

УСПЕХИ ФИЗИЧЕСКИХ НАУК

530.145

ИЗЛУЧЕНИЕ РЕЛЯТИВИСТСКИХ ЧАСТИЦ В МОНОКРИСТАЛЛАХ

А. И. Ахиезер, Н. Ф. Шутьга

СОДЕРЖАНИЕ

1. Введение	561
2. Излучение релятивистской заряженной частицы во внешнем поле	563
а) Спектральная плотность излучения в классической электродинамике (563).	
б) Излучение при малом изменении кривизны траектории частицы (564).	
в) Излучение в области малых частот (565). г) Излучение в дипольном приближении (566). д) Синхротронное излучение (566).	
3. Тормозное излучение релятивистской частицы, движущейся в аморфной среде, и эффект Ландау — Померанчука	567
а) Эффект Ландау — Померанчука (567). б) Излучение в тонком слое вещества (568).	
4. Теория когерентного излучения релятивистских частиц в кристалле в борновском приближении	569
а) Сечение излучения в борновском приближении (569). б) Сечение излучения при движении электрона вблизи кристаллической оси (571). в) Сечение излучения при движении электрона вблизи кристаллической плоскости (573). г) Спектральная плотность излучения в классической электродинамике в первом приближении по потенциалу (575).	
5. Излучение при движении релятивистских частиц вблизи кристаллической плоскости	577
а) Спектральная плотность излучения надбарьерных и каналированных частиц (577). б) Излучение надбарьерных частиц при $\theta \gg \theta_c$ (579). в) Излучение электронов и позитронов при $\theta \leq \theta_c$ (580). г) Влияние расходимости частиц в пучке на излучение (582). д) Учет недипольности излучения (584). е) Сравнение результатов теории и эксперимента (585).	
6. Движение релятивистских электронов и позитронов вблизи кристаллографической оси	588
а) Приближение непрерывных цепочек (588). б) Рассеяние частицы на отдельной цепочке атомов (590). в) Многократное рассеяние быстрых частиц на цепочках атомов кристалла (591).	
7. Излучение при движении релятивистской частицы вблизи кристаллической оси	592
а) Излучение в тонком кристалле при $l_c \gg L$ (592). б) Излучение в дипольном приближении при $l_c \ll L$ (594). в) Излучение в области малых частот (595). г) Излучение в области больших частот (596). д) Излучение электронами (596). е) Излучение позитронами (599).	
8. Заключение	600
Список основных обозначений	601
Цитированная литература	602

1. ВВЕДЕНИЕ

Основные эффекты электромагнитного взаимодействия электронов и фотонов между собой и с отдельными атомами прекрасно описываются квантовой электродинамикой¹. Эти эффекты модифицируются, и возникают новые эффекты при взаимодействии электронов и фотонов с коллективами атомов — при прохождении частиц через конденсированное ве-

щество. Наиболее известными эффектами, относящимися к этой области, являются излучение Вавилова — Черенкова²⁻⁴ и ионизационные потери релятивистских частиц в веществе⁵.

Самым замечательным является то, что коллективные явления проявляются при сколь угодно высоких энергиях частиц, хотя на первый взгляд кажется, что если длина волны частицы меньше среднего расстояния между атомами вещества, то коллективные явления не должны проявляться, и вещество должно вести себя как газ независимых атомов. Впервые это было четко сформулировано в работах М. Л. Тер-Микаеляна⁶ и Л. Д. Ландау и И. Я. Померанчука⁷. В⁶ было обращено внимание на то, что процесс излучения заряженной релятивистской частицы в кристалле разыгрывается на большой длине (длине когерентности), и показано, что если в пределах этой длины находится большое число атомов, то излучение частицы может происходить более интенсивно, чем в аморфной среде.

Ландау и Померанчук⁷ в свою очередь показали, что вследствие многократного рассеяния интенсивность излучения высокоэнергетической заряженной частицы в аморфной среде может быть значительно меньше, чем интенсивность излучения в газе независимых атомов.

Особый интерес представляют процессы, возникающие при прохождении быстрых заряженных частиц через кристаллические среды, так как в этом случае при сколь угодно большой энергии частиц могут играть роль когерентные и интерференционные эффекты. Эти эффекты были впервые исследованы в работах Б. Ферретти⁸, М. Л. Тер-Микаеляна⁶ и Г. Юбералла⁹ на основе метода эквивалентных фотонов и первого борновского приближения теории возмущений. Условие применимости этих приближений, однако, быстро нарушается с ростом энергии частицы и с уменьшением угла между падающим пучком и кристаллографической осью или плоскостью¹⁰⁻¹². В частности, оказывается, что борновским приближением нельзя пользоваться для описания движения быстрых частиц вдоль кристаллографических осей и плоскостей.

При движении быстрых заряженных частиц вдоль кристаллических осей и плоскостей может иметь место каналирование частиц, при котором частицы движутся в каналах, образованных атомами, расположенными вдоль кристаллических осей и плоскостей, периодически отклоняясь относительно оси канала на малые углы¹³⁻¹⁵.

Частица, двигаясь в канале, испытывает действие сильного электрического поля, создаваемого атомами решетки, поэтому ее излучение должно быть очень интенсивным¹⁶⁻²⁰. Но и в случае инфинитного движения по отношению к кристаллической оси или плоскости (или, как говорят, надбарьерного движения) частица движется в сильном поле решетки, поэтому надбарьерная частица, так же как и каналированная, должна интенсивно излучать^{20, 21}. Проблема излучения релятивистской частицы в кристалле при этом оказывается тесно связанной с проблемой излучения релятивистской частицы в сильных макроскопических полях (например, в ускорителях, в ондуляторах и др.) — в обоих случаях проявляются сходные закономерности в излучении.

Настоящий обзор посвящен в основном проблеме излучения релятивистских частиц в кристаллах. Эта проблема, как только что упоминалось, связана с проблемой излучения релятивистских частиц в сильных внешних полях. Поэтому мы с единой точки зрения рассмотрим эти проблемы, а так же и излучение частиц, движущихся в аморфных средах.

Предсказание новых особенностей во взаимодействии релятивистских частиц с кристаллами послужило стимулом для широкого эксперимен-

тального исследования процесса излучения высокоэнергетических частиц в кристаллах²²⁻³⁰. Поэтому мы приводим также сравнение результатов теории с некоторыми экспериментами, относящимися к излучению при движении частиц вдоль кристаллографических осей и плоскостей.

2. ИЗЛУЧЕНИЕ РЕЛЯТИВИСТСКОЙ ЗАРЯЖЕННОЙ ЧАСТИЦЫ ВО ВНЕШНЕМ ПОЛЕ

а) Спектральная плотность излучения в классической электродинамике

Начнем с рассмотрения излучения релятивистской заряженной частицы, движущейся во внешних полях.

Согласно классической электродинамике спектральная плотность энергии, излучаемой электроном, определяется следующей общей формулой³¹:

$$\frac{dE}{d\omega} = \frac{e^2 \omega^2}{4\pi^2} \int d\Omega |\mathbf{n}\mathbf{I}|^2, \quad \mathbf{I} = \int_{-\infty}^{\infty} dt \mathbf{v}(t) e^{i\omega(t - n\mathbf{r}(t))}, \quad (2.1)$$

где $\mathbf{v}(t)$ и $\mathbf{r}(t)$ — скорость и радиус-вектор электрона в момент времени t , ω — частота излученной волны, $d\Omega$ — элемент телесного угла вблизи единичного вектора $\mathbf{n}$, определяющего направление излучения, и e — заряд электрона (скорость света c принята равной единице).

Характерные углы рассеяния и излучения релятивистской частицы ($v \approx c$) во внешнем поле малы, поэтому в (2.1) может быть проведено разложение по этим углам. С этой целью предварительно выполним в (2.1) интегрирование по телесному углу:

$$\frac{dE}{d\omega} = \frac{e^2 \omega}{\pi} \int dt_1 dt_2 e^{i\omega(t_1 - t_2)} \left[\mathbf{v}_1 \mathbf{v}_2 - \frac{1}{\omega^2} \left(\mathbf{v}_1 \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}_1} \right) \left(\mathbf{v}_2 \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}_2} \right) \right] \frac{\sin \omega |\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|}{|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|}, \quad (2.2)$$

где $\mathbf{v}_1 \equiv \mathbf{v}(t_1)$, $\mathbf{v}_2 \equiv \mathbf{v}(t_2)$ и

$$(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) = \int_{t_2}^{t_1} dt \mathbf{v}(t) = \int_0^{t_1 - t_2} dt \mathbf{v}(t_2 + t).$$

Так как $(\mathbf{v}_1 \partial / \partial \mathbf{r}_1) = d/dt_1$ и $(\mathbf{v}_2 \partial / \partial \mathbf{r}_2) = d/dt_2$, то в формуле (2.2) во втором слагаемом может быть выполнено интегрирование по t_1 и t_2 по частям. В результате находим, что

$$\frac{dE}{d\omega} = \frac{e^2 \omega}{\pi} \int dt_1 dt_2 (\mathbf{v}_1 \mathbf{v}_2 - 1) \frac{\sin \omega |\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|}{|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|} e^{i\omega(t_1 - t_2)}. \quad (2.2')$$

Воспользовавшись теперь малостью угла рассеяния частицы, величину $\mathbf{v}(t_2 + t)$ можно представить в виде

$$\mathbf{v}(t_2 + t) \approx \mathbf{v}_2 \left(1 - \frac{1}{2} \mathbf{v}^{*2}(t) \right) + \mathbf{v}^*(t), \quad |\mathbf{v}^*| \ll |\mathbf{v}_2|, \quad (2.3)$$

где $\mathbf{v}^* \mathbf{v}_2 = 0$ (звездочка у вектора $\mathbf{v}^*$ означает, что компоненты $\mathbf{v}^*$ относятся к плоскости, ортогональной $\mathbf{v}_2$, т. е. к плоскости, положение которой изменяется со временем t_2 (рис. 1)). При этом очевидно, что

$$|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2| \approx \mathbf{v}_2 \tau - \frac{1}{2} \int_0^\tau dt \mathbf{v}^{*2}(t) + \frac{1}{2\tau} \mathbf{r}^{*2}(\tau),$$

$$(1 - \mathbf{v}_1 \mathbf{v}_2) \approx \gamma^{-2} + \frac{1}{2} \mathbf{v}^{*2}(\tau),$$

где $\tau = t_1 - t_2$, $\mathbf{r}^*(\tau) = \int_0^\tau dt \mathbf{v}^*(t)$ и $\gamma = (1 - v_2^2)^{-1/2}$. Используя эти формулы, находим *)

$$\frac{dE}{d\omega} \approx -\frac{e^2 \omega}{\pi \gamma^2} \int_{-\infty}^{\infty} dt_2 \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\tau}{\tau} e^{i\omega\tau} \left(1 + \frac{1}{2} \gamma^2 \mathbf{v}^{*2}(\tau) \right) \times \\ \times \sin \omega \left[v_2 \tau - \frac{1}{2} \int_0^\tau dt \mathbf{v}^{*2}(t) + \frac{1}{2\tau} \mathbf{r}^{*2}(\tau) \right]. \quad (2.4)$$

Компоненты вектора $\mathbf{v}^*$ можно выразить при малых углах рассеяния через компоненты вектора $\mathbf{v}_\perp(t)$, представляющего собой проекцию скорости частицы на плоскость, ортогональную скорости падающей частицы $\mathbf{v}$

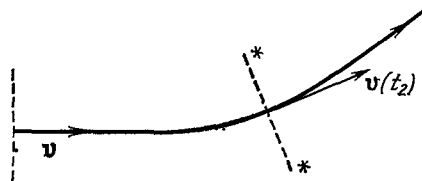


Рис. 1.

(положение этой плоскости фиксировано во времени в отличие от плоскости *, (см. рис. 1)):

$$\mathbf{v}^*(t) \approx \mathbf{v}_\perp(t_2 + t) - \mathbf{v}_\perp(t_2). \quad (2.5)$$

При малых углах рассеяния и излучения формула (2.1) может быть представлена также в виде

$$\frac{dE}{d\omega} = \frac{e^2 \omega^2}{4\pi^2} \int d\phi |I_\perp - \mathbf{n}_\perp I_\parallel|^2, \quad \mathbf{v}(t) \approx \mathbf{v} \left(1 - \frac{1}{2} \mathbf{v}_\perp^2(t) \right) + \mathbf{v}_\perp(t), \quad (2.6)$$

где $I_\perp$ и $I_\parallel$ — компоненты вектора $\mathbf{I}$, ортогональная и параллельная $\mathbf{v}$, и $\mathbf{n}_\perp$ — проекция вектора $\mathbf{n}$ на плоскость, ортогональную $\mathbf{v}$.

б) Излучение при малом изменении кривизны траектории частицы

Рассмотрим сперва важный предельный случай, когда интервал времени $\Delta\tau$, вносящий основной вклад в интеграл по τ в (2.4), мал по сравнению с интервалом времени Δt , на котором существенно изменяется радиус кривизны траектории частицы. При выполнении этого условия компоненты вектора $\mathbf{v}^*$ мало изменяются на интервале времени $\Delta\tau$, поэтому, согласно (2.5), $\mathbf{v}^*(t) \approx \dot{\mathbf{t}}\mathbf{v}^* \approx \dot{\mathbf{t}}\mathbf{v}_\perp(t_2)$. Используя это соотношение, можно

*) Изложенный метод получения спектральной плотности излучения был впервые предложен Ландау и Померанчуком². Однако полученная ими формула для $dE/d\omega$ отличается от формулы (2.4) тем, что вместо множителя $\left(1 + \frac{1}{2} \gamma^2 \mathbf{v}^{*2} \right)$ у них входит множитель $\gamma^2 [(\mathbf{v}^* \mathbf{r}^* / \tau) - (\mathbf{r}^{*2} / \tau^2)]$. Различие связано с тем, что в⁷ в формуле (1) дифференцировался множитель $\sin \omega |\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|$ и не дифференцировался множитель $|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|^{-1}$, хотя отброшенные при этом члены того же порядка величины, что и оставленные.

представить (2.4) в виде ³¹

$$\frac{dE}{d\omega} \approx -\frac{2e^2\omega}{V\pi\gamma^2} \int dt_2 \left[\frac{\Phi'(u)}{u} + \frac{1}{2} \int_u^\infty dx \Phi(x) \right], \quad (2.7)$$

где $u = |\omega/\gamma^3 \dot{\mathbf{v}}_\perp(t_2)|^{2/3}$ и

$$\Phi(u) = \frac{1}{V\pi} \int_0^\infty d\xi \cos\left(u\xi + \frac{1}{3}\xi^3\right)$$

— функция Эйри (переменная ξ связана с переменной τ , входящей в (2.4), соотношением $\xi = (\tau/2)(\omega\dot{\mathbf{v}}_\perp^2)^{1/3}$).

Основной вклад в функцию Эйри вносят значения $\xi \sim 1$, если $u \lesssim 1$, и $\xi \sim \sqrt{u}$, если $u \gg 1$, поэтому формула (2.7) справедлива, если $\gamma\vartheta(\Delta t) \times \times \min(1, \sqrt{u}) \gg 1$, где $\vartheta(\Delta t) \sim \Delta t \dot{\mathbf{v}}_\perp$ — угол рассеяния частицы на интервале времени Δt .

Отметим, что на длине $l_c \approx v_2 \Delta t$, которую проходит частица за время Δt , существенна интерференция между волнами, излучаемыми частицей с различных участков пути. Величина l_c носит название длины когерентности.

в) Излучение в области малых частот

Рассмотрим теперь случай, когда длина, на которой формируется излучение, велика по сравнению с длиной, на которой на частицу действует внешнее поле ($l_c \gg v_2 \Delta t$). С этой целью во входящей в (2.1) величине $\mathbf{I}$ выполним интегрирование по t по частям:

$$\mathbf{I} = \frac{i}{\omega} \int_{-\infty}^\infty dt e^{i\omega(t - \mathbf{n}\mathbf{r}(t))} \frac{d}{dt} \frac{\mathbf{v}(t)}{1 - \mathbf{n}\mathbf{v}(t)}. \quad (2.8)$$

Подынтегральное выражение в (2.8) отлично от нуля в интервале времени Δt , в котором на частицу действует внешнее поле. При выполнении условия $l_c \gg v\Delta t$ аргумент экспоненты в (2.8) на интервале времени Δt мал по сравнению с единицей, поэтому экспонента может быть заменена единицей:

$$\mathbf{I} \approx \frac{i}{\omega} \left(\frac{\mathbf{v}'}{1 - \mathbf{n}\mathbf{v}'} - \frac{\mathbf{v}}{1 - \mathbf{n}\mathbf{v}} \right), \quad (2.8')$$

где $\mathbf{v}$ и $\mathbf{v}'$ — скорости до и после рассеяния. Подставив это выражение в (2.1), получим после интегрирования по телесному углу следующую формулу для $dE/d\omega$:

$$\frac{dE}{d\omega} \approx \frac{2e^2}{\pi} \left[\frac{2\xi^2 + 1}{\xi \sqrt{\xi^2 + 1}} \ln(\xi + \sqrt{\xi^2 + 1}) - 1 \right], \quad (2.9)$$

где $\xi = \gamma\vartheta/2$ и $\vartheta \approx |\mathbf{v}' - \mathbf{v}|/v$ — угол рассеяния ($\vartheta \ll 1$).

Покажем, что условие $l_c \gg v\Delta t$ выполняется в области достаточно малых частот. Для ультрарелятивистской частицы интервал времени Δt , на котором существенны осцилляции экспоненты $\exp[i\omega(t - \mathbf{n}\mathbf{r}(t))]$, определяется по порядку величины из соотношения $[\omega\Delta t - \omega(v_2\Delta t - \Delta t\vartheta^2/2)] \sim 1$, откуда следует, что формула (2.9) справедлива, если $(2\gamma^2/\omega) \min[1, (\gamma\vartheta)^{-2}] \gg \Delta t$, т. е. эта формула справедлива в области достаточно малых частот.

При $\xi \ll 1$ спектральная плотность излучения (2.9) приобретает вид

$$\frac{dE}{d\omega} \approx \frac{8e^2}{3\pi} \xi^2. \quad (2.10a)$$

Если же $\xi \gg 1$, то

$$\frac{dE}{d\omega} \approx \frac{4e^2}{\pi} \ln 2\xi. \quad (2.10b)$$

г) Излучение в дипольном приближении

Важным случаем является дипольное приближение, справедливое, если $\omega\Delta\tau (\bar{v}_\perp^2)_{\Delta\tau} \ll 1$, где $(\bar{v}_\perp^2)_{\Delta\tau}$ — среднее значение квадрата вектора $v_\perp$ на промежутке времени $\Delta\tau$. В этом случае в (2.8) можно произвести разложение по параметру $\omega\Delta\tau (\bar{v}_\perp^2)_{\Delta\tau}$. В первом приближении мы получим

$$\frac{dE}{d\omega} = \frac{e^2\omega}{2\pi} \int_0^\infty \frac{dq}{q^2} \left[1 - 2 \frac{\delta}{q} \left(1 - \frac{\delta}{q} \right) \right] |W(q)|^2, \quad (2.11)$$

где $\delta = \omega/2\gamma^2$ и

$$W(q) = \int_{-\infty}^{\infty} dt \dot{v}_\perp(t) e^{iqt}.$$

Отметим, что формула (2.11) может быть получена после довольно громоздких выкладок и из формулы (2.4), если в последней выполнить разложение по параметру $\omega\Delta\tau (\bar{v}_\perp^2)_{\Delta\tau}$.

В дипольном приближении $\Delta\tau \sim \delta^{-1}$, поэтому условие применимости дипольного приближения может быть представлено в виде $\gamma^2 (\bar{v}_\perp^2)_{\Delta\tau} \ll 1$. Это условие означает, что в пределах длины когерентности угол рассеяния частицы должен быть мал по сравнению с характерным углом излучения релятивистской частицы $\vartheta_n \sim \gamma^{-1}$.

д) Синхротронное излучение

До сих пор мы нигде не использовали конкретный закон движения частицы, поэтому полученными формулами можно пользоваться при определении интенсивности излучения частицы, движущейся в заданном макроскопическом поле, а также и при движении частицы в веществе — как в аморфной, так и в кристаллической среде.

Рассмотрим сперва в качестве примера синхротронное излучение, т. е. излучение релятивистской частицы, движущейся по окружности в однородном внешнем магнитном поле. При движении в однородном магнитном поле H радиус кривизны траектории частицы $\rho_H = m\gamma/eH$ не изменяется со временем, поэтому для нахождения спектральной плотности излучения в этом случае можно воспользоваться формулой (2.7).

Подставляя в (2.7) $\dot{v}_\perp = eH/\varepsilon$, получим ^{31, 32}

$$\frac{dE}{d\omega} = \frac{\sqrt{3}}{2\pi} \frac{e^2 H s}{m} F\left(\frac{\omega}{\bar{\omega}}\right), \quad F(x) = x \int_x^\infty dy K_{5/3}(y), \quad (2.12)$$

где s — длина пути, m — масса электрона,

$$\bar{\omega} = \frac{3eH\gamma^2}{2m}, \quad K_{5/3}(y) = 2\sqrt{3\pi} \frac{d}{dy} \left[\frac{\Phi'(u)}{u} + \frac{1}{2} \int_u^\infty dz \Phi(z) \right],$$

и $u = (3y/2)^{2/3}$ (график функции $F(x)$ представлен на рис. 17 в ³¹).

Из (2.12) следует, что максимум спектра синхротронного излучения находится при $\omega \sim \bar{\omega}$; спектральная плотность излучения в этой области частот по порядку величины равна $dE/d\omega \sim se^2\gamma/\rho_H$. Полагая, например, $H = 10^4$ Гс и $\varepsilon = 5$ ГэВ, имеем для электронов $\rho_H \approx 17$ м и $\bar{\omega} \approx 17$ кэВ. Длина когерентности в этом случае для $\omega \sim \bar{\omega}$ по порядку величины равна $l_c \approx 0,17$ см.

3. ТОРМОЗНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ РЕЛЯТИВИСТСКОЙ ЧАСТИЦЫ, ДВИЖУЩЕЙСЯ В АМОРФНОЙ СРЕДЕ, И ЭФФЕКТ ЛАНДАУ — ПОМЕРАНЧУКА

а) Э ф ф е к т Л а н д а у — П о м е р а н ч у к а

В предыдущем разделе мы получили общие формулы, определяющие излучение частицы, движущейся в произвольном внешнем поле. Применим теперь эти формулы для оценки спектральной плотности излучения при движении релятивистской частицы в аморфной среде.

Рассмотрим сперва излучение в дипольном приближении, т. е. в случае, когда $\gamma^2\vartheta^2(l_c) \ll 1$ и $l_c \sim \delta^{-1}$, где $\vartheta(l_c)$ — угол рассеяния на длине когерентности. В этом случае входящая в (2.11) величина $|W(q)|^2$ может быть представлена в виде

$$|W(q)|^2 \simeq \sum_{j,k} \vartheta_j \vartheta_k \exp[iq(t_j - t_k)],$$

где ϑ_j — угол рассеяния частицы j -м атомом среды и t_j — момент времени, когда произошло столкновение частицы с этим атомом. Усреднив это соотношение по положениям атомов в веществе, находим, что

$$\frac{d\bar{E}}{d\omega} \approx \frac{2e^2}{3\pi} \gamma^2 \bar{\vartheta}_a^2(L),$$

где $\bar{\vartheta}_a^2(L)$ — средний квадрат угла многократного рассеяния частицы в слое вещества толщины L . В аморфной среде ³³

$$\bar{\vartheta}_a^2(L) \approx 8\pi Z^2 e^4 n L \varepsilon^{-2} \ln(Ze^2 R \sqrt{4\pi n L}), \quad (3.1)$$

где n — плотность атомов, $Z|e|$ — заряд ядра отдельного атома и R — радиус экранировки атома. Используя эту формулу и условие $\gamma^2\vartheta^2(l_c) \sim \gamma^2\bar{\vartheta}_a^2(l_c) \ll 1$, находим, что

$$\frac{d\bar{E}}{d\omega} \approx \frac{4}{3} \frac{L}{L_R} \frac{\ln(Ze^2 R \sqrt{4\pi n L})}{\ln(183Z^{-1/3})}, \quad \omega \gg \frac{\varepsilon_S^2 \varepsilon^2}{m^2 L_R}, \quad (3.2)$$

где $L_R = [(4Z^2 e^6 n / m^2) \ln 183Z^{-1/3}]^{-1}$ — радиационная длина ¹⁰ и $\varepsilon_S^2 = 4\pi m^2 / e^2$. Формула (3.2) с логарифмической точностью совпадает с известной формулой Бете и Гайтлера ³⁴

$$\frac{dE_{\text{БН}}}{d\omega} = \frac{4}{3} \frac{L}{L_R} \frac{\varepsilon'}{\varepsilon} \left[1 + \frac{3}{4} \frac{(\hbar\omega)^2}{\varepsilon\varepsilon'} - \frac{1}{12 \ln 183Z^{-1/3}} \right], \quad (3.3)$$

если в последней пренебречь отдачи при излучении ($\varepsilon' = \varepsilon - \hbar\omega$ — энергия конечного электрона). Мы видим, что в области малых частот условие применимости дипольного приближения нарушается.

Рассмотрим теперь излучение в случае, когда $\gamma^2\vartheta^2(l_c) \gg 1$. В этом случае основной вклад в интеграл по τ в (2.4) вносит интервал $\Delta\tau$ изменения τ , определяемый из соотношения $l_c \delta\gamma^2\vartheta^2(l_c) \sim 1$. При этом, согласно (2.4), спектральная плотность излучения по порядку величины равна

$$\frac{dE}{d\omega} \sim L e^2 \delta\gamma^2\vartheta^2(l_c), \quad l_c \ll L.$$

Заменяя в этих соотношениях $\vartheta^2(l_c)$ на $\overline{\vartheta_a^2}(l_c)$, находим, что $l_c \sim (\epsilon/\epsilon_S) \sqrt{L_R/\omega}$ и

$$\frac{d\overline{E}}{d\omega} \sim \frac{2\pi m^2}{\epsilon\epsilon_S} \frac{L}{L_R} \sqrt{L_R\omega}, \quad \omega \ll \left(\frac{\epsilon_S\epsilon}{m^2}\right)^2 \frac{1}{L_R}. \quad (3.4)$$

Эта формула с точностью до численного коэффициента совпадает с результатом Ландау и Померанчука ^{7*}):

$$\frac{dE_{\text{ЛП}}}{d\omega} \sim \sqrt{\frac{2\pi}{3}} \frac{m^2}{\epsilon\epsilon_S} \frac{L}{L_R} \sqrt{L_R\omega}. \quad (3.5)$$

Учитывая формулу Бете — Гайтлера (3.3), мы видим, что

$$E'_{\text{ЛП}} \sim \frac{\sqrt{3\pi}}{2\gamma \sqrt{\overline{\vartheta_a^2}(\delta^{-1})}} E'_{\text{ВН}},$$

откуда следует, что $E'_{\text{ЛП}} \ll E'_{\text{ВН}}$. Иными словами, наличие аморфной среды приводит к значительному уменьшению спектральной плотности излучения по сравнению с излучением релятивистской частицы в разреженном газе атомов.

Заметим, что при выводе формулы (2.4) мы пренебрегали влиянием поляризации среды на излучение ^{**}), что оправдано, если $\omega \gg \gamma\omega_p$, где $\omega_p = \sqrt{4\pi nZe^2/m}$ — плазменная частота.

б) Излучение в тонком слое вещества

Результат Ландау и Померанчука (3.5) относится к случаю, когда $L \gg l_c$. Если же $L \ll l_c$, то для нахождения спектральной плотности излучения необходимо исходить из формулы (2.8) и усреднить ее по углу рассеяния ϑ с функцией распределения

$$f(\vartheta) d\vartheta = \frac{2}{\overline{\vartheta_a^2}(L)} \exp\left(-\frac{\vartheta^2}{\overline{\vartheta_a^2}(L)}\right) \vartheta d\vartheta.$$

В результате находим ^{37 ***})

$$\frac{d\overline{E}}{d\omega} \approx \begin{cases} \frac{4}{3} \frac{L}{L_R}, & L \ll e^2 L_R, \\ \frac{2e^2}{\pi} \ln \frac{L}{e^2 L_R}, & L \gg e^2 L_R. \end{cases} \quad (3.6a)$$

$$(3.6b)$$

Мы видим, что в случае, когда $l_c \gg L \gg e^2 L_R$, в отличие от результатов Бете — Гайтлера и Ландау — Померанчука $d\overline{E}/d\omega$ почти не зависит от толщины мишени L . Это означает, что при $l_c \gg L \gg e^2 L_R$ спектральная плотность излучения практически не зависит от числа соударений частицы с атомами среды, т. е. в этом случае имеет место эффект подавления излучения. Отметим, что сущность эффекта Ландау — Померанчука и эффекта подавления излучения в тонком слое вещества одинакова — эти эффекты возникают, если угол рассеяния в пределах длины когерентности превосходит характерный угол излучения релятивистской частицы. Условия же на толщину мишени, при которых имеют место эти эффекты различны, поэтому различны и спектральные плотности излучения релятивистских частиц в тонком и толстом слое вещества.

*) Заметим, что формула (3.5) получена в работе ⁷ также с точностью до численного коэффициента. Точная теория эффекта Ландау — Померанчука дана в работах А. Б. Мигдала ³⁵.

**) Теория этого эффекта была развита М. Л. Тер-Микаеляном ^{10, 36}.

***) Аналогичные результаты были получены Ф. Ф. Терновским ³⁸ с помощью предложенного А. Б. Мигдалом метода описания излучения релятивистских частиц в аморфной среде.

Характер зависимости $\bar{E}'$ от L схематически изображен на рис. 2 (E'_L определяется формулой (3.6, б)).

Интересно отметить, что явление, аналогичное эффекту подавления излучения в тонком слое вещества, было обнаружено в последнее время при исследовании взаимодействия адронов высокой энергии с тяжелыми ядрами^{39, 40}. Это явление заключается в том, что средняя множественность быстрых частиц, образовавшихся при взаимодействии адрона с ядром, очень слабо зависит от числа нуклонов в ядре, если процесс разыгрывается на длинах, превышающих размер ядра.

Заметим, что все упомянутые в этом разделе эффекты могут быть связаны с явлением временной утраты «голой» частицей (частицей в значительной степени без своего нормального кулоновского поля) способности излучать при столкновениях с атомами среды, на которое было обращено внимание в работах Е. Л. Фейнберга³⁹. Это явление заключается в том, что после рассеяния релятивистская заряженная частица может

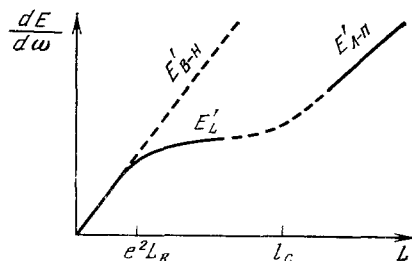


Рис. 2.

в течение длительного времени двигаться без значительной части своего собственного нормального кулоновского поля (Фурье-компоненты собственного поля электрона с частотой ω появляются у электрона лишь через интервал времени $\Delta t \sim \delta^{-1}/v$ после рассеяния), в результате чего излучение такой частицы на атомах среды будет уменьшено по сравнению с излучением в случае, когда собственное поле у частицы успело образоваться^{39, 41}.

Полученные в этом разделе результаты относятся к случаю, когда взаимодействие частицы с различными атомами среды является случайным. При движении же частицы в кристалле существенными могут оказаться корреляции между ее последовательными соударениями с атомами решетки. В результате этих корреляций характер движения частиц в кристалле будет отличаться от характера движения в аморфной среде. Будет различным и излучение частиц в кристалле и в аморфной среде.

4. ТЕОРИЯ КОГЕРЕНТНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ РЕЛЯТИВИСТСКИХ ЧАСТИЦ В КРИСТАЛЛЕ В БОРНОВСКОМ ПРИБЛИЖЕНИИ

а) Сечение излучения в борновском приближении

Перейдем теперь к рассмотрению тормозного излучения релятивистских частиц, движущихся в кристаллических средах. Существенным в этом случае является то, что в кристаллических средах могут проявляться когерентные и интерференционные эффекты в излучении. Благодаря этим эффектам интенсивность излучения частиц в кристалле может значительно превосходить интенсивность излучения частиц в аморфной среде.

Когерентные и интерференционные эффекты в излучении могут проявляться при значительных энергиях фотона ($\hbar\omega \sim \epsilon$), поэтому для исследования этих эффектов недостаточно классического описания, а необходимо, вообще говоря, квантовое описание излучения. Простейшим квантовым описанием является описание излучения релятивистских

частиц в первом борновском приближении, с рассмотрения которого мы и начнем *).

В первом борновском приближении дифференциальное сечение тормозного излучения определяется квадратом модуля фурье-компоненты потенциальной энергии взаимодействия электрона с внешним полем $U(\mathbf{q})$, где $\mathbf{q} = \mathbf{p} - \mathbf{p}' - \mathbf{k}$ — импульс, переданный внешнему полю, $\mathbf{p}$ и $\mathbf{p}'$ — импульсы начального и конечного электрона, $\mathbf{k}$ — импульс фотона. При движении электрона в кристалле его потенциальная энергия имеет вид $U(\mathbf{r}) = \sum_k u(\mathbf{r} - \mathbf{r}_k)$, где $u(\mathbf{r} - \mathbf{r}_k)$ — потенциальная энергия взаимодействия электрона с атомом решетки, находящимся в точке $\mathbf{r}_k$. Квадрат фурье-компоненты этого выражения равен

$$|U(\mathbf{q})|^2 = |u_q|^2 \left| \sum_k e^{i\mathbf{q}\mathbf{r}_k} \right|^2, \quad u_q = \int d^3\mathbf{r} u(\mathbf{r}) e^{i\mathbf{q}\mathbf{r}}. \quad (4.1)$$

Полагая здесь $\mathbf{r}_i = \mathbf{r}_i^0 + \mathbf{u}_i$, где $\mathbf{r}_i^0$ — равновесное положение атома в решетке и $\mathbf{u}_i$ — его тепловое смещение, получим после усреднения по тепловым колебаниям и суммирования по положениям атомов в решетке

$$|U(\mathbf{q})|^2 = N_0 |u_q|^2 \left[1 - e^{-q^2 \bar{u}^2} + e^{-q^2 \bar{u}^2} \frac{(2\pi)^3}{\Delta} \sum_g \delta(\mathbf{q} - \mathbf{g}) \right], \quad (4.2)$$

где N_0 — общее число атомов в решетке, Δ — объем элементарной ячейки, $\delta(\mathbf{q})$ — дельта-функция, $\mathbf{g}$ — вектор обратной решетки и $\bar{u}^2$ — средний квадрат теплового смещения атомов в решетке¹⁰ (черта обозначает усреднение по тепловым колебаниям). В случае экранированного кулоновского потенциала

$$u(r) = \frac{Ze^2}{r} e^{-r/R}, \quad u_q = \frac{4\pi Ze^2}{q^2 + R^{-2}}.$$

Последнее слагаемое в (4.2) определяет когерентные эффекты, а первые два — некогерентные эффекты в излучении. При этом первое слагаемое приводит к известной формуле Бете — Гайтлера для сечения излучения на N_0 независимых центрах. В сечение излучения на отдельном атом основной вклад вносят $\mathbf{q}$, лежащие в интервале $R^{-1} \leq q \leq m$. С другой стороны, второе и третье слагаемое будут существенны в сечении, если $q^2 \bar{u}^2 < 1$. Так как $m^2 \bar{u}^2 \gg 1$, то кристаллическая решетка будет сказываться на излучении в том случае, если $q \ll m$. В этой области переданных импульсов сечение излучения определяется формулой^{10, 12}

$$d\sigma = \frac{e^2 \delta^*}{4\pi^3 m^2} \frac{d\omega}{\omega} \frac{\varepsilon'}{\varepsilon} \int_{\delta^*}^{\infty} dq_{\parallel} \int d^2 q_{\perp} \left[1 + \frac{\omega^2}{2\varepsilon\varepsilon'} - 2 \frac{\delta^*}{q_{\parallel}} \left(1 - \frac{\delta^*}{q_{\parallel}} \right) \right] \frac{q_{\perp}^2}{q_{\parallel}^2} |U(\mathbf{q})|^2, \quad (4.3)$$

где $\varepsilon' = \varepsilon - \omega$, $\delta^* = \omega m^2 / 2\varepsilon\varepsilon'$, $q_{\parallel}$ и $q_{\perp}$ — параллельная и ортогональная $\mathbf{p}$ компоненты $\mathbf{q}$ (постоянная Планка $\hbar$ принята равной единице).

*) Ясное и подробное изложение теории когерентного излучения релятивистских частиц в кристаллах в борновском приближении дано в работах^{10, 44, 45}. При изложении этого вопроса в настоящем обзоре мы ставим цель обратить внимание на ряд вопросов, которые в предыдущих обзорах затронуты не были. К ним относятся, в частности, такие вопросы, как область применимости борновской теории когерентного излучения частиц в кристаллах и различные предельные случаи этой теории.

Используя (4.2) и (4.3), можно представить сечение излучения электрона в кристалле в виде¹⁰

$$d\sigma = N_0 (d\sigma_n + d\sigma_c), \quad (4.4)$$

где $d\sigma_n$ — сечение некогерентного излучения (оно мало отличается от $d\sigma_{\text{ВН}}$) и $d\sigma_c$ — сечение когерентного излучения

$$d\sigma_c = \frac{2e^2\delta^*}{m^2\Delta} \frac{d\omega}{\omega} \frac{\varepsilon'}{\varepsilon} \sum_{\mathbf{g}} \frac{g_{\perp}^2}{g_{\parallel}^2} \left[1 + \frac{\omega^2}{2\varepsilon\varepsilon'} - 2 \frac{\delta^*}{g_{\parallel}} \left(1 - \frac{\delta^*}{g_{\parallel}} \right) \right] |u_{\mathbf{g}}|^2 e^{-g^2 u^2}, \quad (4.5)$$

причем $g_{\parallel} \geq \delta^*$. Мы будем в дальнейшем интересоваться главным образом сечением $d\sigma_c$.

В (4.3) основной вклад в сечение вносят $q_{\parallel} \approx \delta^*$. Этим $q_{\parallel}$ соответствуют расстояния порядка $l_c^* \sim 1/\delta^*$. Величина l_c^* называется длиной когерентности¹⁰ и представляет собой длину, на которой формируется излучение (l_c^* отличается от введенной ранее длины l_c тем, что в нее вместо δ входит δ^*).

Заметим, что если формально считать постоянные решетки a_i ($i = 1, 2, 3$) очень большими, $a_i \rightarrow \infty$, то суммирование по $\mathbf{g}$ сведется к интегрированию по Δ $(2\pi)^{-3} d^3g$ и формула (4.4) приобретает вид $d\sigma = N_0 d\sigma_{\text{ВН}}$. Этот случай соответствует $l_c^* \ll a_i$.

б) Сечение излучения при движении электрона вблизи кристаллической оси

Если $a_i \ll l_c^*$, то в пределах длины когерентности будет находиться большое число атомов решетки, поэтому будут проявляться когерентные и интерференционные эффекты в излучении. Ясно, что наибольшее число атомов будет находиться на длине l_c^* в том случае, если частица будет двигаться вблизи кристаллической оси, поэтому прежде всего рассмотрим именно этот случай.

Считая угол ψ между импульсом падающего электрона $\mathbf{p}$ и кристаллографической осью z малым, имеем $g_{\parallel} \approx g_z + \psi (g_y \cos \alpha + g_x \sin \alpha)$, где α — угол между проекцией вектора $\mathbf{p}$ на плоскость (x, y) и осью y (рис. 3) (решетка считается ортогональной, но не обязательно кубической). Основ-

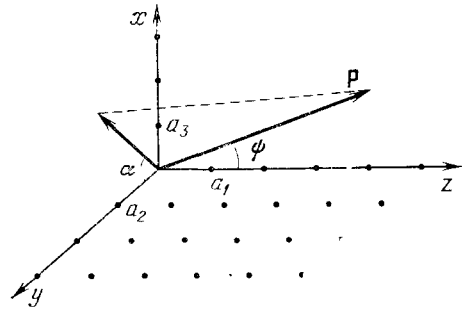


Рис. 3.

ной вклад в $d\sigma_c$ при $\psi \ll 1$ вносят слагаемые с $g_z = 0$, так что

$$d\sigma_c = \frac{2e^2\delta^*}{m^2\Delta} \frac{d\omega}{\omega} \frac{\varepsilon'}{\varepsilon} \sum_{g_x g_y} \frac{g_{\perp}^2}{g_{\parallel}^2} \left[1 + \frac{\omega^2}{2\varepsilon\varepsilon'} - 2 \frac{\delta^*}{g_{\parallel}} \left(1 - \frac{\delta^*}{g_{\parallel}} \right) \right] |u_{\mathbf{g}}|^2 e^{-g^2 u^2}, \quad (4.6)$$

причем $g_{\parallel} = \psi (g_y \cos \alpha + g_x \sin \alpha) \geq \delta^*$ и $g_{\perp}^2 = g_x^2 + g_y^2$.

Существенно заметить, что в этом случае суммарная потенциальная энергия, зависящая от трех координат, заменяется функцией $U(x, y)$ от двух координат x и y , представляющей собой усредненную потенциальную энергию кристалла по координате z : $U(x, y) = L^{-1} \int dz U(x, y, z)$, где L — толщина кристалла. Эту величину можно рассматривать как потенциальную энергию взаимодействия частицы с совокупностью непре-

рывных цепочек атомов кристалла, расположенных вдоль оси z (см. формулу (6.1)). Иными словами, в качестве основного элемента, при взаимодействии с которым происходит излучение, теперь выступает не отдельный атом, а цепочка атомов.

Отметим, что основной вклад в сечение (4.6) вносят $g_{\perp} \sim R^{-1}$.

Если формально считать, что постоянные решетки вдоль осей y и z очень велики ($a_2, a_3 \rightarrow \infty$) — это соответствует «раздвижению» цепочек атомов кристалла, расположенных параллельно оси z , на большое расстояние друг от друга, при котором взаимодействие частицы с различными цепочками атомов можно считать независимым — то в (4.6) можно суммирование по g_x и g_y заменить интегрированием, и мы придем к формуле^{9, 12}

$$d\sigma_c = \frac{e^2 \delta^*}{2\pi^2 m^2 a_1} \frac{d\omega}{\omega} \frac{e'}{\varepsilon} \int d^2 g \frac{g_{\perp}^2}{g_{\parallel}^2} \left[1 + \frac{\omega^2}{2\varepsilon \varepsilon'} - 2 \frac{\delta^*}{g_{\parallel}} \left(1 - \frac{\delta^*}{g_{\parallel}} \right) \right] |u_g|^2 e^{-g^2 \bar{u}^2} \quad (4.7)$$

с ограничением $g_{\parallel} \geq \delta^*$. Из этой формулы следует, что для экранированного кулоновского потенциала

$$d\sigma_c = N_c d\sigma_{\text{вн}}, \quad (4.8)$$

где $N_c = kR/a_1\psi$, если $2R\delta^*/\psi \ll 1$ и $N_c = k/\delta^*a_1$, если $2R\delta^*/\psi \gg 1$ ($k = \pi/2 \ln 183Z^{-1/3}$).

Мы видим, что при $l_c^* \gg a_1$, сечение излучения в кристалле будет значительно больше сечения излучения, определяемого формулой Бете — Гайтлера. По порядку величины N_c представляет собой число атомов на длине когерентности.

Наличие в сечении дополнительного множителя N_c выражает эффект когерентности, возникающий в кристаллической среде. Благодаря этому эффекту сечение излучения, отнесенное к одному атому $d\sigma/N_c$, оказывается в $N_c \gg 1$ раз больше сечения излучения в разреженном газе атомов или в аморфной среде.

Формулу (4.7) мы получили, предполагая, что взаимодействие электрона с различными цепочками атомов является независимым. Такая ситуация имеет место, если частица движется вдали от кристаллографических плоскостей, плотно «усеянных» атомами (α и $\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)$ не малы по сравнению с единицей). Действительно, в этом случае основной вклад в (4.6) вносят $g_{x,y} \sim R^{-1} > 2\pi/a_{2,3}$. Функция под знаком суммы в этом случае будет плавной. Так как должно выполняться условие $g_{\parallel} = \psi(g_x \sin \alpha + g_y \cos \alpha) \geq \delta^*$, то с ростом δ^* из двойной суммы будет постепенно выпадать по одному слагаемому, и это не скажется сильно на двойной сумме по g_x и g_y . Поэтому суммирование в (4.6) по g_x и g_y может быть заменено интегрированием.

Рассмотрим теперь тот случай, когда частица движется возле кристаллической плоскости, так что выполняется условие $\alpha \ll 1$ (кроме того, считается, что и $\psi \ll 1$).

При этом с изменением δ^* при $\delta^* \sim \psi g_y$ из двойной суммы по g_x и g_y будут выпадать целые наборы слагаемых, благодаря чему сечение излучения будет резко изменяться при значениях $\delta^* = 2\pi n\psi/a_2$ ($n = 1, 2, 3 \dots$). В этом случае длина когерентности $l_c^* = 1/\delta^*$ будет порядка a_2/ψ . Величина a_2/ψ представляет собой длину пути, проходимого частицей между двумя последовательными столкновениями с цепочками атомов кристалла, расположенных в кристаллической плоскости. Резкие максимумы в сечении обуславливаются интерференцией волн, излучаемых частицей при взаимодействии с различными цепочками атомов. При этом на длине когерентности будет находиться $N_c \sim R/\psi a_1$ атомов из отдельной цепочки атомов кристалла, и все эти атомы будут излучать когерентно.

На рис. 4 представлена зависимость интенсивности излучения от частоты ω для электронов с энергией $\varepsilon = 1$ ГэВ, движущихся в кристалле кремния вблизи кристаллографической оси $\langle 100 \rangle$. По оси ординат отложена величина $(m^2/Z^2e^6) \omega d\sigma_c/d\omega$, по оси абсцисс — частота в МэВ (предполагается, что $\bar{u}^2 = 0$). Рис. 4, а соответствует случаю, когда электроны движутся вдали от плотноупакованных кристаллических плоскостей и $\psi = 1$ мрад (кривая 1), $\psi = 2$ мрад (кривая 2) и $\psi = 4$ мрад (кривая 3).

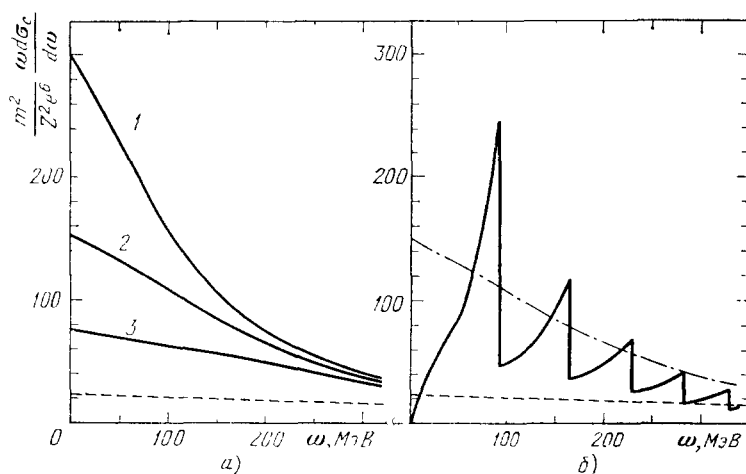


Рис. 4.

Рис. 4, б соответствует случаю, когда электроны движутся вдоль плоскости $\langle 011 \rangle$ под углом $\psi = 2$ мрад к кристаллографической оси $\langle 100 \rangle$ (штрихпунктирная кривая соответствует движению электрона вдали от кристаллических плоскостей). Пунктирная кривая на рис. 4 соответствует результату Бете — Гайтлера (3.3). (В рассматриваемом случае $a_1 = a$, где $a = 5,43 \text{ \AA}$ — постоянная решетки, и цепочки атомов кристалла, вблизи которых движется электрон, образуют в плоскости, ортогональной оси $\langle 100 \rangle$, двумерную решетку с $a_2 = a_3 = a/2\sqrt{2}$.)

Мы видим, что в области малых частот $\sigma'_c \gg \sigma'_{вн}$ и что при движении электрона вдоль кристаллической плоскости сечение излучения обладает резкими максимумами. Плавная кривая на рис. 4, б соответствует когерентному излучению электрона на одной цепочке атомов кристалла; кривая с резкими максимумами соответствует случаю, когда имеет место когерентный эффект в излучении электрона на отдельных цепочках атомов и интерференционный эффект при излучении на различных цепочках атомов.

в) Сечение излучения при движении электрона вблизи кристаллической плоскости

Мы рассмотрели излучение электроном при его движении вблизи кристаллической плоскости, предполагая, что $\delta^* \sim \psi/a_2$. Теперь мы будем предполагать, что по-прежнему частица движется вблизи кристаллической плоскости ($\alpha \ll 1$), и выполняется условие $\delta^* \sim \psi\alpha/a_3$, а не условие $\delta^* \sim \psi/a_2$.

В этом случае основной вклад в сечение когерентного излучения вносят слагаемые с $g_z = 0$ и $g_y = 0$, и сечение излучения имеет вид ¹¹

$$d\sigma_c = \frac{2e^2\delta^*}{m^2\Delta\theta^2} \frac{d\omega}{\omega} \frac{\varepsilon'}{\varepsilon} \sum_{g_x \geq \delta^*/\theta} \left[1 + \frac{\omega^2}{2\varepsilon\varepsilon'} - 2 \frac{\delta^*}{\theta g_x} \left(1 - \frac{\delta^*}{\theta g_x} \right) \right] |u_{g_x}|^2 e^{-g_x^2 u^2}, \quad (4.9)$$

где $\theta = \psi\alpha$ — угол между импульсом падающего электрона и кристаллической плоскостью (y, z). Эта формула показывает, что вся плоскость в целом, вблизи которой движется частица, выступает в роли элементарного объекта, в результате взаимодействия с которым происходит излучение.

Если считать формально расстояние между плоскостями a_3 очень большим, то очевидно, что суммирование по g_x может быть заменено интегрированием по $(2\pi/a_3)^{-1}dg_x$. При этом сечение излучения приобретает вид

$$d\sigma_c = \frac{e^2\delta^*}{\pi m^2 a_1 a_2 \theta^2} \frac{d\omega}{\omega} \frac{\varepsilon'}{\varepsilon} \int_{\delta^*/\theta}^{\infty} dg_x \left[1 + \frac{\omega^2}{2\varepsilon\varepsilon'} - 2 \frac{\delta^*}{\theta g_x} \left(1 - \frac{\delta^*}{\theta g_x} \right) \right] |u_g|^2 e^{-g_x^2 u^2}. \quad (4.10)$$

В случае экранированного кулоновского потенциала спектральное распределение излучения, даваемое (4.10), представлено на рис. 5, а.

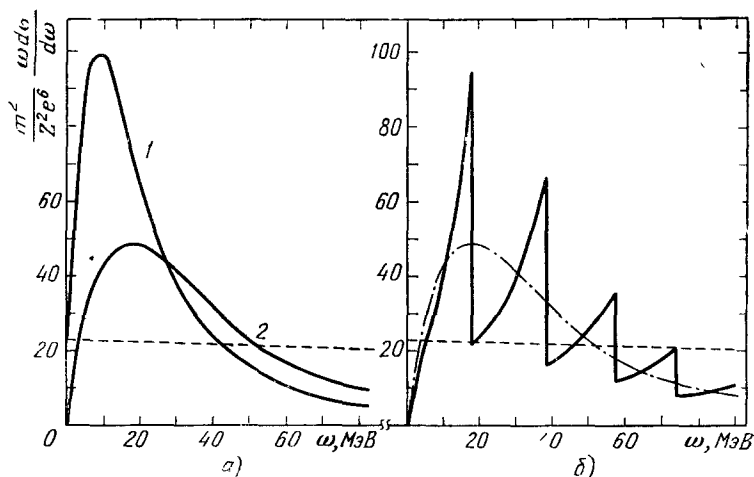


Рис. 5.

Кривые 1 и 2 соответствуют электронам с энергией $\varepsilon = 1$ ГэВ, движущимся под углами $\theta = 0,2$ мрад и $\theta = 0,4$ мрад к кристаллической плоскости $\langle 011 \rangle$ кристалла кремния ($a_1 = a = 5,43 \text{ \AA}$, $a_2 = a_3 = a/2 \sqrt{2}$; тепловое смещение атомов не учитывается). На рис. 5, б изображена эта же величина $\omega d\sigma_c/d\omega$, вычисленная по точной формуле (4.9), когда суммирование не заменяется интегрированием ($\theta = 0,4$ мрад). Мы видим, что здесь проявляются резкие максимумы, обусловленные интерференцией от различных плоскостей. В формуле (4.10) эти максимумы заинтегрированы (штрих-пунктирная кривая на рис. 5, б соответствует величине $\omega d\sigma_c/d\omega$, найденной по формуле (4.10) при $\theta = 0,4$ мрад). Увеличение сечения излу-

чения в области малых частот по сравнению с результатом Бете — Гайтлера (штриховая кривая на рис. 4) обусловлено эффектом когерентности излучения электрона в кристалле. В рассматриваемом случае электрон когерентно излучает, взаимодействуя с атомами, расположенными в пределах отдельной кристаллической плоскости.

Качественный ход спектрального распределения излучения во всей области частот при $\psi \ll 1$ и $\alpha \ll 1$ представлен на рис. 6¹². В области частот $\omega \sim 4\pi\gamma^2\psi/a_2$ для излучения существенно взаимодействие электрона с отдельными цепочками атомов кристалла, расположенными вдоль оси z ;

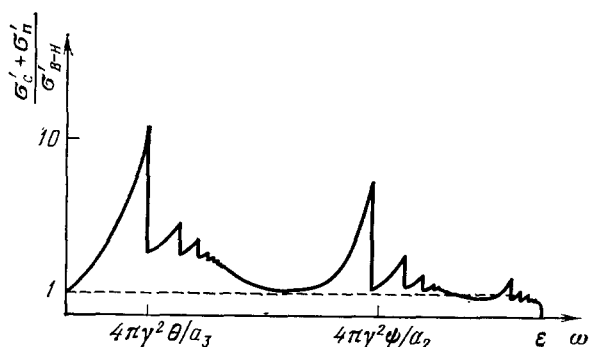


Рис. 6.

а в области $\omega \sim 4\pi\gamma^2\psi/a_3$ — взаимодействие с отдельными плоскостями атомов. (Небольшие максимумы в спектре излучения при $\omega \approx \epsilon$ обусловлены интерференцией волн, излучаемых электроном при взаимодействии с отдельными атомами решетки. Положения этих максимумов определяются из условия $\delta^* = 2\pi n/a_1$, где $n = 1, 2, 3, \dots$. Вопрос об излучении электронов в этой области частот в настоящей работе мы не затрагиваем.)

Подчеркнем, что так как мы пользуемся борновским приближением, то полученные результаты справедливы при выполнении неравенства $N_c Ze^2/\hbar c \ll 1$ ¹².

г) Спектральная плотность излучения в классической электродинамике в первом приближении по потенциалу⁴³

Если выполняется противоположное неравенство, $N_c Ze^2/\hbar c \gg 1$, то борновское приближение неприменимо. Если, однако, наряду с этим неравенством выполняется условие $\hbar\omega \ll \epsilon$, то можно пользоваться классической теорией излучения.

Излучение в классической теории определяется траекторией частицы, которая находится из уравнения движения

$$\frac{d}{dt} \frac{m\mathbf{v}(t)}{\sqrt{1-v^2(t)}} = -\nabla \sum_i u(\mathbf{r} - \mathbf{r}_i), \quad (4.11)$$

где $u(\mathbf{r} - \mathbf{r}_i)$, как и ранее, — потенциальная энергия взаимодействия электрона с i -м атомом кристалла.

Мы покажем, что если потенциальная энергия может рассматриваться как малое возмущение, то спектральная плотность излучения, даваемая классической теорией, будет совпадать со спектральной плотностью

излучения, вычисленной в квантовой электродинамике в борновском приближении, если пренебречь отдачей при излучении. Малость потенциальной энергии означает, что траектория частицы близка к прямолинейной $\mathbf{r}(t) \approx \mathbf{r}_0 + \mathbf{v}t$ ($\mathbf{r}_0$ — точка влета частицы в кристалл) и угол рассеяния частицы мал.

Обратимся к формуле (2.11) и положим в ней $\dot{\mathbf{v}}_{\perp} = -e^{-1} \nabla_{\perp} \sum_k u(\mathbf{r} - \mathbf{r}_k)$ и $\mathbf{r}(t) = \mathbf{r}_0 + \mathbf{v}t$. В результате мы получим

$$\frac{dE}{d\omega} = \frac{e^2 \delta}{\pi m^2} \int_{\delta}^{\infty} \frac{dq}{q^2} \left[1 - 2 \frac{\delta}{q} \left(1 - \frac{\delta}{q} \right) \right] \times \\ \times \left| \sum_k \int dt e^{iqt} \nabla_{\perp} u(\mathbf{r}_0 + \mathbf{v}t - \mathbf{r}_k) \right|^2. \quad (4.12)$$

Формула (4.12) должна быть усреднена по точкам влета $\mathbf{r}_0$ частиц в кристалл. Воспользовавшись с этой целью фурье-разложением потенциальной энергии

$$u(\mathbf{r}) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int d^3q u_q e^{i\mathbf{q}\mathbf{r}}, \quad (4.13)$$

находим, что

$$\frac{d\bar{E}}{d\omega} = \frac{e^2 \delta}{4\pi^3 m^2} \int d^3q \frac{q_{\perp}^2}{q_{\parallel}^2} \left[1 - 2 \frac{\delta}{q_{\parallel}} \left(1 - \frac{\delta}{q_{\parallel}} \right) \right] |u_q|^2 \left| \sum_k e^{i\mathbf{q}\mathbf{r}_k} \right|^2, \quad (4.14)$$

где $q_{\parallel} \geq \delta$. Выполнив в (4.14) еще усреднение по тепловым колебаниям атомов решетки и замечая, что спектральная плотность излучения $d\bar{E}/d\omega$ связана с дифференциальным сечением излучения частицы в поле кристалла $d\sigma/d\omega$ соотношением $d\bar{E}/d\omega = nL\omega d\sigma/d\omega$, мы придем к формуле (4.4), если в последней пренебречь отдачей при излучении. (Заметим, что при этом некогерентная часть воспроизводится с логарифмической точностью; см. также (3.2).) Таким образом, мы пришли к формуле, справедливой в борновском приближении, но наш вывод не требует условия применимости борновского приближения. Необходимо лишь, чтобы угол рассеяния в пределах длины когерентности был достаточно мал.

Мы видим, что формула для сечения излучения, полученная в борновском приближении, имеет в действительности область применимости гораздо большую, чем область применимости борновского приближения. При этом существенно, что когерентные и интерференционные эффекты при излучении описываются как квантовой, так и классической теорией излучения.

Интересно отметить, что почти все эксперименты о проверке предсказаний борновской теории когерентного излучения релятивистских электронов в кристалле были выполнены в условиях, когда борновское приближение несправедливо. Вместе с тем было обнаружено хорошее согласие между результатами экспериментов и результатами первого борновского приближения^{10, 44, 45}. Полученные в этом разделе результаты показывают, что причина совпадения заключается в совпадении формул квантовой и классической теорий излучения быстрых электронов в кристалле в том случае, когда кристаллическое поле мало возмущает движение электрона.

5. ИЗЛУЧЕНИЕ ПРИ ДВИЖЕНИИ РЕЛЯТИВИСТСКИХ ЧАСТИЦ ВБЛИЗИ КРИСТАЛЛИЧЕСКОЙ ПЛОСКОСТИ

а) С п е к т р а л ь н а я п л о т н о с т ь и з л у ч е н и я
н а д б а р ь е р н ы х и к а н а л и р о в а н н ы х ч а с т и ц ^{20, 42}

Мы перейдем теперь к более детальному рассмотрению излучения при движении релятивистского электрона или позитрона вблизи кристаллической плоскости и оси, предполагая, что излучение может описываться классической электродинамикой. Для этого необходимо, в частности, чтобы энергия фотона была значительно меньше энергии электрона ($\hbar\omega \ll \varepsilon$) и чтобы выполнялось условие ¹² $N_c Ze^2/\hbar c \gg 1$, где N_c — число атомов на длине когерентности *).

Начнем с рассмотрения движения частицы вблизи кристаллической плоскости ($\alpha \ll 1$). Мы будем интересоваться излучением в области частот, для которой длина когерентности $l_c \sim \delta^{-1}$ больше или порядка R/θ (R — радиус экранировки).

В борновском приближении, как мы видели, в этом случае действие кристаллической плоскости со многими дискретно расположенными атомами эквивалентно действию плоскости с непрерывно распределенными атомами. Иными словами, в этом случае кристаллический потенциал можно заменить усредненным потенциалом $U(x) = (1/L_y L_z) \int dy dz U(x, y, z)$, где L_y и L_z — линейные размеры плоскости в направлениях y и z . Потенциальную энергию $U(x)$ можно представить в виде

$$U(x) = \sum_n U_p(x - x_n), \quad U_p(x) = \frac{1}{a_1 a_2} \int dy dz u(x, y, z), \quad (5.1)$$

где $U_p(x)$ — усредненная потенциальная энергия взаимодействия электрона с кристаллической плоскостью и x_n — координата точки пересечения оси x с n -й плоскостью. Такой же заменой можно пользоваться и при классическом рассмотрении излучения релятивистских частиц. Это связано с тем, что в релятивистском случае, когда $l_c \sim \delta^{-1} \gg R/\theta$, частица будет взаимодействовать в пределах длины когерентности с большим числом атомов кристаллической плоскости. Так как излучение формируется на длине порядка l_c и при малых θ изменение прицельного параметра между последовательными соударениями частицы с атомами плоскости, находящимися в пределах длины l_c , мало, то для излучения существенна неоднородность распределения потенциала в плоскости.

Скорость и ускорение частицы в поле (5.1) будут, очевидно, периодическими функциями времени. Если T — период колебания этих величин, то

$$v_{\parallel} = \frac{1}{T} \int_0^T dt \mathbf{r}(t)$$

будет представлять собой скорость поступательного движения частицы. Так как $\mathbf{v}(t + T) = \mathbf{v}(t)$, то $\mathbf{r}(t + T) = \mathbf{v}_{\parallel} T + \mathbf{r}(t)$ и $\mathbf{r}_{\perp}(t + T) = \mathbf{r}_{\perp}(t)$ ($\mathbf{r}_{\perp}(t)$ — составляющая $\mathbf{r}(t)$, ортогональная $\mathbf{v}_{\parallel}$).

*) Подробное рассмотрение соотношения между результатами классической и квантовой теории излучения релятивистских частиц во внешнем поле проведено в работах ^{83, 84}.

Определим теперь, согласно (2.6), спектральную плотность излучения, учитывая периодичность движения электрона в направлении, ортогональном $\mathbf{v}_{\parallel}$. В этом случае

$$|\mathbf{I}_{\perp} - \mathbf{n}_{\perp} I_{\parallel}|^2 = \frac{\sin^2(NqT/2)}{\sin^2(qT/2)} |\mathbf{I}_{\perp}^* - \mathbf{n}_{\perp} I_{\parallel}^*|^2,$$

$$\mathbf{I}_{\perp}^* = \int_0^T dt \mathbf{v}_{\perp}(t) e^{i\omega(t - \mathbf{n}\mathbf{r}(t))}, \quad I_{\parallel}^* = \int_0^T dt e^{i\omega(t - \mathbf{n}\mathbf{r}(t))},$$

где $q = \omega(1 - \mathbf{n}\mathbf{v}_{\parallel})$ и N — число колебаний, которые делает электрон, проходя кристалл. При больших N

$$\frac{\sin^2(NqT/2)}{\sin^2(qT/2)} \rightarrow N \frac{2\pi}{T} \sum_{\nu} \delta(q - \nu),$$

где $\nu = 2\pi k/T$, $k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$, и выражение для $dE/d\omega$ приобретает вид

$$\frac{dE}{d\omega} = N \frac{e^2 \omega}{2\pi T} \sum_{\nu \geq (1 + \gamma^2 \mathbf{v}_{\perp}^2) \delta} \int_0^{2\pi} d\varphi |\mathbf{I}_{\perp}^* - \mathbf{n}_{\perp} I_{\parallel}^*|^2; \quad (5.2)$$

здесь

$$\overline{\mathbf{v}_{\perp}^2} = \frac{1}{T} \int_0^T dt \mathbf{v}_{\perp}^2(t)$$

и φ — угол между $\mathbf{n}_{\perp}$ и $\mathbf{v}_{\perp}$. Так как $q = \omega(1 - \mathbf{n}\mathbf{v}_{\parallel})$, то $\nu = (1 + \gamma^2 \mathbf{v}_{\perp}^2 + \gamma^2 v_{\parallel}^2) \delta$. В дипольном приближении, когда $\gamma^2 \mathbf{v}_{\perp}^2 \ll 1$, имеем

$$\frac{dE}{d\omega} = N \frac{e^2 \omega}{T} \sum_{\nu \geq \delta} \frac{|\mathbf{W}(\nu)|}{\nu^2} \left[1 - 2 \frac{\delta}{\nu} \left(1 - \frac{\delta}{\nu} \right) \right],$$

$$\mathbf{W}(\nu) = \int_0^T dt \dot{\mathbf{v}}_{\perp} e^{i\nu t}. \quad (5.3)$$

Из уравнения движения (4.11) следует, что в поле (5.1)

$$\ddot{x} = -\frac{1}{\varepsilon} \frac{\partial}{\partial x} U(x). \quad (5.4)$$

При этом

$$\frac{\varepsilon \dot{x}^2}{2} + U(x) = \varepsilon_{\perp}(x_0), \quad \varepsilon_{\perp}(x_0) = \frac{\varepsilon \theta^2}{2} + U(x_0),$$

где x_0 — координата точки влета частицы в кристалл и $\dot{x} = v_{\perp}(t)$. Отсюда легко найти траекторию частицы:

$$t = \sqrt{\frac{\varepsilon}{2}} \int_{x_0}^x \frac{dx}{\sqrt{\varepsilon_{\perp}(x_0) - U(x)}},$$

где интегрирование ведется вдоль пути, проходимого частицей в кристалле вдоль оси x .

При $\varepsilon_{\perp}(x_0) > U_{\max}$, где $U_{\max}$ — максимальное значение $U(x)$ (для электронов $U_{\max} = 0$, для позитронов $U_{\max} = |U(x)|_{\max}$) энергия поперечного движения частицы больше высоты потенциального барьера. Движение частицы вдоль оси x будет инфинитным. Частица, движущаяся

в этих условиях, носит название надбарьерной. Период колебания такой частицы, очевидно, равен

$$T_u = 2 \int_0^{d/2} dx |\dot{x}|^{-1}, \quad (5.5)$$

где d — расстояние между плоскостями.

Если $\varepsilon_{\perp}(x_0) < U_{\max}$, то движение частицы в направлении, перпендикулярном плоскости, будет финитным. Частица при этом носит название каналированной. Мы видим, что необходимым условием каналирования является выполнение неравенства $\theta < \theta_c$, где $\theta_c = \sqrt{2} |U|_{\max}/\varepsilon$ — критический угол каналирования¹³. При $\theta > \theta_c$ движение будет надбарьерным (рис. 7; траектория 1 соответствует движению позитрона в кристалле в случае, когда $\theta \gg \theta_c$; траектория 2 — случаю, когда $\theta \sim \theta_c$ и движение является инфинитным; траектория 3 соответствует движению каналированного позитрона). Период колебания каналированной частицы равен

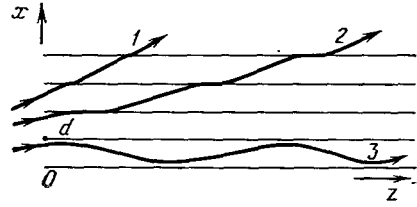


Рис. 7.

$$T_c = 4 \int_0^{d/2} \frac{dx}{|\dot{x}|} \Theta(\varepsilon_{\perp}(x_0) - U(x)), \quad (5.6)$$

где $\Theta(\xi)$ — ступенчатая функция.

Отметим, что траектории и периоды колебаний частиц, движущихся в кристалле в условиях каналирования и надбарьерного движения, различны, поэтому будут различны и спектральные распределения их излучения.

Поскольку траектория частицы зависит от x_0 , то величину $dE/d\omega$ следует усреднить по x_0 . Считая распределение частиц по x_0 на входе в кристалл равномерным, имеем

$$\frac{d\bar{E}}{d\omega} = \frac{1}{d} \int_0^d dx_0 \frac{dE}{d\omega}. \quad (5.7)$$

б) Излучение надбарьерных частиц при $\theta \gg \theta_c$

Если угол влета θ достаточно велик ($\theta \gg \theta_c$), то $x(t) \approx x_0 + \theta t$ и $T_u \approx d/\theta v$. При этом в дипольном приближении ($\gamma^2 v_{\perp}^2 \ll 1$) имеем $|W(v)|^2 = (g_x/\varepsilon\theta)^2 |U(g_x)|^2$, где

$$U(g_x) = \int_0^d dx U(x) \exp(ivx),$$

$v = \theta g_x$, и формула для спектральной плотности излучения приобретает вид²⁰

$$\frac{d\bar{E}}{d\omega} = L \frac{2e^2\delta}{m^2 d^2 \theta^2} \sum_{g_x \geq \delta/\theta} \left[1 - 2 \frac{\delta}{\theta g_x} \left(1 - \frac{\delta}{\theta g_x} \right) \right] |U(g_x)|^2. \quad (5.8)$$

Легко видеть, что эта формула приводит к тому же результату, что и формула (4.10). Действительно, замечая, что $\bar{E} = nL\omega\sigma'$ (L — толщина

кристалла) и $U(g_x) = n du_{(g_x)}$, где $u_{(g_x)}$ — фурье-компонента потенциальной энергии отдельного атома с $g_y = g_z = 0$, мы приходим при $\bar{u}^2 = 0$ и $\hbar\omega \ll \varepsilon$ к формуле (4.10) для σ'_c .

Подчеркнем, что формула (5.8) становится несправедливой при $\theta \lesssim \theta_c$. В этом случае движение частицы в кристалле уже нельзя считать прямолинейным, и, чтобы найти $x(t)$, необходимо знать конкретный вид функции $U(x)$.

в) Излучение электронов и позитронов при $\theta \lesssim \theta_c$

Выясним как изменяется спектральное распределение излучения с уменьшением угла θ . С этой целью запишем $d\bar{E}/d\omega$ в виде

$$\frac{d\bar{E}}{d\omega} = LAf(\zeta, \beta), \quad f(\zeta, \beta) = f_c + f_u, \quad (5.9)$$

где $A = 32e^2 U_0^2 / \pi^4 m^2 \theta_c d$ и $f(\zeta, \beta)$ — безразмерная функция параметров $\zeta = \delta d / 2\theta_c$ и $\beta = \theta / \theta_c$; $f_c = f_c(\zeta, \beta)$ относится к каналированным частицам и $f_u(\zeta, \beta)$ — к надбарьерным частицам.

Функции f_c и f_u могут быть найдены численными методами по формулам (5.2) — (5.7), если задан межплоскостной потенциал. Для легких элементов потенциальная энергия $U(x)$ с хорошей точностью может быть аппроксимирована параболической функцией¹⁴:

$$U(x) = \pm U_0 \frac{4x^2}{d^2}, \quad |x| \leq \frac{d}{2}, \quad (5.10)$$

где знаки $+$ и $-$ относятся соответственно к позитронам и к электронам, $U_0 = 2\pi\eta n R d Z e^2$, n — плотность атомов и η — численный коэффициент порядка единицы, определяемый из условия наилучшей аппроксимации межплоскостного потенциала параболической функцией.

На рис. 8 представлены результаты вычисления функции $f(\zeta, \beta)$ в дипольном приближении при разных значениях параметра β . Сплошные кривые относятся к позитронам, движущимся в поле с параболическим распределением потенциала (5.10), штриховые кривые — к электронам, движущимся в том же потенциале. На этом же рисунке представлены результаты вычислений (штрихпунктирные кривые) функции $f(\zeta, \beta)$ для электронов и позитронов, движущихся в поле с линейным распределением потенциала^{42 *}

$$U(x) = \pm U_0 \frac{2|x|}{d}, \quad |x| \leq \frac{d}{2}. \quad (5.11)$$

В поле такого вида функция $f(\zeta, \beta)$ для электронов и позитронов одинакова.

Полученные результаты показывают, как зависит спектральное распределение излучения от величины угла θ , от знака заряда частицы и от вида аппроксимации межплоскостного потенциала.

В поле с параболическим и с линейным распределением потенциала определяющий вклад в излучение вносит первая гармоника излучения — первое слагаемое суммы по ν в формуле (5.3). Максимум спектрального распределения излучения этой гармоники соответствует частотам $\omega \sim \sim 4\pi\gamma^2/T$. При $\theta \sim \theta_c$ в области максимума излучения $f(\zeta, \beta) \sim 1$ (см.

*) Для ряда других аппроксимаций межплоскостного потенциала результаты вычислений спектров излучения электронов и позитронов, движущихся вблизи кристаллической плоскости, представлены в работах^{43, 46}.

рис. 8), и, следовательно, в этой области частот $\bar{E}'$ определяется по порядку величины толщиной кристалла L и значением множителя A (см. формулу (5.9)). Сравнивая $\bar{E}'$ в области частот, соответствующей максимуму излучения, с величиной $E'_{\text{ВН}}$, соответствующей излучению частицы в аморфной среде, находим, что

$$\frac{d\bar{E}}{d\omega} \sim N_c \frac{dE_{\text{ВН}}}{d\omega}, \quad (5.12)$$

где $N_c \sim nR^2d/\theta_c$ — число атомов решетки, которые находятся в пределах длины когерентности. Мы видим, что при $\theta \leq \theta_c$ усиление излучения обусловлено когерентным механизмом излучения релятивистских частиц

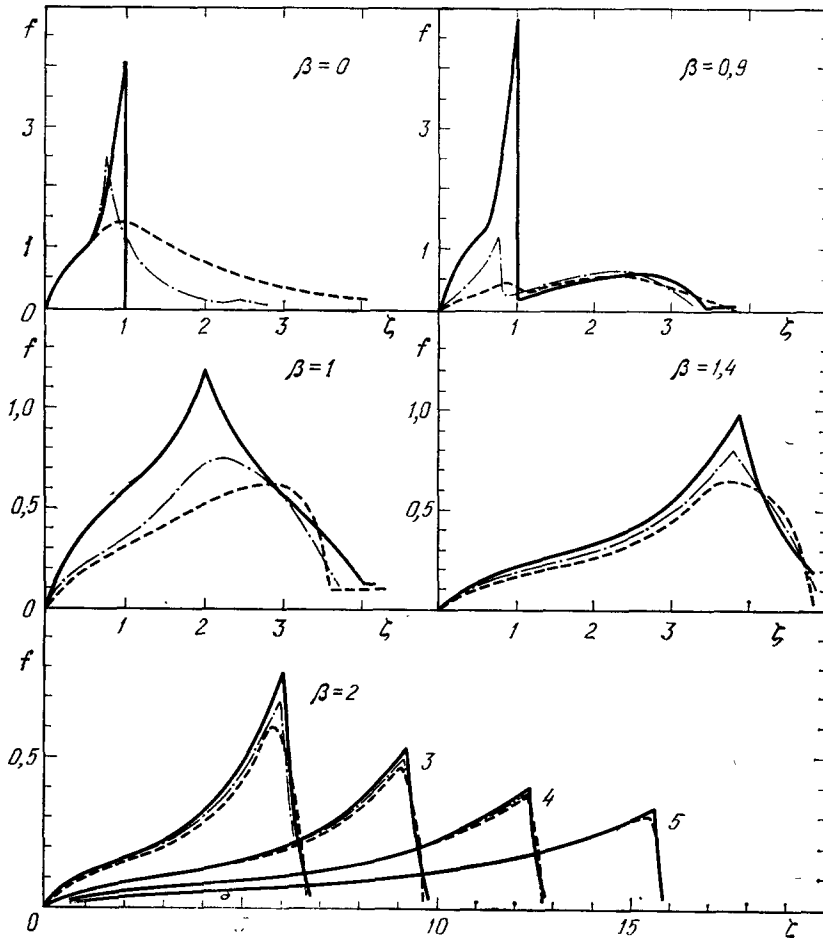


Рис. 8.

при взаимодействии с атомами кристаллической плоскости. Резкие максимумы в спектре излучения (см. рис. 8) обусловлены интерференцией волн, излучаемых частицей с периодически повторяющихся участков пути.

Приведенные на рис. 8 кривые показывают, что различие в спектральных распределениях излучения между электронами и позитронами особенно велико при малых углах θ ($\theta \leq \theta_c$). Начиная с θ порядка $2\theta_c$ спектры излучения электронов и позитронов практически совпадают.

При $\theta > \theta_c$ существуют только надбарьерные частицы. Период колебаний этих частиц с уменьшением θ увеличивается ($T_u \sim d/\theta$).

При этом область характерных частот излучения $\omega \sim 4\pi\gamma^2\theta/d$ уменьшается, а интенсивность излучения в максимуме возрастает.

При $\theta \leq \theta_c$ наряду с надбарьерными частицами появляются каналированные частицы, период колебаний которых примерно в два раза больше периода колебаний надбарьерных частиц; поэтому характерные частоты излучения каналированных частиц в два раза меньше характерных частот излучения надбарьерных частиц. На рис. 8 острый пик в спектральной плотности излучения в области $\zeta \sim 1$ обязан каналированными частицам, а максимум в области $\zeta \gtrsim 2$ — надбарьерным частицам.

Отметим, что интенсивность излучения каналированных и надбарьерных частиц вблизи их максимумов излучения одного порядка величины.

При $\theta = 0$ интенсивность излучения позитронов в области $\zeta \approx 1$ меньше интенсивности излучения позитронов при $\theta = 0,9\theta_c$. Это связано с тем, что при $\theta = 0,9\theta_c$ доля каналированных позитронов, амплитуда колебаний которых велика, больше, чем при $\theta = 0$, вклад же их в спектральное распределение излучения является определяющим.

г) Влияние расходимости частиц в пучке на излучение⁴²

До сих пор мы считали, что частицы входят в кристалл под строго заданным углом θ к одной из кристаллических плоскостей. Практически, однако, пучок частиц всегда обладает некоторой расходимостью, поэтому важно выяснить, как влияет расходимость пучка на излучение. Ясно, что спектральная плотность излучения в этом случае будет определяться не формулой (5.9), а формулой

$$\frac{d\bar{E}}{d\omega} = LA \int d\theta g(\theta) f(\zeta, \beta), \quad (5.13)$$

где $g(\theta)$ — функция распределения влетевших в кристалл частиц по углу θ . В простейшем случае, когда частицы падают на кристалл параллельно кристаллическим плоскостям и частицы в пучке распределены равномерно в интервале углов $\theta_0 \geq \theta \geq 0$, функция $g(\theta)$ имеет вид $g(\theta) = \frac{1}{\theta_0} \Theta(\theta_0 - \theta)$, где $\Theta(x)$ — ступенчатая функция. При этом

$$\frac{d\bar{E}}{d\omega} = LA \bar{f}(\zeta, \beta_0), \quad \bar{f}(\zeta, \beta_0) = \frac{1}{\beta_0} \int_0^{\beta_0} d\beta f(\zeta, \beta), \quad (5.14)$$

где $\beta_0 = \theta_0/\theta_c$. На рис. 9 изображены графики функции $\bar{f}(\zeta, \beta_0)$ для позитронов (рис. 9, а) и для электронов (рис. 9, б) в том случае, когда частицы движутся в поле с параболическим распределением межплоскостного потенциала. Цифры у кривых соответствуют различным значениям величины $\beta_0 = \theta_0/\theta_c$. Рядом с этими кривыми изображены графики функции $\bar{f}(\zeta, \beta_0)$ в случае линейного межплоскостного потенциала (рис. 9, в).

Если пучок частиц обладает расходимостью, то в условиях каналирования будет находиться лишь часть частиц пучка. При этом каналированные частицы будут вносить основной вклад в излучение в области частот $\omega \sim 4\gamma^2\theta_c/d$ (т. е. $\zeta \sim 1$), а надбарьерные частицы — в области частот $\omega \gtrsim 8\gamma^2\theta_c/d$ (т. е. $\zeta \gtrsim 2$).

Из графиков видно, что в случае пучка позитронов с большой расходимостью имеет место резко выраженный максимум в спектре излуче-

ния при $\xi \sim 1$. Этот результат не зависит от конкретного вида межплоскостного потенциала (см. рис. 9, а и в). Это связано с тем, что все каналированные позитроны имеют близкие периоды колебаний и, следовательно, все эти частицы дают основной вклад в излучение при $\xi \sim 1$. Что касается надбарьерных позитронов, то для них нет резкого максимума в спектре излучения, так как надбарьерные позитроны с различным θ дают вклад в излучение в различных областях частот (см. рис. 8).

Для электронов, в отличие от позитронов, на излучении в большей степени сказывается вид межплоскостного потенциала (см. рис. 9, б и в).

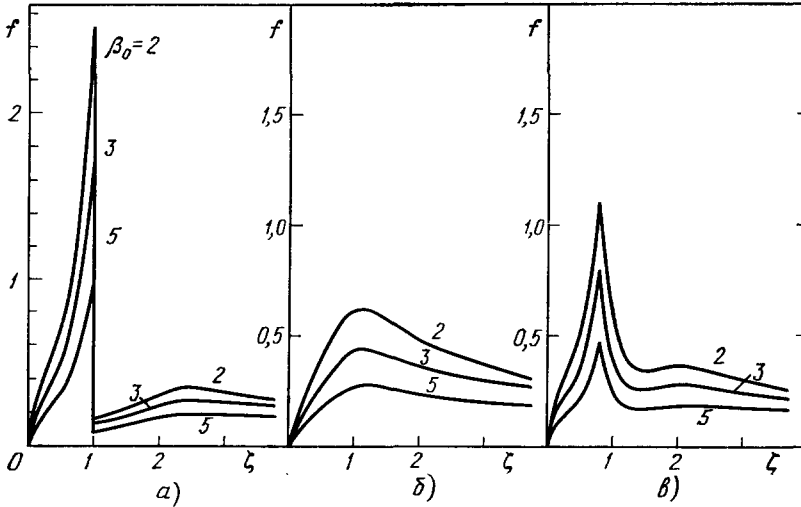


Рис. 9.

Для электронов, движущихся в параболическом потенциале, в условиях каналирования период колебания частиц сильно зависит от величины угла θ и от координаты точки влета частицы в кристалл, поэтому в спектре их излучения нет резкого максимума.

Наличие резкого максимума в спектре излучения позитронов показывает, что экспериментальное изучение излучения каналированных частиц проще всего проводить с помощью позитронов.

До сих пор мы не учитывали многократного рассеяния частиц, которое играет важную роль, если средний квадрат угла при многократном рассеянии $\overline{\theta_a^2}$ превосходит квадрат угла расходимости пучка θ_0^2 . В этом случае функцию распределения $g(\theta)$, входящую в формулу (5.13), следует считать зависящей не только от угла θ , но и от глубины проникновения частицы в кристалл $g(\theta) = g(\theta, z)$. Учитывая, что $f(\xi, \beta)$ не зависит от z , мы можем при нахождении спектра излучения заменить $g(\theta)$ на

$$\overline{g}(\theta) = \frac{1}{L} \int_0^L dz g(\theta, z).$$

При этом спектральная плотность излучения $\overline{E}'$ будет определяться формулой (5.13) с этой функцией распределения.

д) Учет недипольности излучения

Формула (5.3) для спектральной плотности излучения справедлива в случае дипольного приближения, т. е. при условии $\gamma^2 \bar{v}_\perp^2 \ll 1$. Если же имеет место условие $\gamma^2 \bar{v}_\perp^2 \gg 1$, то дипольным приближением пользоваться нельзя, и спектр излучения необходимо определять по формуле (5.2).

Нарушение условия дипольности излучения раньше всего наступает для каналированных частиц. Действительно, для этих частиц $\bar{v}_\perp^2 \sim \theta_c^2$, поэтому $\gamma^2 \bar{v}_\perp^2 \sim \gamma^2 \theta_c^2 \sim 2U_0 \gamma / m$; последняя же величина при достаточно больших энергиях больше единицы. В случае надбарьерных частиц ($\theta > \theta_c$) величина $\bar{v}_\perp^2$ порядка θ_c^4 / θ^2 , т. е. $\bar{v}_\perp^2 < \theta_c^2$, поэтому для надбарьерных частиц величина $\gamma^2 \bar{v}_\perp^2$ значительно меньше, чем для каналированных частиц (фактор θ_c / θ отражает уменьшение времени действия сил для надбарьерной частицы по сравнению с каналированной). По этой причине мы рассмотрим влияние недипольности излучения только для каналированных частиц, предполагая, что частицы пучка падают на кристалл параллельно кристаллографическим плоскостям.

Усредненная по точке влета спектральная плотность излучения будет определяться формулами (5.2) и (5.7). В общем случае вычислить входящие в эти формулы интегралы в аналитическом виде не удастся, поэтому для нахождения $d\bar{E}/d\omega$ были использованы численные расчеты с помощью ЭВМ ^{47 *}. (Если известна функция $x(t)$, то для нахождения $\bar{E}'$ необходимо вычислить тройной интеграл по времени t , по азимутальному

углу ϕ и по координате x_0 точки влета частиц в кристалл. Такие вычисления удается выполнить при различных аппроксимациях межплоскостного потенциала.)

Величину $\bar{E}'$ удобно записать в виде

$$\frac{d\bar{E}}{d\omega} = L A f_\kappa(\xi), \quad (5.15)$$

где $\kappa = \gamma \theta_c$ параметр недипольности излучения.

Для позитронов, движущихся в кристалле алмаза вдоль плоскости $\langle 110 \rangle$, функция $f_\kappa(\xi)$ представлена на рис. 10 (межплоскостной потенциал предполагается параболическим, $U_0 = 20$ эв;

кривая 1 соответствует энергии позитрона $\varepsilon = 6$ ГэВ ($\kappa = 0,96$), кривая 2 — $\varepsilon = 14$ ГэВ ($\kappa = 1,47$). На этом же рисунке представлена функция $f_0(\xi)$, соответствующая результату дипольного приближения (кривая 0).

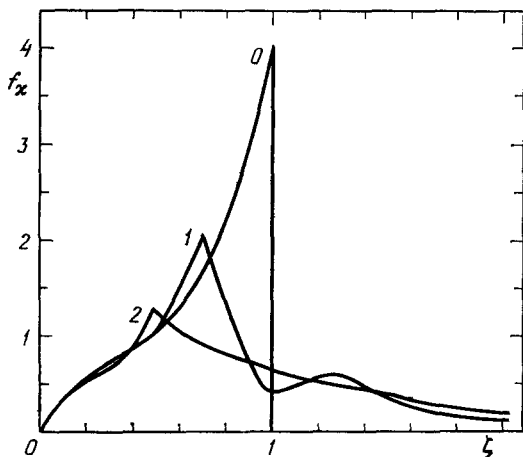


Рис. 10.

^{*}) Отметим, что излучение каналированных частиц с учетом недипольности исследовалось также в работах ^{46, 48-50} в рамках теории ондулятора. Полученные в этих работах результаты относятся к позитронам, движущимся в параболическом межплоскостном потенциале. На необходимость учета недипольности для описания излучения каналированных частиц было обращено внимание в работе ¹⁸.

Из (5.2) и (5.7) следует, что при $\kappa \ll 1$ положение максимума спектра излучения каналированных позитронов определяется из условия $2\pi/T_c = (1 + \gamma^2 v_{\perp}^2) \delta$; при параболическом потенциале это приводит к следующему значению частоты, соответствующей максимуму спектральной плотности излучения:

$$\omega_{\max} = \frac{\omega_0}{1 + (1/2) \kappa^2}, \quad (5.16)$$

где $\omega_0 = 4\gamma^2 \theta_c / d$ — положение максимума спектра излучения в дипольном приближении. Этому значению $\omega_{\max}$ соответствует $\zeta_{\max} = [1 + (1/2) \kappa^2]^{-1}$.

Из рис. 10 видно, что при $\zeta < \zeta_{\max}$ дипольное и недипольное приближения дают близкие результаты.

При $\zeta > 1$ ($\omega > \omega_0$) в дипольном приближении $\bar{E}' = 0$, тогда как учет недипольности приводит к $\bar{E}' \neq 0$.

Простую формулу для спектральной плотности излучения можно получить в области частот $\omega < \omega_{\max}$, если каналированные позитроны движутся в параболическом межплоскостном потенциале. Для этого необходимо воспользоваться формулой (2.4). При движении позитрона в параболическом потенциале $x(t) = x_0 \cos \Omega t$, где $\Omega = 2\theta_c/d$ и $|x_0| \leq d/2$. Подставляя это выражение $x(t)$ в (2.4) и замечая, что

$$\gamma v^*(t) = \gamma(v_{\perp}(t_2 + t) - v_{\perp}(t_2)) = -2\kappa \xi \sin \frac{\tau_1}{2} \cos \left(\tau_2 + \frac{\tau_1}{2} \right),$$

где $\kappa = \gamma \theta_c$, $\xi = 2x_0/d$, $\tau_1 = \Omega t$ и $\tau_2 = \Omega t_2$, получим после интегрирования по τ_2

$$\frac{dE}{d\omega} = 4Ne^2 \zeta \left\{ \int_0^{\infty} \frac{d\tau_1}{\tau_1} \left[\left(1 + (\kappa \xi)^2 \sin^2 \frac{\tau_1}{2} \right) \sin C J_0(D) - \right. \right. \\ \left. \left. - (\kappa \xi)^2 \sin^2 \frac{\tau_1}{2} \cos C J_1(D) \right] - \frac{\pi}{2} \right\}, \quad (5.17)$$

$$C = \zeta \left[\left(1 + \frac{(\kappa \xi)^2}{2} \right) \tau_1 - 2 (\kappa \xi)^2 \frac{\sin^2 \tau_1/2}{\tau_1} \right],$$

$$D = \frac{\zeta (\kappa \xi)^2}{2} \left(\sin \tau_1 - \frac{4 \sin^2 (\tau_1/2)}{\tau_1} \right).$$

Формула (5.17) справедлива при любых частотах. Мы видим, что параметр недипольности излучения κ входит в $\bar{E}'$ в виде комбинации $\zeta \kappa^2 \xi^2 / 2$. В области малых частот эта величина будет малой независимо от значения κ . В первом приближении по этому параметру $\bar{E}'$ приобретает вид

$$\frac{d\bar{E}}{d\omega} = N \pi e^2 \kappa^2 \zeta [1 - 2\zeta(1 - \zeta)] \int_0^1 d\xi \xi^2 \Theta \left(1 - \zeta \left(1 + \frac{\kappa^2 \xi^2}{2} \right) \right). \quad (5.18)$$

Эта простая формула хорошо описывает спектр излучения позитронов в области частот $\omega \ll \omega_{\max}$.

е) Сравнение результатов теории и эксперимента

При входе в кристалл из-за несовершенств поверхности решетки может произойти перераспределение частиц по углам, в результате чего спектральное распределение излучения, движущихся в кристалле частиц,

будет отличаться от спектрального распределения излучения в случае, когда поверхность кристаллической решетки является идеальной.

Полученные выше результаты показывают, что в случае позитронов при $\theta < \theta_c$ основной вклад в излучение в области малых частот $\omega < \omega_{\max}$ дают каналированные частицы (см. рис. 8 и 10), поэтому, сравнивая результаты теории и эксперимента в этой области частот, можно определить долю каналированных частиц в конкретном эксперименте. Представим с этой целью спектральную плотность излучения движущихся в кристалле частиц в области малых частот в виде

$$\frac{d\bar{E}}{d\omega} = \eta \frac{dE_c}{d\omega}, \quad \omega \lesssim \omega_{\max}, \quad (5.19)$$

где η — доля каналированных частиц ($\eta \leq 1$) и $dE_c/d\omega$ — спектральная плотность излучения каналированных частиц, и определим значение η из сопоставления результатов теории и эксперимента в области малых частот.

В 1978 г. в Стэнфорде был выполнен эксперимент, в котором измерялись спектры излучения позитронов с $\varepsilon = 4, 6, 10$ и 14 ГэВ при движении частиц в кристалле алмаза вблизи кристаллической плоскости $\langle 110 \rangle$ ²³.

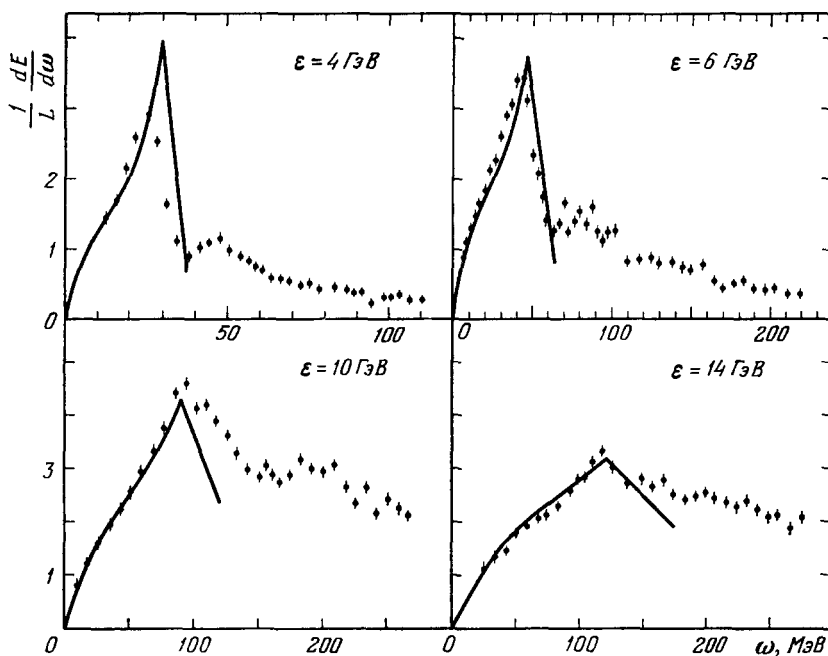


Рис. 11.

На рис. 11 представлены результаты этого эксперимента, относящиеся к случаю, когда позитроны падали на кристалл параллельно кристаллической плоскости^{23, 47}. По оси ординат отложена величина $(1/L) d\bar{E}/d\omega$ в см^{-1} , по оси абсцисс — энергия фотона в МэВ. Расходимость пучка была меньше, чем 10^{-5} рад; толщина кристалла $L = 80$ мкм. На этом же рисунке сплошными кривыми представлены результаты вычисления спектра излучения каналированных частиц в области малых частот $\omega \lesssim \omega_{\max}$. Вычисления проводились по формулам (5.18) и (5.19). Величина U_0 была

принята равной 20 эв — с таким значением U_0 достигается хорошая аппроксимация межплоскостного потенциала параболической функцией. Значения η подбирались из условия согласия результатов теории и эксперимента в области малых частот. При $\varepsilon = 4, 6, 10$ и 14 ГэВ эти величины соответственно равны $\eta = 0,7; 0,7; 0,85$ и $0,6$.

Мы видим, что в рассматриваемом эксперименте даже при $\theta = 0$ наряду с каналированными позитронами существует довольно большая группа надбарьерных частиц *). Появление этой группы частиц при $\theta = 0$ может быть обусловлено несовершенством кристаллической решетки (несовершенством поверхности, мозаичностью, протяженными дефектами). На

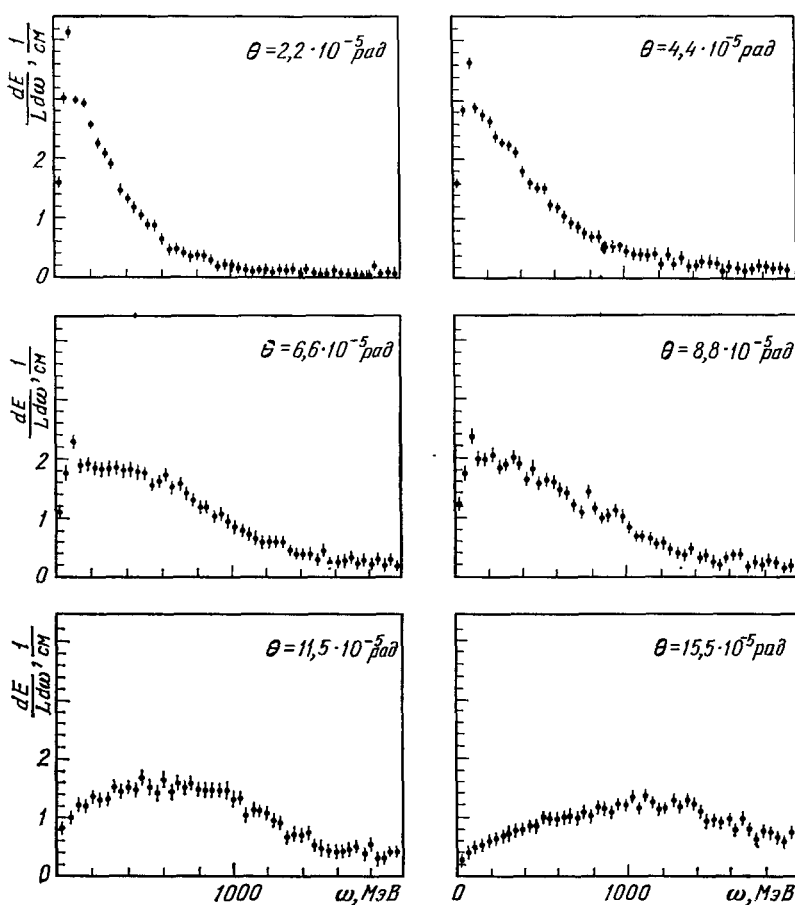


Рис. 12.

это обстоятельство указывает также серия измерений спектров излучения позитронов с $\varepsilon = 10$ ГэВ, выполненная в случае, когда $\theta \neq 0$ (рис. 12 ⁴⁷). Действительно, в эксперименте при увеличении θ от $\theta = 0$ до $\theta = \theta_c$ ($\theta_c = 6,8 \cdot 10^{-5}$ рад) не был обнаружен отмеченный выше (в конце пункта в)) рост интенсивности излучения каналированных частиц; результаты эксперимента показывают, что даже при $\theta > \theta_c$ в области малых

*) К аналогичному выводу пришли авторы работы ⁵¹.

частот $\omega < \omega_{\max}$ в излучение вносят вклад каналированные частицы; при $\theta > \theta_c$ в спектре излучения надбарьерных частиц отсутствует резкий максимум, что указывает на большой разброс этих частиц по углам.

В области больших частот ($\omega > \omega_{\max}$) существенный вклад в излучение вносят как каналированные, так и надбарьерные частицы. Спектр излучения последних весьма сильно зависит от разброса частиц по углам. Поскольку в рассматриваемом эксперименте распределение вышедших из кристалла частиц по углам не изучалось и не исследовались дефекты кристаллической решетки, мы не будем анализировать результаты эксперимента, относящиеся к этой области частот. По этой же причине в настоящей работе мы не будем останавливаться на сравнении результатов теории с результатами экспериментов²⁴⁻²⁶, в которых измерения спектров излучения проводились в условиях коллимации излучения.

Полученные в этом параграфе результаты могут быть использованы также для определения спектральной плотности излучения релятивистских частиц в ондуляторе⁵²⁻⁵⁵, т. е. в приборе, в котором поперечное движение частицы является периодическим. Принципиальное различие между излучением частиц в кристалле и в ондуляторе заключается в том, что в ондуляторе излучение всех частиц происходит одинаково, в кристалле же следует различать излучение каналированных и надбарьерных частиц. К этому следует добавить, что при движении частиц в кристалле вблизи кристаллической оси условие периодичности поперечного движения может вообще не иметь место (см. следующий раздел).

6. ДВИЖЕНИЕ РЕЛЯТИВИСТСКИХ ЭЛЕКТРОНОВ И ПОЗИТРОНОВ ВБЛИЗИ КРИСТАЛЛОГРАФИЧЕСКОЙ ОСИ

а) Приближение непрерывных цепочек

Мы перейдем теперь к исследованию взаимодействия релятивистских частиц с кристаллом в том случае, когда частица движется вблизи кристаллической оси. В отличие от движения вблизи кристаллической плоскости, которое по существу было одномерным (эффективная потенциальная энергия зависела только от расстояния до плоскости), теперь мы имеем дело с двумерной задачей о движении и излучении частицы в поле, создаваемом цепочками атомов кристалла, расположенных параллельно кри-

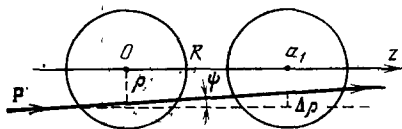


Рис. 13.

сталлической оси, вблизи которой движется частица. Мы будем предполагать, что взаимодействие частицы с разными цепочками атомов является независимым. Такое предположение оправдывается, если частица движется вдали от плотно упакованных кристаллических плоскостей либо если угол рассеяния частицы отдельной цепочкой атомов велик по сравнению с углом между падающим пучком и кристаллической плоскостью.

Угол рассеяния релятивистской частицы на отдельном атоме решетки мал ($\theta_1 \sim 2Ze^2/pvr$, ρ — прицельный параметр); поэтому если частица падает на кристалл под малым углом ψ к одной из кристаллических осей (оси z), то изменение прицельного параметра $\Delta\rho$ на соседних атомах решетки будет малым по сравнению с прицельным параметром $\Delta\rho \sim a_1(\psi + \theta_1) \ll \rho$ (рис. 13). Ясно, что в этих условиях для описания движения частицы в кристалле несущественны неоднородности потенциала вдоль оси z при переходе от одного атома к другому; поэтому потенциа-

ная энергия движущейся в кристалле частицы может быть представлена в виде

$$U(\rho) = \sum_n U_r(\rho - \rho_n), \quad U_r(\rho) = \frac{1}{a_1} \int_{-\infty}^{\infty} dz u(\rho, z), \quad (6.1)$$

где $U_r(\rho)$ — эффективная потенциальная энергия взаимодействия частицы с цепочкой атомов, расположенных параллельно оси z , ρ_n характеризует положение цепочки атомов в плоскости (x, y) , ортогональной оси z^* .

В поле (6.1), очевидно, сохраняется составляющая импульса частицы, параллельная оси z . В плоскости же (x, y) движение частицы описывается уравнением

$$\frac{d^2 \rho}{dt^2} = -\frac{1}{\varepsilon} \frac{\partial}{\partial \rho} U(\rho). \quad (6.2)$$

Первый интеграл этого уравнения имеет вид

$$\frac{\varepsilon}{2} \left(\frac{d\rho}{dt} \right)^2 + U(\rho) = \varepsilon_{\perp}(\rho_0), \quad (6.3)$$

где $\varepsilon_{\perp}(\rho_0) = (\varepsilon \dot{\rho}^2/2) + U(\rho_0)$ — энергия поперечного движения частицы и ρ_0 — точка влета частицы в кристалл.

На рис. 14 представлены эквипотенциальные поверхности $U(\rho) = \text{const}$ для алмаза, когда ось z параллельна оси $\langle 100 \rangle$ кристалла. (Для непрерывного потенциала отдельной цепочки атомов в вычислениях была использована формула $U_r(\rho) =$

$$= (2Ze^2/a_1) \sum_{i=1}^3 \alpha_i K_0(\beta_i \rho/R),$$

где $K_0(x)$ — Бесселева функция, $\alpha_i = (0,1; 0,55; 0,35)$ и $\beta_i = (6; 1,2; 0,3)$. Цифры у линий с равным потенциалом соответствуют значениям $U(\rho) = \text{const}$ в эВ. Значение $U(\rho)$ в центре ячейки принято равным нулю. Точки на рис. 14 обозначают центры ячеек; жирные кружки — оси цепочек атомов.) На этом же рисунке представлены типичные траектории движения в кристалле позитронов (кривые a и b) и электронов (кривые c и d) в плоскости (x, y) , ортогональной кристаллографической оси.

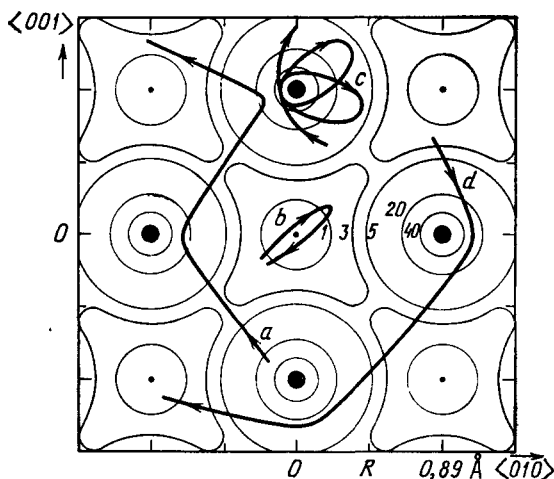


Рис. 14.

Мы видим, что движение позитронов и электронов в плоскости (x, y) может быть как финитным, так и инфинитным. Инфинитному движению ($\varepsilon_{\perp}(\rho_0) > U^*$, U^* — значение потенциальной энергии в средней точке между ближайшими цепочками атомов) соответствуют надбарьерные

*) Приближение непрерывных цепочек было введено Й. Линдхардом¹³ при рассмотрении движения в кристалле нерелятивистских каналированных положительно заряженных частиц. В релятивистском случае этим приближением можно пользоваться как для каналированных, так и для неканалированных частиц. Необходимо лишь, чтобы угол ϕ был достаточно мал.

частицы; финитному ($\varepsilon_{\perp}(\rho_0) < U^*$) — частицы, которые называются гиперканализованными^{14 *}).

Учитывая, что доля гиперканализованных частиц мала и что из-за деканализования число этих частиц уменьшается, мы рассмотрим далее движение и излучение только надбарьерных частиц. (Отметим, что всегда могут быть созданы условия, когда все движущиеся в кристалле частицы будут надбарьерными. Это требование выполняется, например, если $\psi > \psi_c$). Мы не будем при этом особо выделять группу канализованных позитронов, так как эта группа частиц принадлежит к надбарьерным частицам.

б) Рассеяние частицы на отдельной цепочке атомов

Рассмотрим сперва движение частицы в поле непрерывного потенциала отдельной цепочки атомов $U_r(\rho)$. Траектория падающей на цепочку частицы определяется в плоскости (x, y) уравнением

$$\frac{\varepsilon}{2} \left(\frac{d\rho}{dt} \right)^2 = \varepsilon_{\perp} - U_r(\rho), \quad \varepsilon_{\perp} = \frac{\varepsilon \psi^2}{2}, \quad (6.4)$$

откуда вытекает, что

$$t \equiv t(\rho) = \pm \frac{1}{\psi} \int_{\rho_0}^{\rho} \frac{d\rho'}{\sqrt{1 - [U_r(\rho')/\varepsilon_{\perp}] - (b^2/\rho'^2)}}, \quad (6.5)$$

где b — прицельный параметр цепочки (рис. 15), ρ_0 — расстояние наибольшего сближения частицы с цепочкой, знаки $+$ и $-$ соответствуют участкам траектории, на которых частица удаляется от цепочки и приближается к цепочке. Азимутальный угол рассеяния частицы цепочкой (см. рис. 15) равен

$$\varphi(b) = \pi - 2b \int_{\rho_0}^{\infty} \frac{d\rho/\rho^2}{\{1 - [U_r(\rho)/\varepsilon_{\perp}] - (b^2/\rho^2)\}^{1/2}}, \quad (6.6)$$

а угол рассеяния частицы цепочкой $\vartheta(b)$ связан с азимутальным углом $\varphi(b)$ соотношением

$$\vartheta(b) = 2\psi \sin \frac{\varphi(b)}{2}. \quad (6.7)$$

Если $\varepsilon_{\perp} \gg |U_r|$, т. е. если $\psi \gg \psi_c$, то $|\varphi(b)| \ll 1$, и

$$\vartheta(b) = \psi \varphi(b), \quad \varphi(b) = \frac{1}{2\varepsilon_{\perp}} \frac{\partial}{\partial b} \int_{-\infty}^{\infty} dx U_r(\rho), \quad (6.8)$$

где $\rho = \sqrt{x^2 + b^2}$ (ось x параллельна составляющей импульса падающей частицы в плоскости (x, y)).

) В случае движения вблизи кристаллографической оси термин «канализованная частица» применяется для положительно заряженных частиц, энергия которых $\varepsilon_{\perp} = \varepsilon \psi^2/2$ удовлетворяет условию $U^ < \varepsilon_{\perp} < \varepsilon \psi_c^2/2$, где $\psi_c^2 = \sqrt{4Ze^2/\varepsilon a_1}$ — критический угол канализования^{13, 14}. Ясно, что эти частицы совершают инфинитное движение в отличие от гиперканализованных частиц. Термин «канализованная частица» в случае движения вблизи кристаллической оси был введен, чтобы выделить частицы, не подходящие близко к ядрам и, в частности, не участвующие в ядерных реакциях.

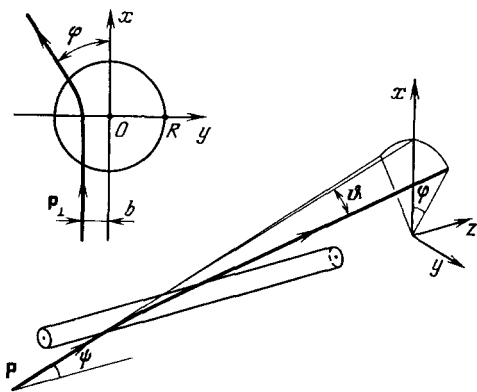


Рис. 15.

в) Многократное рассеяние быстрых частиц на цепочках атомов кристалла^{56, 57}

Приведенные формулы характеризуют рассеяние частицы на одной цепочке атомов. В случае, если толщина кристалла L велика, $L \gg \bar{a}^2/R\psi$ ($\bar{a} = (na_1)^{-1/2}$ — среднее расстояние между цепочками), необходим учет многократного рассеяния частиц на разных цепочках. Мы введем с этой целью функцию распределения частиц $f(\varphi, z)$, показывающую, как распределены частицы по углу φ на глубине z . Эта функция удовлетворяет кинетическому уравнению⁵⁶⁻⁵⁹

$$\frac{d}{dz} f(\varphi, z) = na_1 \psi \int_{-\pi}^{\pi} d\chi \left| \frac{db}{d\chi} \right| [f(\varphi + \chi, z) - f(\varphi, z)], \quad (6.9)$$

которое соответствует одномерному характеру рассеяния — рассеяние происходит только по углу φ . Элементарным процессом рассеяния здесь является рассеяние на отдельной цепочке атомов, а не рассеяние на отдельных атомах, как это имеет место, например, в аморфной среде. Для релятивистских частиц уравнение (6.9) справедливо независимо от соотношения между ψ и ψ_c ⁵⁶.

Решение уравнения (6.9) с учетом граничного условия $f(\varphi, 0) = \delta(\varphi)$ имеет вид

$$f(\varphi, z) = \frac{1}{2\pi} \sum_{k=-\infty}^{\infty} e^{ik\varphi} \exp \left(-2na_1 z \psi \int_{-\pi}^{\pi} d\chi \left| \frac{db}{d\chi} \right| \sin^2 \frac{k\chi}{2} \right). \quad (6.10)$$

Важной величиной, характеризующей рассеяние частиц в кристалле, является средний квадрат угла рассеяния частиц. Согласно (6.7) он определяется формулой

$$\overline{\vartheta^2}(L) = 4\psi^2 \int_{-\pi}^{\pi} d\varphi f(\varphi, L) \sin^2 \frac{\varphi}{2}. \quad (6.11)$$

Используя (6.10), имеем

$$\overline{\vartheta^2}(L) = 2\psi^2 \left[1 - \exp \left(-[2na_1 L \psi \int_{-\pi}^{\pi} d\chi \left| \frac{db}{d\chi} \right| \sin^2 \frac{\chi}{2}] \right) \right]. \quad (6.12)$$

Если $\psi \gg \psi_c$, то характерные значения углов рассеяния φ на отдельной цепочке атомов малы. При этом, если

$$\overline{\varphi^2} = 2na_1 L \psi \int_0^{\infty} db \varphi^2(b) \ll 1,$$

то при $\varphi \ll \sqrt{\overline{\varphi^2}}$ сумму в (6.10) можно заменить на интеграл. В этом случае распределение частиц будет гауссовым:

$$f(\varphi, L) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\overline{\varphi^2}}} e^{-\varphi^2/2\overline{\varphi^2}}. \quad (6.13)$$

При этом

$$\overline{\vartheta^2}(L) \approx \psi^2 \overline{\varphi^2} = \frac{8na_1 L}{\varepsilon^2 \psi} \int_0^{\infty} db \left(\frac{d}{db} \int_0^{\infty} dx U_r(\rho) \right)^2. \quad (6.14)$$

Если, в частности, в качестве потенциала отдельной цепочки атомов взять потенциал Линдхарда¹³

$$U_r(\rho) = \frac{Ze^2}{a_1} \ln \left(1 + \frac{3R^2}{\rho^2} \right),$$

то, согласно (6.14),

$$\overline{\vartheta^2}(L) = \sqrt{3} (4 - \pi) \frac{4\pi^2 Z^2 e^4 n R L}{\varepsilon^2 \psi a_1}. \quad (6.15)$$

Сравнивая это значение $\overline{\vartheta^2}(L)$ со средним квадратом угла рассеяния частиц в аморфной среде $\overline{\vartheta_a^2}$ (см. формулу (3.1)), находим, что

$$\frac{\overline{\vartheta^2}(L)}{\overline{\vartheta_a^2}} \sim \frac{R}{\psi a_1}. \quad (6.16)$$

Мы видим, что при достаточно малых значениях угла ψ средний квадрат угла рассеяния частиц в кристалле может значительно превысить

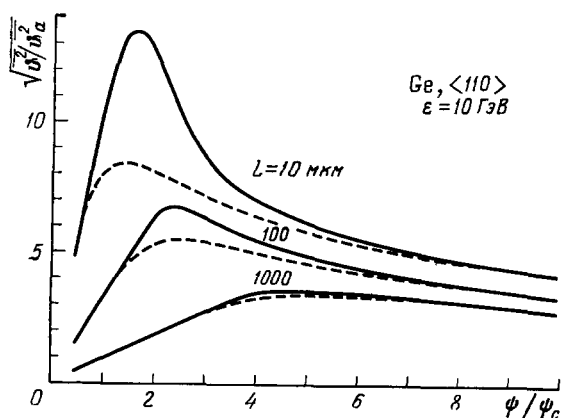


Рис. 16.

средний квадрат угла рассеяния частиц в аморфной среде. Напомним, что формула (6.16) справедлива, если $\psi \gg \psi_c$. На рис. 16 представлена зависимость $\sqrt{\overline{\vartheta^2}(L)/\overline{\vartheta_a^2}}$ от $\psi \times \psi_c^{-1}$ при произвольном соотношении между ψ и ψ_c . Эта зависимость получена с помощью численных расчетов на ЭВМ по формуле (6.12). В качестве непрерывного потенциала цепочки атомов в расчетах использован потенциал Линдхарда. Приведенные кривые относятся к позитронам (сплошные кривые) и к электронам (штриховые кривые)

с $\varepsilon = 10$ ГэВ, движущимся в кристаллах германия с толщинами $L = 10$; 100; 1000 мкм под малым углом ψ к кристаллической оси $\langle 110 \rangle$.

Полученные результаты показывают, что максимум $\sqrt{\overline{\vartheta^2}(L)/\overline{\vartheta_a^2}}$ достигается при $\psi \sim \psi_c$; величина $\overline{\vartheta^2}(L)$ уменьшается с уменьшением ψ при $\psi < \psi_c$.

7. ИЗЛУЧЕНИЕ ПРИ ДВИЖЕНИИ РЕЛЯТИВИСТСКОЙ ЧАСТИЦЫ ВБЛИЗИ КРИСТАЛЛИЧЕСКОЙ ОСИ

а) Излучение в тонком кристалле при $l_c \gg L$ ⁵⁶

В предыдущем разделе мы показали, что движение частицы вблизи кристаллической оси существенно отличается от движения в аморфной среде. Сильно отличается и рассеяние частиц в обоих случаях, поэтому существенно будет отличаться и излучение.

Мы перейдем теперь к рассмотрению излучения частиц при движении вблизи одной из кристаллографических осей кристалла (оси z), причем, так же как и в предыдущем параграфе, будем пользоваться классической электродинамикой. Основная доля частиц из падающего пучка совершает инфинитное движение в плоскости, ортогональной оси z (см. гл. 6),

поэтому мы ограничимся в дальнейшем рассмотрением излучения только этой группы частиц.

Начнем с простейшего случая излучения малых частот, предполагая, что длина когерентности велика по сравнению с толщиной кристалла $l_c \gg L$ и, кроме того, что $L \gg \bar{a}^2/R\psi$, где $\bar{a}$ — среднее расстояние между цепочками атомов. В этом случае частица, проходя через кристалл, будет взаимодействовать с большим числом различных цепочек атомов, расположенных параллельно оси z ; процессы рассеяния на отдельных цепочках атомов будем считать независимыми.

Спектральная плотность излучения E' при $l_c \gg L$ определяется, согласно (2.9), углом рассеяния частицы ϑ . Поскольку в рассматриваемом случае $\vartheta = \vartheta(\varphi)$, а угол φ может принимать различные значения, то E' необходимо усреднить по φ с функцией распределения $f(\varphi, L)$:

$$\frac{d\bar{E}}{d\omega} = \int_{-\pi}^{\pi} d\varphi f(\varphi, L) \frac{dE(\vartheta(\varphi))}{d\omega}. \quad (7.1)$$

Рассмотрим несколько наиболее интересных случаев. В дипольном приближении, когда $\gamma^2\bar{\vartheta}^2 \ll 1$, где $\bar{\vartheta}^2 = \bar{\vartheta}^2(L)$ — средний квадрат угла рассеяния частиц кристаллом (6.12), формула (7.1) приобретает вид

$$\frac{d\bar{E}}{d\omega} = \frac{2e^2}{3\pi} \gamma^2 \bar{\vartheta}^2(L). \quad (7.2)$$

Если $\psi \gg \psi_c$, то в соответствии с (6.14)

$$\frac{d\bar{E}'}{d\omega} = L \frac{16e^2 n a_1}{3\pi m^2 \psi} \int_0^\infty db \left(\frac{d}{db} \int_0^\infty dx U_r(\rho) \right)^2. \quad (7.3)$$

Спектральная плотность излучения в этом случае быстро увеличивается с уменьшением угла ψ .

Сравнивая найденное выражение для $\bar{E}'$ с формулой (3.3) для $E'_{\text{ВН}}$, находим, что $\bar{E}' \sim N_c E'_{\text{ВН}}$, где $N_c \sim R/a_1\psi$ — число атомов из отдельной цепочки, находящихся в пределах длины когерентности. Мы видим, что при $l_c \gg L$ усиление интенсивности излучения при движении частиц в кристалле по сравнению с излучением в аморфной среде обусловлено эффектом когерентности.

При $\psi \lesssim \psi_c$, как было показано в гл. 6, $\bar{\vartheta}^2(L)$ уменьшается с уменьшением ψ (см. рис. 16). Поэтому в области малых частот $\bar{E}'$ не зависит от ω и достигает максимальной величины при $\psi \sim \psi_c$.

Если $\gamma^2\bar{\vartheta}^2 \gg 1$, то в соответствии с (2.10б)

$$\frac{d\bar{E}}{d\omega} \approx \frac{2e^2}{\pi} \ln \gamma^2 \bar{\vartheta}^2(L). \quad (7.4)$$

Спектр излучения в кристалле в этом случае, так же как и в аморфной среде (см. (3.6, б)), почти не зависит от толщины кристалла L . Таким образом, при многократном рассеянии частиц на цепочках атомов кристалла, так же как и в аморфной среде, возможен эффект подавления излучения, но теперь излучения когерентного. Заметим, что так как в широкой области углов ψ выполняется условие $\bar{\vartheta}^2(L) \gg \bar{\vartheta}_a^2$, то в кристалле могут быть созданы более благоприятные условия для исследования эффекта подавления излучения, чем в аморфной среде.

При выводе формулы (7.1) не учитывалось переходное излучение, что справедливо при $\omega \gg L\omega_p^2$, где ω_p — плазменная частота, поэтому приведенными выше формулами можно пользоваться, если $l_c \gg L$ и $\omega \gg L\omega_p^2$.

б) Излучение в дипольном приближении
при $l_c \ll L$

Рассмотрим теперь излучение в условиях, когда $\bar{a}^2/R\psi \gg l_c \gg a_1$, предполагая по-прежнему, что взаимодействие частицы с разными цепочками атомов происходит независимо. Излучение в этом случае разыгрывается на длинах, меньших, чем расстояние, проходимое частицей между последовательными соударениями с цепочками атомов, поэтому излучение будет определяться взаимодействием частицы с полем отдельной цепочки атомов.

Спектральная плотность излучения определяется траекторией частицы в поле цепочки атомов (6.5), которая в свою очередь зависит от модуля прицельного параметра цепочки $|b|$, т. е. расстояния между осью цепочки и проекцией траектории падающей частицы на плоскость, ортогональную оси z . По этому прицельному параметру спектральная плотность излучения $dE(b)/d\omega$ должна быть, очевидно, усреднена с вероятностью $db/\bar{a}$, $|b| \leq \leq \bar{a}/2$. Так как частица взаимодействует с $L\psi/\bar{a}$ цепочками атомов кристалла, то для средней спектральной плотности излучения мы получим выражение ²¹

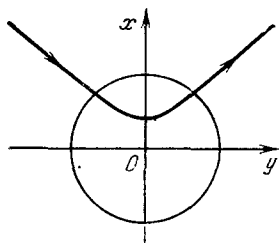


Рис. 17.

$$\frac{d\bar{E}}{d\omega} = L\psi na_1 \int_{-\infty}^{\infty} db \frac{dE(b)}{d\omega} \quad (7.5)$$

(мы воспользовались тем, что $\bar{a}^2 = 1/na_1$, и учли, что $E'(b)$ быстро убывает с ростом $|b|$).

Рассмотрим сперва дипольное приближение. Спектральная плотность излучения в этом случае, согласно (2.10), определяется квадратом фурье-компоненты ускорения $|W|^2 = |\int dt \dot{v}_1 e^{iqt}|^2 = W_x^2 + W_y^2$. Воспользовавшись уравнением (6.4) и формулой (6.5), имеем

$$W_x = \frac{2}{\varepsilon} \int_0^{\infty} dt \frac{x}{\rho} \frac{\partial U_r}{\partial \rho} \cos qt(\rho), \quad W_y = \frac{2}{\varepsilon} \int_0^{\infty} dt \frac{y}{\rho} \frac{\partial U_r}{\partial \rho} \sin qt(\rho)$$

(плоскость (x, y) расположена перпендикулярно оси цепочки, ось x здесь — ось симметрии траектории (рис. 17)). Так как $x/\rho = \cos \varphi^*(\rho)$, $y/\rho = \sin \varphi^*(\rho)$ и $dt = d\rho/\dot{\rho}$, где

$$\varphi^*(\rho) = b\psi \int_{\rho_0}^{\rho} \frac{d\rho}{\rho^2 \dot{\rho}}, \quad \dot{\rho} = \psi \sqrt{1 - \frac{U_r(\rho)}{\varepsilon_{\perp}} - \frac{b^2}{\rho^2}},$$

то окончательная формула для $d\bar{E}/d\omega$ в дипольном приближении имеет вид

$$\frac{d\bar{E}}{d\omega} = L \frac{8e^2 na_1 \delta}{\pi m^2 \psi} \int_{\delta}^{\infty} \frac{dq}{q^2} \left[1 - 2 \frac{\delta}{q} \left(1 - \frac{\delta}{q} \right) \right] \int_0^{\infty} db (A^2 + B^2), \quad (7.6)$$

где

$$A = \psi \int_{\rho_0}^{\infty} \frac{d\rho}{\dot{\rho}} \frac{\partial U_r}{\partial \rho} \cos \varphi^*(\rho) \cdot \cos qt(\rho), \quad B = \psi \int_{\rho_0}^{\infty} \frac{d\rho}{\dot{\rho}} \frac{\partial U_r}{\partial \rho} \sin \varphi^*(\rho) \cdot \sin qt(\rho).$$

В предельном случае малых частот, т. е. при $l_c \gg 2R/\psi$, $A \rightarrow -2\varepsilon_\perp \cos \varphi^*(\infty)$ и $B \rightarrow 0$, поэтому

$$\frac{d\bar{E}}{d\omega} \rightarrow L \frac{4e^2 n a_1 \gamma^2 \psi}{3\pi} \int_0^\infty db \vartheta^2(b), \quad (7.7)$$

где $\vartheta(b) = 2\psi \sin \varphi(b)/2$ — угол рассеяния частицы цепочкой ($\varphi(b) = \pi - 2\varphi^*(\infty)$). Заметим, что эта формула может быть получена также из формул (7.6) и (2.10, а), если в последней положить $\vartheta = \vartheta(b)$.

При $\varepsilon_\perp \gg |U_r|$, т. е. при $\psi \gg \psi_c$, в (7.6) может быть выполнено разложение по параметру ψ_c/ψ , в результате чего мы получим

$$\frac{d\bar{E}}{d\omega} = L \frac{e^2 n a_1 \delta}{2\pi^2 m^2 \psi^2} \int_{\delta/\psi}^\infty dg_x \int_{-\infty}^\infty dg_y \frac{g_x^2 + g_y^2}{g_x^2} \left[1 - \frac{2\delta}{\psi g_x} \left(1 - \frac{\delta}{\psi g_x} \right) \right] |U_r(g)|^2, \quad (7.8)$$

где

$$U_r(g) = \int d^2\rho U_r(\rho) \exp(ig\rho) \quad (7.9)$$

— фурье-компонента потенциальной энергии $U_r(\rho)$.

Если, используя соотношение $\bar{E} = L n \omega \sigma'$, перейти к сечению излучения частиц и воспользоваться определением непрерывной потенциальной энергии цепочки (6.1), то, как легко проверить, формула (7.8) приведет к борновскому выражению для сечения излучения.

Случай $\psi \gg \psi_c$ соответствует почти прямолинейной траектории частицы. Если же $\psi \lesssim \psi_c$, то необходим учет искривления траектории. Величина $\bar{E}'$ в этом случае должна быть найдена непосредственно по формуле (7.6).

На рис. 18 представлена зависимость спектральной плотности излучения электронов от частоты при $\psi = 0,3\psi_c$, $\psi = 0,9\psi_c$ и $\psi = 2,5\psi_c$, найденная по формуле (7.6) с помощью ЭВМ⁶⁰ (по оси ординат отложена величина $f_1 = (4e^2 n a_1 R U_1^2 L / \pi m^2 \psi_c)^{-1} (d\bar{E}/d\omega)$, а по оси абсцисс — ω/ω_L , где $\omega_L = 2\gamma^2 \psi_c / R$).

Вычисления выполнены для $U_r(\rho) = U_1 \exp(-\rho/R)$. Мы видим, что при $\psi < \psi_c$, в отличие от случая $\psi > \psi_c$, в области частот ω , для которой $l_c \sim 2\gamma^2/\omega \sim R/\psi_c$, находится максимум излучения. Наличие максимума обусловлено искривлением траектории частицы в поле цепочки атомов.

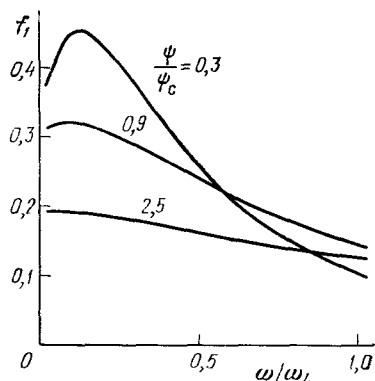


Рис. 18.

в) Излучение в области малых частот

До сих пор мы считали излучение дипольным. Выясним теперь к чему приводит недипольность излучения. Недипольность нужно учитывать при $\gamma\vartheta \gtrsim 1$ (ϑ — угол рассеяния частицы на цепочке атомов). Если $\psi \sim \psi_c$, то $\vartheta \sim \psi_c$, поэтому условие $\gamma\vartheta \sim \gamma\psi_c \gtrsim 1$ может выполняться при достаточно больших ε (в кристалле германия, например, это условие выполняется при $\varepsilon \gtrsim 1$ ГэВ).

Для малых частот, когда $\bar{a}^2/R\psi > l_c > 2R/\psi$, изменение радиуса кривизны траектории частицы в пределах длины когерентности l_c велико;

поэтому для нахождения входящей в (7.5) величины E' можно воспользоваться формулой (2.9). При этом спектральная плотность излучения E' определяется углом рассеяния частицы цепочкой $\vartheta(b)$ и

$$\frac{d\bar{E}}{d\omega} = 2La_1n\psi \int_0^\infty db \frac{dE(\vartheta(b))}{d\omega}. \quad (7.10)$$

В дипольном приближении эта формула переходит в формулу (7.7). Если же $\gamma\bar{\vartheta} \gg 1$, то

$$\frac{d\bar{E}}{d\omega} \approx Lna_1\psi \frac{8e^2R}{\pi} \ln \gamma\bar{\vartheta}, \quad (7.11)$$

где $\bar{\vartheta}$ — среднее значение угла рассеяния частицы цепочкой, $\bar{\vartheta} \sim \vartheta(R)$.

г) Излучение в области больших частот

В области больших частот, когда $2R/\psi \gg l_c \gg a_1$, изменение радиуса кривизны траектории частицы в пределах длины когерентности мало, поэтому для нахождения $E'(b)$ можно воспользоваться формулой (2.7). Заменив в (2.7) интегрирование по t_2 интегрированием по ρ с помощью соотношения $dt_2 = d\rho/\dot{\rho}$, где $\dot{\rho} = \psi \sqrt{1 - (U_r/\varepsilon_\perp)^2 - (b^2/\rho^2)}$, и используя уравнение движения $\dot{v}_\perp = -e^{-1}\partial U_r/\partial \rho$, запишем спектральное распределение излучения (2.7) в виде

$$\frac{dE(b)}{d\omega} = -\frac{8e^2\delta}{\sqrt{\pi}} \int_0^\infty \frac{d\rho}{\dot{\rho}} \left(\frac{\Phi'(u)}{u} + \frac{1}{2} \int_u^\infty dx \Phi(x) \right) \Theta \left(1 - \frac{U_r}{\varepsilon_\perp} - \frac{b^2}{\rho^2} \right), \quad (7.12)$$

где

$$u = \left| \frac{\omega m}{\gamma^2 \partial U_r / \partial \rho} \right|^{2/3}$$

и $\Theta(x)$ — ступенчатая функция. Подставив, далее, это выражение в (7.5), получим после интегрирования по b следующее выражение для $d\bar{E}/d\omega$ ²¹:

$$\frac{d\bar{E}}{d\omega} = \frac{4e^2}{\sqrt{3}} Lna_1\delta \int_{\rho'}^\infty \rho d\rho \int_{\omega/\omega_c}^\infty dx K_{5/3}(x), \quad \omega_c = \frac{3\gamma^2}{2m} \left| \frac{\partial U_r}{\partial \rho} \right|, \quad (7.13)$$

где $K_{5/3}(x)$ — модифицированная функция Бесселя (см. (2.12)) и $\rho' = 0$ для электронов и определяется из условия $\varepsilon_\perp = U_r(\rho')$ для позитронов.

д) Излучение электронами

Мы видим, что спектральные распределения излучения электронов и позитронов различны. Рассмотрим сперва излучение электронов. Для них, согласно (7.13), $\bar{E}'$ не зависит от угла влета ψ (отметим, однако, что от угла ψ зависит область применимости формулы (7.13): $2R/\psi > l_c$).

При $\omega > \omega_c(R)$ основной вклад в интеграл (7.13) по ρ вносят $\rho \lesssim R$. Здесь можно считать $U_r(\rho) \approx U_1 \ln(R/\rho) + \text{const}$, где $U_1 = Ze^2\eta/a_1$ и η — численный коэффициент порядка единицы, определяемый из условия наилучшей аппроксимации непрерывной потенциальной энергии цепочки функцией вида $U_1 \ln(R/\rho) + \text{const}$. Спектральная плотность излучения электронов в поле такого вида, согласно (7.13), имеет вид^{21 *}

$$\frac{d\bar{E}}{d\omega} = L \frac{2\pi e^2 U_1^2 n a_1}{3m^2 \delta}. \quad (7.14)$$

²¹ В работе²¹ допущены опечатки: в формуле (3) пропущен множитель e^2 , в формуле (4) множитель перед функцией $F(\zeta)$ должен содержать величину (U_0/m) в первой степени.

Эта формула отличается от соответствующей формулы для аморфной среды (3.3) множителем $k (\delta^{-1}/a_1)$, где $k = \pi\eta^2/8\ln(183Z^{-1/3})$ и (δ^{-1}/a_1) по порядку величины есть число атомов в пределах длины когерентности.

Заметим, что формула (7.14) остается в силе не только при $\gamma\bar{v} \gg 1$, но и в том случае, когда $\gamma\bar{v} < 1$. Действительно, подставляя $U_r = U_1 \ln(R/\rho) + \text{const}$ в формулу (7.6) и замечая, что в области больших частот $\omega > \omega_c(R)$ основной вклад в излучение вносят малые значения ρ , $\rho \ll R$, при которых в величинах $\dot{\rho}$, $\varphi^*(\rho)$ и $t(\rho)$ медленно меняющуюся функцию $U_1 \ln(R/\rho)$ можно заменить константой, получим после всех интегрирований формулу (7.14).

Если электроны падают на кристалл параллельно кристаллической оси z , то частицы, влетевшие вблизи центра ячейки, будут надбарьерными, а частицы, влетевшие вблизи оси цепочки, будут гиперканализованными.

Гиперканализованные электроны проходят через область $\rho \ll \sqrt{u^2}$, в которой расположены ядра атомов цепочки. При этом из-за многократного рассеяния на ядрах эти электроны будут выходить из режима гиперканализации и превращаться в надбарьерные частицы. Таким образом, доля надбарьерных частиц будет увеличиваться с глубиной проникновения частиц в кристалл. Поскольку спектр излучения надбарьерных электронов (7.14) не зависит от величины угла ψ , то, сопоставляя спектральное распределение излучения (7.14) с экспериментальным распределением излучения движущихся в кристалле электронов, можно оценить долю надбарьерных частиц.

В ХФТИ²⁷, в НИИЯФ г. Томска²⁸ и в ЕФИ²⁵ были измерены спектры излучения электронов с $\varepsilon = 1,2$ ГэВ, $\varepsilon = 0,9$ ГэВ и $\varepsilon = 4,7$ ГэВ при движении электронов параллельно кристаллографической оси алмаза

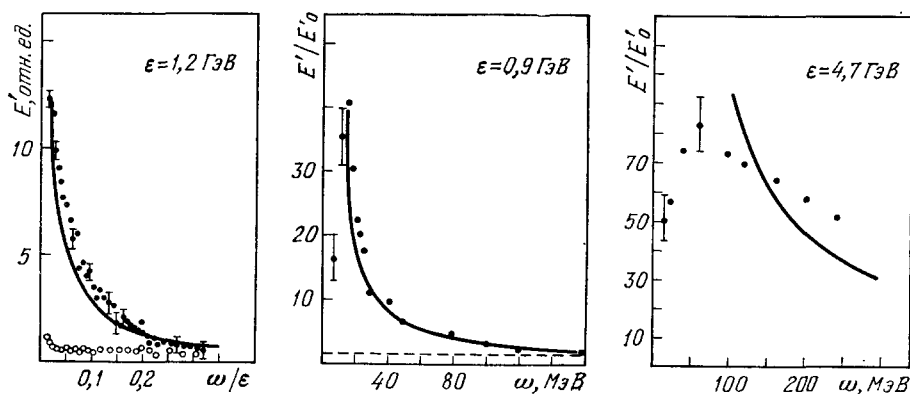


Рис. 19.

$\langle 110 \rangle$ ^{27,28} и $\langle 100 \rangle$ ²⁵. Результаты этих экспериментов представлены на рис. 19 (светлые кружки и E'_0 соответствуют излучению в разориентированном кристалле, измеренному в относительных единицах; E' — спектр излучения в случае, когда пучок падает на кристалл параллельно кристаллической оси). На этом же рисунке представлена величина $\bar{E}/E'_{\text{вн}}$ (сплошные кривые), найденная по формуле (7.14) и (3.3)*). Сравнение

*) Для оси $\langle 110 \rangle$ алмаза U_1 принято равным 31 эВ; при таком U_1 достигается хорошая аппроксимация потенциальной энергии $U_r(\rho)$ функцией $U_1 \ln(R/\rho) + \text{const}$ при $\rho \ll R$. Для оси $\langle 100 \rangle$ $U_1 \approx 26$ эВ.

результатов теории с результатами экспериментов в области применимости формулы (7.14) показывает, что в этих экспериментах почти все электроны являются надбарьерными.

В ХФТИ был выполнен эксперимент³⁰, в котором измерены спектры излучения электронов с $\varepsilon = 1,2$ ГэВ в кристалле кремния в условиях, когда гиперканалирование электронов возможно ($\psi \approx 0$), и когда это явление заведомо отсутствует ($\psi > \psi_c$)^{*}). Электроны падали на кристалл вблизи кристаллической оси $\langle 110 \rangle$. Расходимость падающего пучка была

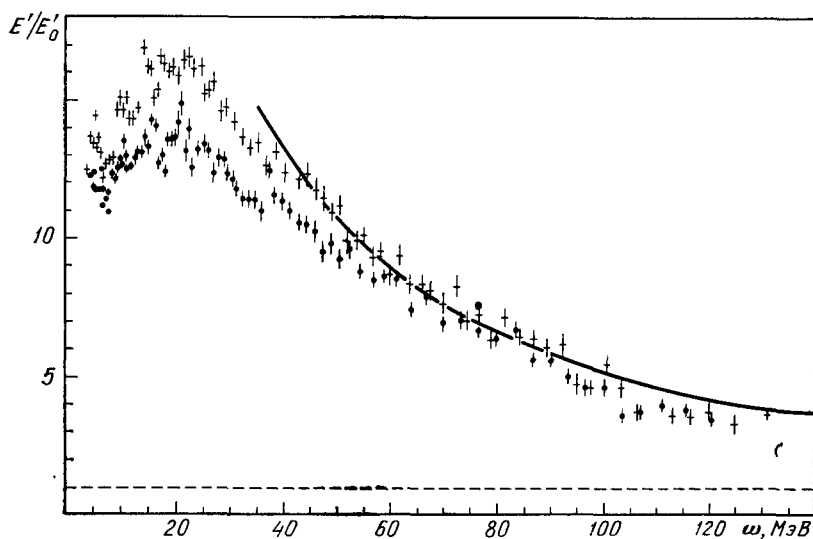


Рис. 20.

меньше критического угла каналирования. Измерения в этом эксперименте, в отличие от²⁵⁻²⁹, проводились в условиях, когда коллимация излучения отсутствовала. Результаты эксперимента представлены на рис. 20: крестики относятся к случаю, когда $\psi = 0$, точки — к случаю, когда $\psi = 0,5$ мрад. Штриховая линия соответствует измеренному спектру излучения из разориентированного кристалла. Жирная линия соответствует спектру излучения, найденному по формуле (7.14) с $U_1 = 51$ эВ.

Мы видим, что разориентация кристалла на угол ψ порядка ψ_c не сказывается на интенсивности излучения электронов в области больших частот^{**}). Это свидетельствует о том, что группа надбарьерных частиц играет определяющую роль в излучении проходящего через кристалл пучка электронов.

В области малых частот, $\omega < \omega_c(R)$, интенсивность излучения сильно зависит от распределения частиц по углам (см. формулы (7.6) и (7.10)). Это распределение изменяется с глубиной проникновения электронов в кристалл. Поскольку распределение вышедших из кристалла частиц по углам в экспериментах²⁵⁻³⁰ не изучалось, мы не будем здесь анализировать результаты измерений, относящиеся к области малых частот.

^{*}) На необходимость проведения такого эксперимента было обращено внимание в работе²¹.

^{**}) Аналогичные результаты были получены в эксперименте²⁹ (см. там рис. 1а). В этом эксперименте, однако, измерения проводились при коллимации излучения, что сильно сказывается на виде спектра излучения в области малых частот.

е) Излучение позитронами

В отличие от электронов величина $\bar{E}'$ для позитронов зависит от угла ψ (или же от расстояния ρ_0 наибольшего сближения позитрона с осью цепочки). По этим величинам, вообще говоря, должно быть произведено усреднение. В частности, если пучок падает параллельно кристаллической оси, то усредненная по ρ_0 спектральная плотность излучения определяется формулой

$$\frac{d\bar{E}}{d\omega} = na_1 \int d^2\rho_0 \frac{d\bar{E}(\rho_0)}{d\omega}, \quad (7.15)$$

где интегрирование по ρ_0 выполняется в пределах элементарной ячейки в плоскости, ортогональной к оси цепочки.

Позитроны, влетевшие в центре ячейки, будут совершать финитное движение в плоскости (x, y) (см. рис. 14) — они движутся в области с малым градиентом потенциала, и поэтому интенсивность их излучения мала.

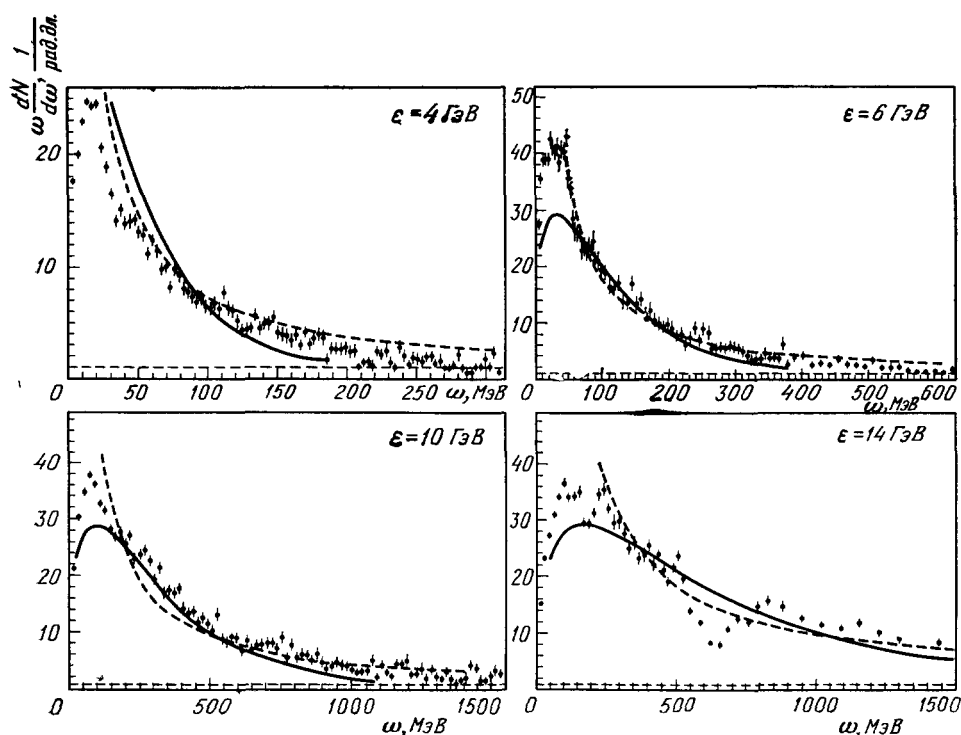


Рис. 21*).

Позитроны, влетевшие вблизи оси цепочки (надбарьерные позитроны), будут двигаться в области с большим градиентом потенциала, поэтому интенсивность излучения этими позитронами будет большой.

*) Представленные на рис. 21 экспериментальные данные публикуются с любезного согласия И. И. Мирошниченко. Эти данные получены в совместном советско-американском эксперименте группой И. И. Мирошниченко, Д. Д. Мерри, Г. Х. Фигут, Р. О. Авакян. Эксперимент и его результаты кратко описаны в ²³.

Подставляя в (7.15) выражение (7.13) для $\bar{E}'(\rho_0)$, получим спектр излучения надбарьерных позитронов в области больших частот. В частности, если $U_r(\rho)$ аппроксимировать функцией вида $U_r = U_1 R/\rho^{61}$, то

$$\frac{d\bar{E}}{d\omega} = L \frac{\pi^2 e^2 (na_1)^2 U_1^2 R^2}{m^2 \delta}. \quad (7.16)$$

Эта формула отличается от соответствующей формулы для аморфной среды множителем $k^* (nR^2/\delta)$, где $k^* = \pi^2 \eta^2 / 16 \ln 183 Z^{-1/3}$ и $nR^2/\delta \sim (\delta^{-1}/a_1) (R^2/a_1^2)$ (первый множитель представляет собой число атомов, находящихся на длине когерентности; второй определяет долю частиц, движущихся в области с большим градиентом потенциала).

Если потенциал цепочки аппроксимировать функцией $U_r(\rho) = U_1 \left(1 - \frac{\rho}{R^*}\right) \Theta(R^* - \rho)$, где $\Theta(R^* - \rho)$ — ступенчатая функция и U_1 и R^* — подгоночные параметры, определяемые из условия наилучшей аппроксимации $U_r(\rho)$ используемой функцией, то, согласно (7.13) и (7.15) ²¹,

$$\frac{d\bar{E}}{d\omega} = \frac{L}{4m} \pi \sqrt{3} U_1 (na_1)^2 R^{*3} F(\zeta), \quad \zeta = \frac{4}{3} \frac{\delta m R^*}{U_1}, \quad (7.17)$$

где $F(\zeta)$ — функция, используемая в теории синхротронного излучения (см. (2.12)). Из формулы (7.17) следует, что максимум $\bar{E}'$ превышает $E'_{\text{ВН}}$ примерно в $(mna_1 R^{*3}/10Ze^2)$ раз.

В Стэнфорде был выполнен эксперимент, в котором измерялись спектры излучения позитронов с энергией $\varepsilon = 4, 6, 10$ и 14 ГэВ при падении частиц на кристалл алмаза вдоль оси $\langle 100 \rangle$. Результаты этого эксперимента представлены на рис. 21. (По оси ординат отложена величина $(\omega/L_R) dN/d\omega$, где $dNd\omega$ — измеренное число фотонов в интервале частот $(\omega, \omega + d\omega)$.) Пунктирная кривая соответствует формуле (7.16) с $U_1 = 34$ эВ, сплошная кривая — формуле (7.17), в которой положено $U_1 = 50$ эВ и $R^* = 1,6 R$.

Мы видим, что в рассматриваемом эксперименте определяющую роль играют надбарьерные позитроны, т. е. позитроны, совершающие инфинитное движение в плоскости, ортогональной к оси $\langle 100 \rangle$.

8. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Итак, мы видим, что процесс излучения релятивистской частицей в веществе разыгрывается в большой пространственной области вдоль траектории частицы. Если в пределах этой длины находится большое число атомов вещества, то излучение будет происходить иначе, чем при движении частицы в разреженном газе атомов.

В аморфной среде при больших энергиях может иметь место подавление излучения (эффект Ландау — Померанчука и эффект уменьшения излучения в тонком слое вещества): для этого необходимо, чтобы средний квадрат угла рассеяния частицы в пределах длины когерентности превышал характерный угол излучения релятивистской частицы.

При движении быстрых электронов и позитронов вблизи кристаллической оси или плоскости могут иметь место когерентные и интерференционные эффекты, приводящие к усилению интенсивности излучения по сравнению с интенсивностью излучения для аморфной среды.

При движении вблизи кристаллической плоскости имеются как каналированные, так и надбарьерные частицы. Обе эти группы частиц интенсивно излучают, но в различных областях частот.

Наибольшее усиление излучения достигается при движении частиц вблизи кристаллической оси. Характер движения частиц в кристалле в этом случае существенно отличается от характера движения в аморфной среде. При движении частицы вблизи кристаллической оси, так же как и при движении вблизи кристаллической плоскости, существуют гиперканализованные и надбарьерные частицы. Важно отметить, что доля надбарьерных частиц при движении вблизи оси всегда велика (при движении вблизи плоскости она может быть и большой и малой — в зависимости от ориентации плоскости по отношению к импульсу падающих частиц). Сравнение имеющихся экспериментальных данных с результатами теории показывает, что группа надбарьерных частиц вносит основной вклад в излучение проходящего через кристалл пучка частиц.

При движении релятивистских частиц в кристалле возможен эффект подавления излучения, аналогичный эффекту Ландау — Померанчука. В отличие от аморфного вещества, в кристалле подавляется когерентное излучение. Этот эффект обусловлен большим рассеянием частиц в кристалле на длине когерентности. Эффект возникает при энергиях значительно более низких, чем в случае аморфной среды.

Подобно тормозному излучению, в образовании электрон-позитронных пар в кристалле фотоном или заряженной частицей также могут иметь место когерентные и интерференционные эффекты^{9,10,62}. Благодаря этим эффектам пары в кристалле будут образовываться более интенсивно, чем в аморфной среде. Этот эффект обусловлен тем, что эффективная длина, на которой образуется высокоэнергетическая пара, может достигать макроскопического размера и заключать в себе большое число атомов кристаллической решетки.

Благодаря когерентным эффектам в излучении и в образовании электрон-позитронных пар, электромагнитные ливни в кристаллах могут разыгрываться на длинах, которые на один-два порядка меньше, чем в аморфной среде⁶³. Эти эффекты мы, однако, здесь не будем рассматривать (см. по этому поводу работы^{9,63-66}). Рассмотрение этих эффектов, так же как и таких вопросов, как угловое распределение излучения, излучение в области больших частот^{22,42,67-69}, ориентационные зависимости в полном выходе излучения^{20,70-72}, движение и излучение электронов с малой энергией^{73,74}, движение быстрых частиц в изогнутом кристалле^{75,76}, влияние тепловых колебаний атомов решетки на движение и излучение релятивистских частиц^{10,42}, квантовые эффекты во взаимодействии быстрых частиц с монокристаллом (см., например, работы^{26,77-81}), развитие в пространстве и времени электродинамических процессов при высоких энергиях в монокристаллах^{39,41,82}, требуют специальных обзоров.

СПИСОК ОСНОВНЫХ ОБОЗНАЧЕНИЙ

Z	— заряд ядра атома.
$\varepsilon, \mathbf{p}, \mathbf{v}, \gamma = \varepsilon/m$	— энергия, импульс, скорость и Лоренц-фактор падающей частицы.
$\varepsilon', \mathbf{p}', \mathbf{v}'$	— энергия, импульс и скорость электрона после излучения фотона.
$\omega, \mathbf{k} = \omega \mathbf{n}$	— частота и волновой вектор фотона.
$\mathbf{v}_\perp(t)$	— проекция скорости частицы в момент времени t на плоскость, ортогональную $\mathbf{v}$.
l_0	— длина когерентности.
R	— радиус экранировки атома.
n	— плотность атомов.
ω_p	— плазменная частота.
L_R	— радиационная длина.
$E' = dE/d\omega$	— спектральная плотность излучения частицы, движущейся по траектории $\mathbf{r}(t)$.

$\bar{E}' = d\bar{E}/d\omega$	— среднее по различным траекториям значение спектральной плотности излучения частицы в веществе.
$\mathbf{q} = \mathbf{p} - \mathbf{p}' - \mathbf{k}$	— импульс, переданный при излучении внешнему полю.
$q_{ }, q_{\perp}$	— продольная и поперечная $\mathbf{p}$ компоненты вектора $\mathbf{q}$.
$\delta^* = \omega m^2/2\epsilon\epsilon'$	— минимальное значение $q_{ }$.
$\mathbf{g}$	— вектор обратной решетки.
$\bar{a}_i$ ($i = 1, 2, 3$)	— постоянные решетки вдоль осей z , y и x .
$\frac{\Delta}{u^2}$	— объем элементарной ячейки.
N_0	— средний квадрат амплитуды тепловых колебаний атомов решетки.
N_c	— число атомов в кристалле.
$\mathbf{r}_k$	— положение k -го атома в веществе.
$\mathbf{r}_0$	— точка влета частицы в кристалл.
$u(\mathbf{r}), u_{\mathbf{q}}$	— потенциальная энергия взаимодействия электрона с отдельным атомом вещества и ее фурье-компонента.
$U(\mathbf{r}), U(\mathbf{q})$	— потенциальная энергия взаимодействия электрона с полем кристаллической решетки и ее фурье-компонента.
$U_p(x), U_r(\rho)$	— непрерывная потенциальная энергия взаимодействия электрона с атомами отдельной кристаллической плоскости и отдельной цепочки атомов кристалла, вблизи которых движется электрон.
T_c, T_u	— периоды колебаний каналированной и надбарьерной частиц.
ψ	— угол между $\mathbf{p}$ и кристаллической осью z .
α	— угол между проекцией вектора $\mathbf{p}$ на плоскость (x, y) и осью y .
θ	— угол между $\mathbf{p}$ и кристаллографической плоскостью (y, z) .
θ_c, ψ_c	— критические углы плоскостного и осевого каналирования.
d	— расстояние между кристаллографическими плоскостями, вблизи которых движется электрон.
$d\sigma_c, d\sigma_n$	— когерентный и некогерентный поперечники излучения.
$\kappa = \gamma\theta_c$	— параметр недипольности излучения каналированной частицы.
$\Theta(\zeta)$	$= \begin{cases} 1, \zeta \geq 0 \\ 0, \zeta < 0 \end{cases}$ — ступенчатая функция.
$g(\theta)$	— функция распределения влетевших в кристалл частиц по углам.
b	— прицельный параметр цепочки атомов.
ρ	— расстояние до оси цепочки.
$\bar{a}$	— среднее расстояние между цепочками атомов.
$\Phi(b)$	— азимутальный угол рассеяния частицы цепочкой атомов.
$f(\varphi, z)$	— функция распределения частиц по углу φ на глубине z .
$\bar{\theta}_a^2(s)$	— средний квадрат угла многократного рассеяния частиц на длине s в аморфной среде.
$\bar{\theta}_\Delta^2(s)$	— средний квадрат угла многократного рассеяния частиц цепочками атомов кристалла на длине s .

Физико-технический институт
АН УССР, Харьков

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. А х и е з е р А. И., Б е р е с т е ц к и й В. Б. Квантовая электродинамика.— М.: Наука, 1969.
2. Ч е р е н к о в П. А.— ДАН СССР, 1934, т. 2, с. 451.
3. В а в и л о в С. И.— Ibid., с. 457.
4. Т а м м И. Е., Ф р а н к И. М.— Ibid., 1937, т. 14, с. 107.
5. F e r m i E.— Phys. Rev., 1940, v. 57, p. 485.
6. Т е р - М и к а е л я н М. Л.— ЖЭТФ, т. 25, с. 296; Автореферат канд. диссертации.— М.: ФИАН СССР, 1953.
7. Л а н д а у Л. Д., П о м е р а н ч у к И. Я.— ДАН СССР, 1953, т. 92, с. 535, 735.
8. F e r r e t t i B.— Nuovo Cimento, 1950, v. 5, p. 118.
9. Ü b e r a l l H.— Phys. Rev., 1956, v. 103, p. 1055.
10. Т е р - М и к а е л я н М. Л. Влияние среды на электромагнитные процессы при высоких энергиях.— Ереван: Изд-во АН Арм. ССР, 1969.
11. А х и е з е р А. И., Ф о м и н П. И., Ш у л ь г а Н. Ф.— Письма ЖЭТФ, 1971, т. 13, с. 713.
12. А х и е з е р А. И., Б о л д ы ш е в В. Ф., Ш у л ь г а Н. Ф.— Пробл. физ. ЭЧАЯ, 1979, т. 10, с. 51.
13. L i n d h a r d J.— Mat. fys. medd. Kgl. Danske vid. Selskab., 1965, v. 34, No. 14; перевод: УФН, 1969, т. 99, с. 249.

14. Gemmell D. S.—*Rev. Mod. Phys.*, 1974, v. 46, p. 129.
15. Кумахов М. А., Ширмер Г. Атомные столкновения в кристаллах.— М.: Атомиздат, 1980.
16. KumaKhov M. A.—*Phys. Lett. Ser. A*, 1976, v. 57, p. 17; *ЖЭТФ* 1977, т. 72, с. 1489.
17. Ахиезер А. И., Болдышев В. Ф., Шульга Н. Ф.—*ДАН СССР*, 1977, т. 236, с. 830.
18. Базылев В. А., Жеваго Н. К.—*ЖЭТФ*, 1977, т. 73, с. 1697.
19. Барышевский В. Г.— В кн. *Материалы XV зимней школы ЛИЯФ*. — Ленинград, 1980. — С. 199.
20. Ахиезер А. И., Ахиезер И. А., Шульга Н. Ф. Препринт ХФИ АН УССР 78-17.— Харьков, 1978; *ЖЭТФ*, 1979, т. 76, с. 1244.
21. Шульга Н. Ф.—*Письма ЖЭТФ*, 1980, т. 32, с. 179.
22. Гришаев И. А., Коваленко Г. Д., Шраменко Б. И.—*ЖЭТФ*, 1977, т. 72, с. 437.
23. Мирошниченко И. И., Мёрри Д. Д., Авакян Р. О., Фигут Г. Х.—*Письма ЖЭТФ*, 1979, т. 29, с. 786.
24. Витко В. И., Гришаев И. А., Коваленко Г. Д., Шраменко Б. И.—*Письма ЖЭТФ*, 1979, т. 5, с. 1291.
25. Аганьянц А. О., Варганов Ю. А., Вартапетян Г. А. и др.—*Письма ЖЭТФ*, 1979, т. 29, с. 554.
26. Alguard M. J., Swent R. L., Pantell R. H. et al.—*Phys. Rev. Lett.*, 1979, v. 42, p. 1148; v. 43, p. 1723.
27. Бочек Г. Л. и др.—*Вопр. ат. науки и техн. Сер. «Общая и ядерная физика»*, 1979, вып. 2, с. 44.
28. Воробьев С. А. и др.—*Письма ЖЭТФ*, 1979, т. 29, с. 414.
29. Воробьев С. А., Диденко А. Н., Забаев В. Н. и др.—*Ibid.*, 1980, т. 32, с. 261.
30. Ганенко В. Б., Генденштейн Л. Э., Мирошниченко И. И. и др.—*Ibid.*, с. 397.
31. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. *Теория поля*.— М.: Наука, 1967.
32. Иваненко Д. Д., Соколов А. А. *Классическая теория поля*.— М.: Гостехиздат, 1951.
33. Месси Н., Мотт Г. *Теория атомных столкновений*.— М.: Мир, 1969.
34. Bethe H., Heitler W.—*Proc. Roy. Soc. Ser. A*, 1934, v. 146, p. 83.
35. Мигдал А. Б.—*ЖЭТФ*, 1957, т. 32, с. 633.
36. Тер-Микаелян М. Л.—*ДАН СССР*, 1954, т. 94, с. 1033.
37. Фомин С. П., Шульга Н. Ф.—*Письма ЖЭТФ*, 1978, т. 27, с. 126.
38. Терновский Ф. Ф.—*ЖЭТФ*, 1960, т. 39, с. 171.
39. Фейнберг Е. Л.—*ЖЭТФ*, 1966, т. 50, с. 202; *УФН*, 1980, т. 132, с. 255.
40. Никитин Ю. П., Розенталь И. Л., Сергеев Ф. М.—*УФН*, 1977 т. 121, с. 3.
41. Shul'ga N. F.— In: *Proc. of the 7th Intern. Conference on Atomic Collisions in Solids. Moscow, 1977*.— М.: Моск. ун-т, 1981,— Т. 1, с. 141.
42. Шульга Н. Ф., Трутень В. И., Фомин С. П. Препринт ХФИ АН УССР, 80-32.— Харьков, 1980; *Письма ЖЭТФ*, 1980, т. 6, с. 1037.
43. Болдышев В. Ф., Шульга Н. Ф.— В кн.: *Труды VIII Всесоюзного совещания по физике взаимодействия заряженных частиц с монокристаллами*.— М.: Изд-во Моск. ун-та, 1977.— С. 84.
44. Diambrini G.—*Rev. Mod. Phys.*, 1968, v. 40, p. 611.
45. Timm U.—*Fortschr. Phys.*, 1971, Bd. 17, S. 765.
46. Байер В. Н., Катков В. М., Страховенко В. М.— Препринт ИЯФ СО АН СССР 80-03.— Новосибирск, 1980.
47. Шульга Н. Ф., Генденштейн Л. Э., Мирошниченко И. И., Перушин Е. В., Фомин С. П., Авакян Р. О.—*ЖЭТФ*, 1982, т. 82, с. 50.
48. Базылев В. А., Жеваго Н. К.—*УФН*, 1979, т. 127, с. 529.
49. Базылев В. А., Глебов В. И., Жеваго Н. К.—*ЖЭТФ*, 1980, т. 78, с. 62.
50. KumaKhov M. A., Tricalinos Ch. G.—*Phys. Stat. Sol. Ser. b*, 1980, v. 99, p. 449.
51. Базылев В. А., Белошицкий В. В., Глебов В. И., Жеваго Н. К., Кумахов М. А., Трикалинос Х.—*ЖЭТФ*, 1981, т. 80, с. 608.
52. Гинзбург В. Л.—*Изв. АН СССР. Сер. физ.*, 1947, т. 11, с. 165.
53. Корхмазян Н. А.—*Изв. АН Арм. ССР. Сер. «Физика»*, 1972, т. 7, с. 144.
54. Баейр В. Н., Катков В. М., Страховенко В. М.—*ЖЭТФ*, 1972, т. 63, с. 2121.

55. Алфёров Д. Ф., Башмаков Ю. А., Бессонов Е. Г.— Тр. ФИАН СССР, 1975, т. 80, с. 100.
56. Фомин С. П., Шутьга Н. Ф. Препринт ХФТИ АН УССР 79-42.— Харьков, 1979.
57. Шутьга Н. Ф., Трутень В. И., Фомин С. П.— В кн. Материалы XI совещания по физике взаимодействия заряженных частиц с кристаллами.— М.: Изд-во Моск. ун-та, 1982.— С. 249; ЖТФ, 1982, № 4, с. 796.
58. Белошицкий В. В., Кумахов М. А.— ФТТ, 1973, т. 15, с. 1588.
59. Golovchenko J. A.— Phys. Rev. Ser. B, 1976, v. 13, p. 4672.
60. Витько В. И., Насонов Н. Н., Шутьга Н. Ф.— В кн. Всесоюзный семинар по электромагнитным взаимодействиям адронов в резонансной области энергий.— Харьков: ХФТИ, 1981.— С. 7.
61. Rosner J. S., Gibson W. M. et al.— Phys. Rev. Ser. B, 1978, v. 18, p. 1066.
62. Ахиезер А. И., Трутень В. И., Фомин С. П., Шутьга Н. Ф.— ДАН СССР, 1979, т. 249, с. 338.
63. Ахиезер А. И., Шутьга Н. Ф.— Письма ЖЭТФ, 1980, т. 32, с. 318.
64. Бонч-Осмоловский А. Г., Подгорецкий М. И.— ЯФ, 1979, т. 29, с. 432.
65. Ерлыкин А. Д. и др.— Тр. ФИАН СССР, 1979, т. 109, с. 62.
66. Erlykin A. D., Kulichenko A. K., Nikolsky S. I., Chubenko A. P. Preprint P. N. Lebedev Physical Institute No. 80.— Moscow, 1980.
67. Шутьга Н. Ф., Трутень В. И., Фомин С. П.— УФЖ, 1981, т. 26, с. 1105.
68. Жеваго Н. К.— ЖЭТФ, 1978, т. 75, с. 1389.
69. Авакян Р. О., Армаганиян А. А., Арутюнян Л. Г., Дарбинян С. М., Калашников Н. П.— Письма ЖЭТФ, 1975, т. 21, с. 451.
70. Мороховский В. Л., Коваленко Г. Д., Гришаев И. А. и др.— Ibid., 1972, т. 16, с. 162.
71. Walker R. L. et al.— Phys. Rev. Lett., 1970, v. 25, p. 5.
72. Болдышев В. Ф., Фомин С. П., Шутьга Н. Ф.— В кн. Труды X Всесоюзного совещания по физике взаимодействия заряженных частиц с кристаллами.— М.: Изд-во Моск. ун-та, 1981.— Т. I, с. 96.
73. Коробочко Ю. С., Космач В. Ф., Минаев В. И.— ЖЭТФ, 1965, т. 48, с. 1248.
74. Andersen J. U., Laegsgaard E.— Phys. Rev. Lett., 1980, v. 44, p. 1079.
75. Tsuganov E. N.— Preprint Fermilab. TM 684.— 1976.
76. Водошнянов А. С., Головатюк В. М. и др.— Письма ЖЭТФ, 1979, т. 30, с. 474.
77. Fomin S. P., Shul'ga N. F.— Phys. Lett. Ser. A, 1979, v. 73, p. 131.
78. Трутень В. И., Фомин С. П., Шутьга Н. Ф. Препринт ХФТИ АН УССР 82-10.— Харьков, 1982.
79. Каган Ю., Кононец Ю. В.— ЖЭТФ, 1970, т. 58, с. 226.
80. Каган Ю., Бабаханиян Э. А., Кононец Ю. В.— Письма ЖЭТФ, 1980, т. 31, с. 776.
81. Pantell R. H., Alguard M. J.— J. Appl. Phys., 1979, v. 50, p. 798.
82. Трутень В. И., Фомин С. П., Шутьга Н. Ф.— Вopr. ат. науки и техн. Сер. «Общая и ядерная физика», 1980, вып. 1 (11), с. 36.
83. Байер В. Н., Катков В. М., Фадин В. С. Излучение релятивистских электронов.— М., Атомиздат, 1973.
84. Никишов А. И.— ЯФ, 1981, т. 34, с. 134.