1982 г. Декабрь Том 138, вып. 4
УСПЕХИ ФИЗИЧЕСКИХ НАУК

538.61

ОПТИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ ЭЛЕКТРОДИНАМИКИ ГИРОТРОПНЫХ СРЕД

О. С. Ерицян

СОДЕРЖАНИЕ

1. ВВЕДЕНИЕ

В 1811 г. Араго открыл естественную оптическую активность — первый тип гиротропии. Спустя 35 лет, Фарадей открыл магнитооптическую активность. Эти два типа гиротропии внешне сходны друг с другом, однако имеют совершенно различную физическую природу. Естественная активность есть проявление пространственной дисперсии. Пространственная дисперсия заключается в том, что значение поляризации среды в данной точке зависит от значения поля не только в той же точке, но и в ее окрестности. Магнитооптическая активность связана с частотной дисперсией: магнитное поле смещает друг относительно друга кривые зависимости показателя преломления от частоты, соответствующие волнам, поляризованным в самом простом случае по правому и левому кругу. Различие между двумя типами активности в простейшем случае выявляется в следующем: в изотропных естественно гиротропных средах поворот плоскости поляризации происходит вокруг волнового вектора **k**, и при изменении направления распространения на обратное направление поворота также меняется (относительно фиксированной системы координат); в магнитоактивных же средах поворот происходит вокруг магнитного поля и одинаков для двух взаимно противоположных направлений распространения, параллельных внешнему магнитному полю.

Вскоре после своего открытия естественная активность стала мощным средством исследования. Достаточно сказать, что стереохимия обязана своим рождением этому явлению: осознание необходимости представить молекулы в трех пространственных измерениях связано, в частности, с открытием энантиоморфизма (существования сред в двух зеркально-симметричных формах), который в оптике проявляется тем, что два вещества поворачивают плоскость поляризации в противоположные стороны, хотя не отличаются по химической формуле. Теория естественной оптической активности и экспериментальные методы исследования развивались непрерывно. Интерес же к явлению Фарадея был на некоторое время значительно снижен. Как указывается в [1], это могло быть психологически связано с тем, что утверждения об уникальных возможностях эффекта Фарадея для изучения строения вещества, появившиеся в 20-х годах, оказались неверными.

Исследования в области магнитного вращения плоскости поляризации широко развернулись в связи с изучением ферромагнитных сред в СВЧ диапазоне, перерастая затем и в другие области спектра, в том числе и в видимую. Следует отметить большой интерес к магнитооптике в связи с изучением электромагнитных свойств плазмы и ионосферы [2-5].

Благодаря самой непосредственной связи оптических свойств вещества с его строением оптические методы исследования, даже очень старые, не теряют своей эффективности. Наоборот, развитие представлений о строении вещества, происходящее при тесной взаимной обусловленности теоретических и экспериментальных исследований, дает возможность, с одной стороны, ставить новые задачи в экспериментальных исследованиях, и с другой стороны, рассматривать давно известные явления с точки зрения новых представлений. В этом отношении явление гиротропии, естественно, представляет собой тонкое средство исследования (по выражению И. В. Обреимова естественная активность является внутримолекулярным интерферометром). В настоящее время наблюдается интенсивное расширение интереса как к пространственной дисперсии [6-10], так и к магнитооптической активности [11-16]. Важным обстоятельством, обусловливающим не ослабевающий интерес к этим давно известным явлениям, является возможность получения с их помощью ценных сведений в различных областях исследований. Наряду с большой ролью методов, основанных на естественной оптической активности для изучения строения молекул (см., например, [17,18]), упомянем отмеченную в[8] возможность изучения кристаллического поля путем внесения в кристалл оптически активных центров и введением в гиротропные среды избирательно поглощающих центров (см. также [19]). Исследования в области гиротропии привели к ряду интересных результатов, часто расширяющих наши представления не только о гиротропии, но и о взаимодействии света со средой вообще. Здесь, конечно, невозможно перечислить все соответствующие исследования. Укажем лишь на обнаружение ряда оптических эффектов в кристаллах [20-29], как, например, на установление существования сред, не вращающих плоскость поляризации, но являющихся гиротропными [20,21], на особенности отражения и преломления на границе гиротропной среды [24,25], на появление гиротропии под действием внешнего электрического поля [26-28], на оптическую анизотропию кубических кристаллов [29], на появление новых волн в кристаллах с пространственной дисперсией [9]. В самых разных областях исследований нашли широкое применение магнитооптические методы. Упомянем здесь исследования электронной структуры металлов [30], магнитооптические исследования поверхностного слоя и обнаружение и изучение поверхностного магнетизма [31-33], предсказание ряда оптических эффектов в магнитных кристаллах [34,35]. Перечисленные примеры могут дать представление о богатом разнообразии свойственных гиротропным средам явлений.

В задачу макроскопической теории оптических свойств гиротропных сред, которой посвящен настоящий обзор, входит как исследование распространения электромагнитных волн в таких средах, так и взаимодействие волн с границами. Хотя при изучении сред оптическими методами мы всегда имеем дело с граничными задачами, на последние не обращается должного внимания (см., например, [36,37]). Правда, до последнего времени из-за относительно малой точности экспериментов (связанной, например, с недостаточной монохроматичностью световой волны) часто можно было игнорировать роль границ. Так, например, хотя поворот плоскости поляризации в магнитоактивной среде пропорционален пройденному волной пути (закон Верде) лишь в неограниченной среде [38,39] (имеются и другие ограничения [40]), упомянутый закон применяется и к пластинкам; да и сам этот закон был установлен, естественно, на пластинках. Но при достаточно большой точности эксперимента пренебрежение ролью границ может привести к неправильной интерпретации экспериментальных результатов [41], о чем было сказано давно [39,42]. Примером пренебрежения ролью границ является, в частности, отнесение так называемого принципа суперпозиции эффектов гиротропии и двойного лучепреломления [36] к пластинкам, тогда как этот принцип имеет ограниченную применимость даже в отсутствие границ [40,43] (в несоблюдении принципа суперпозиции при наличии границ можно убедиться, анализируя выражения для волны, прошедшей через анизотропную магнитоактивную пластинку [43]).

Учет наличия границ в оптических задачах и, в частности, при исследовании гиротропии, имеет первостепенное значение. Достаточно сказать, что уже в самом простом случае отсутствия анизотропии в гиротропной среде поворот плоскости поляризации и эллиптичность волны, прошедшей через гиротропную пластинку, состоят из трех слагаемых (поверхностного, обусловленного различными коэффициентами отражения для волн с правой и левой круговой поляризацией, интерференционного, обусловленного многократными отражениями, и объемного) и два из них обусловлены наличием границ [44–46]. Поэтому рассмотрение поляризации волны, прошедшей через пластинку, не оправдано без точного учета наличия границ, о чем говорилось неоднократно [39,42,43,44].

В качестве еще одного примера можно указать на нормальное прохождение света через естественно гиротропную изотропную пластинку, помещенную в магнитное поле, перпендикулярное к границам пластинки. В ситуации, когда при распространении света из первой границы ко второй не происходит поворота плоскости поляризации (компенсация естественного и магнитооптического вращений), прошедшая волна все же имеет повернутую плоскость поляризации — благодаря многократным отражениям от границ (см. ниже п. б) гл. 2 и [43]). Добавим к этим примерам вопрос о самих граничных условиях для естественно гиротропных сред, ставший самостоятельным предметом изучения в последние годы [24,25].

В настоящее время имеется несколько подходов к рассмотрению граничных задач и распространения электромагнитной волны в среде. Наряду с методом, предполагающим выбор определенной системы координат, развит ковариантный метод [47], широко примененный и к гиротропным средам [10]. В ряде работ [48–51] применен метод матриц Мюллера и Джонса [52] (см. также [53]).

При решении граничных задач особенности распространения электромагнитных волн в рассматриваемых средах автоматически учитываются благодаря использованию дисперсионного уравнения и материальных уравнений, которые, в принципе, содержат все сведения об оптических свойствах среды (возможно, последнее утверждение несправедливо в случае нерезкой границы естественно гиротропной среды, когда встает необходимость ввести параметр, учитывающий разрыв тангенциальной компоненты магнитного поля на границе [24,25]). Однако особенности распространения могут оставаться в граничной задаче невыявленными. Поэтому рассмотрение распространения электромагнитных волн в различных средах в отсутствие границ не только может быть полезным для интерпретации экспериментальных результатов (см. [54] и [55–73], цитированные в [54]), но и представляет самостоятельный интерес.

Отметим, например, особенности в оптических свойствах сред в условиях совпадения корней дисперсионного уравнения [74,75,77] и появления однопреломления [76] *), возможность наличия трех волн вместо двух [9,78], неинвариантность дисперсионного уравнения (относительно изменения направления распространения на обратное) для помещенных в магнитное поле естественно гиротропных сред [79,80], на которые было ранее обращено внимание в [81–83] (см. также [84]), возможность распространения в таких средах двух волн с одинаковым направлением обхода эллипса поляризации [85], особенности отражения и преломления на границах сред с одновременным наличием гироэлектрической и гиромагнитной активностей [86], предсказанные в [20] интересные поляризационные свойства кристаллов планальных классов, приводящие к пересмотру представлений о гиротропии как о свойстве непременно вращать плоскость поляризации [20,87–89], упомянутую выше оптическую анизотропию кубических кристаллов [29], расширяющую наши представления об анизотропии оптических свойств вообще.

В результате систематических теоретических и экспериментальных исследований разработана феноменологическая теория распространения электромагнитных волн (света) в гиротропных средах и взаимодействия волн с границами, выявлено богатое разнообразие оптических свойств гиротропных сред — естественно гиротропных и магнитоактивных (см., наряду с работами, цитированными выше, [90–106] и [107–134] соответственно); только часть этих вопросов рассматривается в обзорах и монографиях.

Приведенный список литературы, конечно, не может быть полным: им лишь очерчивается круг тех вопросов, к которым относится настоящий обзор.

Обзор состоит из пяти глав, объединенных общей тематикой: распространение электромагнитных волн в гиротропных средах с учетом границ. Во второй главе рассматриваются среды, обладающие одновременно естественной и магнитооптической активностями. Дисперсионное уравнение таких сред неинвариантно относительно изменения направления распространения на обратное, благодаря чему имеют место оптические эффекты необратимости. Рассматриваются магнитные кристаллы, обладающие естественной оптической активностью, обсуждается вопрос о смысле магнитной проницаемости в оптической области частот. Третья глава посвящена распространению электромагнитных волн в магнитоактивной среде при наличии кратных корней у дисперсионного уравнения. Такая ситуация была ранее рассмотрена для поглощающих кристаллов и гироанизотропных сред. В третьей главе рассмотрено также распространение света в бигиротропной среде и отражение и преломление на ее границе, выявлены некоторые особенности, связанные с наличием двух типов гиротропии, анизотропии и поглощения. Для всех упомянутых сред рассмотрены граничные задачи, которые необходимы для экспериментального изучения обсуждаемых эффектов. В четвертой главе рассматривается круговой дихроизм, не связанный с мнимыми частями параметров гиротропии. Обсуждаются особенности дихроизма естественно гиротропных сред при наличии внешнего магнитного поля.

В настоящее время термины «гиротропия» и «оптическая активность» оба применяются к право-левой асимметрии во взаимодействии света с веществом, выражающейся, как правило (но не обязательно), во вращении плоскости поляризации. Применением терминов «естественная оптическая активность» и «магнитооптическая активность» конкретизи-

*) О явлении однопреломления см. [47].

руются два наиболее давно известных типа гиротропии. Для большей детализации приняты термины «гироэлектрическая магнитооптическая активность», «гиромагнитная магнитооптическая активность». Такой же цели служат термины «искусственная гиротропия», «собственная гиротропия», «естественная гиротропия»[10]. В связи с развитием кристаллооптики с учетом пространственной дисперсии[9] естественная оптическая активность приобрела смысл частного выражения более общего явления — пространственной дисперсии. Под электрогирацией или электрической гиротропией[26-28] понимают гиротропию, наводимую в среде внешним электрическим полем.

К холестерическим жидким кристаллам применяются такие принятые для вышеупомянутых типов гиротропии понятия, как оптическая активность и круговой дихроизм, хотя в холестерических жидких кристаллах, в отличие от упомянутых выше сред и в соответствии с другим механизмом активности и дихроизма, тензор диэлектрической проницаемости может быть приведен к диагональному виду, правда, в локальной системе координат.

2. ЕСТЕСТВЕННО ГИРОТРОПНЫЕ СРЕДЫ ВО ВНЕШНЕМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

а) Дисперсионное уравнение и следствия, вытекающие из него

Рассмотрим распространение световой волны, описываемой уравнением

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E} \exp[i(\mathbf{kr} - \omega t)] \tag{2.1}$$

в естественно гиротропной среде, помещенной во внешнее магнитное поле.

В отсутствие внешнего магнитного поля, при $\mu_{jl} = \delta_{jl}$ (μ_{jl} — магнитная проницаемость, δ_{jl} — единичная матрица), связь между электрической индукцией и электрическим полем дается уравнением

$$D_j = \varepsilon_{jl}E_l + i\gamma_{jlm}E_l k_m,$$

а индукция $\mathbf{B}$ совпадает с магнитным полем $\mathbf{H}$. При наложении внешнего магнитного поля в правой части этого уравнения добавится член $i[\mathbf{g}_e\mathbf{E}]$, учитывающий гироэлектрическую магнитооптическую активность. Если среда обладает также магнитным порядком, то высокочастотная ветвь прецессии магнитного момента, описываемой уравнением Ландау — Лифшица[135,122,125], приведет к отличным от нуля недиагональным компонентам магнитной восприимчивости, обусловливающим гиромагнитную магнитооптическую активность[65]. Поэтому вместо связи $\mathbf{B} = \mathbf{H}$ будем иметь $B_j = \mu_{jl}H_l + i[\mathbf{g}_m\mathbf{H}]_j$. Хотя отличие μ_{jl} от δ_{jl} и разность между различными компонентами μ_{jl} есть величина более высокого порядка, чем g_m, учет отличия μ_{jl} от δ_{jl} может привести к эффектам такого же порядка, к каким приводит параметр g_m[43]. Таким образом, приходим к следующим материальным уравнениям:

$$D_j = \varepsilon_{jl}E_l + i\gamma_{jlm}E_l k_m + i[\mathbf{g}_e\mathbf{E}]_j, \tag{2.2}$$

$$B_j = \mu_{jl}H_l + i[\mathbf{g}_m\mathbf{H}]_j. \tag{2.3}$$

Необходимость сохранить μ_{jl} и g_m в оптической области частот доказана экспериментально[65]. Поэтому мы ниже пользуемся понятием магнитной проницаемости в оптической области частот (см.[136] и ниже п. в)). Что же касается естественной оптической активности, то она целиком включена в связь между $\mathbf{D}$ и $\mathbf{E}$; это позволяет достичь большей простоты получения дисперсионного уравнения, хотя граничные условия при такой записи несколько усложняются по сравнению с условиями, соответствующими записи [138,139] (см. [24,25,98]).

Характерные свойства, присущие средам (2.2), (2.3) с естественной и магнитооптической активностями совместно, проще рассматривать в случае изотропной (в отсутствие внешнего магнитного поля) среды со скалярной магнитной проницаемостью. В изотропной среде $\gamma_{jlm} = -\gamma e_{jlm}$, где e_{jlm} — полностью антисимметричный единичный тензор [137]. Поэтому вместо (2.2), (2.3) при $g_m = 0$, $\mu_{jl} = \mu\delta_{jl}$, $\varepsilon_{jl} = \varepsilon\delta_{jl}$ можно записать

$$\mathbf{D}=\varepsilon\mathbf{E}+i\frac{\gamma}{k}[\mathbf{kE}]+i[\mathbf{g}_e\mathbf{E}], \tag{2.4}$$

$$\mathbf{B}=\mu\mathbf{H}. \tag{2.5}$$

Второй член в (2.4) не эквивалентен второму члену в (2.2), так как в (2.2), в случае изотропной среды, rot **E** (т. е. i [**kE**]) умножен на величину, не зависящую от k, а в (2.4) соответствующая величина γ/k зависит от k и имеет разные значения для волн с правой и левой круговой поляризацией. Это различие приводит к разной зависимости k от параметра гиротропии, а разница между волновыми векторами при пользовании уравнениями (2.2) и (2.4) появляется в членах порядка γ^2. Соотношение (2.4) приводит к более простому дисперсионному уравнению, чем соотношение (2.2). Поэтому мы будем пользоваться уравнением (2.4), но только при рассмотрении таких вопросов, когда указанная неэквивалентность не сказывается на физических заключениях.

При наличии внешнего магнитного поля параметры ε, μ и γ перестают быть скалярными [82], что должно быть учтено в (2.4), (2.5). Анизотропия этих параметров есть величина второго порядка малости в их разложении по степеням внешнего магнитного поля, а g_e — величина первого порядка по магнитному полю. Поэтому если γ и g_e — величины одного порядка, то в первом приближении по этим параметрам анизотропию можно не учитывать. (Это утверждение справедливо, если рассматривается распространение в безграничной среде; при определении амплитуд на границе оно несправедливо.) Как увидим ниже, особенности рассматриваемых сред наиболее четко выражены как раз при $\gamma \sim g_e$. Из (2.4), (2.5) и уравнений поля получаем дисперсионное уравнение в следующем виде [79,85]:

$$k^{\pm 2}=\frac{\omega^2}{c^2}\mu\varepsilon\left[1\pm\left(\frac{\gamma}{\varepsilon}+\frac{g_e}{\varepsilon}\cos\alpha^{\pm}\right)\right], \tag{2.6}$$

где α^+, α^- — углы между внешним магнитным полем и направлением распространения волн с волновыми векторами $\mathbf{k}^+$ и $\mathbf{k}^-$.

Рассмотрим особенности дисперсионного уравнения и следствия, вытекающие из него.

1. Замена направления распространения на обратное означает изменение знака перед $\cos\alpha^{\pm}$. Поэтому, если для волн, распространяющихся в одном направлении (скажем, с $\cos\alpha^{\pm} = 1$), имеем

$$k^{\pm 2}_{\text{прям}}=\frac{\omega^2}{c^2}\mu\varepsilon\left[1\pm\left(\frac{\gamma}{\varepsilon}+\frac{g_e}{\varepsilon}\right)\right], \tag{2.7}$$

то для обратного направления ($\cos\alpha^{\pm} = -1$) получим

$$k^{\pm 2}_{\text{обр}}=\frac{\omega^2}{c^2}\mu\varepsilon\left[1\pm\left(\frac{\gamma}{\varepsilon}-\frac{g_e}{\varepsilon}\right)\right]. \tag{2.8}$$

Как следует из (2.7) и (2.8), все четыре значения волнового вектора различны по абсолютной величине, т. е. обратимость световых волн нарушена. Это — одно из проявлений неинвариантности дисперсионного уравчения (2.6) относительно замены $\mathbf{k} \to -\mathbf{k}$. Причина неинвариантности заключается в следующем. Когда волны распространяются, скажем, в направлении магнитного поля, естественное и магнитооптическое вращения складываются (или вычитаются); когда же волны идут обратно, то эти вращения вычитаются (складываются), так как естественное вращение меняет свое направление (если всегда смотреть в одном направлении, скажем, в направлении магнитного поля), а магнитное вращение не меняет. Эта асимметрия и приводит к неинвариантности дисперсионного уравнения.

Когда $\gamma = 0$, при изменении направления распространения на обратное ($\cos\alpha \to -\cos\alpha$) в (2.6) вместо знаков $\pm$ получаем $\mp$, что, конечно, не приводит к изменению абсолютных величин $k^{\pm}$ ($|k^+|$ переходит в $|k^-|$). Когда же $g_e = 0$, $\cos\alpha$ не входит в (2.6), и, следовательно, изменение направления распространения на обратное не приводит к изменениям абсолютных значений k^+ и k^-. Неинвариантность связана, таким образом, с наличием совместно двух типов гиротропии — естественной и магнитооптической активностей.

Неинвариантность можно интерпретировать и с другой точки зрения. При обращении времени g_e меняет знак, а параметр γ остается неизменным [13]. Поэтому изменение знака фазовой скорости на обратное (что соответствует обращению времени) приводит к изменению абсолютных значений фазовых скоростей. Заметим, что при инверсии пространственных координат γ меняет знак, а g_e остается неизменным [13]. Поэтому если в правовращающей (левовращающей) среде, помещенной в магнитное поле, в данном направлении распространения вблны имеют фазовые скорости v_1 и v_2, то при обратном направлении распространения получим такие же скорости в левовращающей (правовращающей) среде, или при помещении среды в магнитное поле с обратным направлением.

2. Если направления распространения и амплитуды право- и левополяризованных волн достаточно близки друг к другу, то имеет смысл говорить о повороте плоскости поляризации суммарной волны, являющейся в указанных условиях плоскополяризованной. Поворот плоскости поляризации на длине l пути луча в безграничной среде равен (заменяем $g_e \cos\alpha^+$ и $g_e \cos\alpha^-$ на $g_e \cos\alpha$, допуская неточность, пропорциональную g_e^2):

$$\varphi_{\text{прям}} = \left| \frac{k^+_{\text{прям}} - k^-_{\text{прям}}}{2} l \right| = \left| \frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon\mu}\, \frac{\gamma + g_e \cos\alpha}{2\varepsilon} l \right|. \qquad (2.9)$$

При изменении направления распространения на обратное получим

$$\varphi_{\text{обр}} = \left| \frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon\mu}\, \frac{\gamma - g_e \cos\alpha}{2\varepsilon} l \right|. \qquad (2.10)$$

Таким образом, поворот плоскости поляризации на единице длины пути луча неодинаков для прямых и обратных волн: $\varphi_{\text{прям}} \neq \varphi_{\text{обр}}$.

3. Как известно [104,111], при падении волны из гиротропной среды на границу с другой средой происходит расщепление отраженной волны на две (на право- и левополяризованные), распространяющиеся под разными углами. Угол отражения для одной из отраженных волн равен углу падения, а для другой — не равен. В естественно гиротропных средах, помещенных во внешнее магнитное поле, равенство углов падения и отражения нарушено для обеих волн. В этом можно убедиться, пользуясь непрерывностью тангенциальных компонент волнового вектора при отражении и преломлении.

Действительно, представим пластинку, описываемую уравнением (2.6) и занимающую область $0 \leqslant z \leqslant d$. Внешнее магнитное поле перпендикулярно границам пластинки. Из области $z < 0$ на границу $z = 0$ падает плоская волна с тангенциальной компонентой волнового вектора, равной k_x. В пластинке будем иметь четыре волны — две прямые и две обратные. Из условия постоянства тангенциальных компонент волновых векторов всех волн получаем следующие значения для углов между направлениями волн в пластинке и осью z:

$$\sin \alpha^{\pm}_{\text{прям}} = \frac{ck_x}{\omega\sqrt{\varepsilon\mu}}\left[1 \mp \frac{1}{2}\left(\frac{\gamma}{\varepsilon} + \frac{g_e}{\varepsilon}\sqrt{1-\frac{c^2k_x^2}{\omega^2\varepsilon\mu}}\right)\right], \quad (2.11)$$

$$\sin \alpha^{\pm}_{\text{обр}} = \frac{ck_x}{\omega\sqrt{\varepsilon\mu}}\left[1 \mp \frac{1}{2}\left(\frac{\gamma}{\varepsilon} - \frac{g_e}{\varepsilon}\sqrt{1-\frac{c^2k_x^2}{\omega^2\varepsilon\mu}}\right)\right]. \quad (2.12)$$

Углы $\alpha^{\pm}_{\text{прям}}$ являются углами преломления на границе $z = 0$; они равны углам падения этих волн на границу $z = d$. Углы $\alpha^{\pm}_{\text{обр}}$ являются углами отражения на границе $z = d$. Как следует из (2.11) и (2.12), ни один из углов отражения на границе $z = d$ не равен ни одному из углов падения на эту границу, т. е. закон равенства углов падения и отражения полностью нарушен:

$$\alpha^{+}_{\text{обр}} \neq \alpha^{+}_{\text{прям}}, \quad \alpha^{+}_{\text{обр}} \neq \alpha^{-}_{\text{прям}}, \quad \alpha^{-}_{\text{обр}} \neq \alpha^{+}_{\text{прям}}, \quad \alpha^{-}_{\text{обр}} \neq \alpha^{-}_{\text{прям}}.$$

При $g_e = 0$ и $\gamma = 0$ получаем соответственно $\alpha^{\pm}_{\text{прям}} = \alpha^{\pm}_{\text{обр}}$ и $\alpha^{\pm}_{\text{прям}} = \alpha^{\mp}_{\text{обр}}$.

Из (2.11) и (2.12) следует также, что при надлежащем выборе знаков параметров γ и g_e можно обеспечить условия $\sin \alpha^{\pm}_{\text{обр}} > \sin \alpha^{+}_{\text{прям}}$ или $\sin \alpha^{\pm}_{\text{обр}} > \sin \alpha^{-}_{\text{прям}}$, т. е. возможна такая ситуация, когда оба угла отражения больше угла падения $\alpha^{+}_{\text{прям}}$ или $\alpha^{-}_{\text{прям}}$. Тогда, если на границу падает только волна, соответствующая $\alpha^{+}_{\text{прям}}$ или $\alpha^{-}_{\text{прям}}$, то при достаточно больших значениях этих углов углы отражения достигнут 90°. При дальнейшем увеличении угла падения углам отражения не будут соответствовать реальные значения. Пусть, например, $\gamma > 0$, $g_e > 0$. Тогда, если на границу $z = d$ падает волна с

$$\sin \alpha^{+}_{\text{прям}} = \frac{ck_x}{\omega\sqrt{\varepsilon\mu}}\left[1 - \frac{1}{2}\left(\frac{\gamma}{\varepsilon} + \frac{g_e}{\varepsilon}\sqrt{1-\frac{c^2k_x^2}{\omega^2\varepsilon\mu}}\right)\right],$$

то

$$\sin \alpha^{\pm}_{\text{обр}} > \sin \alpha^{+}_{\text{прям}},$$

т. е. обе отраженные волны идут ближе к границе, чем падающая. При достаточной близости $\sin \alpha^{+}_{\text{прям}}$ к 1, согласно неравенствам $\sin \alpha^{\pm}_{\text{обр}} > \sin \alpha^{+}_{\text{прям}}$, получим $\sin \alpha^{\pm}_{\text{обр}} > 1$, т. е. отраженным углам не будут соответствовать реальные значения: отраженные волны будут затухать (или нарастать) по мере удаления от границы. Для рассмотрения такой ситуации мы должны перейти к высшим приближениям при получении дисперсионного уравнения. Действительно, если $\sin \alpha^{+}_{\text{прям}}$ достаточно близок к 1, то $\cos \alpha^{+}_{\text{прям}}$ будет малой величиной, и член $(g_e/\varepsilon) \cos \alpha^{+}_{\text{прям}}$ в дисперсионном уравнении окажется величиной высшего порядка малости по сравнению с $\frac{g_e}{\varepsilon}$; тогда наравне с ним мы должны учитывать также другие величины высшего порядка.

Перед тем как перейти к высшему приближению, поясним геометрически причину отсутствия реальных углов отражения. Пусть имеется изотропная естественно гиротропная среда. Поверхности волновых векторов в отсутствие внешнего магнитного поля представляют собой сферы с радиусами k^+ и k^-, где k^+ и k^- — численные значения волновых векторов для волн с правой и левой круговой поляризацией. Рассмотрим отражение волны, падающей из рассматриваемой среды на границу с другой средой. Совместим плоскость xz с плоскостью распространения волны. На рис. 1, *а* показано сечение поверхностей волновых векторов плоскостью распространения. Волна, падающая на границу под углом скольжения ϑ, возбуждает отраженные волны, идущие под углами ϑ' и ϑ''.

Включим теперь внешнее магнитное поле, направленное вдоль оси z. Тогда, как известно [137], поверхности волновых векторов сместятся в противоположные стороны в направлениях, параллельных магнитному полю

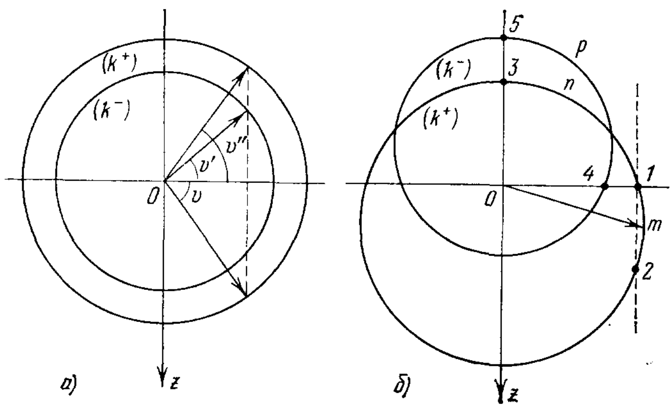

Рис. 1.

(рис. 1, *б*). Если теперь волна с волновым вектором $\mathbf{k}^+$ будет падать на границу под таким углом, что его конец будет лежать на дуге $1m2$ (рис. 1, *б*), то перпендикуляр, проведенный из конца этого вектора к оси x, нигде не пересечется с поверхностями волновых векторов в областях $1n3$ и $4p5$ (область углов отражения). Это значит, что z-компоненты волновых векторов отраженных волн мнимы, т. е. отраженным углам не соответствуют реальные значения, как было сказано выше.

4. Для перехода к высшему приближению будем исходить из (2.2) и (2.3). Если среда в отсутствие магнитного поля изотропна ($\varepsilon_{xx} = \varepsilon_{yy} = \varepsilon_{zz}$, $\mu_{xx} = \mu_{yy} = \mu_{zz}$, $\gamma_{xyz} = \gamma_{yzx} = \gamma_{zxy}$), то при его наличии будем иметь [82] (внешнее магнитное поле направлено вдоль оси z):

$$\begin{aligned} \varepsilon_{xx} &= \varepsilon_{yy} = \varepsilon \neq \varepsilon_{zz} = \varepsilon_3, \\ \mu_{xx} &= \mu_{yy} = \mu \neq \mu_{zz} = \mu_3. \end{aligned} \tag{2.13}$$

Эти соотношения имеют место, когда изотропная среда в магнитном поле превращается в среду с симметрией одноосного кристалла (в случае магнитных сред возможно, вообще говоря, и превращение в среду с симметрией двухосного кристалла [72]). Разности $\varepsilon_3 - \varepsilon$ и $\mu_3 - \mu$ обусловливают двойное линейное лучепреломление в магнитном поле и являются величинами второго порядка в их разложении по степеням магнитного поля; анизотропия, внесенная в γ_{ijl}, также является величиной второго порядка [82].

Перейдем к дисперсионному уравнению, пользуясь материальными уравнениями (2.2), (2.3) и считая, что среда до включения магнитного поля изотропна. Если среда обладает только гироэлектрической частью магнитооптической активности ($g_e \neq 0$, $g_m = 0$), то получаем следующее уравнение:

$$\frac{\mu}{\mu_3}x^4+\left\{\left[\left(1+\frac{\varepsilon_3\mu}{\varepsilon\mu_3}\right)+\frac{\mu}{\varepsilon}(\gamma_1-\gamma_2)^2\frac{\omega^2}{c^2}\right]\beta^2+\right.$$
$$\left.+2\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}\frac{g_e}{\varepsilon}\frac{\omega}{c}(\gamma_1-\gamma_2)\beta-\left(1+\frac{\varepsilon_3\mu}{\varepsilon\mu_3}\right)-\frac{\varepsilon}{\mu}\left(\frac{\omega}{c}\gamma_2\right)^2+\frac{g_e^2}{\varepsilon^2}\right\}x^2+$$
$$+\frac{\varepsilon_3}{\varepsilon}\left[(\beta^2-1)^2-\left(\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}\frac{\omega}{c}\gamma_1\beta+\frac{g_e}{\varepsilon}\right)^2\right]=0,$$
$$x^2=k_x^2\left(\frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon\mu\right)^{-1},\quad \beta^2=k_z^2\left(\frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon\mu\right)^{-1},\quad k_y=0,\quad \gamma_1=\gamma_{xyz},\quad \gamma_2=\gamma_{yzx}. \tag{2.14}$$

Заметим, что неинвариантность дисперсионного уравнения, выраженная в (2.14) наличием нечетных степеней β, обусловлена двумя членами:

$$\left(\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}\frac{\omega}{c}\gamma_1\beta+\frac{g_e}{\varepsilon}\right)^2 \quad \text{и} \quad \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}\frac{g_e}{\varepsilon}\frac{\omega}{c}(\gamma_1-\gamma_2)\beta.$$

Наличие второго члена обусловлено анизотропией среды, так как при $\gamma_1=\gamma_2$ он равен нулю. В отсутствие магнитооптической активности ($g_e=0$) или естественной активности ($\gamma_1=\gamma_2=0$) уравнение (2.14) не содержит нечетных степеней β, т. е. инвариантно относительно изменения направления распространения на обратное.

Упомянутой выше возможности скольжения обеих отраженных волн соответствует возможность существования таких значений k_x, для которых действительные значения величины k_z только положительны (значения $k_z>0$ соответствуют волнам, падающим на границу $z=d$ пластинки, идущим от границы $z=0$). Для выяснения возможности осуществления такой ситуации проанализируем уравнение (2.14). Дисперсионное уравнение (2.14) биквадратно относительно x (т. е. относительно k_x), поэтому дает возможность выразить x через β (т. е. k_x через k_z):

$$x^{\pm 2}=\frac{\mu_3}{2\mu}\left[\left(1+\frac{\varepsilon_3\mu}{\varepsilon\mu_3}\right)-2\beta^2+\frac{\varepsilon}{\mu}\left(\frac{\omega}{c}\gamma_2\right)^2-\left(\frac{g_e}{\varepsilon}\right)^2\pm\right.$$
$$\left.\pm\sqrt{4\frac{\varepsilon}{\mu}\left(\frac{\omega}{c}\gamma_2\right)^2+8\frac{\varepsilon_3\mu}{\varepsilon\mu_3}\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}\left(\frac{\omega}{c}\gamma_1\right)\beta\frac{g_e}{\varepsilon}+O(4)}\right], \tag{2.15}$$

где $O(4)$ обозначает члены четвертого порядка малости по магнитному полю. Для выделения таких членов мы считали g_e/ε и $\omega/c\gamma_{1,2}$ величинами одного порядка малости. С помощью дифференцирования можно убедиться, что x^{+2} и x^{-2} проходят через максимумы. Максимальные значения $x^{\pm 2}$ достигаются при

$$\beta=\pm\frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}\frac{g_e}{\varepsilon}$$

и соответственно равны

$$x_{\max}^{\pm 2}=1\pm\sqrt{8\frac{\varepsilon}{\mu}}\frac{\omega}{c}\gamma_2.$$

Таким образом, получается следующая картина. Функция зависимости k_x^2 от k_z имеет две ветви, в соответствии с двумя знаками перед корнем в (2.15); одна из ветвей соответствует волне с правой эллиптической (или, в частности, круговой) поляризацией, вторая — с левой, как обычно. Однако точки максимумов смещены друг относительно друга как по абсциссе, так и по ординате. Максимумы $k_x^{\pm 2}$ достигаются при

$$(k_z)_{1,2}=\pm\frac{\omega}{c}\frac{\mu g_e}{\sqrt{2}\,\varepsilon}$$

и соответственно равны

$$k^{\pm 2}_{x\,\max} = \frac{\omega^2}{c^2}\,\varepsilon\mu\left(1 \pm \sqrt{8\,\frac{\varepsilon}{\mu}\,\frac{\omega}{c}\,\gamma_2}\right). \qquad (2.16)$$

Графики функций $k_x^{\pm 2} = f^{\pm}(k_z)$ качественно представлены на рис. 2 (при $g_e > 0$, $\gamma_2 > 0$).

Пусть на пластинку, описываемую уравнением (2.14) и занимающую область $0 \leqslant z \leqslant d$, из области $z < 0$ падает плоская волна с тангенциальной компонентой волнового вектора, равной $k_{x\,\text{пад}}$. Для определения направлений распространения волн внутри пластинки мы должны провести линию, параллельную оси k_z и отсекающую от оси k_x отрезок, равный $k_{x\,\text{пад}}$; абсциссы точек пересечения этой линии с графиками дадут z-компоненты волновых векторов волн, распространяющихся в пластинке. Если $k^2_{x\,\text{пад}} < k_x^{-2}{}_{\max}$, то имеем четыре точки пересечения (линия aa'), в соответствии с наличием четырех волн в пластинке. Но если

$$k^{-2}_{x\,\max} < k^2_{x\,\text{пад}} < k^{+2}_{x\,\max}, \qquad (2.16')$$

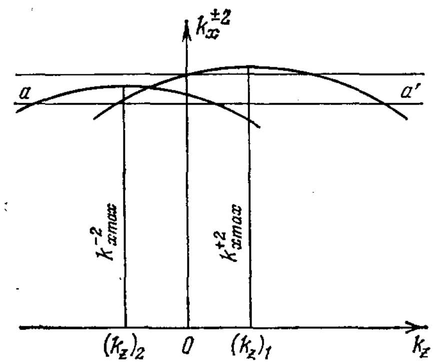

Рис. 2.

то уже имеются только две точки пересечения, обе соответствующие одной и той же ветви, причем при достаточной близости $k^2_{x\,\text{пад}}$ и $k_x^{+2}{}_{\max}$ обеим точкам пересечения соответствуют положительные значения k_z. Последнее означает, что в пластинке возбуждаются только прямые волны, а z-компоненты у волновых векторов обратных волн комплексны. Так как комплексные решения — комплексно-сопряженные, то мнимая часть z-компоненты у одной из «отраженных» волн будет положительной, а у другой волны — отрицательной. Поэтому амплитуда однй из этих волн будет возрастающей, а у другой — убывающей функцией координаты z. В связи с наличием волны с возрастающей амплитудой следует отметить, что в такой ситуации при решении граничной задачи мы не приходим к каким-либо бесконечным амплитудам, так как детерминант системы уравнений, определяющих амплитуды на границах, также содержит возрастающий член, благодаря чему подавляет неограниченное возрастание волн внутри пластинки.

Заметим, что рассмотренные свойства среды обусловлены одновременным наличием естественной и магнитооптической активностей. Действительно, из-за наличия естественной активности максимумы ветвей дисперсионного уравнения раздвинуты друг от друга вверх и вниз, а из-за наличия магнитооптической активности — вправо и влево. Именно при подобном расположении ветвей возможно такое пересечение параллельной оси k_z линии с графиками, при котором получаются только две точки пересечения (вместо четырех), обе имеющие абсциссу с одинаковым знаком.

Отметим еще, что геометрия отражения и преломления на границе естественно гиротропной среды при наличии магнитного поля изучена также в [85] с помощью рядов функций Штурма. При этом в тензоре диэлектрической проницаемости были учтены члены второго порядка малости, а анизотропия магнитной проницаемости и естественной активности не была учтена. Результаты, полученные в [85], приводят к той же картине отражения на границе, которая получена здесь. Заметим также, что в ситуации, когда в пластинке возбуждаются только прямые волны с действительными волновыми векторами (а волновые векторы обратных волн комплексны), обе прямые волны имеют одинаковое направление обхода эллипса поляризации, так как соответствуют одной и той же ветви дисперсионного уравнения.

б) Граничная задача для пластинки

Как мы видели в предыдущем разделе, наличие двух типов активности (естественной и магнитооптической) приводит к необратимости световых волн, к нарушению закона синусов, к изменению абсолютной величины поворота плоскости поляризации при изменении направления распространения на обратное и к особенностям, рассмотренным в последнем пункте предыдущего параграфа. В настоящем параграфе мы рассмотрим прохождение света через пластинку с целью выяснения влияния неинвариантности дисперсионного уравнения на оптические свойства пластинки. Для простоты будем рассматривать нормальное прохождение. Поэтому особенности среды, связанные с геометрией распространения падающих и отраженных волн внутри пластинки, останутся незатронутыми. Однако те особенности, которые связаны с изменением абсолютной величины поворота плоскости поляризации при изменении направления распространения на обратное, будут выражены наиболее отчетливо.

Пусть плоская монохроматическая волна

$$\mathbf{E}(z, t) = \mathbf{E} \exp i\left(\frac{\omega}{c} z - \omega t\right) \tag{2.17}$$

падает из области $z < 0$ на границу $z = 0$ пластинки, занимающей область $0 \leqslant z \leqslant d$ и описываемой дисперсионным уравнением (2.6). В областях $z < 0$ и $z > d$ — вакуум. Внутри пластинки будем иметь четыре волны — две прямые, соответствующие значению $\cos\alpha^{\pm} = 1$ в (2.6), и две обратные с $\cos\alpha^{\pm} = -1$. Согласно (2.9) и (2.10) для прямых волн, распространяющихся от границы $z = 0$ к границе $z = d$, поворот плоскости поляризации на единице длины пути луча пропорционален сумме $\gamma + g_e$, а для обратных волн — разности $\gamma - g_e$. Рассмотрим случай, когда волна, распространяющаяся от границы $z = 0$ к границе $z = d$, не испытывает поворота плоскости поляризации, т. е.

$$\gamma + g_e = 0.$$

Тогда, пользуясь соотношениями, полученными в [43], будем иметь следующие выражения для компонент E_{4x} и E_{4y} поля прошедшей волны (пренебрегая в амплитудах членами, пропорциональными параметрами гирации *), когда в падающей волне $E_x = 0$, $E_z = 0$, $E_y \neq 0$):

$$E_{4x} = -4\Delta_0^{-1}\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}\,E_y\left\{\left[\left(1-\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}\right)^2\cos\frac{\omega}{c}\sqrt{\varepsilon\mu}\,d + \right.\right.$$
$$\left.\left. + i\left(1-\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}\right)^2\sin\frac{\omega}{c}\sqrt{\varepsilon\mu}\,d\right]\sin\left(\frac{g_e-\gamma}{2\varepsilon}\frac{\omega}{c}\sqrt{\varepsilon\mu}\,d\right)\right\}e^{-i(\omega/c)d},$$
$$E_{4y} = -4\Delta_0^{-1}E_y\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}\,E_y\left\{\left[\left(1+\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}\right)^2 - \right.\right.$$
$$-\left(1-\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}\right)^2\cos\left(\frac{g_e-\gamma}{2\varepsilon}\frac{\omega}{c}\sqrt{\varepsilon\mu}\,d\right)\Big]\cos\frac{\omega}{c}\sqrt{\varepsilon\mu}\,d - i\left[\left(1+\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}\right)^2 + \right.$$
$$\left.\left. + \left(1-\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}\right)^2\cos\left(\frac{g_e-\gamma}{2\varepsilon}\frac{\omega}{c}\sqrt{\varepsilon\mu}\,d\right)\right]\sin\frac{\omega}{c}\sqrt{\varepsilon\mu}\,d\right]\right\}e^{-i(\omega/c)d}. \tag{2.18}$$

*) В [43] не учтен разрыв тангенциальной компоненты магнитного поля [24, 25], поэтому учет в амплитудах членов, пропорциональных параметрам гирации, был бы превышением точности.

где Δ_0 — детерминант системы уравнений, представляющих собой граничные условия (условия непрерывности тангенциальных компонент электрического и магнитного полей).

Как следует из (2.18), плоскость поляризации прошедшей волны повернута относительно плоскости поляризации падающей волны ($E_{4x} \neq \neq 0$), хотя волна, распространяющаяся в пластинке от границы $z = 0$ к границе $z = d$, не испытывает поворота плоскости поляризации. Поворот плоскости поляризации в прошедшей волне в данном случае обусловлен многократными отражениями. Многократные отражения обусловливают поворот плоскости поляризации в прошедшей волне благодаря наличию поворота плоскости поляризации в обратной волне внутри пластинки (при $\gamma + g_e = 0$ выражение $\gamma - g_e$, которому пропорционален поворот в обратной волне, отлично от нуля). При $\sqrt{\varepsilon/\mu} = 1$ (отсутствие отражений от границ пластинки) получаем, действительно, $E_{4x} = 0$. Таким образом, неинвариантность дисперсионного уравнения приводит к наличию поворота плоскости поляризации в прошедшей волне при отсутствии поворота в волне, идущей от первой границы пластинки ко второй.

Приведенный пример показывает, насколько неправильными могут оказаться рассуждения о прошедшей через пластинку волне, основанные на рассмотрении распространения в безграничной среде. Так, в [83] сделано заключение о возможности компенсировать естественное вращение плоскости поляризации магнитным вращением. Как следует из (2.18), при $\sqrt{\varepsilon/\mu} \neq 1$, т. е. при наличии отражений от границ, компенсация естественного и магнитного вращений не может быть достигнута.

в) Магнитные кристаллы, обладающие естественной оптической активностью

Естественная оптическая активность проявляется в видимой области длин волн, когда изменением фазы волны на характерных атомных расстояниях нельзя пренебречь. В этой области магнитную восприимчивость следует считать равной нулю [137]. Поэтому на первый взгляд может показаться, что совместное рассмотрение магнитных свойств и естественной активности лишено смысла. Однако, как упомянуто выше, было установлено, что магнитную восприимчивость в оптической области, по крайней мере для ферромагнитных сред, следует считать отличной от нуля [65]. В частности, доказана применимость уравнения Ландау — Лифшица вплоть до оптического диапазона частот [65] (см. также [64]). В связи с тем, что это заключение противоречит утверждению о необходимости считать магнитную восприимчивость на высоких частотах (начиная с далекой инфракрасной области) равной нулю ([137], § 60), нужно отметить следующее [136]: а) В магнитооптике условия проявления магнитных свойств вещества наиболее благоприятны. Дело в том, что возникающий во внешнем магнитном поле эффект Фарадея дает возможность выявить наличие довольно малых недиагональных компонент магнитной восприимчивости, обусловливающих вращение плоскости поляризации. Так, при значениях недиагональных компонент порядка 10^{-6} поворот плоскости поляризации на 1 см на длине волны $\lambda \sim 6 \cdot 10^{-5}$ см в диэлектриках ($\varepsilon \sim 5$) составляет величину порядка 0,1 рад; б) обоснование необходимости сохранить магнитную восприимчивость на высоких частотах должно содержать, помимо численных оценок, также доказательство сохранения самого смысла магнитной восприимчивости в этой области частот. Доказательство несостоятельности смысла магнитной восприимчивости основано на требовании совпадения двух значений магнитного момента тела, выраженных одно через токи, другое — через плотность магнитного момента ([137], § 60). Однако это требование справедливо, если нет конвекционных токов. Действительно, при доказательстве совпадения указанных выше двух значений полного магнитного момента тела, приведенном в [137], § 27 в случае постоянных магнитных полей, было использовано предположение об отсутствии конвекционных токов, могущих перенести заряд через полное поперечное сечение тела. Поэтому при наличии постоянных токов (токи с нулевой частотой) проводимости ([137], § 29) упомянутые выше два значения полного магнитного момента уже не могут совпадать, хотя в постоянном поле магнитная восприимчивость сохраняет смысл. Следовательно, несовпадение вышеупомянутых двух значений полного магнитного момента тела может иметь место безотносительно к тому, высокие частоты или низкие, хотя в § 60 это несовпадение и, вместе с ним, несостоятельность смысла магнитной восприимчивости связывается с большими значениями частот (когда токи поляризации становятся заметными). Приведенные рассуждения и применимость уравнения Ландау — Лифшица на высоких частотах дают основание пользоваться магнитной восприимчивостью хотя бы для ферромагнитных сред, лишь бы был применим макроскопический подход.

На основании всего сказанного рассмотрение сред, обладающих одновременно естественной оптической активностью и отличной от нуля магнитной восприимчивостью, кажется нам вполне оправданным. Такие среды описываются материальными уравнениями (2.2), (2.3). Этими уравнениями мы выше пользовались, считая, однако, $g_m = 0$, а анизотропию $\mu_{xx} - \mu_{zz}$ малой. Теперь мы рассмотрим среду, описываемую уравнениями (2.2), (2.3), причем везде будем считать $g_m \neq 0$, что означает наличие гиромагнитной доли магнитооптической активности.

1. Для упрощения задачи, с сохранением характерной особенности среды — неинвариантности дисперсионного уравнения, будем считать среду одноосной.

Считая оптическую ось (ось z) направленной вдоль внешнего магнитного поля, будем иметь:

$$\left.\begin{aligned}
&\mu_{xx} = \mu_{yy} = \mu \neq \mu_{zz} = \mu_3,\\
&\varepsilon_{xx} = \varepsilon_{yy} = \varepsilon \neq \varepsilon_{zz} = \varepsilon_3,\\
&\gamma_{xyz} = -\gamma_{yxz} = -\gamma_1,\\
&\gamma_{zyx} = -\gamma_{yzx} = -\gamma_2,\\
&\gamma_{xzy} = -\gamma_{zxy} = \gamma_2,\\
&(g_e)_x = (g_e)_y = 0, \quad (g_e)_z = g_e,\\
&(g_m)_x = (g_m)_y = 0, \quad (g_m)_z = g_m.
\end{aligned}\right\} \tag{2.19}$$

С помощью (2.2), (2.3), (2.19) и уравнений поля получаем следующее дисперсионное уравнение:

$$a_4 k_z^4 + a_3 k_z^3 + a_2 k_z^2 + a_1 k_z + a_0 = 0, \tag{2.20}$$

где k_z — z-компонента волнового вектора волны (2.1), распространяющейся в среде.

Точные выражения a_i ($i = 1, 2, 3, 4, 0$) громоздки. Если пренебречь в них членами, пропорциональными параметрам g_e/ε, g_m/μ, $(\omega/c)\, \gamma_{ijl} \sqrt{\mu/\varepsilon}$ в третьей и высших степенях, приходим к сравнительно простым выражениям:

$$a_4 = \frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_3\mu\left(1 - \frac{g_m^2}{\mu^2}\right), \tag{2.21а}$$

$$a_3 = \frac{\omega^2}{c^2} g_m\gamma_1\left(k_x^2 - 2\frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_3\mu\right) + \frac{\omega^2}{c^2} g_m\gamma_2 k_x^2, \tag{2.21б}$$

$$a_2 = -2\frac{\omega^4}{c^4}\varepsilon\varepsilon_3\mu^2 + k_x^2\left(\frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon\mu + \frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_3\frac{\mu^2}{\mu^3}\right) + \frac{g_m^2}{\mu^2}\left[3\frac{\omega^4}{c^4}\varepsilon\varepsilon_3\mu^2 - \right.$$
$$\left. -\left(k_x^2 - \frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_3\mu\right)\left(\frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon\mu - k_x^2\frac{\mu}{\mu_3}\right) - \frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon\mu k_x^2 - k_x^4\frac{\mu}{\mu_3} - k_x^2\frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_3\mu\frac{\mu}{\mu_3}\right] -$$
$$-2\frac{\omega^4}{c^4} g_e g_m\varepsilon_3\mu + \frac{\omega^4}{c^4}\mu^2\gamma_2^2 k_x^2 + \frac{\omega^4}{c^4}\mu^2\gamma_1^2\left(k_x^2 - \frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_3\mu\right) - 2\frac{\omega^4}{c^4}\mu^2\gamma_1\gamma_2 k_x^2, \tag{2.21в}$$

$$a_1 = -2\frac{\omega^4}{c^4}\varepsilon\mu g_m\gamma_2 k_x^2 + 2\frac{\omega^4}{c^4}\mu^2 g_e\gamma_1\left(k_x^2 - \frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_3\mu\right) - 2\frac{\omega^4}{c^4}\mu^2 g_e\gamma_2 k_x^2, \tag{2.21г}$$

$$a_0 = \frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon\mu\left(\frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon\mu - k_x^2\frac{\mu}{\mu_3}\right)\left(\frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_3\mu - k_x^2\right) +$$
$$+ \frac{g_m^2}{\mu^2}\left[\left(\frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon\mu - k_x^2\frac{\mu}{\mu_3}\right)\frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon\mu\left(k_x^2 - 2\frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_3\mu\right) + \right.$$
$$\left. + \frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon\mu\left(k_x^2 - \frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_3\mu\right)\left(\frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon\mu - k_x^2\frac{\mu}{\mu_3}\right)\right] - \frac{\omega^6}{c^6}\varepsilon^3\mu\gamma_2^2 k_x^2 +$$
$$+ \frac{\omega^4}{c^4}\mu^2 g_e^2\left(k_x^2 - \frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_3\mu\right). \tag{2.21д}$$

В соотношениях (2.21а)—(2.21д) величина k_x — это x-компонента волнового вектора волны (2.1), а k_y считается равной нулю. Как следует из (2.20) и (2.21), при наличии гиромагнитного вращения ($g_m \neq 0$) наряду с членом, содержащим первую степень k_z ($a_1 \neq 0$), появляется новый член с нечетной степенью k_z ($a_3 \neq 0$). Появление нового члена должно привести к изменению формы оптической индикатрисы и гирационной поверхности.

2. Граничная задача. Рассмотрим теперь нормальное прохождение света через плоскопараллельную пластинку, описываемую материальными уравнениями (2.2), (2.3) при упрощающих условиях (2.19). Пластинка занимает область $0 \leqslant z \leqslant d$, а по обе стороны пластинки — вакуум. Плоская волна

$$\mathbf{E}(z, t) = \mathbf{E}\exp\left[i\left(\frac{\omega}{c}z - \omega t\right)\right], \quad E_x = 0, \quad E_y \neq 0 \tag{2.22}$$

падает из полупространства $z < 0$.

Вид граничных условий существенно зависит от формы материальных уравнений. При формулировке материальных уравнений в виде (2.2), (2.3), в которых весь вклад естественной активности учитывается в выражении электрической индукции $\mathbf{D}$ (как уже было отмечено, материальные уравнения естественно активной среды могут быть сформулированы и в другом виде; см. [10], где обсуждаются различные возможные формулировки материальных уравнений), тангенциальные компоненты магнитного поля оказываются разрывными [24, 25, 98]. Это объясняется тем, что материальное уравнение связи между $\mathbf{D}$ и $\mathbf{E}$ содержит градиент параметра, характеризующего среду, который при переходе из одной среды к другой, естественно, терпит скачок на резкой границе. Так, в простейшем случае изотропной среды связь между $\mathbf{D}$ и $\mathbf{E}$ имеет вид [24, 25, 98]:

$$\mathbf{D} = \varepsilon\mathbf{E} + \delta_1 \operatorname{rot} \mathbf{E} + \operatorname{rot}(\delta_2\mathbf{E}) = \varepsilon\mathbf{E} + (\delta_1 + \delta_2) \operatorname{rot} \mathbf{E} + [\operatorname{grad} \delta_2\mathbf{E}]. \quad (2.23)$$

В каждой из однородных сред, граничащих друг с другом, $\operatorname{grad} \delta_2 = 0$, но если параметр δ_2 для этих сред различен, то $\operatorname{grad} \delta_2$ терпит скачок на резкой границе, чем и обусловлен разрыв тангенциальных компонент магнитного поля, связанного с $\mathbf{D}$ уравнением $\operatorname{rot} \mathbf{H} = (1/c)\, \partial\mathbf{D}/\partial t$. (В [98] рассмотрен случай неоднородной среды и разъяснен смысл параметра δ_2 (тензора β_{ijl} в [98])).

Из граничных условий, с учетом разрыва тангенциальной компоненты магнитного поля [98], получаем следующие выражения для амплитуд поля прошедшей волны:

$$E_{4y} = (A^+ + A^-)\, E_y, \quad (2.24)$$

$$E_{4x} = -i\, (A^+ - A^-)\, E_y, \quad (2.25)$$

где

$$\left.\begin{aligned} A^\pm &= (\Delta^\pm)^{-1} (\alpha_2^\pm - \alpha_3^\pm) \exp[i\,(k_{2z}^\pm + k_{3z}^\pm)\, d], \\ \Delta^\pm &= (1+\alpha_2^\pm)(1-\alpha_3^\pm) \exp(ik_{3z}^\pm d) - (1-\alpha_2^\pm)(1+\alpha_3^\pm) \exp(ik_{2z}^\pm d), \\ \alpha_{2,3}^\pm &= \frac{\omega}{ck_{2,3z}^\pm} [\varepsilon \pm (\gamma_1 k_{2,3z}^\pm + g_e)] \mp \frac{\omega}{2c}\gamma_1. \end{aligned}\right\} \quad (2.26)$$

Величины $k_{2,3z}^\pm$ с точностью до членов первого порядка малости по параметрам активности равны

$$k_{2z}^\pm = \frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon\mu} \left\{1 \pm \frac{1}{2}\left[\left(\frac{g_e}{\varepsilon} + \frac{g_m}{\mu}\right) + \frac{\omega}{c}\sqrt{\varepsilon\mu}\, \frac{\gamma_1}{\varepsilon}\right]\right\} \quad (2.27а)$$

для прямых волн и

$$k_{3z}^\pm = -\frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon\mu} \left\{1 \pm \frac{1}{2}\left[\left(\frac{g_e}{\varepsilon} + \frac{g_m}{\mu}\right) - \frac{\omega}{c}\sqrt{\varepsilon\mu}\, \frac{\gamma_1}{\varepsilon}\right]\right\} \quad (2.27б)$$

для обратных волн.

Как следует из (2.27), обратимость световых волн нарушена, так как ни одно из значений k_{3z}^+ или k_{3z}^- не совпадает по абсолютной величине с k_{2z}^+ или k_{2z}^-. В отличие от среды, рассмотренной в предыдущем параграфе, вместо g_e/ε фигурирует сумма $(g_e/\varepsilon) + (g_m/\mu)$. Последнее означает, что с точки зрения распространения волны гироэлектрическое и гиромагнитное вращения неразличимы. Однако при отражении волн различие проявляется (см. [39, 43, 86] и ниже п. б) гл. 3).

Поворот плоскости поляризации на единице длины пути луча при распространении волн в прямом и обратном направлениях соответственно, равен:

$$\varphi_{1,2} = \left(\frac{g_e}{\varepsilon} + \frac{g_m}{\mu} \pm \frac{\omega}{c}\sqrt{\varepsilon\mu}\, \frac{\gamma_1}{\varepsilon}\right) \frac{\omega}{c}\sqrt{\varepsilon\mu}. \quad (2.28)$$

Так как $|\varphi_1| \neq |\varphi_2|$, то повороты при распространении волн в прямом и обратном направлениях не равны друг другу по абсолютной величине.

Отсутствию поворота плоскости поляризации прямой волны соответствует соотношение

$$\frac{g_e}{\varepsilon} + \frac{g_m}{\mu} + \frac{\omega}{c}\sqrt{\varepsilon\mu}\, \frac{\gamma_1}{\varepsilon} = 0. \quad (2.29)$$

При этом, как следует из (2.25) и (2.26), $E_{4x} \neq 0$, т. е., как и в случае, рассмотренном в п. б) гл. 2, многократные отражения приводят к наличию поворота плоскости поляризации прошедшей волны. В отсутствие отражений от границ пластинки ($\sqrt{\varepsilon/\mu} = 1$) получаем

$$A^{+} = A^{-},$$

и, в силу (2.25), $E_{4x} = 0$.

В конце настоящего раздела приведем приближенную (с точностью до второй степени параметров активности) функцию зависимости k_z от k_x. Хотя точную зависимость можно найти из (2.20) и (2.21) как решение полного уравнения четвертой степени, но из-за громоздкости коэффициентов a_i соответствующие решения получаются необозримыми. Нахождение функции $k_z = F(k_x)$ необходимо, например, при решении граничной задачи в случае наклонного падения. Считая, что параметры анизотропии $(\varepsilon - \varepsilon_3)/\varepsilon_3$ и $(\mu - \mu_3)/\mu_3$ по порядку не больше квадратов параметров активности $(\gamma_{jlm}\varepsilon^{-1}\cdot(\omega/c)\sqrt{\varepsilon\mu}$, $g_e\varepsilon^{-1}$, $g_m\mu^{-1})$, и представив k_z в виде

$$k_z = k_{0z}(1+s), \tag{2.30}$$

из (2.20) и (2.21) получаем

$$s = \pm\frac{1}{2}\sqrt{f(k_{0z},\, k_x)\left(\frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon\mu k_{0z}^4\right)^{-1}}, \tag{2.31}$$

где

$$\begin{aligned} f(k_{0z},\, k_x) = {} & \frac{\omega^2}{c^2} g_m\gamma_1\left(\frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon\mu + k_{0z}^2\right)k_{0z}^3 + \\ & + \frac{\omega^2}{c^2} g_m\gamma_2 k_x^2\left(2\frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon\mu - k_{0z}^2\right)k_{0z} + \frac{g_m^2}{\mu^2}\frac{\omega^4}{c^4}\varepsilon^2\mu^2 k_{0z}^2 + \\ & + 2\frac{\omega^4}{c^4}\varepsilon\mu g_e g_m k_{0z}^2 + \frac{\omega^4}{c^4}\mu^2(\gamma_2^2 k_x^4 + \gamma_1^2 k_{0z}^4) + 2\frac{\omega^4}{c^4}\mu^2\gamma_1\gamma_2 k_x^2 k_{0z}^2 + \\ & + 2\frac{\omega^4}{c^4}\mu^2 g_e\gamma_1 k_{0z}^3 + 2\frac{\omega^4}{c^4}\mu^2 g_e\gamma_2 k_x^2 k_{0z} + \frac{\omega^4}{c^4}\mu^2 g_e^2 k_{0z}^2. \end{aligned} \tag{2.32}$$

Для прямых и обратных волн величина k_{0z} равна соответственно

$$k_{0z} = \pm\sqrt{\frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon\mu - k_x^2}. \tag{2.33}$$

При $\gamma_{jlm} = 0$ среда превращается в бигиротропную, и для s получаем:

$$s = \pm\frac{1}{2}\frac{k_0}{k_{0z}}\left(\frac{g_e}{\varepsilon} + \frac{g_m}{\mu}\right), \qquad k_0 = \frac{\omega}{c}\sqrt{\varepsilon\mu}. \tag{2.34}$$

Приведенные соотношения справедливы, если s является величиной порядка параметров активности. Это условие нарушается для направлений распространения, составляющих близкие к $\pi/2$ углы с осью z, при которых значение k_{0z} мало.

Из (2.30) — (2.34) следует асимметрия поверхности волновых векторов и гирационной поверхности относительно плоскости, перпендикулярной внешнему магнитному полю. Они, как можно убедиться, имеют разный вид, в зависимости от того, обладает ли среда гиромагнитной активностью наряду с гироэлектрической, или нет.

3. МАГНИТОАКТИВНЫЕ СРЕДЫ

а) Распространение электромагнитной волны в намагниченном ферромагнетике вблизи точки совпадения корней дисперсионного уравнения

1. Уравнения поля для случая анизотропных и гиротропных сред дают, вообще говоря, два значения для волнового вектора волн, распространяющихся в одном направлении. Эти волны отличаются по поляризации, *а в каждой из них имеется по одной независимой компоненте поля* (электрического или магнитного), через которую могут быть выражены остальные компоненты. При определении амплитуд полей отраженной и преломленной волн приходим к системе уравнений (представляющих собой граничные условия), число которых равно числу независимых компонент. Если, например, волна падает из вакуума на гиротропное полупространство, то имеем четыре условия непрерывности полей и четыре неизвестных компоненты при заданной амплитуде падающей волны: две компоненты, скажем, электрического поля в отраженной волне и по одной компоненте в каждой из двух преломленных волн. Все остальные компоненты электрического поля могут быть выражены через указанные с помощью материальных уравнений и уравнения $\operatorname{div} \mathbf{D} = 0$.

Компоненты магнитных полей выражаются через компоненты электрического с помощью одного из двух первых уравнений Максвелла.

Однако в определенных условиях такая обычная ситуация может нарушаться. Так, *при совпадении корней дисперсионного уравнения* соответствие между числом неизвестных компонент и числом граничных условий может не соблюдаться. Но с самого начала следует разграничить два случая совпадения корней дисперсионного уравнения. В первом случае с совпадением корней исчезает одна из связей между компонентами. Тогда оказывается, что двум совпадающим корням дисперсионного уравнения соответствуют две волны с независимыми поляризациями. Такой случай (вырождение [9]) не приводит к каким-либо затруднениям в граничной задаче или особенностям в распространении волн. Во втором случае при совпадении корней дисперсионного уравнения совпадают и поляризации волн. В таком случае корни дисперсионного уравнения называются существенно кратными [9].

Направления распространения, для которых корни дисперсионного уравнения существенно кратные, принято называть сингулярными. Возможно существование как отдельных сингулярных направлений [74, 140, 141], так и конуса таких направлений [142].

Ситуации второго типа интересны не только тем, что усложняется постановка граничной задачи, но и тем, что среды в таких условиях проявляют особенности в оптических свойствах. Так, в [74] рассмотрено совпадение корней дисперсионного уравнения в поглощающих кристаллах. Наряду с обычными нормальными волнами автор пришел к заключению о существовании нового типа волн, имеющего вид [9,7].

$$\mathbf{E}(r, t) = \mathbf{A}\cdot(\mathbf{kr}) \exp\left[i\,(\mathbf{kr} - \omega t)\right]. \qquad (3.1)$$

Такие волны могут возникать при наличии поглощения, чем и обеспечивается невозможность неограниченного возрастания поля при неограниченном возрастании $(\mathbf{kr})$: при $(\mathbf{kr}) \to \infty$ экспонента стремится к нулю быстрее, чем произведение $(\mathbf{kr})$ стремится к бесконечности, и амплитуда поля убывает.

В работе [75] рассмотрена ситуация совпадения корней дисперсионного уравнения в непоглощающей гироанизотропной среде. В таких средах, в которых поглощение отсутствует, волны типа (3.1) возникать не могут [9]. Оказывается, что при совпадении корней дисперсионного уравнения имеется совершенно другая картина волнового поля: волны распространяются в среде без затухания, а поток энергии равен нулю. Отсутствие потока энергии обусловлено тем, что векторы напряженности электрического и магнитного полей параллельны друг другу.

Ниже мы рассмотрим картину, возникающую при появлении существенно кратных корней в намагниченном ферромагнетике со скалярной диэлектрической проницаемостью [77].

2. Пусть на ферромагнитную среду, занимающую область пространства $z \geqslant 0$ и находящуюся во внешнем намагничивающем поле $\mathbf{H}_0$, из области $z < 0$ падает плоская волна (2.1). Диэлектрическую проницаемость ферромагнитной среды обозначим через ε_2, а магнитную проницаемость запишем в виде [122, 125]:

$$\left.\begin{aligned}&\mu_{xx}=\mu_{yy}=1+a\left(1-q^2\right)^{-1}=\mu_2,\\&\mu_{xy}=-\mu_{yx}=-ig=iaq\left(1-q^2\right)^{-1},\\&\mu_{zz}=\mu_3=1,\quad q=\frac{\omega}{\omega_H},\quad \omega_H=\gamma_0 H_0,\end{aligned}\right\}\tag{3.2}$$

$$a=4\pi\frac{M_0}{H_0},\quad \mu_{xz}=\mu_{yz}=\mu_{zx}=\mu_{zy}=0,$$

где ω_H — частота ферромагнитного резонанса, ω — частота волны, распространяющейся в среде, M_0 — магнитный момент единицы объема. Соотношения (3.2) справедливы, если

$$\left|1-\omega^2\omega_H^{-2}\right| \gg \omega_r\omega_H^{-2}\omega,\quad \omega_r^2\omega_H^{-2}\ll 1,\tag{3.3}$$

где ω_r — частота релаксации [122].

Пусть тангенциальная компонента волнового вектора падающей волны равна k_x, а $k_y = 0$. Тогда для z-компонент волновых векторов преломленных волн получаем

$$k_{2z}^{\pm 2}=\omega^2c^{-2}\varepsilon_2\mu_2-\left(\mu_2+\mu_3\right)\left(2\mu_3\right)^{-1}k_x^2\pm\sqrt{\eta_{2z}},\tag{3.4}$$

$$\eta_{2z}=\left(\mu_2-\mu_3\right)^2\left(2\mu_3\right)^{-2}k_x^4-\omega^2c^{-2}\varepsilon_2g^2\mu_3^{-1}k_x^2+\omega^4c^{-4}\varepsilon_2^2g^2.\tag{3.5}$$

Дисперсионное уравнение (3.4) будет иметь кратные корни, если выполнится условие

$$\eta_{2z}=0.\tag{3.6}$$

Соотношение (3.6) вместе с требованием действительности кратных корней (в отсутствие истинного поглощения) удовлетворяется на следующей кривой:

$$k_x^2\left(\frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_2\right)^{-1}=2\left[\frac{\omega^2}{\omega_H^2}+\sqrt{\frac{\omega^4}{\omega_H^4}-\frac{\omega^2}{\omega_H^2}}\right],\tag{3.7}$$

если интервал частот определяется неравенствами

$$1<\frac{\omega^2}{\omega_H^2}<1+a^2\left(1+2a\right)^{-1}.\tag{3.8}$$

Волна при этом имеет эллиптическую поляризацию [77]. Отметим, что изменением k_x можно добиваться изменения ω в (3.7), т. е. ситуация возникновения кратных корней может осуществляться не на одной частоте, а в целой области частот. В этой области имеется возможность модулировать поляризацию волн и прохождение энергии через границу (см. следующий п. 3).

3. С помощью дифференцирования (3.4) можно убедиться, что при соблюдении (3.7) z-компоненты групповых скоростей равны нулю:

$$u_{2z}^{\pm}=\frac{\partial\omega}{\partial k_{2z}^{\pm}}=0. \tag{3.9}$$

Интересно выяснить характер обращения в нуль потока энергии в направлении оси z. Как известно [9], в гиротропной среде во многих случаях вектор Пойнтинга вращается в пространстве с частотой ω волны, и имеет смысл не его мгновенное значение, а усредненное значение $\overline{\mathbf{S}}$. Составляя вектор Пойнтинга, на кривой (3.7) получаем

$$\overline{S}_{2z}=0 \tag{3.10}$$

в соответствии с (3.9). Обращение в нуль z-компоненты групповых скоростей, в отличие от случая гироанизотропной среды [75], обусловлено разностью фаз (равной $\pi/2$) между компонентами электрического и магнитного полей, приводящей к обращению в нуль z-компоненты векторного произведения $[\mathbf{EH}]$ при ее усреднении по времени [77].

Пусть значение k_x фиксировано. Тогда, если $\omega\omega_H^{-1}$ удовлетворяет соотношению (3.7), то $u_{2z}^{\pm}=0$. Обозначим это значение $\omega\omega_H^{-1}$ через q_0. Если теперь изменить ω или ω_H, то мы отойдем от (3.7). Пусть значение $\omega\omega_H^{-1}$ отличается при этом от q_0 на $\Delta q=\omega\omega_H^{-1}-q_0$. Смещение q от значения q_0 приводит к изменению z-компонент групповых скоростей. При достаточно малых значениях отношения $\Delta q/q_0$ для $u_{2z}^{\pm}$ приходим к соотношениям

$$u_{2z}^{\pm}=\mp c^2k_{2z}(1-q_0^2)\left[\omega_H\varepsilon_2 a\sqrt{2\left(q_0^2+\sqrt{q_0^4-q_0^2}\right)-1}\right]^{-1}\sqrt{\frac{2\Delta q}{q_0}}, \tag{3.11}$$

где $k_{2z}=k_{2z}^{+}=k_{2z}^{-}$ на кривой (3.7). Если $\Delta q<0$, то, как следует из (3.11), вблизи частот совпадения корней дисперсионного уравнения z-компоненты групповых скоростей двух волн, распространяющихся в одном направлении (направление определяется тем, положителен или отрицателен k_{2z} в (3.11)), имеют разные знаки: энергия одной волны идет вперед, энергия другой — назад. На самой кривой (3.7) поток энергии в направлении оси z отсутствует, хотя волны распространяются без затухания. Если же $\Delta q>0$, то амплитуда одной из волн нарастает экспоненциально, а амплитуда другой волны убывает. Компоненты $u_{2z}^{\pm}$ при $\Delta q>0$ мнимы. Ясно, что отход от кривой (3.7) можно осуществлять не только изменением ω или ω_H, но и изменением k_x.

4. Поля волн, распространяющихся в рассматриваемой среде, зависят от координат и времени в виде $\mathbf{E}_0^{\pm}\exp\left[i(k_xx+k_{2z}^{\pm}z-\omega t)\right]$. На кривой (3.7) эти волны сливаются в одну. Для выяснения характера зависимости поля от координат при совпадении корней дисперсионного уравнения надо знать амплитуды E_0^{+} и E_0^{-}. Для этого рассмотрим вкратце граничную задачу [77].

При определении амплитуд полей обычно мы имеем две волны в преломляющей полубесконечной среде. Из четырех возможных волн выбираются те, которые затухают, а не нарастают при удалении от границы (затухание и нарастание, безотносительно к другим причинам, существует всегда из-за непременного наличия поглощения; оно в данном случае обусловлено мнимой частью диэлектрической проницаемости). Поэтому имеются две неизвестные компоненты амплитуд в преломляющей среде. Если же корни дисперсионного уравнения — существенно кратные, то две волны сливаются в одну, и вместо двух неизвестных амплитуд имеем одну. Чтобы определить амплитуды при совпадении корней дисперсионного уравнения, т. е. при $\Delta q = 0$, найдем их выражения при $\Delta q \neq 0$ (когда число неизвестных компонент амплитуд равно числу условий на границе) и устремим в них Δq к нулю. Тогда получаем выражение следующего вида для поля $\mathbf{E}_{\text{прел}}(\mathbf{r}, t)$ преломленной волны:

$$\mathbf{E}_{\text{прел}}(\mathbf{r}, t) = (\mathbf{A}z + \mathbf{B}) \exp[i(k_x x + k_{2z} z - \omega t)]. \tag{3.12}$$

Таким образом, сумма двух преломленных нормальных волн вида $\mathbf{E}_0^{\pm} \exp[i(k_x x + k_{2z}^{\pm} z - \omega t)]$ при устремлении к кривой (3.7), на которой $k_{2z}^{+} = k_{2z}^{-}$, трансформируется к виду (3.12). Так как $\operatorname{Im} k_{2z} > 0$, то поле остается конечным, несмотря на наличие члена $\mathbf{A}z$; это обусловлено тем, что $\exp(\operatorname{Im} k_{2z} z)$ стремится к нулю быстрее, чем $|\mathbf{A}z|$ стремится к бесконечности.

б) Бигиротропная среда

Такие среды описываются материальными уравнениями (2.2), (2.3) при $\gamma_{jlm} = 0$. В ряде работ [39, 75, 76, 86, 117, 121, 123, 129] выявлены разнообразные оптические свойства бигиротропных сред. Так, эллиптичность прошедшей через бигиротропную пластинку волны обусловлена не только разным поглощением право- и левополяризованных волн, но и разностью импедансов для этих волн [39]; выявлен ряд особенностей распространения в бигиротропных средах, в частности, возможность однопреломления [76, 47] и параллельности электрического и магнитного полей в стоячей волне в полубесконечной гироанизотропной среде [75]; выяснены возможности разделения гироэлектрического и гиромагнитного эффектов [86, 117] (обусловленных параметрами g_e и g_m соответственно). Ниже мы рассмотрим амплитудные соотношения для бигиротропной среды при учете поглощения и обычно пренебрегаемой малой анизотропии, и вкратце обсудим некоторые поляризационные особенности бигиротропных сред, обусловленные наличием двух параметров гиротропии g_e и g_m.

Пусть бигиротропная среда, описываемая тензорами ε_{2ik} и μ_{2ik} диэлектрической и магнитной проницаемости

$$\varepsilon_{2ik} = \begin{pmatrix} \varepsilon_2 & -ig_e & 0 \\ ig_e & \varepsilon_2 & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_3 \end{pmatrix}, \quad \mu_{2ik} = \begin{pmatrix} \mu_2 & -ig_m & 0 \\ ig_m & \mu_2 & 0 \\ 0 & 0 & \mu_3 \end{pmatrix}, \tag{3.13}$$

занимает область $z \geqslant 0$. На границу $z = 0$ из вакуума падает волна

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E} \exp[i(\mathbf{k}r - \omega t)]. \tag{3.14}$$

Будем искать преломленное поле в виде $\mathbf{E}_2(r, t) = \mathbf{E}_2 \exp[i(\mathbf{k}_2\mathbf{r} - \omega t)]$. Тогда получаем следующее дисперсионное уравнение:

$$k_2^{\pm 2} = \frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_2\mu_2 - \frac{1}{2}\left(\frac{\mu_2}{\mu_3} + \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_3} - 2\right)k_x^2 \pm \sqrt{\eta},$$

$$\eta = \frac{1}{4}\left(\frac{\mu_2}{\mu_3} - \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_3}\right)^2 k_x^4 - \frac{\omega^2}{c^2}\left[\left(\frac{\mu_2}{\mu_3} + \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_3}\right) g_e g_m + \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_3} g_m^2 + \frac{\mu_2}{\mu_3} g_e^2\right] k_x^2 + \frac{\omega^4}{c^4}(\varepsilon_2 g_m + \mu_2 g_e)^2. \tag{3.15}$$

Рассматривая область частот, в которой

$$\left|\frac{\mu_2 - \mu_3}{\mu_2}\right| \sim \left|\frac{g_m}{\mu_2}\right|^2, \quad \left|\frac{g_e}{\varepsilon_2}\right| \sim \left|\frac{g_m}{\mu_2}\right|, \quad \left|\frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_3}{\varepsilon_2}\right| \sim \left|\frac{g_e}{\varepsilon_2}\right|^2, \tag{3.16}$$

и сохраняя члены порядка параметров гирации, анизотропией обычно пренебрегают [123]. Такой подход оправдан при изучении распространения света в безграничной среде. Однако, как отмечено выше, оказывается, что при наличии границ анизотропия обусловливает в амплитудах появление членов такого же порядка, что и гиротропия [43]. Поэтому при получении дисперсионного уравнения (3.15), для учета указанных членов в дальнейшем, анизотропия сохранена.

Для компонент E_{1x} и E_{1y} амплитуды электрического поля отраженной волны получаем [43]:

$$\begin{gathered}E_{1x}=\frac{k_{2z}-\varepsilon_2 k_z}{k_{2z}+\varepsilon_2 k_z}E_x+\\ +\frac{2iE_y}{\Delta_0}\frac{\varepsilon_3 k_z k_{2z}}{k_x^2}\left[\left(\frac{g_{\mathrm{m}}}{\mu_2}-\frac{g_{\mathrm{e}}}{\varepsilon_2}\right)\frac{k_2}{k_{2z}}+\frac{2(\mu_3-\mu_2)k_x^2}{\mu_3\left[(g_{\mathrm{e}}/\varepsilon_2)+(g_{\mathrm{m}}/\mu_2)\right]k_{2z}k_2}\right], \qquad (3.17)\\ E_{1y}=\frac{\mu_2 k_z-k_{2z}}{\mu_2 k_z+k_{2z}}E_y-\frac{2iE_x}{\Delta_0}\frac{\varepsilon_2 k^2 k_2}{k_x^2 k_z}\left(\frac{g_{\mathrm{m}}}{\mu_2}-\frac{g_{\mathrm{e}}}{\varepsilon_2}\right),\end{gathered}$$

где

$$k_2=\frac{\omega}{c}\sqrt{\varepsilon_2\mu_2},\quad k_{2z}=\sqrt{k_2^2-k_x^2},$$

$$\Delta_0=-2\frac{k_{2z}k_2}{k_x^2}\left(1+\frac{k_{2z}}{\mu_2 k_z}\right)\left(1+\frac{\varepsilon_2 k_z}{k_{2z}}\right).$$

Второй член в квадратных скобках выражения для E_{1x} обусловлен анизотропией и, согласно (3.16), представляет величину такого же порядка, что и параметры гирации $g_{\mathrm{e}}\varepsilon_2^{-1}$, $g_{\mathrm{m}}\mu_2^{-1}$. Поэтому при определении амплитуд

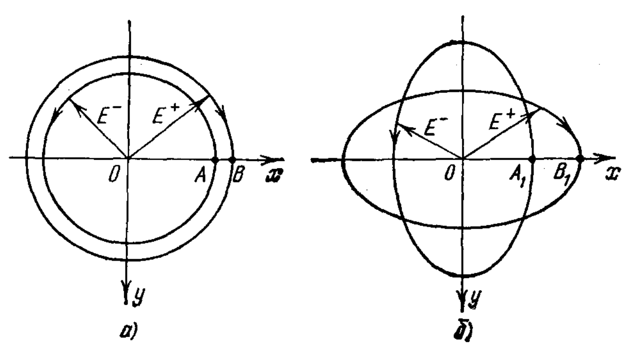

Рис. 3.

полей с точностью до членов порядка параметров гирации, необходим учет также параметров высшего порядка малости, обусловленных анизотропией.

Геометрию возникновения упомянутой эллиптичности, обусловленной анизотропией, можно уяснить следующим образом. Пусть на границу $z=0$ гиротропной среды нормально падает волна с электрическим полем, параллельным оси y. В отсутствие анизотропии эллиптичность преломленной волны вызвана тем, что амплитуды волн с правой и левой круговой поляризацией неодинаковы: появляется x-компонента поля с амплитудой, численно равной отрезку AB (рис. 3, *а*). Анизотропия приводит к «деформации» кругов поляризации в эллипсы, сжимая один круг поляризации в одном направлении, другой — в другом направлении, перпендикулярном первому (рис. 3, *б*). Таким образом, возникает добавочная разность между параллельными друг другу полуосями двух эллипсов поляризации: теперь уже амплитуда x-компоненты поля будет численно равна отрезку A_1B_1.

В силу граничных условий добавочная эллиптичность возникает также в отраженной волне.

Можно убедиться, что возможна компенсация двух типов эллиптичности, один из которых обусловлен разностью радиусов кругов поляризации, другой —«деформацией» этих кругов. Таким образом, эллиптичность оказывается необязательным свойством волны, отраженной от магнитоактивной среды при падении на ее границу плоскополяризованной волны.

Возможно также отсутствие эллиптичности и в случае среды без анизотропии. Действительно, рассмотрим для простоты случай $k_x = 0$. Тогда при $(g_e/\varepsilon_2) - (g_m/\mu_2) = 0$ эллиптичность в отраженной волне отсутствует. В среде при этом происходит поворот плоскости поляризации $((g_e/\varepsilon_2) + (g_m/\mu_2) \neq 0)$. Если же $(g_e/\varepsilon_2) + (g_m/\mu_2) = 0$, то среда не вращает плоскость поляризации, хотя заведомо обладает двумя типами гиротропии и поэтому должна считаться гиротропной. Гиротропия сказывается в такой ситуации в отраженной волне — в ее эллиптичности. Мы здесь встречаемся еще с одним случаем, показывающим, что представление о гиротропной среде как о среде, вращающей плоскость поляризации, ограничено, на что было указано в [7, 10, 20]; в определении гиротропии, данном в [10], указанная ограниченность учтена.

Рассмотрим теперь роль поглощения в поляризации отраженной волны. Пусть на среду падает плоская волна с электрическим вектором, лежащим в плоскости падения. Если учитывать поглощение, обусловленное мнимыми частями $\varepsilon''_{2,3}$ и $\mu''_{2,3}$ компонент $\varepsilon_{2,3} = \varepsilon'_{2,3} + i\varepsilon''_{2,3}$, $\mu_{2,3} = \mu'_{2,3} + i\mu''_{2,3}$, то в отраженной волне появляется добавочная разность фаз.

Пренебрегая членами, пропорциональными $\varepsilon''_{2,3}$, $\mu''_{2,3}$ во второй и высших степенях, а также произведениями $\varepsilon''_{2,3}$, $\mu''_{2,3}$ с g_e и g_m, для добавочной разности фаз Φ получаем

$$\Phi = \Phi_1 - \Phi_2, \tag{3.18а}$$

где $\Phi_{1,2}$ — аргументы комплексных чисел $\rho_{1,2}$:

$$\rho_{1,2} = \sqrt{\varepsilon'_2\mu'_2 - \sin^2\vartheta} \mp \varepsilon'_2\cos\vartheta + i\left(\frac{\varepsilon'_2\mu''_2 + \varepsilon''_2\mu'_2}{2\sqrt{\varepsilon'_2\mu'_2 - \sin^2\vartheta}} \mp \varepsilon''_2\cos\vartheta\right) \tag{3.18б}$$

(индексу 1 соответствует верхний знак), ϑ — угол падения.

Таким образом, при учете поглощения разность фаз между компонентами электрического поля в отраженной волне (одна из которых лежит в плоскости распространения, а другая — перпендикулярна на этой плоскости) перестает быть постоянной, равной $\pi/2$, и зависит от угла падения. Поэтому, если электрический вектор падающей волны лежит в плоскости распространения или перпендикулярен ей, то большая полуось эллипса поляризации отраженной волны будет соответственно выходить из этой плоскости или наклоняться к ней.

Формулы (3.18) имеют место, если

$$\left|\frac{\varepsilon'_2\mu''_2 + \varepsilon''_2\mu'_2}{\varepsilon'_2\mu'_2 - \sin^2\vartheta}\right| \ll 1.$$

В конце настоящего раздела рассмотрим еще одно свойство магнитоактивных сред. Если среда изотропна в плоскости x, y, а в падающей волне $E_y = 0$, то в отраженной волне отношение E_{1y}/iE_{1x} равно (при $k_x = 0$)

$$\alpha_1 = \frac{E_{1y}}{iE_{1x}} = \frac{2Z_0}{1 - Z_0^2}\left(\frac{g_e}{\varepsilon_2} - \frac{g_m}{\mu_2}\right), \quad Z_0 = \sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\mu_2}}. \tag{3.19}$$

Поворот плоскости поляризации на единице длины пути в безграничной среде, которым может быть оценен поворот при прохождении волны через пластинку, пропорционален величине

$$\alpha_2=\frac{\omega}{c}\sqrt{\varepsilon_2\mu_2}\left(\frac{g_e}{\varepsilon_2}+\frac{g_m}{\mu_2}\right). \tag{3.20}$$

Пусть для определенности $Z_0>1$. Тогда из последних соотношений следует, что если α_1 и α_2 имеют разные знаки, то среда гидроэлектрическая (или гироэлектрический эффект преобладает над гиромагнитным), если же знаки у α_1 и α_2 одинаковые, то среда гиромагнитная (или гиромагнитный эффект преобладает над гироэлектрическим). Это утверждение остается справедливым и при наклонном падении, хотя значения α_1 и α_2 отличаются при этом от приведенных в (3.19), (3.20) значений. Таким образом, сравнение лишь знаков α_1 и α_2 дает возможность судить о природе вращения.

4. КРУГОВОЙ ДИХРОИЗМ. МЕХАНИЗМЫ ДИХРОИЗМА. НЕОБРАТИМОСТЬ

1. Наличие поглощения, связанного с параметром гиротропии, обусловливает, как известно, круговой дихроизм — разное поглощение волн с правой и левой циркулярной (или эллиптической) поляризациями [17,18,138]. Это наиболее простой и давно известный, но не единственный вид дихроизма.

В анизотропной среде и поворот плоскости поляризации, и разное поглощение волн с правой и левой эллиптической поляризациями зависят как от мнимых частей параметров гиротропии, так и от мнимых частей тензора диэлектрической проницаемости [143,144]. Например, если свет распространяется в анизотропном кристалле вдоль одного из главных направлений, вдоль которого приложено внешнее магнитное поле, то для волновых векторов имеем:

$$k^{\pm 2}=\frac{\omega^2}{c^2}\frac{\varepsilon_1+\varepsilon_2}{2}\pm\sqrt{\left(\frac{\omega^2}{c^2}\frac{\varepsilon_1-\varepsilon_2}{2}\right)^2+\frac{\omega^4}{c^4}g^2}\ , \tag{4.1}$$

где g — проекция вектора гирации на направление распространения, ε_1 и ε_2 — главные значения тензора ε_{ij} в плоскости, перпендикулярной этому направлению. Как следует из (6.1), при наличии мнимых частей у ε_1 и ε_2 мнимые части k^+ и k^- будут иметь разные значения и при действительном параметре g. Зависимость вращения и кругового дихроизма от линейного дихроизма обусловлена превращением круговой поляризации волн в анизотропной среде в эллиптическую [143]. По-видимому, влияние линейного дихроизма на круговой следует считать еще одним механизмом дихроизма.

2. В [145] указано на существование кругового дихроизма, отличающегося от упомянутых выше. Он существует и тогда, когда нет ни анизотропии, ни мнимой части у параметра гиротропии. Для пояснения его появления рассмотрим распространение света вдоль внешнего магнитного поля в среде, изотропной в отсутствие магнитного поля, описываемой при его наличии уравнениями

$$\mathbf{D}=\varepsilon\mathbf{E}+i\,[\mathbf{g}_e\mathbf{E}],\quad \mathbf{B}=\mu\mathbf{H}. \tag{4.2}$$

Для волновых векторов волн с правой и левой циркулярной поляризациями получаем:

$$k^{\pm}=\frac{\omega}{c}\sqrt{\mu\,(\varepsilon\pm g_e)}. \tag{4.3}$$

Если ε обладает мнимой частью ($\varepsilon = \varepsilon' + i\varepsilon''$), то мнимые части величин k^+ и k^- не будут одинаковы; они будут отличаться друг от друга на величину, пропорциональную произведению $\varepsilon'' g_e$. Действительно, хотя мнимые части подкоренных выражений

$$\varepsilon' + i\varepsilon'' + g_e \quad \text{и} \quad \varepsilon' + i\varepsilon'' - g_e$$

одинаковы, но значения соответствующих корней не будут одинаковыми из-за различия действительных частей подкоренных выражений.

Возникновение такого дихроизма обусловлено тем, что из-за $g_e \neq 0$ оптические пути волн с правой и левой циркулярной поляризацией неодинаковы на одном и том же геометрическом пути (из-за разности длин этих волн), что приводит к разному поглощению этих волн при одном и том же параметре затухания ε''. Таким образом, круговой дихроизм при действительном параметре гирации может существовать и в отсутствие анизотропии в магнитоактивной среде (в отличие от изотропных естественно гиротропных сред [10]).

Наблюдение рассматриваемого типа дихроизма требует, по возможности, больших значений мнимых частей у тензора ε_{ij} (или μ_{ij}; см. [145], где рассмотрен обсуждаемый здесь дихроизм для бигиротропной среды) и параметров гиротропии. Велики значения параметра гиротропии, измеренные, например, в [146]. Большие значения параметра g_e в магнитооптических экспериментах в мегагауссовых полях [147] также должны обусловливать появление рассматриваемого дихроизма при наличии поглощения, обусловленного мнимой частью диэлектрической проницаемости.

3. В естественно гиротропных средах, помещенных во внешнее магнитное поле, при распространении волн в двух взаимно противоположных направлениях (не перпендикулярных внешнему полю) величина кругового дихроизма неодинакова. Так, из (2.27а) и (2.27б) при действительных ε и μ получаем:

$$\begin{aligned} |k_{2z}^{+''} - k_{2z}^{-''}| &= \left| \frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon\mu} \left(\frac{g_e''}{\varepsilon} + \frac{g_m''}{\mu} + \frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon\mu} \frac{\gamma_1''}{\varepsilon} \right) \right|, \\ |k_{3z}^{+''} - k_{3z}^{-''}| &= \left| \frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon\mu} \left(\frac{g_e''}{\varepsilon} + \frac{g_m''}{\mu} - \frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon\mu} \frac{\gamma_1''}{\varepsilon} \right) \right| \end{aligned} \tag{4.4}$$

(два штриха обозначают мнимую часть соответствующей величины). Неравенством $|k_{2z}^{+''} - k_{2z}^{-''}| \neq |k_{3z}^{+''} - k_{3z}^{-''}|$ обусловливается неодинаковость поглощения плоскополяризованного или неполяризованного света при его прохождении через пластинку во взаимно противоположных направлениях [145]. Таким образом, имеет место необратимость поглощения по отношению к изменению направления распространения на обратное.

4. В случае бигиротропной среды появляется еще один тип дихроизма. Рассмотрим распространение света вдоль магнитного поля в среде (3.13). Для волновых векторов получаем

$$k^{\pm} = \frac{\omega}{c} \sqrt{(\varepsilon \pm g_e)(\mu \pm g_m)}. \tag{4.5}$$

Если $\varepsilon = \varepsilon' + i\varepsilon''$, $\mu = \mu' + i\mu''$, а g_e и g_m действительны, то

$$k^{\pm} = \frac{\omega}{c} \{(\varepsilon'\mu' + g_e g_m - \varepsilon''\mu'') \pm (\varepsilon' g_m + \mu' g_e) \pm \\ \pm i\,[(\varepsilon'' g_m + \mu'' g_e) \pm (\varepsilon'\mu'' + \varepsilon''\mu')]\}^{1/2}.$$

Выражение $i(\varepsilon'' g_m + \mu'' g_e)$ входит в k^+ и k^- с равными знаками и поэтому обусловливает разное поглощение волн с правой и левой циркулярной поляризациями. Отметим, что каждый из членов $\varepsilon'' g_e$ и $\mu'' g_m$ представляет произведение двух параметров, один из которых фигурирует в уравнении связи между **D** и **E**, а другой — в уравнении связи между **B** и **H**. Следует подчеркнуть, что на возможность появления членов с такой структурой было указано в [90] для естественно гиротропных сред при формулировке материальных уравнений в таком виде, в котором параметр гиротропии входит как в уравнение связи между **D** и **E**, так и в уравнение связи между **B** и **H**.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Мы коснулись выше некоторых из многочисленных вопросов оптики гиротропных сред. Наблюдаемые в настоящее время тенденции в областях исследований, имеющих более или менее прямое отношение к оптике гиротропных сред, дают основание выделить определенные вопросы, изучение которых представляется целесообразным. Прежде всего, это — оптика приграничного слоя (см. [25]). Граница раздела, вообще говоря, представляет новые условия для исследований строения вещества, скажем, междумолекулярного взаимодействия. Это обусловлено просто «обрывом» среды на границе, приводящим, например, к изменению волновых функций кристалла из-за нарушения периодичности. Магнитооптические методы — тонкое средство для изучения приграничного слоя (см. [31, 32]). Детальная разработка теории оптики приграничного слоя с учетом гиротропии и анизотропии диэлектрической проницаемости представляет несомненный интерес. Число имеющихся в этой области работ мало, и в подавляющем большинстве работ исследования пока относятся к негиротропным средам [148, 149].

Второй круг вопросов — детальная разработка феноменологической теории отражения и преломления на границах раздела полупространств и пластинок с учетом обнаруженных к настоящему времени оптических свойств безграничных гиротропных сред (появление новых корней дисперсионного уравнения, совпадение корней дисперсионного уравнения и т. д.). Исследования в этой области необходимы не только в аспекте изучения этих эффектов и их идентификации в эксперименте, но и для должного учета границ. Такие исследования могут привести также к выявлению новых эффектов, обусловленных наличием границ. Разработка детальной феноменологической теории с учетом обнаруженных эффектов устранит также те трудности, которые встречаются при их экспериментальном исследовании, как, например, трудности, связанные с появлением анизотропии в исследованиях гиротропии, возникающей под действием механических напряжений.

Следует отметить, что чувствуется необходимость в разработке новых эффективных (немашинных) методов решения граничных задач, а также в усовершенствовании известных при наличии многих границ.

В последнее время были предсказаны новые интересные оптические эффекты [150, 152], в числе которых большое место занимают эффекты гиротропии. Разработка теории распространения света через ограниченные среды с учетом упомянутых эффектов ускорила бы их экспериментальное обнаружение, представляющее большой интерес.

Автор выражает свою глубокую благодарность Б. М. Болотовскому за обсуждения и советы, В. М. Аграновичу и В. Л. Гинзбургу за внимание к работе и ряд ценных замечаний. Беседы с М. И. Кагановым, относящиеся к кратным корням в ферромагнетиках и к дисперсии магнитной проницаемости, советы Г. С. Кринчика, относящиеся к магнитооптике, и, в особенности, к магнитной восприимчивости в оптической области частот, были весьма полезными; приношу им свою глубокую благодарность.

Ереванский государственный университет

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Волькенштейн М. В. Физика ферментов.— М.: Наука, 1967.
2. Гинзбург В. Л. Распространение электромагнитных волн в плазме.— М.: Наука, 1967.
3. Гинзбург В. Л., Рухадзе А. А. Волны в магнитоактивной плазме.— М.: Наука, 1970.
4. Силин В. П., Рухадзе А. А. Электромагнитные свойства плазмы и плазмоподобных сред.— М.: Госатомиздат, 1961.
5. Александров А. Ф., Богданкевич Л. С., Рухадзе А. А. Основы электродинамики плазмы.— М.: Высшая школа, 1978.
6. Гинзбург В. Л.— УФН, 1972, т. 108, с. 749.
7. Федоров Ф. И.— Ibid., с. 762.
8. Кизель В. А.— УФН, 1974, т. 114, с. 295.
9. Агранович В. М., Гинзбург В. Л. Кристаллооптика с учетом пространственной дисперсии и теория экситонов.— М.: Наука, 1979.
10. Федоров Ф. И. Теория гиротропии.— Минск: Наука и техника, 1976.
11. Кринчик Г. С., Четкин М. В.— УФН, 1969, т. 98, с. 3.
12. Кринчик Г. С. Физика магнитных явлений.— М.: Наука, 1976.
13. Смоленский Г. А., Писарев Р. В., Синий И. Г.— УФН, 1975, т. 116, с. 231.
14. Физика магнитных диэлектриков / Под ред. Г. А. Смоленского.— М.: Наука, 1974.
15. Старостин Н. В., Феофилов П. П.— УФН, 1969, т. 97, с. 621.
16. Труды Международной конференции по магнетизму.— М.: Наука, 1974.
17. Веллюз Л., Легран М., Грожан М. Оптический круговой дихроизм.— М.: Мир, 1967.
18. Дисперсия оптического вращения и круговой дихроизм в органической химии / Под ред. Г. С. Снатцке.— М.: Мир, 1970.
19. Бурков В. И., Гусева Н. И., Кизель В. А., Постнов С. М., Селькин Г. С., Софронов Г. М., Чельцов П. А.— Кристаллография, 1980, т. 25, с. 185.
20. Федоров Ф. И.— Опт. и спектр., 1959, т. 6, с. 377.
21. Федоров Ф. И., Бокуть Б. В., Константинова А. Ф.— Кристаллография, 1962, т. 7, с. 910.
22. Федоров Ф. И.— Опт. и спектр., 1959, т. 6, с. 85.
23. Бокуть Б. В. Автореферат докторской диссертации.— Минск, 1972.
24. Бокуть Б. В., Сердюков А. Н.— ЖЭТФ, 1971, т. 61, с. 1808.
25. Агранович В. М., Гинзбург В. Л.— ЖЭТФ, 1972, т. 63, с. 1729.
26. Шалдин Ю. В.— ДАН СССР, 1970, т. 191, с. 67.
27. Желудев И. С.— УФН, 1976, т. 120, с. 702.
28. Koda T., Marahashi T., Mitani T., Sokoda S., Onodera Y.— Phys. Rev., 1972, v. 5, p. 705.
29. Гинзбург В. Л.— ЖЭТФ, 1958, т. 34, с. 1593.
Lorentz H. A. Collected Papers.— 1936.— V. 2, p. 79.
Hellwege K. H.— Zs. Phys., 1951, Bd. 129, S. 626.
30. Кринчик Г. С., Нурмухамедов Г. М.— ЖЭТФ, 1965, т. 48, с. 34.
31. Кринчик Г. С.— ФТТ, 1960, т. 2, с. 1941.
32. Кринчик Г. С., Никитин Л. В.— ФТТ, 1978, т. 20, с. 2545.
33. Кринчик Г. С., Хребтов А. П., Аскоченский А. А., Зубов В. Е.— Письма ЖЭТФ, 1973, т. 17, с. 466.
34. Писарев Р. В.— ЖЭТФ, 1970, т. 58, с. 1421.
35. Bhagavantam S.— Proc. Ind. Acad. Sci. Ser. A, 1971, v. 73, p. 269.
36. Най Дж. Физические свойства кристаллов.— М.: Мир, 1967.
37. Hogan C. L.— Bell Syst. Techn. J., 1952, v. 21, p. 1.
38. Микаэлян А. Л. Теория и применение ферритов на сверхвысоких частотах.— М.; Л.: Госэнергоиздат, 1963.
39. Гинцбург М. А.— ДАН СССР, 1954, т. 95, с. 753.
40. Аваева И. Г., Лисовский Ф. В., Шаповалов В. И.— Микроэлектроника, 1973, т. 2, с. 337.
Лисовский Ф. В.— Опт. и спектр., 1973, т. 34, с. 947.
41. Чикалова-Лузина О. П., Шаронов Ю. А.— Опт. и спектр., 1970, т. 38, с. 419.
42. Федоров Ф. И., Котяш Т. Л.— Ibid., 1962, т. 12, с. 298.
43. Ерицян О. С. Автореферат кандидатской диссертации.—Ереван: ЕрФИ, 1971.
44. Милославский В. К.— Опт. и спектр., 1964, т. 17, с. 413.
45. Breuer W., Jaumann J.— Zs. Phys., 1963, Bd. 173, S. 117.

46. Klemens K., Jaumann J.— Ibid., S. 135.
47. Федоров Ф. И. Оптика анизотропных сред.— Минск: Изд-во АН БССР, 1958.
48. Тронько В. Д.— Опт. и спектр., 1970, т. 29, с. 354.
49. Тронько В. Д.— Ibid., 1971, т. 30, с. 739.
50. Тронько В. Д., Довгаленко Г. Е.— Ibid., 1973, т. 34, с. 1157.
51. Спорик В. В., Тронько В. Д., Цимбаревич В. И. —ФТТ, 1974, т. 16, с. 1519.
52. Шерклифф У. Поляризованный свет.— М.: Мир, 1965.
53. Chandrasekhar S., Srinivasa Rao K. N.— Acta Cryst. Ser. A, 1968, v. 24, S. 445.
54. Лисовский Ф. В., Маркелова О. С., Шаповалов В. И.— ФТТ, 1974, т. 16, с. 3570.
55. Dillon J. F.— J. Phys. et Radium, 1959, t. 20, p. 379.
56. Gires F.— C.R. Ac. Sci. Ser. A, 1961, t. 252, p. 541.
57. Mattews H., Singh S., Le Craw R. C.— Appl. Phys. Lett., 1965, v. 7, p. 165.
58. Dillon J. F.— J. Appl. Phys., 1968, v. 39, p. 922.
59. Cooper R. W., Crossley W. A., Page J. L., Pearson R. F.— J. Appl. Phys., 1968, v. 39, p. 565.
60. Dillon J. F., Remeika J. P., Staton R.— Ibid., 1970, v. 41, p. 4613.
61. Crossley W. A., Cooper R. W., Page J. L., van Stapele R. P.— Phys. Rev., 1969, v. 181, p. 896.
62. Харченко Н. Ф., Еременко В. В., Белый Л. И.— ЖЭТФ, 1967, т. 53, с. 1505.
63. Харченко Н. Ф., Белый Л. И., Тутакина О. П.— ФТТ, 1968, т. 10, с. 2819.
64. Кринчик Г. С., Четкин М. В.— ЖЭТФ, 1960, т. 38, с. 1643.
65. Кринчик Г. С., Четкин М. В.— ЖЭТФ, 1961, т. 41, с. 673.
66. Кринчик Г. С., Тютнева Г. К.— Изв. АН СССР. Сер. физ., 1964, т. 38, с. 482.
67. Кринчик Г. С., Гущина С. А.— ЖЭТФ, 1959, т. 57, с. 362.
68. Четкин М. В., Шалыгин А. Н.— ЖЭТФ, 1967, т. 52, с. 882.
69. Писарев Р. В., Синий И. Г., Смоленский Г. А.— Изв. АН СССР. Сер. физ., 1970, т. 34, с. 1032.
70. Писарев Р. В., Берденникова Е. В., Петров Р. А.— ФТТ, 1970, т. 12, с. 1547.
71. Писарев Р. В., Синий И. Г., Смоленский Г. А.— Письма ЖЭТФ, 1969, т. 9, с. 112.
72. Писарев Р. В., Синий И. Г., Колпакова Н. Н., Яковлев Ю. М. — ЖЭТФ, 1971, т. 60, с. 2188.
73. Берденников Е. В., Писарев Р. В., Петров Р. А.— Изв. АН СССР. Сер. физ., 1971, т. 35, с. 1183.
74. Хапалюк А. П.— Кристаллография, 1962, т. 7, с. 724.
75. Каганов М. И., Янкелевич Р. П.— ФТТ, 1968, т. 10, с. 2771.
76. Барковский Л. М.— Опт. и спектр., 1975, т. 38, с. 115.
77. Ерицян О. С.— Изв. АН Арм.ССР. Сер. физ.-мат. наук, 1976, т. 11, с. 251.
78. Бокуть Б. В., Федоров Ф. И.— Опт. и спектр., 1959, т. 6, с. 537.
79. Ерицян О. С. Изв. АН Арм.ССР. Сер. физ.-мат. наук, 1968, т. 3, с. 217.
80. Ерицян О. С.— Ibid., 1969, т. 4, с. 181.
81. Айвазян Ю. М., Мергелян О. С.— Ibid., 1964, т. 17, с. 125.
82. Волькенштейн М. В., Бютнер Э. К.— ЖЭТФ, 1951, т. 21, с. 1132.
83. Коваленко Н. И. Уч. зап. Сарат. ун-та, 1957, т. 56, с. 119.
84. Белый В. Н., Сердюков А. Н.— Кристаллография, 1974, т. 19, с. 1279.
85. Ерицян О. С.— Изв. АН Арм.ССР, Сер. физ.-мат. наук, 1974, т. 9, с. 314.
86. Кринчик Г. С., Четкин М. В. ЖЭТФ, 1959, т. 36, с. 1924.
87. Ивченко Е. Л., Пермогоров С. А., Селькин А. В.— Письма ЖЭТФ, 1978, т. 27, с. 27.
88. Машлятина Т. М., Недзвецкий Д. С., Селькин А. В.— Ibid., с. 573.
89. Ивченко Е. Л., Селькин А. В.— ЖЭТФ, 1979, т. 76, с. 1837.
90. Бокуть Б. В., Федоров Ф. И.— Опт. и спектр., 1959, т. 7, с. 558.
91. Федоров Ф. И.— Ibid., 1971, т. 30, с. 528.
92. Бокуть Б. В., Константинова А. Ф., Сердюков А. Н.— Кристаллография, 1972, т. 17, с. 812.
93. Сердюков А. Н. Автореферат кандидатской диссертации.— Минск, 1970.
94. Бокуть Б. В., Сердюков А. Н., Федоров Ф. И.— Кристаллография, 1970, т. 15, с. 1002.

95. Федоров Ф. И., Константинова А. Ф.— Опт. и спектр., 1962, т. 12, с. 407.
96. Бокуть Б. В., Сотский Б. А.— Ibid., 1963, т. 14, с. 117.
97. Бокуть Б. В., Сердюков А. Н., Шепелович В. В.— Ibid., 1974, т. 37, с. 120.
98. Бокуть Б. В., Сердюков А. Н., Федоров Ф. И., Хило Н. А.— Кристаллография, 1973, т. 18, с. 227.
99. Agranovich V. M., Yudson V. I.— Opt. Comm., 1972, v. 5, p. 422.
100. Agranovich V. M., Yudson V. I.— Ibid., 1973, v. 9, p. 58.
101. Константинова А. Ф., Шепелович В. В., Бокуть Б. В., Гречушников Б. Н., Колдыбаев К. А., Перекалина З. Б., Сердюков А. Н.— Кристаллография, 1976, т. 21, с. 1108.
102. Гершман Б. Н., Гинзбург В. Л.— Изв. вузов. Сер. «Радиофизика», 1962, т. 5, с. 31.
103. Бокуть Б. В., Гиргель С. С.— Кристаллография, 1976, т. 21, с. 264.
104. Мергелян О. С.— Изв. АН Арм.ССР. Сер. физ.-мат. наук, 1962, т. 15, с. 75.
105. Мергелян О. С.— Автореферат кандидатской диссертации.— М., 1963.
106. Ерицян О. С., Мергелян О. С.— Изв. АН Арм.ССР. Сер. физ.-мат. наук, 1968, т. 3, с. 3.
107. Tabor W. J., Chen F. S.— J. Appl. Phys., 1969, v. 40, p. 2760.
108. Robinson C. C.— J. Opt. Soc. Am., 1964, v. 54, p. 1220.
109. Гинзбург В. Л.— ЖЭТФ, 1948, т. 18, с. 487.
110. Микаэлян А. Л.— УФН, 1953, т. 51, с. 205.
111. Микаэлян А. Л., Пистолькорс А. А.— Изв. вузов. Сер. «Радиотехника», 1955, т. 10, № 3, с. 14.
112. Соколов А. В.— ФММ, 1956, т. 3, с. 210.
113. Кринчик Г. С.— Изв. АН СССР. Сер. физ., 1957, т. 21, с. 1293.
114. Гинцбург М. А.— ДАН СССР, 1954, т. 95, с. 489.
115. Эпштейн П.— УФН, 1958, т. 65, с. 285.
116. Кринчик Г. С.— ФММ, 1959, т. 7, с. 181.
117. Кринчик Г. С., Четкин М. В.— Опт. и спектр., 1959, т. 6, с. 703.
118. Кринчик Г. С., Четкин М. В.— В кн. «Ферриты».— Минск: Изд-во АН БССР, 1960.— С. 678.
119. Кринчик Г. С.— В кн. «Труды международной конференции по магнетизму».— М.: Наука, 1974.— Т. 1 (2), с. 5.
120. Кринчик Г. С., Чепурова Е. Е.— Ibid.— С. 134.
121. Малаховский А. В.— ФТТ, 1974, т. 16, с. 632.
122. Гуревич А. Г. Ферриты на сверхвысоких частотах.— М.: Физматгиз, 1960.
123. Соколов А. В. Оптические свойства металлов.— М.: Физматгиз, 1961.
124. Соколов А. В.— УФН, 1953, т. 50, с. 161.
125. Ахиезер А. И., Барьяхтар В. Г., Пелетминский С. В. Спиновые волны.— М.: Наука, 1967.
126. Власов К. Б., Кулеев В. Г.— ЖТФ, 1967, т. 37, с. 1196.
127. Болотин Г. А., Маевский В. М.— ФММ, 1970, т. 30, с. 475.
128. Desormiere B., Le Gall H.— Sol. State Comm., 1971, v. 9, p. 1029.
129. Лисовский Ф. В.— Опт. и спектр., 1973, т. 34, с. 947.
130. Соломко А. А., Микитюк В. И.— Ibid., 1974, т. 36, с. 410.
131. Гиргель С. С., Лопашин Ф. А., Сердюков А. Н.— Кристаллография, 1976, т. 21, с. 450.
132. Дружинин В. В., Кринчик Г. С., Павловский А. И., Таценко О. М.— Письма ЖЭТФ, 1976, т. 22, с. 282.
133. Филиппов В. В.— Опт. и спектр., 1977, т. 47, с. 595.
134. Бокуть Б. В., Гиргель С. С.— Кристаллография, 1976, т. 21, с. 269.
135. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.— Phys. Zs. Sowjetunion, 1935, Bd. 2, S. 153.
136. Ерицян О. С., Кринчик Г. С.— Изв. АН Арм.ССР. Сер. физ.-мат. наук, 1979, т. 14, с. 444.
137. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Электродинамика сплошных сред.— М.: Физматгиз, 1959.
138. Волькенштейн М. В. Молекулярная оптика.— М.; Л.: Гостехиздат, 1951.
139. Борн М.— Оптика.— Харьков; Киев: ГНТИУ, 1937.
140. Pancharatnam S.— Proc. Ind. Acad. Sci. Ser. A, 1965, v. 42, p. 86.
141. Федоров Ф. И., Гончаренко А. М.— Опт. и спектр. 1963, т. 14, с. 100.
142. Шепелович В. В., Чикова Т. С.— Ibid., 1978, т. 45, с. 917.
143. Donovan B., Webster J.— Proc. Phys. Soc., 1962, v. 79, p. 46.
144. Четкин М. В., Шевчук Л. Д., Ермилова Н. Н.— Кристаллография, 1979, т. 24, с. 386.
145. Ерицян О. С.— Изв. АН Арм.ССР. Сер. физ.-мат. наук, 1978, т. 13, с. 347.

146. Четкин М. В., Дидосян Ю. С., Ахуткина А. И., Червоненкис А. Я.— Письма ЖЭТФ, 1970, т. 12, с. 519.
147. Дружинин В. В., Павловский А. И., Самохвалов А. А., Таценко О. М.— Ibid., 1976, т. 23, с. 259.
148. Сивухин Д. В.— ЖЭТФ, 1943, т. 13, с. 361; 1948, т. 18, с. 976. 1951, т. 21, с. 367; 1956, т. 30, с. 374.
149. Кизель В. А. Отражение света.— М.: Наука, 1973.
150. Баранова Н. Б., Богданов Ю. В., Зельдович Б. Я.— УФН, 1977, т. 123, с. 349.
151. Баранова Н. Б., Зельдович Б. Я.— Препринт ФИАН СССР, № 11.— Москва, 1978.
152. Баранова Н. Б., Зельдович Б. Я.— Препринт ФИАН СССР, № 65.— Москва, 1978.