

539,128:533,312.62

БЕЗДИССИПАТИВНЫЕ ПОТОКИ И СВЕРХТЕКУЧЕСТЬ

Э. В. Сонин

СОДЕРЖАНИЕ

1. Введение	267
2. Сверхтекучесть гелия II	269
а) Критерий Ландау и теория критических скоростей Фейнмана (269). б) Квантованные вихри и квантование потока (271). в) Теория Иорданского — Лавгера — Фишера и квантовое рождение вихрей. Идеальные и реальные критические скорости (273). г) Коллективная мода и сверхтекучесть (276). д) Одномерная и двумерная сверхтекучесть (278). е) Механическая аналогия сверхтекучего потока массы (281).	
3. Бездиссипативные потоки спина и геликоидальные структуры в магнитоупорядоченных системах	281
а) Геликоидальная структура в легкомплоскостном ферро- и антиферромагнетике. Устойчивость и магнитные вихри (281). б) Несохранение спина и снятие вырождения по углу — фиксация угла. Устойчивость геликоидальных структур (283). в) Бездиссипативный поток спина, способы его создания (285). г) Сверхпотоки и топология пространства вырождения параметра порядка (287).	
4. Сверхтекучесть А-фазы He^3	289
а) Сверхпотоки массы (289). б) Бездиссипативные потоки спина (292).	
5. Бездиссипативные потоки и метастабильные структуры в электрон-дырочных системах	293
а) Предварительные замечания (293). б) Физический смысл параметра порядка экситонного состояния. Фиксация фазы (295). в) Деформация ВЗП и ВСП и бездиссипативные потоки (296). г) Отличается ли экситонный диэлектрик от обычного диэлектрика? (298)	
6. Критерий сверхтекучести и дальний порядок	299
7. Заключение	301
Цитированная литература	302

1. ВВЕДЕНИЕ

Понятие «сверхтекучесть» в настоящее время объединяет обширный комплекс явлений, наблюдаемых в He II^{1-4} , в сверхтекучих фазах He^3 (см. ⁵⁻⁸) и в более широком смысле этого слова также и в сверхпроводниках ^{9,10}. Одно из наиболее замечательных среди этих явлений — бездиссипативный перенос массы, незатухающие или долгоживущие токи (persistent currents). Именно благодаря этому явлению, обнаруженному Камерлинг-Оннесом в 1911 г. для электронов в металле и Капицей в 1938 г. для He II , появились термины сверхпроводимость и сверхтекучесть. Одной из задач настоящего обзора является изложение современных представлений о незатухающих токах («сверхпотоках»), главным образом на примере двух сверхтекучих жидкостей He^4 и He^3 .

В основе всех сверхтекучих явлений лежит появление в качестве дополнительной макроскопической переменной жидкости комплексного параметра порядка $\Psi = \eta e^{i\varphi}$, представляющего собой волновую функцию бозонов или куперовских пар фермионов, находящихся в одном квантовом

состоянии (бозе-конденсате). Существование долгоживущих сверхтекучих токов связано с особыми топологическими свойствами пространства определения параметра порядка, благодаря которым «деформированные» состояния, т. е. состояния с пространственно неоднородным параметром Ψ , оказываются метастабильными. Существующий в таких состояниях сверхтекучий поток массы $\mathbf{j}_s = \rho_s \mathbf{v}_s$ пропорционален сверхтекучей скорости $\mathbf{v}_s = (\hbar/m) \nabla \varphi$. Сверхтекучая плотность ρ_s определяется модулем η параметра порядка Ψ , и всегда можно выбрать такую нормировку Ψ , что $\rho_s = m\eta^2$. Но в микроскопической теории Ψ обычно нормируется на плотность бозонов $n_0 = |\langle \Psi \rangle|^2$, находящихся в одночастичном состоянии с определенным импульсом; в этом случае связь ρ_s с Ψ ставится более сложной, особенно если учесть, что длинноволновые флуктуации фазы φ могут приводить к обращению в нуль усредненного по объему жидкости параметра порядка $\langle \Psi \rangle$. Это имеет место в одномерных и двумерных системах, что в свое время вызвало сомнения в возможности сверхтекучести таких систем. Однако, как мы надеемся показать в настоящем обзоре на основе результатов целого ряда работ, конечная сверхтекучая плотность ρ_s может существовать и в тех случаях, когда $\langle \Psi \rangle = 0$, поскольку ρ_s необходимо связывать не с усредненным по объему значением Ψ , а с модулем его локального значения. Последнее удастся ввести, если, несмотря на флуктуации фазы, корреляции параметра порядка сохраняются на достаточно больших, хотя и не бесконечных временных и пространственных масштабах. Отсюда следует, что вполне оправдано обсуждение возможности бездиссипативного переноса массы или заряда для систем любой размерности. Здесь важно с самого начала определить, что понимается под «незатухающими» токами, поскольку в действительности они затухают, но с аномально большим временем жизни. Но как отличить аномально большие времена жизни от просто больших времен? Например, в кольце из очень чистого металла в нормальном состоянии электрический ток тоже затухает очень медленно; значит ли это, что он незатухающий? Нам представляется наиболее разумным (хотя и не единственно возможным) следующее определение незатухающего тока. В процессе его релаксации необходимо преодолевать активационные барьеры, большие по сравнению с тепловой энергией kT . Эти большие барьеры, пропорциональные сверхтекучей плотности ρ_s , определяют большой экспоненциальный множитель в выражении для времени жизни сверхтекучего тока. Таким образом, большое время жизни такого тока обусловлено не слабостью несохраняющего импульс взаимодействия, как в очень чистом металле, а своеобразным подавлением эффекта такого взаимодействия. Задачей теории и настоящего обзора является показать, как и в каких случаях такие большие активационные барьеры возникают.

Значительная часть обзора посвящена обсуждению возможности бездиссипативного переноса (т. е. незатухающих потоков) других физических величин, отличных от массы и заряда, таких как момент количества движения или спин, числа электрон-дырочных пар или экситонов. Здесь также важную роль играет чисто терминологический вопрос: уместен ли в данном случае термин «незатухающий поток» («сверхпоток») или даже просто «поток». Помня об этом, мы будем стараться, не навязывая определенной терминологии, в первую очередь показать, что стоит за тем или иным термином. Аналогами сверхтекучих состояний являются в этом случае метастабильные состояния с деформированным полем некоего параметра порядка. Переход в основное состояние, как и в сверхтекучей жидкости, затруднен наличием активационных барьеров.

Материал обзора распределен по главам следующим образом. Сверхпотоки массы в He II и условия, определяющие их аномально медленную

релаксацию при скоростях ниже критических, рассматриваются в гл. 2. Ее нельзя рассматривать как обзор по теории критических скоростей, так как излагаются лишь основные идеи этой теории; более подробное изложение и библиографию по этой теме можно найти в гл. 6 книги Паттермана³. В гл. 3 обсуждаются бездиссипативные потоки спина и сопутствующие им метастабильные геликондалные структуры в магнитоупорядоченных системах (ферромагнетиках и антиферромагнетиках). В гл. 4 рассмотрены весьма необычные сверхтекучие свойства A -фазы He^3 , в которой имеется возможность бездиссипативного переноса как массы, так и спина. Гл. 5 посвящена электрон-дырочным системам, в которых переход в когерентное состояние сопровождается образованием волн зарядовой или спиновой плотности. Наконец, в гл. 6 обсуждается взаимосвязь бездиссипативных потоков с существованием дальнего порядка.

2. СВЕРХТЕКУЧЕСТЬ ГЕЛИЯ II

а) К р и т е р и й Л а н д а у и т е о р и я к р и т и ч е с к и х с к о р о с т е й Ф е й н м а н а

Для отсутствия диссипации при течении сверхтекучей жидкости через капилляры необходимо, чтобы токовое состояние соответствовало локальному минимуму энергии. Это означает, что переходы в близлежащие состояния, получающиеся из исходного путем рождения одной или нескольких квазичастиц, энергетически невыгодны. Это условие сводится к известному критерию Ландау¹¹, согласно которому энергия бозевских квазичастиц $\epsilon(\mathbf{p}) + \mathbf{p}\mathbf{v}_s$ в системе координат, двигающейся со сверхтекучей скоростью \mathbf{v}_s , должна быть положительна ($\epsilon(\mathbf{p})$ и \mathbf{p} — энергия и импульс квазичастицы в неподвижной жидкости). Это будет иметь место, если

$$v_s < v_L = \min \frac{\epsilon(\mathbf{p})}{p}. \quad (2.1)$$

Таким образом получается выражение для критической скорости по Ландау v_L .

Но помимо *микроскопических* возбуждений, в движущейся жидкости существуют *макроскопические* возбуждения, изменяющие состояние жидкости в достаточно большом объеме, которые нельзя описывать на языке квазичастиц. Такие возбуждения всегда позволяют уменьшить импульс жидкости без увеличения ее энергии, но их рождение в результате прямого перехода рассматривалось Ландау как маловероятное событие. Однако на эксперименте критические скорости оказались значительно меньше, чем критическая скорость по Ландау. В связи с этим Фейнман предположил, что релаксация сверхпотока происходит путем рождения вихревых колец¹². Спектр их таков, что $\epsilon(\mathbf{p})/p$ монотонно убывает с ростом радиуса вихревого кольца R ($\epsilon(\mathbf{p})/p \sim R^{-1/2}$), и в качестве критической скорости Фейнман предложил выбирать значение $\epsilon(\mathbf{p})/p$ при $R \sim d$, где d — поперечный размер капилляра. Такой подход дает значения критических скоростей, более близкие к наблюдаемым на эксперименте, и главное, приводит к зависимости критической скорости от размера капилляра, обнаруженной на эксперименте³. Однако такое, казалось бы, удовлетворительное согласие с экспериментом оказалось в действительности обманчивым. Во-первых, в теории Фейнмана использовался спектр вихревых колец в неограниченной жидкости, для вихревых же колец большого радиуса нельзя пренебрегать влиянием стенок капилляра. Последовательный учет этого влияния показывает, что энергия вихревого кольца при приближении к стенкам капилляра, а следовательно, и критическая скорость, обра-

щаются в нуль (см. ^{13, 14}; в ¹⁴ объясняется, почему в ряде работ была получена отличная от нуля критическая скорость). Во-вторых, рождение вихревого кольца большого радиуса является весьма маловероятным событием (на это указал Вайнен ¹⁵), поскольку этот процесс является по сути дела макроскопическим возбуждением, отбрасывавшимся в анализе Ландау.

Несмотря на эти трудности, которые еще будут обсуждаться ниже (раздел в) гл. 2), в настоящее время не существует сомнений, что диссипация при скоростях, превышающих критическую, связана именно с вихрями. Поэтому при анализе устойчивости сверхпотоков квантованные вихри занимают центральное место. Критерий же Ландау, являющийся условием микроскопической устойчивости сверхпотока, сохраняет свою роль, как *необходимое* условие, налагаемое на бозевские ветви спектра *).

При выводе критерия Ландау использовалась галилеева инвариантность, и для галилеево неинвариантных систем условие микроскопической устойчивости бездиссипативного потока может иметь вид, отличный от критерия Ландау. Мы увидим это далее на примере потока спинов (раздел г) гл. 3). Электроны в кристаллической решетке также не являются, вообще говоря, галилеево инвариантной системой, и условие положительности спектра квазичастиц в токовом состоянии сверхпроводника с неоднородным параметром порядка $\Delta = |\Delta| \exp(2ip_s r/\hbar)$ имеет вид

$$\varepsilon(\mathbf{k}) = \varepsilon_0(\mathbf{k}) + \frac{\partial \xi(\mathbf{k})}{\partial \mathbf{k}} \mathbf{p}_s > 0, \quad \mathbf{p}_s = m \mathbf{v}_s,$$

где $\varepsilon_0(\mathbf{k}) = \sqrt{\xi^2 + |\Delta|^2}$ — спектр квазичастиц в основном состоянии $\mathbf{p}_s = 0$. Здесь мы обобщили на случай произвольного спектра $\xi(\mathbf{k})$ электронов в нормальном металле вывод соотношения между ε и ε_0 , приведенный в конце § 1 гл. 5 книги Де Жена ⁹ для $\xi(\mathbf{k}) = (k^2/2m) - \varepsilon_F$. Из приведенного условия обычный критерий Ландау получается в приближении почти свободных электронов после подстановки $\partial \xi(\mathbf{k})/\partial \mathbf{k} = \mathbf{k}/m$, но по смыслу такой подстановки квазиимпульс \mathbf{k} должен находиться в пределах зоны Бриллюэна, и к нему нельзя добавлять произвольный вектор обратной решетки, несмотря на то, что при рождении квазичастиц вполне могут иметь место процессы переброса. В противном случае критерий Ландау всегда бы нарушался при выборе большого вектора обратной решетки.

Нарушение критерия Ландау для спектра бозевских возбуждений ведет к нестабильности газа возбуждений; в He II это проявляется в бозе-конденсации ротонов ¹⁷. Но для фермиевского спектра нарушение критерия Ландау для ограниченной области \mathbf{k} -пространства не столь катастро-

*) Следует отметить, что в критерии Ландау должны сравниться *точные* энергии многочастичной системы в возбужденном и основном состоянии движущейся жидкости. Но при определении разницы этих энергий используется теория бозе-жидкости, приближенно описывающая переход в возбужденное состояние как процесс рождения одной квазичастицы. Энергия квазичастицы не определена точно и распределена с некоторой плотностью вероятности в каком-то интервале энергий. Иногда можно встретить утверждение, что этот интервал доходит до нуля, и потому всегда существует какая-то вероятность перехода с изменением импульса без увеличения энергии, т. е. критерий Ландау никогда не выполняется. На самом же деле интервал возможных энергий квазичастицы *не может* включать малые энергии, меньшие $v_L p$, если выполняется критерий Ландау. Действительно, если разница *точных* энергий возбужденного состояния с импульсом \mathbf{p} и основного состояния больше $v_L p$, то лемановское разложение для гриновской функции $G(\omega, \mathbf{p})$ начинается с энергии больше $v_L p$ и мнимая часть $G(\omega, \mathbf{p})$ обращается в нуль при $\omega < v_L p$. Это находит подтверждение в работе Иорданского и Пятаевского ¹⁶, рассматривавших в качестве элементарных возбуждений фононы, для которых скорость v_L равна скорости звука. Все вышесказанное основано на предположении, что средняя энергия квазичастицы является хорошим приближением для точной энергии многочастичной системы. Если это предположение несправедливо, несправедлива и вся квазичастичная модель бозе-жидкости.

фично из-за конечности чисел заполнения каждого состояния. В сверхпроводнике критическую скорость v_L для фермиевских квазичастиц называют скоростью распаривания. Но уже при небольшом превышении сверхтекучей скорости скорости v_L быстро нарастает число квазичастиц, что в конечном счете приводит к неустойчивости (см. раздел 4.4 книги ¹⁰). В A -фазе He^3 критерий Ландау нарушается при нулевой сверхтекучей скорости из-за нулевой щели в спектре квазичастиц с импульсом, параллельным орбитальному вектору \mathbf{l} . Тем не менее сверхпоток массы в A -фазе может быть устойчивым при небольших скоростях (см. раздел а) гл. 4).

б) Квантованные вихри и квантование потока

В сверхтекучей жидкости фаза φ комплексного параметра порядка Ψ является циклической переменной, определенной по модулю 2π . Поэтому циркуляция сверхтекучей скорости \mathbf{v}_s по любому замкнутому контуру принимает только квантованные значения Nh/m (N — целое). Это приводит к существованию квантованных вихрей и квантованию потока в замкнутом кольцевом канале. Полный сверхтекучий импульс вдоль оси такого канала, если нет вихрей, равен

$$\mathbf{P}_s = \rho_s \int \mathbf{v}_s d\mathbf{r} = \rho_s \frac{\hbar}{m} \int \nabla \varphi d\mathbf{r} = \frac{N \rho_s S \hbar \mathbf{t}}{m}, \quad (2.2)$$

где \mathbf{t} — единичный вектор вдоль оси канала, ρ_s — сверхтекучая плотность массы и S — поперечное сечение канала. Интегрирование происходит по всему объему канала. Мы предполагаем, что размеры поперечного сечения много меньше длины канала и его кривизной можно пренебречь. Строго говоря, в кольцевой геометрии идет речь не о квантовании импульса, а о квантовании момента количества движения.

Импульс жидкости может принимать неквантованное значение только в том случае, если

в жидкости есть квантованные вихри. Пусть в каком-то сечении кольцевого канала возник вихрь с одним квантом циркуляции \hbar/m , начинающийся и кончающийся на стенке канала (рис. 1). Для вычисления импульса надо ввести разрезы со скачками фазы φ , так чтобы фаза была однозначной во всем объеме. Один из таких разрезов со скачком фазы $2\pi N$ должен быть сделан по всему сечению канала. Другой разрез со скачком фазы 2π следует ограничить вихревой линией и стенкой канала (показан на рис. 1); S_v — площадь этого разреза. После интегрирования по частям в выражении для полного импульса останутся только вклады от двух разрезов:

$$\mathbf{P}_s = \rho_s \frac{\hbar}{m} \int \nabla \varphi d\mathbf{r} = \rho_s \frac{\hbar}{m} (NS \pm S_v) \mathbf{t}, \quad (2.3)$$

где выбор знака \pm определяется знаком циркуляции вихря. Величину $\pm \rho_s S_v \hbar/m$ в (2.3) следует рассматривать в качестве импульса вихря. Она совпадает с импульсом вихря по Кельвину, известному из классической гидродинамики ¹⁸ *).

*) По поводу определения величины импульса вихря в литературе существовали расхождения. Обсуждение этой проблемы с соответствующими ссылками можно найти в ¹⁴.

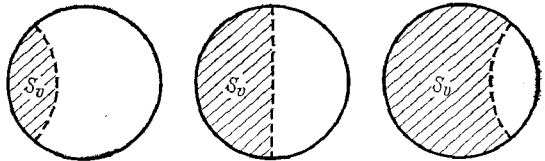


Рис. 1. Проскальзывание фазы — движение вихревой линии поперек цилиндрического канала.

S_v — площадь разреза со скачком фазы 2π .

Из (2.3) видно, что при изменении S_v от 0 до S происходит непрерывное изменение импульса на один квант $\rho_s Sh/m$. Это соответствует движению вихревой линии поперек течения, линия «перерезает» канал. Такое движение есть не что иное, как проскальзывание фазы (phase slippage) — понятие, введенное Андерсоном¹⁹.

Однако возникновение вихревой линии в жидкости увеличивает ее энергию. В окрестности вихря скорость жидкости равна $v_s = \hbar/mr$, и потому энергия вихря в неподвижной жидкости определяется логарифмически расходящимся интегралом:

$$\varepsilon_v = \rho_s \int \frac{v_s^2}{2} dr = \pi \rho_s H \left(\frac{\hbar}{m} \right)^2 \int_{r_c}^R \frac{dr}{r} = \pi \rho_s H \left(\frac{\hbar}{m} \right)^2 \ln \frac{R}{r_c}, \quad (2.4)$$

где H — длина вихревой линии. Верхний параметр обрезания R определяется либо размером системы, либо размером области, вне которой

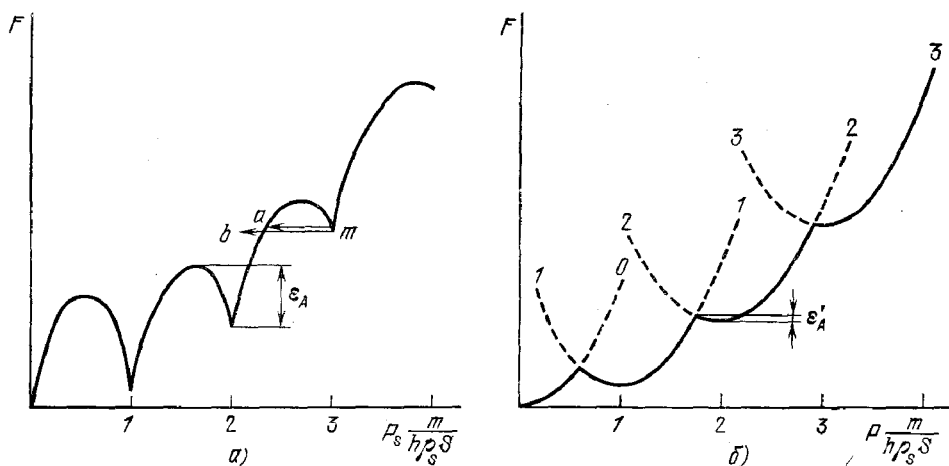


Рис. 2. Зависимость свободной энергии от импульса в кольцевом канале с поперечным сечением S и длиной L .

а) Зависимость от сверхтекучего импульса (ma — подбарьерный переход в вихревое состояние, соответствующее экстремуму свободной энергии; mb — подбарьерный переход в вихревое состояние, соответствующее максимуму вероятности перехода); б) зависимость от полного импульса (параболы 0, 1, 2, 3 (штриховые линии) — свободные энергии $F = [(P - P_s)^2/2\rho_n SL] + (P_s^2/2\rho_s SL)$ подансамблей с квантованными значениями сверхтекучего импульса $P_s m/\hbar \rho_s S = 0, 1, 2, 3$; огибающая парабол (сплошная линия) — полная свободная энергия, определенная с точностью до величин порядка kT).

скорость v_s начинает убывать быстрее, чем $1/r$. Для кольцевого вихря, например, это радиус кольца. Нижний параметр обрезания r_c представляет собой длину когерентности, или радиус сердцевинки вихря. Внутри нее рост кинетической энергии из-за роста скорости начинает компенсироваться уменьшением сверхтекучей плотности (квадрата модуля параметра порядка), обращающейся в нуль на самой вихревой линии. Величина r_c определяется из условия равенства плотностей кинетической энергии и энергии конденсации (разности энергий состояний с нулевым и равновесным значением параметра порядка).

В движущейся жидкости энергия вихря вследствие галилеевой инвариантности должна определяться выражением

$$\tilde{\varepsilon}_v = \varepsilon_v + \mathbf{p}_v \mathbf{v}_s, \quad (2.5)$$

где $\mathbf{p}_v = \pm \rho_s S_v \hbar/m$ — импульс вихря (см. (2.3)).

С помощью формул (2.3) — (2.5) можно построить зависимость свободной энергии от сверхтекучего импульса в кольцевом канале¹⁴ (рис. 2, а).

При этом квантованные значения импульса соответствуют минимумам на этой зависимости. Переход в соседний минимум с меньшим значением импульса требует преодоления активационного энергетического барьера. Самым маленьким по величине этот барьер будет в том случае, если вихревая линия, перерезающая сечение канала при переходе, является дугой окружности, перпендикулярно входящей в стенки канала (рис. 1). Эта дуга оказывается полуокружностью радиуса R , если R много меньше радиуса кривизны стенки, при этом $S_v = \pi R^2/2$. Вершина барьера соответствует радиусу $R = (h/4\pi m v_s) \ln(h/m v_s r_c)$, а его высота равна

$$\varepsilon_A = \frac{\rho_s}{32\pi v_s} \left(\frac{h}{m} \right)^3 \left(\ln \frac{h}{m v_s r_c} \right)^2, \quad (2.6)$$

где средняя сверхтекучая скорость $v_s = P_s/\rho_s SL$ квантуется, как и полный импульс P_s , но с очень малым квантом h/mL , обратно пропорциональным длине канала L .

Согласно (2.6), активационный барьер исчезает при скорости $v_s \sim h/mr_c$, близкой по порядку величины к критической скорости по Ландау для ротон-фононного спектра.

До сих пор мы рассматривали зависимость свободной энергии от сверхтекучего импульса. Можно также найти зависимость свободной энергии от полного импульса^{20, 21}. Способ построения такой зависимости (без учета вихревых состояний) ясен из рис. 2, б. Минимумы на такой зависимости существуют лишь при исчезающе малых скоростях $v_s < (\rho/2\rho_n) \times (h/mL)$. Активационные барьеры между этими минимумами при этом равны

$$\varepsilon'_A = \frac{h^2 S}{2m^2 L} \frac{\rho^2}{\rho_n} \left(\frac{1}{2} - \frac{\rho_n}{\rho} \frac{v_s L m}{h} \right)^2. \quad (2.6')$$

Но исчезновение активационных барьеров при конечных скоростях на зависимости свободной энергии от полного импульса не имеет прямого отношения к проблеме устойчивости сверхпотоков, так как их необычайно большое время жизни связано с релаксацией сверхтекучего, а не полного импульса.

в) Теория Иорданского — Лангера — Фишера и квантовое рождение вихрей.

Идеальные и реальные критические скорости

Вероятность, с которой вихри будут пересекать канал, преодолевая активационный барьер, должна определять интенсивность проскальзывания фазы и соответственно скорость релаксации сверхтекучего потока массы. Хотя этот вывод проще всего получается из анализа кольцевой геометрии, рассмотренной в предыдущем разделе, очевидно, он должен оставаться в силе и для других граничных условий на концах канала. В самом деле, проскальзывание фазы представляет собой объемный процесс, и любые источники изменения фазы на концах канала не могут дать вклад, пропорциональный длине канала.

Для определения вероятности отдачи кванта импульса сверхтекучего движения Иорданский²² рассматривал процесс флуктуационного возникновения и последующего роста вихревых колец за счет их взаимодействия с элементарными возбуждениями в сверхтекучей жидкости. Эта теория получила дальнейшее развитие в работе Лангера и Фишера²³ и известна в настоящее время как теория Иорданского — Лангера — Фишера (ИЛФ). Естественным результатом теории является экспонен-

циальная зависимость скорости релаксации от активационного барьера:

$$\frac{dv_s}{dt} = -\frac{v_s}{\tau_s}, \quad \frac{1}{\tau_s} \sim e^{-\varepsilon_A/kT}. \quad (2.7)$$

В теории ИЛФ понятие критической скорости становится довольно условным, так как теперь это не есть хорошо определенная пороговая величина, а некое значение, при котором скорость рождения вихрей становится заметной по сравнению с каким-то заданным масштабом. Так или иначе, при разумном выборе этого масштаба и предэкспоненциального множителя в (2.7) удастся согласовать теоретические значения критических скоростей с экспериментальными при температурах, близких к λ -точке, где активационный барьер невелик. При понижении температуры критическая скорость по теории ИЛФ возрастает и достигает значений порядка критической скорости по Ландау. Но при низких температурах главным процессом, определяющим вероятность рождения вихревых колец, должен быть не флуктуационный рост, а прямой подбарьерный квантовомеханический переход в состояние с вихрем. Вероятность такого перехода экспоненциально быстро растет с уменьшением скорости, как следует из работ ¹⁴, ²⁴, в которых вычислялся показатель экспоненты в выражении для вероятности подбарьерного перехода. Для такого расчета Воловик ²⁴ применил квазиклассическую теорию, воспользовавшись в качестве гамильтониана выражением для энергии вихревого полукольца в несжимаемой жидкости вблизи выступа на стенке. В работе ¹⁴ вероятность перехода оценивалась по другому. Была использована модель слабонеидеального бозе-газа, в которой можно явно написать многочастичную волновую функцию N бозонов конденсата:

$$\Psi^N = \prod_{i=1}^N \Psi(\mathbf{r}_i), \quad \int |\Psi(\mathbf{r})|^2 d\mathbf{r} = N, \quad (2.8)$$

где \mathbf{r}_i — радиус-вектор i -го бозона. Прямой квантовомеханический переход из основного состояния движущейся жидкости в состояние с большим вихрем может происходить только под действием нарушающего трансляционную инвариантность взаимодействия, которое можно представить, например, в виде суммы случайных потенциалов $V(\mathbf{r}_i)$, действующих на каждый из бозонов. Тогда получаем для вероятности перехода

$$\begin{aligned} W &\sim |\langle \Psi_1^N | \sum_{i=1}^N V(\mathbf{r}_i) | \Psi_0^N \rangle|^2 \sim \left| \left(\sum_{i=1}^N \int \Psi_1(\mathbf{r}_i)^* V(\mathbf{r}_i) \Psi_0(\mathbf{r}_i) d\mathbf{r}_i \right) \times \right. \\ &\quad \times \left. \left(\frac{1}{N} \int \Psi_1(\mathbf{r})^* \Psi_0(\mathbf{r}) d\mathbf{r} \right)^{N-1} \right|^2 \sim \left| \frac{1}{N} \int \Psi_1(\mathbf{r})^* \Psi_0(\mathbf{r}) d\mathbf{r} \right|^{2N} \sim \\ &\quad \sim \left(1 - \frac{\Gamma}{2N} \right)^{2N} \sim e^{-\Gamma}, \quad \Gamma = 2N - 2 \left| \int \Psi_1(\mathbf{r})^* \Psi_0(\mathbf{r}) d\mathbf{r} \right|. \quad (2.9) \end{aligned}$$

При оценке предполагалось, что конденсатные функции $\Psi_0(\mathbf{r})$ и $\Psi_1(\mathbf{r})$ начального и конечного состояния отличны лишь в конечном объеме и потому скалярное произведение

$$\frac{1}{N} \int \Psi_1(\mathbf{r})^* \Psi_0(\mathbf{r}) d\mathbf{r}$$

близко к единице. Конкретный вид и величина потенциала $V(\mathbf{r})$ влияют только на предэкспоненциальный множитель, который мы не вычисляем. Конденсатную функцию $\Psi_1(\mathbf{r})$ в конечном состоянии нужно определять из условия максимума вероятности перехода W (минимума Γ) при допол-

нительном условии, что энергия конечного состояния не превышает энергию начального (см. подробнее ¹⁴). Оказывается, что вероятность экстремальна при переходе в состояние с вихревым полукольцом радиуса R , опирающимся на стенку, при этом Ψ_1 отличается по модулю от Ψ_0 лишь в сердцевине вихревой нити, а разность фаз $\tilde{\varphi} = i \ln (\Psi_1^* \Psi_0)$ функций Ψ_1 и Ψ_0 удовлетворяет уравнению

$$\Delta \tilde{\varphi} = \frac{\sin \tilde{\varphi}}{l^2}. \quad (2.10)$$

Решая (2.10) (уравнение синус-Гордона), убеждаемся, что при переходе изменение фазы $\varphi(\mathbf{r})$ происходит в плоской области толщины l , напоминающей доменную стенку, ограниченную вихревым полукольцом и стенкой канала. В пределе низкой скорости v , вычисляя с логарифмической точностью, имеем

$$W = \exp \left[-\frac{27\hbar^3 \rho}{m^4 v^3} \left(\ln \frac{h}{mvr_c} \right)^2 \right], \quad l = \frac{6\hbar}{\pi m v}, \quad R = \frac{3\hbar}{2m v} \ln \frac{h}{mvr_c}. \quad (2.11)$$

Вычисления проводились при $T = 0$, поэтому в (2.11) $\rho = \rho_s$ и $v = v_s$. Поскольку $\Psi_1(\mathbf{r})$ определялась не из экстремума энергии, переход происходит не на кривую минимальной энергии, а чуть выше ее (см. рис. 2, а). Поэтому в жидкости после перехода не выполняется условие несжимаемости $\operatorname{div} \mathbf{v} = 0$ и начинается ее сжатие; но возникающие при этом звуковые колебания релаксируют без активационного барьера и не влияют на показатель экспоненты в скорости релаксации импульса. Показатель экспоненты в (2.11) по порядку величины равен числу атомов или числу степеней свободы в области с объемом $\sim R^2 l$, где происходит заметное изменение движения жидкости при переходе *). Этот естественный результат согласуется с идеями Ландау ¹¹ и Вайнена ¹⁵: трудно одним квантовомеханическим переходом изменить состояние жидкости в большом объеме.

Показатель экспоненты в (2.11) остается очень большим вплоть до скоростей, близких к критической скорости по Ландау, когда становится энергетически разрешен переход в состояние с маленьким вихревым полукольцом. Таким образом, из теории ИЛФ и квантовомеханической теории рождения вихрей следует, что при понижении температуры критические скорости должны повышаться и достигать значений порядка критической скорости по Ландау. Однако на эксперименте критическая скорость при понижении температуры перестает возрастать после достижения значений, значительно меньших, чем скорость v_L . Эти значения зависят от поперечного размера d капилляра, удовлетворяя следующему эмпирическому соотношению (см. ³, § 42, d — в см, $v_{кр}$ — в см/с):

$$v_{кр} d^{1/4} \sim 1.$$

Эти экспериментальные значения критических скоростей при низких температурах до сих пор не нашли своего полного объяснения.

Существовал целый ряд попыток устранить эту «проблему активационного барьера», однако они приводили лишь к уменьшению его в какое-то число раз, а не на порядок, как требовалось бы для объяснения экспериментов при низких температурах. Низкие критические скорости, наблю-

*) Если бы конденсатная функция $\Psi_1(\mathbf{r})$ конечного состояния определялась из условия экстремума энергии, то изменение фазы φ удовлетворяло бы уравнению Лапласа $\Delta \tilde{\varphi} = 0$, т. е. условие несжимаемости не нарушалось бы. Но в этом случае квантовый переход приводил бы к изменению состояния жидкости в большем объеме $R^3 \gg R^2 l$ и в показателе экспоненты для вероятности W в (2.11) большой логарифм стоял бы не во второй, а в третьей степени. Именно такой результат получил Воловик ²⁴, рассматривавший несжимаемую жидкость.

даемые на эксперименте, свидетельствуют о том, что вихри присутствуют в гораздо большем количестве, чем это следует из больцмановского распределения, лежащего в основе теории ИЛФ. Это увеличивает диссипацию. Возможно, что вихри появляются в результате вибраций, как предполагал Паттерман³. Однако количественной теории на этот счет на существует.

Если неизвестный механизм рождения вихрей как-то связан с нормальной компонентой жидкости, то он должен исчезать при *полном* исчезновении нормальной компоненты, когда ее импульс относительно сверхтекучей части жидкости $\rho_n SL |v_n - v_s|$ (S и L — поперечное сечение и длина канала) даже при самых больших относительных скоростях, порядка критических скоростей по Ландау, $|v_n - v_s| \sim h/mr_c$, не превышает квант сверхтекучего импульса $\rho_s Sh/m$, или:

$$\frac{\rho_n}{\rho_s} < \frac{r_c}{L}. \quad (2.12)$$

При выполнении этого условия можно ожидать роста наблюдаемых критических скоростей¹⁴. Измерения критических скоростей для течения He II через отверстия в тонких диафрагмах²⁵ проводились при параметрах, близких к области, определяемой неравенством (2.12). Более высокие, чем обычно, критические скорости в этих экспериментах могут служить доводом в пользу сделанного в¹⁴ предположения, однако для серьезной его проверки необходимы исследования зависимостей критических скоростей от длины или температуры в этой области.

В связи с указанными расхождениями теории и эксперимента по критическим скоростям в литературе появились два термина для критических скоростей: «идеальная» (intrinsic) критическая скорость, следующая из теории, и «реальная» (extrinsic) критическая скорость, наблюдаемая экспериментально. Единственный пока путь интерпретации реальных критических скоростей — это теория сверхтекучей турбулентности Вайнена²⁶, который постулировал существование источника рождения вихрей (источника турбулентности) и сформулировал уравнения, описывающие эволюцию такой турбулентности. Библиографию по этой теории и ее применению можно найти в одной из последних работ на эту тему²⁷.

г) Коллективная мода и сверхтекучесть

Переход в сверхтекучее состояние связан с возникновением дополнительных гидродинамических степеней свободы и новой моды коллективных колебаний. Вследствие вырождения комплексного параметра порядка по фазе (калибровочная инвариантность) новая мода является бесщелевой (теорема Голдстоуна). Эта голдстоуновская мода является вторым звуком для гелия II в большом объеме и четвертым звуком в узких капиллярах или объемах, заполненных пористым материалом. Второй звук есть колебание нормальной и сверхтекучей части жидкости относительно друг друга при сохранении полного импульса жидкости. В четвертом звуке импульс жидкости не сохраняется, нормальная часть жидкости покоится благодаря взаимодействиям со стенками канала, и колеблется только сверхтекучая часть. Мы остановимся далее на четвертом звуке, поскольку, во-первых, как нам представляется, явление сверхтекучести проявляется в нем более ярко (отсутствие релаксации сверхтекучего движения *несмотря* на существование несохраняющих импульс процессов), и, во-вторых, при рассмотрении в последующих разделах аналогов сверхтекучих потоков мы будем всегда сталкиваться с аналогами четвертого, но не второго звука.

Четвертый звук со скоростью $v_4 = \sqrt{\rho_s d\mu/d\rho}$ получается из уравнений движения для пары канонически сопряженных переменных плотность ρ —фаза φ , следующих из гамильтониана

$$\mathcal{H} = \int d\mathbf{r} \left[\rho_s \left(\frac{\hbar}{m} \right)^2 \frac{(\nabla\varphi)^2}{2} + \frac{\rho'^2}{2\alpha} \right], \quad \alpha^{-1} = \frac{d\mu}{d\rho}. \quad (2.13)$$

Уравнения Гамильтона имеют вид

$$\frac{\partial \rho'}{\partial t} = \frac{m}{\hbar} \frac{\delta \mathcal{H}}{\delta \varphi} = -\operatorname{div} \mathbf{j}_s = -\rho_s \frac{\hbar}{m} \Delta \varphi, \quad (2.14)$$

$$\frac{\hbar}{m} \frac{\partial \varphi}{\partial t} = -\frac{\delta \mathcal{H}}{\delta \rho} = -\mu = -\frac{\rho'}{\alpha}, \quad (2.15)$$

где ρ' — отклонение полной плотности от равновесной, μ — химический потенциал, $\mathbf{j}_s = \rho_s \mathbf{v}_s = \rho_s (\hbar/m) \nabla \varphi$ — сверхтекучий поток массы.

Пока вихри отсутствуют, все возможные механизмы диссипации должны давать мнимую добавку к частоте, убывающую не медленнее, чем k^2 при $k \rightarrow 0$ (\mathbf{k} — волновой вектор). Для того чтобы показать это, добавим в уравнения движения (2.14) и (2.15) диссипацию:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = \frac{m}{\hbar} \frac{\delta \mathcal{H}}{\delta \varphi} - \frac{\delta R}{\delta (\delta \mathcal{H}/\delta \rho)}, \quad (2.16)$$

$$\frac{\hbar}{m} \frac{\partial \varphi}{\partial t} = -\frac{\delta \mathcal{H}}{\delta \rho} - \frac{\hbar}{m} \frac{\delta R}{\delta (\delta \mathcal{H}/\delta \varphi)}, \quad (2.17)$$

где диссипативная функция R является однородной функцией второго порядка от производных $\delta \mathcal{H}/\delta \rho$ и $\delta \mathcal{H}/\delta \varphi$ и их градиентов, причем в пределе $k \rightarrow 0$ нужно оставлять только градиенты самого низкого порядка. Перекрестные члены $(\delta \mathcal{H}/\delta \rho) \delta \mathcal{H}/\delta \varphi$ приводят фактически к перенормировке бездиссипативных членов в уравнениях движения и могут быть опущены. Вклад $(\delta \mathcal{H}/\delta \rho)^2$ в R дает в правой части (2.16) члены $\sim \rho'$ (так как $\delta \mathcal{H}/\delta \rho \sim \rho'$) и нарушает закон сохранения полного числа частиц. Поэтому он должен также отсутствовать. В итоге в диссипативной функции остаются следующие главные члены:

$$2R = a_\rho \left(\nabla \frac{\delta \mathcal{H}}{\delta \rho} \right)^2 + a_\varphi \left(\frac{\delta \mathcal{H}}{\delta \varphi} \right)^2. \quad (2.18)$$

Вследствие вырождения по фазе \mathcal{H} не зависит от φ , а только от ее градиентов, так что $\delta \mathcal{H}/\delta \varphi \sim \Delta \varphi$. Далее уже нетрудно убедиться из уравнений (2.16) и (2.17), что диссипативные члены дают мнимую добавку к частоте $\sim k^2$. Исчезновение диссипации в пределе $k \rightarrow 0$ является прямым следствием калибровочной инвариантности и существования фазы как хорошо определенной гидродинамической переменной, т. е. тех самых свойств, которые обусловили существование стационарных бездиссипативных потоков массы.

Если же в жидкости возникли квантованные вихри, то фаза становится многозначной функцией. Движение вихрей поперек линий тока приводит к появлению «сверхтекучей силы трения» в уравнении Эйлера для сверхтекучей компоненты, получающемся после взятия градиента от обеих частей уравнения (2.15):

$$\frac{\partial v_s}{\partial t} = -\nabla \mu - \frac{v_s}{\tau_s}. \quad (2.19)$$

Сила трения превращает четвертый звук в затухающую моду при частоте $\omega < 1/\tau_s$. Однако согласно теории ИЛФ сверхтекучая сила трения исклю-

чительно мала при малых скоростях v_s и $\tau_s \rightarrow \infty$, когда $v_s \rightarrow 0$ *). Мы во всяком случае можем рассчитывать на слабое затухание четвертого звука, пока скорость v_s в звуковой волне не достигла значений критических скоростей, а возможно, и больших значений, поскольку вихреобразование при скоростях, превышающих критические, может не успевать происходить за период колебаний. Таким образом, существование сверхпотоков действительно означает также и обязательное существование незатухающей длинноволновой коллективной моды.

д) Одномерная и двумерная сверхтекучесть

Интенсивное обсуждение сверхтекучих систем малой размерности началось после работы Литтла²⁹, предложившего использовать одномерные органические цепочки для поиска высокотемпературной сверхпроводимости. Впоследствии возникли сомнения относительно возможности сверхтекучести в таких системах, связанные с исчезновением в них дальнего порядка; они будут обсуждаться в конце этого раздела и в гл. 6. Но сначала мы рассмотрим устойчивость сверхтекучих потоков при переходе к одно- и двумерным системам, предполагая, что для таких систем можно пользоваться двухскоростной гидродинамикой с некоторой конечной сверхтекучей плотностью $\rho_s(d)$, где d — размерность пространства.

Устойчивость двумерного сверхпотока, как и трехмерного, определяется активационным барьером для движения вихрей поперек потока, но теперь вихревые линии вырождаются в точку. Определяя энергию вихря и минимизируя ее по расстоянию вихря от стенки, получим

$$\epsilon_A = \pi \rho_s(2) \left(\frac{\hbar}{m} \right)^2 \ln \frac{\hbar}{mv_s r_c}, \quad R = \frac{\hbar}{2mv_s}, \quad (2.20)$$

где R — расстояние вихря от стенки, на котором энергия его максимальна и равна величине активационного барьера ϵ_A .

В одномерной системе с периодическими граничными условиями, т. е. в одномерном кольце, изменение набега фазы вдоль ее длины (сброс или проскальзывание фазы) может происходить только при появлении точек, где параметр порядка обращается в нуль; на это первым указал Литтл³⁰. Поэтому, как и в случае трех и двух измерений, зависимость свободной энергии от сверхтекучего импульса имеет минимумы при квантованных значениях импульса, разделенные активационными барьерами (см. рис. 2). Величина барьера определяется энергией, необходимой для понижения модуля параметра порядка в некоторой точке до нуля и в пределе малых скоростей v_s равна по порядку величины

$$\epsilon_A \cong \frac{\hbar^2 \rho_s(1)}{m^2 r_c}. \quad (2.21)$$

В отличие от двух- и трехмерных систем, где величина барьера определяется полями скоростей v_s в лондоновской области (т. е. там, где модуль параметра порядка постоянен), дающей большой логарифм в величине барьера, в одномерном случае для точного расчета величины барьера необходимо знать изменение модуля параметра порядка на масштабах длины когерентности r_c вблизи центра проскальзывания фазы (слип-центра). Поэтому такой расчет был сделан лишь в области применимости

*) То же самое имеет место и для второго звука в He II. В твердом же теле область существования второго звука ограничена снизу по частоте конечным обратным временем для процессов переброса²⁸.

теории Гинзбурга — Ландау Лангером и Амбегаокаром³¹ (см. также раздел 7.1 в книге¹⁰). Такое же выражение для величины барьера можно получить и в рамках аналогов теории Гинзбурга — Ландау для сверхтекучих систем — теорий Гинзбурга — Питаевского и Гросса — Питаевского.

Сравнивая формулы (2.6), (2.20) и (2.21), видим, что активационные барьеры и соответственно время релаксации τ_s (см. (2.7) и (2.19)) обращаются в бесконечность при $v_s \rightarrow 0$ только для трех- и двумерных систем, но не для одномерных. Это несомненно связано с отсутствием фазового перехода в одномерной системе: если время τ_s , определяющее линейную по скорости силу трения $\sim v_s/\tau_s$, конечно при высоких температурах, оно не может стать бесконечным при отличной от нуля температуре. Однако это время может стать при низких температурах экспоненциально большим, и в ограниченном смысле можно говорить о «незатухающих» токах, во всяком случае в том смысле этого слова, который был разъяснен во введении.

Формулы (2.20) и (2.21) для активационных барьеров в равной мере относятся как к истинно двумерным и одномерным системам, в которых какие-то степени свободы движения частиц полностью отсутствуют, так и к трехмерным системам типа тонких пленок или капилляров (тонких проволок), толщина b и диаметр D которых меньше длины когерентности r_c . В последнем случае в формулы (2.20) и (2.21) надо подставить вместо ρ_s (d) величины $\rho_s b$ и $\rho_s \pi D^2/4$ соответственно *). Рассмотрим теперь, каких значений активационных барьеров следует ожидать для истинно одномерных систем. В теории бозе-жидкости разница полной и сверхтекучей плотности при низких температурах представляет собой фононную нормальную плотность

$$\rho_n = \frac{\pi (kT)^2}{3c^2 \hbar}, \quad (2.22)$$

где c — скорость звука. В слабонеидеальном бозе-газе со спектром возбуждений $\varepsilon(\mathbf{p}) = \sqrt{c^2 p^2 + (p^2/2m)^2}$ формула (2.22) верна при $kT \ll mc^2$; при $kT \gg mc^2$ нормальная масса равна $\rho_n = kTm/\hbar c$. Отсюда следует, что пока $\rho_s(1) \sim \rho(1)$, т. е. $\rho_n \ll \rho(1)$, или $kT \ll \rho(1) \hbar c/m \sim \rho(1) \hbar^2/m^2 r_c$, показатель экспоненты ε_A/kT для времени τ_s (см. (2.7)) очень велик. Для одномерного ферми-газа, если подставить в (2.21) выражение для длины когерентности $r_c \sim \hbar v_F/\Delta$ из теории БКШ (Δ — сверхпроводящая щель), то получим показатель экспоненты $\varepsilon_A/kT \approx \Delta/kT$.

Однако использование фононного спектра при определении нормальной плотности для одномерного бозе-газа или теории БКШ для одномерного ферми-газа нуждается в обосновании, так как средний параметр порядка в системах ограниченной размерности не существует. В работе²⁰ такое обоснование было дано на основе точно решаемой модели Либ и Линигера для одномерного бозе-газа с δ -образным потенциалом отталкивания между частицами^{33, 34}. Еще Либ³⁴ показал, что при малых импульсах возбуждения спектр в такой модели является звуковым, причем при слабом отталкивании скорость звука для спектра совпадает по величине со скоростью звука, определенной по теории Боголюбова, т. е. по теории самосогласованного поля. Подтверждается также наличие энергетиче-

*) В последнее время появилось много работ по теории резистивного состояния тонких сверхпроводящих проволок, когда токи (сверхтекучие скорости) настолько велики, что активационный барьер для их релаксации мал или вовсе отсутствует³². В этой теории, по нашему мнению, целый ряд вопросов остаются не до конца ясными, но их обсуждение не входит в задачу настоящего обзора. Теория резистивного состояния также связывает конечное сопротивление с образованием слип-центров.

ских минимумов в пределе $T = 0$ при квантованных значениях импульса, как на рис. 2, а. В ²⁰ показано, что ансамбль, включающий микросостояния модели Либа с заданным импульсом и лежащие в окрестности одного минимума, скажем, основного, есть ансамбль с заданной сверхтекучей скоростью $v_s = 0$, и плотность его свободной энергии $\rho_n v_n^2/2$ определяет нормальную плотность ρ_n , которая, как оказалось, при $T \rightarrow 0$ в точности совпадает с фононной нормальной плотностью (2.22)*).

Обоснование использования фононного спектра (гидродинамического гамильтониана) для определения нормальной плотности при низких температурах было дано также Березинским ³⁵ в двумерной модели плоских ротаторов и Поповым ³⁶ для одномерного и двумерного бозе-газа со слабым взаимодействием на основе метода континуального интегрирования.

Для полного решения вопроса о возможности одномерных и двумерных незатухающих токов помимо величины барьера необходимо оценить также вероятность подбарьерного туннельного перехода. В модели слабо-неидеального бозе-газа это можно сделать тем же методом, что и для трехмерного случая (раздел в) гл. 2). Изменение фазы при переходе $\tilde{\varphi}$, удовлетворяющее уравнению (2.10), происходит в области толщиной l , ограниченной в двумерном случае стенкой и вихрем на расстоянии R от нее. Повторим те же вычисления, что и в трехмерном случае, получим вместо (2.11)

$$d=2: W = \exp \left(-\frac{16\hbar^2 \rho(2)}{\pi m^3 v^2} \ln \frac{\hbar}{m v r_c} \right), \quad l = \frac{4\hbar}{\pi m v},$$

$$R = \frac{\hbar}{m v} \ln \frac{\hbar}{m v r_c}; \quad (2.23)$$

$$d=1: W = \exp \left(-\frac{8\hbar \rho(1)}{\pi m^2 v} \right), \quad l = \frac{2\hbar}{\pi m v}. \quad (2.24)$$

Подбарьерному переходу в модели Либа и Линигера соответствует рождение возбуждения типа II (по терминологии Либа ³⁴) с малой энергией, но большим импульсом. Хотя прямо оценить вероятность такого процесса не удастся, в ²⁰ приводятся соображения в пользу того, что в термодинамическом пределе (число частиц $N \rightarrow \infty$) эта вероятность при $v \rightarrow 0$ убывает как $[a/(a+\rho(1)/m)]^N$, где a — обратная длина, определяющая потенциал отталкивания бозонов $V(r) = (\hbar^2/m) a \delta(r)$. Таким образом, для газа непроницаемых бозонов вероятность перехода с потерей кванта импульса не мала, но этот случай является выделенным в термодинамическом пределе. Термодинамически газ непроницаемых бозонов неотличим от одномерного ферми-газа ^{33,34}; в частности, для последнего также имеются минимумы на зависимости энергии от импульса, разделенные барьерами ²⁰, обусловленными тем, что изменить импульс без увеличения энергии можно лишь на величину $2p_F$ при переходе фермиона с одной половины границы Ферми на другую. Меньшие же передачи импульса в одномерном ферми-газе связаны с возникновением дырки внутри одномерной сферы Ферми и соответствующим увеличением энергии. Какие-либо причины, делающие большие передачи импульса $\sim 2p_F$ маловероятными, могут подавить затухание потока массы в одномерном ферми-газе. В каком-то смысле с этим связана фреиховская сверхпроводимость в пайерлсовском диэлектрике, там переходы между двумя половинами границы Ферми дополнительно ослаблены возникновением щели в спектре.

*) Это совпадение было установлено в ²⁰ лишь в пределе сильного отталкивания. Однако, удалось найти доказательство (2.22) в модели Либа — Линигера для взаимодействия произвольной величины. Мы надеемся опубликовать его в ближайшем будущем.

е) Механическая аналогия сверхтекучего потока массы

В последующей части обзора будут обсуждаться возможности существования бездиссипативных потоков спина и электрон-дырочных пар, аналогичных сверхтекучему потоку массы. Здесь же мы укажем на самый простой и очевидный механический аналог сверхпотока массы — поток импульса или момента количества движения в деформированном твердом теле.

Рассмотрим закрученный длинный упругий стержень. Угол закручивания φ линейно возрастает вдоль длины стержня и достигает значений, во много раз превышающих 2π . Если мы свернем стержень в кольцо, жестко соединив концы, то получим механическую модель сверхпотока в кольцевом канале. Аналогом скорости здесь является деформация $\nabla\varphi$, определяющая упругую энергию с плотностью $\sim (\nabla\varphi)^2$. Отдать эту энергию, т. е. снять деформацию, можно только путем пластических смещений, которые могут происходить лишь при достижении деформацией какого-то порогового значения, представляющего собой аналог критической скорости. Пластические смещения осуществляются путем возникновения и движения дислокаций, во многих отношениях напоминающих вихри в сверхтекучей жидкости. Вместо потока массы мы имеем в закрученном стержне поток момента количества движения. Если не скручивать стержень в кольцо, а жестко закрепить его концы, то поток момента количества движения будет проявляться в действии крутящего момента на приспособления, закрепляющие концы стержня. Идеально упругий стержень передает крутящий момент на любую длину; если крутящий момент совершает работу, то передается на любую длину и энергия. Таким образом, два, казалось бы, полярных понятия («жесткость» стержня и «текучесть» момента количества движения) уживаются в одном явлении. Здесь уместно напомнить, что понятие «жесткости» волновой функции бозонов использовалось еще Лондоном¹ для объяснения явления сверхтекучести.

3. БЕЗДИССИПАТИВНЫЕ ПОТОКИ СПИНА И ГЕЛИКОИДАЛЬНЫЕ СТРУКТУРЫ В МАГНИТОУПОРЯДОЧЕННЫХ СИСТЕМАХ

а) Геликоидальная структура в легкоплоскостном ферро- и антиферромагнетике.

Устойчивость и магнитные вихри

Если сильная энергия анизотропии удерживает намагниченность ферромагнетика или намагниченности подрешеток антиферромагнетика в определенной кристаллической плоскости («легкой» плоскости), а анизотропией направлений внутри плоскости можно пренебречь, то угол поворота намагниченности является таким же циклическим непрерывным параметром вырождения, как и фаза комплексного параметра порядка в гелии II. Это определяет наличие целого ряда аналогий между этими системами, на что не раз обращалось внимание. Гальперин и Хоэнберг³⁷ использовали при исследовании спиновой гидродинамики ее сходство с гидродинамикой сверхтекучей жидкости. Березинский³⁵ опирался на аналогию между сверхтекучей жидкостью и моделью плоских ротаторов (т. е. указанных выше планарных магнитоупорядоченных систем) при исследовании фазовых переходов. Здесь же мы продолжим эту аналогию еще дальше и рассмотрим возможность существования метастабиль-

ных геликоидальных структур, в которых происходит бездиссипативный перенос спина аналогично сверхтекучему переносу массы в He II *).

Наше рассмотрение может быть отнесено как к планарному антиферромагнетику, так и к ферромагнетику, однако в последнем случае мы будем пренебрегать дальнедействующим диполь-дипольным взаимодействием и вызванными им полями размагничивания. Состояние нашей планарной системы определяется заданием двух канонически сопряженных переменных: угол поворота намагниченности в легкой плоскости φ и проекция намагниченности на трудную ось z m_z . Феноменологический гамильтониан для пары переменных φ и m_z отличается от гамильтониана (2.13) для плотности и фазы в сверхтекучей жидкости лишь обозначениями:

$$\mathcal{H} = \int d\mathbf{r} \left(A \frac{(\nabla\varphi)^2}{2} + \frac{m_z^2}{2\chi} \right), \quad (3.1)$$

где A — константа неоднородного обмена, χ — магнитная восприимчивость по оси z . Уравнения Гамильтона опять дают голдстоуновскую бесщелевую моду — магноны, аналог четвертого звука в He II.

Предположим теперь, что мы деформировали спиновую систему таким образом, что при перемещении вдоль образца намагниченность поворачивается в легкой плоскости на какое-то, вообще говоря большое, число оборотов. При этом намагниченность на концах образца удерживается в определенном направлении и прецессия в плоскости отсутствует ($m_z = 0$). Эта структура будет метастабильной по той же причине, что и состояние со сверхпотоком массы в He II или деформированное состояние в закрученном стержне^{39, 40}. Каким образом можно убрать один виток спирали, описываемой намагниченностью? Как и в He II, для этого сечение образца должно быть «перерезано» движением сингулярной линии, вдоль которой угол φ не определен, а вокруг которой угол φ изменяется на 2π . Эту линию можно назвать магнитным вихрем. Вся процедура расчета активационного энергетического барьера, препятствующего движению вихрей поперек образца (раздел в) гл. 2), может быть здесь повторена. Окончательное выражение для величины барьера имеет при этом вид

$$\epsilon_A = \frac{\pi^2}{4} \frac{A}{|\nabla\varphi|} \left(\ln \frac{1}{|\nabla\varphi| r_c} \right)^2. \quad (3.2)$$

Различия с He II будут иметь место лишь при определении радиуса r_c сердцевин магнитного вихря. В He II рост энергии из-за роста $\nabla\varphi$ в сердцевине вихря компенсируется уменьшением модуля параметра порядка вплоть до нуля. В магнитном вихре этот рост можно скомпенсировать выходом намагниченности из легкой плоскости, так как константа A в (3.1) пропорциональна квадрату проекции намагниченности на легкую плоскость. Соответственно этому величина r_c определяется из условия равенства энергий неоднородного обмена $A (\nabla\varphi)^2 \sim A/r_c^2$ и энергии анизотропии E_A , удерживающей намагниченность в легкой плоскости, так что^{39, 40}:

$$r_c = \sqrt{\frac{A}{E_A}}. \quad (3.3)$$

Из (3.2) видно, что активационный барьер может быть довольно велик, что приводит к большим временам перехода в основное состояние.

Если основному состоянию тоже соответствует некоторая геликоидальная структура³⁸, то наше «деформированное» состояние отличается от основного другим шагом спирали и деформация $\nabla\varphi$ определяет разность волновых векторов двух спиралей.

*) Если геликоидальная структура соответствует основному состоянию (см. ³⁸), то поток спина отсутствует.

б) Несохранение спина и снятие вырождения по углу — фиксация угла.

Устойчивость геликоидальных структур

Существование геликоидальных структур, как и незатухающих сверхтекучих потоков массы, тесно связано с вырождением основного состояния по углу (фазе), что в свою очередь есть следствие закона сохранения величины, канонически сопряженной с углом (фазой): число атомов в He II и проекция спина на трудную ось в планарном ферро- и антиферромагнетике. Однако, если в первом случае такой закон сохранения является вполне точным, во втором случае спин не является точным интегралом движения, и всегда существует, хотя и слабая обычно, энергия анизотропии внутри легкой плоскости, снимающая вырождение по углу φ . Подобное явление в экситонном диэлектрике (см. гл. 5) было названо Гусейновым и Келдышем ⁴¹ фиксацией фазы. Из-за фиксации фазы (угла) в голдстоуновской коллективной моде появляется щель, она перестает быть голдстоуновской. Для магновов эта щель соответствует частоте однородного магнитного резонанса. Гамильтониан системы для пары канонических переменных φ и m_z при наличии анизотропии внутри легкой плоскости с плотностью энергии E_Φ имеет вид

$$\mathcal{H} = \int dr \left(A \frac{(\nabla\varphi)^2}{2} + \frac{m_z^2}{2\chi} - \frac{E_\Phi}{n} \cos n\varphi \right), \quad (3.4)$$

где n — порядок оси симметрии — трудной оси z . Уравнения движения (уравнения Гамильтона) представляют собой уравнения Ландау — Лифшица ⁴² в цилиндрической системе координат. После добавления диссипативных членов получим (ср. уравнения (2.14) — (2.17))

$$\frac{1}{\gamma} \frac{\partial m_z}{\partial t} = -A\Delta\varphi + \underline{\frac{E_\Phi \sin n\varphi}{\gamma T_1}} + \frac{m_z}{\gamma T_1}, \quad (3.5)$$

$$\frac{1}{\gamma} \frac{\partial \varphi}{\partial t} = \frac{m}{\chi} + a_\varphi (+A\Delta\varphi - \underline{E_\Phi \sin n\varphi}), \quad (3.6)$$

где γ — гиромагнитное отношение. Волнистой чертой подчеркнуты члены, обусловленные процессами, нарушающими закон сохранения спина. Диссипативная функция R теперь уже может включать член $\sim (\delta H / \delta m_z)^2$ (ср. (2.18) для He II). Это приводит к появлению члена продольной блоховской релаксации m_z / T_1 в уравнении (3.5). Диссипативный член в уравнении (3.6) появился от вклада $(a_\varphi / 2) (\delta H / \delta \varphi)^2$ в диссипативную функцию R , но теперь из-за снятия вырождения по углу φ помимо $\Delta\varphi$ он включает также и член, явно зависящий от угла φ (подчеркнут волнистой чертой). Этот член является аналогом предложенного Леггеттом и Такаги ⁴³ механизма релаксации продольной намагниченности в сверхтекучих фазах He³ (гл. 4).

Стационарная геликоидальная структура ($m_z = 0$) соответствует решениям уравнения синус-Гордона

$$\Delta\varphi = \frac{\sin n\varphi}{l^2}, \quad (3.7)$$

где

$$\frac{1}{l^2} = \frac{E_\Phi}{A}. \quad (3.8)$$

Для одномерных задач, когда угол φ меняется только вдоль одной координаты, скажем x , уравнение (3.7) становится уравнением физического маятника, если заменить расстояние x на t и φ на φ/n . Существуют

два типа решения такого нелинейного уравнения. Первый тип — это колебания маятника около положения равновесия, он не представляет для нас интереса. Второй тип решений — вращение маятника, когда угол φ монотонно растет со временем. Такие решения параметризуются средней «скоростью вращения» $\langle \nabla \varphi \rangle$, определяющей период движения — в нашем случае пространственный период геликоидальной структуры \bar{x} :

$$\bar{x} = \frac{2\pi}{n |\langle \nabla \varphi \rangle|}. \quad (3.9)$$

При малых средних градиентах структура представляет собой периодическую цепочку доменных стенок с шириной $\sim l$, разделяющих домены с разными легкими направлениями внутри легкой плоскости. При увеличении среднего градиента $\langle \nabla \varphi \rangle$ плотность доменных стенок растет, они начинают перекрываться, и при $|\langle \nabla \varphi \rangle| \gg 1/l$ ($\bar{x} \ll l$) анизотропия, фиксирующая угол в плоскости, вносит лишь малые осциллирующие в пространстве добавки к постоянной составляющей градиента $\nabla \varphi$. В этой области можно говорить о «дезинингте» фазы — угла φ большой энергией неоднородного обмена, и устойчивость структуры определяется активационным барьером ε_A , полученным без учета анизотропии в легкой плоскости (уравнение (3.2)).

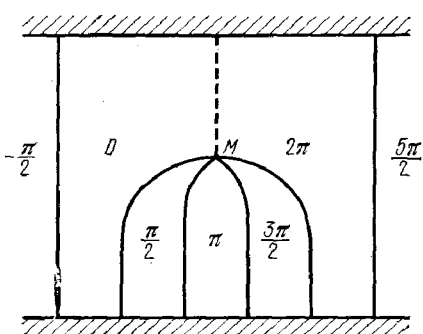


Рис. 3. Уничтожение доменных стенок при $n = 4$.

Сплошные линии — 90°-доменные стенки, точка M — магнитный вихрь; цифры указывают значения углов поворота намагниченности, штриховые линии — разрез со скачком угла на 2π .

При малых $|\langle \nabla \varphi \rangle| \ll 1/l$ релаксация геликоидальной структуры к основному состоянию сводится к устранению доменных стенок из объема образца. Это может происходить путем непрерывного сокращения площади доменной стенки, для этого у стенки должна появиться граница, не совпадающая с границей образца. Такая граница и есть магнитный вихрь. Поскольку в каждой доменной стенке угол меняется на $2\pi/n$, а при обходе вокруг вихря угол φ должен обязательно меняться на 2π , то на магнитном вихре должно оканчиваться n доменных стенок, которые должны сокращать свою площадь одновременно. Этот процесс показан на рис. 3 для $n = 4$. Магнитные вихри представляют собой обобщение блоховских линий, разделяющих субдомены в доменных стенках⁴⁴.

В области, где геликоидальная структура разбивается на изолированные доменные стенки, активационный барьер для движения вихрей поперек образца перестает зависеть от среднего градиента $\langle \nabla \varphi \rangle$. Его величину можно вычислить по аналогии с расчетом энергии вихревого состояния, в которое происходит подбарьерный переход из однородного состояния со сверхтоком массы (см. раздел в) гл. 2 и работы^{14,39,40}). В итоге получаем

$$\varepsilon_A = \frac{\pi^3 \sqrt{n}}{16} A l \left(\ln \frac{l}{r_c} \right)^2. \quad (3.10)$$

Используя соотношения (3.3) и (3.8), связывающие длины l и r_c с плотностями энергий анизотропии E_Φ и E_A , и качественную оценку константы неоднородного обмена $A \sim J/a$ (a — постоянная решетки, J — энергия обмена, нормированная на ячейку кристаллической решетки), получим, что

$$\varepsilon_A \sim J \sqrt{\frac{J}{E_\Phi a^3}} \left(\ln \frac{E_A}{E_\Phi} \right)^2. \quad (3.11)$$

Таким образом, хотя анизотропия E_Φ , фиксирующая угол поворота в плоскости, действительно уменьшает устойчивость геликоидальной структуры, тем не менее, поскольку для многих легкоплоскостных ферро- и антиферромагнетиков $E_A \gg E_\Phi$, активационный барьер ϵ_A может быть очень велик.

в) Бездиссипативный поток спина,
способы его создания

До сих пор мы описывали метастабильные геликоидальные структуры, представляя их как некие упругие деформации исходной спиновой системы, избегая что-либо говорить о потоке спина. Указанием на то, что «упругая деформация» $\nabla\varphi$ пропорциональна потоку спина, является уравнение неразрывности для проекции спина m_z (3.5). Согласно этому уравнению поток спина равен

$$\mathbf{j}_s = \gamma \frac{\delta H}{\delta \nabla\varphi} = \gamma A \nabla\varphi. \quad (3.12)$$

Такой поток спина может существовать только в упорядоченной спиновой системе ниже точки Кюри или Нееля.

Наряду с бездиссипативным потоком спина спин может переноситься также посредством диссипативного потока спиновой диффузии $D\nabla m_z$. Разделение потока спина на бездиссипативный и диссипативный аналогично разделению потока массы в сверхтекучей жидкости на сверхтекучий и нормальный и потока импульса в твердом теле на упругий и вязкий.

В чисто стационарной геликоидальной структуре прецессия намагниченности отсутствует, $m_z = 0$, и никакой диссипации не происходит. Такая структура может существовать без внешнего воздействия лишь в кольцевой геометрии (длинный образец свернут в кольцо, волновой вектор геликоидальной структуры направлен по окружности кольца). С первого взгляда трудно усмотреть в таких условиях, что поток \mathbf{j}_s действительно переносит спин. Чтобы заметить перенос спина, нужна какая-то нестационарность. Так, если мы быстро разрежем кольцо, в котором циркулирует поток спина \mathbf{j}_s , то мы должны заметить рост и уменьшение намагниченности m_z по обе стороны от разреза.

В незамкнутой геометрии, в образце конечной длины, для поддержания геликоидальной структуры и бездиссипативного потока спина необходима постоянная накачка спина через границу образца, например инжекция спина путем пропускания тока поляризованных по спину электронов⁴⁰. Присутствие фиксирующей угол анизотропии в плоскости накладывает требование, чтобы накачка спинов была достаточно большой для депиннинга фазы (угла) в объеме. Если же создаваемый накачкой поток спина $\mathbf{j}_s = \gamma A \nabla\varphi$ меньше величины потока спина в середине изолированной доменной стенки, равного $\sqrt{2}n\gamma A/l$, то эффект накачки может свестись к частичному проникновению доменной стенки в образец вблизи границы, через которую происходит накачка, весь же объем останется невозмущенным (подробнее см.⁴⁰). Метод создания бездиссипативных потоков спиновой накачкой может быть назван *некогерентным*, поскольку здесь воздействие на среду осуществляется путем изменения плотности спина, а не фазы (угла).

Отметим, что при накачке спина в образец конечной длины строго стационарная геликоидальная структура в принципе невозможна, всегда существует какая-то прецессия в спиновом пространстве и $m_z \neq 0$. Действительно, решение (3.5) — (3.6) в объеме для стационарного случая (раздел б) гл. 3), когда блоховская релаксация отсутствует ($m_z/T_1 = 0$),

показывает, что если есть поток спина на одном конце образца из-за накачки, то обязательно есть поток спина и на втором конце. Но там поток должен обращаться в нуль, если второй конец граничит с вакуумом, либо преобразовываться в поток диффузии в случае границы с парамагнитной средой, для поддержания же потока диффузии необходима неравновесная намагниченность $m_z \neq 0$. Отсюда с необходимостью следует, что $m_z \neq 0$ и надо решать временные уравнения (3.5) — (3.6) с граничными условиями. Пусть на одном конце образца $x = 0$ происходит накачка спина и поток спина равен $j_s(0) = j_H$. Тогда здесь образуются доменные стенки,двигающиеся ко второму концу $x = L$. Если накачка достаточно интенсивна и $j_H/\gamma A \sim |\nabla\varphi| \gg 1/l$, то плотность стенок велика, поток спина практически однороден и анизотропией в плоскости можно пренебречь. Решение для этого случая *) было получено в ⁴⁰, приведем результат для границы с вакуумом:

$$j_s(x) = j_H \left(1 - \frac{x}{L}\right), \quad m_z = \frac{j_H T_1}{L}. \quad (3.13)$$

Постоянство намагниченности $m_z \sim \delta\mathcal{H}/\delta m_z$ в объеме образца также необходимо, как и постоянство химического потенциала $\mu = \delta\mathcal{H}/\delta\rho$ в стационарном состоянии сверхтекучей жидкости. Если это условие не выполняется, то намагниченность прецессирует в разных точках с разной скоростью и происходит неограниченный рост деформации в спиновой системе («ускорение» спинового потока $\gamma A \nabla\varphi$).

Возникновение неравновесной спиновой плотности на большом расстоянии от места накачки свидетельствует о реальном переносе спина бездиссипативным потоком. Линейный закон спадающей спиновой плотности и постоянная неравновесная намагниченность во всем объеме образца радикальным образом отличает эксперимент с накачкой спина в планарный ферро- и антиферромагнетик от такого же эксперимента с парамагнетиком, где единственным механизмом переноса спина является диффузия, и поток спина и намагниченность экспоненциально падают при удалении от места накачки спина.

Из уравнений (3.5) и (3.6) следует, что поток энергии, связанный с потоком j_s ,

$$Q = \frac{\delta\mathcal{H}}{\delta m_z} j_s = \frac{m_z}{\chi} j_s, \quad (3.14)$$

также отличен от нуля только, если $m_z \neq 0$. В этом случае существует блоховская релаксация, и для компенсации потерь от нее должна подводиться энергия.

Возможен также *когерентный* метод создания геликоидальной структуры (предложен Ароновым в 1978 г.): один конец образца помещается в достаточно сильное магнитное поле, вращая которое можно поворачивать намагниченность в плоскости. Из-за жесткости спиновой системы это вращение будет передаваться спинам во всем объеме, не подверженном непосредственному воздействию магнитного поля. Такой метод создания бездиссипативного потока спина не имеет аналога в сверхтекучей жидкости, поскольку там отсутствует поле, сопряженное с параметром порядка; зато здесь явно видна аналогия с закручиванием упругого стержня, тем более что в обоих случаях речь идет о потоке момента количества движения.

*) Более общая задача о движении доменных стенок любой плотности решалась для А-фазы He^3 , но без граничных условий (см. конец раздела б) гл. 4). Подробно исследовалась также динамика изолированных доменных стенок ⁴⁴.

Все вышеизложенное показывает, что рассмотренные нами метастабильные геликопдальные структуры являются, с одной стороны, деформированными состояниями системы упорядоченных спинов, с другой, — состояниями с потоком спина (момента количества движения). Последний можно было бы назвать «сверхпотоком» спина, опираясь на аналогию со сверхпотоком массы, но возможен и другой выбор названия, выдвигающий на первый план аналогию с потоком момента количества движения в твердом теле: упругий или жесткий поток спина. Независимо от того, какой терминологии придерживаться, называть или не называть «сверхсвойством» аномально малое затухание потока спина в пространстве и времени, речь идет о *реальном* и *наблюдаемом* переносе спина.

Отсутствие строгого закона сохранения спина и обусловленная этим фиксация фазы (угла поворота в легкой плоскости) — важная особенность, отличающая бездиссипативный перенос спина от сверхтекучего переноса массы. Но тут следует указать, что это отличие не является настолько радикальным, как кажется с первого взгляда. И в сверхтекучей жидкости можно сконструировать такую схему эксперимента, в котором существует нечто похожее на фиксацию фазы *). Пусть, например, тонкая пленка He II течет по пластине, отделяющей ее от неподвижного гелия. Если сделать в этой пластине тонкие отверстия и создать такие условия, что в отверстиях гелий всегда имеет наименьшую кинетическую энергию, совместимую с фазами на двух концах отверстия, то в энергии пленки появится член, явно зависящий от фазы с периодом 2π . Появляющееся благодаря этому периодическое изменение скорости пленки вдоль направления течения обусловлено утечкой и притоком гелия через отверстия.

г) Сверхпотоки и топология пространства вырождения параметра порядка

Свойство цикличности фазы (угла поворота), как мы видели, играло решающую роль для существования бездиссипативного переноса как массы, так и спина. Это свойство является следствием *топологии пространства вырождения параметра порядка*, называемого обычно пространством R . Изучение топологии этого пространства получило в последние годы широкое развитие в связи с исследованиями жидких кристаллов и сверхтекучего He^3 (см. ⁴⁵⁻⁴⁸). Пространство R является множеством всех значений параметра порядка, соответствующих основному состоянию. Выход из пространства R в более общее пространство возможных значений параметра порядка сопряжен с увеличением энергии и в обычных условиях происходит лишь в малых областях реального пространства (например, в сердцевине вихря). Для He II и легкоплоскостного ферро- и антиферромагнетика пространство R представляет собой окружность на комплексной плоскости и на легкой плоскости соответственно (обозначается обычно S_1). Для иллюстрации связи топологии пространства R и существования метастабильных структур удобнее всего замкнутая геометрия — среда, заполняющая кольцо. Рассмотрим всевозможные отображения контура, охватывающего все кольцо в реальном пространстве, на пространство R . Эти отображения, являющиеся контурами в пространстве R , можно разбить на *гомотопические классы*; все контуры, принадлежащие одному классу, *гомотопически эквивалентны*, т. е. могут быть преобразованы друг в друга непрерывной деформацией. Совокупность этих классов образует фундаментальную группу π_1 . Для He II и легко-

*) На эту возможность обратил внимание автора Иорданский (1976).

плоскостных ферро- и антиферромагнетиков группа π_1 изоморфна группе целых чисел (группа Z). Эти целые числа показывают, сколько раз контур пробегает окружность S_1 , которая является пространством R в данном случае. Если это число не равно нулю, то контур может быть преобразован в точку, соответствующую однородному параметру порядка в кольце, только в том случае, если в процессе преобразования параметр порядка в какой-то части реального пространства выйдет за пределы пространства R (сойдет с окружности S_1), а это неизбежно должно означать большую энергию промежуточных состояний, т. е. активационный барьер для перехода в основное состояние.

Вышеприведенное рассуждение показывает, как с помощью топологического анализа можно делать предсказания относительно устойчивости неоднородных структур. Роль этого анализа напоминает роль теоретико-группового анализа в оптике; последний не может дать значений вероятности перехода, но может указать на то, какие вероятности должны быть малы. Следует отметить также, что топологический анализ достаточно надежно предсказывает устойчивость структуры, но отсутствие устойчивости в топологическом смысле не означает с необходимостью, что исследуемая структура действительно неустойчива. Дело в том, что могут существовать энергетические барьеры нетопологического происхождения⁴⁷, препятствующие деформации контура *внутри* пространства R . Такие нетопологические барьеры могут существовать, в частности, в сверхтекучей А-фазе He^3 (см. раздел а) гл. 4).

Для изотропного ферро- и антиферромагнетика пространством вырождения R служит поверхность — трехмерная сфера (обычно обозначается как S_2). Любой контур на такой сфере может быть стянут в точку, т. е. фундаментальная группа π_1 для пространства S_2 тривиальна и включает только единичный элемент. Таким образом, топология дает указание на то, что геликоидальная структура в изотропном ферро- и антиферромагнетике может быть неустойчивой. Действительно, если постепенно выводить намагниченность из плоскости, в которой намагниченность поворачивается в исходной геликоидальной структуре, то энергия монотонно уменьшается.

В момент, когда намагниченность всюду¹ выстроится² вдоль перпендикуляра к исходной плоскости, состояние станет однородным. Этот процесс соответствует стягиванию контура, охватывающего много раз сферу S_2 в экваториальной плоскости, в точку.

В заключение остановимся на условии микроскопической устойчивости геликоидальной структуры — аналоге критерия Ландау. Для этого необходимо рассмотреть спектр возбуждений (магнонов) в геликоидальной структуре. В то время как сверхпоток вносит в спектр поправку, линейную по скорости $v_s = (\hbar/m) \nabla\varphi$ ($\epsilon \rightarrow \epsilon + \mathbf{p}v_s$), бездиссипативный поток спина вносит поправку в магнонный спектр, квадратичную по $\nabla\varphi$. Проще всего это увидеть на примере ферромагнетика. В этом случае константа неоднородного обмена A в гамильтониане (3.4) пропорциональна квадрату проекции намагниченности на легкую плоскость: $A \sim m_1^2 = m^2 - m_z^2$. Отсюда возникает нелинейная добавка $-(\nabla\varphi)^2$ к обратной восприимчивости $1/\chi$, которая может сделать квадрат магнонной частоты отрицательным, что означает неустойчивость. Для изотропного ферромагнетика обратная восприимчивость $1/\chi$ равна нулю, и геликоидальная структура неустойчива для любого $\nabla\varphi$.

При наличии анизотропии, выделяющей легкую плоскость, условие микроскопической устойчивости нарушается при тех же значениях $\nabla\varphi$, при которых исчезает активационный барьер для движения магнитных вихрей.

4. СВЕРХТЕКУЧЕСТЬ А-ФАЗЫ He^3

а) Сверхпотоки массы

Большое продвижение вперед в понимании явления сверхтекучести было достигнуто после экспериментального открытия сверхтекучих фаз He^3 и стимулированного этим событием последующего развития теории. Сейчас уже появилось довольно много обстоятельных обзоров на эту тему⁵⁻⁸, поэтому мы ограничимся напоминанием лишь некоторых свойств сверхтекучей А-фазы, необходимых для понимания содержания настоящего обзора. Предпочтение А-фазе по отношению к другой известной сверхтекучей фазе В делается потому, что сверхтекучие свойства В-фазы мало чем отличаются от свойств $\text{He} \text{ II}$. Что же касается А-фазы, то ее сверхтекучие свойства совершенно уникальны и именно их исследование позволило взглянуть на явление сверхтекучести в новом свете.

Образующиеся ниже T_c куперовские пары атомов He^3 находятся в триплетном состоянии (суммарный спин 1). Поэтому орбитальный момент пары должен быть нечетным и принимается, что он равен 1. Волновые функции единичного углового момента, как спинового, так и орбитального, имеют три компонента, и потому параметр порядка имеет $3 \times 3 = 9$ комплексных компонент $A_{\alpha i}$ ($\alpha, i = 1, 2, 3$; α и i — спиновый и орбитальный индексы). Свободная энергия в сверхтекучем состоянии зависит от всевозможных инвариантов, составленных из этих компонент и их градиентов. Нам понадобится в дальнейшем только зависящая от градиентов часть свободной энергии, включающая три инварианта (в пренебрежении спин-орбитальной связью):

$$\mathcal{H}_{\text{grad}} = \frac{1}{2} [K_1 (\nabla_i A_{\mu j}^*) (\nabla_i A_{\mu j}) + K_2 (\nabla_i A_{\mu j}^*) (\nabla_j A_{\mu i}) + K_3 (\nabla_i A_{\mu i}^*) (\nabla_j A_{\mu j})] \left(\frac{\hbar}{2m} \right)^2. \quad (4.1)$$

В А-фазе матрица порядка представляет собой прямое произведение двух векторов:

$$A_{\alpha i} = (\Delta_{1i} + i\Delta_{2i}) d_{\alpha}. \quad (4.2)$$

Пара ортогональных векторов Δ_1 и Δ_2 определяет орбитальную часть волновой функции. Орбитальный вектор $\mathbf{l} = \Delta_1 \times \Delta_2$ указывает направление орбитального момента куперовской пары. Вещественный вектор \mathbf{d} в спиновом пространстве определяет направление, вдоль которого проекция спина пары точно обращается в нуль. Для любого другого направления проекция спина обращается в нуль в среднем *).

Фаза φ калибровочного преобразования в А-фазе совпадает, как можно легко убедиться, с одним из параметров группы вращения репера из трех векторов ($\Delta_1, \Delta_2, \mathbf{l}$), а именно, углом поворота вокруг \mathbf{l} . Из-за некоммутативности трехмерной группы вращения этот угол поворота не может быть однозначно определен во всем пространстве. Лишь бесконечно малые изменения фазы φ хорошо определены, поэтому можно, как и в $\text{He} \text{ II}$, ввести сверхтекучую скорость $v_s = \frac{\hbar}{2m} \cdot \frac{\delta\varphi}{\delta\mathbf{r}}$, но

$$\frac{\delta\varphi}{\delta\mathbf{r}} = \left. \frac{\varphi(\mathbf{r} + \delta\mathbf{r}) - \varphi(\mathbf{r})}{\delta\mathbf{r}} \right|_{\delta\mathbf{r} \rightarrow 0}$$

*) Более точное рассмотрение показывает, что орбитальный момент вращения куперовской пары индуцирует слабый электронный орбитальный магнитный момент⁴⁹, а также слабый ядерный спиновый момент⁵⁰ вдоль направления орбитального момента \mathbf{l} . Поэтому в А-фазе существует очень слабая спонтанная намагниченность, которую удалось наблюдать на эксперименте⁵¹. Однако в большинстве случаев ее можно игнорировать.

не является градиентом однозначной скалярной функции, и потому $\text{rot } \mathbf{v}_s \neq 0$ в общем случае. Здесь m — масса одного атома He^3 .

Плотность сверхтока массы в A -фазе определяется обычным образом. Если $\mathbf{d} = \text{const}$, то

$$j_{si} = \frac{\delta \mathcal{H} \text{grad}}{\delta (v_{si})} = \frac{\hbar}{2m} [K_1 (\Delta_{1j} \nabla_i \Delta_{2j} - \Delta_{2j} \nabla_i \Delta_{1j}) + \\ + K_2 (\Delta_{1j} (\nabla_j \Delta_{2i}) - \Delta_{2j} (\nabla_j \Delta_{1i})) + K_3 (\Delta_{2i} (\nabla_j \Delta_{1j}) - \Delta_{1i} (\nabla_j \Delta_{2j}))]; \quad (4.3)$$

или;

$$\mathbf{j}_s = (2K_1 + K_2 + K_3) \mathbf{v}_s - (K_2 + K_3) (\mathbf{v}_s \mathbf{l}) \mathbf{l} + \\ + (K_2 + K_3) \frac{\hbar}{2m} (\mathbf{l} \text{rot } \mathbf{l}) \mathbf{l} - K_3 \frac{\hbar}{2m} \text{rot } \mathbf{l}. \quad (4.4)$$

Мы видим, что в A -фазе сверхтекучая плотность (коэффициент пропорциональности между \mathbf{j}_s и \mathbf{v}_s) является не скаляром, а тензором и зависит от ориентации \mathbf{l} относительно вектора \mathbf{v}_s . В теории Гинзбурга — Ландау в приближении слабой связи $K_1 = K_2 = K_3 > 0$ и энергия минимальна, когда \mathbf{l} параллелен \mathbf{v}_s . Наличие зависимости полной сверхтекучей массы $M_s = \int \rho_s d\mathbf{r}$ от ориентации \mathbf{l} требует осторожности при галилеевом преобразовании *). Так, если мы создали в неподвижной жидкости в основном состоянии неоднородную по \mathbf{l} текстуру с энергией ε и импульсом \mathbf{p} , то при переходе к другой системе отсчета, двигающейся со скоростью \mathbf{v}_0 , энергия текстуры преобразуется по закону, отличному от закона преобразования энергии возбуждений в He II (см. (2.5)):

$$\tilde{\varepsilon} = \varepsilon + \mathbf{p} \mathbf{v}_0 + \Delta M_s \frac{v_0^2}{2}, \quad (4.5)$$

где ΔM_s — разница полной сверхтекучей массы для текстуры и исходного основного состояния жидкости.

Отсутствие хорошо определенной фазы параметра порядка в A -фазе приводит к замечательному результату: состояния со сверхтоками массы в больших объемах не являются топологически устойчивыми⁵². Рассмотрим, каким образом такое заключение следует из топологии пространства вырождения параметра порядка (пространства R). Мы будем игнорировать спиновые степени свободы (вектор \mathbf{d}), что полностью оправдано в двух предельных случаях: градиентная энергия много больше или много меньше, чем диполь-дипольная энергия, зависящая от угла между \mathbf{d} и \mathbf{l} . В первом случае можно пренебречь спин-орбитальной связью и рассматривать орбитальную часть волновой функции независимо от ее спиновой части. Во втором случае, называемом дипольно-связанным (dipole-locked) режимом, благодаря диполь-дипольному взаимодействию вектор \mathbf{d} следует всюду за вектором \mathbf{l} , оставаясь параллельным ему, и потому параметр порядка полностью определяется заданием положения репера $(\Delta_1, \Delta_2, \mathbf{l})$. В обоих случаях сверхток массы определяется из (4.3) или (4.4), но величина констант свободной энергии будет различна, так как в дипольно-связанном режиме есть вклад в энергию от градиентов вектора \mathbf{d} , в первом же случае вектор \mathbf{d} можно считать постоянным.

Пространство R совпадает с проекционным пространством P_3 — пространством параметров трехмерной группы вращения⁸. Оно представляет собой шар радиуса π . Вектор, соединяющий любую точку шара с ее центром, указывает направление оси поворота, а величина вектора —

*) Здесь речь идет о галилеевом преобразовании не всей жидкости, а только ее сверхтекучей части, т. е. о преобразовании $\mathbf{v}_s \leftrightarrow \mathbf{v}_s + \mathbf{v}_0$, $\mathbf{v}_n \leftrightarrow \mathbf{v}_n$, причем относительная скорость $\mathbf{v}_s - \mathbf{v}_n$ предполагается малой до и после преобразования и нелинейные по $\mathbf{v}_s - \mathbf{v}_n$ эффекты неважны. В формулах этого раздела предполагается, что $\mathbf{v}_n = 0$.

угол поворота вокруг этой оси. Очевидно, что повороты на π и $-\pi$ вокруг противоположно направленных осей тождественны, поэтому диаметрально-противоположные точки на поверхности шара эквивалентны. Рассмотрим теперь опять токовые состояния в кольце, соответствующие повороту репера $(\Delta_1, \Delta_2, 1)$ вокруг 1 при обходе кольца на угол $2\pi N$ (N — любое целое число). Отображением одного поворота репера в пространство R является диаметр шара, совпадающий с осью, параллельной вектору 1. Это замкнутый контур, так как концы диаметра эквивалентны. N поворотов вокруг 1

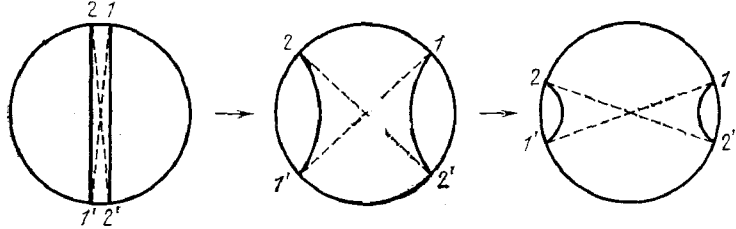


Рис. 4. Непрерывная деформация в пространстве R для A -фазы, преобразующая контур для токового состояния в кольце при $N = 2$ (два кванта циркуляции) в точку, являющуюся отображением основного состояния ⁶.

в реальном пространстве соответствуют N -кратному прохождению того же диаметра. Оказывается, что все контуры с четным N гомотопически эквивалентны контуру с $N = 0$, т. е. однородному состоянию без тока, а с нечетным N — контуру с $N = 1$. Таким образом, фундаментальная группа π_1 состоит только из двух элементов ⁴⁶. На рис. 4 показано, каким образом контур с $N = 2$ стягивается непрерывной деформацией в точку, соответствующую однородному состоянию. Единственное топологически устойчивое токовое состояние с одним квантом $N = 1$ соответствует исчезающе малой сверхтекучей скорости в большом канале. Состояния же с макроскопическим числом квантов становятся топологически устойчивыми лишь благодаря магнитному полю и эффекту границ, меняющим топологию пространства R ^{8,48}.

Однако, прежде чем делать вывод о неустойчивости сверхпотоков массы в больших объемах A -фазы без магнитного поля, необходимо проверить, не возникают ли активационные барьеры *нетопологического* происхождения, обусловленные ростом энергии в процессе непрерывной деформации контура *внутри* пространства R . На основе анализа устойчивости токовых состояний Бхаттачарья, Хо и Мермин ⁵³ показали что нетопологические барьеры появляются в дипольно-связанном режиме *). Но если барьеры существуют, порядок их величины определяется из соображений размерности. Барьеры возникают из-за роста градиентной энергии (4.1), не содержащей никаких масштабов длины, и единственный масштаб задачи — это длина \hbar/mv_s . Поэтому приближенные значения нетопологических барьеров получаются из выражений (2.6), (2.20) и (2.21) для топологических барьеров в He II заменой длины когерентности r_c (размера сердцевинки вихря) на длину \hbar/mv_s :

$$\begin{aligned} 3 \text{ измерения: } \epsilon_A &\sim \left(\frac{\hbar}{m}\right)^3 \frac{\rho_s}{v_s}, \\ 2 \text{ измерения: } \epsilon_A &\sim \left(\frac{\hbar}{m}\right)^2 \rho_s, \\ 1 \text{ измерение: } \epsilon_A &\sim \frac{\hbar}{m} \rho_s v_s, \end{aligned} \quad (4.6)$$

*) Они установили, что токовое состояние является минимумом энергии, а не седловой точкой.

где сверхтекучая плотность ρ_s , трех-, двух- и одномерная соответственно, — порядка наибольшей из констант K_1 , K_2 и K_3 в (4.1).

Причиной роста градиентной энергии в процессе сброса одного кванта потока является нарушение параллельности \mathbf{l} и \mathbf{v}_s . Поэтому барьер ϵ_d растет с ростом v_s в одномерном случае. В случае же двух и трех измерений рост градиентной энергии можно уменьшить, ограничив размер неоднородной по \mathbf{l} области, где $\text{rot } \mathbf{v}_s \neq 0$, длиной \hbar/mv_s . Условно ее можно назвать сердцевинной «несингулярного» вихря. Но в промежуточном состоянии, соответствующем наибольшей энергии (вершине барьера), размер такой сердцевинки того же порядка, что и размер «лондоновской области» поля вихря, где $\text{rot } \mathbf{v}_s = 0$. Поэтому в (4.6) не появляется большой логарифм, как в (2.20) и (2.6).

Когда сверхтекучая скорость достигает значений, превышающих $\hbar/m\xi_d$ (ξ_d — дипольная длина, $\xi_d \sim 10$ мкм), градиентная энергия становится больше диполь-дипольной и дипольно-связанный режим становится энергетически невыгодным⁵⁴. Разрыв связи между векторами \mathbf{d} и \mathbf{l} приводит к исчезновению нетопологических активационных барьеров. Таким образом, однородные сверхтоки массы в A -фазе неустойчивы при скоростях $v_s > \hbar/m\xi_d$ *).

б) Бездиссипативные потоки спина

Если есть энергия, удерживающая спиновый вектор \mathbf{d} в «легкой» плоскости (такой энергией является энергия взаимодействия с магнитным полем), то пространственное вращение \mathbf{d} внутри этой плоскости означает перенос спиновой намагниченности, продольной по отношению к магнитному полю. Возникающий «сверхпоток» спина микроскопически можно представить себе в виде двух противоположно направленных сверхтоков куперовских пар с проекциями спина на направление магнитного поля $+1$ и -1 . Поэтому его называют иногда магнитным противотоком. Первые его теоретические исследования были выполнены Вуорио⁵⁵. Корручини и Ошеров⁵⁶ при интерпретации своих экспериментов по продольной магнитной релаксации в A -фазе предполагали, что весьма значительное сокращение времени релаксации ниже точки перехода в сверхтекучее состояние происходит благодаря быстрому переносу спина сверхтоком из объема на стенки, где и происходит окончательная релаксация спина на магнитных примесях. Уменьшение намагниченности в объеме происходило при этом по линейному закону, что можно объяснить так же, как и течение сверхтекучих гелиевых пленок с постоянной скоростью: градиент намагниченности «ускоряет» спиновый сверхпоток до тех пор, пока не включается сильный механизм диссипации, останавливающий рост спинового потока^{55,56}.

Диполь-дипольное взаимодействие, ориентирующее вектора \mathbf{d} и \mathbf{l} параллельно друг другу, снимает вырождение энергии по углу между \mathbf{d} и \mathbf{l} . Иногда можно пренебречь изменениями направления вектора \mathbf{l} , например, если \mathbf{l} зафиксирован эффектом границ, либо в процессе создания неоднородного состояния закрученным оказался вектор \mathbf{d} , но не \mathbf{l} . Последнее имеет место в экспериментах по продольной релаксации. Тогда диполь-дипольное взаимодействие играет такую же роль, как и магнитная анизотропия в легкой плоскости для планарных ферро- и антиферромагнетиков. Оно делает слабый сверхпоток спина существенно неоднородным: текстура разбивается на изолированные доменные стенки, или

*) Однако могут быть устойчивыми геликоидальные текстуры с пространственным вращением вектора \mathbf{l} , в которых также возможен бездиссипативный перенос массы (см. работу⁵⁴ и цитированную в ней литературу).

d -солитоны⁵⁷. Анализ устойчивости спиновых сверхпотоков для планарных ферро- и антиферромагнетиков (гл. 3) может быть использован и для A -фазы, выражения для активационных барьеров будут при этом отличаться от (3.2) и (3.10) лишь обозначениями. Спиновые сверхпотоки оказываются устойчивыми, если энергия, удерживающая d в плоскости (взаимодействие с магнитным полем), превышает диполь-дипольную энергию, препятствующую свободному вращению d в плоскости; для этого нужны поля $H > 30$ Гс⁵⁸. Это подтверждается экспериментами Сагера и др.⁵⁹, которые при уменьшении магнитного поля наблюдали в интервале полей 30—85 гаусс переход от релаксации по Корручини и Ошерову (линейное падение намагниченности) к другому закону релаксации (линейное падение квадрата намагниченности), следующему из теории Леггетта и Такаги⁴³, рассматривавших однородную релаксацию в объеме.

Доказательством возникновения больших надкритических потоков спина в объеме при продольной релаксации могло бы быть обнаружение спиновой турбулентности — большего числа магнитных вихрей, в окрестности которых вектор d выходит из плоскости, перпендикулярной полю H . В ряде работ^{59,60} с помощью такой турбулентности объясняют явление немонотонной релаксации, когда намагниченность в процессе релаксации может возрастать на небольших отрезках времени *).

Недавно в A -фазе было экспериментально обнаружено распространение солитонов (доменных стенок) на значительные расстояния и измерена скорость их распространения⁶². Эти эксперименты подтверждают возможность бездиссипативного переноса спина, так как каждый движущийся солитон несет спин. В работе⁶³ на основе уравнений, аналогичных (3.5) — (3.6), сводящихся после исключения m_z к временному уравнению синус-Гордона с диссипативными членами, была построена гидродинамическая теория, описывающая движение солитонов в терминах их плотности и скорости. Сопоставление этой теории с экспериментом по распространению солитонов⁶² показало, что и в этом эксперименте спиновая турбулентность может играть большую роль.

5. БЕЗДИССИПАТИВНЫЕ ПОТОКИ И МЕТАСТАБИЛЬНЫЕ СТРУКТУРЫ В ЭЛЕКТРОН-ДЫРОЧНЫХ СИСТЕМАХ

а) Предварительные замечания

Проблема бозе-конденсации и сверхтекучести электрон-дырочных пар или экситонов обсуждается довольно давно^{64–66}. Предполагалось, что оптической накачкой можно создать достаточную для бозе-конденсации концентрацию экситонов. Если времена жизни экситонов достаточно велики, то приближенно можно рассматривать возникающее состояние как равновесное. Однако при больших концентрациях экситонов, как правило, вместо бозе-конденсации начинается конденсация в электрон-дырочные капли⁶⁷. Тем не менее, в литературе существуют указания на то, что бозе-конденсация экситонов или биэкситонов экспериментально реализуется⁶⁸. Но бозе-конденсация экситонов может происходить и в равновесии, в полупроводнике с шириной запрещенной зоны меньше энергии связи экситона или в полуметалле с перекрывающимися зонами валентной и проводимости^{69–72}. Возникающее состояние называют экситонным диэлектриком или экситонной фазой *)*).

*) Однако предполагалось и другое объяснение этого явления⁶¹, основанное на объемном механизме релаксации Леггетта и Такаги.

**) Модель, предложенная Ломером⁷³ для объяснения волн спиновой плотности в хроме, также по сути дела представляет собой модель экситонной фазы. Однако хром не становится диэлектриком, так как имеются участки поверхности Ферми, не участвующие в электрон-дырочном спаривании.

Сверхтекучесть экситонного диэлектрика впервые обсуждалась Козловым и Максимовым⁷⁴. Они предполагали, что она будет проявляться в виде «сверхтеплопроводности», исходя из неверного, как в дальнейшем было показано⁷⁵, выражения для потока энергии. Отличный от нуля поток энергии может существовать в экситонной фазе только в неравновесных условиях (см. раздел в) гл. 5). Под сверхтеплопроводностью в He II обычно понимают явление переноса энтропии без градиента температуры.

Последнее, как и второй звук, возможно только при наличии закона сохранения импульса. Поэтому сверхтеплопроводность невозможна не только в экситонной фазе, но и в сверхпроводнике из-за присутствия примесей. Таким образом, «сверхсвойства» экситонной фазы должны проявлять себя

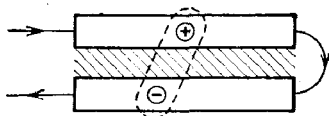


Рис. 5. Протекание электрического тока при движении связанных электрон-дырочных пар⁷⁶.

Электроны и дырки находятся в двух пленках, разделенных изолирующим слоем.

другим образом. Чтобы понять, в чем могут заключаться эти «сверхсвойства» и имеет ли смысл называть их сверхсвойствами, необходимо рассмотреть два важных вопроса:

1) Роль межзонных переходов, которые снижают вырождение по фазе и делают невозможным состояния с однородными потоками электрон-дырочных пар⁴¹.

2) Какая реальная физическая величина переносится «сверхпотоком» в бозе-конденсированной электрон-дырочной системе и можно ли его наблюдать.

Отметим, что вопрос о физическом смысле и наблюдаемости «сверхпотока» электрон-дырочных пар имеет простой ответ (во всяком случае в теории) для двумерных систем с пространственно разделенными электронами и дырками, представляющими собой две пленки со свободными электронами в одной и дырками в другой, разделенные диэлектрическим слоем. Коган и Тавгер⁷⁶ обратили внимание на то, что перенос связанных нейтральных электрон-дырочных пар в таких системах может сопровождаться прохождением бездиссипативного электрического тока при последовательном включении двух пленок в цепь (см. рис. 5, заимствованный из их работы).

Теория таких систем получила дальнейшее развитие в работах⁷⁷⁻⁸⁰. Однако проблема фиксации фазы остается актуальной и для систем с пространственно-разделенными электронами и дырками.

Мы видели в предыдущих главах, что «сверхсвойства» представляют собой явление, протекающее на больших временных и пространственных масштабах, поэтому всюду использовались феноменологические уравнения — уравнения гидродинамики, уравнения Ландау — Лифшица, Леггетта и Такаги.

В этом смысле настоящая глава является исключением, так как здесь изложение идет в терминах *микроскопической* модели — модели экситонного диэлектрика. Делая это исключение, мы, с одной стороны, отдаем дань установившейся традиции, облегчая тем самым обсуждение существующих на эту тему работ.

С другой стороны, условия применимости модели экситонного диэлектрика в значительной степени перекрываются с условиями существования «сверхсвойств». Но это отнюдь не исключает возможности того, что последние могут быть выполненными и в рамках какой-то другой модели диэлектрика. И здесь возможно описание явления на феноменологическом языке без использования таких терминов микроскопической теории, как электрон-дырочная пара. К этому вопросу мы вернемся в разделе г) настоящей главы.

б) Физический смысл параметра порядка экситонного состояния. Фиксация фазы

Параметр порядка в экситонном состоянии можно записать в виде матрицы $\Delta_{\alpha\beta}$ размерности 2×2 , представляющей собой, с одной стороны, волновую функцию электрон-дырочной пары (α и β — спиновые индексы электрона и дырки), с другой — определяющей амплитуды возникающих в экситонном состоянии волн зарядовой или спиновой плотности (ВЗП или ВСП) ⁷²:

$$\langle \delta\rho \rangle = \text{Re} \{ \Delta\Phi(\mathbf{r}) \}, \quad (5.1)$$

$$\langle \delta\sigma \rangle = \text{Re} \{ \sigma_{\alpha\beta} \Delta_{\alpha\beta} \Phi(\mathbf{r}) \}, \quad (5.2)$$

где фурье-разложение для $\Phi(\mathbf{r})$ может включать как волновые векторы исходной обратной решетки, так и соизмеримые или несоизмеримые по отношению к ним векторы. Компоненты вектора σ представляют собой матрицы Паули. Синглетное спаривание $\Delta_{\alpha\beta} = \delta_{\alpha\beta} \Delta \exp(i\varphi)$ приводит к возникновению ВЗП ($\langle \delta\rho \rangle \neq 0$, $\langle \delta\sigma \rangle = 0$). При триплетном спаривании $\Delta_{\alpha\beta}$ представляет собой матрицу с нулевым следом, компоненты которой можно выразить через трехмерный вектор \mathbf{d} :

$$\Delta_{\alpha\beta} \rightarrow \begin{pmatrix} d_z & d_x + id_y \\ d_x - id_y & -d_z \end{pmatrix} e^{i\varphi}. \quad (5.3)$$

Вектор \mathbf{d} представляет собой вектор поляризации, возникающей при триплетном спаривании ВСП. Модель триплетного экситонного состояния есть в действительности модель зонного антиферромагнетизма, а вектор \mathbf{d} эквивалентен антиферромагнитному вектору гейзенберговского антиферромагнетика.

Общая фаза параметра порядка φ (экситонная фаза по терминологии работ ^{39,40}) определяет смещение ВЗП и ВСП относительно основной решетки *). Свободная энергия зависит от таких смещений лишь при учете межзонных переходов.

В экситонном состоянии должны существовать уравнения движения для пары канонических переменных экситонная фаза φ — плотность электрон-дырочных пар n_{eh} , а в триплетном состоянии — также и уравнения движения для вектора \mathbf{d} и намагниченности (уравнения Ландау — Лифшица). Эти уравнения, будучи феноменологическими уравнениями, могут быть выписаны с учетом общих требований теории симметрии и законов сохранения. Но для того чтобы получить теоретические значения входящих в эти уравнения коэффициентов, необходимо вывести их, используя какие-то конкретные теоретические модели. Такой вывод был проделан для экситонного диэлектрика, экситонного газа малой концентрации и систем с пространственно-разделенными электронами и дырками ^{39, 40, 79, 81–83} *). Благодаря межзонным переходам в свободной энергии появляется член, зависящий от экситонной фазы φ , т. е. фиксирующий фазу. Для инвариантных по отношению к поворотам спинов взаимодействий

*) Каждая гармоника ВЗП и ВСП смещается на φ/k ; при этом будут меняться и другие электронные параметры, например дипольный момент.

**) Пользуясь случаем, отметим, что утверждение Ключника и Лозовика (см. примечания к их работам ^{82,83}) о том, что в работе ⁴⁰ уравнение для угла поворота намагниченности (вектора \mathbf{d}) ошибочно сопоставляется с уравнением, выведенным для экситонной фазы (фазы конденсата в ^{82,83}), основано на недоразумении. Если внимательно прочесть упомянутые работы, в особенности стр. 2108 в ⁴⁰, то можно убедиться, что уравнения, полученные Ключником и Лозовиком для экситонного диэлектрика, в действительности те же самые, что в работах ^{39,40}. Имеются лишь терминологические расхождения: Ключник и Лозовик возражают против термина «сверхсвойства» (об этом см. ниже, раздел г) гл. 5).

энергия фиксации фазы имеет вид

$$E_{\Phi}(\varphi) = \int d\mathbf{r} [a_1 \Delta_{\alpha\alpha}(\mathbf{r}) + a_2 \Delta_{\alpha\beta}(\mathbf{r}) \Delta_{\beta\alpha}(\mathbf{r}) \dots + \text{к. с.}]. \quad (5.4)$$

Здесь предполагается, что параметр порядка $\Delta_{\alpha\beta}(\mathbf{r})$, выбранный в (5.1) — (5.3) постоянным для основного состояния, в результате возмущения основного состояния может меняться в пространстве на масштабах, превышающих длины волн структуры, появляющейся в результате фазового перехода.

Члены первого порядка по $\Delta_{\alpha\beta}$ появляются в разложении (5.4), только если электронный и дырочный экстремумы расположены в одной точке \mathbf{k} -пространства. Но при этом фазовый переход с нарушением симметрии не будет иметь места, речь может идти лишь о размытом переходе между областями с малыми и большими Δ . Поэтому при фазовом переходе с нарушением трансляционной симметрии (появлением новых волновых векторов структуры, не принадлежащих исходной обратной решетке) или симметрии точечной группы разложение (5.4) не может начинаться с членов первого порядка по Δ (Волков и Копаев, 1978). В антиферромагнитном хrome экстремумы разнесены в \mathbf{k} -пространстве на половину вектора обратной решетки⁸⁴, и разложение начинается с членов Δ^2 независимо от того, возникает ли структура, соизмеримая или несоизмеримая с основной решеткой. Коэффициент a_2 при этом определяется процессами переброса⁴⁰.

в) Деформация ВЗП и ВСП и бездиссипативные потоки

Градиенты экситонной фазы $\nabla\varphi$ определяют потоки электрон-дырочных пар, а градиенты вектора \mathbf{d} — потоки спина. Так, если \mathbf{d} поворачивается в плоскости xz , то из (5.3) можно заметить, что происходящее при этом изменение фаз недиагональных элементов матрицы параметра порядка имеет противоположный знак. Эти элементы можно толковать как параметры порядка для электрон-дырочных пар с z -проекцией спина $+1$ и -1 . Поэтому пространственный поворот \mathbf{d} соответствует противотоку пар с противоположно направленными спинами, что приводит к переносу спина^{*}). В отличие от этого в гейзенберговском антиферромагнетике электроны локализованы, и перенос спина не сопровождается переходом электронов с узла на узел. Но эти различия в микроскопической природе магнетизма и механизма переноса спина никак не сказываются на виде феноменологических уравнений, описывающих движение в спиновом пространстве (уравнения Ландау — Лифшица). Поэтому все полученные в гл. 3 на основе этих уравнений условия существования и методы генерации слабо затухающих в пространстве и времени потоков спина — «сверхпотоков» — полностью относятся и к триплетному экситонному состоянию, т. е. к зонному антиферромагнетизму.

Исследование устойчивости структур с пространственными градиентами экситонной фазы φ также мало чем отличается от такой же задачи для структур с пространственным вращением намагниченности. Уравнения движения для пары канонических переменных; экситонная фаза φ — плотность электрон-дырочных пар n_{eh} — отличается от уравнений движения для пары канонических переменных: угол поворота φ спинов вокруг оси z — плотность z -проекции спина m_z — лишь обозначениями (необходимо заменить в (3.5) и (3.6) m_z на n_{eh}) и физическим смыслом входящих в урав-

^{*}) Здесь имеется аналогия с переносом спина в А-фазе He^3 (см. ^{39,85} и раздел б) гл. 4).

нения коэффициентов. Вместо магнитной анизотропии (члены $E_{\Phi} \sin n\varphi$ в (3.5) и (3.6)) теперь появляется энергия фиксации фазы (5.4), при этом число n , указывавшее на порядок симметрии анизотропии в плоскости, теперь должно соответствовать степени Δ , с которой начинается разложение по Δ в (5.4). Член, соответствующий блоховской релаксации m_z/T_1 в (3.5), будет в уравнении для $\partial n_{eh}/\partial t$ описывать реальные межзонные переходы, не зависящие от фазы, в отличие от виртуальных переходов, обуславливающих фиксацию фазы. Не повторяя весь анализ, проделанный в гл. 3, приведем лишь основные его результаты применительно к неоднородным по экситонной фазе состояниям:

1) Фиксация фазы приводит к щели в спектре коллективных колебаний и делает невозможным существование стационарных однородных состояний с потоком электрон-дырочных пар $j_{eh} \sim \nabla\varphi$ ⁴¹, однако могут существовать неоднородные состояния с периодически меняющимся потоком j_{eh} ^{79,81,86}. Если «кинетическая энергия» потока (энергия деформации $\sim \nabla\varphi^2$) много меньше энергии фиксации фазы, то такие состояния представляют собой периодическую цепочку солитонов (доменных стенок), разделяющих домены постоянной фиксированной фазы φ .

2) Релаксация «деформации» $\nabla\varphi$ может происходить лишь при движении вихрей поперек потока $j_{eh} \sim \nabla\varphi$. Это требует преодоления активационного барьера топологического происхождения, определяемого такими же выражениями, как (3.2) и (3.10), для случая сверхпотоков спина. Входящий под логарифм в этих выражениях размер сердцевин вихря r_c равен в рассматриваемом случае длине когерентности, так как параметр порядка должен обратиться в нуль на вихревой линии, для того чтобы при обходе вокруг нее фаза изменялась на 2π .

3) Достаточно большие активационные барьеры существуют при $|\langle \nabla\varphi \rangle| < 1/r_c$ в том случае, если энергия конденсации (энергия спаривания) намного превышает энергию фиксации фазы, или, другими словами, длина l , на которой фиксируется фаза (см. уравнение синус-Гордона (3.7)), должна быть гораздо больше, чем длина когерентности r_c .

Устойчивость деформированных структур в экситонном состоянии, переносящих поток электрон-дырочных пар, должна проявляться в опытах по инжекции электрон-дырочных пар. Такие эксперименты были предложены для обнаружения экситонной бозе-конденсации (см.⁸⁷, а также стр. 122 в⁶⁵). В работе³⁹ было предложено инжектировать электрон-дырочные пары электрическим током. Из-за разности в проводимостях зоны проводимости и валентной, а также разницы в вероятностях электрона попасть на контакте в ту или иную зону, вблизи контакта создается неравновесная концентрация электрон-дырочных пар. Если инжекция превышает некоторый порог, определяемый энергией фиксации фазы, бездиссипативный поток электрон-дырочных пар быстро распределяет инжектируемые пары по всему объему, так что плотность пар оказывается постоянной, а сверхпоток спадает линейно по длине образца (см. аналогичную задачу об инжекции спинов в разделе в) гл. 3).

Поток энергии, связанный со сверхпотоком, как и обычно, пропорционален химическому потенциалу $\mu_{eh} = \delta \mathcal{E} / \delta n_{eh}$ электрон-дырочных пар:

$$Q = \mu_{eh} j_{eh}. \quad (5.5)$$

При выполнении условия полного равновесия $\mu_{eh} = 0$ энергия не переносится. Но при инжекции пар в образец конечной длины всегда $\mu_{eh} \neq 0$, хотя в экситонном диэлектрике значения μ_{eh} в этом случае невелики, порядка обратной длины образца (опять см. раздел в) гл. 3, где то же подробнее поясняется для спинов). В случае же накачки экситонов в полупроводник

с большой запрещенной зоной E_b происходит быстрое вращение параметра порядка в комплексной плоскости со скоростью $\partial\varphi/\partial t \sim \mu_{eh} \sim E_b$, вследствие чего энергия фиксации фазы в среднем обращается в нуль и фаза не фиксируется, а сверхпоток переносит большую энергию^{66,72}.

г) Отличается ли экситонный диэлектрик от обычного диэлектрика?

Поток электрон-дырочных пар j_{eh} , пропорциональный «деформации» $\nabla\varphi$, медленно затухает в пространстве и времени и существует лишь ниже точки фазового перехода. Поэтому он вполне может быть назван «сверхпотоком», а само явление бездиссипативного переноса (точнее, с очень малой диссипацией) — «сверхсвойством». Возможны, конечно, другие и, может быть, более удачные варианты терминологии. Более интересным, однако, представляется вопрос: не являются ли «сверхсвойства» (или как их назвать по-другому?) чем-то принципиально отличающим экситонный диэлектрик от обычного диэлектрика? Интуитивно хочется получить отрицательный ответ на этот вопрос⁴¹, поскольку «сверхсвойства» — это явление, протекающее на макроскопическом уровне, где, казалось бы, не должны быть существенными какие-то конкретные детали теоретических моделей на микроскопическом уровне. Именно такой деталью является само понятие «дырка» и «электрон-дырочная пара». В отличие от спиновой намагниченности, для которой имеется четкое операторное выражение, пригодное для любой среды, число дырок или пар есть понятие приближенное, имеющее смысл лишь в рамках выбранного базиса электронных функций. Поэтому желательно описать «сверхсвойства», не прибегая к понятию «дырка», и мы хотим показать сейчас, что это возможно.

На самом деле коллективная мода, связанная с изменением плотности электрон-дырочных пар, есть не что иное, как оптическая мода, соответствующая движению какой-то электронной подсистемы относительно остального кристалла. Действительно, выше мы уже упоминали, что экситонная фаза определяет смещение ВЗП и ВСП относительно кристалла. Тогда деформация $\nabla\varphi$ определяет, как и в упругом теле, напряжения (поток импульса) в выделенной нами подсистеме, которые и выступают в модели экситонного диэлектрика как поток электрон-дырочных пар *). Такие напряжения слабо затухают в пространстве и времени, если связь выделенной подсистемы с остальным кристаллом достаточно слаба. Это означает, что оптическая мода должна быть очень мягкой, а часть энергии, зависящая от смещения (энергия фиксации фазы), должна быть достаточно малой по сравнению с упругой энергией деформаций вблизи порога для возникновения пластических явлений (движения вихрей — дислокаций). Условие существования мягкой моды в модели экситонного диэлектрика сводится к условию малости энергии межзонных переходов. С другой стороны, последнее необходимо, чтобы модель экситонного диэлектрика была вообще применимой. Этим и определяется особое значение модели экситонного диэлектрика по сравнению с другими моделями диэлектрического состояния. Принципиальных же различий между экситонным диэлектриком и обычным диэлектриком нет. Можно допустить, что существуют и другие физические причины появления в диэлектрике (и не только в диэлектрике) мягкой и медленно затухающей оптической моды, позволяю-

) Так как изменение фазы приводит не только к смещениям (см. примечание) на с. 295), то могут возникать и потоки других физических величин; каких именно — определяется более детальным анализом конкретного типа экситонного спаривания.

щие ввести в гидродинамическое описание новый феноменологический параметр. Если пространство определения последнего обладает нужной топологией, то вполне могут существовать рассматриваемые в настоящем обзоре метастабильные состояния.

6. КРИТЕРИЙ СВЕРХТЕКУЧЕСТИ И ДАЛЬНИЙ ПОРЯДОК

С момента открытия сверхпроводимости и сверхтекучести неустанно предпринимались попытки выделить такое ключевое свойство конденсированной системы, которое предопределяет появление у нее сверхтекучих свойств. В свое время большим прогрессом в понимании сверхтекучести Не II была выявленная Лондоном^{1,88} связь сверхтекучести с бозе-конденсацией. Бозе-конденсация автоматически означает появление недиагонального дальнего порядка (off-diagonal long-range order — ODLRO) в одночастичной матрице плотности^{89,90}:

$$\rho(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \langle \psi(\mathbf{r})^+ \psi(\mathbf{r}') \rangle \rightarrow \langle \psi(\mathbf{r})^+ \rangle \langle \psi(\mathbf{r}') \rangle \neq 0, \quad |\mathbf{r} - \mathbf{r}'| \rightarrow \infty; \quad (6.1)$$

здесь $\psi(\mathbf{r})$ и $\psi(\mathbf{r})^+$ — операторы уничтожения и рождения бозонов. В сверхтекучей ферми-жидкости ODLRO возникает в двухчастичной матрице плотности.

Янг предложил рассматривать ODLRO как *необходимое и достаточное* условие для сверхтекучести⁹¹. Под сверхтекучестью (сверхпроводимостью) он понимал явление квантования потока в кольце. Согласно Янгу, квантование потока связано с периодически повторяющимися минимумами на зависимости свободной энергии от *полного* тока. В действительности, как мы видели в разделе б) гл. 2, квантование потока и связанное с ним очень медленное затухание сверхтоков обусловлены минимумами на зависимости свободной энергии от сверхтекучего, а не от полного тока; барьеры же, отделяющие минимумы на зависимости свободной энергии от полного тока, пропадают уже при таких малых температурах и сверхтекучих скоростях, при которых квантование заведомо должно существовать (см. формулу (2.6')), а также работу Эггингтона и Леггетта⁹²). Из концепции Янга сразу следовала невозможность сверхтекучести в одномерных и двумерных системах, так как в них длинноволновые флуктуации фазы разрушают ODLRO; на это указал Райс⁹³, строгое же доказательство исчезновения ODLRO было дано Хоэнбергом⁹⁴, использовавшим теорему $1/k^2$ Боголюбова⁹⁵. Но мы видели в разделах в) и д) гл. 2, что сверхтекучесть разрушается не флуктуациями фазы, а флуктуациями модуля параметра порядка, приводящими к возникновению областей с нулевым модулем — вихревых линий или центров проскальзывания фазы (слип-центров). Поэтому отсутствие ODLRO не означает с необходимостью отсутствие квантования и незатухающих токов. Другим доводом в пользу такого заключения является тот факт, что ODLRO исчезает не только в системах размерности меньше трех, но и в трехмерных системах с сильно различающимися по разным направлениям размерами^{20,96-98}, например, если длина тела L превышает величину $S\lambda_B^2/m$, где S — поперечное сечение тела, λ_B — тепловая длина волны де-Бройля. Действительно, в таких вытянутых телах энергетические барьеры, разделяющие минимумы на зависимости свободной энергии от полного тока, становятся исчезающе малыми (см. (2.6')); барьеры же ε_A на зависимости энергии от сверхтекучего тока не зависят от формы трехмерного тела, если все его размеры превышают длину когерентности. Если бы распространение ODLRO на всю длину образца действительно было необходимо для сверхтекучести, то это означало бы отсутствие сверхтекучести в очень длинных капиллярах и пленках. Но это экспериментально не наблюдалось, хотя

проводились эксперименты с очень длинными гелиевыми пленками^{99,100} и очень длинными тонкими сверхпроводниками¹⁰¹, длина которых превышала длину, на которую распространяется ODLRO. Эггингтон и Леггетт⁹² предлагали также провести специальные эксперименты, подтверждающие отсутствие подавления сверхтекучести по мере роста длины канала.

Была предложена концепция обобщенного ODLRO¹⁰², в которой было ослаблено требование к дальнему порядку: длина, на которую распространяются недиагональные корреляции в матрице плотности (6.1), хотя и стремится к бесконечности в термодинамическом пределе, но, возможно, медленнее, чем длина системы. Это означает, что бозе-конденсация происходит не на один квантовомеханический уровень, а на группу уровней в малой области пространства импульсов с шириной, обратно пропорциональной наименьшему размеру системы *). При таком определении ODLRO и бозе-конденсация существуют в трехмерной системе любой формы с макроскопическими по всем направлениям размерами, однако по-прежнему не имеют место в одно- и двумерных системах. В связи с вышесказанным обобщенный ODLRO как необходимый критерий существования незатухающих токов также представляется чересчур сильным условием.

Березинский³⁵ предложил в качестве необходимого условия сверхтекучести еще более слабое требование: корреляции, хотя и не распространяются на бесконечную длину, но убывают степенным образом (в отличие от экспоненциального убывания в нормальных системах). Такой подход допускает двумерную сверхтекучесть **), но по-прежнему исключает одномерную. Если исходить из того, что для появления сверхтекучести необходим фазовый переход, то такой критерий вполне оправдан. Однако существование слабо затухающих токов (т. е. сверхтекучесть в нашем понимании этого слова) не связано непосредственно с наличием фазового перехода, как мы уже говорили в разделе д) гл. 2, хотя отсутствие фазового перехода в одномерных системах обуславливает определенные особенности одномерной сверхтекучести (или, может быть, квазисверхтекучести, если использовать более осторожную терминологию).

Итак, требование распространения дальнего порядка на бесконечно большие расстояния (в виде неубывающих или убывающих степенным образом корреляций) представляется чересчур сильным с точки зрения более широкой трактовки понятия «незатухающий ток», принятого в настоящем обзоре. Но несомненно, что и при такой трактовке большая жесткость параметра порядка, обуславливающая устойчивость «незатухающих токов», с необходимостью означает, что масштаб распространения корреляций достаточно велик. Рассмотрим, каким должен быть этот масштаб в одномерной системе. В качестве масштаба убывания корреляций должна быть выбрана длина, определяющая экспоненциальное спадание корреляций и равная $\lambda \sim \rho_s(1) \hbar^2 / mkT$ (см., например,⁹³ или формулу (П.5) из²⁰, в которой надо учесть, что $A = \frac{\rho_s \hbar^2}{m^2 k}$ и $\rho_s(1) = \rho_s L_y L_z$). Тогда условие устойчивости одномерного сверхтока $\varepsilon_A / kT \gg 1$ (см. (2.7) и (2.21)) сводится к условию, что длина λ много больше длины когерентности ξ_c . ODLRO уязвим не только как необходимый, но и как достаточный критерий сверхтекучести. Помимо тривиального примера идеального бозе-газа, в котором есть ODLRO, но нет сверхтекучести, можно упомянуть системы

*) Отметим, что Лондон⁸⁸ понимал бозе-конденсацию именно в таком обобщенном смысле.

**) Степенное убывание корреляций в двумерной системе было установлено Райсом⁹³, исследовавшим флуктуации в теории Гинзбурга — Ландау.

с фиксирующими сверхтекучую фазу взаимодействиями. Фиксация фазы, вводя щель в гольдстоуновскую моду, устраняет разрушительное действие длинноволновых флуктуаций фазы на дальний порядок. Однако сильная фиксация фазы делает сверхпоток неустойчивым. Другой пример — A -фаза He^3 , если ее параметры таковы, что отсутствуют нетопологические активационные барьеры для релаксации сверхпоточков массы (см. раздел а) гл. 4). В обоих случаях сверхпоток неустойчив по отношению к рождению вихрей (несингулярных вихрей — в случае A -фазы).

Однако определение «сверхтекучести» как возможности существования незатухающих токов, принятое на протяжении всего обзора, имеет свои неудобства. Сверхтекучая A -фаза He^3 может быть вовсе не сверхтекучей. Неясно также, как быть, например, с He II в широких каналах, где по плохо понятным нам пока причинам критические скорости для незатухающих токов исчезающе малы, хотя весь набор остальных сверхтекучих свойств налицо. Поэтому есть сторонники другого определения термина «сверхтекучесть». Так, Паттерман³ предлагает отождествить сверхтекучесть с бозе-конденсацией. Естественно, что при таком подходе проблема связи ODLRO и сверхтекучести сразу решается: ODLRO — это и есть сверхтекучесть. Поэтому идеальный бозе-газ по Паттерману сверхтекуч. Таким образом, на сегодняшний день отсутствует твердо установленное толкование термина «сверхтекучесть» и оно используется в двух смыслах: 1) в термодинамическом — система испытывает фазовый переход с изменением закона убывания недиагональных элементов матрицы плотности, хотя незатухающие токи ниже точки перехода могут и не существовать; 2) в кинетическом — существуют незатухающие токи с конечными критическими скоростями. Исторически слово «сверхтекучесть» появилось во втором его значении, и такое его использование более правильно семантически.

В то время как незатухающие потоки массы и заряда связаны с распространением недиагонального дальнего порядка в матрице плотности на большие (хотя и не обязательно бесконечные) масштабы, бездиссипативный перенос других физических величин связан с другими типами дальнего порядка. Так, сверхпоток спина связаны с дальним порядком в спиновых корреляциях. Если идет речь о бездиссипативном переносе электрон-дырочных пар, то дальний порядок должен появиться в двухчастичной матрице плотности для пары электрон-дырка¹⁰³, а не для пары электронов, как в сверхпроводниках. Поэтому утверждение Кона и Шеррингтона¹⁰⁴ о том, что бозе-конденсация электрон-дырочной системы не приводит к возникновению сверхтекучести на том основании, что в этом случае нет ODLRO в двухэлектронной матрице плотности, правильно, только если под сверхтекучестью имеется в виду бездиссипативный перенос массы и заряда. Однако, как показано в гл. 5, в таких системах могут существовать «сверхсвойства» другого типа.

7. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Кратко отметим те выводы для эксперимента, которые могут быть сделаны из вышеприведенного анализа. Было показано, что имеющиеся теоретические представления о природе незатухающих токов не исключают возможности их существования в той или иной мере в системах ограниченной размерности. Такие системы широко обсуждались и обсуждаются в связи с попытками найти высокотемпературную сверхпроводимость¹⁰⁵. Конечно, от вывода, что одномерная или двумерная сверхпроводимость *в принципе* возможна, до конкретных указаний, где и как ее искать, существует огромная дистанция. Роль вышеприведенного анализа

ограничивается утверждением, что такие поиски вполне оправданы и разумны.

Также оправданным и разумным является поиск аналогов незатухающих потоков массы и заряда — «сверхпотоков» других физических величин, в частности, спина. Имеются веские экспериментальные свидетельства существования сверхпотоков спина в сверхтекучем He^3 (см. раздел б) гл. 4). Обнаружение такого явления в обычных магнитоупорядоченных системах несомненно доступно для современного эксперимента и дало бы новую возможность передачи сигнала на значительные расстояния без затухания, например управление движением доменных стенок под воздействием поля, приложенного вдали от места их расположения.

Автор признателен Б. А. Волкову, Г. Е. Воловику, В. Л. Гуревичу, С. В. Иорданскому, Ю. В. Копаеву, Г. Е. Пикусу, Л. П. Питаевскому, Б. З. Спиваку и А. А. Собынину за полезные замечания по содержанию обзора.

Физико-технический институт им. А. Ф. Иоффе АН СССР,
Ленинград

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. London F. Superfluids.— N. Y.; J. Wiley and Sons, v. 1, 1950; v. 2, 1954.
2. Халатников И. М. Теория сверхтекучести.— М.: Наука, 1971.
3. Паттерман С. Гидродинамика сверхтекучей жидкости.— М.: Мир, 1978.
4. Гинзбург В. Л., Собынин А. А.— УФН, 1976, т. 120, с. 153.
5. Leggett A. J.— Rev. Mod. Phys., 1975, v. 47, p. 333.
6. Brinkman W. F., Cross M. C.— In: Progress in Low Temperature Physics, Ed. D. F. Brewer — Amsterdam: North Holland, 1978, v. 7A, p. 105.
7. Wölfle P.— Rept. Progr. Phys., 1979, v. 42, p. 269.
8. Mermin N. D.— In: Quantum Liquids/Ed. J. Ruvalds, T. Regge.— Amsterdam: North-Holland, 1978.— p. 195.
9. Де Жен П. Сверхпроводимость металлов и сплавов.— М.: Мир, 1968.
10. Тинкхам М. Введение в сверхпроводимость.— М.: Атомиздат, 1980.
11. Ландау Л. Д.— ЖЭТФ, 1941, т. 11, с. 592; то же: Собрание трудов.— М.: Наука, 1969.— Т. 1, с. 352.
12. Feynman R. P. In: Progress in Low Temperature Physics/Ed. C. J. Gorter.— Amsterdam: North-Holland, 1955.— V. 1, p. 36.
13. Fineman J. C., Chase C. E.— Phys. Rev., 1963, v. 129, p. 1.
14. Сонин Э. Б.— ЖЭТФ, 1973, т. 64, с. 970.
15. Vinen W. F.— In: Progress in Low Temperature Physics/Ed. C. J. Gorter.— Amsterdam: North-Holland, 1961, v. 3, p. 1.
16. Иорданский С. В., Питаевский Л. П.— ЖЭТФ, 1979, т. 76, с. 769.
17. Иорданский С. В., Питаевский Л. П.— УФН, 1980, т. 131, с. 293.
18. Ламб Г. Гидродинамика.— М.: Гостехиздат, 1947.
19. Anderson P. W.— In: Quantum Fluids/Ed. D. F. Brewer.— Amsterdam: North-Holland, 1966.— p. 146.
20. Сонин Э. Б.— ЖЭТФ, 1970, т. 59, с. 1416.
21. Bloch F.— Phys. Rev. Ser. A, 1973, v. 7, p. 2187; 1974, v. 10, p. 716.
Blood F. A., Jr.— Ibid., 1974, v. 10, p. 714.
22. Иорданский С. В.— ЖЭТФ, 1965, т. 48, с. 708.
23. Langer J. S., Fisher M. E.— Phys. Rev. Lett., 1967, v. 19, p. 560.
24. Воловик Г. Е.— Письма ЖЭТФ, 1972, т. 15, с. 116.
25. Hulin J. P., Laroche C., Libchaber A., Perin B.— Phys. Rev. Ser. A, 1972, v. 5, p. 1830.
26. Vinen W. F.— Proc. Roy. Soc., 1957, v. 242, p. 493.
27. Schwartz K. W., Smith C. W.— Phys. Lett, Ser. A, 1981, v. 82, p. 251.
28. Гуревич В. Л. Кинетика фоонных систем.— М.: Наука, 1980.— § 17.
29. Little W. A.— Phys. Rev. Ser. A, 1964, v. 134, p. 1416.
30. Little W. A.— Ibid., 1967, v. 156, p. 396.
31. Langer J. S., Ambegaokar V.— Ibid., 1967, v. 164, p. 498.
32. Rieger T. J., Scalapino D. J., Mercereau J. E.— Ibid., Ser. B, 1972, v. 6, p. 1734.
Scospol W. J., Beasley M. R., Tinkham M.— J. Low Temp. Phys., 1974, v. 16, p. 145.
Галайко В. П.— ЖЭТФ, 1974, т. 66, с. 379.

- Ивлев Б. И., Копнин Н. Б., Маслова Л. А.— ЖЭТФ, 1980, т. 78, с. 1963.
- Kulik I. O.— Sol. State Comm., 1980, v. 35, p. 383.
33. Lieb E. H., Liniger W.— Phys. Rev., 1963, v. 130, p. 1605.
34. Lieb E. H.— Ibid., 1963, v. 130, p. 1616.
35. Березинский В. Л.— ЖЭТФ, 1971, т. 61, с. 1144.
36. Попов В. Н.— ТМФ, 1972, т. 11, с. 354.
37. Halperin B. I., Hohenberg P. C.— Phys. Rev., 1969, v. 188, p. 898.
38. Дзялошинский И. Е.— ЖЭТФ, 1964, т. 46, с. 1420; т. 47, с. 336, 992.
39. Sonin E. B.— Sol. State Comm., 1978, v. 25, p. 253.
40. Сонин Э. Б.— ЖЭТФ, 1978, т. 74, с. 2097.
41. Гусейнов Р. Р., Келдыш Л. В.— ЖЭТФ, 1972, т. 63, с. 2255.
42. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.— Phys. Zs. Sowjetunion, 1935, Bd. 8, S. 153; то же: Ландау Л. Д. Собрание трудов.— М.: Наука, 1969.— Т. 1, с. 128.
43. Leggett A. J., Takagi S.— Ann. Phys., 1977, v. 106, p. 79.
44. Хуберт А. Теория доменных стенок в упорядоченных системах.— М.: Мир, 1977.
- Малоземов А., Слончевский Д. ж. Доменные стенки в материалах с цилиндрическими магнитными доменами.— М.: Мир, 1982.
45. Toulouse G., Kleman M.— J. de Phys. Lett., 1976, t. 37, p. L-149.
46. Воловик Г. Е., Минеев В. П.— Письма ЖЭТФ, 1976, т. 24, с. 605; ЖЭТФ 1977, т. 72, с. 2256.
47. Минеев В. П.— Топологические устойчивые неоднородные состояния в упорядоченных системах: Препринт ИТФ им. Л. Д. Ландау АН СССР — Черноголовка, 1980.
- Mineev V. P.— In: Soviet Scientific Reviews. Sec. A: Physics Reviews/Ed. I. M. Khalatnikov.— Harvard Academic Publ., 1980.— V. 2, p. 173.
48. Воловик Г. Е. Минеев В. П. Физика и топология.— М.: Знание, 1980.
49. Leggett A. J., Nature, 1977, v. 270, p. 585.
50. Сонин Э. Б.— Письма ЖЭТФ, 1978, т. 27, с. 703.
51. Paulson P. N., Wheatley J. C.— Phys. Rev. Lett., 1978, v. 40, p. 557.
52. Anderson P. W., Toulouse G.— Ibid., 1977, v. 38, p. 508.
53. Bhattacharyya P., Ho T. L., Mermin N. D.— Ibid., 1977, v. 39, p. 1290.
54. Fetter A. L., Williams M. R.— Phys. Rev. Ser. B, 1981, v. 23, p. 2186.
55. Vuorio M.— J. Phys. Ser. C, 1974, v. 7, p. L5; 1976, v. 9, p. L267.
56. Corruccini L. R., Osherov D. D.— Phys. Rev. Lett., 1975, v. 34, p. 564.
57. Maki K.— J. de Phys. Ser. C, 1978, t. C6, p. 1450.
58. Сонин Э. Б.— Письма ЖЭТФ, 1979, т. 30, с. 697.
59. Sager R. E., Kleinberg R. L., Warkentin P. A., Wheatley J. C.— J. Low. Temp. Phys., 1978, v. 32, p. 263.
60. Webb R. A.— Phys. Lett. Ser. A, 1978, v. 67, p. 197.
61. Фомин И. А.— ЖЭТФ, 1979, т. 77, с. 279.
62. Bartolac T. J., Gould C. M., Bozler H. M.— Phys. Rev. Lett., 1981, v. 46, p. 126.
63. Sonin E. B.— Phys. Lett. Ser. A, 1981, v. 86, p. 113.
64. Москаленко С. А.— ФТТ, 1962, т. 4, с. 276.
- Blatt I. M., Boer K. W., Brandt W.— Phys. Rev., 1962, v. 126, p. 169.
65. Москаленко С. А. Бозе-эйнштейновская конденсация экситонов и биэкситонов.— Кишинев, 1970.
66. Келдыш Л. В.— В кн.: Проблемы теоретической физики: Сб. Памяти И. Е. Тамма.— М. Наука, 1972.— С. 433.
67. Келдыш Л. В.— УФН, 1970, т. 100, с. 514.
68. Акопян И. Х., Гросс Е. Ф., Разбирин Б. С.— Письма ЖЭТФ, 1970, т. 12, с. 366.
- Hanamura E., Haug H.— Phys. Rept., 1977, v. 33, p. 209.
- Hulin D., Mysugowicz A., Benoit la Guillaume C.— Phys. Rev. Lett., 1981, v. 45, p. 1970.
69. Келдыш Л. В., Копяев Ю. В.— ФТТ, 1964, т. 6, с. 2791.
70. Des Cloizeaux J.— J. Phys. and Chem. Sol., 1965, v. 26, p. 259.
71. Копяев Ю. В.— Тр. ФИАН СССР, 1975, т. 86, с. 3.
72. Halperin B. I., Rice T. M.— Sol. State Phys., 1968, v. 21, p. 115.
73. Lomer W. M.— Proc. Roy. Soc., 1962, v. 80, p. 489.
74. Козлов А. Н., Максимов Л. А.— ЖЭТФ, 1965, т. 49, с. 1184.
75. Zittartz J.— Phys. Rev., 1968, v. 165, p. 612.
76. Коган В. Г., Тавгер Б. А.— В кн.: Физика электронно-дырочных переходов и полупроводниковых приборов/Под ред. С. М. Рывкина, Ю. В. Шмарцева.— Л.: Наука. Ленингр. отд-ние, 1969, с. 35.

77. Лозовик Ю. Е., Юдсон В. И.— Письма ЖЭТФ, 1975, т. 22, с. 556; ЖЭТФ, 1976, т. 71, с. 738.
78. Шевченко С. И.— ФНТ, 1976 т. 2, с. 505.
Кулик И. О., Шевченко С. И.— ФНТ, 1976, т. 2, с. 1405;
Sol. State Comm., 1977, v. 21, p. 409.
79. Шевченко С. И.— ФНТ, 1977, т. 3, с. 1405.
80. Yoshioka D., Fukuyama H.— J. Phys. Soc. Japan, 1978, v. 45, p. 137;
v. 47, p. 327.
81. Сонин Э. Б.— Письма ЖЭТФ, 1977, т. 25, с. 95.
82. Ключник А. В., Лозовик Ю. Е.— ЖЭТФ, 1979, т. 76, с. 676.
83. Lozovik Yu. E., Klyuchnik A. V.— J. Low. Temp. Phys., 1980, v. 38,
p. 781.
84. Arrott A.— In: Magnetism/Ed. C. T. Rado, H. Suhl.— N. Y.: Lnd.: Academic
Press, 1966.— V. 2B, p. 296.
85. Fenton E. W.— J. Phys. Ser. F, 1978, v. 8, p. 689.
86. Лозовик Ю. Е., Юдсон В. И.— Письма ЖЭТФ, 1977, т. 25, с. 18.
87. Москаленко С. А.— ФТТ, 1962, т. 4, с. 276;
Гергель В. А., Казаринов Р. Ф., Сулис Р. А.— ЖЭТФ, 1968,
т. 54, с. 298.
88. London F.— Phys. Rev. 1938, v. 54, p. 947.
89. Гинзбург В. Л., Ландау Л. Д.— ЖЭТФ, 1950, т. 20, с. 1064; то же:
Ландау Л. Д. Собрание трудов.— М.: Наука, 1964.— Т. 2, с. 126.
90. Penrose O.— Phil. Mag., 1951, v. 42, p. 1373;
Penrose O., Onsager L.— Phys. Rev., 1956, v. 104, p. 576.
91. Yang C. N.— Rev. Mod. Phys., 1962, v. 34, p. 694.
92. Eggington M. A., Leggett A. J.— Collect. Phenom., 1975, v. 2, p. 81.
93. Rice T. M.— Phys. Rev. Ser. A, 1965, v. 140, p. 1889.
94. Hohenberg P. C.— Phys. Rev., 1967, v. 158, p. 383.
95. Боголюбов Н. Н.— Квазисредние в задачах статистической механики:
Препринт ОИЯИ.— Дубна, 1963; то же: Боголюбов Н. Н.— Избранные
труды.— Киев: Наукова думка, 1971.— Т. 3, с. 174.
96. Krueger D.— Phys. Rev., 1968, v. 172, p. 211.
97. Сонин Э. Б.— ЖЭТФ, 1969, т. 56, с. 963.
98. Ziff R. M., Uhlenbeck C. E., Kac M.— Phys. Rept., 1977, v. 32, p. 171.
99. Verbeek H. J., van Spronsen E., Mars H., van Beelen H.,
de Bruyn Outbater R., Takonis K. W.— Physica, 1974, v. 73,
p. 621.
100. Hartoog A., van Beelen H.— Ibid., Ser. B + C, 1981, v. 103, p. 263.
101. Богомолов В. Н.— УФН, 1978, т. 124, с. 171.
102. Girardieu M. D.— J. Math. Phys., 1965, v. 6, p. 1083; 1969, v. 10, p. 993;
Carmi G.— Ibid., 1968, v. 9, p. 174.
103. Hanamura E., Haug H.— Sol. State Comm., 1974, v. 15, p. 1567.
104. Kohn W., Sherington D.— Rev. Mod. Phys., 1970, v. 42, p. 1.
105. Проблема высокотемпературной сверхпроводимости/Под ред. В. Л. Гинзбурга,
Д. А. Киржница — М.: Наука, 1977.