}}}{|P_0|}=\left\{\frac{k_3}{|k_4|}S_{34}^2+\sum_{l=1}^{2}\frac{2k_l}{k_4}S_{l4}^2\left[1-\cos\left(k_1-k_2\right)z\right]+\right.$$

$$\left.+\sum_{l=1}^{2}\frac{2k_l}{|k_4|}S_{34}S_{l4}\cos\left(k_l-k_3\right)z\right\}. \qquad (\text{П}3.3)$$

В предельном случае малых токов находим асимптотические значения волновых чисел:

$$\underset{l=1,2}{k_l}=k_{\text{в}}\left\{1+(-1)^l\,\Omega_{\text{в}}\Gamma^{1/2}\left[1+(-1)^l\,\Omega_{\text{в}}{}'^{\,3/2}\,\frac{\varepsilon_{0\perp}\beta_0^2k_\perp^2/k_0^2}{(1-\beta_0^2\varepsilon_\perp)^2}\right]\right\}, \qquad (\text{П}3.4\text{а})$$

$$\underset{4}{k_3}=\pm k_0\sqrt{\varepsilon_\perp}\,C\left\{1-\frac{\Omega_{\text{в}}^2k_\perp^2/k_0^2}{2\varepsilon_\parallel^2C^2\left(1\mp\beta_0\sqrt{\varepsilon_\perp}\,C\right)^2}\right\}. \qquad (\text{П}3.4\text{б})$$

Подставляя (П3.4) в (П3.2) и (П3.3), приходим к формулам (8) и (9).

Харьковский государственный университет
им. А. М. Горького

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Гинзбург В. Л., Франк И. М.— ЖЭТФ, **1946**, т. 16, с. 15.
2. Франк И. М.— УФН, **1959**, т. 68, с. 397.
3. Диденко А. Н., Григорьев В. П., Усов Ю. П. Мощные электронные пучки и их применение.— М.: Атомиздат, 1977.
4. Рухадзе А. А., Богданкевич Л. С., Росинский С. Е., Рухлин В. Г. Физика сильноточных электронных пучков.— М.: Атомиздат, 1980.
5. Труды 2-й международной конференции по мирному использованию атомной энергии. Женева — 1958. Доклады советских ученых.— М.: Изд. ГУИАЭ, 1959. — Т. 1.
6. Кадомцев Б. Б. Коллективные явления в плазме.— М.: Наука, 1976.
7. Файн В. М., Ханин Я. И. Квантовая радиофизика.— М.: Сов. радио, 1965. С. 608.
8. Гайтлер В. Квантовая теория излучения.— М.: ИЛ, 1965.
9. Гинзбург В. Л.— ДАН СССР, **1947**, т. 56, с. 253.
10. Ахиезер А. И., Файнберг Я. Б.— ДАН СССР, **1949**, т. 69, с. 555; ЖЭТФ, **1951**, т. 21, с. 1262.
11. Гинзбург В. Л., Железняков В. В.— Астрон. ж., **1958**, т. 35, с. 694.
12. Гинзбург В. Л.— УФН, **1959**, т. 69, с. 537.
13. Гапонов А. В.— ЖЭТФ, **1960**, т. 39, с. 326.
14. Файнберг Я. Б.— АЭ, **1961**, т. 11, с. 313.
15. Андронов А. А.— Изв. вузов. Сер. «Радиофизика», **1961**, т. 4, с. 861.
16. Железняков В. В. Радиоизлучение Солнца и планет.— М.: Наука, 1964.
17. Fainberg Ja. B. — Czech. Phys. J., **1967**, v. 18, p. 652.
18. Гапонов А. В., Петелин М. И., Юлпатов В. К.— Изв. вузов. Сер. «Радиофизика», **1967**, т. 10, с. 1414.
19. Цытович В. П. Нелинейные эффекты в плазме. — М.: Наука, 1967.
20. Калмыкова С. С.— ДАН СССР, **1973**, т. 208, с. 1061; ЖЭТФ, **1973**, т. 65, с. 2250.
21. Курилко В. И.— ДАН СССР, **1973**, т. 208, с. 1059.
22. Петелин М. И.— В кн.: Лекции по электронике СВЧ (3-я зимняя школа-семинар инженеров).— Саратов: Изд-во Сарат. ун-та, 1974.— Книга IV, с. 179.
23. Незлин М. Ф.— УФН, **1976**, т. 120, с. 481.
24. Калмыков С. С.— ЖТФ, **1977**, т. 47, с. 2211.
25. Айзацкий Н. И., Курилко В. И. К вопросу о механизме продольной неустойчивости кольцевого электронного пучка: Препринт ХФТИ АН УССР № 79-14. — Харьков, 1979.
26. Гапонов А. В., Петелин М. И.— Изв. АН СССР, Сер. физ., **1979**, т. 4, с. 11.

27. Lawson J. D.— Part. Acceler., 1980, v. 10, p. 73.
28. Гинзбург В. Л. Теоретическая физика и астрофизика.— М.: Наука, 1975.
29. Франк И. М.— УФН, 1965, т. 75, с. 231.
30. Басс Ф. Г., Яковенко В. М.— УФН, 1965, т. 86, с. 189.
31. Болотовский Б. М., Воскресенский Г. В.— УФН; 1966, т. 88, с. 209; 1968, т. 94, с. 377.
32. Гарибян Г. М. Макроскопическая теория переходного излучения: Препринт ЕФИ № 27 (73).— Ереван, 1973.
33. Гинзбург В. Л., Цытович В. Н.— УФН, 1978, т. 126, с. 553; Phys. Rept., 1979, v. 49, p. 1.
34. Векслер В. И.— АЭ, 1957, т. 2, с. 427.
35. Франк И. М. — Изв. АН СССР, Сер. физ., 1942, т. 2, с. 1.
36. Alvarez L. W., Brander H., Franc J. W., et al.— Rev. Sci. Instr., 1955, v. 26, p. 111.
37. Миллер М. А.— Изв. вузов. Сер. «Радиофизика», 1958, т. 1, с. 166.
38. Файнберг Я. Б., Хижняк Н. А.— ЖЭТФ, 1957, т. 32, с. 883.
39. Барсуков К. А., Болотовский Б. М.— Изв. вузов. Сер. «Радиофизика», 1964, т. 7, с. 291.
40. Muller J. J., Rostas E.— Helv. Phys. Acta, 1940, v. 3, p. 435.
41. Шевчик В. Н., Трубецков Д. И. Аналитические методы расчета в электронике СВЧ.— М.: Сов. радио, 1970.
42. Красовицкий В. Б., Курилко В. И.— ЖЭТФ, 1965, т. 49, с. 1831.
43. Калмыкова С. С.— Укр. физ. ж., 1980, т. 25, с. 785.
44. Schwarz H., Hora H.,— Appl. Phys. Lett., 1969, v. 15, p. 349. Schwarz H. Ibid., 1971, v. 19, p. 148.
45. Большов Л. А., Дыхне А. М., Росляков В. А.— Phys. Lett. Ser. A, 1972, v. 42, p. 259.
46. Юлпатов В. К.— Изв. вузов. Сер. «Радиофизика», 1970, т. 13, с. 1784.
47. Богданкевич Л. С., Кузелев М. В., Рухадзе А. А.— Физ. плазмы, 1979, т. 5, с. 90; УФН, 1980, т. 233, с. 3.
48. Мощные электронные и ионные пучки (Библиографический указатель):— Препринт ИЯФ СО АН СССР № 79-159.— Новосибирск, 1979.
49. Курант Р., Гильберт Д. Методы математической физики. Т. 2 — М.; Л.; Гостехиздат, 1951.
50. Климонтович Ю. Л. Кинетическая теория неидеального газа и неидеальной плазмы.— М.: Наука, 1975.