

539 122

**ГЕНЕРАЦИЯ ИНТЕНСИВНОГО ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО
ИЗЛУЧЕНИЯ РЕЛЯТИВИСТСКИМИ ЧАСТИЦАМИ****В. А. Базылев, Н. К. Жеваго**

СОДЕРЖАНИЕ

Введение	605
1. Черенковское излучение	606
а) Особенности излучения в поглощающей среде (606). б) Ультрафиолетовое черенковское излучение (610). в) Рентгеновское черенковское излучение (612). г) Черенковское излучение γ -квантов (615).	
2. Излучение в искусственных периодических структурах	616
3. Излучение в кристалле, возникающее в результате дифракции собственного поля электрона	620
а) Излучение при кинематической дифракции (621). б) Излучение при динамической дифракции (623).	
4. Излучение при каналировании частиц в кристаллах	624
а) Потенциал взаимодействия каналированных релятивистских электронов и позитронов с кристаллом (627). б) Классические уравнения движения релятивистских каналированных частиц (628). в) Квантовые уравнения движения релятивистских каналированных частиц (630). г) Распределение частиц по поперечным энергиям (631). д) Влияние различных факторов на характерные частоты излучения (633). е) Спектральное и угловое распределения дипольного излучения Кумахова (636). ж) Дипольное излучение при классическом движении (643). з) Излучение надбарьерными частицами. Связь излучения при каналировании с когерентным тормозным излучением (644). и) Излучение при осевом квазиканалировании (649). к) Излучение при высоких энергиях каналированных частиц (651). л) Аналогия с ондуляторным излучением (654).	
Цитированная литература	656

ВВЕДЕНИЕ

Настоящий обзор преследует в основном две цели. Во-первых, мы хотели бы обратить внимание на тот факт, что существует ряд механизмов излучения релятивистскими электронами в различных веществах, которые представляют интерес как источники интенсивного ультрафиолетового, рентгеновского или γ -излучения для прикладных задач. Во-вторых, мы проведем обзор теоретических и экспериментальных результатов, полученных относительно недавно для ряда новых явлений в электромагнитном излучении релятивистскими частицами, которые не получили до сих пор отражения в обзорной литературе.

Как известно, источники интенсивного излучения от ультрафиолетового до жесткого рентгеновского диапазона находят широкое применение в различных областях науки и техники. Под интенсивным источником имеется ввиду источник излучения с высокой спектрально-угловой плотностью мощности излучения, т. е. излучающий в единицу времени достаточно большое число фотонов в заданном интервале их энергий и интервале телесного угла.

Ультрафиолетовое и рентгеновское излучение с длинами волн от 1000 Å до 1 Å используются в таких традиционных областях, как абсорбционная спектроскопия твердых тел и газов¹⁻⁴ и рентгеноструктурный анализ упорядоченных систем^{4,5}. С другой стороны, существует ряд новых областей применения такого излучения, например, в производстве электронных микросхем литографическим методом^{6,7} и в молекулярной биологии^{4,8}. Более жесткое излучение с длиной волны $\leq 0,1$ Å находит применения в ядерной, в частности мёссбауэровской спектроскопии⁹, используется для изучения фотоядерных реакций¹⁰ и получения на их основе интенсивных потоков нейтронов¹¹. В последнее время обсуждается также возможность накачки ядерных и электронных уровней рентгеновским излучением с целью создания рентгеновского и γ -лазера¹².

Излучение с длинами волн более 600 Å получается при электрических разрядах в лампах, наполненных водородом, инертными газами или парами других веществ¹⁻⁴. Более жесткое монохроматическое излучение с длиной волны в диапазоне от 0,1 до 10 Å возникает в рентгеновских трубках. Это излучение происходит при заполнении вакансий в электронных оболочках атомов анода, появившихся в результате бомбардировки анода электронами.

В качестве источника жесткого рентгеновского и γ -излучения обычно используется тормозное излучение релятивистских электронов. В случаях, когда требуется хорошая монохроматичность, используют γ -излучение при аннигиляции позитронов на лету^{10,13} и излучение при реакциях (n, γ) ⁹, а также γ -кванты, получающиеся при рассеянии лазерного излучения на релятивистских электронах^{4,14}.

Перечисленные источники излучения являются в настоящее время наиболее распространенными. В последнее время обсуждается также возможность широкого применения рентгеновского магнито-тормозного излучения, возникающего в синхротронах и накопительных кольцах^{4-5,15}, а также в различных пространственно периодических магнитных структурах (ондуляторах и виглерах)¹⁶⁻²⁰. Вместе с тем существует ряд других механизмов излучения, представляющих интерес для прикладных целей. К ним относятся ультрафиолетовое и рентгеновское черенковское излучение, переходное (квазичеренковское) излучение в кристаллах, излучение при каналировании электронов в кристаллах и ряд других. Эти виды излучения в определенных интервалах частот по интенсивности в расчете на один электрон могут на несколько порядков превосходить не только традиционные источники, но и синхротронное излучение. Вместе с тем большинство из этих интересных видов излучения либо вообще экспериментально не исследовано, либо исследовано весьма недостаточно. Поэтому мы надеемся, что настоящий обзор будет способствовать также постановке экспериментов с целью проверки существующих теоретических предсказаний.

1. ЧЕРЕНКОВСКОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ

а) Особенности излучения в поглощающей среде

Черенковское излучение от заряженной частицы возникает на частоте ω , когда скорость v движения частицы в гомогенной непоглощающей среде превосходит фазовую скорость света $c/\sqrt{\epsilon'(\omega)}$ ²¹. Условие $v > c/\sqrt{\epsilon'}$ обычно может выполняться в оптической области частот для широкого класса веществ. Поэтому большинство теоретических и экспери-

ментальных работ посвящено изучению свойств черенковского излучения в оптическом диапазоне частот, где эффектами поглощения фотонов можно, как правило, пренебречь²¹⁻²⁶.

Однако черенковское излучение может происходить и в более коротковолновой области ультрафиолетового^{27,28} и рентгеновского²⁹⁻³¹ диапазонов. При этом весьма существенным оказывается влияние поглощающих свойств вещества на процесс формирования спектрального и углового распределений излучения.

Необходимость учета влияния поглощения на процесс формирования черенковского излучения следует уже из простых физических соображений, использующих понятие когерентной длины излучения. Когерентная длина была введена Тер-Микаеляном³² при теоретическом анализе тормозного излучения в монокристаллах. В дальнейшем эта общая характеристика излучения быстрых частиц в веществе эффективно использовалась при анализе процессов излучения, а также процессов с участием адронов³³.

Процесс излучения происходит не мгновенно. Для этого по крайней мере необходимо, чтобы частица и волна излучения разошлись в пространстве на расстояние порядка длины волны. Пусть электрон движется с постоянной скоростью и испускает волну черенковского излучения под характерным углом $\theta_0 = \arccos(1/v\sqrt{\epsilon'})$. Пока волна отстанет от электрона в направлении его движения на расстояние, равное длине волны λ , электрон успеет пройти путь, равный когерентной длине l_{coh} . Скорость волны в веществе равна $c/\sqrt{\epsilon'}$. Таким образом, когерентная длина черенковского излучения определяется из соотношения

$$(v - c(\epsilon')^{-1/2} \cos \theta_0) \frac{l_{coh}}{v} = \lambda. \quad (1.1)$$

Отсюда при условии $\epsilon' - 1 \ll 1$, для ультрарелятивистских скоростей $v \approx c[1 - (1/2\gamma^2)]$ и малых углов $\theta_0 \ll 1$ получаем^{23,24} ($\gamma = E/mc^2$, E — энергия частицы, m — ее масса)

$$l_{coh} = \frac{\lambda}{\epsilon'(\omega) - 1 - \gamma^{-2}}. \quad (1.2)$$

Длина поглощения фотона в веществе $l_c(\omega)$ определяется равенством $l_c = \lambda/\epsilon''$, где $\epsilon''(\omega)$ — мнимая часть диэлектрической проницаемости. Если когерентная длина l_{coh} превосходит длину поглощения l_c , то, очевидно, классические результаты Тамма — Франка²¹ для спектрального распределения черенковского излучения должны существенно измениться. Параметром, определяющим этот эффект, является отношение

$$\frac{l_{coh}}{l_c} = \frac{\epsilon''(\omega)}{\epsilon'(\omega) - 1 - \gamma^{-2}}.$$

Другим фактором, который, вообще говоря, необходимо учитывать, если черенковское излучение происходит на малые углы $\theta_0 \ll 1$, является многократное рассеяние электрона в веществе³⁴⁻³⁶.

Критерий влияния многократного рассеяния можно также получить путем элементарных оценок, проведенных выше. Для этого надо заменить в формуле (1.1) скорость частицы v на ее проекцию на первоначальное направление $v \cos \theta_s$, где $\cos \theta_s \approx 1 - (\theta_s^2/2)$. $\theta_s^2 = ql_{coh}$ — средний квадрат угла многократного рассеяния на когерентной длине. В результате получим, что до тех пор, пока квадрат угла многократного рассеяния на когерентной длине меньше квадрата угла черенковского излучения, т. е.

$$\frac{q\lambda}{(\epsilon' - 1 - \gamma^{-2})^2} \ll 1, \quad (1.3)$$

влиянием многократного рассеяния на процесс излучения можно пренебречь. В противном случае необходимо учитывать непрямолинейность траектории электрона в процессе излучения. Для бесконечной среды это было сделано в работах ³⁴⁻³⁶. Полученные результаты имеют довольно сложный вид, и мы их здесь не приводим.

Однако, как правило, влияние многократного рассеяния на спектр излучения оказывается пренебрежимо малым по сравнению с эффектом поглощения, поскольку поглощение сказывается на гораздо меньших длинах, чем многократное рассеяние; $l_c(\omega) \ll \sqrt{c/q\omega}$.

Необходимо отметить одну характерную особенность при излучении релятивистскими частицами в поглощающем веществе. Если когерентная длина становится сравнимой с длиной поглощения фотонов, то в бесконечной среде имеет смысл рассматривать лишь полные потери энергии частицы. Выделение потерь на излучение из суммарных энергетических потерь в этом случае не может быть проведено однозначным образом ³⁶. Это связано с тем, что фотоны поглощаются раньше, чем успевают сформироваться и тем самым пропадает критерий, позволяющий отделить «излучаемые» фотоны от виртуальных. В частности, в бесконечной поглощающей среде на частотах, где мнимая часть диэлектрической проницаемости $\varepsilon''(\omega)$ определяется фотоэффектом или процессами возбуждения атомов, черенковское излучение проявляется лишь в виде добавки к ионизационным потерям энергии релятивистского электрона.

Другая возможность обнаружить черенковское излучение при наличии эффекта поглощения заключается в регистрации потока электромагнитной энергии за слоем поглощающего вещества.

Спектрально-угловая плотность электромагнитной энергии, излучаемой в слое вещества толщиной T зарядом, движущимся прямолинейно с релятивистской скоростью $v \approx c[1 - (\gamma^{-2}/2)]$, определяется выражениями (см., например, ³⁷)

$$\frac{d^2W}{d\omega d\Omega} = \frac{e^2}{\pi^2 c} \theta^2 |A(\omega, \theta)|^2, \quad (1.4)$$

$$A(\omega, \theta) = \left\{ 1 - \exp \left[-\frac{i\omega T}{2c} (1 - \varepsilon + \gamma^{-2} + \theta^2) \right] \right\} \times$$

$$\times \left[\frac{1}{1 - \varepsilon + \gamma^{-2} + \theta^2} - \frac{1}{\gamma^{-2} + \theta^2} \right];$$

$\theta \ll 1$ — полярный угол излучения, $d\Omega \approx \theta d\theta d\varphi$ — элемент телесного угла, $\varepsilon(\omega) = \varepsilon'(\omega) + i\varepsilon''(\omega)$.

Если толщина слоя значительно превосходит длину поглощения фотона в веществе ($T \gg l_c(\omega)$), то экспонентой в выражении для $A(\omega, \theta)$ можно пренебречь. В этом случае после интегрирования (1.4) по углам получаем спектральное распределение излучения из полубесконечного слоя в виде

$$\frac{dW}{d\omega} = \frac{e^2}{2\pi c} \left\{ \left[\left(1 + \frac{2\gamma^{-2}(1-\varepsilon')}{(1-\varepsilon')^2 + (\varepsilon'')^2} \right) \ln \frac{(1-\varepsilon' + \gamma^{-2})^2 + (\varepsilon'')^2}{\gamma^{-4}} - 2 \right] - \right.$$

$$\left. - \frac{2}{\varepsilon''} \left[1 - \varepsilon' + \gamma^{-2} \frac{(1-\varepsilon')^2 - (\varepsilon'')^2}{(1-\varepsilon')^2 + (\varepsilon'')^2} \right] \left(\frac{\pi}{2} - \arctg \frac{1-\varepsilon' + \gamma^{-2}}{\varepsilon''} \right) \right\}. \quad (1.5)$$

В области частот, где отношение длины поглощения к когерентной длине излучения мало, $\varepsilon' - 1 - \gamma^{-2} \ll \varepsilon''$, в выражении (1.5) доминирует первое слагаемое в фигурных скобках, которое представляет при этом спектральную плотность переходного излучения. Даже если условие $(v\sqrt{\varepsilon'}/c) - 1 \approx (\varepsilon' - 1 - \gamma^{-2})/2 > 0$ может быть выполнено, черенковское излучение оказывается в этом случае сильно подавленным эффектом поглощения среды.

В противоположном случае слабого поглощения выражение (1.5) принимает вид

$$\frac{dW}{d\omega} = \frac{e^2 \omega}{c^2} (\varepsilon' - 1 - \gamma^{-2}) \eta(\varepsilon' - 1 - \gamma^{-2}) l_c(\omega) + \frac{e^2}{2\pi c} \left[\left(1 + \frac{2}{\gamma^2 (1 - \varepsilon')} \right) \ln \frac{(1 - \varepsilon' + \gamma^{-2})^2}{\gamma^4} - 2 \right], \quad (1.6)$$

где $\eta(z)$ — единичная функция Хевисайда. В отсутствие черенковского излучения ($\varepsilon' - 1 - \gamma^{-2} < 0$) второе слагаемое можно интерпретировать как спектральную плотность энергии переходного излучения. В частности, в области частот, где справедлива «плазменная» формула $\varepsilon'(\omega) = 1 - (\omega_p^2/\omega^2)$, второе слагаемое совпадает с известным результатом Гарибьяна³⁸ для спектральной плотности рентгеновского переходного излучения. Однако, когда черенковское излучение оказывается возможным, второе слагаемое в (1.6) вблизи порога черенковского излучения ($\gamma^{-2} \approx \varepsilon' - 1$) может принимать отрицательные значения. В этом случае второе слагаемое надо рассматривать скорее как результат влияния границы вещества на черенковское излучение. При этом первое слагаемое в (1.6) представляет собой спектральную плотность черенковского излучения без учета влияния границы вещества. Его можно получить с помощью результатов Тамма и Франка²¹ для спектральной плотности энергии черенковского излучения в непоглощающей, бесконечной среде, если учесть лишь тривиальное поглощение излучения в самом веществе.

Мы видим, что даже в прозрачной среде существуют условия, когда черенковское и переходное излучение релятивистской частицы нельзя рассматривать независимым образом. Тем более при наличии эффекта поглощения в выражении (1.5) не могут быть выделены ни интенсивность переходного, ни интенсивность черенковского излучения в общепринятом значении этих терминов. Можно лишь сказать, что по мере увеличения параметра l_{coh}/l_c черенковское излучение непрерывно трансформируется в переходное излучение. Ситуация здесь вполне аналогична случаю бесконечной поглощающей среды, где при условии $l_{coh}/l_c \sim 1$ черенковское излучение не может быть однозначно выделено из общих энергетических потерь³⁶.

Следует отметить, что хотя многократное рассеяние и не влияет на спектральное распределение излучения вследствие более сильного влияния поглощения фотонов, оно может приводить к размытию углового распределения в достаточно толстых мишенях. Таким образом, выражение (1.4) правильно описывает спектрально-угловое распределение излучения, если толщина мишени не слишком велика: $q_T \ll \varepsilon' - 1 - \gamma^{-2}$.

Ниже мы будем рассматривать как раз этот случай. Тогда угловое распределение черенковского излучения вблизи направления $\theta_0 = \sqrt{\varepsilon' - 1 - \gamma^{-2}}$, согласно (1.4), определяется дифракцией на длине поглощения:

$$S_{Cher} \equiv \frac{d^2 W}{\hbar d\omega d\Omega} \Big|_{\theta=\theta_0} \approx 7,4 \cdot 10^{-4} \frac{\varepsilon' - 1 - \gamma^{-2}}{(\varepsilon'')^2}. \quad (1.7)$$

Если имеется источник электронов с энергией E и газообразная среда где возможно черенковское излучение, то выбором давления газа можно добиться, чтобы данная энергия составляла лишь несколько пороговых энергий $E_{th} = (\varepsilon' - 1)^{-1/2} mc^2$. Тогда, сравнивая величину спектрально-угловой плотности черенковского излучения (1.7) с соответствующей величиной для синхротронного излучения, получаем

$$\frac{S_{Cher}}{S_{sy}} \sim \frac{(\varepsilon' - 1)^2}{(\varepsilon'')^2}, \quad (1.8)$$

$$\frac{dW_{Cher}}{d\omega} \left(\frac{dW_{sy}}{d\omega} \right)^{-1} \sim \frac{(\varepsilon' - 1)}{\varepsilon''}. \quad (1.9)$$

Таким образом, спектрально-угловая и спектральная плотности черенковского излучения в расчете на одну частицу оказываются существенно выше, чем соответствующие величины для синхротронного излучения, поскольку в области частот черенковского излучения должно выполняться условие $\epsilon' - 1 \gg \epsilon''$.

По спектрально-угловой плотности черенковское излучение может быть сравнимо с соответствующей величиной для ондулятора²⁰ с числом периодов $N = (\epsilon' - 1)/\epsilon''$. Ондулятор, правда, имеет то преимущество, что установленный в прямолинейный промежуток накопителя, он практически не влияет на динамику накопленного пучка электронов. В то же время мишень толщиной ~ 1 мкм может привести к относительно быстрой гибели пучка. Однако, как будет показано ниже, преимущество черенковского излучения по сравнению с ондуляторным состоит в возможности генерации рентгеновского излучения электронами с энергией всего лишь в несколько МэВ. В ондуляторах для этого требуются электроны с энергией в сотни МэВ¹⁶⁻²⁰.

б) Ультрафиолетовое черенковское излучение

Существует ряд веществ, у которых энергия связи валентных электронов достаточно высока и действительная часть диэлектрической проницаемости $\epsilon'(\omega)$ превышает единицу в ультрафиолетовом диапазоне частот (см. табл. I). К таким веществам относятся прежде всего инертные газы.

Таблица I

Вещества, в которых возможно ультрафиолетовое черенковское излучение²⁷ (λ_c — критическая длина волны, данные для газов соответствуют температуре 0 °C и давлению 1 атм)

Вещество	λ_c , Å	Показатель преломления при $\lambda=2500$ Å
Гелий	584	1,000036
Неон	736	1,000069
Аргон	1048	1,0003
LiF	1050	1,418
CaF ₂	1350	1,4673
Сапфир	1425	1,845
Высокочистый плавленый кремний	1650	1,5074

На рис. 1, взятом из работы²⁷, кривая I иллюстрирует ход диэлектрической проницаемости гелия, находящегося при нормальном давлении и нормальной температуре. В широком интервале частот значения $\epsilon'(\omega)$ превышают единицу. Максимальное превышение составляет величины $\sim 10^{-4}$, что соответствует порогу черенковского излучения $E_{th} \approx 50$ МэВ. Как следует из результатов работ^{27,28}, в области длин волн $\lambda \geq 620$ Å отношение $(\epsilon' - 1)/\epsilon'' \sim 10^2$ существенно превышает единицу, и, следовательно, для частиц с энергией $E > E_{th}$ открывается возможность интенсивного черенковского излучения.

Теоретические и экспериментальные значения спектральной плотности потока фотонов показаны на рис. 2. Эксперимент²⁸ проводился при энергии электронов $E = 500$ МэВ, значительно превышающей пороговую.

Рабочим веществом служил достаточно чистый газообразный гелий при нормальных температуре и давлении, длина кюветы с гелием $T = 140$ см. Как видно из рисунка, спектральная интенсивность излучения имеет четко выраженный максимум, величина которого соответствует и пропорциональна максимуму отношения длины поглощения к когерентной длине

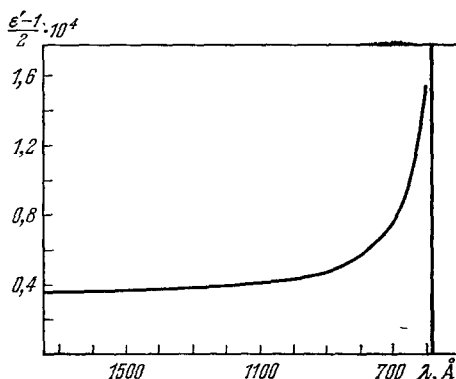


Рис. 1. Зависимость от длины волны действительной части диэлектрической проницаемости гелия при нормальных условиях²⁷.

чиренковского излучения $(l_{coh}/l_c)_{max}$. Это отношение, также как и максимум спектральной интенсивности излучения, практически не зависит от плотности вещества (давления) для энергий электрона, значительно

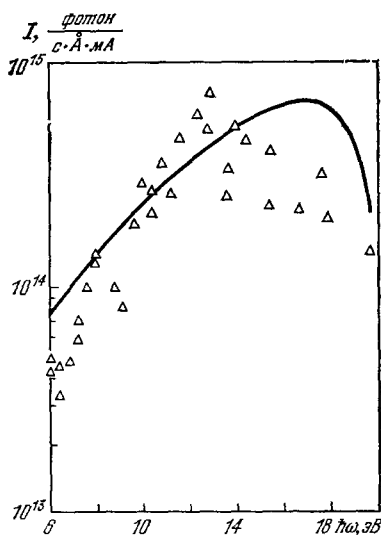


Рис. 2. Число фотонов черенковского излучения от электронов на пути в 140 см в гелии, приходящихся на интервал длин волн 1 Å и ток 1 МА.

Значки — экспериментальные точки, сплошная кривая — расчет²⁸.

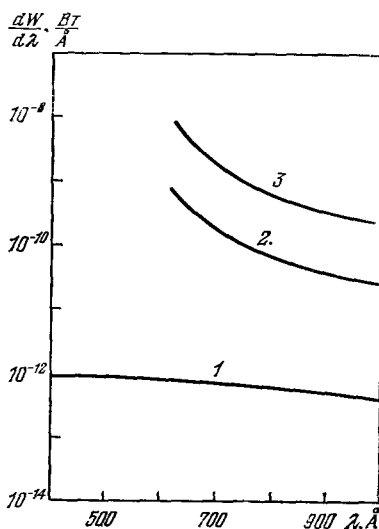
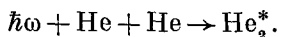


Рис. 3. Сравнение спектральной плотности мощности черенковского излучения электроном в гелии с соответствующей величиной излучения синхротрона NBS с энергией электронов 180 МэВ²⁸. Кривая 1 — синхротронное излучение, 2 и 3 — черенковское излучение соответственно при давлениях 1 и 10 атм.

превышающих пороговую. Небольшое количественное отличие теоретических и экспериментальных значений спектральной плотности в области длины волн $\lambda \approx 800$ Å связано, по-видимому, с тем, что расчет длины

поглощения проводился для случая взаимодействия фотона с изолированным атомом гелия. Однако, при нормальном давлении в области длин волн $\lambda \approx 800 \text{ \AA}$ появляется дополнительный канал поглощения фотона, связанный с образованием возбужденного димера гелия³⁹ в результате тройных столкновений



Этот дополнительный канал поглощения при больших плотностях может отразиться также и на действительной части диэлектрической проницаемости в области длин волн $\lambda \approx 800 \text{ \AA}$, поскольку сила осцилляторов ближайшей линии поглощения изолированного атома гелия $\lambda_i = 584 \text{ \AA}$ начинает нелинейно зависеть от давления газа.

Угловое распределение излучения в условиях проведенного эксперимента²⁸ определялось многократным рассеянием электронов на пути в 140 см в гелии.

Поскольку в рассматриваемой области частот выполняется неравенство $(\epsilon' - 1)/\epsilon'' > 10^2$, то, согласно оценке (1.8) и (1.9), следует, что черенковское излучение в гелии является чрезвычайно интенсивным источником ультрафиолетового излучения по сравнению с синхротронным.

На рис. 3 представлены результаты сравнения спектральной плотности мощности наблюдавшегося черенковского излучения в области длин волн $\lambda \sim 2000\text{--}600 \text{ \AA}$ с синхротронным излучением. Видно, что отношение интенсивностей достигает четырех порядков.

в) Рентгеновское черенковское излучение

Возможность рентгеновского черенковского излучения следует из существования в веществах областей аномальной дисперсии вблизи краев фотопоглощения электронами внутренних оболочек атомов. Для этих областей частот с помощью соотношения Крамерса — Кронига и известных выражений для сечения фотоэффекта можно получить аналитические формулы для $\epsilon'(\omega)$ (см., например, ⁴⁰). Однако такой расчет оказывается недостаточно точным, поскольку при этом не учитывается тонкая структура края фотопоглощения, обусловленная возбуждением внутренних электронов на свободные оптические уровни *). К тому же аналитический вид сечения фотоэффекта можно получить лишь с ограниченной точностью (подробнее см. ⁴²). Поэтому более надежные результаты для величины $\epsilon'(\omega)$ вблизи краев фотоэффекта получаются при численном расчете с помощью дисперсионной формулы и экспериментальных значений для сечения фотопоглощения в широком интервале частот^{43,44}.

Следует отметить, что для некоторых веществ были проведены эксперименты, где с помощью рентгеновского интерферометра непосредственно определялась действительная часть диэлектрической проницаемости вблизи краев фотопоглощения⁴⁵. Проведенные измерения показали, что $\epsilon'(\omega)$ вблизи краев фотопоглощения увеличивается по сравнению со значением, вычисленным по «плазменной» формуле $\epsilon' = 1 - (\omega_p^2/\omega^2)$. К сожалению, полученные данные относятся к тем элементам и их оболочкам, где величина $\chi'(\omega) = \epsilon'(\omega) - 1$ остается отрицательной.

*) В частности, при таком подходе $\epsilon'(\omega)$ формально претерпевает разрыв на пороге фотоэффекта и можно прийти к ошибочному выводу⁴¹, что в любом веществе вблизи края фотоэффекта возможно черенковское излучение.

Результаты вычислений $\epsilon'(\omega)$ для ряда веществ с помощью дисперсионной формулы

$$\epsilon'(\omega) - 1 = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{x\epsilon''(x)}{x^2 - \omega^2} dx$$

и экспериментальных данных по сечениям фотопоглощения^{43,44} опубликованы в работах^{29,30}. Критерием правильности расчетов являлась одновременная проверка правила сумм Томаса — Райхе — Куна⁴². Результат вычислений действительной части диэлектрической проницаемости углерода представлен на рис. 4 кривой 1 вместе со значениями $\epsilon''(\omega)$ (кривая 2) в соответствующей области частот. Оказывается, что для ряда

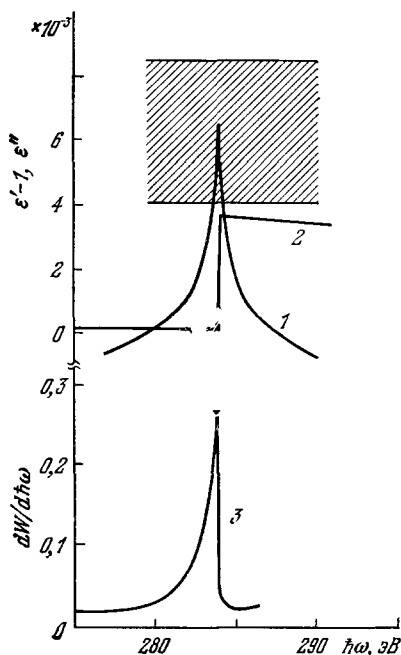


Рис. 4. Зависимость диэлектрической проницаемости углерода (кривые 1 и 2) и спектральной плотности энергии черенковского излучения из слоя углерода (3) от энергии фотона^{29, 30}.

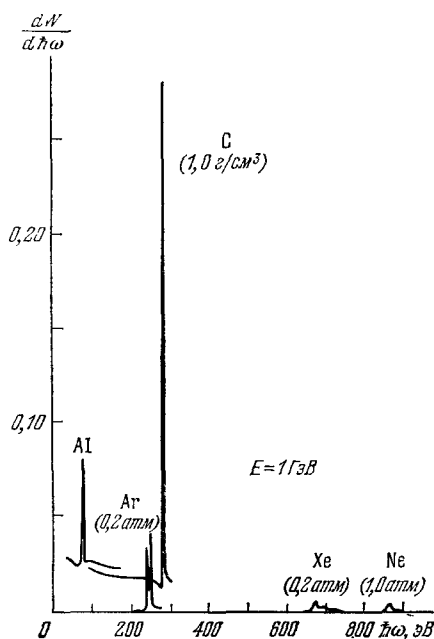


Рис. 5. Спектральная плотность энергии черенковского излучения электроном с энергией 1 ГэВ из достаточно толстых слоев различных веществ в зависимости от энергии фотонов³⁰.

веществ³⁰ действительная часть диэлектрической проницаемости превышает единицу в сравнительно узких интервалах частот рентгеновского и ультрафиолетового диапазонов вблизи краев фотопоглощения электронами внутренних оболочек атомов.

Согласно формуле (1.5) был произведен расчет^{29,30} спектральной плотности энергии черенковского излучения из полубесконечного слоя различных веществ, указанных на рисунках. Как отмечалось выше, излучение близко по своим свойствам к черенковскому, если выполняются условия $v\sqrt{\epsilon'} > c$ и $\epsilon' - 1 \gg \epsilon''$. Такие области частот, где выполняется последнее условие, существуют для всех веществ, представленных на рис. 4 и 5.

На рис. 5 показана спектральная плотность энергии излучения электроном с энергией $E = 1$ ГэВ, превосходящей пороговую для ряда ве-

ществ. Детали спектра излучения в углероде в окрестности порога фотоэффекта представлены кривой 3 на рис. 4. Спектральная плотность энергии излучения из полубесконечного слоя вещества имеет более резко выраженный максимум, чем в случае черенковского излучения в ультрафиолетовой области, в соответствии с поведением отношения действительной и мнимой частей восприимчивости $(\epsilon'(\omega) - 1)/\epsilon''(\omega)$.

Спектрально-угловая плотность излучения (1.4) является функцией двух переменных: частоты излучения ω и угла θ между направлением скорости электрона и направлением излучения. Как функция величины θ при фиксированной частоте $\omega = 245,4$ эВ, соответствующей максимальной интенсивности черенковского излучения в аргоне, спектрально-угловая

плотность энергии излучения представлена на рис. 6 кривой 2³⁰. Эта кривая имеет два четко выраженных максимума при углах $\theta_{tr} \approx \gamma^{-1}$ и углах $\theta_0 = \sqrt{\epsilon' - 1 - \gamma^{-2}}$, соответствующих переходному и черенковскому

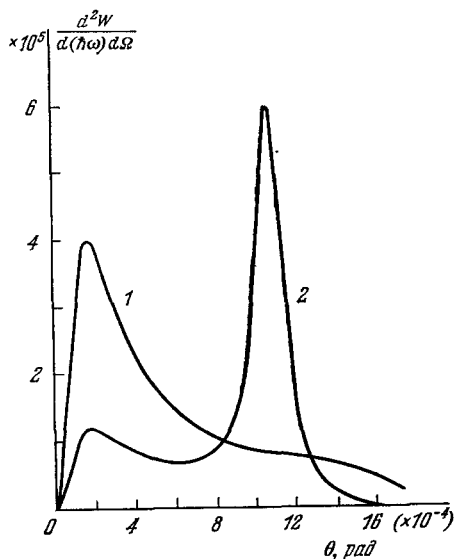


Рис. 6. Зависимость от угла излучения спектрально-угловой плотности энергии излучения из достаточно толстого слоя аргона при давлении 0,2 атм³⁰.

Кривая 1 соответствует энергии фотона $\hbar\omega = 248,4$ эВ, 2 — $\hbar\omega = 245,4$ эВ.

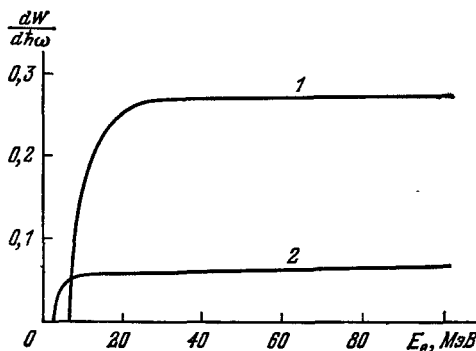


Рис. 7. Пороговые характеристики черенковского излучения⁶³.

Зависимость спектральной плотности энергии излучения от энергии электронов для различных веществ и фиксированных энергий фотонов $\hbar\omega$ (для которых $(\epsilon' - 1)/\epsilon''$ достигает своего максимального значения). Кривая 1 соответствует излучению в углероде ($\rho = 1 \text{ г/см}^3$) на частоте $\hbar\omega = 283,96$ эВ, 2 — в алюминии ($\hbar\omega = 72$ эВ).

излучениям. Угловая ширина $\Delta\theta$ черенковского излучения определяется углом дифракции на длине поглощения $l_c(\omega)$ и составляет величину $\Delta\theta = \epsilon''(\omega)/\sqrt{\epsilon'(\omega) - 1 - \gamma^{-2}}$. Отношение угловой ширины к углу излучения как раз равно отношению когерентной длины черенковского излучения к длине поглощения фотона $\epsilon''/(\epsilon' - 1 - \gamma^{-2})$. Для частоты, которой соответствует кривая 2 на рис. 6, максимум спектрально-угловой плотности черенковского излучения (при $\theta = \theta_0$) превышает максимум переходного излучения (при $\theta = \theta_{tr}$). Для другой частоты $\omega = 248,4$ эВ, когда отношение $l_c(\omega)/l_{coh}(\omega)$ сравнимо с единицей (рис. 6, кривая 1), основная доля излучения приходится на углы θ_{tr} . Эти результаты иллюстрируют соотношение между черенковским и переходным излучением в зависимости от значения параметра l_c/l_{coh} . Пороговые характеристики черенковского излучения электронов в рентгеновском диапазоне приведены на рис. 7.

Возможность черенковского излучения в рентгеновской области частот представляет значительный практический интерес, поскольку в этой области спектрально-угловая плотность черенковского излучения в расчете на один электрон может более чем на два порядка превосходить соответствующую величину для синхротронного излучения (см. формулу (1.8)), а спектральная плотность энергии черенковского излучения — более чем на порядок соответствующую величину синхротронного излучения (см. формулу (1.9)).

Отличительной особенностью черенковского излучения в рентгеновской области является также относительно небольшая спектральная ширина $\Delta\omega$, которая составляет величину ≤ 1 эВ. Таким образом, черенковское излучение в рентгеновской области частот представляет собой достаточно интенсивный и монохроматический источник излучения.

Первое экспериментальное подтверждение эффекта Черенкова в аморфном углероде (плотность $1,75$ г/см³, толщина пластины 200 мкм) в области частот, близких к К-краю фотоэффекта, было недавно получено группой Денисова⁴⁶. Эксперимент был проведен на линейном ускорителе электронов ЛУЭ-2 ХФТИ ($E = 2$ ГэВ). В результате относительного измерения спектральной интенсивности излучения было не только экспериментально подтверждено существование предсказанного в²⁹ черенковского излучения, но и измерена максимальная величина превышения $\varepsilon'(\omega)$ над единицей: $4,05 \cdot 10^{-3} < (\varepsilon' - 1)_{\max} < 8,54 \cdot 10^{-3}$. Расчетная величина $(\varepsilon' - 1)_{\max}$ (см. ³⁰), равная $6,77 \cdot 10^{-3}$ и приведенная на рис. 4, лежит внутри этого интервала (см. заштрихованную область).

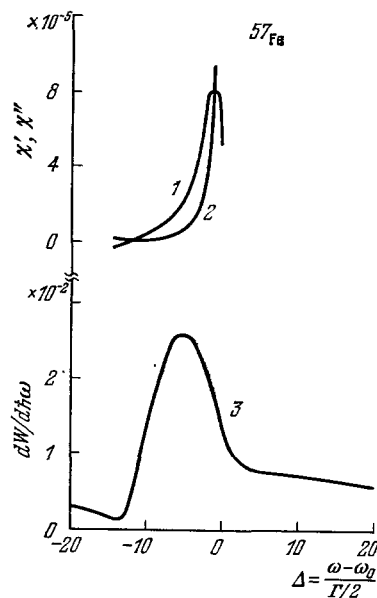


Рис. 8. Зависимость от частоты диэлектрической проницаемости ($\chi' - 1$, $\chi'' - 2$) и спектральной плотности энергии излучения электронов (3) с энергией 1 ГэВ для Fe⁵⁷ (сталь 12X18N10T) при температуре 77° ($\hbar\omega_{12} = 14,39$ кэВ).

г) Черенковское излучение γ -квантов

Вблизи изолированной линии мессбауэровского ядерного перехода, частота которого ω_{12} , значительно превосходит частоту движения К-электронов, диэлектрическая проницаемость имеет вид

$$\varepsilon(\omega) - 1 = -\frac{\omega_p^2}{\omega^2} + \frac{N\sigma_0}{(1+\alpha)\omega} f_L \frac{\Gamma/2}{\omega_{12} - \omega - (i\Gamma/2)}, \quad (1.10)$$

где $\sigma_0 = 2\pi\lambda_{12}^2 (2I_2 + 1)/(2I_1 + 1)$ — сечение поглощения фотона в центре линии; $\lambda_{12} = c/\omega_{12}$; I_1, I_2 — моменты ядра в начальном и возбужденном состояниях; α — коэффициент внутренней конверсии; Γ — естественная ширина линии; f_L — вероятность испускания фотона без отдачи (фактор Лэмба — Мессбауэра). Для немессбауэровских переходов усреднение правой части (1.10) по величине сдвига резонансной частоты ω_{12} на много порядков уменьшает вклад ядерной линии поглощения в $\varepsilon'(\omega)$, поскольку доплеровская ширина линии значительно превосходит однородную ширину Γ линии ядерных переходов. Положительный вклад

в $\varepsilon'(\omega)$ от взаимодействия с ядрами достигает максимального значения при частоте $\tilde{\omega} = \omega_{12} - (\Gamma/2)$. Согласно результатам работы³¹ для перехода $\hbar\omega_{12} = 14,4$ кэВ в изотопе железа Fe^{57} ($\Gamma/\omega \approx 3,3 \cdot 10^{-13}$) имеется окрестность частот вблизи $\tilde{\omega}$ шириной $\Delta\omega \approx 5 \cdot 10^{-8}$ эВ, где вклад в $\varepsilon'(\omega)$ от взаимодействия фотонов с ядрами превосходит отрицательный вклад от взаимодействия с электронами, и необходимое условие для черенковского излучения $v > c/\sqrt{\varepsilon'}$ может быть выполнено. На рис. 8 показано поведение $\varepsilon'(\omega) - 1$ и ε'' вблизи линии мессбауэровского перехода в Fe^{57} и спектральная плотность энергии черенковского излучения электроном ($E = 1$ ГэВ), рассчитанная по формуле (1.5) (см. также⁴⁷). Как видно из рисунка, значение параметра χ'/χ'' может достигать 5 в узкой области частот. Поэтому при энергиях электрона больше пороговой (200—300 МэВ) интенсивность черенковского излучения в этой области значительно превосходит интенсивность синхротронного (см. (1.8) — (1.9)).

Отметим, что, согласно работам^{31, 47-49}, черенковское излучение вблизи линий мессбауэровского ядерного перехода возможно и в других изотопах.

2. ИЗЛУЧЕНИЕ В ИСКУССТВЕННЫХ ПЕРИОДИЧЕСКИХ СТРУКТУРАХ

Переходное излучение в рентгеновском диапазоне, возникающее на одной границе веществ с различными диэлектрическими свойствами, имеет весьма малую интенсивность. Однако при увеличении числа границ могут возникать интерференционные эффекты, приводящие к значительному росту интенсивности излучения в определенных интервалах частот и углов. Такие эффекты имеют место в случае, когда диэлектрические свойства среды меняются периодически в пространстве с периодом, равным когерентной длине рентгеновского переходного излучения. Этот случай был впервые детально проанализирован Тер-Микаеляном⁵⁰, хотя ранее задача об излучении в слоистой среде рассматривалась в общем виде и другими авторами⁵¹⁻⁵⁴ (см. также обзор⁵⁵). Возникающее когерентное переходное излучение было названо Тер-Микаеляном «резонансным».

Имеется много общего между резонансным излучением и черенковским излучением, в частности пороговый характер и специфическая направленность. Поэтому резонансное излучение в рентгеновской области часто называют также параметрическим черенковским или квазичеренковским излучением. Такая аналогия не случайна и связана с тем, что при определенных условиях среду с периодическими диэлектрическими свойствами можно характеризовать некоторым набором эффективных диэлектрических проницаемостей, которые могут превышать единицу в широком диапазоне рентгеновских частот⁵⁶. Покажем это путем простых соображений, используя законы сохранения энергии и квазиимпульса при излучении в периодической среде. Пусть ΔE и Δp означают соответственно изменение энергии и импульса электрона при излучении, $\hbar\omega$ и $\hbar k$ — энергию и импульс излучаемого фотона, T — период среды, $\varepsilon_0(\omega)$ — среднюю по периоду диэлектрическую проницаемость. Тогда законы сохранения могут быть записаны в виде

$$\begin{aligned}\Delta E &= \hbar\omega, \\ \Delta p &= \hbar k - \frac{2\pi\hbar}{T} nr.\end{aligned}\tag{2.1}$$

Здесь мы учли, что при излучении фотон может передавать среде импульс кратный вектору обратной решетки $\mathbf{K} = (2\pi/T)\mathbf{n}$, где \mathbf{n} — направление периодического изменения диэлектрической проницаемости, $r =$

$= 0, \pm 1, \pm 2, \dots$. Пусть для простоты скорость электрона \mathbf{v} совпадает с направлением \mathbf{n} . При излучении относительно мягких фотонов $\Delta E \approx \approx \Delta \mathbf{p} \cdot \mathbf{v}$, и соотношение между частотой и углом излучения фотона принимает вид ^{50,56}

$$\omega \left(1 - \frac{v \sqrt{\varepsilon'(\omega)}}{c} \cos \theta \right) = \frac{2\pi v}{T}. \quad (2.2)$$

Учтем теперь, что в рентгеновской области частот средняя восприимчивость $\chi_0(\omega) = \varepsilon_0(\omega) - 1$ и эффективные углы излучения малы, а период среды, T , в практических случаях существенно больше длины волны излучения $\lambda = 2\pi c/\omega$. Тогда соотношение (2.2) может быть представлено в виде

$$1 - \frac{v}{c} \sqrt{\varepsilon'_{\text{eff}}(r, \omega)} \cos \theta = 0, \quad (2.3)$$

где $\varepsilon'_{\text{eff}}(r, \omega) = \varepsilon'_0(\omega) + 2\lambda(r/T)$ — эффективная диэлектрическая проницаемость, соответствующая излучению на r -й гармонике. Легко видеть, что при положительных значениях r величина $\varepsilon'_{\text{eff}}(r, \omega)$ может превосходить единицу, что открывает возможность резонансного рентгеновского излучения электроном достаточно высокой энергии

$$E > E_{\text{th}}(r) = \frac{mc^2}{\varepsilon'_{\text{eff}}(r, \omega) - 1}. \quad (2.4)$$

По аналогии с черенковским излучением (см. 1.2) можно определить когерентную длину резонансного излучения

$$l_{\text{coh}}(r, \omega) = \frac{\lambda}{\varepsilon'_{\text{eff}}(r, \omega) - 1 - \gamma^{-2}}. \quad (2.5)$$

Естественно рассматривать случай, когда длина поглощения фотона $l_c(\omega)$ существенно превосходит длину периода вещества. При этом когерентная длина резонансного излучения (2.5) оказывается значительно меньше длины поглощения фотона. В этом случае спектральная плотность энергии излучения, испускаемого из мишени с толщиной $T \gg l_c$, может быть представлена в виде, аналогичном формуле Франка — Тамма (см. формулу (1.6) и соответствующий текст) ⁵⁶

$$\frac{dW}{d\hbar\omega} = \frac{e^2}{\hbar c} \sum_{r=r_{\min}}^{r=r_{\max}} P_r \frac{\varepsilon'_{\text{eff}} - 1 - \gamma^{-2}}{\varepsilon''(\omega)} \eta(\varepsilon'_{\text{eff}}(r, \omega) - 1 - \gamma^{-2}). \quad (2.6)$$

Здесь величины P_r представляют собой вероятность передачи среде как целой импульса $(2\pi\hbar/T)r$. При выводе (2.6) максимальный и минимальный номера гармоник излучения, $r_{\max} > 0$ и $r_{\min} < 0$, выбираются из условия сохранения близости эффективной диэлектрической проницаемости к единице ^{50,56}. Поскольку величины P_r быстро убывают с ростом $|r|$ (см. ниже), то более точное определение r_{\max} и r_{\min} оказывается несущественным. Таким образом, эффективные углы резонансного излучения предполагаются малыми, что практически всегда имеет место в рентгеновской области частот.

Пусть в рентгеновском диапазоне частот диэлектрическая проницаемость вещества имеет вид

$$\varepsilon(\omega, x) = \varepsilon_0(\omega) + \varepsilon_1(\omega, x),$$

где $\varepsilon_0 - 1 \ll 1$, а периодическая составляющая, $\varepsilon_1(\omega, x)$, существенно меньше единицы, а следовательно и постоянной составляющей. Тогда,

как показано в работе ⁵⁶, вероятности P_r могут быть представлены в виде

$$P_r = \left| \frac{1}{T} \int_0^T \exp \left[\frac{i\omega}{2c} \int_0^x \varepsilon_1(\omega, x) dx \right] \exp \left(-\frac{2\pi r x}{T} \right) dx \right|^2. \quad (2.7)$$

В частности, когда $\varepsilon_1(\omega, x)$ меняется по закону $\varepsilon_1(\omega, x) = \Delta \cos(2\pi x/T)$, вероятности выражаются через функции Бесселя, J_r ^{50,56}:

$$P_r = J_r^2 \left(\frac{\omega T \Delta}{4\pi c} \right).$$

Практически этот случай осуществляется, если, например, через однородное вещество пропускать интенсивную ультразвуковую волну.

Другой важный случай представляет собой слоистая среда, составленная из пластинок с различными диэлектрическими проницаемостями $\varepsilon_a(\omega)$ и $\varepsilon_b(\omega)$ и толщинами a и b . Для слоистой среды вероятности P_r вычислены в работе ^{50,6}:

$$P_r = \left(\frac{\omega T}{2c} \Delta \varepsilon \right)^2 \left(\frac{\omega b}{2c} \Delta \varepsilon + 2\pi r \right)^{-2} \left(\frac{\omega a}{2c} \Delta \varepsilon - 2\pi r \right)^{-2} \times \\ \times 4 \sin^2 \left[\frac{a}{2T} \left(\frac{\omega b}{2c} \Delta \varepsilon + 2\pi r \right) \right], \quad (2.8)$$

где $\Delta \varepsilon = \varepsilon_a(\omega) - \varepsilon_b(\omega)$ — скачок диэлектрической проницаемости, $T = a + b$ — период среды.

Поскольку вероятности P_r удовлетворяют условию $\sum_r P_r = 1$, то выполняется неравенство $P_r < 1$. Отклонения от строгой периодичности приводят к эффективному уменьшению величин P_r . Если эти отклонения относительно невелики, то, как показано Тер-Микаеляном ⁵⁰, их влияние на резонансное излучение можно учесть введением в выражение (2.7) множителей вида

$$f(r) = \exp \left[-\frac{(\Delta T)^2}{T^2} (2\pi r)^2 \right], \quad (2.9)$$

где $(\Delta T)^2$ — средний квадрат отклонения периода от среднего значения. Кроме того, при учете отклонения от строгой периодичности возникает некогерентный фон переходного излучения, соответствующий независимому излучению электроном на каждом периоде структуры.

Чем выше номер гармоники резонансного излучения, тем более жесткие условия накладываются на качество периодической структуры. При увеличении отклонений от периодичности ($\Delta T \rightarrow T$) когерентные эффекты исчезают и спектрально-угловые характеристики переходного излучения определяются простым суммированием интенсивностей от различных границ.

Влияние нерегулярности среды на спектр излучения было детально проанализировано Гарибяном и сотрудниками ⁵⁷, которые получили результаты для произвольной слоистой среды. Этими же авторами одновременно рассматривалось влияние поглощения на когерентные эффекты в переходном излучении. Другой подход для учета поглощения в произвольной строго периодической среде использовался в работе Жеваго ⁵⁶. Более сложным является вопрос влияния многократного рассеяния на резонансное излучение, поскольку при строгом подходе необходимо принимать во внимание периодическое изменение среднеквадратичного угла многократного рассеяния, вызванное изменением плотности вещества. Если многократное рассеяние учитывать только в среднем (т. е. считать распределение ядер в среде однородным), то задача решается сравнительно

просто ^{50,56}. Однако, как показано Гарибьяном и Ян Ши ^{58,59} на примере, слоистой среды, учет периодического изменения угла многократного рассеяния может приводить к заметным эффектам в когерентном переходном излучении. Мы не будем подробно останавливаться на этом вопросе. Укажем лишь, что при выполнении неравенства

$$\frac{q\lambda}{(\epsilon'_{\text{eff}} - 1 - \gamma^{-2})^2} \ll 1, \quad (2.10)$$

аналогичного неравенству (1.3), влиянием многократного рассеяния на резонансное излучение можно пренебречь.

Перейдем теперь к конкретным оценкам спектральной плотности резонансного переходного излучения. В рентгеновском диапазоне частот диэлектрическая восприимчивость $\epsilon'(\omega) - 1$ зависит от заряда ядра вещества как Z , а поглощение ($\epsilon''(\omega)$) увеличивается более быстро с ростом Z . Поэтому оптимальной в смысле выхода излучения будет среда с минимальным Z . В качестве примера приведем среду, состоящую из 750 слоев бериллия толщиной $2,5 \cdot 10^{-3}$ см, разделенных вакуумными промежутками шириной 0,05 см. Для такой среды $P_1 \approx 0,4$; $(\epsilon' - 1)/\epsilon'' \approx 2 \cdot 10^3$ при $\omega = 15$ кэВ ($\lambda \approx 0,83 \text{ \AA}$). Пороговая энергия для генерации первой гармоники равна $E_{\text{th}}^{(1)} = 1,5$ ГэВ. Спектральная плотность энергии излучения на частоте $\omega \approx 15$ кэВ и при энергиях электрона выше пороговой оказывается равной

$$\frac{dW_m}{d\hbar\omega} \approx 10,9. \quad (2.11)$$

Таким образом, спектральная и спектрально-угловая плотность резонансного излучения рентгеновских частот в расчете на один электрон могут почти на 4 порядка превосходить соответствующие величины для синхротронного излучения с когерентной длины. Поэтому, как отмечалось в работе ⁵⁶, переходное излучение в периодических структурах может представлять интерес как источник рентгеновского излучения.

Экспериментальному исследованию переходного излучения в слоистых структурах посвящено большое количество работ ⁶⁰⁻⁷⁹. Эти исследования были стимулированы в основном возможностью использования рентгеновского переходного излучения для регистрации заряженных частиц с высокими энергиями. Для этих целей, однако, наиболее важной характеристикой является полная потеря энергии частицы на излучение в радиаторе ^{62,65,66,68,73,75}.

Спектральное распределение излучения, возникающего в регулярной слоистой среде исследовалось несколькими группами экспериментаторов ^{60-62,64,66,67,71,72,74}. Как правило, для регистрации фотонов в этих экспериментах использовались спектрометры полного поглощения. С другой стороны, вероятности излучения двух и большего числа фотонов в радиаторах была значительной. Поскольку методика регистрации излучения не позволяла разделить излучение одного фотона от излучения нескольких фотонов, то точность измерения спектров была недостаточной (подробнее см. ⁷⁷). Исключение составляют эксперименты Фабиана и Стружипского ⁷⁴, где использовался радиатор с относительно небольшим числом (≈ 30) слоев и вероятность излучения более одного фотона была относительно малой. В этих экспериментах ⁷⁴⁻⁷⁶ было достигнуто 15% согласие с теоретическими расчетами.

Наиболее полное исследование спектральных характеристик переходного излучения в различных слоистых средах было выполнено Черри и Мюллером ^{77,78}. Эксперименты были выполнены на синхротроне Кор-

Таблица II

Параметры слоистых структур (радиаторов), использованных в экспериментах по переходному излучению ⁷⁸

Вещество пленки/вещество между пленками	Толщина пленки, см	Расстояние между пленками, см	Число слоев	Максимальная частота излучения, кэВ
(CH ₂) _n /He	1,6 · 10 ⁻³	0,14	1000	5,6
(CH ₂) _n /He	5,0 · 10 ⁻³	0,14	250	18
(CH ₂) _n /He	8,2 · 10 ⁻³	0,14	200	29
(CH ₂) _n /воздух	3,0 · 10 ⁻³	0,10	300	11
(CH ₂) _n /воздух	2,44 · 10 ⁻²	0,75	200	86
(CH ₂) _n /воздух	2,44 · 10 ⁻²	1,5	100	86

нельского университета для энергий электронов 5; 9 и 30 ГэВ. Параметры слоистых структур, которые использовались в качестве радиатора, приведены в табл. II. Часть полученных результатов представлена на рис. 9, где показаны спектры излучения. По оси ординат на графиках отложено число фотонов, излучаемых в единичный интервал энергий в расчете на

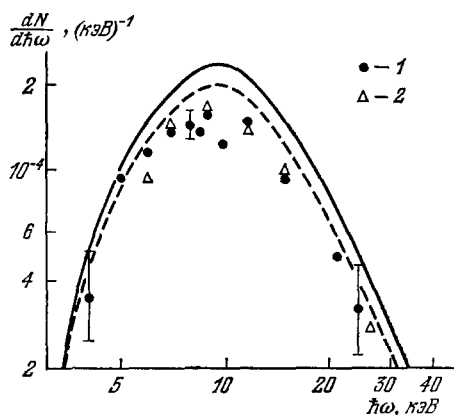


Рис. 9. Зависимость от энергии фотонов числа фотонов, излученных электроном в слоистой среде из 1000 полипропиленовых пленок, толщиной 16 мкм, разделенных гелиевым промежутком 1,4 мм, в расчете на одну границу.

Экспериментальные результаты: 1 — для энергии электронов 5 ГэВ, 2 — для $E = 9$ ГэВ ⁷⁸. Теоретические спектры представлены соответственно сплошной и штриховой кривыми.

один электрон и один период среды. Экспериментальные значения, показанные точками и треугольниками, с точностью не хуже 15%, совпадают с теоретическими кривыми.

Согласно полученным результатам, значение спектральной плотности энергий излучения в радиаторах $dW/d\hbar\omega$ на один электрон достигало величины 1,6, что почти на 3 порядка больше соответствующей величины синхротронного излучения.

Таким образом, переходное излучение в периодических структурах может рассматриваться как потенциальный источник интенсивного рентгеновского излучения.

3. ИЗЛУЧЕНИЕ В КРИСТАЛЛЕ, ВОЗНИКАЮЩЕЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ДИФРАКЦИИ СОБСТВЕННОГО ПОЛЯ ЭЛЕКТРОНА

Монокристалл представляет собой естественную периодическую структуру. Однако период пространственного изменения диэлектрических свойств кристалла может быть сравним с длинами волн рентгеновского излучения. Поэтому в отличие от искусственных структур, рассмотренных выше, при расчете спектров излучения в кристалле необходимо, вообще

говоря, учитывать взаимодействие электромагнитного поля заряда с отдельными атомами. В частности, такой подход используется в теории дифракции рентгеновских лучей в кристаллах⁸¹⁻⁸³.

Собственное поле релятивистского электрона близко по своим свойствам к полю электромагнитной волны. Поэтому резонансное (квазичеренковское) излучение в кристалле можно представить также как результат дифракции поля движущегося электрона, т. е. когерентного рассеяния виртуальных фотонов атомами кристалла. В полном соответствии с дифракцией рентгеновских лучей, в излучении можно выделить два случая.

Первый отвечает условиям «кинематической» дифракции, при которых интенсивность дифрагированной волны остается все время малой по сравнению с интенсивностью прямой волны. В этом случае расчеты спектра излучения равномерно движущимся в кристалле зарядом были проведены Тер-Микаеляном⁵⁰⁶ (§ 28). Аналогичные результаты с учетом тепловых колебаний атомов кристалла получил Беляков⁸⁴.

В достаточно толстых кристаллах интенсивности прямой и дифрагированной волн могут быть одного порядка и становится необходимым учет постоянного взаимодействия двух (или большего числа) волн в процессе дифракции. Этот случай соответствует динамической теории дифракции. Теория излучения, основанная на динамической дифракции собственного поля электрона, была развита Гарибяном, Ян Ши и сотрудниками⁸⁵⁻⁸⁷. Сравнительно простые аналитические выражения для спектров излучения электроном в кристалле были получены Афанасьевым и Агинян⁸⁸. Этими же авторами была развита теория излучения в мозаичных кристаллах. Задача об излучении равномерно движущейся частицей в монокристалле рассматривалась также Барышевским и Феранчуком^{89,90}. Однако их первые работы⁸⁹ оказались ошибочными и вследствие этого оценки интенсивности излучения были на много порядков завышены. Впоследствии⁹⁰ эти ошибки были исправлены.

а) Излучение при кинематической дифракции

Вследствие трансляционной симметрии кристалла пространственно-временные компоненты Фурье электромагнитного поля в кристалле могут быть представлены в виде рядов по векторам обратной решетки, \mathbf{K} . Например, для электрического поля электромагнитной волны получаем

$$\mathcal{E}(\mathbf{r}, t) = v_c^{-1} \sum_{\mathbf{K}} \mathbf{E}_{\mathbf{K}}(\mathbf{k}, \omega) \exp[i(\mathbf{K}\mathbf{r} - \omega t)], \quad (3.1)$$

где $\mathbf{k}_{\mathbf{K}} = \mathbf{k} + \mathbf{K}$, v_c — объем элементарной ячейки кристалла. При этом уравнения Максвелла для поля заряда в кристалле сводятся к системе алгебраических уравнений для величин $\mathbf{E}_{\mathbf{K}}(\mathbf{k}, \omega)$. Решение этой системы уравнений для поля заряда, движущегося со скоростью \mathbf{v} в кристалле, в приближении слабой дифракции имеет вид⁵⁰⁶ § (28)

$$\mathbf{E}_{\mathbf{K} \neq 0}(\mathbf{k}, \omega) = \frac{8i\pi^2 e}{c^2} \frac{\omega^2 c^{-2} \chi_{\mathbf{K}0}}{\omega^2 c^{-2} \epsilon_0 - k^2} \frac{[\mathbf{k}_{\mathbf{K}} [\mathbf{k}_{\mathbf{K}} (\omega \mathbf{v} - \mathbf{k} \epsilon_0^{-1} c^2)]]}{\omega^2 c^{-2} \epsilon_0 - k_{\mathbf{K}}^2}, \quad (3.2)$$

где $\chi_{\mathbf{K}0}(\omega)$ — коэффициенты, пропорциональные амплитуде рассеяния фотона на ячейке кристалла с изменением импульса фотона на величину \mathbf{K} . В рассматриваемом случае средняя диэлектрическая проницаемость ϵ_0 определяется равенствами

$$\operatorname{Re} \epsilon_0(\omega) = 1 + \chi'_0, \quad \chi'_0 = \frac{-\omega_p^2}{\omega^2}.$$

Мнимая часть $\varepsilon_0(\omega)$ может быть выражена через сечение поглощения фотона $\sigma_c(\omega)$:

$$\text{Im } \varepsilon_0(\omega) = \chi_0'' = \frac{cn\sigma_c(\omega)}{\omega},$$

где n — плотность поглотителей. В рентгеновской области частот основным механизмом поглощения является фотоэффект на атомных электронах, причем, как правило, поглощение оказывается относительно слабым: $\chi_0'' \ll |\chi_0'|$. Для остальных коэффициентов в случае одноатомного кристалла и рентгеновских частот можно получить⁹¹ следующие соотношения:

$$\begin{aligned}\chi_{\text{ко}}'(\omega) &= \chi_0' F(K) \exp[-W(K)]/Z, \\ \chi_{\text{ко}}''(\omega) &= \chi_0'' \exp[-W(K)],\end{aligned}$$

где $F(K)$ — атомный структурный фактор ($F(0) = Z$), Z — число электронов в атоме, $W(K)$ — фактор Дебая — Уоллера. В приближении Дебая $W(K) = K^2 u^2$, где u^2 — средний квадрат амплитуды тепловых колебаний атомов кристалла.

Приближенное решение (3.1) справедливо по крайней мере в случае, когда длина волны излучаемого фотона существенно меньше размеров элементарной ячейки кристалла. Используя условие $k \gg K$, представим знаменатель последнего сомножителя выражения (3.2) в виде⁹²

$$\omega^2 c^{-2} \varepsilon_0 - k_K^2 \approx \omega^2 c^{-2} \varepsilon_{\text{eff}}(\omega, K_z) - k^2, \quad (3.3)$$

где $\varepsilon_{\text{eff}}(\omega, K_z) = \varepsilon_0(\omega) - 2K_z \omega^{-1} c$ — эффективная диэлектрическая проницаемость кристалла, K_z — проекция вектора обратной решетки на направление скорости частицы.

Квазичеренковское излучение электроном в кристалле возникает при таких энергиях электрона и углах относительно направления скорости, которые соответствуют обращению в нуль знаменателя (3.3). Нетрудно видеть, что при учете дифракции ($K_z \neq 0$) последнее условие действительно может иметь место, если энергия частицы выше пороговой $E_{\text{th}}(K_z) = mc^2 [\varepsilon_{\text{eff}}(\omega, K_z) - 1]^{-1/2}$. Для спектральной плотности энергии излучения в достаточно толстом ($T \gg l_c(\omega)$) кристалле получается выражение⁹², аналогичное случаю слоистой среды (2.6):

$$\frac{dW}{d(\hbar\omega)} = \frac{e^2}{\hbar c} \sum_{K_z < 0} P_K \frac{\varepsilon_{\text{eff}}'(\omega, K_z) - 1 - \gamma^{-2}}{\varepsilon_0''(\omega)} \eta(\varepsilon_{\text{eff}}' - 1 - \gamma^{-2}).$$

Однако суммирование производится теперь по трехмерному многообразию векторов обратной решетки, а множители P_K имеют вид

$$P_K = \frac{|\chi_{\text{ко}}(\omega)|^2 \omega^2}{4c^2 K_z^2}.$$

Эти множители пропорциональны квадрату малого параметра $\lambda a / \lambda_p^2$, где λ — длина волны излучения, $\lambda_p = 2\pi c / \omega_p$, a — размеры элементарной ячейки кристалла. При увеличении длины волны излучения интенсивность квазичеренковского излучения в кристалле возрастает. Однако при условии $\lambda \sim a$ использованный для расчета метод возмущений становится, вообще говоря, неприменимым. При этом условии более последовательным является метод динамической теории дифракции⁸⁵⁻⁸⁷. В изложении этого вопроса мы следуем работе Афанасьева и Агинян⁸⁸.

б) Излучение при динамической дифракции

Пусть выполняется условие Брэгга $k^2 \approx k_1^2$, где $\hbar k \approx \hbar \omega c^{-1}$ импульс виртуального фотона поля электрона, $\hbar \mathbf{k}_1 = (\mathbf{K}_1 + \mathbf{k}) \hbar$ — импульс излучаемого фотона, \mathbf{K}_1 — некоторый фиксированный вектор обратной решетки. В этом случае из всех возможных фурье-компонент поля заметно отличающимися от нуля являются лишь компоненты \mathbf{E}_0 , и $\mathbf{E}_{\mathbf{K}_1} \equiv \mathbf{E}_1$. Поэтому система уравнений для фурье-компонент поля может быть сведена⁸⁸ к системе двух уравнений для векторов \mathbf{E}_0 и \mathbf{E}_1 .

В этом приближении для компонент поля, распространяющегося под углом Брэгга, решение системы имеет вид⁸⁸

$$E_1^{(s)} = \frac{8i\pi^2 e v}{\omega} \chi_{10} P^{(s)} c^{(s)} \delta(\omega - \mathbf{k} \mathbf{v}) / \Delta^{(s)}, \quad (3.4)$$

где $\Delta^{(s)} = \chi_{01} \chi_{10} c_s^2 - \tilde{\chi}_0 (\tilde{\chi}_0 - \alpha)$, $\alpha = (K_1^2 - k^2) c^2 / \omega^2$, $\tilde{\chi}_0 = \chi_0 - \gamma^{-2} - \theta^2$; $\chi_{10} = \chi_{01} = \chi_{\mathbf{K}_1 0}$; γ — лоренц-фактор движущегося электрона, θ — угол между импульсом виртуального фотона и вектором скорости, $c^{(s)}$ — константы, зависящие от направления вектора поляризации поля $\mathbf{e}^{(s)}$,

$$c^{(s)} = \begin{cases} 1 & \text{— для } \sigma\text{-поляризации,} \\ \cos 2\theta_B & \text{— для } \pi\text{-поляризации.} \end{cases}$$

$P^{(s)} = \mathbf{e}^{(s)} \kappa / \kappa$, κ — составляющая импульса виртуального фотона, перпендикулярная вектору скорости частицы (в случае релятивистских частиц эффективные значения κ относительно малы: $\kappa \ll k$). Квазичеренковское (динамическое) излучение возникает, когда скорость электрона превышает фазовую скорость распространения электромагнитных волн в кристалле. Соответствующие частоты и направления излучения определяются условием обращения в нуль действительной части знаменателя:

$$\operatorname{Re} \Delta^{(s)} \approx (\chi_{01}' c^{(s)})^2 - \tilde{\chi}_0' (\tilde{\chi}_0' - \alpha). \quad (3.5)$$

Нетрудно получить, что при излучении под углом $2\theta_B$ по отношению к направлению скорости электрона, величина (3.5) обращается в нуль для частоты $\omega_0 \approx Kc/2 \sin \theta_B$. Небольшие отклонения от этого направления приводят к соответствующему изменению частоты излучения, $\Delta\omega = \omega - \omega_0$. Поскольку поглощение излучения относительно слабое ($\chi_0'' \ll \chi_0'$), то существует почти однозначное соответствие между частотой и направлением излучения:

$$\sin \theta_B \frac{\Delta\omega}{\omega_0} \approx \theta \cos \varphi \cdot \cos \theta_B.$$

Здесь угол φ отсчитывается от плоскости, образованной векторами \mathbf{v} и \mathbf{K} , а угол θ — от направления вектора $(\omega_0 \mathbf{v} / v) + \mathbf{K}$. Спектрально-угловое распределение интенсивности излучения из достаточно толстого кристалла в направлении Брэгга ($\theta_B < \pi/2$) определяется выражениями

$$\frac{d^2 W}{d(\hbar\omega) d\Omega} = \frac{16\pi^2 e^2}{\hbar c} \sum_{S=\sigma, \pi} \frac{|P^{(S)} c^{(S)} \chi_{10}|^2}{\rho^{(S)}(\theta) \sin^2 \theta_B} \delta\left(\frac{\Delta\omega}{\omega_0} - \theta \cos \varphi \operatorname{ctg} \theta_B\right), \quad (3.6)$$

$$\rho^{(s)}(\theta) = c^{(s)2} \chi_{01}'^2 (2\chi_{01}'' \tilde{\chi}_0' - \chi_0'' \chi_{01}') - \chi_0'' \tilde{\chi}_0'^2.$$

Метод динамической теории дифракции виртуальных фотонов для кристалла произвольной толщины позволяет провести расчеты интенсивности излучения, а также распределение по частотам в пределах линии

излучения. Однако для оценок по порядку величины можно использовать более простые качественные методы. Как отмечалось выше, динамическое излучение можно рассматривать как результат интерференции полей переходного излучения, генерируемых частицей при пересечении атомных плоскостей. Спектрально-угловая плотность энергии переходного излучения на одной плоскости под достаточно большим углом $\theta \gg mc^2/E$ к направлению скорости релятивистской частицы, определяется соотношением (см., например, ²²)

$$\frac{d^2W}{d(\hbar\omega) d\Omega} \sim \frac{e^2}{\hbar c} \frac{(\chi'_0)^2}{\pi^2}.$$

Когерентность полей излучения приводит к увеличению спектрально-угловой плотности в брэгговском направлении, пропорциональному квадрату числа атомных плоскостей, укладывающихся на длине поглощения излучения, т. е. для длин волн \sim постоянной решетки, пропорциональному χ''^{-2} . В результате получаем оценку для спектрально-угловой плотности энергии излучения, выходящего из кристалла под углом Брэгга:

$$\frac{d^2W}{d(\hbar\omega) d\Omega} \sim \frac{e^2}{\pi^2 \hbar c} \left(\frac{\chi'_0}{\chi''_0} \right)^2.$$

В рентгеновской области частот отношение χ'/χ'' достигает величины порядка 10. Таким образом, спектрально-угловая плотность рассматриваемого типа излучения оказывается на два порядка больше, чем аналогичная величина для синхротронного излучения. При этом монохроматичность излучения относительно высока ($\Delta\omega/\omega \sim 10^{-2}$). Эти оценки согласуются с более точными расчетами, проведенными Агинян и Ян Ши ⁸⁷, для кристалла LiH с помощью приведенных выше формул (3.6).

Таким образом, квазичеренковское (динамическое) излучение в кристалле представляет интерес как источник монохроматического рентгеновского излучения с перестраиваемой частотой. Перестройка достигается изменением направления движения электрона по отношению к вектору обратной решетки. Экспериментального исследования этого вида излучения, к сожалению, не проводилось.

4. ИЗЛУЧЕНИЕ ПРИ КАНАЛИРОВАНИИ ЧАСТИЦ В КРИСТАЛЛАХ

Если заряженная частица входит в кристалл под углом к кристаллографической оси или плоскости меньшим, чем некоторый критический угол θ_L , то может произойти каналирование частицы ⁹³. Это явление заключается в том, что частицы относительно долгое время движутся вдоль каналов, образованных кристаллическими плоскостями или осями, где их потенциальная энергия взаимодействия с кристаллами имеет минимум. Движение поперек канала оказывается ограниченным размерами порядка межатомных. С квантовой точки зрения, существуют дискретные уровни энергии, обусловленной финитным поперечным движением частицы ⁹⁴.

Томпсон ⁹⁵ впервые обратил внимание на возможность спонтанных радиационных переходов между уровнями поперечного движения протонов как на один из эффектов, приводящих к изменению заселенности уровней. Излучение, по мнению Томпсона, должно было происходить в инфракрасной области спектра. Более детальный анализ показывает, что нерелятивистские каналированные протоны при переходах между уровнями поперечной энергии действительно могут испускать инфракрасное излучение. К сожалению, интенсивность излучения оказывается относительно малой и обнаружить его на фоне других радиационных эффектов весьма сложно.

Вероятно поэтому идея Томпсона долгое время не привлекала внимания исследователей.

Калашников и др.^{196a} впоследствии рассмотрели вопрос об излучении нерелятивистских электронов при их переходе из непрерывного спектра поперечных энергий в дискретный для объяснения результатов экспериментов по излучению нерелятивистских электронов. Однако, для нерелятивистских электронов уровни поперечной энергии и, следовательно, каналирование, отсутствуют, а имеет место обычная дифракция электронов. Кроме того, полученные в^{196a} формулы в действительности не описывали указанного процесса излучения. Как было показано позже¹¹⁹, при переходах нерелятивистской, но более тяжелой, чем электрон, частицы с фиксированной поперечной энергией из непрерывного спектра в связанное состояние излучение должно быть монохроматичным в противоположность результатам работы^{196a}.

Кумаховым^{96,97} была впервые выдвинута идея об интенсивном рентгеновском и γ -излучении при каналировании релятивистских электронов и позитронов. Основные результаты теории сводились к следующему. Релятивистские эффекты играют двоякую роль при излучении каналированными частицами. Релятивистское возрастание массы частицы приводит к уменьшению разности соседних уровней поперечной энергии, т. е. частоты поперечных колебаний. С другой стороны, вследствие эффекта Доплера энергия излучаемого фотона теперь не совпадает, вообще говоря, с разностью уровней поперечной энергии. Происходит концентрация интенсивности излучения в направлении продольного движения. Фотоны, излучаемые в этом направлении, при релятивистских скоростях соответствуют рентгеновскому или γ -диапазону.

Интегральная по частотам интенсивность дипольного излучения с ростом энергии частиц E растет пропорционально E^2 , а характерные частоты излучения — пропорционально $E^{3/2}$. Спектральная плотность интенсивности излучения при этом оказывается настолько высокой, что может значительно превосходить спектральную плотность других известных типов излучения.

В то же время А. Воробьев и др.⁹⁸, которые в своих расчетах учитывали лишь релятивистское возрастание массы и игнорировали эффект Доплера, пришли к выводам, существенно отличающимся от результатов⁹⁷.

Работы Кумахова^{96,97} и открывающиеся возможности использования этого нового типа излучения *) в качестве интенсивного источника рентгеновских и γ -квантов, а также для исследования кристаллов, стимулировали дальнейшие теоретические исследования в этой области^{92,99-141} и первые эксперименты¹⁴²⁻¹⁵¹. В частности, основные результаты работ^{96,97} были получены годом позже и другими авторами^{92,103,128,130}. Исключение составляет работа Барышевского и Дубовской¹³⁸. Первоначально¹³⁸ ими предсказывалось, что интенсивность излучения ультрарелятивистской частицей (1 ГэВ) при каналировании должна быть сравнимой с интенсивностью переходного излучения, что существенно ниже соответствующих оценок, полученных другими авторами^{92,103,109,128,130}. Другие характеристики излучения, спектрально-угловая плотность и поляризация излучения, рассчитанные в¹³⁸, также не согласовались с результатами других авторов^{92,103,109,128,130}. В последующих работах Барышевского и сотрудников¹³⁹ часть ошибок, содержащихся в¹³⁸, была исправлена (подробнее см.¹²⁷⁶). Однако зависимость энергии фотона от углов излучения и энергии частиц,

*) Это излучение иногда называют эффектом Кумахова (см., например, обзор¹⁵²).

полученная авторами ¹³⁹, как показано в ¹²⁷⁶, осталась неверной, поскольку она неправильно учитывает эффект Доплера.

Теория дипольного излучения каналированными частицами была развита в дальнейшем Кумаховым, Белошицким и Веделем ⁹⁹⁻¹⁰⁹. В работах ¹⁰² рассматривалась также теория вынужденного излучения и проблема создания на его основе лазера с перестраиваемой частотой излучения.

Квантовая теория излучения каналированными частицами с относительно высокими энергиями, когда дипольное приближение неприменимо, была разработана авторами настоящего обзора ^{92, 112-122}. В работах ^{92, 103, 112-114, 117, 118} было показано также, что существует ряд эффектов, обусловленных влиянием частотной и пространственной дисперсий электромагнитного поля в кристалле на процесс излучения каналированными частицами.

Особенности излучения надбарьерными частицами в условиях плоскостного квазиканалирования в дипольном приближении впервые рассматривались Ахизером, Болдышевым и Шульгой ^{131, 132}, а затем и другими авторами ^{111, 118, 119, 1336, 135-137}. Более общие результаты, учитывающие, в частности, недипольность излучения, были получены для этого случая Глебовым и авторами настоящего обзора ¹¹⁹ (см. также ¹²⁷⁶). Теория излучения при осевом квазиканалировании частиц рассмотрена Авакяном и др. ^{123а}, Ямамурой и Одуки ¹²⁴, Шульгой ^{133а}, Базылевым и Демурой ¹²³⁶. Белошицким и Кумаховым ¹²⁶ была развита теория излучения в переходном режиме каналирования от плоскостного к осевому.

Была показана ^{96, 97, 92, 115, 130} аналогия между излучением при плоскостном каналировании и квазиканалировании с хорошо известным ондуляторным излучением ^{20а, 199-205}. Эта аналогия сыграла плодотворную роль в развитии теории излучения частиц высоких энергий при каналировании (подробнее см. ниже). Общие результаты, полученные в теории ондуляторного излучения Гинзбургом и Эйдманом ¹⁹⁹⁶, Корхмязяном ²⁰¹, Алферовым, Башмаковым и Бессоновым ²⁰², использовались при конкретных расчетах излучения при плоскостном каналировании и квазиканалировании ^{111, 130-132, 135-137}.

В последнее время появился ряд теоретических работ, где рассмотрены явления, тесно связанные с излучением при каналировании. Роль обратного влияния излучения на движение каналированных частиц была выяснена Веделем и Кумаховым ^{105, 106}, Бонч-Осмоловским и Подгорецким ¹³⁴ и авторами ¹¹⁶. Оценки сечения рассеяния лазерного излучения на пучке каналированных частиц проведены Пантелом ¹⁴⁰. Более детальная теория этого явления, а также теория вынужденного рассеяния была развита нами в работах ^{120, 121}. Возможности генерации нейтронов с помощью излучения от каналированных частиц обсуждались Еремеевым и Кумаховым ¹⁴¹.

Спектры излучения от каналированных электронов и позитронов изучались в нескольких экспериментальных работах ¹⁴³⁻¹⁵¹. В проведенных экспериментах наблюдалось отчетливое увеличение выхода относительно мягких рентгеновских или γ -квантов при углах влета частиц в кристалл, меньших критического угла каналирования.

Состояние теоретических и экспериментальных исследований в области излучения при каналировании в краткой форме изложено в обзорном докладе авторов на Международной конференции в Гамильтоне ¹¹⁸ (август 1979 года) и в обзорной работе Веделя ¹⁵².

Перейдем теперь к более детальному изложению основных результатов теории эффекта Кумахова и их сравнению с имеющимися в настоящий момент экспериментальными результатами.

а) Потенциал взаимодействия канализованных релятивистских электронов и позитронов с кристаллом

Канализованию заряженных частиц в кристаллах посвящено большое число теоретических и экспериментальных работ (см., например, обзорные работы ⁹³⁻⁹⁵). Как было впервые показано Линдхардом ¹⁵³, частица, влетающая в кристалл под достаточно малым углом по отношению к кристаллической оси, испытывает полностью когерентное рассеяние различными атомами этой оси. В результате действие суммарного потенциала атомов кристалла можно с хорошей точностью заменить действием потенциала, усредненного вдоль направления оси. Усредненный потенциал зависит только от расстояния до оси и поэтому анализ движения частицы в кристалле при осевом канализовании существенно упрощается. Аналогичный подход можно использовать и в случае, когда частица влетает под достаточно малым углом по отношению к кристаллической плоскости ¹⁵⁴. Усредненный потенциал плоскости, который действует на частицу при плоскостном канализовании, зависит лишь от расстояния до этой плоскости.

Усредненный потенциал представляет собой, вообще говоря, периодическую функцию поперечных координат с основным периодом, равным расстоянию между соседними осями или плоскостями. Однако в большинстве интересных случаев для электронов можно ограничиться потенциалом

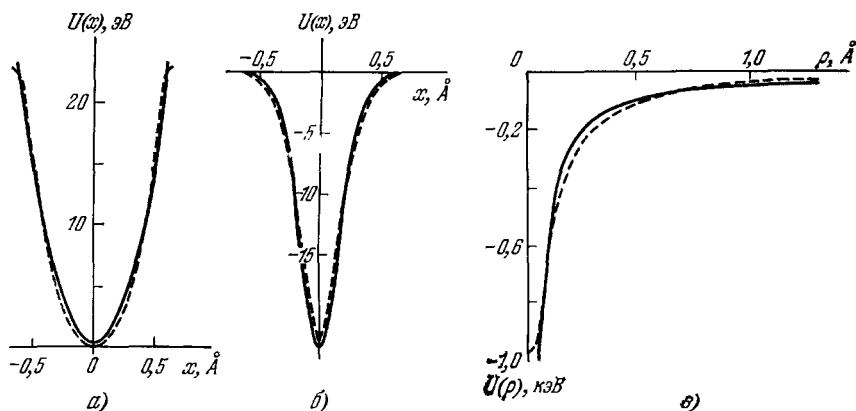


Рис. 10. Потенциалы плоскостных и осевых каналов ¹¹⁸

Штриховые кривые основаны на модели Мольер для потенциала атома и учитывают тепловые колебания решетки, сплошные соответствуют простым модельным зависимостям (4.1) — (4.3). а) Потенциал плоскостного канала (110) алмаза для позитронов; б) потенциал плоскостного канала (110) алмаза для электронов; в) потенциал осевого канала (111) вольфрама для электронов.

одной плоскости или одной оси, а для позитронов — потенциалом двух ближайших плоскостей или нескольких ближайших осей. Это связано с тем, что в этих случаях проникаемостью потенциальных барьеров, отделяющих соседние каналы, можно пренебречь ^{106, 115, 125}.

Потенциал отдельного канала может быть представлен в аналитической форме, если использовать достаточно простые модели для потенциала атомов кристалла и тепловых колебаний решетки кристалла. Результаты таких вычислений в приближении Мольер ¹⁵⁵ для потенциала атома и с учетом изотропных тепловых колебаний представлены в работе Эплтона и др. ¹⁵⁶ (см. рис. 10). Аналогичные вычисления, но без учета тепловых колебаний могут быть проведены и для других моделей потенциала атома ^{94, 127}.

Получающиеся таким образом выражения для потенциалов канала оказываются все же достаточно сложными для того, чтобы использовать их в аналитических расчетах спектров излучения каналированными частицами. Однако в большинстве случаев их можно с достаточной точностью аппроксимировать более простыми выражениями, допускающими аналитическое решение задачи и, при необходимости, получение быстрых оценок частот и интенсивности излучения. Так, например, для плоскостного каналирования позитронов потенциал в первом приближении имеет вид параболы

$$U(x) = \frac{4U_0 x^2}{a^2} \quad (4.1)$$

почти всюду в пределах канала (рис. 10, а). Ангармонические поправки к потенциалу (4.1) оказываются малыми и их можно учесть методами теории возмущений^{106,129}. Для электронов усредненный потенциал плоскости может быть с достаточной точностью представлен в виде^{115,118,119,157,158} (рис. 10, б)

$$U(x) = -U_0 \operatorname{ch}^{-2} \frac{x}{b}, \quad (4.2)$$

а потенциал оси — в виде^{99б, 111,119,159,160} (рис. 10, в)

$$U(\rho) = -\frac{\alpha}{\rho}. \quad (4.3)$$

В выражениях (4.1) — (4.3) параметры U_0, b, α выбираются из условий наилучшего приближения модельных зависимостей к более точным¹⁵⁶. Значения этих параметров для некоторых конкретных случаев каналирования представлены в табл. III. Более сложным является выбор модельной зави-

Таблица III

Параметры модельных потенциалов для некоторых кристаллов и каналов

Кристалл		Плоскость		Ось	
Индексы Миллера оси или плоскости	Вещество	U_0 , эВ	b , Å	U_0 , эВ	α , эВ·Å
100	C	12,4	0,168	83	6,5
	Si	13,1	0,245	88	8,5
	W	83,7	0,227	804	49
110	C	22,8	0,215	101	9,0
	Si	22,9	0,303	112	11,5
	W	132,8	0,275	553	34
111	C	—	—	99	7,0
	Si	—	—	104	9,5
	W	36,1	0,161	936	55

симости потенциала для осевого каналирования позитронов. В этом случае потенциал не обладает, вообще говоря, цилиндрической симметрией (см. рис. 8 в⁹⁴) и его затруднительно представить в достаточно простом виде.

б) Классические уравнения движения релятивистских каналированных частиц

В общем случае движение каналированных частиц в кристалле должно рассматриваться методами квантовой механики, поскольку длина волны Де Бройля, соответствующая поперечному движению (см. ниже), может быть сравнима с характерными размерами области поперечного движения.

Однако при достаточно высоких энергиях частиц оказывается возможным классическое описание. Поэтому мы сначала рассмотрим этот случай как наиболее простой. Более точные условия применимости классического подхода будут сформулированы в п. в) гл. 4, где излагается квантовая теория движения.

Анализ классических уравнений движения релятивистских частиц при каналировании проведен в работах ^{118,123а}. Рассмотрим следуя ¹¹⁸, случай плоскостного каналирования *).

Интегралами движения при плоскостном каналировании являются продольная (по отношению к плоскостям) составляющая импульса, $p_{||}$ и полная энергия частицы E :

$$\frac{1}{\sqrt{1-v_{||}^2-(\dot{x})^2}} + U(x) = E, \quad \frac{v_{||}}{\sqrt{1-v_{||}^2-(\dot{x})^2}} = p_{||}. \quad (4.4)$$

Введены обозначения: $v_{||}$ — продольная скорость, \dot{x} — поперечная скорость частицы. На основании системы уравнений (4.4) получим

$$(\dot{x})^2 = \frac{[E - U(x)]^2 - E_{||}^2}{[E - U(x)]^2}, \quad (4.5)$$

где $E_{||}^2 = (p_{||}^2 + 1)^{1/2}$ — продольная энергия. Это точное уравнение поперечного движения.

Дальнейшие упрощения уравнения (4.5) связаны с малостью потенциальной энергии $U(x)$ по сравнению с полной энергией релятивистской частицы. Представим полную энергию в виде $E = E_{||} + \varepsilon$, где ε — поперечная энергия, и учтем, что для каналированных частиц $\varepsilon \sim U$ и, следовательно, $\varepsilon \ll E_{||}$. Тогда с точностью до величин $\sim \varepsilon/E$ уравнение поперечного движения примет вид

$$(\dot{x})^2 = \frac{2}{E_{||}} [\varepsilon - U(x)]. \quad (4.6)$$

Таким образом, уравнение поперечного движения (4.6) по виду имеет нерелятивистский характер, однако роль массы частицы в этом уравнении играет ее релятивистская масса $E_{||} \approx E$.

Продольная скорость частицы определяется вторым уравнением системы (4.4):

$$v_{||}^2 = (1 - E_{||}^{-2}) (1 - (\dot{x})^2). \quad (4.7)$$

В ультрарелятивистском пределе ($E \gg 1$) с учетом условия $\varepsilon \ll E_{||}$ получим

$$v_{||} \approx 1 - \frac{1}{2} (E_{||}^{-2} + (\dot{x})^2). \quad (4.8)$$

Чем выше энергия частиц E , тем выше точность уравнений движения (4.6) и (4.8). Поперечное движение (4.6) и продольное движение (4.8) каналированной частицы оказываются связанными между собой. Эта связь проявляется, с одной стороны, в параметрической зависимости частоты поперечных колебаний от энергии продольного движения $E_{||}$. С другой стороны, при достаточно высоких энергиях $E \sim 1/\varepsilon_{\text{kin}}$, где $\varepsilon_{\text{kin}} = (\dot{x})^2/2E$ — кинетическая энергия поперечного движения, вследствие этой связи становятся заметными продольные колебания частицы (см. (4.8)). Такие колебания, как показано в работах ^{118,119,127б}, оказывают существенное влияние на спектр излучения (см. также ниже п. к) гл. 4).

*) При анализе уравнений движения используются единицы $\hbar = m = c = 1$.

Результаты (4.4) — (4.8), полученные для плоскостного каналирования, с очевидной заменой $x \rightarrow \rho$ (где ρ — радиус-вектор, перпендикулярный каналирующей оси) переносятся на случай осевого каналирования¹²³.

в) К в а н т о в ы е у р а в н е н и я д в и ж е н и я
р е л я т и в и с т с к и х к а н а л и р о в а н н ы х ч а с т и ц

Получим теперь, следуя результатам работ^{92,115,161}, квантовые уравнения движения частиц в канале.

Как известно (см., например, ¹⁶² § 7), волновая функция $\Psi(\mathbf{r}, t)$, релятивистского электрона (позитрона) во внешнем поле представляет собой биспинор и удовлетворяет уравнению Дирака. Волновая функция $\Psi(\mathbf{r}, t)$ может быть представлена в виде

$$\Psi(\mathbf{r}, t) = (\gamma^\mu P_\mu + 1) \tilde{\Psi}(\mathbf{r}, t), \quad (4.9)$$

где $P_\mu = -i \frac{\partial}{\partial x_\mu} - e A_\mu$, γ^μ — матрицы Дирака, $x_\mu = \{t, x, y, z\}$, A_μ — 4-потенциал поля. Вспомогательная функция $\tilde{\Psi}(\mathbf{r}, t)$ удовлетворяет так называемому квадрированному уравнению Дирака (¹⁶², п. 7.4). В лабораторной системе координат отличен от нуля лишь скалярный потенциал, и уравнение для $\tilde{\Psi}$ выглядит следующим образом:

$$\left[\left(i \frac{\partial}{\partial t} - U \right)^2 + \Delta - 1 + i \alpha \nabla U \right] \Psi(\mathbf{r}, t) = 0, \quad (4.10)$$

где $\alpha = \gamma_0 \gamma$, Δ — лапласиан, U — потенциальная энергия частицы в канале.

В интересующем нас случае уравнение (4.10) может быть существенно упрощено. Во-первых, как уже отмечалось выше, полная энергия релятивистских частиц E существенно превосходит их потенциальную энергию взаимодействия с кристаллом. Поэтому в (4.10) можно пренебречь слагаемыми U^2 и $\alpha \nabla U$. Последнее характеризует взаимодействие спина частицы с полем канала и по порядку величины меньше или сравнимо с U^2 . Эти упрощения соответствуют хорошо известному в релятивистской квантовой динамике приближению Фарри¹⁶². Далее, в известной степени можно разделить продольное и поперечное движение каналированной частицы. Например, при плоскостном каналировании волновая функция $\tilde{\Psi}(\mathbf{r}, t)$ имеет вид

$$\tilde{\Psi}(\mathbf{r}, t) = e^{-iEt} e^{ip_{||}\rho} \psi(x; E_{||}), \quad (4.11)$$

где $p_{||}$ — составляющая импульса частицы, параллельная каналирующим плоскостям, ρ — радиус-вектор, лежащий в каналирующей плоскости, $E = E_{||} + \varepsilon$ — полная энергия частицы, которую мы представили в виде суммы продольной $E_{||} = \sqrt{p_{||}^2 + 1}$ и поперечной ε энергий. Последняя при каналировании принимает дискретные значения и параметрически зависит от продольной энергии. Нетрудно показать, что с учетом сделанных приближений ($\varepsilon \ll E_{||}$) волновые функции поперечного движения и соответствующие им поперечные энергии определяются уравнением типа Шрёдингера:

$$\left[-\frac{1}{2E_{||}} \frac{d^2}{dx^2} + U(x) \right] \psi(x; E_{||}) = \varepsilon(E_{||}) \psi(x; E_{||}). \quad (4.12)$$

Аналогичное двумерное уравнение можно получить для волновых функций поперечного движения в случае осевого каналирования.

Таким образом, с точностью до членов $\sim \varepsilon/E$ квантовое уравнение поперечного движения носит нерелятивистский характер в полном соответствии с классическим уравнением (4.6). Продольное движение каналированной частицы описывается плоской волной (см. (4.14)). Связь продольного и поперечного движений при квантовом подходе проявляется, во-первых, в параметрической зависимости разности уровней поперечной энергии от продольной энергии $E_{\parallel} \approx E$, что соответствует зависимости частоты классических поперечных колебаний от E . Во-вторых, от продольной энергии зависят волновые функции поперечного движения. Поэтому волновые функции $\psi_n(x; E_{\parallel}^i)$ и уровни энергии $\varepsilon_n(E_{\parallel}^i)$ отличаются, вообще говоря, от соответствующих функций $\psi_n(x; E_{\parallel}^f)$ и уровней $\varepsilon_n(E_{\parallel}^f)$. Отличие оказывается существенным лишь при достаточно высоких энергиях частиц $E \geq 1/\varepsilon$ и приводит при этом к ряду эффектов в излучении каналированными частицами¹¹⁵⁻¹¹⁹. Эти эффекты при классическом подходе соответствуют учету продольных колебаний частицы.

Спиновая структура волновой функции $\Psi(\mathbf{r}, t)$, определяемая оператором $\gamma^{\mu}P_{\mu} + 1$ (4.9), оказывается существенной, лишь когда рассматривается излучение достаточно жестких фотонов с энергией $\omega \sim E$. В этом случае необходимо учитывать взаимодействие спина частицы с эффективным полем излучения¹¹⁵. Однако каналированные частицы не слишком высоких ($\leq 10-100$ ГэВ) энергий излучают в основном в области достаточно мягких фотонов ($\omega \ll E$). При анализе спектра излучения в этой области частот можно полностью пренебречь спиновыми эффектами и характеризовать состояния частиц скалярной волновой функцией $\Psi(\mathbf{r}, t) \approx \hat{\Psi}(\mathbf{r}, t)$.⁹²

При плоскостном каналировании число уровней в потенциальной яме поперечного движения, N , по порядку величины определяется отношением ширины ямы к длине волны Де Бройля $\lambda_B = \hbar c / \sqrt{2EU_0}$, отвечающей движению частицы с релятивистской массой E/c^2 и кинетической энергией порядка U_0 .

Когда число уровней в яме поперечного движения становится достаточно большим, движение каналированных частиц может рассматриваться методами классической механики. Однако в спектрах излучения дискретность поперечной энергии может проявляться даже при большом числе уровней и требуется специальный анализ условия применимости классического описания поперечного движения.

г) Р а с п р е д е л е н и е ч а с т и ц п о п о п е р е ч н ы м э н е р г и я м

Начальное распределение поперечных энергий каналированных частиц формируется при входе частиц в кристалл. Пусть частица первоначально движется под углом $\theta_0 = p_x c/E$ по отношению к кристаллической плоскости. Тогда вероятность ее захвата на уровень P_i , как это было показано, например, в работе Кагана и Кононца¹⁶³, определяется соответствующим коэффициентом разложения плоской волны по волновым функциям поперечного движения:

$$P_i(p_x) \propto |\tilde{\psi}_i(p_x)|^2, \quad \tilde{\psi}_i(p_x) \equiv \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(i \frac{p_x x}{\hbar}\right) \psi_i(x) dx. \quad (4.13)$$

Корреляция фаз различных коэффициентов $\tilde{\psi}_m$ и $\tilde{\psi}_n$, которые являются волновыми функциями в импульсном представлении, существенна на расстояниях $l_{mn} \sim 2\pi c/\omega_{mn}$ от границы кристалла ($\hbar\omega_{mn} = \varepsilon_n - \varepsilon_m$).

Таким образом, состояние $|i\rangle$ поперечного движения полностью формируется на расстоянии $l \sim 2\pi c/\omega_{i,i-1}$. Это расстояние соответствует примерно одному периоду классических колебаний частицы в канале.

При классическом подходе поперечная энергия частицы при входе в кристалл определяется условием ⁹³

$$\varepsilon = \frac{E\theta_0^2}{2} + U(x_0), \quad (4.14)$$

где x_0 — координата точки входа.

Если угол входа θ_0 больше критического угла Линдхарда $\theta_L = \sqrt{2U_0/E}$, то согласно (4.14) все частицы оказываются над барьером U_0 , отделяющим соседние каналы, а при $\theta_0 = 0$ все частицы, за исключением небольшой доли попавших в область тепловых колебаний атомов (эта доля составляет несколько процентов), попадают в канал.

Координата x_0 является случайной величиной, распределенной равномерно внутри канала. Переход от квантового распределения (4.13) к классическому (4.14) подробно исследован Рябовым ¹⁶⁴ с использованием в (4.13) квазиклассических волновых функций.

Соотношения, аналогичные (4.13) и (4.14), имеют место и в случае осевого каналирования.

Конкретные вычисления относительных вероятностей захвата (4.15) позитронов в состоянии плоскостного каналирования для параболического потенциала (4.1) можно найти в работах Кумахова и Веделя ¹⁰⁶ и Жеваго ¹¹⁵. Аналогичные расчеты для электронов и потенциала типа Пёшля-Теллера (4.2) проведены Базылевым и др. ^{119,122}. Некоторые частные результаты для осевого каналирования в потенциале вида (4.3) представлены в работе Тамуры и Кавамуры ¹⁶⁰.

По мере движения частиц в глубь кристалла происходит их перераспределение по поперечным энергиям. Это перераспределение обусловлено рассеянием каналированных частиц на электронах кристалла, на атомах, отклонившихся от положения равновесия вследствие тепловых колебаний, а также на примесных атомах и дислокациях, которые неизбежно присутствуют в реальных кристаллах.

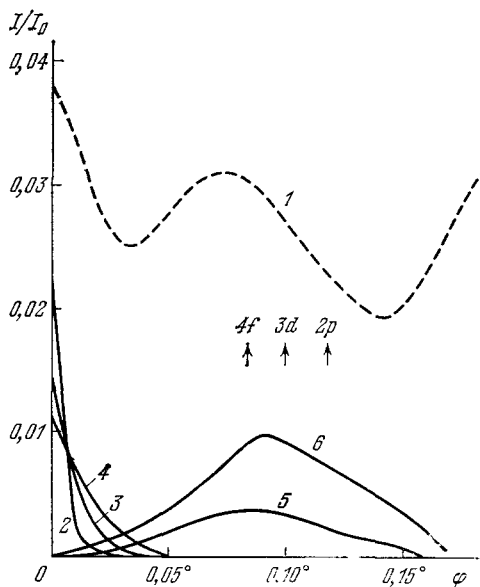
Квантовая динамическая теория элементарных актов рассеяния электронов и позитронов при каналировании, а также теория уширения уровней поперечного движения при каналировании развита в работах Базылева и Головизнина ²¹². Кинетическая теория распределения тяжелых и легких частиц по поперечным энергиям, основанная на уравнениях Фоккера — Планка ¹⁶⁶ для плоскостного и осевого каналирования в рамках классического подхода развита Белошицким и Кумаховым ^{167,213}, а в рамках квантового — (для ионов при плоскостном каналировании) Каганом и Кононцом ¹⁶³, а также Рябовым ¹⁶⁴. Деканалирование ионов подробно рассмотрено в обзорной статье Кумахова ¹⁶⁸). Анализ проблемы деканалирования легких частиц выходит за рамки настоящего обзора и требует особого освещения. Отметим лишь, что характерные экспериментальные значения толщин различных кристаллов при различных энергиях электронов и позитронов в плоскостных и осевых каналах, когда еще отчетливо проявляется явление каналирования, можно найти в работах ^{151, 153-160, 170-190}.

При вылете частицы из кристалла происходит обратная перестройка локализованных волновых функций поперечного движения в суперпозицию плоских волн с различными направлениями импульса. Перестройка происходит на тех же характерных длинах, что и при влете. Если частица находилась на выходе из кристалла в состоянии $\psi_n(x; E)$, то распределе-

ние по поперечным импульсам (по углам вылета) определяется выражением, аналогичным (4.13). Это распределение имеет максимумы при углах вылета, соответствующих среднему квантовомеханическому значению поперечного импульса в состоянии $\psi_n(x; E)$.

Рис. 11. Угловое распределение электронов с энергией 15 МэВ, прошедших через кристалл кремния толщиной 1,4 мкм в режиме осевого каналирования.

Кривая 1 — экспериментальные результаты¹⁶¹; кривые 2—6 показывают результаты модельного расчета вклада в угловое распределение от различных состояний поперечного движения¹⁷⁴.



При небольшом числе уровней максимумы, отвечающие различным связанным состояниям, отчетливо проявляются в экспериментах по угловому распределению частиц, прошедших через кристалл в режиме каналирования^{159,160,170-176} (рис. 11). Относительная интенсивность этих максимумов в зависимости от толщины кристалла позволяет провести оценки времени жизни того или иного состояния.

д) Влияние различных факторов на характерные частоты излучения

Как отмечалось выше, с квантовой точки зрения излучение каналированными частицами происходит в результате спонтанных переходов между уровнями поперечного движения.

Зависимости характерных частот излучения от энергии частицы и вида потенциала канала, можно получить на основании простых соображений^{117,118}. Воспользуемся законами сохранения энергии и импульса в процессе излучения:

$$\begin{aligned} E_i'' - E_f'' + \varepsilon_i(E_i'') - \varepsilon_f(E_f'') &= \hbar\omega, \\ \mathbf{p}_i'' - \mathbf{p}_f'' &= \mathbf{k}'', \end{aligned} \quad (4.15)$$

здесь индекс i относится к начальному состоянию каналированной частицы, а индекс f — к конечному, $\hbar\omega$ и \mathbf{k}'' — соответственно энергия и продольный импульс излучаемого фотона. Предполагая энергию фотона достаточно малой по сравнению с энергией частицы ($\hbar\omega \ll E$), можно

пользоваться приближенными соотношениями:

$$\begin{aligned} E_i'' - E_f'' &\approx (\mathbf{p}_i'' - \mathbf{p}_f'') \frac{\partial E_i''}{\partial \mathbf{p}_i''}, \\ \varepsilon_f(E_f'') &\approx \varepsilon_f(E_i'') - \hbar\omega \frac{\partial \varepsilon_f(E_i'')}{\partial E_i''}. \end{aligned} \quad (4.16)$$

Учтем также, что для ультрарелятивистских частиц $|\partial E''/\partial \mathbf{p}''| \approx \approx c [1 - (1/2\gamma^2)]$, а эффективные углы θ между импульсом фотона и продольной скоростью частицы $\mathbf{v}'' = \partial E''/\partial \mathbf{p}''$ малы, поэтому $\cos \theta \approx \approx 1 - (\theta^2/2)$. Не будем пока учитывать частотную дисперсию электромагнитного поля в кристалле ($k = \hbar\omega/c$). В результате получим следующее соотношение между частотой и полярным углом излучения:

$$\omega = \frac{2\tilde{\omega}_{if}(E)}{\theta^2 + \gamma^{-2} - 2(\partial \varepsilon_f / \partial E)}, \quad (4.17)$$

где $\tilde{\omega}_{if}(E) = \varepsilon_i(E) - \varepsilon_f(E)$, $E \approx E_i'' \approx E_f''$. С помощью оценки $|\partial \varepsilon / \partial E| \sim \sim |\varepsilon/E|$ нетрудно видеть, что последнее слагаемое в знаменателе (4.17) заметно влияет на частоту излучения при достаточно высоких энергиях $E \gtrsim m^2 c^4 / \varepsilon$ ^{111, 115-119}.

Можно дать простую интерпретацию выражению (4.17) для частоты излучения ^{116, 1276}. В соответствии с правилом Бора, запишем классические аналогии величин $\tilde{\omega}_{if}(E)$ и $\partial \varepsilon_f / \partial E$ в виде (подробнее см. ¹²⁷⁶)

$$\tilde{\omega}_{if}(E) = n\omega_0, \quad \frac{\partial \varepsilon_f}{\partial E} = -\frac{\bar{\varepsilon}_{\text{kin}}}{E}, \quad (4.18)$$

где $n = i - f$ — номер гармоники излучения, $\omega_0(E)$ — частота классических колебаний частицы в канале, $\bar{\varepsilon}_{\text{kin}}$ — поперечная кинетическая энергия, усредненная по периоду колебаний. С учетом (4.18) знаменатель в (4.17) может быть записан в виде ¹¹⁶

$$\theta^2 + \gamma^{-2} - 2 \frac{\partial \varepsilon_f}{\partial E} \approx 2(1 - \bar{v}_{\parallel} \cos \theta).$$

где \bar{v}_{\parallel} — продольная скорость частицы (см. (4.8)), усредненная по периоду поперечных колебаний.

Таким образом, зависимость числителя (4.17) от энергии частицы обусловлена релятивистским возрастанием массы, а знаменатель (4.17) является следствием эффекта Доплера.

Максимальная частота излучения, $\omega_{\text{max}}^{(i \rightarrow f)}$ при переходе с уровня f на уровень i поперечного движения (на n -й гармонике в терминах классического описания) соответствует направлению вперед, $\theta = 0$.

В классическом приближении (4.18) для случая плоскостного каналирования в параболическом потенциале получается следующий результат ^{111, 116, 118, 119}:

$$\begin{aligned} \omega_{\text{max}}^{(n)} &= n \cdot \frac{2^{5/2} U_0^{1/2} E^{3/2}}{dm^2 c^3} \frac{1}{1 + (\varepsilon E / m^2 c^4)} \\ (0 \leq \varepsilon \leq U_0). \end{aligned} \quad (4.19)$$

Для модели плоскостного канала электронов вида (4.2) ¹¹⁸

$$\omega_{\text{max}}^{(n)} = n \frac{2^{3/2} |\varepsilon|^{1/2} E^{3/2}}{bm^2 c^3} \left(1 + \frac{2|\varepsilon|E}{m^2 c^4} \sqrt{\frac{U_0}{|\varepsilon|} - 1} \right)^{-1}, \quad (4.20)$$

и при осевом каналировании электронов в потенциале (4.3)¹¹⁸

$$\omega_{\max}^{(n)} = n \frac{2^{5/2} |\varepsilon|^{3/2} E^{3/2}}{\alpha m^2 c^3} \frac{1}{1 + (2 |\varepsilon| E / m^2 c^4)}; \quad (4.21)$$

здесь $\varepsilon \approx \varepsilon_i(E) \approx \varepsilon_f(E)$ — поперечная энергия частицы.

Частота классических колебаний частиц в канале $\omega_0(E)$ пропорциональна $E^{-1/2}$ вне зависимости от вида потенциала. Поэтому при умеренных энергиях, когда, с одной стороны, справедливо классическое описание поперечного движения, а, с другой стороны, еще не проявляется эффект продольных колебаний ($E \ll m^2 c^4 / \varepsilon$), максимальная частота излучения на фиксированной гармонике n растет как $E^{3/2}$ ^{96,97}. При больших энергиях $E \gg m^2 c^4 / \varepsilon$ частота $\omega_{\max}^{(n)}$ растет более медленно вследствие эффекта продольных колебаний¹¹⁵⁻¹¹⁹. Наконец, при достаточно низких энергиях E , когда становится существенным квантовый характер поперечного движения, зависимость от энергии E максимальной частоты излучения при переходе между уровнями с фиксированными квантовыми числами определяется конкретным видом потенциала (см. п. е.) гл. 4 ниже).

Покажем теперь, следуя результатам наших работ^{92,112-114}, что при относительно низких энергиях ($\varepsilon E \ll m^2 c^4$) на величину $\omega_{\max}^{(i \rightarrow f)}$ могут оказывать существенное влияние эффекты, связанные с поляризацией среды. Действительно, при учете поляризации связь между энергией и импульсом излучаемого фотона приобретает вид

$$k \approx \frac{\hbar \omega}{c} \left(1 - \frac{\omega_p^2}{2\omega^2} \right). \quad (4.22)$$

Здесь для простоты мы рассматриваем случай, когда справедлива «плазменная» формула для диэлектрической проницаемости. Если использовать зависимость (4.22) в законах сохранения (4.15), то вместо соотношения (4.17) получается следующее:

$$\theta^2 = \frac{2\tilde{\omega}_{if}}{\omega} - \gamma^{-2} + \frac{\omega_p^2}{\omega^2}. \quad (4.23)$$

Полоса рентгеновских частот излучения, при переходе с уровня i на фиксированный уровень f , определяется теперь условием положительности правой части равенства (4.23):

$$\gamma^2 (\tilde{\omega}_{if} - \sqrt{\tilde{\omega}_{if}^2 - \omega_p^2 \gamma^{-2}}) = \omega_{\min}^{(i \rightarrow f)} \leq \omega \leq \omega_{\max}^{(i \rightarrow f)} = \gamma^2 (\tilde{\omega}_{if} + \sqrt{\tilde{\omega}_{if}^2 - \omega_p^2 \gamma^{-2}}). \quad (4.24)$$

Согласно (4.24), граничные частоты $\omega_{\max}^{(i \rightarrow f)}$ и $\omega_{\min}^{(i \rightarrow f)}$ излучаются под нулевым углом. Максимальный угол излучения для рентгеновских частот определяется равенством

$$\theta_{\max}^{(i \rightarrow f)} = \sqrt{\tilde{\omega}_{if}^2(E) \omega_p^{-2} - \gamma^{-2}} \quad (4.25)$$

Под этим углом излучается единственная (при фиксированном переходе $i \rightarrow f$) частота

$$\omega_{\max}^{(i \rightarrow f)} = \frac{\omega_p^2}{\tilde{\omega}_{if}(E)} \quad (4.26)$$

Каждому фиксированному углу излучения $\theta < \theta_{\max}$ соответствуют две различные частоты, лежащие в полосе разрешенных частот.

Решая уравнение

$$E_{\text{сг}} \tilde{\omega}_{if}(E_{\text{сг}}) = \omega_p \cdot mc^2,$$

получим значение критической энергии частицы, ниже которой излучение рентгеновских частот становится невозможным. При энергии, немного большей $E_{\text{сг}}$, возникает относительно узкая полоса разрешенных частот в окрестности частоты $\omega_{\text{сг}}(E_{\text{сг}}) = \omega_p E_{\text{сг}}/mc^2$. При энергиях $E \gg E_{\text{сг}}$ максимальная частота излучения практически не отличается от величины $\omega_{\text{max}}^{(i \rightarrow f)} = 2\gamma^2 \tilde{\omega}_{if}$, которая получается без учета поляризации. Минимальная частота рентгеновского излучения определяется при этом соотношением

$$\omega_{\text{min}}^{(i \rightarrow f)} \approx \frac{\omega_p^2}{2\tilde{\omega}_{if}(E)}. \quad (4.27)$$

Минимальная частота увеличивается с ростом энергии. Однако максимальная частота растет еще быстрее. Поэтому полоса частот расширяется по мере увеличения отношения $E/E_{\text{сг}}$.

Критическая энергия $E_{\text{сг}}$ оказывается, как правило, небольшой ($\sim 1-2$ МэВ), поэтому поляризация может заметно влиять на максимальную частоту, ω_{max} , лишь при энергиях частиц $\lesssim 10$ МэВ. В то же время на минимальную частоту излучения (4.27) эффект поляризации существенно влияет *) даже при относительно высоких энергиях $E \gg E_{\text{сг}}$ ⁹².

е) Спектральное и угловое распределения дипольного излучения Кумахова

Если энергия каналированных частиц не слишком велика, $E \ll m^2 c^4/\epsilon$, то можно сравнительно просто получить выражения для спектральной и угловой плотности излучения ¹¹⁸. Воспользуемся вспомогательной системой координат S' , которая движется вместе с частицей вдоль осей или плоскостей кристалла со скоростью v_{\parallel} . В этой системе отсчета потенциал канала U' в $\gamma = [1 - (v_{\parallel}^2/c^2)]^{-1/2}$ раз выше, чем в лабораторной системе.

Рассмотрим подробно случай плоскостного каналирования. Электрическое поле плоскостей заставляет частицу колебаться в системе S' со средней поперечной скоростью $v'_{\perp} \sim \sqrt{2\epsilon E}/mc$. В релятивистском случае ($\gamma \approx 1$) в системе S' возникает также магнитное поле, примерно равное электрическому и направленное вдоль плоскостей перпендикулярно скорости v_{\parallel} . Однако, если поперечная скорость v'_{\perp} оказывается нерелятивистской ($v'_{\perp} \ll c$), то магнитная сила, действующая на частицу в системе S' , существенно меньше электрической. Поэтому, как отмечалось выше, при энергиях $E \ll m^2 c^4/\epsilon$ продольными колебаниями можно пренебречь. Кроме того, излучение носит дипольный характер, поскольку при нерелятивистских скоростях v'_{\perp} запаздыванием поля излучения внутри области движения частицы можно также пренебречь. В результате из хорошо известной формулы излучения покоящегося диполя ⁸¹, совершая преобразования Лоренца, для спектрально-угловой плотности мощности излучения при переходе между уровнями i и f , получаем ¹¹⁸

$$\frac{d^3 W_{if}}{d\omega d\Omega dt} = \frac{\omega^2 \omega_{if}^2 |d_{if}|^2}{2\pi c^3} \left[\sin^2 \varphi + \left(\frac{\cos \theta - \beta_{\parallel}}{1 - \beta_{\parallel} \cos \theta} \right)^2 \cos^2 \varphi \right] \times \\ \times \delta[\omega(1 - \beta_{\parallel} \cos \theta) - \omega_{if}], \quad (4.28)$$

где d_{if} — матричный элемент дипольного момента, φ — азимутальный угол излучения, $\beta_{\parallel} = v_{\parallel}/c$, ω_{if} — частота перехода в лабораторной системе.

*) Как показано Геворгияном и Корхмязяном ¹⁹¹, аналогичные эффекты поляризации должны наблюдаться в ондуляторах, заполненных газом.

В дипольном приближении при плоскостном каналировании излучение в заданном направлении оказывается полностью плоскополяризованным. Нормаль к каналирующим плоскостям и вектор импульса фотона образуют плоскость поляризации¹⁰².

Проведем интегрирование выражения (4.28) по углам излучения и суммирование по конечным состояниям поперечного движения. Тогда в ультрарелятивистском пределе получим следующий результат для спектральной плотности мощности излучения^{92,102}:

$$\frac{d^2W}{d\omega dt} = \frac{\omega}{c^3} \sum_f \tilde{\omega}_{if}^2 |d_{if}|^2 (1 - 2\Omega_{if} + 2\Omega_{if}^2) \eta(1 - \Omega_{if}); \quad (4.29)$$

здесь $\Omega_{if} = \omega/2\gamma^2\tilde{\omega}_{if}$ — отношение частоты излучения к своему максимальному для данного перехода значению (без учета эффекта поляризации), $\eta(\xi)$ — единичная функция Хевисайда.

В дипольном приближении можно сравнительно просто вычислить и другие характеристики излучения. В частности, выражение для потери полной энергии частицы на излучение в единицу времени получаются интегрированием (4.29) по частотам и имеет вид¹¹⁶

$$\frac{dE}{dt} = -\frac{dW}{dt} = -\frac{4\gamma^4}{3c^3} \sum_f \tilde{\omega}_{if}^4 |d_{if}|^2. \quad (4.30)$$

Радиационная ширина уровня поперечной энергии (вероятность перехода в единицу времени) в лабораторной системе координат определяется равенствами

$$\Gamma^{(i)} = \int_0^\infty \frac{d^2W}{d\omega dt} \frac{d\omega}{\hbar\omega} = \frac{4\gamma^2}{3\hbar c^3} \sum_f \tilde{\omega}_{if}^3 |d_{if}|^2. \quad (4.31)$$

Учет конечности ширины уровней поперечной энергии приводит к замене δ -функции в (4.28) на функцию вида¹²⁰

$$g(\omega) = \frac{1}{2\pi} \frac{\Gamma}{[\omega(1 - \beta_{||} \cos \theta) - \tilde{\omega}_{if}]^2 + (\Gamma^2/4)}, \quad (4.32)$$

где Γ — полусумма ширин уровней. При этом поведение спектрального распределения излучения вблизи граничной частоты ($\omega - 2\gamma^2\tilde{\omega}_{if} \ll \Gamma 2\gamma^2$) описывается вместо ступенчатой функции (см. (4.29)) функцией вида

$$G(\omega) = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{2}{\pi} \arctg \frac{\omega - 2\gamma^2\tilde{\omega}_{if}}{2\gamma^2\Gamma} \right). \quad (4.33)$$

Таким образом, по величине «размытия» краев спектра можно определить времена жизни каналированной частицы в различных состояниях поперечного движения.

Другая возможность определить времена жизни уровней состоит в измерении спектрального распределения излучения, попадающего в сравнительно узкий интервал углов $\Delta(\theta^2) \ll \Gamma/\gamma^2\tilde{\omega}_{if}$ вокруг некоторого направления (например, $\theta = 0$). Тогда доплеровским уширением можно пренебречь и спектр представляет собой лоренцеву кривую с центром в точке $\omega = \omega_{\max}^{(i \rightarrow f)}$ и шириной $\Delta\omega \sim \Gamma\gamma^2$. Поскольку угол и частота излучения при каналировании коррелированы, дискриминация по углам не приводит, в отличие, например, от тормозного излучения, к потери в спектральной плотности энергии излучения в соответствующей области частот. В то же время положения пиков в спектре излучения определяет структуру уров-

ней поперечной энергии, а, следовательно и усредненный потенциал плоскостей (осей) кристалла.

В случае осевого каналирования для спектрально-углового распределения энергии дипольного излучения в единицу времени можно получить следующий результат^{102, 119}:

$$\frac{d^3 W_{if}}{d\omega d\Omega dt} = \frac{\omega^2 \tilde{\omega}_{if}^2}{2\pi c^3} | -d_{if}^{(x)} \sin \varphi + d_{if}^{(y)} \cos \varphi |^2 + \\ + \left(\frac{\beta_{\parallel} - \cos \theta}{1 - \beta_{\parallel} \cos \theta} \right)^2 | d_{if}^{(x)} \cos \varphi + d_{if}^{(y)} \sin \varphi |^2 \delta(\omega(1 - \beta_{\parallel} \cos \theta) - \omega_{if}). \quad (4.34)$$

Остальные характеристики излучения отличаются от соответствующих величин для плоскостного каналирования (см. (4.29) — (4.31)) лишь тем, что дипольный момент d_{if} является теперь двумерным вектором в соответствии с характером поперечного движения при осевом каналировании.

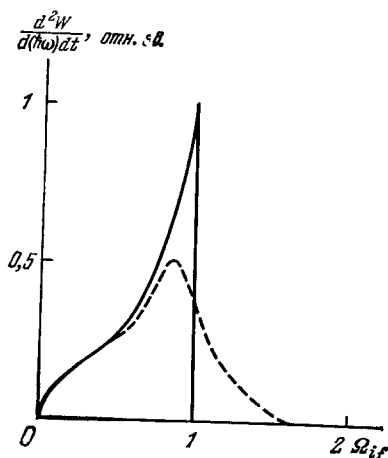


Рис. 12. Характерный вид спектра дипольного излучения позитроном при плоскостном каналировании

Сплошная кривая соответствует параболическому потенциалу, штриховая иллюстрирует влияние ангармонизма.

Для модельных потенциалов вида (4.1), (4.2) и (4.3) частоты переходов $\tilde{\omega}_{if}$ и дипольные моменты d_{if} могут быть вычислены в аналитическом виде. Особенно простой результат получается для плоскостного каналирования позитронов в параболическом потенциале (4.1)^{92, 97}:

$$\tilde{\omega}_{if} = \omega_0(i - f), \quad \omega_0 = \frac{2^{3/2} c}{d} \sqrt{\frac{U_0}{E}}, \quad d_{if} = \frac{de}{4} \sqrt{\frac{f_i}{U_0}} \delta_{i-1, f}. \quad (4.35)$$

В этом случае спектр поперечных энергий эквидистантен, а дипольное излучение возможно только при переходе на ближайший к начальному уровень. Характерный вид спектра излучения (4.29) изображен на рис. 12. Пик в спектральной плотности энергии излучения приходится на граничную частоту, значение которой в этом случае пропорционально $\gamma^{3/2}$. Спектральная плотность энергии в пике растет как $\gamma^{1/2}$.

Для параболического потенциала усреднение по начальным состояниям не меняет формы спектра.

При учете ангармонических поправок вида βx^4 к потенциалу (4.1)^{99, 129} эквидистантность поперечных энергий нарушается. Это приводит, после усреднения по начальным состояниям, к некоторому размытию частотного распределения вблизи граничной частоты и появлению тонкой структуры края спектра излучения. Однако если неэквидистантность меньше ширины уровней, то тонкая структура не проявляется и спектр имеет вид, изображенный на рис. 12 штриховой кривой. При учете ангармонизма

становятся возможными также переходы на более удаленные от начального уровня и излучение в области более жестких частот. Однако интенсивность излучения в этой области оказывается сравнительно невысокой.

При плоскостном каналировании электронов в потенциале вида (4.2) спектр поперечных энергий существенно неэквидистантен. Частоты переходов определяются выражениями ¹¹⁹

$$\tilde{\omega}_{if} = \frac{\hbar c^2}{2b^2 E} [2s(E) - i - f] (i - f), \quad s(E) = -\frac{1}{2} + \left(\frac{1}{4} + \frac{2b^2 E U_0}{\hbar^2 c^2} \right)^{1/2},$$

где i, f — квантовые числа уровней, принимающие целые значения от нуля до целой части от параметра $s(E)$. Поскольку потенциал симметричен относительно каналирующей плоскости, состояния поперечного движения характеризуются определенной пространственной четностью. Дипольные переходы возможны между состояниями с различной четностью (произведение $i \cdot f$ должно быть нечетным). Матричные элементы дипольного момента для этого случая вычислены в ¹²².

Интегральное по углам спектральное распределение излучения каналированными электронами представляет собой несколько полос (типа полосы, изображенной на рис. 2) с различной величиной максимумов,

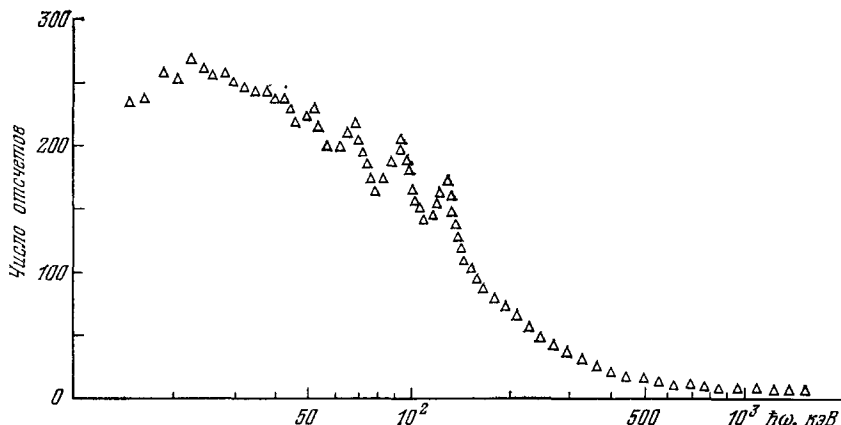


Рис. 13. Спектральное распределение излучения от электронов с энергиями $E = 56$ МэВ в кремнии при ориентации пучка электронов параллельно плоскостям (110) ¹⁴⁶.

которые соответствуют переходам между различными уровнями. Эти полосы перекрываются лишь частично. Число пиков в спектре и их положение зависит от числа уровней в потенциальной яме (4.2), которое определяется полной энергией электрона ⁹². Относительная величина максимумов зависит как от значений дипольных моментов, так и от заселенности начальных уровней. Наиболее интенсивные пики соответствуют переходам на соседние уровни.

Аналогичная картина должна наблюдаться и для спектра излучения электронов при осевом каналировании. Поперечная энергия в потенциале оси вида (4.3) квантуется согласно равенству

$$\varepsilon_{Nl} = -\frac{E\alpha^2}{2\hbar^2 c^2} \frac{1}{[N - (1/2)]^2},$$

где $N = n + |l| + 1/2$, $n = 0, 1, 2, \dots$ — радиальное квантовое число, $l = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ — проекция момента электрона на ось (в единицах \hbar).

Дипольные переходы возможны лишь с изменением проекции момента на единицу (с изменением четности). Необходимо учитывать также вырождение состояний по проекциям момента. Матричные элементы дипольного момента могут быть вычислены в аналитической форме, аналогично тому, как это сделано для атома водорода^{192,193}). Например, для переходов в состояние $1s$ ($n = 0, l = 0$) получим $|d_{if}| = e (\hbar c)^2 c_{if} / \alpha E$, $c_{2p,1s} = 0,24$, $c_{3p,1s} = 0,1$.

К настоящему времени эксперименты по излучению каналированными электронами и позитронами с относительно низкими энергиями, когда существенно проявляется квантовый характер поперечного движения, проведены в Стэнфорде (США)^{145,146}, Орхусе (Дания)¹⁴⁹, Олбэни (США)¹⁵⁰, Сакле (Франция)²¹¹ и Урбане (США)²¹⁴.

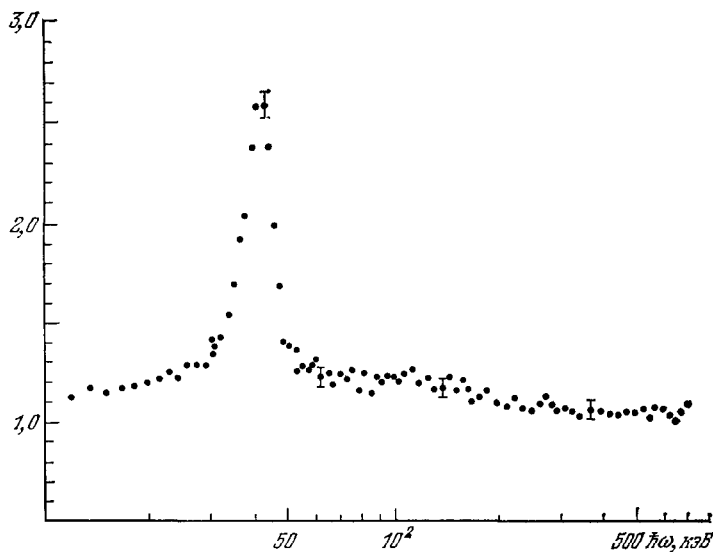


Рис. 14. Спектральное распределение излучения от позитронов с энергиями $E = 56$ МэВ в кристалле кремния толщиной 18 мкм¹⁴⁵.

Угловая расходимость пучка позитронов $\Delta\theta = 10^{-3}$; критический угол каналирования $\theta_L \approx 1,5 \cdot 10^{-3}$. Пучок позитронов ориентирован параллельно плоскостям (110). По оси ординат — отношение числа отсчетов детектора при параллельной ориентации к соответствующему числу для разориентированной мишени.

Спектральное распределение излучения от позитронов с энергиями 56 и 50 МэВ при плоскостном каналировании в кристалле кремния толщиной 18 мкм было измерено Олгардом и др.¹⁴⁵. Для регистрации рентгеновских фотонов использовался германиевый детектор площадью 9 мм² и толщиной 7 мм. Пучок позитронов имел угловую расходимость $\Delta\theta \approx 10^{-3}$ рад, сравнимую с критическим углом каналирования, $\theta_L \approx 1,5 \times 10^{-3}$. Характерный вид измеренных спектров представлен на рис. 14 для случая ориентации пучка параллельно плоскостям (110). Пик в области $\hbar\omega \approx 42,5$ кэВ обусловлен излучением от позитронов, захваченных в режим плоскостного каналирования. Положение пика и характер спектра в области пика согласуется с предсказаниями теории, основанной на модели потенциала (4.1) с учетом ангармонических поправок¹²⁹. При уменьшении энергии позитронов до 50 МэВ положение пика смещалось в область более мягких частот $\hbar\omega \approx 36,5$ кэВ в соответствии с теоретической зависимостью $\omega_{\max} \propto \gamma^{3/2}$ для плоскостного каналирования позитронов. При

повороте плоскостей кристалла относительно пучка на угол, существенно больший критического угла каналирования $\theta_L = 1,5 \cdot 10^{-3}$, пик в спектре излучения исчезал. Отношение спектральной плотности энергии излучения в пике при частоте $\hbar\omega = 42,5$ кэВ к соответствующей величине для разориентированной мишени было равно 2,6.

Поскольку угловая расходимость пучка частиц была недостаточно малой, а длина кристалла сравнимой с длиной деканалирования, то значительная часть частиц двигалась вне каналов. Поэтому пик в спектре наблюдался на фоне излучения от надбарьерных частиц (см. п. 3) гл. 4 ниже).

Этой же группой экспериментаторов были измерены спектры излучения электронами с энергией 28 МэВ и 56 МэВ при плоскостном каналировании в кремнии¹⁴⁶.

В отличие от аналогичных экспериментов с позитронами при ориентации плоскостей кристалла параллельно пучку электронов в спектрах излучения наблюдались несколько максимумов, положение и количество которых зависело от энергии электронов. Вид этих спектров для случая плоскостей (110) кремния показан на рис. 13.

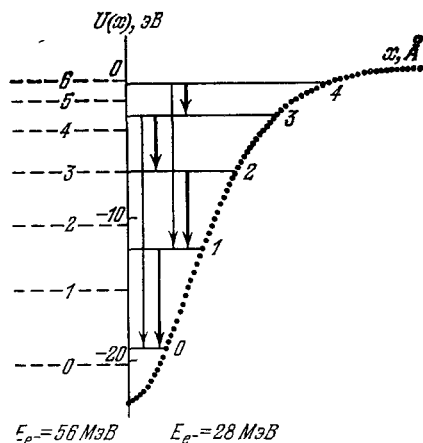


Рис. 15. Потенциал плоскости канала (110) кремния и схема уровней поперечной энергии электронов с полной энергией $E = 28$ МэВ (сплошные линии) и $E = 56$ МэВ (штриховые линии)¹²².

Стрелками показаны (для 28 МэВ) возможные дипольные радиационные переходы; наиболее интенсивные отмечены жирной линией.

На рис. 15 показан потенциал плоскости (110) кремния (см. (4.2)). Сплошные горизонтальные линии на этом рисунке изображают уровни поперечной энергии электрона с полной энергией 56 МэВ, штриховые — уровни для энергии 28 МэВ. Стрелками показаны возможные дипольные переходы. Более точные расчеты, основанные на численном решении уравнения Шредингера для положений пиков в спектрах излучения, иллюстрируются табл. IV²¹⁵. Согласие теоретических значений $\hbar\omega_{if}^{(max)} = 2\gamma^2\hbar\omega_{if}$

Таблица IV

Теоретические²¹⁵ и экспериментальные¹⁴⁶ значения энергии фотонов в максимумах спектров излучения электронами, каналированными плоскостями (110) кремния (рядом с теоретическими значениями в скобках показаны начальные и конечные квантовые числа $i \rightarrow f$)

$E = 28$ МэВ		$E = 56$ МэВ	
$\hbar\omega_{if}^{(max)}$ (эксп.), кэВ	$\hbar\omega_{if}^{(max)}$ (теор.), кэВ	$\hbar\omega_{if}^{(max)}$ (эксп.), кэВ	$\hbar\omega_{if}^{(max)}$ (теор.), кэВ
40	44,8 (1→0)	128	139,1 (1→0)
25	28,9 (2→1)	94	101,4 (2→1)
16	19,8 (3→2)	68	75,4 (3→2)
		52	58,2 (4→3)
		—	45,4 (5→4)

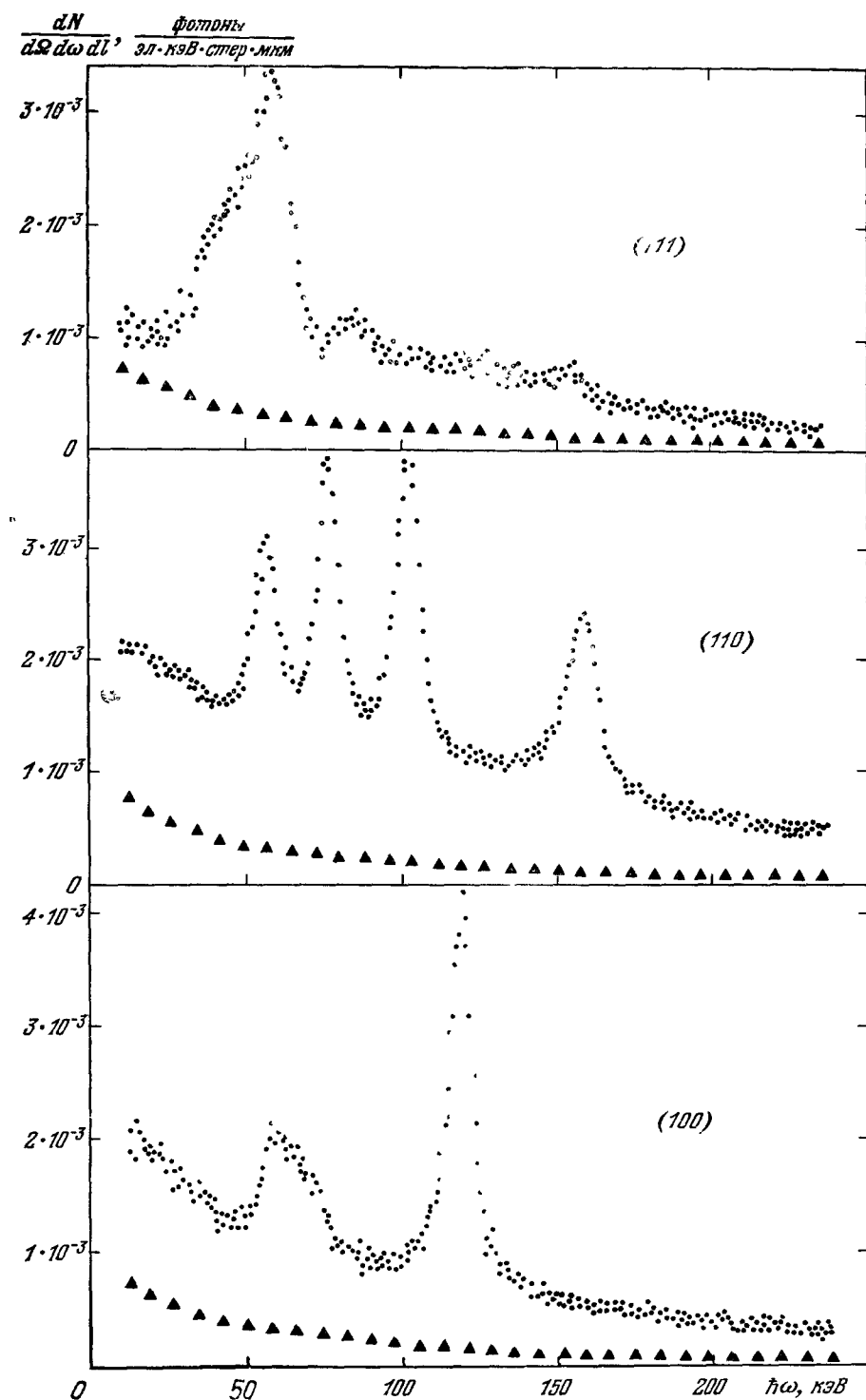


Рис. 16. Спектрально-угловая плотность излучения числа фотонов, испущенных электронами с энергией 54 МэВ по направлению пучка при каналировании вдоль плоскостей (111), (110) и (100) алмаза толщиной 20 мкм 211 .

▲ — спектр излучения при разориентированном кристалле.

с экспериментальными достаточно хорошее. Форма экспериментальных спектров в областях максимумов лучше согласуется с предсказаниями теории, учитывающими ширину уровней (см. (4.33)).

Недавно были опубликованы результаты эксперимента в Сакле ²¹¹ по измерению спектров излучения электронов с энергией $E = 54$ МэВ при плоскостном каналировании в кристалле алмаза толщиной 20 мкм. Пучок электронов с угловым разбросом 10^{-4} рад. был ориентирован параллельно кристаллографическим плоскостям (111), (110) и (100). Результаты измерения спектрально-угловой плотности излучения числа фотонов, испущенных по направлению «прямо вперед» ($\theta = 0$) в телесный угол $4,3 \cdot 10^{-6}$ стер представлены на рис. 16. Число и положения пиков в спектрах излучения хорошо согласуются с расчетными. Поскольку угловое и, следовательно, энергетическое разрешение детектора фотонов лучше, чем измеренные ширины линий, то эти ширины обусловлены конечностью времени жизни уровней, а также многократным рассеянием пучка частиц параллельно каналирующим плоскостям.

Излучение при каналировании электронов с энергиями от 1,5 до 4 МэВ вдоль осей $\langle 111 \rangle$ толщиной 1,2 мкм было обнаружено Андерсеном и Легсгардом ¹⁴⁹. Пучок электронов имел угловую расходимость $\leq 0,05^\circ$, что существенно меньше критического угла каналирования. По ширине линии в спектре, соответствующей переходу $2p \rightarrow 1s$, было определено время жизни $1s$ состояния осевого каналирования.

Аналогичные измерения спектров излучения электронов с энергией от 2,0 до 4,5 МэВ в монокристалле кремния толщиной 4400 Å, ориентированном осью $\langle 110 \rangle$ по пучку, имевшему угловую расходимость $\sim 1,5 \times 10^{-3}$ рад были выполнены в Олбани ¹⁵⁰. Положения наблюдавшихся в спектрах пиков совпадали с соответствующими теоретическими расчетами, основанными на представлении об уровнях поперечной энергии каналированных электронов в поле оси, и согласовались с измерениями, проведенными в Орхусе ¹⁴⁹.

ж) Д и п о л ь н о е и з л у ч е н и е п р и к л а с с и ч е с к о м д в и ж е н и и

Существует область энергий каналированных частиц, где условие дипольности излучения $\epsilon E \ll m^2 c^4$ еще не нарушается, а, с другой стороны, поперечное движение частиц может рассматриваться классически. Как отмечалось в п. в) гл. 4, условия существования достаточно большого числа уровней поперечной энергии может оказаться недостаточным для использования классического подхода при анализе спектров излучения. Необходимо также потребовать, чтобы неэквидистантность соседних уровней была существенно меньше ширины уровней. Тогда дискретностью поперечной энергии можно полностью пренебречь. Однако при плоскостном каналировании электронов дискретность спектра поперечной энергии может быть заметной вплоть до энергий ~ 1 ГэВ, когда число уровней достигает величины 10—20.

Общие выражения для спектрально-углового распределения дипольного излучения в классическом случае получаются, согласно правилу соответствия Бора, заменой в (4.28) и (4.34) матричных элементов дипольного момента фурье-компонентами поперечной координаты, а суммирование по конечным состояниям — суммированием по гармоникам $n = 1, 2, \dots$:

$$x_{if} \rightarrow \frac{1}{T} \int_0^T x(t) e^{im\omega_0 t} dt, \quad \sum_f \rightarrow \sum_n, \quad \tilde{\omega}_{if} \rightarrow n\omega_0.$$

В результате спектральное распределение (4.29) приобретает вид

$$\frac{d^2W}{d\omega dt} = \frac{\omega\omega_0^2}{c^3} \sum_n n^2 |d_n|^2 (1 - 2\Omega_n + 2\Omega_n^2) \eta(1 - \Omega_n), \quad (4.36)$$

здесь $\omega_0(E)$ — частота классических поперечных колебаний, $T = 2\pi c/\omega_0$ — период колебаний, $\Omega_n = \omega/2\gamma^2 n\omega_0$. По аналогичной схеме происходит замена и в случае осевого каналирования при условии периодичности поперечного движения¹¹⁹.

Как уже отмечалось выше, максимальная частота дипольного излучения на фиксированной гармонике в классическом пределе оказывается пропорциональной $\gamma^{3/2}$ вне зависимости от вида потенциала. При этом спектральная плотность энергии излучения в максимуме фиксированной гармоники растет как $\gamma^{1/2}$.

з) Излучение надбарьерными частицами. Связь излучения при каналировании с когерентным тормозным излучением

Часть частиц в результате деканалирования или в самом начале движения в кристалле (если угол входа $\theta_0 \neq 0$) может иметь (см. (4.14)) поперечную энергию несколько большую, чем высота потенциального барьера, отделяющего соседние каналы. Приближение усредненного потенциала оказывается достаточно точным для описания движения таких квазиканализованных частиц. В то же время характер их движения существенно отличается как от движения в канале, так и от движения в аморфном веществе сильно разориентированном кристалле). Поэтому спектральное и угловое распределения излучения надбарьерными частицами отличаются, вообще говоря, от соответствующих величин при каналировании и от обычного тормозного излучения.

В рамках классического дипольного приближения можно получить достаточно простые выражения для характеристик излучения как каналированными, так и надбарьерными электронами и позитронами^{131,132,134-136,118,111}. При движении в непрерывном потенциале плоскостей надбарьерные частицы излучают в результате последовательных столкновений с различными плоскостями, имеющими одинаковые индексы Миллера. Траектория таких частиц представляет периодическую кривую. Период T_{ab} совпадает со временем пролета между соседними плоскостями. Выражение для спектрального распределения излучения имеет формально такой же вид (4.36), как и для каналированных частиц. Однако характерные частоты и интенсивности излучения оказываются, вообще говоря, другими. Другой оказывается также степень влияния неупругих процессов рассеяния, приводящих к изменению поперечной энергии.

Зависимость частоты колебаний позитронов ω_0 от поперечной энергии ε для периодического потенциала, имеющего форму параболы (4.1) между соседними плоскостями, показана на рис. 17 кривой 1. Здесь же кривой 2 изображена аналогичная зависимость для электронов, у которых зависимость потенциальной энергии имеет форму «перевернутой» параболы

$$U(x) = \frac{4U_0}{d^2} \left(x - \frac{d}{2}\right)^2 \quad (4.37)$$

между соседними плоскостями. Спектральная плотность энергии излучения на единице пути частицами, различными по заряду и поперечной энер-

гии, в этом случае может быть представлена в едином виде ^{133б, 135, 118}:

$$\frac{d^2W}{d\hbar\omega d\ell} = I_0 \sum_{n=1}^{\infty} n^3 f^2 F_n^2 \Omega_n \left[1 - \frac{2\Omega_n}{f} + 2 \left(\frac{\Omega_n}{f} \right)^2 \right] \eta \left(1 - \frac{\Omega_n}{f} \right), \quad (4.38)$$

где

$$I_0 = \frac{2^{1/2} e^2 \gamma^2}{\hbar c d} \left(\frac{U_0}{E} \right)^{3/2}, \quad \Omega_n = \frac{\omega d m^2 c^4}{c 2^{5/2} E^{3/2} U_0^{1/2} n},$$

$$F_n^{(cp)} = \frac{z}{2} \delta_{n1}, \quad f^{(cp)} = 1 \quad (z < 1)$$

$$F_n^{(ap)} = \frac{\xi^2}{\pi n (\pi^2 n^2 - \xi^2)}, \quad f^{(ap)} = \frac{\pi}{\xi} \quad (z > 1),$$

$$\xi = \arcsin z^{-1}, \quad z = \left(\frac{\varepsilon}{U_0} \right)^{1/2},$$

$$F_n^{(ce)} = \frac{2\xi^2 \delta_{n, 2l-1}}{\pi n (\pi^2 n^2 + \xi^2)}, \quad f^{(ce)} = \frac{\pi}{\xi} \quad (z < 1), \quad l = 1, 2, 3, \dots$$

$$\xi = 2 \ln(1+z) - \ln(1-z^2),$$

$$F_n^{(ae)} = \frac{\eta^2}{\pi n (\pi^2 n^2 + \eta^2)}, \quad f^{(ae)} = \frac{\pi}{\eta} \quad (z > 1),$$

$$\eta = \ln(1+z) - \frac{1}{2} \ln(z^2 - 1);$$

здесь индекс (cp) относится к каналированным позитронам, (ce) — к каналированным электронам, (ap) — к надбарьерным позитронам, (ae) — к надбарьерным электронам.

Частота колебаний позитронов испытывает скачок при энергиях ε , близких к высоте барьера, что связано с резким изменением характера

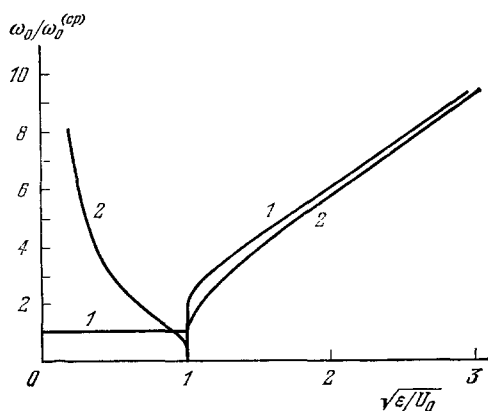


Рис. 17. Зависимость от поперечной энергии частоты поперечных колебаний позитронов (кривая 1) и электронов (2). Частота колебаний каналированных позитронов принята за единицу.

движения при выходе позитронов из режима каналирования. Частоты колебаний, а следовательно и характерные частоты излучения $\omega_{\max} = 2\gamma^2 \omega_0$, надбарьерными позитронами, оказываются как минимум в два раза выше, чем у каналированных. Эти особенности отсутствуют у электронов.

По мере увеличения поперечной энергии надбарьерных частиц максимальная частота излучения на фиксированной гармонике стремится к величине $(2\pi c/d) (2\varepsilon/E)^{1/2}$, что соответствует почти прямолинейному поперечному движению частиц со скоростью $v_x = c \sqrt{2\varepsilon/E}$. Этот результат не зависит, конечно, от модели плоскостного потенциала.

Спектральная плотность интенсивности излучения в максимумах в рассматриваемом пределе ($\varepsilon \gg U_0$) пропорциональна величине $\sqrt{U_0/\varepsilon}$. По мере роста отношения ε/U_0 уменьшается различие в характерных частотах излучения от электронов и от позитронов. С другой стороны, при условии $\varepsilon \gg U_0$, согласно (4.14), можно пренебречь влиянием потенциала плоскостей, $U(x_0)$, на величину поперечной энергии при входе частицы в кристалл. Последняя определяется теперь только углом входа частицы, θ_0 , относительно плоскости: $\varepsilon \approx E\theta_0^2/2$. Таким образом, при достаточно больших углах входа $\theta_0 \gg \theta_L$ ($\varepsilon \gg U_0$), когда непрерывный потенциал плоскостей можно рассматривать как возмущение, мы приходим к известным результатам теории когерентного тормозного излучения⁵⁰⁶. Согласно этим результатам, величина максимумов в спектрах достаточно мягкого ($\hbar\omega \ll E$) излучения пропорциональна, а частота в максимумах обратно пропорциональна углу входа частицы по отношению к кристаллографическим плоскостям. Если не учитывать эффекта каналирования, то эти результаты сохранялись бы вплоть до очень малых углов. В то же время учет каналирования приводит к заметным отклонениям в положениях пиков спектра излучения, начиная с углов входа θ_0 , примерно равных двум углам Линдхарда. При еще меньших углах, $\theta_0 < \theta_L$, обычная теория когерентного тормозного излучения даже качественно не описывает действительную зависимость характерных частот излучения от угла входа частиц.

Остановимся теперь на анализе формы спектров излучения. Если усреднить спектры излучения (4.38) по начальному распределению поперечных энергий, которое определяется соотношением (4.14), то их форма будет зависеть лишь от отношения угла входа, θ_0 , к критическому углу Линдхарда, θ_L . Абсолютная величина максимумов в спектрах и их положение зависят в этом случае автомодельно от параметров потенциала и полной энергии частиц. Для модели потенциала (4.1) и (4.37) это иллюстрируется графиками на рис. 18. По мере увеличения отношения θ_0/θ_L форма спектра, как и следовало ожидать, перестает зависеть от угла входа. Пропадает различие в спектрах излучения от электронов и от позитронов. Это соответствует результатам известной теории когерентного тормозного излучения⁵⁰⁶.

Можно показать¹³² в общем виде, для произвольного плоскостного потенциала, что выражение для интенсивности дипольного излучения каналированными частицами при увеличении угла падения частиц θ_0 в точности переходит в известное выражение для интенсивности когерентного тормозного излучения в борновском приближении. Учет поправок к борновскому приближению, как было показано Ахиезером с сотр. (см. ¹³², п. 7) еще до создания последовательной теории, учитывающей эффект каналирования, приводит к небольшому отличию спектров излучения от электронов и позитронов. Наконец, при углах входа, сравнимых и меньших угла Линдхарда, спектры излучения от электронов и позитронов весьма существенно отличаются между собой как по форме, так и по величине и положению максимумов. Спектры, аналогичные приведенным на рис. 18, можно получить и для других моделей потенциала плоскостей¹³⁴⁻¹³⁶. Однако необходимо иметь в виду, что при использовании мишеней с толщиной, сравнимой с длиной деканалирования, автомодельная зависимость спектров дипольного излучения исчезает, поскольку становится необходимым учитывать перераспределение частиц по поперечным энергиям в результате неупругих процессов. Отметим также, что при нарушении условия дипольности излучения форма спектра после усреднения по поперечным энергиям более сложным образом зависит от полной энергии частиц^{118, 127}.

Выше было выяснено соотношение между когерентным тормозным излучением и излучением при плоскостном каналировании в зависимости от угла падения частиц на кристаллографическую плоскость. Рассмотрим теперь, следуя работе Белошицкого и Кумахова ¹²⁶, это соотношение в другом случае, когда угол падения частиц на плоскость остается все время меньшим угла Линдхарда для плоскостного каналирования $\theta_L^{(p)}$, и в то же

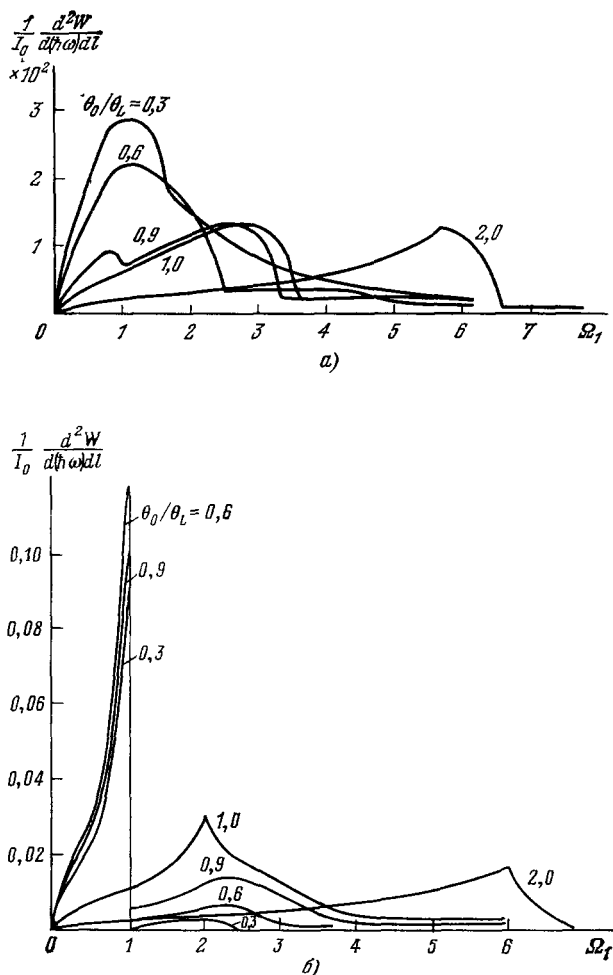


Рис. 18. Спектры излучения позитронами и электронами, усредненные по начальному распределению поперечных энергий, в зависимости от угла влета в кристалл θ_0 .

Рис. а) соответствует электронам, рис. б) — позитронам.

время угол движения частиц по отношению к осям, лежащим в этой плоскости, может быть достаточно малым, чтобы имели место когерентные эффекты в излучении. Именно этот случай часто рассматривался в теории когерентного тормозного излучения (см., например, ⁵⁰⁶), однако при этом не учитывался эффект каналирования.

В первом приближении частица движется по каналированной траектории под действием непрерывного потенциала плоскостей. Однако поскольку

ку угол движения по отношению к осям достаточно мал (но все же существенно больше угла Линдхарда для осевого каналирования, $\theta_L^{(a)}$), то частица начинает чувствовать действие отдельных осей, образующих кристаллографическую плоскость. В следующем приближении по этому взаимодействию траектория частицы испытывает локальные (по сравнению с длиной волны колебаний в плоскостном канале) искривления. Воздействие осей происходит периодически, а период определяется углом между скоростью частицы и осями. Формально на частицу действует суммарный потенциал осей $V(x, y)$, образующих плоскости, который в данном случае удобно представить в виде ряда Фурье

$$V(x, y) = U(x) + \sum_{n=1}^{\infty} U_n(x) \cos \frac{2\pi y n}{d_s},$$

где x — расстояние от плоскости, а ось координат Oy — перпендикулярна кристаллографическим осям. Нулевой член разложения потенциала $V(x, y)$ представляет собой непрерывный потенциал плоскости, остальные члены учитывают дискретность плоскости вдоль направления Oy .

Излучение частицы представляет собой сумму рассмотренного выше излучения при чистом плоскостном каналировании, излучения при периодическом рассеянии на атомных осях и, вообще говоря, результата их интерференции. Однако интерференцией, как правило, можно пренебречь, поскольку характерные частоты излучения при каналировании оказываются в десятки раз меньшими характерных частот когерентного тормозного излучения при рассеянии на отдельных осях. Таким образом, можно сказать, что в рассматриваемом случае когерентное тормозное излучение существует наряду с излучением при каналировании. Однако эффект каналирования все же существенно влияет на когерентное тормозное излучение. Причина состоит в том, что каналирование приводит к перераспределению прицельных параметров столкновения частиц с осями в плоскостном канале (flux peaking effect)¹⁶⁸. В частности, электроны при плоскостном каналировании движутся в среднем ближе к плоскостям, чем это обычно считалось в теории когерентного тормозного излучения без учета эффекта каналирования, а позитроны — дальше. В результате, интенсивности когерентного тормозного излучения электронов и позитронов должны заметно отличаться.

Влиянием каналирования на когерентное тормозное излучение можно пренебречь лишь если угол падения частиц на плоскости существенно больше угла Линдхарда для плоскостного каналирования.

В принципе возможно также излучение при радиационных переходах из надбарьерных состояний в связанные состояния. Такие переходы могут быть заметными при низких энергиях частиц, когда в яме существует всего лишь несколько уровней. Однако при высоких энергиях излучение рассматриваемого типа оказывается подавленными по сравнению с другими типами. Достаточно сказать, что в классическом приближении такое излучение вообще не возникает.

Оценка величины квазиклассических матричных элементов радиационных переходов из надбарьерных состояний в состояния каналирования, проведенная в работах¹²⁷⁶, показывает, что вероятность таких переходов содержит малый множитель вида e^{-N} , где N — число дискретных уровней поперечной энергии. С другой стороны, Калашников и др.¹⁹⁶⁻¹⁹⁸ вследствие неадекватности метода расчета исследуемой проблеме (подробнее см.¹¹⁹) получили значительно завышенные значения интенсивности этого вида излучения.

и) Излучение при осевом квазиканалировании

Электроны и позитроны с поперечной энергией, слегка превышающей энергию связи с осевым каналом, движутся по инфинитным траекториям в плоскости, ортогональной кристаллографическим осям. Продольное движение таких квазиканализованных частиц в приближении непрерывного потенциала оси происходит с постоянным продольным импульсом (см. (4.4)).

В отличие от плоскостного случая, траектории квазиканализованных частиц в осевом случае не являются, вообще говоря, периодическими. Частицы сталкиваются время от времени с осями, и это приводит к характерному излучению, которое отличается как от излучения при каналировании, так и от когерентного тормозного излучения⁵⁰⁶.

Особенности спектров дипольного излучения от квазиканализованных электронов и позитронов невысоких энергий, когда необходимо квантовое рассмотрение процесса их рассеяния, были исследованы в работе Базылева и Демуры^{123б}.

Наиболее подробные аналитические расчеты спектров излучения и интегральных радиационных потерь частицами высокой энергии при осевом квазиканалировании были выполнены Авакяном и др.^{123а}. В указанных работах [123] была развита как классическая, так и квантовая теория этого явления. При конкретных расчетах использовался потенциал оси вида (4.3) и учитывался эффект поляризации среды.

При классическом подходе траектории частиц в поперечной плоскости вблизи одной из осей для такого потенциала представляют собой гиперболы, параметры которых зависят от поперечной энергии частиц и прицельного параметра частицы относительно оси. Характерные частоты и интенсивность излучения при движении по заданной траектории также оказываются зависящими от этих параметров. Наблюдаемый спектр соответствует теоретическому спектру, усредненному по прицельным параметрам и поперечным энергиям. В дипольном приближении ($\epsilon E \ll m^2 c^4$) спектральная плотность энергии излучения представлена на рис. 19 как функция отношения угла падения частиц на оси к критическому углу $\theta_L = \sqrt{2U_0/E}$, где U_0 — глубина реальной потенциальной ямы (или высота пика для позитронов), которая использовалась в расчетах как параметр обрезания модельного потенциала (4.3). Усреднение по поперечным энергиям проводилось с начальной функцией распределения, не учитывающей ее дальнейшее изменение с глубиной проникновения частиц в кристалл. Прицельные параметры столкновений считались равновероятными в пределах от нуля до половины расстояния между соседними осями. В этом случае спектры имеют автомодельный характер, т. е. в приведенных единицах частоты и интенсивности излучения и угла падения они практически не зависят от конкретного вещества и осей из того ряда, который представлен в табл. V.

Таблица V

Параметры спектральных характеристик излучения электронами и позитронами при осевом квазиканалировании

Кристалл, ось	$\theta_L \gamma^{1/2}$, мрад	$\hbar\omega_0$, эВ	I_0 , см ⁻¹
Алмаз, <110>	19,8	1735	0,23
Si, <110>	20,9	1609	0,13
Ge, <110>	28,0	2208	0,28

В отличие от спектров излучения в плоскостном случае (см. рис. 18), приведенные на рис. 19 спектры не имеют четко выраженного максимума (шкала абсцисс логарифмическая), что является следствием хаотического

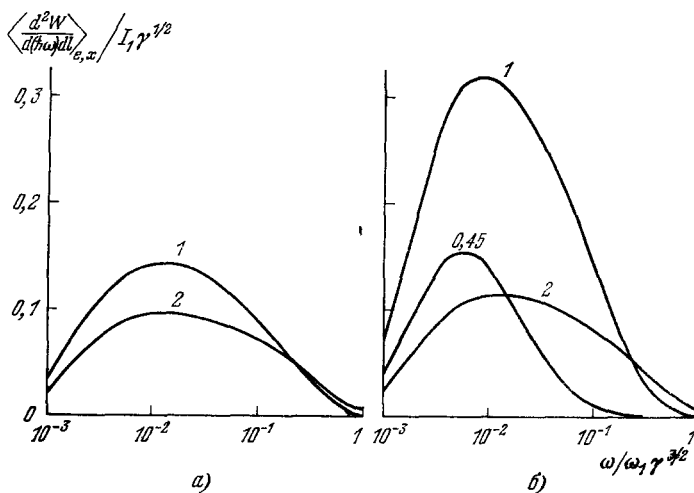


Рис. 19. Энергия дипольного излучения $d^2W/d(h\omega) dl$ в единичном интервале энергий фотонов, на единице пути электрона (а) и позитрона (б) в кристалле кремния.

По осям абсцисс отношение частоты излучения к частоте $\omega_0\gamma^{3/2}$, по осям ординат — отношение $d^2W/d(h\omega) dl$ к величине $I_1\gamma^{1/2}$ ($\gamma = 100$). Цифры у кривых указывают отношение угла падения пучка частиц на ось в единицах критического угла $\theta_L = \sqrt{2U_0/E}$. Для других кристаллов и величин γ в выбранном масштабе спектры близки к представленным на рисунках.

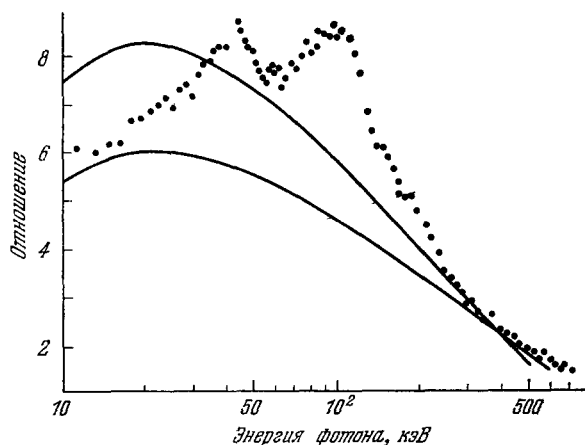


Рис. 20. Отношение интенсивности излучения пучка позитронов с энергией 56 МэВ и угловой шириной $3 \text{ мрад} \times 9 \text{ мрад}$ в монокристалле кремния толщиной 18 мкм, ориентированном осью $\langle 110 \rangle$ вдоль направления распространения пучка, к соответствующему значению интенсивности излучения в разориентированном кристалле.

Точки — эксперимент ^{14b}, сплошные кривые — расчет ^{12a}. При расчетах спектры усреднялись по углу падения позитронов в пределах $1,5\theta_L$ (верхняя кривая 1) и $2\theta_L$ (нижняя).

движения квазиканализированных частиц в поперечной плоскости. Резкий спад интенсивности в области приведенных частот $\Omega \gg 1/10$ связан с характером поведения непрерывного потенциала оси (см. рис. 10) на относительно малых расстояниях $\rho \lesssim u$. Характерная частота Ω в спектре излучения

в дипольном приближении пропорциональна $E^{3/2}$, а спектральная плотность энергии излучения пропорциональна $E^{1/2}$, аналогично случаю каналированных частиц^{96, 97}. В общем недипольном случае форма спектра излучения остается примерно такой же, однако характерные частоты и интенсивность излучения зависят от энергии частиц по другому. В частности при ультравысоких энергиях ($\epsilon E \gg m^2 c^4$) характерная частота, определяющая начало спада интенсивности излучения, оказывается пропорциональной квадрату энергии частицы, E^2 , а сама интенсивность при этом не зависит от E ^{123а}.

Ямамура и Оцуки¹²⁴ путем моделирования на ЭВМ процесса последовательных столкновений позитронов с энергией 56 МэВ с атомами осей 110 монокристалла кремния толщиной 2500 Å получили аналогичный вид спектра излучения квазиканализованными позитронами.

Спектры излучения позитронами при осевом квазиканализовании были измерены Мирошниченко и др.¹⁴³ при энергиях позитронов 4 ГэВ, а при более низких энергиях 56 МэВ, когда справедливо дипольное приближение — Олгардом и др.¹⁴⁵. Результаты эксперимента¹⁴⁵ представлены на рис. 20. Характер измеренного излучения в целом согласуется с теоретическими расчетами^{123, 124}. Слабо выраженные максимумы на рис. 20 могут быть объяснены¹⁴⁵ вкладом от позитронов, попавших в плоскостные каналы.

к) Излучение при высоких энергиях канализованных частиц

Согласно результатам, приведенным выше в п. ж), в дипольном приближении и без учета продольных колебаний канализованных частиц максимум спектральной интенсивности излучения приходится на первую гармонику. Частота и интенсивность в максимуме растут с энергией частицы E соответственно как $E^{3/2}$ и $E^{1/2}$. Однако, эти выводы, согласно результатам работ¹¹¹⁻¹¹⁵⁻¹¹⁹, теряют силу при достаточно высоких энергиях.

В п. д) на основе элементарных соображений было показано, что зависимость характерной частоты излучения на фиксированной гармонике от энергии частицы при учете продольных колебаний существенно меняется. Значительно видоизменяются также спектральное и спектрально-угловое распределения излучения, что связано с неприменимостью при таких энергиях мультипольного разложения поля излучения^{92, 115, 117-119}. При высоких энергиях ($E \gg m^2 c^4 U_0^{-1}$), как нетрудно видеть с помощью соотношения (4.21), в результате переходов частицы с верхних уровней ($\epsilon_i \sim U_0$) на дно ямы ($\epsilon_f \approx 0$) становится также возможным излучение фотона с энергией $\hbar\omega \sim E$ ¹¹⁵. В этом случае необходимо учитывать влияние отдачи при излучении на продольное и поперечное движения канализованной частицы, а также взаимодействие спина частицы с эффективным полем излучения.

Согласно¹¹⁵ спектрально-угловое распределение интенсивности излучения при плоскостном канализовании с учетом всех упомянутых эффектов, возникающих при высоких энергиях, может быть представлено в виде

$$\begin{aligned} \frac{d^3W}{d\omega d\Omega dt} = & \frac{e^2 \omega^2}{2\pi c} \sum_f \left\{ \left(1 + u + \frac{u^2}{2} \right) [|I_{if}^{(1)}|^2 \theta^2 + |I_{if}^{(2)}|^2 - \right. \\ & - 2 \operatorname{Re} \{ I_{if}^{(1)} I_{if}^{(2)*} \theta \cos \varphi \} + \frac{u^2}{2\gamma^2} |I_{if}^{(1)}|^2 \} \delta \left(\frac{u}{2} \left[(\theta^2 + \gamma^{-2}) \frac{E}{\hbar} - \right. \right. \\ & \left. \left. - \omega \theta^2 \cos^2 \varphi \right] - \omega_{if} \right); \end{aligned} \quad (4.39)$$

здесь $\hbar\omega_{if} = \varepsilon_i(E) - \varepsilon_f(E - \omega)$, $u = \hbar\omega/(E - \hbar\omega)$, E — начальная энергия частицы. Матричные элементы тока перехода имеют вид

$$\begin{aligned} I_{if}^{(1)} &= \int e^{ik_x x} \psi_i^*(x; E) \psi_f(x; E - \hbar\omega) dx, \\ I_{if}^{(2)} &= \frac{i\hbar c}{E} \int e^{ik_x x} \frac{d\psi_i^*(x; E)}{dx} \psi_f(x; E - \hbar\omega) dx, \end{aligned} \quad (4.40)$$

где волновые функции поперечного движения определяются уравнением (4.12), $k_x = k\theta \cos \varphi$, $\hbar k$ — импульс фотона. Величины в (4.39), пропорциональные u , обусловлены влиянием отдачи на продольное движение частицы, а пропорциональные u^2 — взаимодействием спина электрона (позитрона) с полем излучения. Для осевого случая аналогичные результаты приведены в ^{123a}.

Аргумент δ -функции в (4.39) отражает законы сохранения энергии и продольного импульса при излучении, однако в отличие от (4.17) теперь учитывается также отдача при излучении. В частности, в выражении для ω_{if} при учете отдачи на поперечное движение разложение типа (4.16) становится неприменимым. Влияние отдачи на продольное движение при плоскостном каналировании приводит к зависимости энергии фотона от азимутального угла. Естественно, что для мягкой части спектра ($\hbar\omega \ll E$) получается прежнее соотношение (4.17) для частот излучения.

Абсолютная верхняя граница спектра, ω_{am} , соответствует переходу на дно ямы ($\varepsilon_f \approx 0$) и направлению $\theta = 0$. При этом

$$\frac{\hbar\omega_{am}}{E} = \frac{2\varepsilon_i E}{m^2 c^4 + 2\varepsilon_i E}. \quad (4.41)$$

Из соотношения (4.41), во-первых, следует, что в усредненном потенциале фотоны с энергией $\hbar\omega \sim E$ могут излучаться лишь каналированными частицами с достаточно высокой энергией $E \gtrsim m^2 c^4 / \varepsilon_i$. Во-вторых, жесткие фотоны с $\hbar\omega \sim E$ излучаются лишь при переходах с относительно большим ($i - f \sim i$) изменением квантовых чисел, когда разность поперечных энергий сравнима с самими энергиями ($\hbar\omega_{if} \sim \varepsilon_i$).

Матричные элементы тока перехода (4.40) могут быть вычислены аналитически для модельных зависимостей потенциала канала (4.1) и (4.2). Их вид и методы вычисления приведены в работах ¹¹⁵, ¹¹⁹ (формулы (11) и (16)) ^{127b} (формулы (5) и (6)).

Анализ спектрального распределения излучения, полученного на основе общей теории, приводит к следующим выводам. Существует некоторая оптимальная энергия каналированной частицы, E_{opt} , зависящая от вида потенциала канала, при которой спектральная плотность мощности излучения (на первой гармонике) достигает максимума. При энергиях частицы, больших E_{opt} , интенсивность первой гармоники падает. Вместе с тем увеличивается роль все более высоких гармоник и спектр продвигается в сторону более жестких частот. Меняются также угловое распределение и поляризационные свойства излучения. Например, при плоскостном каналировании поляризация излучения в заданном направлении из линейной превращается, вообще говоря, в эллиптическую ¹¹⁹.

Спектральное распределение излучения при плоскостном каналировании позитронов с энергиями 4, 6, 10 и 14 ГэВ, было измерено Мирошниченко, Авакяном и другими в СЛАНКе ¹⁴³. Мишенью служил монокристалл алмаза, толщиной 80 мкм, ориентированный плоскостями (110) параллельно пучку позитронов. Оптимальная энергия в этих условиях составляла $E_{opt} = 11$ ГэВ, так что можно было обнаружить влияние эффектов недиальности излучения и продольных колебаний. Угловая расходимость пучка не превышала 10^{-5} рад, а точность ориентации кристалла была

не хуже $1,15 \cdot 10^{-5}$ рад. В то же время критический угол каналирования $\theta_L = \sqrt{2U_0/E}$ по расчетам¹²⁷ составлял величину от $1,07 \cdot 10^{-4}$ при 4 ГэВ до $5,7 \cdot 10^{-5}$ при 14 ГэВ. Фотоны регистрировались черенковским ливневым спектромером полного поглощения NaI(Tl) толщиной 20 радиационных длин. Результаты измерений одного из спектров показаны на рис. 21

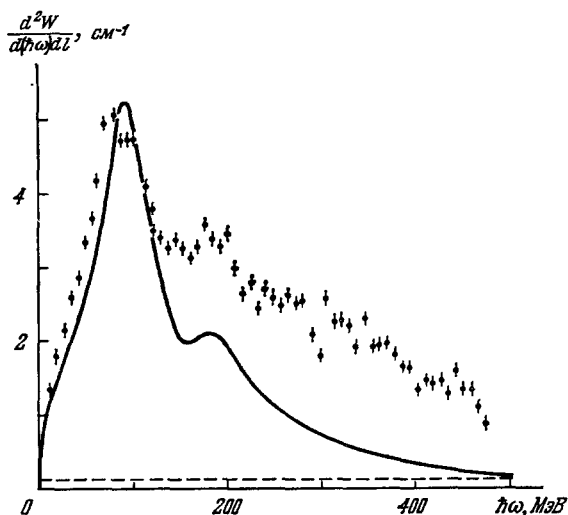


Рис. 21. Спектральные распределения энергии излучения позитроном с энергией 10 ГэВ на единице пути в кристалле алмаза.

Пучок позитронов ориентирован параллельно плоскостям (110). Кривые — результат теоретических расчетов с учетом деканалирования^{127б}. Штриховая кривая — спектр обычного тормозного излучения в алмазе.

точками. Спектральная плотность энергии излучения позитроном на единице пути в кристалле в максимуме в 40—60 раз превышала соответствующую величину тормозного излучения в разориентированном кристалле.

Имеется достаточно хорошее согласие, в особенности при энергиях 10 и 14 ГэВ, между результатами расчета^{118, 119, 127} см. табл. VI и рис. 21 и измерениями максимальной частоты первой гармоники $\hbar\omega_{\max}^{(1)}$. Причем такое согласие достигается лишь при учете эффекта продольных колебаний (слагаемого $\varepsilon E/m^2 c^4$ в знаменателе (4.19)).

Некоторое отличие в абсолютной величине интенсивности между экспериментом и теорией, по мнению авторов работ¹²⁷, можно полностью объяснить деканалированием частиц вследствие несовершенств кристалла (мозаичность, дислокации), однако качество монокристалла в эксперименте не проверялось и это не позволяет провести более точные расчеты спектров.

Эксперименты Мирошниченко, Авакяна и др.¹⁴³ показали также существование эффекта интенсивного излучения при осевом каналировании позитронов с энергиями 4—14 ГэВ.

Таблица VI

Теоретическая и экспериментальная зависимости максимальной энергии фотона первой гармоники от энергии позитрона при каналировании плоскостями (110) алмаза

E , ГэВ	$\hbar\omega_{\max}^{(1)}$ (эксп.), МэВ	$\hbar\omega_{\max}^{(1)}$ (теор.), МэВ
4	23	31
6	42	51
10	90	92
14	120	120

Спектры излучения позитронами с энергией 10 ГэВ в зависимости от угла падения частиц на плоскость 110 кристалла кремния были измерены в Серпухове группой Цыганова¹⁴². Результаты измерений весьма сходны с аналогичными результатами¹⁴³ и в целом находятся в хорошем согласии с теорией¹²⁷. Однако в эксперименте¹⁴² был обнаружен дополнительный пик в спектрах при частоте, равной примерно половине частоты первой гармоники излучения каналированными частицами. Прохождение этого пика остается пока невыясненным.

Спектры излучения электронами с энергией 4,7 ГэВ в монокристалле алмаза толщиной 100 мкм были измерены на внутреннем пучке Ереванского синхротрона¹⁴⁴. Пучок электронов, по оценке авторов¹⁴⁴, имел угловую расходимость $\approx 2 \cdot 10^{-4}$ рад. Энергия фотонов измерялась с помощью парного магнитного спектрометра. При ориентации осей $\langle 100 \rangle$ и плоскостей $\langle 110 \rangle$ алмаза (с точностью $4,5 \cdot 10^{-5}$ рад) параллельно направлению пучка электронов наблюдалось увеличение выхода γ -квантов из мишени в диапазоне энергий от ≈ 20 до 200 МэВ по сравнению с разориентированной мишенью. Максимальное превышение достигало 80 раз при энергии γ -квантов ≈ 70 МэВ в осевом случае и 30 раз при энергии γ -квантов ≈ 45 МэВ в плоскостном случае.

Аналогичные исследования, но при несколько меньших энергиях электронов (≈ 1 ГэВ) проводились на внутреннем пучке синхротрона «Сириус»¹⁴⁸. В этих экспериментах также наблюдался резкий максимум в спектре фотонов, излучаемых каналированными электронами в монокристалле алмаза толщиной 0,35 мм, ориентированном осью $\langle 110 \rangle$ по пучку. Максимум приходился на энергию фотонов 20 МэВ (при $E = 870$ МэВ), а превышение интенсивности в максимуме над интенсивностью излучения в разориентированной мишени составляло около 30 раз.

Соответствующие спектры излучения, полученные путем моделирования процесса излучения электронов в кристалле на ЭВМ^{124б} оказываются близкими к экспериментальным¹⁴⁸.

Излучение при осевом каналировании электронов с энергией 1,2 ГэВ в кристалле кремния толщиной 0,24 мм наблюдалось недавно в Харькове на линейном ускорителе¹⁵¹. Отношение интенсивности излучения к тормозному излучению в аморфной среде в диапазоне энергий фотонов 10—30 МэВ составляло 17, однако максимум в интенсивности был гораздо менее выражен, чем в предыдущих экспериментах^{144, 148}.

л) Аналогия с ондуляторным излучением

Если с помощью внешних полей заставить электрон двигаться по периодической траектории, то он будет излучать электромагнитные волны. В случае, когда электрон движется на наблюдателя с релятивистской скоростью, длина волны излучения может быть существенно короче длины волны его колебаний под действием поля. Идея использования периодических внешних магнитных полей для генерации излучения заряженными частицами была высказана Гинзбургом еще в 1947 году¹⁹⁹. Теория этого вида излучения, впоследствии названного ондуляторным (от англ. *undulate* — волнистый), была развита Моцем²⁰⁰ и в особенности советскими авторами^{201–206}. К настоящему времени получены также результаты экспериментального исследования ондуляторного излучения электронами в сотни МэВ и выше^{16–20} в области от оптического до рентгеновского диапазона.

Простейшим, но довольно важным практически, является ондулятор с магнитным полем $H(x)$, направленным вдоль оси Oz , величина которого вдоль оси Ox меняется по синусоидальному закону $H_z(x) =$

$= H \sin(2\pi x/l)$ ^{201, 202}. В таком поле электрон движется по траектории, близкой к синусоиде. Существуют и другие типы ондуляторов, основанных на взаимодействии электрона с пространственно периодическими магнитными полями других, более сложных конфигураций ²⁰², а также ондуляторы с постоянным внешним полем, создаваемым соленоидами и магнитными квадрупольными линзами ^{202a, 206}.

В более широком смысле этого слова ондуляторным является излучение электрона в интенсивной внешней электромагнитной волне ²⁰⁷⁻²⁰⁹, когерентное тормозное излучение ^{32, 506}, а также рассмотренное выше излучение при каналировании и плоскостном квазиканалировании. Во всех случаях движение частиц можно в первом приближении разложить на поступательное движение с релятивистской скоростью и колебание в плоскости, перпендикулярной направлению поступательного движения.

Во многих случаях сходство характера движения излучающего электрона проявляется и в общих свойствах спектров излучения. Например, общие классические формулы ^{92, 96, 97, 118, 130} для расчета спектра излучения при плоскостном каналировании частиц высоких энергий лишь обозначениями отличаются от соответствующих формул для расчета излучения в магнитных ондуляторах ^{202b}. То же самое можно сказать и о формуле (4.36) для расчета дипольного излучения при плоскостном квазиканалировании. Еще более близкая аналогия существует между спектром относительно мягкого излучения при плоскостном каналировании позитронов ⁹² и спектром ондуляторного излучения в плоском гармоническом магнитном поле ^{201, 202}.

Вместе с тем каждый из перечисленных видов излучения имеет свои особенности, связанные с конкретным видом поля, с которым взаимодействует электрон. Например, в когерентном тормозного излучения (КТИ) существенную роль играют тепловые колебания атомов кристаллической решетки, приводящие к появлению аморфного фона в спектре излучения ⁵⁰⁶. Эти эффекты невозможно учесть в рамках ондуляторного подхода. Квантовые эффекты, связанные с отдачей при испускании достаточно жесткого ($\hbar\omega \sim E$) фотона электроном в поле световой волны или при КТИ, практически не проявляются при излучении в искусственных внешних полях. Такое отличие возникает потому, что искусственные поля имеют, как правило, значительно большую длину периода или существенно меньшую напряженность, чем естественные. Поэтому исторически теория перечисленных видов излучения развивалась независимо.

Отметим специфические особенности излучения частиц в кристаллах при каналировании и квазиканалировании. Прежде всего, как было показано выше, при достаточно низких энергиях каналированных частиц весьма существенным является квантовый характер поперечного движения частиц. Поэтому, как отмечалось нами ранее ^{92, 121}, излучение каналированных частиц в этом случае скорее похоже на излучение движущегося атома, а аналогия с ондуляторным излучением исчезает, поскольку там движение практически всегда классично. Квантовые эффекты движения электронов могут проявляться ^{118, 119} в спектрах излучения вплоть до сравнительно высоких энергий частиц (1 ГэВ при плоскостном каналировании электронов).

При высоких энергиях, когда поперечное движение частиц может описываться в терминах траекторий, и при относительно мягких частотах ($\hbar\omega \ll E$), отличия от ондуляторного излучения становятся более формальными. Например, усредненный потенциал плоскостей или осей имеет вид, характерный для данного типа каналирования, которому соответствуют определенные траектории каналированных частиц. Частота колебаний частиц в канале зависит от полной энергии частицы, в отличии

от ондуляторов с переменным магнитным полем. Правда, такая зависимость имеется в ондуляторах типа квадрупольной линзы, которые однако не столь детально изучались теоретически и экспериментально по сравнению с другими типами ондуляторов. Поскольку поперечная энергия каналированных частиц при входе в кристалл может иметь любое значение в пределах определенного интервала (см. (4.14)), то при расчете наблюдаемых спектров излучения приходится, в отличие от ондуляторов, проводить дополнительное усреднение по амплитудам колебаний. Вследствие этого спектры излучения становятся весьма чувствительными к динамике прохождения пучка частиц в режиме каналирования, т. е. ко всякого рода процессам, приводящим к дальнейшему перераспределению частиц по поперечным энергиям.

Излучение при осевом квазиканалировании частиц представляет собой особый случай, не имеющий аналога в теории ондуляторного излучения, поскольку поперечное движение в этом случае аperiодическое.

Наконец, при излучении относительно жестких фотонов с энергией $\hbar\omega \sim E$ каналированной частицей высокой энергии важно учитывать влияние квантовой отдачи на поперечное движение частицы, т. е. на положение конечного уровня поперечной энергии ϵ_\perp ($E - \omega$) (см. (4.39)). Разложение вида (4.15) при $\hbar\omega \sim E$ оказывается недопустимым и поэтому энергия излучаемого фотона не может быть выражена, как в (4.17), через среднюю продольную скорость частицы (см. (4.18)). В ондуляторах с переменным магнитным полем зависимость частоты поперечных колебаний от энергии отсутствует, указанный эффект несуществен, и отдача влияет лишь на продольное движение частицы. Поэтому полная аналогия ондуляторного излучения и излучения при каналировании в области жестких частот ($\hbar\omega \sim E$) также отсутствует. Результаты, полученные недавно Байером и др.^{137, 210}, неприменимы для расчетов жесткого излучения при каналировании, поскольку они совершенно не учитывают указанной особенности излучения жестких частот (подробнее см.¹²⁷⁶).

Таким образом, излучение при каналировании и квазиканалировании имеет много общих свойств как с ондуляторным, так и с когерентным тормозным излучением. Имеющаяся в определенных случаях аналогия между указанными видами излучения представляет большой интерес для развития теории этих явлений^{20, 92, 96, 136}, однако излучение при каналировании является по существу новым типом излучения, требующим дальнейших теоретических и экспериментальных исследований.

Институт атомной энергии
им. И. В. Курчатова

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Tousey R.—Appl. Opt., 1962, v. 1, p. 679.
2. Лукирский А. П., Румш М. А., Смирнов Л. А.—Опт. и спектр. 1960, т. 11, с. 505.
3. Зимкина Т. М., Фомичев В. А. Ультрамягкая рентгеновская спектроскопия.—Л.: Изд-во Ленингр. ун-та, 1971.
4. Farge Y., Duke P. J. European Synchrotron Radiation Facility. Supplement 1.—Strasbourg: European Science Foundation, 1979.
5. Годвин Р.—УФН, 1970, т. 101, с. 697.
6. Hughes G. P., Fink R. C.—Electronics, 1978, v. 23, p. 99.
7. Marsh P.—New Sci., 1979, v. 82, No. 1157, p. 712.
8. Мокульский М. А.—Природа, 1976, т. 3, с. 6.
9. Proceedings of the Intern. Workshop on the Applications of Intense Capture γ -ray Sources/Ed. A. Freund.—Nucl. Instr. and Meth., 1979, v. 166, No. 1.
10. Berman B. L., Fultz S. C.—Rev. Mod. Phys., 1975, v. 47, p. 713.
11. Proceedings of Intern. Conference on Photonuclear Reactions and Applications/Ed. B. L. Berman.—Livermore: Lawrence Livermore Lab., 1973.

12. Чаплин Дж., Вуд Л.—УФН, 1977, т. 121, с. 331.
13. Knessl U., Koop E. A., Kuhl G., Leister K. H., Weller A — Nucl. Instr. and Meth., 1975, v. 127, p. 1.
14. Куликов О. Ф.—Тр. ФИАН СССР, 1975, т. 80, с. 3.
Federici L., Giordano G., Matone G. et al.—Nuovo Cimento, Ser. B, 1980, v. 59, p. 247.
15. Кулипанов Г. Н., Скрипский А. Н.—УФН, 1977, т. 122, с. 369.
16. Winick H., Spencer E.—Nucl. Instr. and Meth., 1980, v. 172, p. 45.
17. CERN Courier, 1980, v. 20, p. 157.
18. Artamonov A. S., Barkov L. B., Baryshev V. B. et al.—Nucl. Instr. and Meth., 1980, v. 177, p. 239.
19. Krinsky S.—IEEE Trans. on Nucl. Sci., 1979, v. 26, p. 73.
20. a) Алферов Д. Ф., Башмаков Ю. А., Беловинцев К. А., Бессонов Е. Г., Черенков П. А.—Письма ЖЭТФ, 1977, т. 26, с. 525; Препринт ФИАН СССР № 13 — Москва, 1978;
б) Диденко А. Н., Кожевников А. В., Медведев А. Ф., Никитин М. М.—Письма ЖЭТФ, 1978, т. 4, с. 689.
21. Тамм И. Е., Франк И. М.—ДАН СССР, 1937, т. 14, с. 107.
22. Зрелов В. П. Излучение Вавилова — Черенкова и его применение в физике высоких энергий.—М.: Атомиздат, 1968.
23. Франк И. М.—В кн. Проблемы теоретической физики.—М.: Наука, 1972.
24. Тамм И. Е.—УФН, 1959, т. 68, с. 387.
Франк И. М.—Ibid., с. 397; Черенков П. А.—Ibid., с. 377.
25. Гинзбург В. Л. Теоретическая физика и астрофизика.—М.: Наука, 1975.
26. Болотовский Б. М.—УФН, 1957, т. 62, с. 201; 1961, т. 75, с. 295.
27. Piestrup M. A., Pantell R. H., Puthoff H. E., Rothbart G. B.—J. Appl. Phys., 1973, v. 44, p. 5160.
28. Piestrup M. A., Powell R. A., Rothbart G. B., Chen C. K., Pantell R. H.—Appl. Phys. Lett., 1976, v. 28, p. 92.
29. Базылев В. А., Глебов В. И., Денисов Э. И., Жеваго Н. К., Хлебников А. С.—Письма ЖЭТФ, 1976, т. 24, с. 406.
30. Базылев В. А., Глебов В. И., Денисов Э. И., Жеваго Н. К., Хлебников А. С.—Препринт ИАЭ-2765.—Москва, 1977.
31. Колпаков А. В.—ЯФ, 1972, т. 16, с. 1003.
32. Тер-Микаелян М. Л.—ЖЭТФ, 1953, т. 25, с. 296.
33. Фейнберг Е. Л.—УФН, 1980, т. 132, с. 255.
34. Якимец В. В.—В кн. Прохождение излучения через вещество.—М.: Атомиздат, 1968.
35. Пафомов В. Е.—ДАН СССР, 1973, т. 213, с. 819.
36. Базылев В. А., Варфоломеев А. А., Жеваго Н. К.—ЖЭТФ, 1974, т. 66, с. 464.
37. Гарибян Г. М., Чаликян Г. А.—ЖЭТФ, 1958, т. 35, с. 1282.
38. Гарибян Г. М.—Изв. АН СССР. Сер. физ., 1962, т. 26, с. 754.
39. Birks J. B.—Rept. Progr. Phys., 1975, v. 38, p. 903.
40. Hönl H.—Ann. d. Phys., 1933, Bd. 18, S. 538.
41. Аракелян В. А.—В кн. Труды международного симпозиума по переходному излучению частиц высоких энергий, Ереван, 1977.—С. 336.
42. Фано У., Купер Дж. Спектральное распределение сил осцилляторов в атомах.—М.: Наука, 1972.
43. Veigele W. J.—Atomic Data, 1973, v. 5, p. 51.
44. Hubbell J. H.—Ibid., 1971, v. 3, p. 241.
45. Bonse U., Materlik G.—Zs. Phys. Ser. B, 1976, Bd. 24, S. 189.
46. Базылев В. А., Глебов В. И., Денисов Э. И., Жеваго Н. К., Хлебников А. С., Цинноев В. Г., Чертов Ю. П.—Письма ЖЭТФ, 1981, т. 34, с. 103; ЖЭТФ, 1981, т. 81, с. 1664.
47. Самсонов В. М.—ЖЭТФ, 1978, т. 75, с. 88.
48. Джрбашян В. А.—Изв. АН Арм. ССР, Сер. «Физика», 1975, т. 10, с. 427; 1976, т. 11, с. 423.
49. Федоров В. В., Смирнов А. И.—Письма ЖЭТФ, 1976, т. 23, с. 34.
50. Тер-Микаелян М. Л.—а) ДАН СССР, 1960, т. 134, с. 318; б) Влияние среды на электромагнитные процессы при высоких энергиях.—Ереван: Изд-во АН Арм. ССР, 1969.
51. Файнберг Я. Б., Хижняк И. А.—ЖЭТФ, 1957, т. 32, с. 883.
52. Гарибян Г. М.—ЖЭТФ, 1958, т. 35, с. 1435.
53. Блиох П. В.—Изв. вузов. Сер. «Радиофизика», 1959, т. 2, с. 63.
54. Пафомов В. Е.—ЖЭТФ, 1960, т. 39, с. 134.
55. Басс Ф. Г., Яковенко В. М.—УФН, 1965, т. 86, с. 189.
56. Жеваго Н. К.—ЖЭТФ, 1977, т. 72, с. 428.

57. Г а р и б я н Г. М., Г е в о р г я н Л. А., Я н Ш и. — ЖЭТФ, 1974, т. 66, с. 552.
58. Г а р и б я н Г. М., Я н Ш и. — Изв. АН Арм. ССР. Сер. «Физика», 1977, т. 12, с. 105.
59. Я н Ш и. — В кн. Труды Международного симпозиума по переходному излучению частиц высоких энергий, Ереван, 1977. — С. 123.
60. Yuan L. C. L. — Ibid., P. 81.
61. Hoshino K., Ohashi Y., Okada A., Taira K., Yokoi K. — Acta Phys. Acad. Sci. Hung., 1970, v. 29, Suppl. 4, p. 443.
62. Yuan L. C. L., Wang C. L., Uto H., Prünster S. — Phys. Lett., 1970, v. 31B, p. 603.
63. Alikhanian A. I., Avakian K. M., Garibian G. M., Lorkian M. P., Shikhliarov K. K. — Phys. Rev. Lett., 1970, v. 25, p. 635.
64. Alikhanian A. I., Kankanian S. A., Oganessian A. G., Tumanian A. G. — Ibid., 1973, v. 30, p. 109.
65. Fischer J., Iwata S., Radeka V., Wang C. L., Willis W. J. — Phys. Lett., Ser. B, 1974, v. 49, p. 393.
66. Eilsworth R., MacFall J., Yodth G., Harris F., Katsura T., Parker S., Peterson V., Shiraishi L., Stenger V., Mulvey J., Brooks B., Cobb J. — In: Proc. of the 13th Intern. Conference on Cosmic Rays. — Denver: Col. Assoc. Univ. Press, Boulder, 1973. — P. 2819.
67. Cherry M. L. — Phys. Rev. Ser. D, 1973, v. 9, p. 1112.
68. Cherry M. L., Hartmann G., Müller D., Prince T. A. — Ibid., 1974, v. 10, p. 3594.
69. Prince T. A., Müller D., Hartmann G., Cherry M. L. — Nucl. Instr. and Meth., 1975, v. 123, p. 231.
70. Yuan L. C. L., Alley P. W., Bamberger A., Dell G. F. — Ibid., 1975, v. 127, p. 17.
71. Yuan L. C. L., Alley P. W., Dell G. F., Keller R., Uto H. — Ibid., 1975, v. 130, p. 45.
72. Bosshard R., Fischer J., Iwata S., Radeka V., Wang C. L., Atas M. — Ibid., 1975, v. 127, p. 141.
73. Camps C., Commichan V., Deutschmann M., Gödeke H., Hangarter K., Listmann W., Pützhofen U., Schulte R. — Ibid., 1975, v. 131, p. 411.
74. Fabjan C. W., Struczinski W. — Phys. Lett., Ser. B, 1975, v. 57, p. 4836.
75. Cobb J., Fabjan C. W., Iwata S., Kourkonmelis C., Lankford A. J., Moneti G. C., Nappi A., Palmer R., Rehak P., Struczinski W., Willis W. — Ibid., 1977, v. 140, p. 413.
76. Fabjan C. W. — Ibid., 1977, v. 146, p. 343.
77. Cherry M. L., Müller D. — Phys. Rev. Lett., 1978, v. 38, p. 5.
78. Cherry M. L. — Phys. Rev. Ser. D, 1978, v. 17, p. 2245.
79. Chu A. N., Piestrup M. A., Barber T. W., Pantell R. H. — In: 8th Intern. Conference on Atomic Collisions in Solids: Abstracts. — Hamilton, 1979. — P. 89.
80. Тер-Микаелян М. А. — Письма ЖЭТФ, 1968, т. 8, с. 100.
81. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Электродинамика сплошных сред. — М.: Гостехиздат, 1957.
82. Пинскер З. Г. Динамическое рассеяние рентгеновских лучей в идеальных кристаллах. — М.: Наука, 1974.
83. Batterman B. W., Cole H. — Rev. Mod. Phys., 1964, v. 36, p. 681.
84. Беляков В. А. — Письма ЖЭТФ, 1971, т. 13, с. 254.
85. Г а р и б я н Г. М., Я н Ш и. — ЖЭТФ, 1971, т. 61, с. 930; 1972, т. 63, с. 1198.
86. Авакян А. Л., Агинян М. А., Г а р и б я н Г. М., Я н Ш и. — ЖЭТФ, 1975, т. 69, с. 1049.
87. Агинян М., Я н Ш и. — Цит. в ⁵⁹ сб. — С. 193.
88. Афанасьев А. М., Агинян М. А. — Ibid., с. 169; ЖЭТФ, 1978, т. 74, с. 570.
89. Барышевский В. Г., Феранчук И. Д. — ЖЭТФ, 1971, т. 61, с. 944; 1973, т. 64, с. 760.
90. Барышевский В. Г., Феранчук И. Д. — ДАН БССР, 1974, т. 18, с. 499.
91. Afanasiev A. M., Kagan Yu. — Acta Cryst. Ser. A, 1968, v. 24, p. 163.
92. Базылев В. А., Жеваго Н. К. — ЖЭТФ, 1977, т. 73, с. 1697.
93. Lindhard J. — Danske Vid. Selsk. Mat.-Fiz. Medd., 1965, v. 34, p. 14.
94. Gemmell D. S. — Rev. Mod. Phys., 1974, v. 46, p. 129.
95. Thompson M. — Contemp. Phys., 1968, v. 9, p. 375; перевод: УФН, 1969, т. 99, с. 297.

96. Kumakhov M. A.— Phys. Lett. Ser. A, 1976, v. 57, p. 17; ДАН СССР, 1976, т. 230, с. 1077.
97. Kumakhov M. A.— Phys. Stat. Sol. Ser. b, 1977, v. 84, p. 41; ЖЭТФ, 1977, т. 72, с. 1489.
98. Vorobiev A. A., Kaplin V. V., Vorobiev S. A.— Nucl. Instr. and Meth., 1975, v. 127, p. 265.
99. Kumakhov M. A., Wedell R.— а) Phys. Lett. Ser. A, 1976, v. 59, p. 403; б) Phys. Stat. Sol., 1977, v. 84, p. 581.
100. Beloshitsky V. V., Kumakhov M. A., Wedell R.— In: 7th Intern. Conference on Atomic Collisions in Solids. Abstract of Papers.— Moscow, Moscow State University Publ. House, 1977.— P. 76.
101. Kumakhov M. A.— Ibid., P. 375.
102. Белошицкий В. В., Кумахов М. А.— ДАН СССР, 1977, т. 237, с. 71; ЖЭТФ, 1978, т. 74, с. 1244; Phys. Lett. Ser. A, 1978, v. 69, p. 247.
103. Beloshitsky V. V.— Ibid., 1977, v. 64, p. 95.
104. Кумахов М. А.— Письма ЖТФ, 1977, т. 3, с. 1025.
105. Кумахов М. А., Ведель Р.— Ibid., 1979, v. 5, с. 539.
106. Kumakhov M. A., Wedell R.— Phys. Stat. Sol. Ser. b, 1979, v. 92, p. 65.
107. Кумахов М. А., Ведель Р.— Письма ЖТФ, 1978, т. 4, с. 1411.
108. Кумахов М. А.— УФН, 1979, т. 127, с. 531.
109. Wedell R.— Rad. Eff., 1978, v. 38, p. 165; Phys. Stat. Sol. Ser. b, 1978, v. 87, p. 491.
110. Greschner O., Wedell R.— Ibid, 1979, v. 95, p. 137.
111. Kumakhov M. A., Trikalinos Ch. G.— Ibid., 1980, v. 99, p. 449; ЖЭТФ, 1980, т. 78, с. 1623.
112. Базылев В. А., Жеваго Н. К.— Препринт ИАЭ IAE-2865.— Москва, 1977.
113. Bazylev V. A., Zhevago N. K.— Цит. в ¹⁰⁰ сб.— P. 65; в кн. Труды VII Международной конференции по атомным столкновениям в твердых телах. Москва, 19-23 сентября 1977 г.— М.: Изд-во Моск. ун-та, 1981.— Т. 1, с. 132.
114. Bazylev V. A., Zhevago N. K. Phys. Lett., Ser. B, 1979, v. 84, p. 182.
115. Жеваго Н. К.— ЖЭТФ, 1978, т. 75, т. 1389.
116. Базылев В. А., Жеваго Н. К.— ЖЭТФ, 1979, т. 77, с. 1267; Rad. Eff. 1981, v. 54, p. 221.
117. Базылев В. А., Жеваго Н. К.— УФН, 1979, т. 127, с. 529.
118. Bazylev V. A., Zhevago N. K.— Rad. Eff., 1981, v. 54, p. 41.
119. Базылев В. А., Глебов В. И., Жеваго Н. К.— ЖЭТФ, 1980, т. 78, с. 62.
120. Bazylev V. A., Zhevago N. K.— Phys. Stat. Sol. Ser. b, 1980, v. 97, p. 63.
121. Bazylev V. A., Zhevago N. K.,— In: 8th Intern. Conference on Atomic Collisions in Solids: Abstracts, 1979.— P. 91.
122. Bazylev V. A., Glebov V. I., Zhevago N. K.— In: Proc. of the 1st National Conference on Radiation of Charged Relativistic Particles in Crystals, North Caucasus, USSR 22—25 May, 1980.— Rad. Eff., 1981, v. 56, p. 99.
123. а) Avakian A. L., Yung C., Zhevago N. K.— Ibid., p. 39; ЖЭТФ, 1982, т. 82, с. 584.
б) Bazylev V. A., Demura A. V.— Rad. Eff., 1982, v. 61, p. 129.
124. Yamamura Y., Ohtsuki Y. H. а) Ibid., p. 1; б) Phys. Rev. Ser. B, v. 24, p. 3430.
125. Komaki K., Fujimoto F.— Ibid., p. 13; Phys. Lett. Ser. A, 1981, v. 82, p. 51.
126. Белошицкий В. В., Кумахов М. А.— ДАН СССР, 1980, т. 235, с. 331.
127. Базылев В. А., Белошицкий В. В., Глебов В. И., Жеваго Н. К., Кумахов М. А., Трикалинос Х.— а) ДАН СССР, 1980, т. 235, с. 1100; б) ЖЭТФ, 1981, т. 80, с. 608; Rad. Eff. 1981, v. 56, p. 87.
128. Terhune R. W., Pantell R. H.— Appl. Phys. Lett., 1977, v. 30, p. 265.
129. Pantell R. H., Alguard M. J.— J. Appl. Phys., 1979, v. 34, p. 798.
130. Ахиезер А. И., Болдышев В. Ф., Шульга Н. Ф.— Препринт ХФТИ 77-38— Харьков, 1977; ДАН СССР, 1977, т. 236, с. 830.
131. Ахиезер А. И., Ахиезер И. А., Шульга Н. Ф.— ЖЭТФ, 1979, т. 76, с. 1244; Препринт ХФТИ 78—18.— Харьков, 1978.
132. Ахиезер А. И., Болдышев В. Ф., Шульга Н. Ф.— Пробл. физ. ЭЧАЯ, 1979, т. 10, с. 51.
133. а) Шульга Н. Ф.— Письма ЖЭТФ, 1980, т. 32, с. 179; Шульга Н. Ф., б) Трутень В. И., Фомин С. П.— Препринт ХФТИ 80-32, Харьков, 1980.

134. Бонч-Осмоловский А. Г., Подгорецкий М. И.—Препринт ОИЯИ Р2-11250 — Дубна, 1978; ЯФ, 1979, т. 29, с. 432.
135. Bayar V. N., Katkov V. M., Strakhovenko V. M.—Phys. Lett. Ser. A, 1979, v. 73, p. 414.
136. Байер В. Н., Катков В. М., Страховенко В. М.—ДАН СССР, 1979, т. 246, с. 1347.
137. Байер В. Н., Катков В. М., Страховенко В. М.—Препринт ИЯФ-80-03.—Новосибирск, 1980; ЯФ, 1981, т. 33, с. 1284.
138. Bayushevskii V. G., Dubovskaia I. Ia.—Phys. Stat. Sol. Ser. b, 1977, v. 82, p. 403.
139. Bayushevskii V. G., Grubich A. O., Dubovskaia I. Ia.—Ibid., 1978, v. 83, p. 351; 1980, v. 99, p. 205.
140. Pantell R. H.—Appl. Phys. Lett., 1979, v. 33, p. 571.
141. Eremeev I. P., Kumakhov M. A.—Phys. Lett., Ser. A, 1979, v. 72, p. 359.
142. Filatova N. A., Golovatyuk V. M., Isakov A. N. et al.—Preprint Fermi-lab-Pub-81/34-EXP 7850.507-II.—1981.
143. Мирошниченко И. И., Мерри Д. Д., Авакян Р. О., Фигут Т. Х.—Письма ЖЭТФ, 1979, т. 29, с. 786.
144. Аганьянц А. О., Варганов Ю. А., Вартапетян Г. А., Кумахов М. А., Трикалинос Х., Яралов В. Я.—Ibid., с. 554.
145. Alguard M. J., Swent R. L., Pantell R. H.—Phys. Rev. Lett., 1979, v. 42, p. 1148.
146. Swent R. L., Pantell R. H., Alguard M. J., Berman B. L., Bloom S. D., Datz S.—Ibid., 1979, v. 43, p. 1723.
147. Pantell R. H., Swent R. L.—Appl. Phys. Lett., 1979, v. 35, p. 910.
148. Воробьев С. А., Забаев В. И., Калинин В. Н., Каплин В. В., Потылицын А. П.—Письма ЖЭТФ, 1979, т. 29, с. 414.
- Адищев Ю. Н., Воробьев С. А., Епонешиников В. Н., Каплин В. В., Потылицын А. П.—Письма в ЖЭТФ, 1979, т. 5, с. 1300.
- Воробьев С. А., Диденко А. Н., Забаев В. Н., Калинин В. Н., Каплин В. В., Курков А. А., Потылицын А. П., Томчаков В. К.—Письма ЖЭТФ, 1980, т. 32, вып. 3, с. 261.
149. Andersen J. U., Laegsgaard E.—Phys. Rev. Lett., 1980, v. 44, p. 1079.
150. Sue N., Bonderup E., Marsh B. B., Bakhru H., Benenson R. E., Haight R., Inglis K., Williams G. O.—Phys. Lett. Ser. A, 1980, v. 80, p. 26; Rad. Eff., 1981, v. 56, p. 9.
151. Ганенко В. Б., Генденштейн Л. Э., Мирошниченко И. И., Мореховский В. Л., Перушин Е. В., Санин В. М., Шалацкий С. В.—Письма в ЖЭТФ, 1980, т. 32, с. 397.
152. Wedell R.—Phys. Stat. Sol. Ser. b, 1980, v. 99, p. 11.
153. Lindhard J.—Phys. Lett., 1964, v. 12, p. 126.
154. Erginsoy C.—Phys. Rev. Lett., 1965, v. 15, p. 360.
155. Moliere G.—Zs. Naturforsch., 1948, Bd. 3a, S. 78.
156. Appleton B. R., Erginsoy C., Gibson W. M.—Phys. Rev., 1967, v. 161, p. 330.
157. Kagan Yu., Kononetz Yu. V., Mamontov A. A.—Phys. Lett. Ser. A, 1979, v. 72, p. 247.
158. Каплин В. В., Воробьев С. А.—ФТТ, 1977, т. 19, с. 1958.
159. Komaki K., Fujimoto F.—Phys. Lett. Ser. A, 1974, v. 49, p. 445.
160. Tamura A., Kawamura T.—Phys. Stat. Sol. Ser. b, 1976, v. 73, p. 391.
161. Lervig P., Lindhard J., Nielsen V.—Nucl. Phys. Ser. A, 1967, v. 96, p. 481.
162. Ахмезер А. И., Берестецкий В. Б. Квантовая электродинамика.—М.: Наука, 1969.
163. Кagan Б., Кононец Ю. В.—ЖЭТФ, 1970, т. 58, с. 226; 1973, т. 63, с. 1041.
164. Рябов В. А.—ЖЭТФ, 1974, т. 67, с. 150.
165. Kreiner H. J., Bell F., Sizmann R., Harder D., Hüttl W.—Phys. Rev. Ser. A, 1970, v. 33, p. 135.
166. Лифшиц Е. М., Питаевский Л. П. Физическая кинетика.—М.: Наука, 1979.
167. Белошицкий В. В., Кумахов М. А.—ДАН СССР, 1973, т. 212, с. 846.
168. Кумахов М. А.—УФН, 1975, т. 115, с. 427.
169. Белошицкий В. В., Кумахов М. А.—ЖЭТФ, 1972, т. 62, с. 1144.
170. Babudaev A. Ia., Karlin V. V., Vorobiev S. A.—Phys. Lett. Ser. A, 1973, v. 45, p. 71.

171. Tamura A., Ohtsuki Y. H.— Phys. Stat. Sol. Ser. b, 1974, v. 62, p. 447
172. Fujimoto F., Komaki K.— In: Intern. Crystal Conference Abstract of Papers.— Melbourne, 1974.— P. 274.
173. Fujimoto F., Komaki K., Fujita H., Sumita N., Uchida Y., Kambe K., Lehmpfuhl G.— In: Atomic Collisions in Solids/Ed. S. Datz., B. R. Appleton, C.D. Moak.— N.Y.: Plenum Press, 1975.— P. 547.
174. Каплин В. В., Воробьев С. А.— ЖЭТФ, 1977, т. 73, с. 583; ФТТ, 1978, т. 20, с. 31.
175. Kaplin V. V., Porov D. E., Vorobiev S. A.— Phys. Stat. Sol. Ser. b, 1976, v. 76, p. 779.
176. Бабудая А. Я., Воробьев С. А., Каплин В. В., Плотников С. В., Попов Д. Е.— ФТТ, 1976, т. 18, с. 3131.
177. Neufert A., Shiebel U., Clausnitzer G.— Phys. Lett. Ser. A, 1975, v. 26, p. 49.
178. Shiebel U., Neufert A., Clausnitzer G.— Ibid., 1972, v. 42, p. 45; 1974, v. 47, p. 13; Rad Eff., 1976, v. 29, p. 57.
179. Kumm H., Bell F., Sizmann R., Kreiner H. J., Harder D.— Rad. Eff., 1972, v. 12, p. 53.
180. Bell F., Kreiner H. J., Sizmann R.— Phys. Lett., Ser. A, 1972, v. 38, p. 373.
181. Schiebel U., Worm E.— Ibid., 1976, v. 58, p. 252.
182. Uggerhøj E.— Ibid., 1966, v. 22, p. 382.
183. Uggerhøj E., Andersen J. U.— Can. J. Phys., 1968, v. 46, p. 543.
184. Uggerhøj E., Frandsen F.— Phys. Rev. Ser. B, 1970, v. 2, p. 582.
185. Andersen J. U., Andersen S. K., Augustyniak W. M.— Mat.-Fiz. Dansk. Vid. Selsk., 1977, v. 38, p. 101.
186. Andersen S. K., Bell F., Frandsen F., Uggerhøj E.— Phys. Rev., Ser. B, 1973, v. B8, p. 413.
187. Попов Д. Е., Каплин В. В., Воробьев С. А.— Phys. Stat. Sol. Ser. b, 1979, v. 96, p. 263.
188. Andersen J. U., Augustyniak W. M., Uggerhøj E.— Phys. Rev. Ser. B, 1971, v. 3, p. 705.
189. Pedersen M. J., Andersen J. U., Augustyniak W. M.— Rad. Eff., 1972, v. 12, p. 47.
190. Гришаев И. А., Коваленко Г. В., Шраменко Б. И.— ЖЭТФ, 1977, т. 73, с. 10.
191. Геворгян Л. А., Корхмязян Н. А.— ЖЭТФ, 1979, т. 76, с. 1226; Phys. Lett. Ser. A, 1979, v. 74, p. 453.
192. Gordon W.— Ann. d. Phys., 1929, v. 2, p. 1031.
193. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Квантовая механика.— М.: Физматгиз, 1963.
194. Komaki K., Fujimoto F.— Phys. Lett., Ser. A, 1981, v. 82, p. 51.
195. Alguard M. J., Swent R. L., Pantell R. H., Datz S., Barrett J. H., Berman B. L., Bloom S. D.— Nucl. Instr. and Meth., 1980, v. 170, p. 7.
196. а) Калашников Н. П., Коптелов Э. А., Рязанов М. И.— ФТТ, 1972, т. 14, с. 121.
б) Коптелов Э. А., Калашников Н. П.— Препринт ИЯИ АН СССР П-0054.— Москва, 1977.
197. Калашников Н. П., Ольчак А. С.— В кн. Взаимодействия ядерных излучений с монокристаллами.— М.: МИФИ, 1979.
198. Калашников Н. П., Ремизович В. С., Рязанов М. И.— В кн. Столкновения быстрых заряженных частиц в твердых телах.— М.: Атомиздат, 1980.
199. а) Гинзбург В. Л., Эйрман В. Я.— ЖЭТФ, 1959, т. 36, с. 1823.
б) Гинзбург В. Л.— Изв. АН СССР. Сер. физ., 1947, т. 11, с. 165.
200. Motz H.— J. Appl. Phys., 1951, v. 22, p. 527.
201. Корхмязян Н. А.— Изв. АН Арм.ССР. Сер. «Физика», 1970, т. 5, с. 287, 418; 1972, т. 7, с. 113.
202. Алферов Д. Ф., Башмаков Ю. А., Бессонов Е. Г.— а) ЖТФ, 1972, т. 42, с. 1929; б) 1973, т. 43, с. 2126; в) Тр. ФИАН СССР, 1975, т. 80, с. 100.
203. Байер В. Н., Катков В. М., Страховенко В. М.— ЖЭТФ, 1972, т. 63, с. 2121.
204. Павленко Ю. Г., Петухов В. И., Мусса А. Х.— Изв. вузов. Сер. «Физика», 1973, т. 10, с. 88.
205. Багров В. Г., Гитман Д. М., Соколов А. А., Тернов И. М., Федосов Н. И., Халилов В. Р.— ЖТФ, 1975, т. 45, с. 1948.
206. Соколов А. А., Гальцов Д. В., Жуковский В. У.— ЖТФ, 1973, т. 43, с. 682.

- 207. Гольдман И. И.— ЖЭТФ, 1964, т. 46, с. 1412; Phys. Lett., 1964, v. 8, p. 103.
- 208. Галицкий В. М., Яковлев В. П.— Препринт ИЯФ СО АН СССР.— Новосибирск, 1964.
- 209. Никитов А. И., Ритус В. И.— ЖЭТФ, 1964, т. 46, с. 776, 1768; Тр. ФИАН СССР, 1979, т. 111, р. 3.
- 210. Байер В. Н., Катков В. М., Страховенко В. М.— ЖЭТФ, 1981, т. 80, с. 1348.
- 211. Gouanere M., Sillou D., Spighel M., Cue N., Gaillard M. J., Kirsch R. G., Poizat J.-C., Remilleux J., Berman B. L., Catillon P., Roussel L., Temmer G. M., Preprint LAPP-EXP-05.— Juin 1981.
- 212. Базылев В. А., Головинин В. В.— ЖЭТФ, 1982, т. 82, с. 1204; Rad. Eff., 1982, v. 60, p. 101.
- 213. Белошицкий В. В., Кумахов М. А.— ДАН СССР, 1981, т. 259; с. 341, Белошицкий В. В., Трикалинос Х.— В кн. Предварительная программа и тезисы X Всесоюзного совещания по взаимодействию пучков заряженных частиц с твердым телом, М.: Изд-во Моск. ун-та, 1979, — С. 35.
- 214. Watson J. E., Koehler J. S.— Phys. Rev. Ser. A, 1981, v. 24, p. 861.
- 215. Komaki K., Fujimoto F.— Rad. Eff., 1981, v. 56, p. 13.