

## УСПЕХИ ФИЗИЧЕСКИХ НАУК

538.14

ПОСЛЕДНИЕ ДОСТИЖЕНИЯ ТЕОРИИ МАГНЕТИЗМА  
КОЛЛЕКТИВИЗИРОВАННЫХ ЭЛЕКТРОНОВ\*)

Т. Мория

## СОДЕРЖАНИЕ

1. Введение . . . . .	118
2. Теория слабо ферро- и антиферромагнитных металлов . . . . .	121
а) Границы применимости теории Хартри — Фока и приближения случайных фаз (121). б) Теория парамагнетизма и границы ее применимости (122). в) Самосогласованная перенормировочная (ССП) теория ферромагнитных металлов и новый механизм Кюри — Вейссовской восприимчивости (124). г) Обобщение СПП-теории на антиферромагнетизм и гелимагнетизм (129). д) Некоторые физические следствия СПП-теории; сравнение с экспериментом (131). 1) Теплоемкость (131); 2) Релаксация ядерных спинов (133); 2.1) Ферромагнетики (133); 2.2) Антиферромагнетики (134); 3) Электрическое сопротивление, тепловое сопротивление и магнетосопротивление (135); 3.1) Ферромагнетики (135); 3.2) Антиферромагнетики (137); 4) Взаимодействие между флуктуациями спиновой и зарядовой плотности (138). е) Обобщение СПП-теории и теории спиновых волн для температур выше $T_c$ (139).	
3. Подход со стороны предела локальных моментов . . . . .	142
а) Локальный момент в металлах (142). б) Взаимодействие между парами локальных моментов (142). в) Теоретическое обсуждение магнетизма металлов (143).	
4. Единая картина магнетизма . . . . .	144
а) Общие соображения (144). б) Формализм функционального интегрирования (145). в) Модель и приближения (149). г) Температура Кюри (152). д) Магнитная восприимчивость выше $T_c$ (153). е) Термически индуцированные локальные моменты — насыщение амплитуды локальной спиновой флуктуации (154). ж) Теория почти ферромагнитных полупроводников и необычные свойства FeSi (157). з) Функционал свободной энергии и зонная структура. Подход в пределе локального момента — обобщенная модель Гейзенберга (159). и) Общее описание магнетизма в системах с узкими зонами и моттовский переход (161).	
5. Заключительные замечания . . . . .	165
Цитируемая литература . . . . .	167

Обзор охватывает последние теоретические исследования, целью которых является создание единой последовательной теоретической трактовки магнетизма в системах с узкими электронными энергетическими зонами. В нем подчеркивается, что классическое противоречие между коллективизированной и локализованной моделями трансформировалась в более общую, хорошо определенную задачу о флуктуациях спиновой плотности. Картина локализованных моментов представляет собой один из предельных случаев произвольных спиновых флуктуаций; в противоположном пределе имеем случай металлов со слабым ферро- и антиферромагнетизмом. Показано, что самосогласованная перенормировочная теория спиновых флуктуаций служит приближением к последнему предельному случаю, успешно интерпретирует известные свойства и дает большое число предсказаний новых физических свойств этого класса веществ. Самые последние теоретические исследования спиновых флуктуаций с об-

\*) Moriya Tôru. Recent Progress, in: The Theory of Itinerant Electron Magnetism.—J. Magnet. and. Magnet. Mater., 1979, v. 14, pp. 1—46.—Перевод Т. С. Шубиной. Под редакцией и с примечаниями С. В. Вонсовского.

щих позиций, дают интерполяцию между вышеупомянутыми предельными случаями и, по-видимому, приведут к созданию единой картины магнетизма в электронных системах с узкими зонами, включая 3d-переходные металлы и магнитные соединения.

## 1. ВВЕДЕНИЕ

В современной теории магнетизма имеются два основных направления, которые ведут свое начало с момента возникновения квантовой механики. Одно, начатое Гейзенбергом<sup>1</sup>, основывалось на представлении о локализованных магнитных моментах; каждый электрон локализован в атоме, и этим создается локализованный спиновый момент. Межатомное обменное взаимодействие обуславливает параллельную ориентацию этих моментов, что приводит к ферромагнетизму. Ниже мы будем называть это картиной локализованных моментов, или, короче, локализованной моделью. Второе представление основывается на зонной теории электронов в твердых телах, где носители магнетизма рассматривались как коллективизированные, или блоховские электроны; обменная связь между ними приводила к разбалансу числа электронов со спинами «вверх» и «вниз», т. е. к появлению ферромагнетизма. Эта картина восходит к работам Блоха<sup>2</sup>, Слейтера<sup>3</sup> и Стонера<sup>4</sup> \*). Интересным в этих двух моделях является то, что они имеют противоположные исходные позиции; первая исходит из электронных состояний, локализованных в реальном пространстве, в то время как вторая исходит из состояний, локализованных в обратном (импульсном) пространстве.

До середины нашего века теория магнетизма активно развивалась в обоих этих направлениях. Однако ни одно из них не могло в единой схеме охватить всю область магнетизма. В частности, для объяснения всех физических свойств магнитных переходных металлов было необходимо обращаться к представлениям двух различных типов, возникающих соответственно из этих взаимно противоположных картин. Таким образом, противоречие между этими двумя моделями сохраняется уже в течение 50-ти лет<sup>5</sup>.

Фактически, последующие теоретические усилия сводились к попыткам согласования этих взаимно противоположных картин друг с другом, т. е. к созданию единой картины. Для этой цели привлекали эффект электронной корреляции. Как мы вскоре обсудим, корреляция электронов фактически обеспечивает нам механизм взаимосвязи между вышеупомянутыми двумя предельными случаями. Известно, что в пределе слабого электрон-электронного взаимодействия, справедливо приближение Хартри — Фока (ХФ), или приближение среднего поля. В этом случае мы имеем блоховские электроны, которые никогда не локализуются. В этом пределе, однако, магнитный порядок практически не реализуется. Возможность локализации электронов в кристалле обусловлена эффектами сильной электронной корреляции; на это указал Мотт<sup>6</sup> для случая d-электронов в соединениях магнитных изоляторов. На основе этого представления Андерсон<sup>7</sup> написал основополагающую работу по теории магнитных изоляторов, которые правильно описываются локализованной моделью; это явилось развитием теории со стороны предела сильной корреляции.

Что касается магнитных d-металлов, то теперь принято считать, что d-электроны в магнитных переходных металлах и сплавах существенно коллективизированы. Помимо экспериментальных доказательств, полученных из измерений энергии связи, теплоемкости и из наблюдений поверх-

\*) Первая работа в этом направлении принадлежит Я. И. Френкелю<sup>113\*</sup>. (Прим. ред.)

ностей Ферми d-электронов и т. п., представляются замечательными последние успехи зонной теории в описании основного состояния магнитных переходных металлов. Хотя имеются некоторые наблюдения, указывающие на возможную важность многочастичных эффектов в формировании основного состояния, тем не менее зонная теория кажется хорошим приближением для описания основного состояния, или, по крайней мере, очень хорошим исходным пунктом для теории магнетизма d-металлов. Однако физические свойства ферромагнитных d-металлов при конечных температурах не могут быть полностью описаны даже качественно в рамках теории Стонера, основывающейся на приближении Хартри — Фока, или в рамках зонной теории при конечных температурах. Более того, имеется большое число экспериментальных результатов, которые можно лучше описать, пользуясь локализованной моделью, и исторически именно последняя достаточно часто использовалась для анализа опытных фактов. Это было связано с отсутствием хорошей теории (лучшей, чем теория Стонера), основанной на коллективизированной модели.

Возможное существование локализованных моментов в магнитных d-металлах, казалось, признавали многие исследователи на ранних стадиях развития теории. В частности, Ван-Флек<sup>8</sup> подчеркивал важность электронной корреляции при возможном обосновании локализованной картины. Андерсон<sup>9</sup> предложил свою знаменитую модель локальных моментов в металлах, основываясь на фриделевском представлении о виртуальных связанных состояниях, введенном для разбавленных растворов<sup>10</sup>. Эта модель была с успехом использована для качественного объяснения магнитных свойств многих переходных металлов и их сплавов. Позже были затрачены также большие усилия с целью использования модели локальных моментов для описания магнетизма коллективизированных электронов на основе зонной теории.

Однако вскоре эксперимент показал, что только один этот подход всей задачи не решает. Еще в начале 60-х годов Маттиас и др.<sup>11</sup> открыли *слабо* \*) ферромагнитные металлы, подобные  $ZrZn_2$  и  $Sc_3In$ , магнитные свойства которых не согласовывались с картиной локальных магнитных моментов, даже несмотря на то, что магнитная восприимчивость выше точки Кюри  $T_c$  этих веществ, как было показано, хорошо следует закону Кюри — Вейсса, который никогда не мог быть объяснен теорией Стонера. Оба эти факта указывали на то, что мы должны изучить эффект электронной корреляции в d-зонах с более общей точки зрения, что и стимулировало последующее развитие теории спиновых флуктуаций. Как будет подробно обсуждено далее в этой статье, термические возбуждения пар электрон — дырка в магнитных веществах (обладающих любым магнитным порядком, как бы он ни был слаб) всегда имеют коллективный характер, а энергетический спектр резко отличается от такового в стонеровской теории (возбуждение свободных пар электрон — дырка). Эти термические возбуждения хорошо описываются в терминах флуктуаций спиновой плотности.

Природа спиновых флуктуаций должна меняться от вещества к веществу, и она зависит от их зонной структуры и от относительной важности электронной корреляции. Мы можем говорить, по крайней мере, о двух предельных случаях. Один из них — это предел локализованных моментов, когда спиновые флуктуации ведут себя точно так же, как ряд взаимодействующих локальных моментов. Другими словами, спиновые флуктуации имеют локальный характер в реальном пространстве. Другой — это случай слабых ферро- и антиферромагнетиков, когда амплитуда спиновых флуктуаций мала и играют важную роль только длинноволновые

\*) Курсив наш. (Прим. ред.)

компоненты тех флуктуаций, волновой вектор которых близок к вектору антиферромагнетизма  $Q$ . Другими словами, спиновые флуктуации в этом случае имеют локальный характер в обратном пространстве.

В действительности, в последние годы развивались теоретические подходы, исходящие из обоих этих предельных случаев. В частности, самосогласованная перенормировочная (ССП) теория спиновых флуктуаций, являющаяся приближением для предельных случаев слабых ферро- и антиферромагнетиков, приводит не только к новому объяснению кюри — веиссовской восприимчивости, но также к большому числу новых физических результатов, которые были подтверждены последующими экспериментальными исследованиями<sup>12</sup>. Показано, что температурные и полевые зависимости различных физических величин в этом пределе не зависят от зонной структуры; полученное в последнее время экспериментальное подтверждение всех этих результатов достаточно, чтобы убедить нас в том, что в предельных случаях слабых ферро- и антиферромагнетиков ССП теория правильна. Таким образом, мы теперь имеем хорошие теории в обоих предельных случаях, хотя теория в пределе локальных моментов установлена лишь для магнитных изоляторов, и еще предстоит ее тщательная разработка для магнитных металлов.

Если мы бросим широкий взгляд на совокупность всех существующих магнитных веществ, то увидим, естественно, что они распределяются между этими двумя экстремальными случаями, и мы можем найти множество веществ и в промежуточной области. Поэтому следующим шагом в теории должна быть разработка общего описания магнетизма, дающего интерполяцию между этими двумя предельными случаями. Такой тип теории недавно был предложен<sup>13</sup>, и мы теперь имеем достаточно общую картину магнетизма, основанную на спиновых флуктуациях в обычном смысле. Благодаря вышеупомянутым теоретическим разработкам мы видим, что классическое противоречие, состоящее в выборе либо локализованной, либо коллективизированной модели свелось к физически хорошо определенной проблеме флуктуаций спиновой плотности в общей постановке. Когда амплитуда флуктуаций локальной спиновой плотности (ФЛСП) велика и фиксирована, мы имеем предел локализованных моментов, где важны лишь поперечные компоненты ФЛСП. С другой стороны, когда амплитуда ФЛСП мала, мы имеем предел слабых ферро- и антиферромагнетиков, где играют важную роль продольные компоненты ФЛСП или температурная зависимость амплитуды ФЛСП. В общем случае и продольные, и поперечные компоненты ФЛСП важны, и общая теория магнетизма должна учитывать обе эти компоненты одновременно.

Как упоминалось выше, мы недавно разработали довольно простую теорию такого типа с использованием формализма функциональных интегралов, и дали единую картину ферромагнетизма коллективизированных электронов. Сейчас мы хотим упомянуть о двух важных выводах этой теории. Один заключается в представлении о термически индуцированных локальных моментах<sup>14</sup>. Когда зонная структура и заселенность уровней электронами благоприятны, амплитуда ФЛСП может быстро расти с температурой и достигать насыщения выше некоторой температуры в силу требований зарядовой нейтральности. В этом случае мы имеем дело только с поперечными компонентами ФЛСП, и ситуация представляет собой не что иное, как случай локальных моментов с ближним порядком. Эти явления, по-видимому, действительно наблюдались в системе  $\text{CoS}_2$  —  $\text{CoSe}_2$  с кристаллической структурой типа пирита, в почти антиферромагнитном полупроводнике  $\text{FeSi}$  и, возможно, во многих других веществах, подобных  $\text{V}_2\text{O}_3$ , и в металлическом палладии. Другой вывод состоит в том, что наша теория может, кроме того, дать правильное описание магнитных изоля-

торов. Это указывает на то, что мы можем развить точную общую теорию магнетизма и для металлов, и для изоляторов в одних и тех же теоретических рамках, а наша теория относится к простейшему ее варианту.

Задача настоящей статьи заключается в том, чтобы дать обзор вышеупомянутого развития теории. В гл. 2 рассмотрена самосогласованная перенормировочная теория спиновых флуктуаций в применении к слабо ферро- и антиферромагнитным металлам. Мы покажем, в частности, каковы итоги сопоставления результатов теории и эксперимента, акцентируя внимание на некоторых новых экспериментах особой важности. В гл. 3 кратко резюмируются для металлов результаты предыдущих теоретических подходов, исходящих из предельного случая локальных моментов. В гл. 4 обсуждается наша позднейшая интерполяционная теория и, полученное с ее помощью общее объяснение магнетизма. В гл. 5 обсуждается граница применимости настоящего подхода и его возможное дальнейшее обобщение.

## 2. ТЕОРИЯ СЛАБО ФЕРРО- И АНТИФЕРРОМАГНИТНЫХ МЕТАЛЛОВ

### а) Г р а н и ц ы   п р и м е н и м о с т и   т е о р и и Х а р т р и — Ф о к а   и   п р и б л и ж е н и я   с л у ч а й н ы х ф а з

Долгое время теоретическое обсуждение коллективизированной модели ограничивалось приближением среднего поля, или приближением Хартри — Фока (ПХФ) и лишь очень небольшой прогресс был достигнут по сравнению с классической стонеровской теорией ферромагнетизма и теорией антиферромагнетизма, созданной Слейтером. Эти теории не могли правильно описать различные термодинамические свойства магнитных металлов даже качественно. Помимо их хорошо известных недостатков, таких, например, как неспособность объяснить закон Кюри — Вейсса для магнитной восприимчивости и предсказание слишком высокой точки Кюри  $T_c$ , наиболее серьезным недочетом была их теоретическая противоречивость. Как уже отмечалось в гл. 1, термодинамические свойства магнитных систем определяются возбуждениями электронно-дырочных пар в совокупности с колебаниями решетки, которые мы здесь не обсуждаем. В теории Стонера предполагалось, что термически возбужденные электроны и дырки движутся независимо друг от друга в общем среднем поле, и коллективной природой возбуждений полностью пренебрегалось.

Важность коллективной природы возбуждений отметили уже давно Слейтер<sup>15</sup> и Херринг и Киттель<sup>16</sup> в их теориях спиновых волн. Более общий расчет спиновых флуктуаций, включая и критические флуктуации, дали позже Изуяма, Ким и Кубо<sup>17</sup>, использовавшие теорию линейного отклика и динамическое приближение Хартри — Фока или приближение случайных фаз (ПСФ)\*). Согласно этим теориям, мы ожидаем, что спектр возбуждений резко отличается от спектра независимых электронно-дырочных пар, всякий раз, когда имеет место магнитный порядок, даже слабый, и всякий раз, когда мы находимся в области неустойчивости вблизи магнитного фазового перехода. Это означает, что мы должны рассматривать коллективные возбуждения электронно-дырочных пар, а не независимые возбуждения стонеровского типа, и таким образом соответственно перенормировать состояние равновесия. Здесь следует заметить,

\*) Чаше в русской литературе его называют «приближения хаотических фаз»<sup>8</sup>. Мы используем здесь этот термин, чтобы отличить сокращение ПСФ от «ПХФ — приближения Хартри — Фока». (Прим. ред. УФН).

что теория спиновых флуктуаций в рамках ПСФ исходит из равновесного состояния ХФ, и расчет спиновых флуктуаций производится в предположении о независимости каждой компоненты волнового вектора. Хотя коллективная природа возбуждений и принимается во внимание, ее обратное влияние на термически равновесное состояние не рассматривается. Таким образом, ПСФ есть просто обобщение ПХФ, включающее описание флуктуаций и не улучшающее расчета равновесного состояния по сравнению с ПХФ.

Наиболее популярным гамильтонианом, используемым в указанной выше теории и в последующих теоретических разработках, является гамильтониан модели с сильной связью, учитывающей только внутриатомное электрон-электронное взаимодействие. Мы для краткости ограничимся в этом параграфе только таким гамильтонианом с невырожденной зоной (гамильтониан Хаббарда \*). Мы имеем

$$\left. \begin{aligned} \mathcal{H} &= \mathcal{H}_0 + \mathcal{H}_I, \\ \mathcal{H}_0 &= \sum_{\sigma} \sum_{j,l} t_{jl} a_{j\sigma}^+ a_{l\sigma} = \sum_{\sigma} \sum_{\mathbf{k}} \varepsilon_{\mathbf{k}} a_{\mathbf{k}\sigma}^+ a_{\mathbf{k}\sigma}, \\ \mathcal{H}_I &= U \sum_j n_{j\uparrow} n_{j\downarrow} = I \sum_{\mathbf{q}} \sum_{\mathbf{k}} \sum_{\mathbf{k}'} a_{\mathbf{k}+\mathbf{q}\uparrow}^+ a_{\mathbf{k}'-\mathbf{q}\downarrow}^+ a_{\mathbf{k}'\downarrow} a_{\mathbf{k}\uparrow}^{**}. \end{aligned} \right\} \quad (2.1)$$

Свободная энергия по ХФ описывается выражением

$$F_{\text{ХФ}}(M, T) = F_0(M, T) - IM^2,$$

где  $F_0(M, T)$  — свободная энергия при  $I = 0$ , с

$$\exp[-\beta F_0(M, T)] = \text{Tr} \exp(-\beta H_0), \quad \beta = \frac{1}{k_{\text{BT}}},$$

где

$$M = \frac{1}{2} (N_{\downarrow} - N_{\uparrow}) \quad (2.2)$$

есть намагниченность в единицах  $2 \mu_{\text{B}}$ , а  $N_{\sigma}$  — число электронов со спином  $\sigma$ .

### б) Теория парамагнона \*\*\*) и границы ее применимости

Перенормировка основного состояния, связанная со спиновыми флуктуациями коллективного характера, была рассмотрена в 60-х годах. Изуяма и Кубо<sup>18</sup> рассчитали аномальную теплоемкость вблизи  $T_c$  с использованием динамической восприимчивости в ПСФ при оценке поправочного члена  $\Delta F$  к свободной энергии в приближении ХФ:

$$\begin{aligned} \Delta F &= \int_0^I dI \cdot I^{-1} \langle \mathcal{H}_I \rangle = \int_0^I dI \sum_{\mathbf{q}} \langle S_+(q) S_-(q) \rangle = \\ &= -\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \operatorname{cth} \frac{\beta\omega}{2} \times \operatorname{Im} \int_0^I dI \sum_{\mathbf{q}} [\bar{\chi}_I^+(q, \omega) - \bar{\chi}_I^-(q, \omega)], \end{aligned} \quad (2.3)$$

\* ) Он является частным случаем гамильтониана полярно й модели<sup>114</sup>. (Прим. ред.)

\*\* ) Здесь  $a_{j\sigma}$ ,  $a_{j\sigma}^+$  и  $a_{\mathbf{k}\sigma}$ ,  $a_{\mathbf{k}\sigma}^+$  — соответственно операторы рождения или уничтожения электрона у узла  $j$  и в блоховском состоянии с волновым вектором  $\mathbf{k}$ , и с проекцией спина  $\sigma$  ( $= \uparrow, \downarrow$ );  $\varepsilon_{\mathbf{k}}$  — блоховская энергия,  $\text{Tr}$  — операция шпура. (Прим. ред.)

\*\*\* ) Парамагнетон — это устойчивая спиновая флуктуация в сильном парамагнитном металле типа Pd и Pt, т. е. у элементов в конце 4d и 5d периодов. (Прим. ред.)

где  $\bar{\chi}_I^+(q, \omega)$  — поперечная динамическая восприимчивость \*) для системы с константой обменного взаимодействия  $I = U/N$  и  $N = N_\uparrow + N_\downarrow$ . В качестве единицы восприимчивости взята величина  $4\mu_B$  на единицу энергии. Однако эта теория привела к недопустимой расходимости члена  $(T - T_c^{X\Phi})^{-1/2}$ , где  $T_c^{X\Phi}$  — температура Кюри в теории Стонера; это указывает, что при использовании ПСФ завышается оценка влияния коллективизированных спиновых флуктуаций.

Впоследствии Дониах и Энгельсберг<sup>19</sup> и Берк и Шриффер<sup>20</sup> объяснили увеличение низкотемпературной теплоемкости, связанное со спиновыми флуктуациями в почти ферромагнитных металлах, используя точно такое же приближение, что и в вышеуказанных работах. Тот же подход Бринкман и Энгельсберг<sup>21</sup> применили к слабо ферромагнитным металлам при очень низких температурах ( $T \ll T_c$ ). Эти теории дали линейный коэффициент  $\gamma$  в выражении для низкотемпературной теплоемкости, расходящийся логарифмически при приближении к критической границе ферромагнетизма, т. е. мы имеем, что  $\gamma \sim \lg(1 - \alpha)$ , где  $(1 - \alpha)^{-1}$  это стонеровский коэффициент усиления. Перенормировку магнитной восприимчивости в почти ферромагнитной ферми-жидкости произвели Бил-Моно, Ма и Фредкин<sup>22</sup>, оценив вклад кольцевых и пузырьковых диаграмм в  $\Delta F(M, T)$ . Это соответствует использованию динамической восприимчивости ПСФ в точном выражении для  $\Delta F$ <sup>23</sup> \*\*):

$$\Delta F(M, T) = -k_B T \sum_m \sum_q \int_0^I dI [\chi_{MI}^+(q, i\omega_m) - \chi_{M0}^+(q, i\omega_m)], \quad (2.4)$$

где  $\omega_m = 2\pi m k_B T$ , а  $m$  — целое число. Величина  $\chi_{MI}^+(q, i\omega_m)$  представляет собой поперечную динамическую восприимчивость в магнитном поле, которое стабилизирует величину намагниченности  $M$ . Эта теория предсказывает большое увеличение члена с  $T^2$  в выражении для низкотемпературной восприимчивости, и это качественно подтвердилось для случая <sup>3</sup>He под давлением при очень низких температурах. При оценке эффекта перенормировки эти теории пользуются динамической восприимчивостью ПСФ, и ожидается, что они должны быть справедливы в низкотемпературном пределе. Однако при конечных температурах они не являются самосогласованными, поскольку статический и длинноволновой предел динамической восприимчивости ПСФ не согласуются с результатом, рассчитанным из перенормированной свободной энергии. Это несоответствие особенно серьезно, когда теорию применяют к ферромагнетикам; перенормированная температура Кюри  $T_c$  обычно ниже стонеровского значения  $T_c^{X\Phi}$ , в то время как динамическая восприимчивость ПСФ, использованная для этих расчетов, приводит к критической расходимости при  $T_c^{X\Phi}$  вместо реальной температуры  $T_c$ . Таким образом, теория не имеет смысла, пока динамическая восприимчивость не будет также надлежащим образом пере-

\*)  $\chi^+(q, \omega) = i \int_0^\infty dt e^{i\omega t} \langle [S_+(q, t + t'), S_-(q, t)] \rangle$ ,  $\langle \dots \rangle$  — означает статистическое ус-

реднение по каноническому ансамблю;  $S_\pm^0(q) = S_x(q) \pm iS_y(q)$  — Фурье-компонента поперечной спиновой плотности. (Прим. ред.)

\*\*) При получении формул (2.3) и (2.4) использована флуктуационно-диссипационная теорема (см., например: Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Статистическая физика. — М.: Наука, 1976. — Ч. I. § 124). См. также формулы (2.3) — (2.5) в работе<sup>23</sup>, или формулы (1) — (12) в<sup>23а</sup>. (Прим. ред.)

нормирована так, чтобы в точке  $T_c$  она проявляла критическое поведение. Такая самосогласованная теория перенормировки была выдвинута Мория и Кавабатой<sup>23</sup>, и она будет кратко изложена в п. в) гл. 2 \*).

в) Самосогласованная перенормировочная  
(ССП) теория ферромагнитных металлов  
и новый механизм  
кюри — вейссовской восприимчивости

Мы хотим рассчитать выражение (2.4), дающее поправку к свободной энергии ХФ, используя перенормированную динамическую восприимчивость. Формально, точное выражение для динамической восприимчивости имеет вид

$$\chi_{MI}^+(q, \omega) = \frac{\bar{\chi}_{MI}^+(q, \omega)}{1 - I\bar{\chi}^+(q, \omega)} = \frac{\chi_{M0}^+(q, \omega)}{1 - I\chi_{M0}^+(q, \omega) + \lambda_{MI}(q, \omega)}, \quad (2.5)$$

где  $\bar{\chi}_{MI}(q, \omega)$  — неприводимая динамическая восприимчивость, определяемая соответствующими неприводимыми фейнмановскими диаграммами. Хотя фактический расчет  $\chi$  или  $\lambda$  обычно сложен, мы можем упростить его, воспользовавшись длинноволновым приближением. Во внешнем магнитном поле  $H$  (выраженном в энергетических единицах) мы имеем следующие общие соотношения:

$$\frac{\partial F(M, T)}{\partial M} = \frac{\partial F_0(M, T)}{\partial M} - 2IM + \frac{\partial \Delta F(M, T)}{\partial M} - 2H = 0, \quad (2.6)$$

$$\frac{1}{\chi_{MI}^+(0, 0)} = \frac{1 + \lambda_{MI}(0, 0)}{\chi_{M0}^+(0, 0)} - I = \frac{H}{M}. \quad (2.7)$$

Теперь, если мы перейдем к длинноволновому приближению:

$$\lambda_{MI}(q, \omega) \rightarrow \lambda_{MI}(0, 0) = \lambda_{MI}, \quad (2.8)$$

то нам нужно только решить уравнения (2.4) — (2.7) относительно  $\lambda_{MI}$  и  $M$ . Это все еще невозможно, если не дать в явном виде зависимости  $M$  и  $I$  от  $\lambda$ . Однако отметим, что в пределе слабого ферромагнетика мы имеем

$$\lambda_{MI} \ll I\chi_{M0}^+(0, 0) \approx 1, \quad (2.9)$$

поскольку  $\lambda$  — пропорциональная квадрату амплитуды спиновых флуктуаций. Поэтому при оценке интеграла в выражении (2.4), используя в качестве величины  $\chi_{MI}^+$  выражение (2.5), мы пренебрежем  $\partial\lambda/\partial I$  по сравнению с  $\chi_{M0}^+$  и получим

$$\Delta F = k_B T \sum_m \sum_q \{ \lg [1 - I\chi_{M0}^+(q, i\omega_m) + \lambda_{MI}] + I\chi_{M0}^+(q, i\omega_m) \}. \quad (2.10)$$

При решении уравнений (2.6) и (2.7) относительно  $M$  и  $\lambda$  нам нужно знать производную  $\partial\Delta F/\partial M$ , которая включает в себя  $\partial\lambda_{MI}/\partial M$ . Однако этот член выступает лишь в качестве добавки к выражению  $I\partial\chi_{M0}^+/\partial M$  и пренебрежимо мал по сравнению с последним. Подобным же образом мы можем пренебречь производной  $\partial^2\lambda_{MI}/\partial M^2$  при расчете продольной статической восприимчивости из уравнения (2.6). Следует заметить, что величина  $\lambda$  не мала по сравнению с разностью  $1 - I\chi_{M0}^+$ , и фактически показано доминирующее значение температурной зависимости фактора обменного усиления. Так или иначе, но мы можем решить таким путем уравнения (2.5) —

\*) В работах Мураты<sup>126</sup>, Мишры и Рамакришна<sup>127</sup> диаграммными методами учтено влияние спиновых флуктуаций при низких температурах на термодинамическое поведение ферми-систем, близких к ферромагнитным. (Прим. ред.)



(2.8) относительно  $M$  и  $\chi_{Mf}$  и тем самым оценить также статическую и динамическую магнитные восприимчивости и другие термодинамические характеристики.

Такая программа расчета хотя и выполнима, но может все еще казаться довольно сложной, поскольку величина  $\chi_{M0}(q, \omega)$  должна быть рассчитана, исходя из заданной зонной структуры. Мория и Кавабата<sup>23</sup> впервые произвели этот расчет, воспользовавшись энергетическим спектром, аналогичным спектру свободного электрона; они показали, что качественные выводы справедливы для всех слабо ферромагнитных металлов с любой структурой зон. В пределе слабого ферромагнетика нам нужен только вид разложения в ряд функции  $\chi_{M0}(q, \omega)$  при малых значениях  $M$ ,  $q$  и  $\omega/q$ . Мы можем показать, что динамическая восприимчивость разлагается в ряд в следующем общем виде:

$$\frac{\chi_{M0}(q, \omega)}{\chi_{00}(0, 0)} = 1 - Aq^2 - B_1 \left(\frac{\omega}{q}\right)^2 + iC \left(\frac{\omega}{q}\right) + B \left[ D_1 \left(\frac{\omega}{q^2}\right) + \dots \right] - \frac{1}{2} B^2 \left[ F_1 + F_2 \left(\frac{\omega}{q^2}\right)^2 + F_3 q^2 + \dots \right], \quad (2.11)$$

где  $B$  — внешнее магнитное поле (в энергетических единицах), приводящее к появлению намагниченности  $M$ . Коэффициенты при различных членах этого ряда можно рассчитать из заданной зонной структуры вблизи поверхности Ферми. Например, имеем

$$A = -\frac{1}{12} \left[ \frac{d\varepsilon}{d} \left\{ \rho(\sigma) \left(\frac{q}{q}\right) \langle \nabla \nabla \varepsilon_{\mathbf{k}} \rangle_{\varepsilon_{\mathbf{k}} = \varepsilon_F} \left(\frac{q}{q}\right) \right\} \right]_{\varepsilon = \varepsilon_F} [\rho(\varepsilon_F)]^{-1}$$

$$F_1 = \left(\frac{\rho'}{\rho}\right)^2 - \left(\frac{\rho''}{3\rho}\right),$$

где  $\langle \dots \rangle_{\varepsilon_{\mathbf{k}} = \varepsilon_F}$  — среднее по поверхности постоянной энергии в  $k$ -пространстве,  $\rho = \rho(\varepsilon_F)$ ,  $\rho'$  и  $\rho''$  — плотность состояний и ее производные на уровне Ферми. Выражение для  $C$  представляет собой интеграл вдоль кривой на поверхности Ферми, и оно дано в работе<sup>24</sup>. Для модели электронного газа, выразив  $\omega$  и  $q$  соответственно в единицах  $\varepsilon_F$  и  $k_F$ , получим

$$A = \frac{1}{12}, \quad B_1 = \frac{1}{4}, \quad C = \frac{\pi}{4}, \quad D_1 = \frac{1}{2}, \quad F_1 = \frac{1}{3}, \quad F_2 = \frac{1}{2} \text{ и т.д.}$$

Пользуясь уравнением (2.11), можно выполнить расчет и сделать несколько общих выводов в пределе слабого ферромагнетика.

Рассмотрим случай  $T > T_c$  и  $H = 0$ . Однородная статическая восприимчивость  $\chi$  и динамическая восприимчивость описываются формулами:

$$\frac{\chi_0}{\chi} = 1 - \alpha + \chi_0 \left( \frac{\partial^2 \Delta F}{\partial M^2} \right)_{M=0}, \quad \frac{\chi(q, \omega)}{\chi_0} = \frac{f_0(q, \omega)}{1 - \alpha f_0(q, \omega) + \lambda} = \frac{f_0(q, \omega)}{\alpha [\delta + 1 - f_0(q, \omega)]};$$

$$\chi_0 = \chi_{00}(0, 0); \quad \alpha = 2I\chi_0; \quad f_M(q, \omega) = \frac{\chi_{M0}(q, \omega)}{\chi_0}. \quad (2.12)$$

Поскольку динамическая восприимчивость изотропна благодаря изотропии всей системы, то статический длинноволновой предел во втором равенстве (2.12) должен совпадать с первым выражением, полученным из перенормированной свободной энергии. Таким образом, мы получаем

$$\frac{\chi_0}{\chi} = \alpha \delta = 1 - \alpha + \lambda, \quad \lambda(T, \delta) = \chi_0 \left( \frac{\partial^2 \Delta F}{\partial M^2} \right)_{M=0} =$$

$$= k_B T \sum_m G(i\omega_m, \delta) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \operatorname{cth} \left( \frac{\beta\omega}{2} \right) \operatorname{Im} G(\omega, \delta), \quad (2.13)$$

$$G(\omega, \delta) = -\frac{\alpha\chi_0}{8\pi^3} \int d^3q \left[ \frac{f_m(\partial^2 f_M / \partial M^2)}{\delta + 1 - f_M} + \frac{(1 + \delta)(\partial f_M / \partial M)^2}{(\delta + 1 - f_M^2)} \right]_{M=0},$$

где

$$f_M = f_M(q, \omega).$$

Используя выражение (2.11) в уравнении (2.13), получим следующие результаты:

$$\text{Im } G(\omega, 0) = \Gamma_1 \omega^{1/3} - \Gamma_2 \omega \lg \omega + O(\omega),$$

где

$$\Gamma_1 = \frac{\pi}{3\sqrt{3}} \left( \frac{C}{A} \right)^{1/3} \left[ \frac{\alpha F_1}{A} - \frac{2}{3} \left( \frac{D_1}{C} \right)^2 \right],$$

$$\Gamma_2 = \frac{1}{3} \left[ \alpha \frac{2F_2}{C} + \frac{F_2 C}{A^2} \right] - 4B_1 \frac{D_1^2}{C^3},$$

$$\text{Im } G(\omega, \delta) \approx \alpha(1+\delta) F_1 \frac{C}{2A} \frac{\omega}{\delta}, \quad \text{для } \omega \ll \delta \ll 1, \quad (2.14)$$

$$\text{Im } G(\omega, \delta) \approx \frac{\pi}{3\sqrt{3}} \left( \frac{C}{A} \right)^{1/3} \left[ \frac{\alpha F_1}{A} \frac{\omega}{\omega^{2/3} + 2\delta/3A^{1/3}C^{2/3}} - \frac{2D_1^2}{3C^2} \frac{\omega}{\omega^{2/3} - (2\delta/3A^{1/3}C^{2/3})} \right] \quad \text{для } \delta \ll \omega \ll 1,$$

где  $\omega$  взята в единицах  $\epsilon_F$ . В качестве примера мы показали на рис. 1 значения  $\text{Im } G(\omega, \delta)$ , рассчитанные для энергетической зоны свободного электрона. Теперь оценим уравнение (2.13) для  $\lambda$ . Подставив

$$\text{cth} \left( \frac{\beta\omega}{2} \right) = \left( 1 + \frac{2}{e^{\beta|\omega|} - 1} \right) \text{sgn } \omega$$

в уравнение (2.13), мы видим, что первый член дает вклад спиновой флуктуации при  $T = 0$ , который обычно конечен<sup>23</sup>. Это создает сдвиг для критического значения константы взаимодействия  $I$ , и в дальнейшем мы будем считать, что этот эффект включен в  $I$ . Мы рассмотрим в явном виде только зависящую от температуры часть  $\lambda$ .

Прежде всего, мы видим, что  $\lambda(T, 0) \sim T^{4/3}$ , и поэтому температура Кюри (где  $\delta = 0$ ) записывается в виде

$$T_c = \left[ \frac{\pi(\alpha-1)}{2\Gamma_1 \zeta(4/3) \Gamma(4/3)} \right]^{3/4}; \quad (2.15)$$

здесь  $\zeta$  и  $\Gamma$  — это дзета- и гамма-функции соответственно: это противоречит результату Стонера  $T_c^{\text{XF}} \sim (\alpha-1)^{1/2}$ . Перенормированная температура Кюри обычно ниже стонеровского значения. Выражение (2.15) подтверждено экспериментами Бейля и др.<sup>25</sup> на системе  $\text{Ni}_{1-x}\text{Pt}_x$ : ( $T_c^{\text{эксп}} \sim (\alpha-1)^{0.7}$ ) и экспериментами Сато<sup>26</sup> на системе  $(\text{Ni}_{1-x}\text{Pd}_x)_3\text{Al}$  ( $T_c^{\text{эксп}} \sim (\alpha-1)^{0.75}$ ).

Было показано, что магнитная восприимчивость или ее обратная величина  $\delta$ , рассчитанные из уравнений (2.13) и (2.11) или (2.14), хорошо подчиняются закону Кюри — Вейсса. На рис. 2 мы показали обратную восприимчивость, рассчитанную для спектра, подобного энергетическому спектру свободного электрона. Для сравнения показаны результаты Стонера.

Причину появления закона Кюри — Вейсса можно понять следующим образом: как можно видеть из уравнения (2.13), статическая одно-

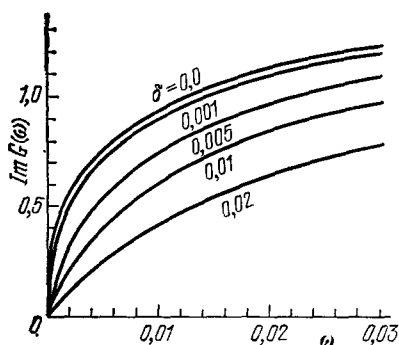


Рис. 1. Зависимость частотного спектра локальных спиновых флуктуаций  $\text{Im } G(\omega)$  для различных значений обратной восприимчивости  $\delta = 2I/\chi$  (см. уравнение (2.13)).

родная восприимчивость подавлена эффектом спиновых флуктуаций, которые связываются в однородную моду.  $\lambda$  пропорциональна амплитуде локальной спиновой флуктуации, которая, оказывается, растет почти линейно с температурой, и эта температурная зависимость в основном определяет температурную зависимость обратной восприимчивости.

Из уравнения (2.14) мы видим, что для малых  $\delta$ , или вблизи  $T_c$ ,  $\text{Im } G(\omega) \sim \omega^{1/3}$ , и поэтому  $\lambda \sim T^{4/3}$ . Как можно убедиться из рис. 1,  $\text{Im } G(\omega)$  падает с увеличением  $\delta$ . Это означает, что температурная зависимость  $\delta$  должна быть слабее, чем  $T^{4/3}$ . Кроме того, если в уравнении (2.14) воспользоваться соотношением  $\text{Im } G \sim \omega/\delta$  для всей области значений  $\omega$ , то мы получаем, что  $\lambda \sim T^2/\delta$  и поэтому  $\delta$  линейно зависит от  $T$  при температурах, значительно превышающих  $T_c$ .

Физически сходные заключения сделали также независимо Мурата и Дониах (МД)<sup>27</sup>, которые пользовались феноменологическим методом функционального интеграла. Они рассматривали взаимодействие мода — мода между компонентами спиновых флуктуаций с различными волновыми векторами в слабо ферромагнитных металлах в статическом приближении с обрезанием волнового вектора. Фактически эта теория оказалась эквивалентной высокотемпературному приближению, или приближению нулевой частоты в теории Мория — Кавабаты (МК)<sup>23</sup>. Следует особенно учесть простоту теории МД в отношении понимания сути физического механизма явления

Воспользовавшись высокотемпературным приближением, или приближением нулевой частоты в уравнении (2.13), или воспользовавшись подходом Мураты — Дониаха, мы получим

$$\Pi = -\frac{T_c}{T_0} + \frac{T}{T_0} \left( 1 - \sqrt{\Pi} \operatorname{tg}^{-1} \frac{1}{\sqrt{\Pi}} \right),$$

где

$$\Pi = \frac{\alpha \delta}{A q_{\max}^2}, \quad k_B T_c = \frac{2\pi^2 A (\alpha - 1) \chi_0}{A F_{1q_{\max}}}, \quad \frac{T_0}{T_c} = \frac{A q_{\max}^2}{\alpha - 1}. \quad (2.16)$$

Мы ясно видим, что мы имеем кюри — вейссовское поведение для малых значений  $\Pi$  и постоянную Кюри, равную  $2\pi^2 A / \alpha F_{1q_{\max}}$ , т. е. она определяется зонной структурой вблизи энергии Ферми и не зависит от намагниченности при  $T = 0$ .

Подведем итоги всем важным результатам, полученным для восприимчивости слабо ферромагнитных металлов:

1. Магнитная восприимчивость подчиняется приближенному закону Кюри — Вейсса.

2. Постоянная Кюри не зависит от намагниченности насыщения при  $T = 0$ , но зависит от зонной структуры вблизи энергии Ферми. Поэтому постоянная Кюри не меняется при изменении эффективной константы обменного взаимодействия, но при сохранении прежней зонной структуры, даже если при этом меняются намагниченность насыщения и  $T_c$ .

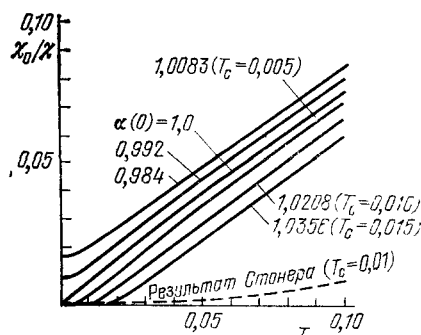


Рис. 2. Температурная зависимость обратной магнитной восприимчивости, рассчитанная с помощью ССП-теории для различных значений  $\alpha = 2I\chi_0$  (и  $T_c$ )

Использован спектр типа энергетического спектра электронного газа. Для сравнения приведен результат Стонера

3. Этот закон Кюри — Вейсса остается в силе даже для парамагнитных металлов, когда они очень близки к ферромагнитной нестабильности.

Все эти выводы согласуются с экспериментальными результатами для слабо ферромагнитных металлов и сплавов. Мы обращаем особенное внимание читателя на результаты Бейля и др.<sup>25</sup>, полученные на системе  $\text{Ni}_{1-x}\text{Pt}_x$ , и результаты, полученные Огава<sup>28</sup> на системах  $(\text{Zr}_{1-x}\text{Hf}_x)\text{Zn}_2$  и  $(\text{Zr}_{1-x}\text{Ti}_x)\text{Zn}_2$ ; последний результат показан на рис. 3.

Температурная зависимость намагниченности ниже  $T_c$  также обсуждается в ССП-теории. При низких температурах спин-волновой вклад, хотя он и существует, не является значительным, и более важен усиленный обменным взаимодействием член  $\sim T^2$ . Вблизи  $T_c$  мы имеем

$$M(T) \sim (T_c^{4/3} - T^{4/3})^{1/2}. \quad (2.17)$$

Такеучи и Масуда<sup>29</sup> недавно измерили намагниченность  $\text{Sc}_3\text{In}$  и получили очень хорошее совпадение с этой теорией, включая и зависимость от магнитного поля кривых  $M(T)$ . Их результат показан на рис. 4. С другой стороны, кривые  $M(T)$ , полученные на  $\text{ZrZn}_2$ , по-видимому, лучше согласуются с законом  $T^2$ . Возможно, это связано с тем фактом, что  $\text{ZrZn}_2$ ,

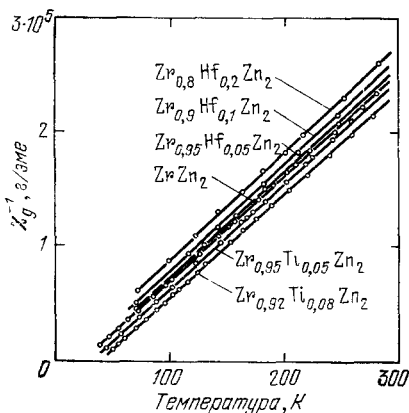


Рис. 3. Обратная магнитная восприимчивость для систем сплавов  $\text{Zr}_{1-x}\text{Hf}_x\text{Zn}_2$  и  $\text{Zr}_{1-x}\text{Ti}_x\text{Zn}_2$  (из работы<sup>28</sup>).

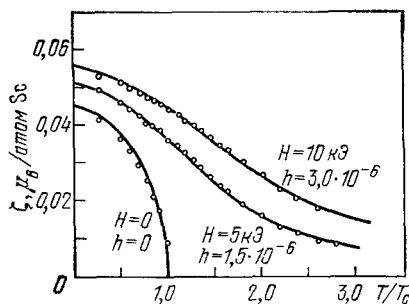


Рис. 4. Зависимость приведенной намагниченности  $\epsilon = M/N$  в ед.  $\mu_B/\text{атом Sc}$  для соединения  $\text{Sc}_3\text{In}$  от приведенной температуры  $T/T_c$  и магнитного поля.

Сплошные линии получены по ССП-теории<sup>23</sup> (из работы<sup>29</sup>); параметр  $h = \mu_B H / \epsilon_F$ , где  $\epsilon_F$  — энергия Ферми.

имеющий  $T_c \approx 25$  К и  $M(0) \approx 0,12 \mu_B/\text{атом Zr}$  не столь хорошо удовлетворяет приближению слабого ферромагнетика, как  $\text{Sc}_3\text{In}$ , имеющий  $T_c \approx 6$  К, и  $M(0) \approx 0,04 \mu_B/\text{атом Sc}$ . Для более подробного ознакомления с ССП-теорией ферромагнетизма мы отсылаем читателя к оригинальным статьям.

Ниже представлены различные альтернативные выводы ССП теории. Рамакришнан<sup>30</sup> воспользовался методом уравнения движения для функций Грина и вывел приближенную форму результата МК. Кавабата<sup>31</sup> указал на ряд диаграмм в температурном формализме функций Грина, соответствующих теории МК. Герц и Кленин<sup>32</sup> воспользовались методом Стратоновича — Хаббарда в формализме функционального интеграла и распространили теорию МД на случай больших амплитуд спиновых флуктуаций, но в длинноволновом приближении. Их теория позже была также распространена на динамические эффекты, и был получен результат

МК в слабо ферромагнитном пределе <sup>33</sup>. Гамбс и Гриффин <sup>34</sup> рассчитали  $T_c$  на основе теории МК, исходя из выражения для  $\mathcal{H}_I$ , которое является изотропным для локальной спиновой плотности. Выводы теории ССП с использованием теории ферми-жидкости обсуждали Курода и Наги <sup>35</sup> и Дзялошинский и Кондратенко <sup>36</sup>. Весьма приятно, что различные теоретические подходы, которые учитывали взаимодействие между длинноволновыми компонентами спиновых флуктуаций в самосогласованном приближении, привели к одним и тем же выводам.

ССП-теория была распространена также на случай более коротких длин волн и на случай больших амплитуд спиновых флуктуаций; это особенно нужно, чтобы объяснить моды спиновых флуктуаций типа спиновых волн выше  $T_c$ . Это наблюдали в Ni и Fe. Этот вопрос мы обсудим в следующем разделе.

### г) О б о б щ е н и е ССП - т е о р и и н а а н т и ф е р р о м а г н е т и з м и г е л и м а г н е т и з м

ССП-теорию для случая слабо антиферромагнитных металлов разработали Хазегава и Мория <sup>37</sup>. Здесь однородная намагниченность и длинноволновые компоненты спиновых флуктуаций, присущие ферромагнетикам, заменяется соответственно на намагниченность подрешеток (staggered magnetization) и на компоненты спиновых флуктуаций с волновыми векторами, близкими к антиферромагнитному вектору  $Q$ . Теория очень сходна с ферромагнитным случаем, но математические построения в ней сложнее.

Поскольку намагниченность подрешеток не является постоянной движением (в отличие от однородной намагниченности) и аналитические свойства функции  $\chi_0(Q + q, \omega)$  для малых  $q$  и  $\omega$  отличаются от свойств функции  $\chi_0(q, \omega)$ , то результаты перенормировки обычно отличаются от соответствующих результатов для ферромагнетиков. Однако качественные выводы очень сходны, как можно видеть из того факта, что феноменологическая теория или статическое (высокотемпературное) приближение не должны делать никакого различия между ферромагнетизмом и антиферромагнетизмом, кроме смещения волнового вектора упорядочения. Ниже мы кратко резюмируем лишь самые важные результаты.

1) Температура Нееля  $T_N$  обычно ниже той, которая получается из теории ХФ, и мы имеем

$$T_N \sim (\alpha_Q - 1)^{2/3}, \quad \alpha_Q = I\chi_0(Q), \quad (2.18)$$

в отличие от результата ХФ:  $T_N^{\text{ХФ}} \sim (\alpha_Q - 1)^{1/2}$ .

2) Восприимчивость на волновом векторе  $Q$ ,  $\chi_Q$  выше  $T_N$  подчиняется закону Кюри — Вейсса, в то время как в общем случае однородная восприимчивость  $\chi(q=0)$  в общем случае — нет.

3)  $\chi_Q$  подчиняется закону Кюри — Вейсса в парамагнитных металлах, которые достаточно близки к антиферромагнитной неустойчивости.

4) Температурная зависимость намагниченности подрешеток описывается выражением

$$M_Q(T) \sim (T_N^{3/2} - T^{3/2})^{1/2}, \quad (2.19)$$

при всех температурах, кроме низкотемпературной области.

Хотя для восприимчивости антиферромагнетика  $\chi_Q$  пока нет большого числа измерений, вывод 2) подтвержден магнитными и нейтронными исследованиями, выполненными Ишикава и др. <sup>38</sup> на сплавах  $\gamma$ -FeMn. Есть также много косвенных доказательств, подтверждающих справедливость выводов 2) и 3), что мы обсудим в следующем параграфе.

Подчеркнем здесь важную характерную черту кюри-вейссовской восприимчивости слабо ферро- и антиферромагнитных металлов. Когда мы рассматриваем  $\chi_q$  во всем  $q$ -пространстве, то мы видим, что закон Кюри — Вейсса выполняется лишь в малой области  $q$ -пространства: вблизи начала координат в слабо ферромагнитных металлах и вблизи  $Q$  в слабо антиферромагнитных металлах. Это противоречит случаю локального момента, где все  $\chi_q$  подчиняются закону Кюри — Вейсса. Эта ситуация показана на рис. 5.

Температурные зависимости намагниченности подрешеток в слабо антиферромагнитных металлах  $V_3S_4$  и  $V_3Se_4$  измерили Китаока, Ясуока и др.<sup>39, 131</sup> с использованием методов ЯМР. Были получены температуры Нееля соответственно 9 и 18 К и упорядоченные моменты на один атом V примерно 0,04—0,06  $\mu_B$ . Температурные зависимости внутренних полей на ядрах V, измеренные с помощью ЯМР, показаны на рис. 6; там же приведена теоретическая кривая, рассчитанная из уравнения (2.19). Совпадение можно считать удовлетворительным. Они исследовали также  $V_5S_8$

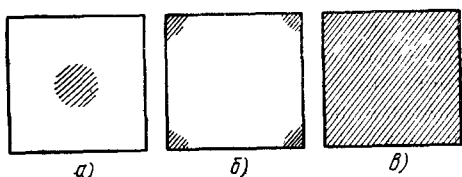


Рис. 5. Область  $q$ -пространства (заштрихованная часть), где  $\chi_q$  подчиняется закону Кюри — Вейсса.

Квадраты изображают зону Бриллюэна а) случай слабого ферромагнетизма, б) случай слабого антиферромагнетизма, в) случай локального момента

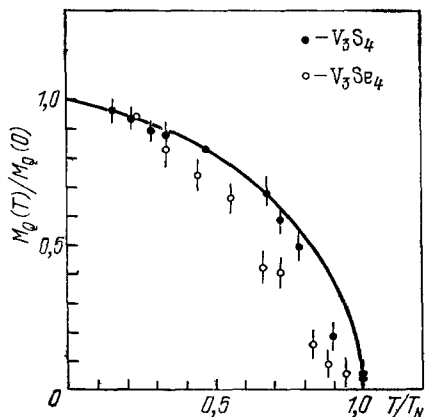


Рис. 6. Температурная зависимость относительной намагниченности подрешеток в  $V_3S_4$  и  $V_3Se_4$ , измеренная с помощью ЯМР на ядрах  $^{51}V$ .

Сплошная линия — результат ССП-теории: уравнение (2.20) (из работы<sup>39</sup>).

( $T_N = 35$  К,  $M_Q = 0,23 \mu_B/\text{атом V}$ ) и  $V_5Se_8$  ( $T_N = 26$  К,  $M_Q = 0,17 \mu_B/\text{атом V}$ ). Последний результат довольно хорошо согласуется с уравнением (2.19), в то время как первый лучше совпадает с результатом локализованной модели при  $S = 1$ . Эти результаты, вообще говоря, не являются неразумными, так как  $V_3S_4$  и  $V_3Se_4$ , по-видимому, попадают в слабо антиферромагнитную область, в то время как  $V_5S_8$  и  $V_5Se_8$  могут быть и в промежуточной области.

Случай геликоидальной спиновой структуры исследовали Мория и Макоши<sup>40</sup>. В частности, они показали, что когда система имеет малую магнитную анизотропию, и вектор спиновой упорядоченности  $Q$  мал, то геликоидальная структура стабильна. Спиновая структура становится конической во внешнем магнитном поле. Угол конусности убывает с увеличением внешнего поля, но амплитуда локальной спиновой плотности сохраняется постоянной вплоть до угла конусности, равного нулю; это наступает в критическом поле  $H_c$ , ниже которого мы имеем уже ферромагнетизм. Для  $H > H_c$  намагниченность возрастает с внешним магнитным полем точно так, как в обычных слабо ферромагнитных металлах. Эти общие результаты объясняют магнитные свойства  $MnSi$  — слабого гелимагнетика с периодом геликоидальности  $\approx 180 \text{ \AA}$ <sup>41, 134</sup>.

ССП-теория была применена также при решении проблемы сосуществования ферро- и антиферромагнетизма и перехода между ферро- и антиферромагнетизмом. Мория и Узами<sup>42</sup> получили общие фазовые диаграммы в координатах  $H - T$  и дали в явном виде модельные расчеты различных физических величин.

Здесь уместно упомянуть о работе, касающейся двухзонной модели с вкладывающимися поверхностями Ферми, которую впервые предложил Ломер для Сг. Хотя эта модель и является очень специальной, предложенной именно для описания антиферромагнетизма, ее очень широко исследовали в рамках теории ХФ — ПСФ из-за ее математической простоты. Мы считаем, что хотя наше общее рассмотрение исключает случай поверхности Ферми с вкладывающимися участками, она имеет намного более широкую применимость, чем последняя модель. Тем не менее, было бы чрезвычайно интересно распространить ССП-теорию на эту модель. Такую работу проделал Хазегава<sup>43</sup>. Как можно ожидать, исходя из имеющейся аналогии модели антиферромагнетизма с моделью вкладывающимися участками поверхности Ферми со сверхпроводимостью, влияние перенормировки гораздо менее существенно в этом специфическом случае, где температурная зависимость термического возмущения уже сильна в пределах приближения ХФ. Однако когда электронное состояние модифицировано рассеянием на примесях и т. д., температурные зависимости различных физических величин становятся сходными со стандартными случаями, обсуждавшимися выше.

#### д) Некоторые физические следствия ССП - теории; сравнение с экспериментом

В этом разделе мы обсудим различные физические характеристики, рассчитанные в рамках ССП-теории, и сравним их с экспериментом. Как мы уже указывали, мы можем получить в пределе слабых ферро- и антиферромагнетиков некоторые общие результаты, не зависящие от зонной структуры, например, температурные и полевые зависимости различных физических величин. Таким результатам будет уделено особое внимание.

1) **Теплоемкость.** Электронная теплоемкость обычно увеличивается за счет спиновых флуктуаций коллективного характера; мы обсуждали это в п. б) гл. 2 в связи с парамагнитной теорией. При низких температурах коэффициент линейной электронной теплоемкости пропорционален  $|\lg |\alpha - 1|$ , или

$$\gamma \sim \lg M(0), \quad \alpha > 1; \quad \gamma \sim \lg(1 - \alpha), \quad \alpha < 1. \quad (2.20)$$

Согласно расчетам на основе ССП-теории, выполненным Макоши и Мория<sup>44</sup>, температурная область, где теплоемкость линейно зависит от  $T$ , уменьшается по мере приближения к критической границе ( $\alpha = 1$ ), где мы имеем зависимость типа  $-T \lg T$ . Эта тенденция проявляется гораздо сильнее в рамках ССП-теории, чем в ПСФ, поскольку тенденция к увеличению амплитуды спиновых флуктуаций с температурой подавлена в ССП-теории взаимодействием мода — мода, в то время как в ПСФ этим эффектом подавления пренебрегают.

Линейная зависимость низкотемпературной теплоемкости при относительно более высоких температурах перекрывается зависимостью  $-T \lg T$ . Вблизи температуры Кюри резкое падение намагниченности приводит к быстрому увеличению спиновых флуктуаций с увеличением температуры, и, таким образом, теплоемкость растет с температурой. Однако при температуре Кюри вышеуказанная неразумная расходимость,

связанная с использованием ПСФ, компенсируется, и аномальный пик в точке  $T_c$  обычно меньше для слабо ферромагнитных металлов.

Выше  $T_c$  взаимодействие мода — мода стремится уменьшить теплоемкость еще более, поскольку рост с температурой локальной амплитуды спиновых флуктуаций сильно подавлен; на это указывает кюри — вейсовское поведение восприимчивости. Как сказано выше, на физические следствия, вытекающие из взаимодействия мода — мода, указали ранее качественно Мурата и Дониох<sup>27</sup>, хотя их феноменологическая теория не могла дать непротиворечивого описания всей электронной теплоемкости.

Эта общая картина поведения согласуется с экспериментами на  $Sc_3In$ <sup>45</sup>,  $ZrZn_2$ <sup>46</sup> и на различных сплавах, близких по составу к  $Ni_3Al$  и  $Ni_3Ga$ <sup>47</sup>. Недавно Такеучи и Масуда<sup>29</sup> измерили зависимость от магнитного поля низкотемпературной теплоемкости  $Sc_3In$ . Они также обобщили расчеты

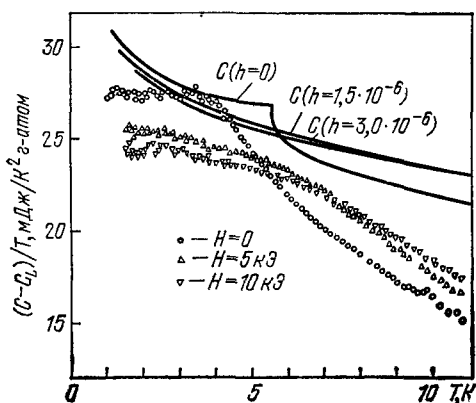


Рис. 7. Отношение разности полной теплоемкости  $C$  и теплоемкости решетки  $C_L$  для  $Sc_3In$  к температуре  $T$  в различных внешних магнитных полях.

Сплошные линии — результат ССП-теории<sup>23</sup> (из работы<sup>29</sup>).

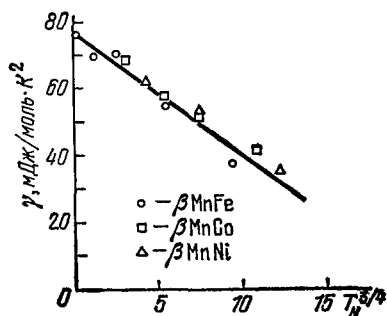


Рис. 8. Зависимость коэффициента  $\gamma$  линейной по  $T$  части низкотемпературной теплоемкости в сплавах  $\beta$ -Mn от  $T_N^{3/4}$  (из работы<sup>51</sup>).

Сплошная кривая — теоретическое предсказание по работе<sup>49</sup>.

ССП-теории, включив в них внешнее магнитное поле. Используя энергетический спектр, подобный спектру свободного электрона, они подобрали  $\alpha$  и  $\epsilon_F$  так, что намагниченность при  $T = 0$  и величина  $T_c$  совпали с экспериментальными величинами:  $M(0) = 0,045$  мВ/атом Sc и  $T_c = 5,5$  К. Сравнение их экспериментальных и теоретических результатов показано на рис. 7. Соответствие между ними кажется вполне удовлетворительным, если учесть, что авторы пользовались моделью электронного газа вместо реальной зонной структуры.

Расчеты теплоемкости слабо антиферромагнитных металлов в ССП-теории выполнил Хазегав<sup>48</sup>. Хотя общие качественные результаты подобны тем, которые получены для случая ферромагнетиков, за исключением того, что отсутствует расходимость  $\gamma$  при  $\alpha_Q \rightarrow 1$ <sup>24</sup>, он предложил интересную проверку ССП-теории антиферромагнетизма. Согласно этой теории коэффициент линейной теплоемкости имеет член, пропорциональный  $|\alpha_Q - 1|^{1/2}$ , и поэтому, воспользовавшись уравнением (2.18), мы получим

$$\gamma = \gamma_0 - \nu T_N^{3/4}, \quad (2.21)$$



где  $\nu$  — постоянная величина. Это соотношение было подтверждено измерениями Кастейна и др.<sup>49</sup> на  $V_{1-x}Cr_xB_2$ , Мамийи и Масудой<sup>50</sup> на  $Cr_{1-x}Mo_x$ \*) и Шинкодой и др.<sup>51</sup> на сплавах  $\beta$ -Mn. На рис. 8 мы показали результаты, полученные на сплавах  $\beta$ -Mn.

2) Релаксация ядерных спинов. Одной из самых решающих проверок теории спиновых флуктуаций является теоретическое и экспериментальное изучение скорости спин-решеточной релаксации  $1/T_1$ . Для краткости рассмотрим только контактное ферми-взаимодействие между ядерным и электронным спином. Тогда скорость релаксации записывается в виде<sup>52</sup>

$$\frac{1}{T_1} = \gamma_N^2 A_{СТС}^2 k_B T \sum_q \text{Im } \chi^{-+}(q, \omega_0) \omega_0^{-1} **), \quad (2.22)$$

где  $\omega_0$  — частота ядерного резонанса,  $\gamma_N$  — гиромагнитное отношение для ядерного спина, а полное магнитное поле на ядре, включая и внутреннее и внешнее поля, считается направленным вдоль оси  $z$ . Расчеты выполнили Мория и Уеда<sup>53</sup> с использованием результатов, описанных в предыдущих параграфах. Приведем здесь только результаты, полученные для различных случаев:

2.1) Ферромагнетики. Мы имеем

$$\frac{T_{10}}{T_1} = \frac{(1+\delta)C}{\pi A \chi / \chi_0}, \quad T > T_c; \quad \frac{T_{10}}{T_1} = \frac{19C}{4\pi A^2 \xi^2}, \quad T < T_c, \quad (2.23)$$

где  $1/T_{10} = \pi \gamma_N^2 A_{СТС}^2 |\rho(\epsilon_F)|^2 k_B T$  — скорость релаксации Корринги для системы взаимодействующих электронов, или ее значение для  $I = 0$ ;  $\xi = 2M/N$  — относительная намагниченность,  $N$  — число электронов, а другие параметры —  $A$ ,  $C$ , — уже хорошо определены в предыдущих разделах (п. в) гл. 2) и взяты в приведенных единицах.

Так как величина  $T_{10}$  обратно пропорциональна температуре, то мы видим, что скорость релаксации при очень низкой температуре линейно зависит от  $T$ . В слабо ферромагнитных металлах, где величина  $\xi$  мала, ее коэффициенты обычно увеличены по сравнению с величиной скорости релаксации по Корринги. При приближении к температуре Кюри с любой стороны  $1/T_1$  быстро растет и расходится при  $T = T_c$ . При высокой температуре  $1/T_1$  становится постоянной из-за кюри — вейссовского поведения  $\chi$ . Хорошо известно, что когда существуют локальные моменты, скорость релаксации выше  $T_c$  стремится к постоянной величине при возрастании  $T$ <sup>54</sup>. Наш результат показывает, что независимость от температуры величины  $T_1$  не обязательно означает наличие локальных моментов. Как уже обсуждалось выше, общий характер поведения согласуется с последующими экспериментальными результатами.

Контани и др.<sup>55</sup> обобщили уравнение (2.23) на случай, включающий внешнее магнитное поле, и общее обобщенное выражение имеет вид

$$\frac{T_{10}}{T_1} = \frac{(2C/3\pi A) \xi / H}{1 + (8/27) A (\xi^3 / H)}, \quad (2.24)$$

где поле  $H$  взято в приведенных единицах, т. е. в единицах  $3N/4\mu(\epsilon_F)$  мВ. Масуда и др. изучали температурные и полевые зависимости величины  $1/T_1$  на  $ZrZn_2$ <sup>55</sup> и на  $Sc_3In$ <sup>56</sup>, и получили замечательно хорошее совпадение с уравнением (2.24), рассматривающим дополнительный вклад от орбитальных токов. Их результаты для  $Sc_3In$  и  $ZrZn_2$  мы показали на рис. 9. Принимая во внимание, что в этих анализах имеется немного подгоночных

\*) См. также работу Такеучи и др.<sup>133</sup> по измерениям на  $Cr_{1-x}V_x$ . (Прим. ред.)

\*\*)  $A_{СТС}$  — коэффициент сверхтонкого взаимодействия. (Прим. ред.)

параметров, мы рассматриваем эти результаты как очень серьезное подтверждение ССП-теории. Отметим также, что температурно-независимую скорость релаксации при температурах много выше  $T_c$  и расхожимость вблизи  $T_c$  наблюдали также в MnSi соответственно Ясуока и др.<sup>57</sup> с помощью ЯМР ядер  $^{55}\text{Mn}$  и Хайано и др.<sup>58</sup> с помощью метода  $\mu\text{-SR}$  (мюонной спиновой релаксации). Мочизуки и Ямагата<sup>59</sup> наблюдали  $T_1$  ядер  $^{51}\text{V}$  и  $^{59}\text{Co}$  в почти ферромагнитном  $\text{VCo}_3$ , и получили хорошее совпадение с теорией.

2.2) Антиферромагнетики. Мы имеем следующие результаты:

$$\frac{1}{T_1} \sim \begin{cases} T\chi_Q^{1/2}, & T > T_N, \\ T/M_Q, & T < T_N. \end{cases} \quad (2.25)$$

Отличие от случая ферромагнетиков возникает из-за мнимой части величины  $\chi_0(Q + q, \omega)$ , которая пропорциональна  $\omega$  для малых  $\omega$  и  $q$ , вместо того, чтобы зависеть от  $\omega/q$  для  $Q = 0$ . Скорость релаксации ниже  $T_N$  расходится в отсутствие магнитной анизотропии, и приведенный выше результат получен с учетом эффекта анизотропии. Для более подробного

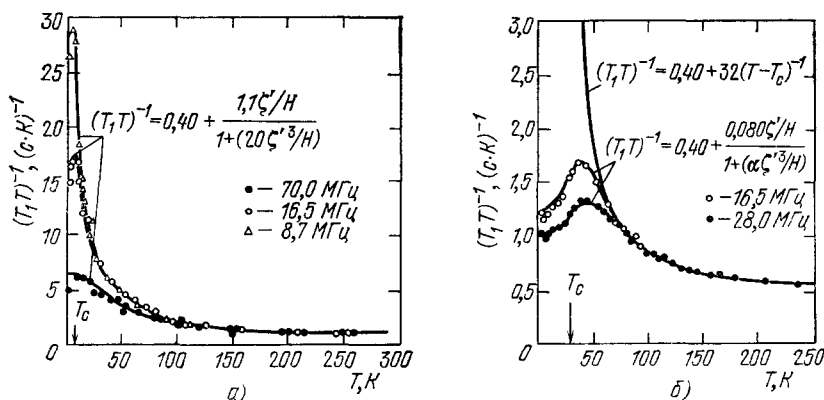


Рис. 9. Зависимость скорости релаксации ядерных спинов  $1/T_1$  от температуры  $T$  и магнитного поля  $H$  для различных частот  $\omega$ .

Для  $\text{Sc}_2\text{In}$  — соответственно при 8,4 кЭ, и 70,0 МГц, 16 кЭ и 16,5 МГц, 68 кЭ и 8,7 МГц; для  $\text{ZrZn}_2$  — при 71 кЭ и 28,0 МГц, 42 кЭ и 16,5 МГц. На графиках построены функции  $(T_1 T)^{-1}$  от  $T$  при различных  $H$  и  $\omega$ . Сплошные линии — результат расчета по ССП-теории. а) Для  $^{48}\text{Sc}$  в  $\text{Sc}_2\text{In}$  при  $T_c = 6$  К; б) для  $^{48}\text{Zr}$  в  $\text{ZrZn}_2$  при  $T_c = 28$  К; на рис. б) в знаменателе формулы для  $(T_1 T)^{-1}$  постоянная  $\alpha = 1,7$  и кривая  $(T_1 T)^{-1} = 0,40 + 32(T - T_c)^{-1}$  дана для парамагнитной области.  $\zeta'$  — экспериментальные значения намагниченности на атом Sc или Zr в ед.  $\mu_B$  в соответствующих магнитных полях  $H$  (из работ <sup>51, 55</sup>).

рассмотрения мы отсылаем читателя к работе <sup>53</sup>. Величина  $1/T_1$  пропорциональна  $T$  при низких температурах. Расхожимость в точке  $T_N$  слабее, чем в ферромагнетиках, и выше  $T_N$  можно ожидать, что зависимость будет иметь вид  $T/(T - T_N)^{1/2}$ . Ожидаемая зависимость типа  $\sqrt{T}$  при  $T \gg T_N$  является совершенно специфической чертой слабо антиферромагнитных металлов. Соответствующие экспериментальные исследования впервые произвели Асайама и др.<sup>60</sup> на  $\beta\text{-Mn}$  и его сплавах, которые либо являлись слабо антиферромагнитными металлами, либо были близки к ним. Выше  $T_N$  они наблюдали вклад в скорость релаксации, пропорциональный  $\sqrt{T}$ , который накладывался на линейную зависимость от  $T$ , возникающую за счет орбитальных токов. На рис. 10 мы показали результат, полученный ими на  $\beta\text{-Mn}$ , почти антиферромагнитном металле ( $T_N \approx 0$ ). Они изу-

чали также сплав  $\beta$ -Mn с 1% Ge, который представляет собой слабый антиферромагнетик с  $T_N \approx 6$  K, и получили хорошее согласие с теорией.

Недавно Китаока, Ясуока и др.<sup>39</sup> измерили  $T_1$  в  $V_3S_4$  и  $V_3Se_4$ . Их результат для  $V_3Se_4$  показан на рис. 11 вместе с теоретической кривой. Видно, что совпадение теории с экспериментом удовлетворительное. Для

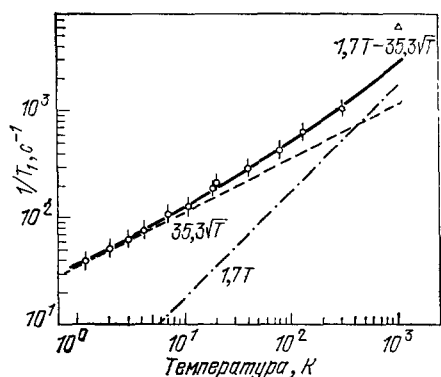


Рис. 10. Скорость релаксации ядерных спинов ядер  $^{55}\text{Mn}$  в  $\beta$ -Mn.

Экспериментальные данные (кружки) получены по данным работы<sup>39</sup>. Сплошные линии — результаты ССП-теории; они разложены на вклад от спиновых флуктуаций (штриховая линия) и вклад от орбитальных токов (штрихпунктирная линия); точка  $\Delta$  при 1000 K получена в работе<sup>112</sup> (из работ<sup>60</sup>).

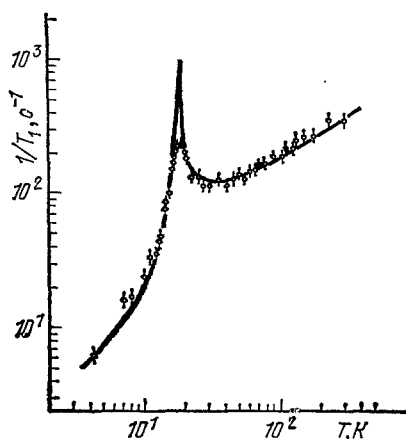


Рис. 11. Скорость релаксации ядерных спинов  $^{51}\text{V}$  в  $V_3Se_4$ .

Сплошные линии соответствуют ССП-теории:  $1/T_1 = (0,5 \pm 0,1) T + (12,5 \pm 1,0) T/(T - 18)^{1/2}$  для  $T < T_N$ ;  $1/T_1 = (0,5 \pm 0,1) T + 3,75 T/M_Q(T)$  для  $T > T_N$ , где  $T_N = 16$  K (из работы<sup>39</sup>).

$V_3S_4$  они наблюдали особую температурную зависимость  $T_1$  выше точки  $T_N$ , которая пока не интерпретирована.

Борса и Лекандер<sup>61</sup> и Китаока и др.<sup>62</sup> измеряли  $T_1$  на  $\text{CrB}_2$  и выше, и ниже  $T_N = 88$  K. При высоких температурах  $T_1$  стремится к постоянной величине; это говорит о том, что данное вещество не близко к слабо антиферромагнитному пределу. Этот результат не является неожиданным, так как  $\text{CrB}_2$  имеет относительно большую величину упорядоченного момента ( $\approx 0,5$   $\mu_B$ /атом Cr). Отношение  $M_Q(T)/M_Q(0)$ , измеренное с помощью ЯМР<sup>62</sup> также не согласуется с уравнением (2.20).

3) Электрическое сопротивление, тепловое сопротивление и магнетосопротивление. 3.1) *Ферромагнетики*. Хорошо известно, что электрон-электронное рассеяние дает при низких температурах вклад в электросопротивление  $R$ , пропорциональный  $T^2$ . Мы имеем

$$R = R_0 + R_2 T^2 + \dots, \quad (2.26)$$

где  $R_0$  — вклад от рассеяния на примесях.

Важность вкладов, вносимых спиновыми флуктуациями в  $R_2$ , была показана в выполненных недавно исследованиях. Миллз и Ледерер<sup>63</sup> изучали сопротивление, возникающее за счет спиновых волн в системе коллективизированных электронов, используя двухзонную модель. Электроны в s-зоне проводимости являлись носителями тока, а электроны в узкой d-зоне давали вклад в спиновые флуктуации, которые рассеивали s-электроны из-за s — d-взаимодействия. Такая модель была принята в боль-

шинстве последующих исследований. Используя для спиновых флуктуаций ПСФ, Шиндлер и Райс <sup>64</sup> указали на следующее большое увеличение  $R_2$ :

$$R_2 \sim (1 - \alpha)^{-1/2} \quad (2.27)$$

для почти ферромагнитных металлов. При повышении температуры температурная зависимость сопротивления имеет тенденцию стать линейной по  $T$ . Мэсон <sup>65</sup> указал, что в критической точке,  $\alpha = 1$ , выполняется соотношение

$$R - R_0 \sim T^{5/3}. \quad (2.28)$$

Как мы уже отмечали, такой тип теории имеет смысл лишь в низко температурном пределе. Чтобы получить согласованное описание сопротивления во всем интересующем нас температурном интервале, особенно для ферромагнетиков, мы должны обратиться к ССП-теории.

Исследование электросопротивления и теплосопротивления слабо ферромагнитных и почти ферромагнитных металлов в рамках ССП-теории выполнили Уеда и Мория <sup>66</sup>. Мы приведем здесь только полученные ими результаты. При низких температурах мы имеем

$$R_2 \sim [M(0)]^{-1} \sim (\alpha - 1)^{-1/2}, \quad (2.29)$$

т. е. чем меньше намагниченность при  $T = 0$ , тем больше  $R_2$ . Такое предсказание согласуется с имеющимися экспериментальными данными. Например, для  $\text{Sc}_3\text{In}$  и  $\text{ZrZn}_2$  мы имеем  $R_2 \approx 0,05$  мк Ом·см·К<sup>-2</sup>, в то время как для Fe, Co и Ni  $R_2 = (1 \div 2) \cdot 10^{-5}$  мкОм·см·К<sup>-2</sup>. Температурный интервал с зависимостью  $\sim T^2$  становится уже по мере уменьшения  $M(0)$  или по мере приближения к критической границе. Выше этого температурного интервала мы имеем довольно большую область с зависимостью типа  $T^{5/3}$ . Сопротивление не имеет скачка при  $T = T_c$ . Однако его производная по температуре имеет скачок, пропорциональный  $[M(0)]^2$ , который мал в случае слабых ферромагнетиков. При температурах, значительно превышающих  $T_c$ , мы имеем  $R \sim T - T_c$ , и оно зависит от относительной величины фермиевских радиусов s- и d-электронов. Эти результаты были подтверждены тщательными измерениями, выполненными недавно Огавой на  $\text{ZrZn}_2$  <sup>67</sup>, Масудой и др. на  $\text{Sc}_3\text{In}$  <sup>65,68</sup> и Сато на  $\text{Ni}_{1-x}\text{Pd}_x\text{Al}_3$  <sup>26</sup>. На рис. 12 мы показали экспериментальные результаты, полученные на  $\text{ZrZn}_2$ .

Интересно отметить также, что ССП-теория в применении к слабо ферромагнитным металлам предсказывает значительно меньшую величину сопротивления при высоких температурах, чем ПСФ; это связано с тем, что спиновые флуктуации подавлены за счет эффектов перенормировки или за счет взаимодействия мода — мода. В частности, кривая  $R - T$  имеет тенденцию к насыщению при высоких температурах.

Что касается теплосопротивления при низких температурах, то вклад от спиновых флуктуаций имеет линейную зависимость от  $T$ , соответствующую зависимости электросопротивления  $\sim T^2$ . Было показано, что коэффициент пропорционален  $[M(0)]^{-3}$  для ферромагнетиков и  $(1 - \alpha)^{-3/2}$  для почти ферромагнитных металлов. Масуда и др. <sup>66</sup> измерили теплосопротивление на  $\text{Sc}_3\text{In}$ . В результате анализа с использованием правила Матиссена они получили для величины коэффициента при  $T$  значение  $(4 \pm 1)$  Вт<sup>-1</sup> см; это на три порядка величины больше, чем для типичных ферромагнетиков.

Ожидалось, что электрическое и тепловое сопротивление, связанные со спиновыми флуктуациями в слабо и почти ферромагнитных металлах, сильно уменьшаются во внешнем магнитном поле, которое подавляет

спиновые флуктуации. Поэтому можно ожидать довольно большого отрицательного магнетосопротивления в определенном температурном интервале. Уеда <sup>69</sup> дал теоретическую интерпретацию этого эффекта на основе ССП-теории. В частности, он указал на интересный факт, что зависимость от магнитного поля характеристик  $R_2$  и  $T_1$ , т. е.  $R_2(H)/R_2(0)$  и  $T_1(H)/T_1(0)$  выражается помимо  $\zeta(H)/\zeta(0)$  и  $H$  только через один параметр  $\tilde{L} = 27 L/8A$  ( $L$  — коэффициент перед членом  $M^4$  в выражении для свободной энергии). Поэтому если воспользоваться экспериментальными значениями  $\zeta(H)/\zeta(0)$  и  $H$  и определить  $\tilde{L}$  из измерений  $T_1$ , то можно провести решающее сравнение теории с экспериментом для  $R_2(H)/R_2(0)$ ,

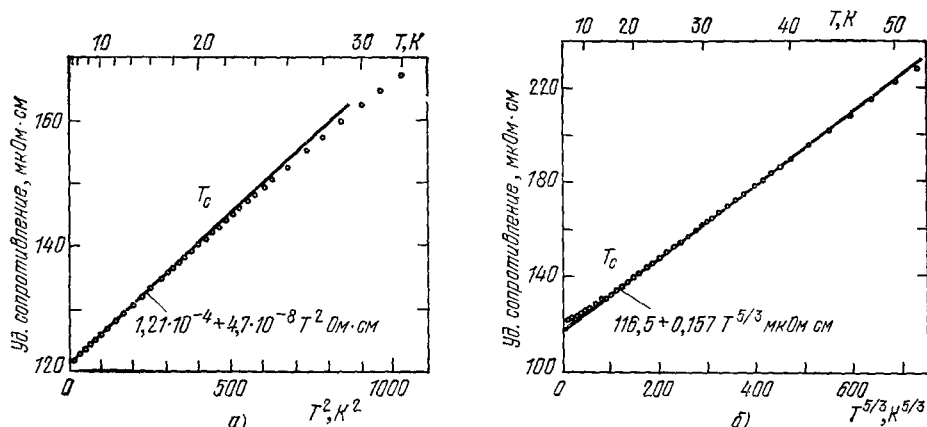


Рис. 12. Температурная зависимость электросопротивления  $ZrZn_2$  как функция  $T^2$  (а) и как функция  $T^{5/3}$  (б).

Здесь значения  $R_0$  и  $R_2$  взяты из эксперимента, а для  $R_2$  также из теоретических формул типа (2.29) (из работы <sup>67</sup>).

поскольку для этого сравнения не нужно больше никаких подгоночных параметров. Магнетосопротивление  $Sc_3In$  измеряли Масуда и др. <sup>56,68</sup>, и они и проделали указанное сравнение, которое проиллюстрировано рис. 13. Согласие между теорией и экспериментом очень хорошее, и это послужило еще одним хорошим подтверждением ССП-теории.

3.2) *Антиферромагнетики*. Электросопротивление антиферромагнитных металлов и выше, и ниже  $T_N$  подробно изучал Уеда <sup>70</sup>, в основном используя ССП-теорию. Здесь мы приведем лишь самые интересные результаты для слабо антиферромагнитного случая.

Электросопротивление при низких температурах выражается формулой (2.26), и мы имеем

$$R_2 \sim |\alpha - 1|^{-1/2} \quad (2.30)$$

для слабо антиферромагнитных и почти антиферромагнитных металлов. Эти результаты подтверждаются экспериментами Ватанабе и др. <sup>71</sup> на  $Co$  с добавками  $NiS_2$  и экспериментами Камады и др. <sup>72</sup> на системе  $NiS_{2-x}Se_x$  со структурой пирита под давлением. Как показано на рис. 14, они строили зависимость  $R_2^{-2}$  от давления  $p$  вблизи критического давления  $p_c$  для антиферромагнетизма и получили хорошую прямую везде, кроме непосредственной близости к  $p_c$ .

На критической границе теория предсказывает

$$R - R_0 \sim T^3 p^2 \quad \text{для } \alpha = 1. \quad (2.31)$$

Это снова подтверждается уже упоминавшимися экспериментами Камады и др. вблизи критического давления. При высоких температурах сопротивление сильно снижено по сравнению с сопротивлением, рассчитанным с использованием результатов ПСФ для спиновых флуктуаций, и оно может иметь тенденцию к насыщению, как и в слабо ферромагнитных и почти ферромагнитных металлах. Уеда дал корректную теорию и результаты для антиферромагнитной фазы, которые улучшают предыдущие, основанные на  $s-d$ -модели для других результатов. Мы отсылаем читателя к его оригинальной работе <sup>70</sup>.

Магнетосопротивление в слабо антиферромагнитных металлах изучал теоретически Узами <sup>73</sup>. Эффект особенно значителен, когда металл является также почти ферромагнитным, поскольку он появляется вследствие

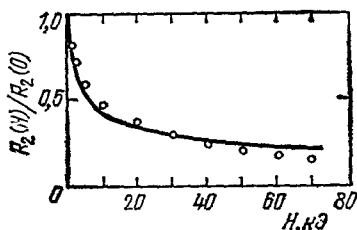


Рис 13. Зависимость от магнитного поля отношения коэффициентов низкотемпературного сопротивления при  $H \neq 0$  и  $H = 0$  перед членом с  $T^2$  в  $\text{Sc}_3\text{In}$ .

Сплошная линия — теоретический результат, полученный без подгоночных параметров (см текст) (из работы <sup>82</sup>). Здесь использованы значения относительной намагниченности  $\xi = M/N$  (из работы <sup>86</sup>).

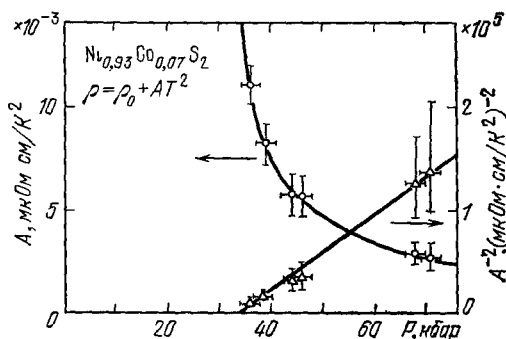


Рис. 14. Зависимости от давления коэффициента  $R_2$  перед  $T^2$  и квадрата его обратной величины  $(R_2)^{-2}$  в выражении для низкотемпературного сопротивления  $R = R_0 + R_2 T^2$  у  $\text{Ni}_{0.93}\text{Co}_{0.07}\text{S}_2$  (из работы <sup>71</sup>).

взаимодействия однородной моды с модами, имеющими волновые векторы, близкие к антиферромагнитному вектору  $Q$ . Когда это взаимодействие мода — мода положительно, как это обычно и бывает, то мы имеем магнетосопротивление, которое обычно слабее, чем в ферромагнетиках. Предсказано появление пика на кривой  $R - H$  в критическом поле, при котором происходит переход от антиферромагнетизма к ферромагнетизму. Второй интересный результат состоит в том, что кривая  $R - H$  имеет линейную часть с отрицательным наклоном в относительно (но не слишком) малом интервале полей. Иными словами, закон  $H^2$  подтверждается только в области очень малых  $H$ . Этим можно объяснить подобные же экспериментальные результаты, полученные Мурийама и Нагасава <sup>74</sup> на  $\alpha\text{-Mn}$ .

4) Взаимодействие между флуктуациями спиновой и зарядовой плотности. Ясуока и др. <sup>57</sup> провели серию исследований ЯМР на ядрах  $^{55}\text{Mn}$  в  $\text{MnSi}$  выше  $T_c$ , и они наблюдали сильную температурную зависимость квадрупольного расщепления спектра.

Согласно их анализу постоянная квадрупольного взаимодействия  $\nu_Q$  имеет компоненту, которая подчиняется закону Кюри — Вейсса, как это показано на рис. 15, а. Отсутствие у  $\nu_Q$  зависимости от внешнего поля исключает механизм магнитострикции и заставляет предположить, что

эта часть  $\nu_Q$  связана с магнитной восприимчивостью. Этот эффект, по-видимому, указывает на то, что помимо взаимодействия между различными модами спиновых флуктуаций, о которых мы уже говорили, существенно также взаимодействие между квадрупольной зарядовой плотностью и спиновыми флуктуациями. Если рассчитать электрическую поляризуемость магнитных металлов, то получится член, пропорциональный

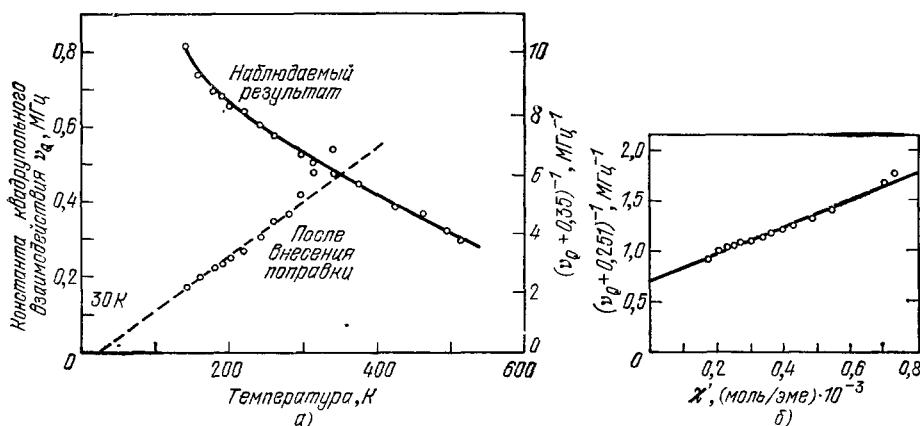


Рис. 15. а) Зависимость константы ядерного квадрупольного взаимодействия  $\nu_Q$  у ядра  $^{55}\text{Mn}$  в  $\text{MnSi}$  от температуры (кружки у сплошной кривой — экспериментальные результаты, у штриховой — полученные с учетом вклада в  $\nu_Q$  от кристаллической решетки, который при  $\chi = 0$  равен 0,35 МГц (см. рис. 8 из работы <sup>67</sup>)); б) аналогичная зависимость от обратной восприимчивости.

Сплошная линия на рис. б) — теоретический результат для разности  $(\nu_Q - \nu_0)^{-1}$ , где  $\nu_0 = -0,251$  вклад от ионных остовов (см. формулу (2.32) в тексте (из работ <sup>67, 72</sup>)).

$M^2$ . Подобным же образом мы можем ожидать, что имеется поляризуемость, зависящая от спиновых флуктуаций. Такахаши и Мория <sup>76</sup> развили теорию градиента электрического поля в магнитных металлах, учитывающую такое взаимодействие мода — мода. Так как соответствующая зарядовая флуктуация является квадрупольной компонентой локального характера, то эффект экранирования, по-видимому, относительно мал. Окончательно они получили следующую формулу:

$$\nu_Q = \nu_0 + \nu' \left( \frac{1}{\chi} + d \right)^{-1}, \quad (2.32)$$

где  $\nu_0$ ,  $\nu'$  и  $d$  — константы. Эта формула хорошо согласуется с экспериментом, что проиллюстрировано рис. 15, б).

Наконец, укажем, что имеются теоретические и экспериментальные исследования, касающиеся поглощения ультразвука за счет спиновых флуктуаций в слабых гелимагнитных <sup>76,77</sup> и ферромагнитных <sup>78</sup> металлах.

#### е) Обобщение ССП-теории и теории спиновых волн для температур выше $T_c$

Из аргументов, приведенных в предыдущих параграфах, по-видимому, стало достаточно ясно, что взаимодействие между различными модами спиновых флуктуаций жизненно важно для понимания физических свойств магнитных металлов. Другое доказательство важности взаимодействий мода — мода появилось при наблюдениях мод спиновых флуктуаций типа спиновых волн, обнаруженных в  $\text{Ni}$  и  $\text{Fe}$  выше  $T_c$ . Мук и др.

провели опыты по неупругому рассеянию нейтронов на Ni и показали<sup>79,132 \*</sup>), что дисперсия спиновых волн для не слишком малых  $q$  слабо меняется с температурой, и спиновые волны продолжают существовать даже и выше  $T_c$ . Верхняя граница существования спиновых волн, выраженная в энергетических единицах, или в волновых векторах, и определяемая как нижняя граница для стонеровских возбуждений, также сохраняется почти неизменной выше  $T_c$ . Подобное явление наблюдал также Линн<sup>80</sup> в Fe.

Эти результаты можно интерпретировать следующим образом: ферромагнитные спиновые волны рассматривают как волноподобные моды движения спиновой плотности типа прецессии в однородном молекулярном поле. Если мы рассматриваем относительно быстрое коротковолновое движение, то оно может поддерживаться медленной длинноволновой модой спиновой флуктуации, а также реально существующей однородной статической намагниченностью. Поэтому если термически возбужденные спиновые флуктуации имеют главным образом длинноволновый характер, или, что эквивалентно, существует некоторая степень ближнего порядка, то часть коротковолновых мод спиновых флуктуаций может иметь характер спиновых волн и выше  $T_c$ . Кроме того, если амплитуда локальной спиновой флуктуации слабо зависит от температуры, чего можно ожидать в «насыщенном»<sup>\*\*)</sup> ферромагнетике, подобном Ni, то дисперсия спиновых волн, точно так же, как и эффективная граница для стонеровских возбуждений, тоже будет слабо зависеть от температуры. Однако математическое описание этого явления, без сомнения, не просто. Хотя это явление фактически не существует в слабо ферромагнитных металлах, где мы имеем дело только со спиновыми волнами с очень малыми  $q$ , тем не менее, вышеописанные наблюдения стимулировали теоретическое обобщение ССП-теории, включающее более коротковолновые компоненты и случай больших амплитуд спиновых флуктуаций.

Одним из возможных методов в процессе достижения этой цели может быть диаграммный метод в формализме температурных функций Грина. Хотя раньше и делались попытки улучшить результаты, полученные в ПСФ, самосогласованность, предполагаемая в ССП-теории, не рассматривалась. Кроме того, не было сделано ни одного действительного расчета с каким-либо значительным результатом. Существенным пунктом в разработке этого типа теории, включающей описание спиновых волн выше  $T_c$ , является то, что нужно иметь дело с конечной амплитудой спиновых флуктуаций. Для этой цели мы должны взять функции распространения спиновых флуктуаций для бесконечного порядка в неприводимых диаграммах, соответствующих  $\chi(q, \omega)$  в уравнении (2.5). Рассматривая простой набор диаграмм, учитывающих взаимодействие мода — мода и удовлетворяющих вращательной инвариантности, мы можем вывести набор интегральных уравнений для динамической восприимчивости<sup>81</sup>. Точно те же интегральные уравнения можно вывести, пользуясь методом уравнения движения<sup>82</sup>, где мы сначала рассматриваем динамическую восприимчивость системы невзаимодействующих электронов во флуктуирующих полях, а затем устанавливаем соответствие функций корреляции для флуктуирующих полей с функциями корреляции для флуктуаций спиновой плотности. Это один из видов динамического приближения Хартри для взаимодействия между модами спиновых флуктуаций. Здесь мы не бу-

\*) См. также обзорные работы Кука<sup>128</sup>, Ишикавы<sup>129</sup>, Куземского<sup>130</sup>. (Прим. ред.)

\*\*) Под термином «насыщенный» ферромагнетик подразумевается случай, когда обменное смещение спиновых подзон больше нулевой энергии Черми. (Прим. ред.)



дем воспроизводить конкретного вида интегральных уравнений, а отошлем читателя к оригинальным статьям.

Хотя эти уравнения нелегко решить для общих случаев, можно рассмотреть два частных случая. Заметим прежде всего, что в длинноволновом пределе мы получаем результаты теории ССП. Пользуясь этим приближением для термически возбужденных спиновых флуктуаций, мы можем решить эти интегральные уравнения для более коротковолновых компонент. Решение дает моды типа спиновых волн выше  $T_c$  и верхнюю границу для их существования, которая рассматривается как граница эффективных стонеровских возбуждений, индуцированных термическими спиновыми флуктуациями длинноволнового типа.

Однако в своем первоначальном варианте эта теория не очень хорошо воспроизводила экспериментальные результаты для Ni. Очевидно, здесь существует учет важных характеристик электронной структуры Ni в явном виде. Иными словами, следует ожидать, что детальные экспериментальные результаты, полученные для Ni, нельзя обобщать на все ферромагнитные металлы. И в самом деле, Ишикава и др.<sup>83</sup> провели недавно опыты по неупругому рассеянию нейтронов на MnSi. Общие черты этих результатов сильно отличаются от тех, которые получены на Ni и Fe.

Спиновые волны выше  $T_c$  обсуждали также Герц и Кленин<sup>33</sup> с использованием метода функциональных интегралов и длинноволнового приближения для термических флуктуаций. Результат получен в некоторых отношениях сходный с тем, который мы обсуждали выше.

Коренмен и др.<sup>84</sup> разработали иной тип теории для спиновых волн выше  $T_c$ , который может оказаться подходящим для никеля. Они воспользовались длинноволновым статическим приближением для термически возбужденных спиновых флуктуаций, предположив наличие ближнего порядка, и рассчитали в ПСФ динамическую восприимчивость для относительно большого волнового вектора, возникшую под их влиянием; при этом они пользовались системой координат, вращающейся от точки к точке, следуя за изменением направления локальной спиновой плотности. Они также предположили, что амплитуда локальной спиновой плотности почти фиксирована; это становится ясным из того факта, что они пользовались уравнением Ландау — Лифшица при альтернативном выводе того же самого результата. Таким образом, эту теорию также можно рассматривать как одну из гейзенберговских моделей с сильным ближним порядком. Поскольку для самих спиновых флуктуаций они брали обрезанный волновой вектор, их теория имеет также сходство с кластерной моделью. Они особо отмечали наличие независимого от волнового вектора отрицательного смещения энергии спиновых волн, возникающего из-за взаимодействия с модами термических спиновых флуктуаций, которые они считали более или менее фиксированными в парамагнитной фазе. Хотя их интерпретация, по-видимому, включает некоторые интуитивные моменты и полагается на экспериментальные данные, их физические предположения кажутся совершенно разумными для случая Ni. Результаты качественно согласуются с экспериментами на Ni \*). Соколов<sup>85</sup> также разработал теорию ферми-жидкостных спиновых волн в том же духе \*\*).

\*) В работах Коренмана и Прейнджа<sup>121, 122</sup> в рамках их теории рассмотрена температурная зависимость фотоэмиссии из коллективизированных ферромагнетиков и динамическая восприимчивость Fe выше  $T_c$ . (Прим. ред.)

\*\*) Иу, Хейне, Холден и Лин-Чунг<sup>123</sup> рассчитали энергетическую зонную структуру Fe при высоких  $T$  для различных типов ближнего магнитного порядка. Каппельман<sup>124, 125</sup> предложил модифицированный метод функций Грина, самосогласованным образом учитывающий различные низкоэнергетические конфигурации обменных полей. Вычисленные этим методом температура перехода  $T_c$  и константа Кюри  $C$  для Fe находятся в хорошем согласии с опытом. (Прим. ред.)

### 3. ПОДХОД СО СТОРОНЫ ПРЕДЕЛА ЛОКАЛЬНЫХ МОМЕНТОВ

#### а) Локальный момент в металлах

Здесь мы очень кратко резюмируем некоторые сведения об историческом развитии вопросов, относящихся к следующему параграфу, где будет идти речь о единой картине магнетизма. Как хорошо известно, картина локальных моментов была надежно установлена в магнитных изоляторах и в редкоземельных металлах (за исключением веществ с промежуточной валентностью), и мы здесь не будем их рассматривать. Они принадлежат, конечно, к очень важному предельному случаю в общей теории магнетизма.

Можно считать, что современные теоретические исследования локального момента в системах коллективизированных электронов или в d-металлах, начались с создания Андерсоном теории локального момента в металлах<sup>9</sup>. В модели Андерсона для магнитных примесей в металлах, с целью описания резонансного рассеяния на примесном атоме вводится локализованная орбиталь, ковалентно смешанная с зоной проводимости. Электрон-электронное взаимодействие  $U$  учитывается только между электронами на локальной орбитали.

Андерсон разработал эту модель вначале, используя приближение Хартри—Фока и, среди множества других вопросов, он обсудил появление локального момента в металлах для величин  $U$ , превышающих некоторое критическое значение, например, значение  $\pi\Delta$  в случаях с половинной населенностью уровней; здесь  $\Delta$  — энергетическое уширение локального состояния за счет смешивания с зоной проводимости, или ширина виртуального связанного состояния. Он интерпретировал появление магнитного решения в ПХФ как появление локального момента, и увязал это с кюри—вейссовской магнитной восприимчивостью. Хотя применение ПХФ в этой модели позднее критиковали в связи с эффектом Кундо, такой подход соответствует одному из видов адиабатического приближения, в котором медленно меняющаяся со временем локальная спиновая флуктуация рассматривается как статическая. Эту теорию можно рассматривать как отправную точку не только для теории разбавленных сплавов, но также и для приближения, рассматривающего магнитные металлы в пределе локальных моментов.

#### б) Взаимодействие между парами локальных моментов

В качестве следующего шага к созданию теории магнитных металлов было рассмотрено взаимодействие между парой локальных состояний, т. е. взаимодействие между парой локальных моментов, и влияние соседнего атома на величину момента, включая и условие для его появления. Взаимодействие между соседними магнитными атомами рассмотрели, пользуясь моделью Андерсона, сначала Александер и Андерсон<sup>86</sup>, а затем теорию обобщил Мория<sup>87</sup>. Было указано, что знак взаимодействия между соседними моментами определяется, главным образом, величиной заселенной части локальных орбиталей. Когда орбитали заполнены почти наполовину — знак отрицательный, и предпочтительной является отрицательная, или антиферромагнитная конфигурация, а когда орбиталь почти полностью заселена или почти пуста, взаимодействие является ферромагнитным. Знак индуцированной спиновой поляризации также определяется соответствующим правилом. Эта простая теория дала очень успешное систематическое качественное объяснение магнетизма ряда магнитных пере-

ходных металлов и их сплавов. Что же касается взаимодействия между сильно удаленными магнитными атомами, то правильный результат, предсказавший появление осцилляций типа РККИ, дал Кароли<sup>88</sup>.

Ту же самую проблему решали Ину и Мория<sup>89</sup>, пользуясь моделью сильной связи (Вольфа—Клогстона); они рассматривали и соседние пары, и пары, достаточно удаленные друг от друга, в рамках одной и той же теории. Результаты были качественно теми же, что и в модели Андерсона.

#### в) Теоретическое обсуждение магнетизма металлов

Теоретические рассуждения магнетизма, использовавшие эти результаты, естественно, основывались на адиабатическом приближении, хотя хорошие порядки величин были получены также для температур Кюри различных магнитных металлов.

В этом месте мы хотели бы указать на некоторые из ранних попыток создать такой тип теории, исходя из зонной структуры идеального кристалла. Фридель и др.<sup>90</sup> высказали предположение о картине взаимодействующих локальных моментов для магнитных металлов, интерпретируя условие Стокера для существования ферромагнетизма, как условие для появления локальных моментов. Бландэн и Ледерер<sup>91</sup> предположили, что, возможно, существует связь между преобразованием Фурье для величины  $1/\chi_{0q}$  и взаимодействием между парой локальных спиновых плотностей, но в то время трудно было интерпретировать нелинейность, связанную с амплитудой спиновой флуктуации. Однако, как мы указали в предыдущем параграфе, эту нелинейность полностью учитывали уже в теории взаимодействия пары локальных состояний.

Эту линию локального подхода успешно развивали Шриффер и др.<sup>92</sup>, которые пользовались математическим формализмом Стратоновича — Хаббарда<sup>97</sup> в функциональном интегрировании. В частности, они дали математический метод расчета термодинамических свойств, включая и восприимчивость типа Кюри; тем самым они создали прочную базу для предыдущих физических доказательств, основанных, как мы уже говорили, на адиабатическом приближении и локальном приближении Хартри—Фока.

Впоследствии Киро<sup>93</sup> применил метод функционального интегрирования к модели Хаббарда с наполовину заполненной зоной, или к регулярной цепочке центров, описываемых моделью Вольфа, и обсудил моттовский переход в рамках двух приближений — статического и седловой точки (метода перевала). Он воспользовался приближением когерентного потенциала при расчете функционала свободной энергии для системы с беспорядочно ориентированными локальными моментами, и приписал появление энергетической щели вблизи уровня Ферми тому, что возникло состояние моттовского диэлектрика. Он также предложил, в другом месте, произвести кластерное разложение функционала свободной энергии в ряд по локальным моментам изинговского типа и вывел простым способом взаимодействие типа РККИ. Таким образом, теория на той стадии не учитывала надлежащим образом нелинейность, на что мы уже указывали выше.

Лакур-Гайе и Киро<sup>94</sup> расширили теорию парного взаимодействия типа Ину—Мория, хотя и ограничились только случаем наполовину заполненной зоны; они включили в рассмотрение влияние окружающей среды, видоизмененной когерентным потенциалом. Лиу<sup>95</sup> сделал подобное рассмотрение для случая металлов. Эти теоретические разработки, по нашему мнению, сделаны в правильном направлении. В свете того, что, как

мы уже обсуждали ранее в гл. 2, большой успех имел подход, основанный на противоположном предельном случае, было бы очень желательно поставить это направление на более прочную основу и произвести интерполяцию между двумя предельными случаями. Ниже мы обсудим, каковы результаты развития теории по этому пути.

#### 4. ЕДИНАЯ КАРТИНА МАГНЕТИЗМА

##### а) Общие соображения

Из рассуждений, приведенных в гл. 3, по-видимому, ясно, что для того, чтобы получить единую картину магнетизма в  $d$ -металлах, мы должны развить общую теорию спиновых флуктуаций, дающую интерполяцию между двумя крайними случаями, обсуждавшимися соответственно в гл. 2 и 3. Прежде чем перейти к общим рассмотрениям в этом направлении, обратимся к рис. 16 \*), на котором показана зависимость отношения  $p_c/p_s$  от  $T_c$ , или график Роудса—Вольфарта<sup>96</sup> для различных ферромагнетиков; здесь  $p_s$  — атомный магнитный момент при насыщении,  $p_c$  — эффективный момент на атом, полученный из постоянной Кюри  $C$  в предположении, что существуют локальные моменты, т. е.  $p_c$  рассчитывают из формулы  $C = N_0 \mu_B^2 p_c (p_c + 2)/3k_B$ .

В пределе локального момента мы, естественно, имеем  $p_c/p_s = 1$ , а в противоположном пределе слабого ферромагнетика теория, обсуждавшаяся в гл. 2, предсказывала расхождение этого отношения, поскольку

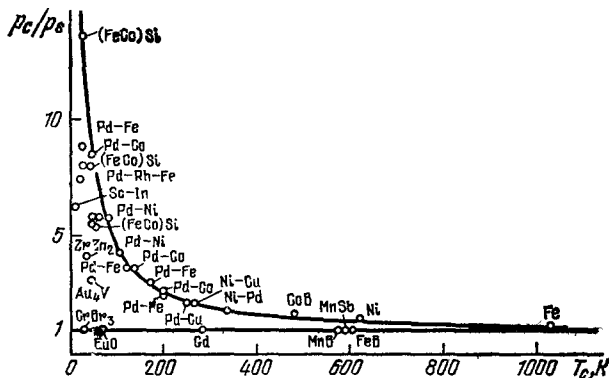


Рис. 16. Зависимость  $p_c/p_s$  от  $T_c$  — кривая Роудса — Вольфарта.

Величина  $p_s$  — магнитный момент при насыщении в магнетонах Бора, а  $p_c$  — эффективный момент, рассчитанный из постоянной Кюри по формуле  $C = N_0 \mu_B^2 p_c (p_c + 2)/3k_B$ ,  $N_0$  — число магнитных атомов в кристалле (подробнее см. рис. 1, б в работе<sup>96</sup>).

$p_s \rightarrow 0$  или  $T_c \rightarrow 0$ , так как константа Кюри в этом случае не зависит от  $p_s$  или  $T_c$ . Из рис. 16 мы видим, что это отношение обычно значительно больше единицы для малых  $T_c$  (что согласуется с теорией), а для больших  $T_c$  оно обычно ближе к единице. Из этой диаграммы можно сделать интересное заключение: оно состоит в том, что значения  $p_c/p_s$  распределены почти непрерывно между этими двумя предельными случаями, подтверждая тем самым, что природа спиновых флуктуаций изменяется непрерывно между этими двумя пределами. Поэтому можно ожидать, что интерполяционная теория даст нам не только единое понимание физического обосно-

\*) Более детально этот рисунок дан в работе<sup>96</sup>. (Прим. ред.)

вания закона Кюри—Вейсса, но также единую картину магнетизма в  $d$ -металлах.

Простую интерполяционную теорию выдвинули недавно Мория и Такахаша<sup>13</sup> (далее мы будем пользоваться аббревиатурой МТ); они основывались на методе функционального интегрирования, и эта теория пока имеет успех, дав не только единую картину для ферромагнитных металлов, но и предложив нам новые понятия, объяснившие некоторые, до сих пор казавшиеся таинственными, явления. Мы их кратко коснемся \*).

Как уже упоминалось в гл. 1, основные проблемы состоят в следующем: как объяснить: 1) нелинейность, связанную с общей локальной амплитудой спиновых флуктуаций (заметим, что ПСФ — линейная теория, а ССП-теория пользуется разложением в ряд по амплитуде) и 2) нелокальный характер спиновых флуктуаций либо в реальном, либо в обратном пространстве.

В модели Гейзенберга, основанной на картине локальных моментов, локальная амплитуда спиновых флуктуаций постоянна, и это справедливо в пределе магнитного изолятора. Наоборот, мы уверены, что важной характеристикой металлических ферромагнетиков является переменный характер этой амплитуды. Одна из ключевых идей теории МТ заключается в том, чтобы в качестве главной физической переменной взять локальную амплитуду спиновых флуктуаций, которая может принимать любые значения, малые или большие, но ниже некоторой верхней границы. Другой важной чертой магнетиков с коллективизированными электронами может быть общая важность ближнего порядка по сравнению с магнитными изоляторами. Точнее, нелокальная природа спиновых флуктуаций в коллективизированных магнетиках в общем случае значительно важнее, чем в магнитных изоляторах. Это будет обсуждаться ниже.

Далее, для математического описания упомянутой выше физической картины одними из наиболее мощных являются методы, определяемые формализмом функционального интегрирования. Как упоминалось в гл. 3, это до сих пор практически единственный метод, применяемый при описании магнетизма металлов на основе картины локальных моментов. Было также показано, что ССП-теория для слабо ферромагнитных металлов может быть построена с помощью этого подхода. В разделе б) гл. 2 мы кратко рассмотрим относящуюся к нашему вопросу часть формализма функционального интегрирования прежде чем перейти к физическим проблемам, изложенным в последующих разделах.

### б) Ф о р м а л и з м

#### ф у н к ц и о н а л ь н о г о и н т е г р и р о в а н и я

Рассмотрим гамильтониан, заданный (2.1). Свободная энергия системы описывается выражением

$$F = \Omega + \mu N, \quad \frac{\partial \Omega}{\partial \mu} = N, \quad \Omega = \bar{\Omega}_0 + \Delta\Omega,$$

$$\Omega_0 = \text{Tr} \exp [-\beta (\mathcal{H}_0 - \mu N)] \equiv \text{Tr} \exp (-\beta \hat{\mathcal{H}}_0),$$

$$\exp (-\beta \Delta\Omega) = \left\langle T_\tau \exp \left[ - \int_0^\beta d\tau \mathcal{H}_I(\tau) \right] \right\rangle,$$

$\mathcal{H}_I(\tau) = \exp(\tau \hat{\mathcal{H}}_0) \mathcal{H}_I \exp(-\tau \hat{\mathcal{H}}_0)$ ,  $\langle A \rangle = \text{Tr} A \exp [\beta (\Omega_0 - \hat{\mathcal{H}}_0)]$ ; (4.1)  
здесь  $T_\tau$  — мнимый оператор временного упорядочения,  $A$  — любой оператор,  $\mathcal{H}_0 - \mu N = \hat{\mathcal{H}}_0$ . Задача расчета  $\Delta\Omega$  — это трудная задача многих

\*) См. также работу Мория и Хазегавы<sup>111</sup>. (Прим. ред.)

тел, из-за квадратичной природы  $\mathcal{H}_I$  в операторах спиновой и зарядовой плотности. Метод расчета Стратоновича — Хаббарда <sup>97</sup> состоит в преобразовании этой задачи в задачу одного тела, находящегося в поле, произвольно флуктуирующем и в пространстве и во времени; при этом они используют следующее тождество:

$$\exp \hat{a}^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} dx \exp [-\pi x^2 - 2 \sqrt{\pi} x \hat{a}], \quad (4.2)$$

где  $\hat{a}$  — любой ограниченный оператор.

Есть несколько различных способов выражения  $\mathcal{H}_I$  через операторы спиновой и зарядовой плотности. Например, мы можем написать

$$\mathcal{H}_I = \frac{1}{2} UN - \frac{2}{3} U \sum_j S_j^2 = \quad (4.3a)$$

$$= U \sum_j \left( \frac{1}{4} n_j^2 - S_{jz}^2 \right) = \quad (4.3b)$$

$$= U \sum_j \left[ \frac{1}{4} n_j^2 - (S_j \hat{\xi}_j)^2 \right], \quad (4.3в)$$

и т. д., где  $n_j = n_{j\uparrow} + n_{j\downarrow}$ , а  $\hat{\xi}_j$  — единичный вектор в произвольном направлении. Соответственно, мы имеем несколько различных выражений для  $\Delta F$  в виде функциональных интегралов, и они формально эквивалентны друг другу. В действительности, результаты, полученные из этих различных выражений, в общем случае различны, так как нам необходимо прибегнуть к некоторым приближениям при оценке функциональных интегралов.

Выражение (4.3a), обладающее вращательной инвариантностью, применялось в нескольких теориях, включая и теорию МТ, для того чтобы описать и продольную, и поперечную компоненты спиновых флуктуаций в одной форме. Недавно Хаббард <sup>98</sup> и Коренман и Прейндж <sup>99</sup> исправили

нейшем мы будем в основном оставаться в рамках статического приближения, отметим, что простое приближение для рассмотрения динамических эффектов может состоять в том, чтобы рассматривать  $\hat{\xi}_j$  как переменную, зависящую от времени  $\hat{\xi}_j(\tau)$ , сведя таким образом функциональный интеграл (4.6) к обычному интегралу.

Когда функция  $\Psi_1[\xi, \eta]$  уже получена, статистические средние и корреляционные функции можно рассчитать, пользуясь, например, такими формулами:

$$\begin{aligned} \langle S_j(\tau) \rangle &= \left( \frac{\pi}{J\beta} \right)^{1/2} \langle \xi_j(\tau) \rangle, \\ \langle T_\tau S_j(\tau) S_l(\tau') \rangle &= \left( \frac{\pi}{J\beta} \right) \left[ \langle \xi_j(\tau) \xi_l(\tau') \rangle - \left( \frac{1}{2\pi} \right) \delta_{jl} \delta(\tau - \tau') \right], \end{aligned} \quad (4.8)$$

и т. д., а динамическая спиновая восприимчивость описывается выражением

$$\chi(q, i\omega_m) = \frac{\pi N_0}{J} \left[ \langle \xi_{q,m} \xi_{-q,-m} \rangle - \langle \xi_{q,m} \rangle \langle \xi_{-q,-m} \rangle - \frac{1}{2\pi} \right],$$

с

$$\xi_{qm} = N_0^{-1/2} \sum_j \xi_{jm} e^{iqRj}, \quad (4.9)$$

где  $\bar{\chi}$  и  $\bar{\chi}_e$  — динамическая спиновая и динамическая зарядовая восприимчивости невзаимодействующей системы, находящейся во флуктуирующих магнитных полях соответственно  $\{\bar{c}_1\xi\}$  и  $\{\bar{c}_2\eta\}$ ; средние взяты с весовым множителем, определенным в (4.10), где  $\Psi_1$  заменена на  $\Phi_1$ . Такое приближение, если его провести, должно выше  $T_c$  дать интегральное уравнение для динамических восприимчивостей, которое, по существу, совпадает с выведенным ранее уравнением, о чем кратко упомянуто в п. е) гл. 4. Герц и Кленин<sup>32, 33</sup> обсуждали вместо этого локальное приближение среднеквадратичного поля, основанное на уравнении (4.13) с  $B_{qm} = 0$ . В этом приближении локальное поле просто заменяется однородным полем в духе длинноволнового приближения. Конечно, интересно было бы заняться общим решением интегрального уравнения, хотя это, по-видимому, нелегкая задача. Из общих соображений, изложенных в п. а) гл. 4, мы разработали иной подход, вводящий упрощенную модельную форму для  $\Psi_1[\xi, \eta]$ , которая может быть рассчитана из заданной зонной структуры.

### в) Модель и приближения

Хотя мы можем обсуждать зарядовое и спиновое поля  $\eta$  и  $\xi$  на равных основаниях, рассматривая в явном виде флуктуации и спиновой и зарядовой плотности (такого рода формализм мы обсудим позднее), здесь мы сделаем упрощение и возьмем стационарное значение для  $\eta$ . Таким образом, мы рассмотрим в явном виде только спиновые флуктуации, как это сделано у МТ. Для краткости мы также примем в дальнейшем изложении статическое приближение.

Прежде всего заметим, что когда мы рассматриваем ферромагнетизм, или случай конечной намагниченности, мы должны учесть переменную  $\xi_0$  во всех порядках. Далее, следуя общим рассуждениям, изложенным в п. а) гл. 4, введем сначала переменные, соответствующие среднему от квадратов локальной амплитуды  $\xi$ -полей:

$$x_\alpha = \frac{1}{N_0\beta} \sum_q' \xi_{q\alpha} \xi_{-q\alpha} \quad (\alpha = x, y, z), \quad (4.14)$$

где член с  $q=0$  при суммировании опущен. Эта переменная будет связана с локальной амплитудой спиновых флуктуаций следующим соотношением:

$$\langle (S_{j\alpha} - \langle S_{j\alpha} \rangle)^2 \rangle = \left( \frac{\pi}{J} \right) \left( x_\alpha - \frac{1}{2\pi\beta} \right). \quad (4.15)$$

Мы полагаем, что связь между модами спиновых флуктуаций носит преимущественно локальный характер, и члены более высоких порядков в  $\Psi_1[\xi]$  выражаются через переменные  $x$ , добавляемые к  $\xi_0$ . Наш модельный функционал имеет вид

$$\begin{aligned} \Psi_1[\xi] &= \frac{\pi J}{\beta} \sum_q' \sum_\alpha X_{q\alpha} \xi_{q\alpha} \xi_{-q\alpha} + \pi N_0 L [\xi_0, x] = \\ &= \frac{\pi J}{\beta} \sum_{j,l} \sum_\alpha X_{jl}^\alpha \delta \xi_{j\alpha} \delta \xi_{l\alpha} + \pi N_0 L [\xi_0, x], \end{aligned} \quad (4.16)$$

где  $X_{q\alpha}$  представляет собой функцию от  $x$  и  $\xi_0$ , и удовлетворяет следующему соотношению:  $\sum_q X_{q\alpha} = 0$ . Иными словами, когда мы разлагаем  $\Psi_1[\xi]$  в ряд по степеням

$$\delta \xi_j = \xi_j - N_0^{-1/2} \xi_0,$$

и т. д., мы берем все члены, не зависящие от относительной ориентации полей в различных узлах. Что же касается членов, связанных с относительной ориентацией различных полевых векторов, то мы берем только те из них, которые связаны с парой узлов, скажем,  $j$  и  $l$ , и линейны по направляющим косинусам углов между  $\delta\xi_j$  и  $\delta\xi_l$  и т. д. Возможные методы расчета  $L[\xi_0, x]$  и  $X_{q\alpha}[\xi_0, x]$  в уравнении (4.16) мы обсудим позднее.

Мы хотим подчеркнуть здесь, что модельный функционал (4.16) является обобщением модели Гейзенберга и в то же время он дает подходящее описание слабо ферромагнитных и антиферромагнитных металлов. В слабо ферромагнитном пределе мы можем разложить  $L[\xi_0, x]$  в ряд по переменным и взять члены до второго порядка по  $x$  и  $\xi_0^2$ . Мы можем также воспользоваться следующим приближением:

$$X_{q\alpha}[\xi_0, x] \approx X_{q\alpha}[\xi_0, 0] = \chi_{q\alpha}^0(\xi_0) - \langle \chi_{q\alpha}^0(\xi_0) \rangle,$$

где  $\chi_q^0(\xi_0)$  — восприимчивость системы невзаимодействующих электронов во внешнем магнитном поле  $c_1\xi_0$ , и усреднение выполняется в  $q$ -пространстве. Если же при расчете  $L$  пользуются длинноволновым приближением, то мы можем воспроизвести статическое приближение ССП-теории.

С другой стороны, случай локального момента реализуется, когда  $\partial^2 L / \partial x^2$ , или коэффициент жесткости для изменения локальной амплитуды спиновой флуктуации велик при определенном значении  $x$ , а  $X_q$  относительно мало, а также когда локальная амплитуда флуктуации спиновой плотности насыщена (это утверждение мы кратко обсудим ниже). В таком случае амплитуда локальной спиновой флуктуации фиксирована, и энергия относительной ориентации, или взаимодействия между локальными спиновыми флуктуациями, дается первым членом уравнения (4.16). В нижеследующих параграфах п. з) и и) гл. 4 мы дадим метод расчета этого функционала из заданной зонной структуры и покажем в качестве примера, что первый член действительно дает андерсоновское косвенное обменное взаимодействие в пределе сильной связи для наполовину заполненной полосы.

В общем случае амплитуда локальной спиновой флуктуации является переменной, зависящей от относительной ориентации локальной спиновой плотности. Таким образом, ожидается, что представленный модельный функционал даст подходящую интерполяцию между двумя предельными случаями. Воспользовавшись в (4.6) функционалом (4.16), мы получим

$$\begin{aligned} \exp(-\beta \Delta\Omega) = & \int d\xi_0 \int \Pi_\alpha dx_\alpha \exp \left\{ -\pi\beta N_0 \left( \sum_\alpha x_\alpha + L[\xi_0, x] \right) - \right. \\ & \left. - \pi \left( \xi_0 - \frac{1}{c_1} H_0 \right)^2 \right\} \cdot \int \Pi'_q \Pi_\alpha d\xi_{q\alpha} \exp \left\{ -\pi J \sum_q \sum_\alpha X_{q\alpha}[\xi_{q\alpha}]^2 \right\} \times \\ & \times \delta \left( x_\alpha - \frac{1}{N_0\beta} \sum_q' |\xi_{q\alpha}|^2 \right). \quad (4.17) \end{aligned}$$

Интеграл по  $\xi_{q\alpha}$  можно легко оценить, пользуясь множителями Лагранжа, а интегралы по  $x_\alpha$  и  $\xi_0$  оценивают с помощью приближения седловой точки<sup>13</sup>. Здесь мы приведем только результаты для намагниченности и восприимчивости:

$$\begin{aligned} x_\alpha = & \frac{1}{N_0\beta} \sum_q \langle |\xi_{q\alpha}|^2 \rangle = \frac{1}{2\pi N_0\beta} \sum_q \frac{1}{1 - 2J(\chi_{L\alpha} + X_{q\alpha})}, \\ \chi_{L\alpha} = & -\frac{1}{2J} \frac{\partial L}{\partial x_\alpha} - \frac{1}{4\pi N_0\beta} \sum_q' \sum_{\alpha'} \frac{\partial X_{q\alpha'}}{\partial x_\alpha} \frac{1}{1 - 2J(\chi_{L\alpha'} + X_{q\alpha'})}, \quad (4.18) \end{aligned}$$



$$\left[ 1 + \frac{N_0 \beta}{2 \xi_0} \frac{\partial L}{\partial \xi_0} + \frac{J}{4\pi} \sum_q' \sum_{\alpha} \frac{1}{\xi_0} \frac{\partial X_{q\alpha}}{\partial \xi_0} \frac{1}{1 - 2J(\bar{\chi}_{L\alpha} + X_{q\alpha})} \right] \xi_0 = \frac{1}{c_1} H_0,$$

$$\langle S_0 \rangle = - \left( \frac{\pi}{\beta c_1} \right) \left[ \xi_0 - \left( \frac{1}{c_1} \right) H_0 \right],$$

$$\chi_{0z} = - \left( \frac{\pi}{\beta c_1} \right) \left( \frac{\partial \xi_0}{\partial H_0} - \frac{1}{c_1} \right), \quad \chi_{01} = \frac{-\langle S_0 \rangle}{2H_0}, \quad (4.19)$$

$$\chi_{q\alpha} = \frac{\bar{\chi}_{q\alpha}}{1 - 2J\bar{\chi}_{q\alpha}}, \quad \bar{\chi}_{q\alpha} = \bar{\chi}_{L\alpha} + X_{q\alpha}.$$

Обсудим теперь, какие общие выводы можно сделать, не задавая зонной структуры или детального вида функций  $L[\xi_0, x]$  и  $X_q[\xi_0, x]$ .

Рассмотрим парамагнитную фазу с  $H_0 = 0$ , где  $\langle \xi_0 \rangle = \langle S_0 \rangle = 0$  и система изотропна. Тогда уравнения (4.18) и (4.19) упрощаются и принимают вид

$$\delta = \frac{1}{2J\chi_0} = \frac{1}{2J(X_0 + \bar{\chi}_L)} - 1 = \frac{1}{[\langle \sigma \rangle / (1 + \delta)] + 2J\bar{\chi}_L} - 1, \quad (4.20)$$

$$x(\delta, T) = \frac{3}{2\pi\beta} \left\langle \frac{1 + \delta}{\delta + \sigma} \right\rangle, \quad x = \sum_{\alpha} x_{\alpha}, \quad \sigma = 1 - \left( \frac{\bar{\chi}_q}{\chi_0} \right),$$

где  $\bar{\chi}_L(x)$  дано вторым равенством (4.18), а  $X_0(x)$  или  $\bar{\chi}_0$  — первым равенством в (4.19). Поэтому когда  $\bar{\chi}_L(x)$  и функция распределения для  $\sigma$ ,  $P(\sigma)$  заданы, то задача решается сразу же. Хотя МТ использовали простое приближение

$$2J\bar{\chi}_L(x) \approx - \frac{\partial L}{\partial x} = -L'(x), \quad (4.21)$$

это является упрощением на стадии фактического расчета  $\bar{\chi}_L(x)$ .

В точке Кюри мы имеем  $\delta = 0$ , и поэтому

$$2J\bar{\chi}_L(x_c) = 1 - \langle \sigma \rangle \quad \text{и} \quad x_c = \frac{3k_B T_c}{2\pi} \left\langle \frac{1}{\sigma} \right\rangle. \quad (4.22)$$

$T_c$  получают из этих равенств. Теперь разложим (4.20) в ряд вблизи  $T_c$ :

$$\begin{aligned} & -2J[X'_0(x_c) + \bar{\chi}'_L(x_c)](x - x_c) = \frac{\delta}{1 + \delta}, \\ & x - x_c = \frac{3k_B}{2\pi} \left( T \left\langle \frac{1 + \delta}{\delta + \sigma} \right\rangle - T_c \left\langle \frac{1}{\sigma} \right\rangle \right). \end{aligned} \quad (4.23)$$

Здесь температурные изменения величины  $x$ , а соответственно и температурные изменения амплитуды локальной спиновой флуктуации малы; тогда восприимчивость, или  $\delta$ , описываются следующими выражениями, полученными из (4.23):

$$\frac{\delta}{1 + \delta} = \frac{T}{T_0} \left\langle \frac{1 + \delta}{\delta + \sigma} \right\rangle - \frac{T_c}{T_0} \left\langle \frac{1}{\sigma} \right\rangle, \quad (4.24)$$

где

$$T_0 = \frac{2\pi}{3k_B \gamma}, \quad \gamma = -2J[X'_0(x_c) + \bar{\chi}'_L(x_c)]; \quad (4.25)$$

здесь  $\gamma$  — продольный коэффициент жесткости, или постоянная жесткости для изменения локальной амплитуды спиновой флуктуации.  $T_0$  — температура, характеризующая мягкость продольной спиновой флуктуации.

Как можно видеть из (4.23),  $x$  мало меняется с температурой, когда  $\gamma$  велика, и она меняется значительно, когда  $\gamma$  мала. Поэтому в мягком

случае мы должны будем вернуться к уравнению (4.20), и потребуется полная информация о функции  $\bar{\chi}_L(x)$ . Такой случай мы обсудим позже. В следующих двух параграфах мы обсудим температуру Кюри и магнитную восприимчивость в не очень мягких случаях.

### г) Температура Кюри

Из уравнения (4.22) мы имеем

$$T_c = \frac{2\pi x_c}{3k_B} \left\langle \frac{1}{\sigma} \right\rangle_c^{-1}, \quad (4.26)$$

где величина  $x_c$  определяется равенством  $2J\bar{\chi}_L(x_c) = 1 - \langle \sigma \rangle_c$  и связана с амплитудой локальной спиновой флуктуации при температуре  $T_c$  уравнением (4.15).

Теперь свяжем  $x_c$  с атомным моментом при насыщении (при температуре  $T = 0$ ), который рассчитывается из формул

$$M_0 = \sqrt{\frac{\pi}{J\beta N_0}} \langle \xi_0^0 \rangle, \quad -N_0 \left[ \beta \frac{\partial L}{\partial (\xi_0^0)} \right]_{T=0} = 1.$$

Сделаем здесь упрощающее предположение: предположим, что  $L[\xi_0, x]$  является функцией только локальной спиновой плотности, т. е.  $L[\xi_0, x] \approx \mathcal{L}[x + (\xi_0^2/N_0\beta)]$ . Предположим также, что явная температурная зависимость  $L$  пренебрежимо мала, и аппроксимируем выражение  $2J\bar{\chi}_L(x)$  производной  $-\partial L/\partial x$ . Тогда, заметив, что  $x = 0$  при  $T = 0$  и  $\xi_0 = 0$  при  $T = T_c$ , получим для малых  $\langle \sigma \rangle$ :

$$x_c = \frac{(\xi_0^0)^2}{N_0\beta} = \left( \frac{J}{\pi} \right) M_0^2.$$

Более подробное рассмотрение локальной амплитуды спиновых флуктуаций приводит к появлению численного множителя  $\eta$ , который близок, но меньше  $1^{13}$ , и мы имеем

$$k_B T_c \approx \frac{2\eta J M_0^2}{3} \left\langle \frac{1}{\sigma} \right\rangle^{-1}. \quad (4.27)$$

Легко видеть, что в пределе слабого ферромагнетизма этот результат в основном совпадает с (2.16), т. е. с результатом статического приближения ССП-теории. Легко также получить результат ССП-теории, учтя надлежащим образом в излагаемой теории динамический эффект.

Уравнение (4.27) можно переписать в виде

$$k_B T_c = \frac{2\eta J M_0^2}{3} \left\langle \frac{\bar{\chi}_0}{\bar{\chi}_0 - \bar{\chi}_q} \right\rangle^{-1} \approx \frac{2\eta J^2 M_0^2}{3} (\bar{\chi}_0 - \langle \bar{\chi}_q \rangle). \quad (4.28)$$

Сравнивая эту запись с выражением для модели Гейзенберга

$$k_B T_c = \frac{\mathcal{Y}(0) M_0^2}{3},$$

где  $\mathcal{Y}(q)$  —  $q$ -я фурье-компонента гейзенберговского обменного интеграла  $\mathcal{Y}(R)$ , мы получим соотношение

$$\mathcal{Y}(q) = 2\eta J^2 (\bar{\chi}_q - \langle \bar{\chi}_q \rangle),$$

которое физически вполне разумно. Когда амплитуда локальной спиновой флуктуации насыщена, мы имеем  $\eta = 1^{13}$ .

Из общих выражений (4.27) или (4.28) можно видеть, что произведение  $k_B T_c$  равно разности между энергиями однородно поляризованных и хаотически ориентированных спинов, и оно вовсе не равно энергии одно-

родно поляризованных спинов; поэтому  $k_B T_c$  меньше энергии расщепления подзон на множитель порядка  $\langle 1/\sigma \rangle^{-1}$ . Интересно также отметить, что температура Кюри не зависит от  $\gamma$ . Это, по-видимому, естественно, так как температура Кюри характеризуется упорядочением спиновых направлений, а не появлением момента.

В гл. 4 п. и) мы приведем пример реального расчета  $T_N$  для наполовину заполненной зоны во всей области значений  $U$ , охватывающей весь интервал между предельным случаем магнитного изолятора и предельным случаем слабого антиферромагнетизма.

#### д) Магнитная восприимчивость выше $T_c$

Магнитная восприимчивость выше  $T_c$  описывается уравнением (4.24). Рассмотрим сначала два предельных случая.

1) Коэффициент  $\gamma$  мал или, более точно, удовлетворяет неравенству  $T\langle 1/\sigma \rangle/T_0 \ll 1$ .

В этом случае восприимчивость  $\delta$  обычно мала, и получают следующее приближенное выражение:

$$\chi = \frac{C_1}{T - T_c}, \quad C_1 = \frac{N_0 T_0}{2J\langle 1/\sigma \rangle}. \quad (4.29)$$

В этом случае постоянная Кюри обратно пропорциональна коэффициенту продольной жесткости  $\gamma$ ; это указывает на важность продольной компоненты, или температурной зависимости амплитуды локальных спиновых флуктуаций. Уравнение (4.29) показывает также, что постоянная Кюри велика, когда существен ближний порядок.

2) Коэффициент  $\gamma$  велик, или, более точно, удовлетворяет неравенству  $T_c\langle 1/\sigma \rangle/T_0 \gg 1$ .

Из (4.24) получаем

$$\frac{1+\delta}{\delta} \approx \left\langle \frac{1}{\sigma} \right\rangle \frac{T_c}{T} + \langle \sigma \rangle \left\langle \frac{1}{\sigma} \right\rangle \left( \frac{T_c}{T} \right)^2 + \dots,$$

и постоянная Кюри дается выражением

$$C_t = \frac{N_0 \langle S_j^2 \rangle_c}{3k_B (1 - \langle 1/\sigma \rangle^{-1})}. \quad (4.30)$$

Ситуация сходна со случаем локального момента. В этом случае постоянная Вейсса согласуется с  $T_c$  лишь приблизительно. Кроме того, эффект ближнего порядка обычно увеличивает постоянную Кюри. Этот эффект незначителен в магнитных изоляторах, где  $\langle \sigma \rangle$  обычно достаточно мала.

В промежуточном случае постоянная Кюри приблизительно равна  $C_1 + C_t$ , хотя сам закон Кюри — Вейсса не очень хорошо выполняется в широком интервале температур.

Чтобы более ясно проиллюстрировать общее поведение восприимчивости, мы показали на рис. 17 результат численного расчета с использованием в уравнении (4.24) простой функции распределения

$$P(\sigma) = \left( \frac{2}{\pi a^2} \right) \sqrt{\sigma(2a - \sigma)}. \quad (4.31)$$

Мы изобразили  $z = \delta/a$  для различных значений приведенной температуры Кюри,

$$t_c = \frac{2T_c}{a^2 T_0}, \quad (4.32)$$

где  $a = \langle \sigma \rangle$ , а  $\langle 1/\sigma \rangle = 2/a$ .

Интересно еще раз подчеркнуть, что закон Кюри — Вейсса лучше всего выполняется в обоих вышеупомянутых предельных случаях, а в промежуточной области линейность кривой  $1/\chi(T)$  обычно хуже. Это качественно согласуется с экспериментальными результатами. Для примера мы показали на рис. 18 обратные восприимчивости систем  $Zr_{1-x}Hf_xZn_2$  и  $Zr_{1-x}Ti_xZn_2$ , измеренные Огавой<sup>28</sup>.

В приведенных выше доказательствах мы предположили, что локальная амплитуда спиновых флуктуаций слабо зависит от температуры. Это предположение допустимо во многих случаях, хотя, как мы обсудим в следующем п. е), противоположное допущение также очень интересно.

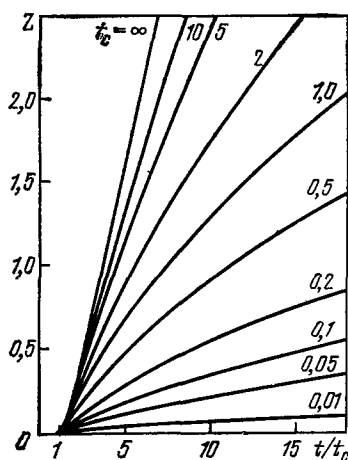


Рис. 17. Зависимость приведенной обратной восприимчивости,  $z = \delta/\langle\sigma\rangle$ , от приведенной температуры для различных значений  $t_c = \langle 1/\sigma \rangle^2 T_c / 2T_0$  (см. текст).

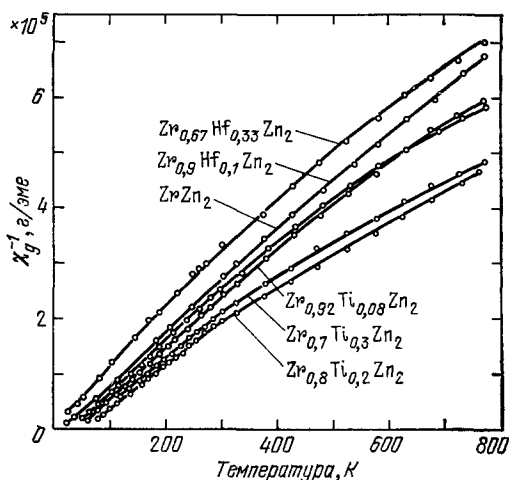


Рис. 18. Обратные магнитные восприимчивости для систем:  $Zr_{1-x}Hf_xZn_2$  и  $Zr_{1-x}Ti_xZn_2$  (из работы<sup>28</sup>).

Одним из заслуживающих внимания моментов в приведенных выше доказательствах может быть то, что нужно знать лишь небольшое число физических параметров, связанных с зонной структурой и с относительной важностью обменного взаимодействия. Таким из наиболее важных новых параметров в теории может стать коэффициент продольной жесткости, характерный для магнитных металлов. В модели Гейзенберга этот коэффициент считается равным бесконечности. Для ознакомления с попытками анализа экспериментальных данных с использованием такого параметра мы отсылаем читателя к работе МТ.

#### е) Термически индуцированные локальные моменты — насыщение амплитуды локальной спиновой флуктуации

Теперь рассмотрим случай, когда амплитуда локальной спиновой флуктуации сильно зависит от температуры; эта ситуация ожидается, когда коэффициент продольной жесткости  $\gamma$  мал, или, что эквивалентно, связь между модами спиновых флуктуаций слаба. Из уравнений (4.15) и (4.20) мы имеем следующее соотношение:

$$\langle S_{ja}^2 \rangle = \frac{k_B T}{2J} \left\langle \frac{1 - \sigma}{\delta + \sigma} \right\rangle. \quad (4.33)$$

Когда температурная зависимость  $\delta$  относительно слаба, тогда  $\langle S_{\alpha}^2 \rangle$  увеличивается с температурой. Важно отметить, что существует верхняя граница для этой амплитуды, возникающая из-за требования нейтральности локального заряда. Иными словами, число электронов в атоме ограничено. Поэтому несколько выше определенной температуры  $T^*$  эта амплитуда будет насыщаться. Предположив теперь, что эта верхняя граница будет равна  $M_c^2$ , мы получим

$$k_B T^* \left\langle \frac{1-\sigma}{1-\bar{\alpha}+\bar{\alpha}\sigma} \right\rangle = \frac{N_0 M_c^2}{\chi_0}, \quad \bar{\alpha} = 2J\bar{\chi}_0.$$

Приняв грубую оценку  $N_0 \bar{\chi}_0 \approx W$ , где  $W$  — ширина зоны, мы получим для малых  $\sigma$ :

$$T^* \approx \frac{(1-\bar{\alpha}+\bar{\alpha}\sigma) M_c^2 W}{k_B}. \quad (4.34)$$

В случае одного электрона на атом, или  $M_c^2 = 1/4$ , и для  $W \approx 1$  эВ,  $T^*$ , как можно легко подсчитать, будет порядка комнатной температуры.

Восприимчивость ниже  $T^*$  дана в выражениях предыдущего параграфа, а восприимчивость выше  $T^*$  определяется из следующего уравнения:

$$\frac{1}{2J} \left\langle \frac{1-\sigma}{\delta+\sigma} \right\rangle = \frac{N_0 M_c^2}{k_B T}. \quad (4.35)$$

Легко видеть, что это уравнение дает кюри-вейссовскую восприимчивость того типа, который бывает при локальном моменте. Таким образом, когда  $T^* > T_c$ , на кривых  $1/\chi(T)$  вблизи  $T^*$  появляется излом, как это схематически показано на рис. 19. Так как выше  $T^*$  только поперечная компонента спиновых флуктуаций дает свой вклад в постоянную Кюри, а ниже  $T^*$  дает вклад также и продольная компонента (или температурное изменение локальной амплитуды спиновых флуктуаций), то постоянная Кюри больше при  $T < T^*$ , чем при  $T > T^*$ .

Такой тип поведения компоненты действительно наблюдали на  $\text{CoS}_2$  и в системе  $\text{Co}(\text{S}_x\text{Se}_{1-x})_2$  ( $x > 0,88$ ) с кристаллической структурой типа пирита. На рис. 20, а мы показали экспериментальные данные Адаши и др.<sup>100</sup>.  $\text{CoS}_2$  — это ферромагнитный металл с  $T_c = 120$  К. Кривая  $1/\chi(T)$  имеет излом вблизи температуры 400 К, которую интерпретируют как температуру  $T^*$ . Наклон выше  $T^*$  соответствует постоянной Кюри, возникающей при наличии локального момента 1  $\mu_B$  на атом  $\text{Co}$ . Модельный расчет для этого случая дан у МТ.

Когда мы замещаем S селеном, температура Кюри понижается и  $T^*$  также убывает, но значительно медленнее. Такая кюри — вейссовская восприимчивость, характерная для наличия локального момента, сохраняется выше  $T^*$  даже и за пределами критической концентрации ( $x < 0,88$ ), как это показано на рис. 20, б. В этом случае мы имеем усиленный обмен парамагнетизм Паули при низких температурах (или при температурах ниже  $T^*$ ), и появление термически индуцированных локальных моментов является очень ярким фактом. Интересное экспериментальное подтверждение такой интерпретации дали недавно Ину и Ясуока<sup>101</sup>, которые измеряли температурную зависимость  $1/T_1$  у  $\text{Co}$  в экспериментах по ЯМР на  $\text{CoSe}_2$ . Эта зависимость линейна по  $T$  при низких температурах и стремится к насыщению выше  $T^*$ ; последний параметр определяли из

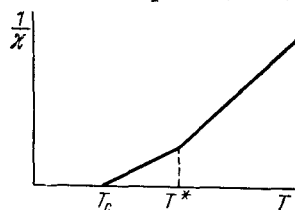


Рис. 19. Обратная восприимчивость выше  $T_c$  у ферромагнитного металла с малым коэффициентом продольной жесткости для спиновых флуктуаций.

Локальная амплитуда спиновой флуктуации насыщается примерно выше температуры  $T^*$ .

кривых  $1/\chi(T)$ , показанных на рис. 20, б. Полученные ими экспериментальные результаты приведены на рис. 21\*).

Таким механизмом можно объяснить также магнитные свойства  $V_2O_3$ , находящегося в металлическом состоянии. Высокотемпературную кюри —

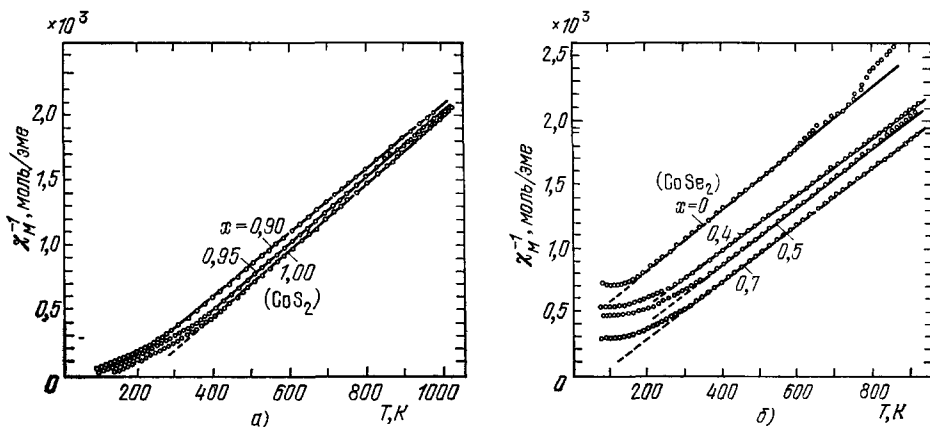


Рис. 20. Обратная магнитная восприимчивость для системы:  $Co(S_xSe_{1-x})_2$ . а)  $x > 0,88$  (случай ферромагнетизма); б)  $x < 0,88$  (случай антиферромагнетизма) (из работы <sup>100</sup>).

вейссовскую восприимчивость Pd также можно связать с этим механизмом. Другим примером может служить почти ферромагнитный полупроводник FeSi, который мы обсудим в следующем разделе.

Мы назвали это явление температурно индуцированным локальным моментом, поскольку амплитуда локальной спиновой флуктуации почти фиксирована выше  $T^*$ , и систему можно рассматривать как систему локальных моментов с ближним порядком.

Резюмируем кратко благоприятные условия для появления термически индуцированных локальных моментов:

1. Энергия Ферми  $\epsilon_F$  близка к краю полосы.

2. Коэффициент  $\lambda$  мал; это осуществляется, когда (локальная) плотность состояний примерно постоянна вблизи  $\epsilon_F$ . Если кривизна ее зависимости от энергии отрицательна, то мы имеем отрицательный коэффициент  $\gamma$ , т. е. взаимодействие мода — мода отрицательно. Эта ситуация, по-видимому, реализуется в FeSi, что мы обсудим в следующем разделе.

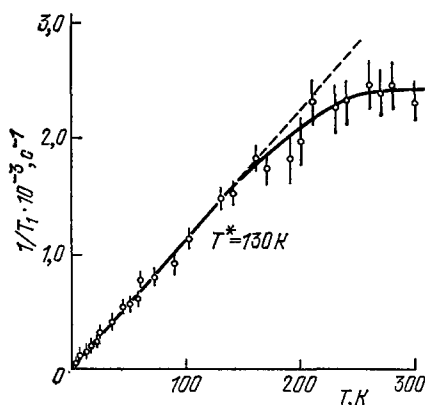


Рис. 21. Скорость релаксации ядерных спинов  $1/T_1$  ядер  $^{59}Co$  в  $CoSe_2$  (из работы <sup>101</sup>).

3.  $\langle \sigma \rangle$  мала; это условие наиболее легко выполняется, когда зона заполнена почти на четверть, или почти на четверть пуста <sup>87</sup>.

\*) Строго говоря, в работе <sup>101</sup> по оси ординат рис. 21 данного обзора отложена величина скорости спин-эха релаксации  $1/T_2'$ , которая связана со скоростью спин-решеточной релаксации  $1/T_1$  формулой  $(T_2')^{-1} = (T_2)_{дип}^{-1} + \alpha (T_1)^{-1}$ , где  $(T_2)_{дип}^{-1}$  — скорость не зависящей от  $T$  дипольной спин-спиновой релаксации,  $\alpha$  — некая постоянная (подробнее см. с. 313 работы <sup>101</sup>).

Следует также заметить, что значение  $T^* = 130$  К ниже значения этой величины, полученной из кривой для  $x = 0$  (рис. 20 б). (Прим. ред.)

4. Когда система парамагнитна при  $T = 0$ , разность  $1 - \alpha$  должна быть малой.

Для более подробного обсуждения мы отсылаем читателя к оригинальным работам <sup>13, 14</sup>. Здесь мы лишь подчеркнем, что при фактическом истолковании этого явления нет необходимости ставить условия насыщения. Если мы должным образом рассчитаем  $\chi_L(x)$ , то проблему можно будет рассматривать в рамках общего формализма, изложенного в п. г) гл. 4. Пример такого рода приведен в следующем разделе.

# ж) Теория почти ферромагнитных полупроводников и необычные свойства FeSi

Одним из успешных приложений обсуждавшейся выше теории явилась работа Такахаши и Мория <sup>102</sup>; они применили эту теорию к почти ферромагнитным полупроводникам и, по-видимому, разрешили длительное время существовавшую загадку, связанную с магнитными и тепловыми свойствами FeSi <sup>103</sup>.

Магнитная восприимчивость соединения FeSi, которое является собственным полупроводником, очень мала при низких температурах, а с ростом температуры она начинает экспоненциально расти вблизи 100 К. После широкого максимума вблизи 500 К она при высоких температурах ведет себя подобно кюри-вейссовской восприимчивости с постоянной

Кюри, соответствующей наличию локального момента, равного примерно  $2\mu_B$  на атом Fe. Для электронной теплоемкости наблюдается аномальный пик вблизи  $\sim 200$  К. Экспериментальные данные приведены на рис. 22.

Джаккарينو и др. <sup>103</sup> пытались объяснить эти явления, используя простую модель полупроводника (энергетическую щель оценивали из экспери-

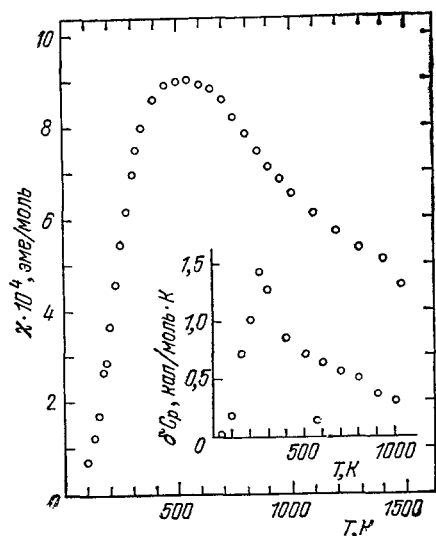


Рис. 22. Магнитная восприимчивость  $\chi$  и аномальная теплоемкость  $\delta C_p$  в FeSi (из работы <sup>103</sup>).

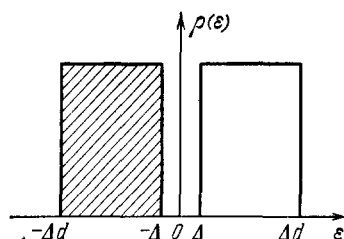


Рис. 23. Модель локальной плотности состояний в полупроводнике FeSi, где  $\rho(\epsilon) = \rho$  для  $\Delta < |\epsilon| < \Delta d$  и  $\rho(\epsilon) = 0$  во всех остальных случаях, и  $(\Delta d - \Delta)\rho = N_0/2$  (см. <sup>102</sup>).

мента,  $\Delta E \approx 1500 k_B$ ) в приближении среднего поля. Соответствующая модель плотности состояний показана на рис. 23. Они пришли к заключению, что хорошее согласие теории и эксперимента получается при неразумных предположениях, а именно, когда ширину и валентной зоны, и зоны проводимости берут равными нулю.

Теперь мы возьмем ту же самую модель плотности состояний рис. 23 и рассмотрим ее как локальную плотность состояний. Тогда  $L(x)$  нужно

рассчитывать из следующих формул:

$$\begin{aligned} \pi N_0 L(x) &= \Omega_0(B) - \Omega_0(0) - N [\mu(B) - \mu(0)], \\ \Omega_0(B) &= \beta^{-1} \sum_{\sigma} \int d\epsilon \rho(\epsilon) \lg \{1 + \exp[-\beta(\epsilon + \sigma B - \mu)]\}, \\ -\frac{\partial \Omega_0}{\partial \mu} &= N, \quad B^2 = \pi J x, \quad \mu - \text{химический потенциал.} \end{aligned} \quad (4.36)$$

После вычислений получаем для первой производной  $L'(t)$

$$L'(t) = -\frac{\alpha t}{b} \lg \frac{[1 + \exp-(d+b)/t][1 + \exp-(1-b)/t]}{[1 + \exp-(d-b)/t][1 + \exp-(1+b)/t]},$$

с

$$\alpha = I\rho, \quad t = k_B \frac{T}{\Delta} \quad \text{и} \quad b = \frac{B}{\Delta}. \quad (4.37)$$

Если для  $P(\sigma)$  мы воспользуемся простой формулой (4.31) и сделаем приближение, сформулированное в (4.21), то магнитную восприимчивость можно рассчитать по (4.20).

Результат такого статического приближения обычно бывает разумным<sup>13</sup>. Особенно поразительным является эффект отрицательного взаимодействия мода — мода при низких температурах, который можно видеть

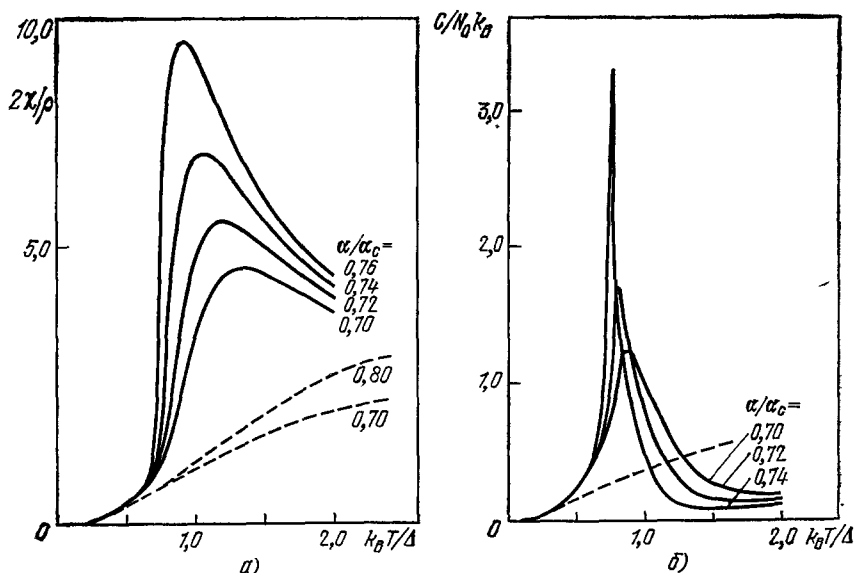


Рис. 24. Теоретические результаты, полученные для (а) магнитной восприимчивости (б) теплоемкости почти ферромагнитных полупроводников с модельной локальной



ся в работе <sup>102</sup>. Подробности можно найти в этой оригинальной работе, а здесь воспроизводим только результат расчетов, показанный на рис. 24.

Учитывая очень простую природу модели, мы можем считать совпадение удовлетворительным. Хотя в действительности FeSi считается почти антиферромагнитным полупроводником, нам требуется лишь слегка модифицировать теорию, а в основном физические свойства этого вещества, как мы считаем, описываются вышеизложенной теорией. Этот пример может послужить хорошим свидетельством силы обсуждавшейся выше теории спиновых флуктуаций.

з) Функционал свободной энергии и зонная структура. Подход в пределе локального момента — обобщенная модель Гейзенберга

Как мы видели в предыдущем разделе, мы можем обсуждать физические свойства различных магнитных металлов, рассчитывая функционалы  $L(\xi_0, x)$  и  $X_{q\alpha}[\xi_0, x]$  из зонных структур этих веществ. В предыдущем параграфе мы воспользовались подходом, основанным на локальной плотности состояний. Такой подход является качественным, и он может быть оправдан, когда моды спиновых флуктуаций с волновыми векторами в малой области  $q$ -пространства играют доминирующую роль. Поэтому возможным обобщением такого подхода должно быть длинноволновое приближение, или подход в пределе локального момента в  $q$ -пространстве с большой амплитудой флуктуаций. Хотя современные теории Коренманна и Прейнджа <sup>84, 89</sup> и Капелльмана <sup>104</sup> идут именно в этом направлении, их применимость ограничена предположением о фиксированной локальной амплитуде спиновой флуктуации. Дальнейшее обобщение такого направления было бы очень желательно.

Мы можем также разработать подход и со стороны противоположного предела, расширив теории так, как это кратко указано в гл. 3. Снова вернувшись к уравнениям (4.6) и (4.7), мы хотим разложить  $\Psi_1(\xi, \eta)$  в ряд по степеням  $\xi_i$  и  $\eta_i$ . Если мы выполним это разложение с использованием свободных пропагаторов  $g$  и возьмем члены, связанные только с единственным узлом, и члены, связанные только с двумя узлами, то мы получим точно тот же самый результат, который обсуждался в п. б) гл. 3.

Теперь воспользуемся пропагаторами, которые учитывают влияние хаотического потенциала в среде. Наш пропагатор имеет вид

$$G = (g^{-1} - 2\sigma_z c_1 \xi_0 - \Sigma)^{-1}, \quad (4.38)$$

где  $\sigma$  — это спиновая матрица Паули, а матрица

$$\Sigma = \begin{pmatrix} \Sigma_0 + \Sigma_1 & 0 \\ 0 & \Sigma_0 - \Sigma_1 \end{pmatrix} \quad (4.39)$$

будет определена позднее. Таким образом, мы имеем

$$\Psi_1 = \beta^{-1} \text{Tr} \{ \lg G - \lg g - \lg [1 - G(V - \Sigma)] \}. \quad (4.40)$$

Теперь подразделим  $G$  на узельно-диагональную часть  $F$  и узельно-недиагональную часть  $\tilde{G}$ :

$$G = F + \tilde{G}, \quad (4.41)$$

$$F(\varepsilon) = N_0^{-1} \sum_k (\varepsilon + \mu - \varepsilon_k - 2\sigma_z c_1 \xi_0 - \Sigma)^{-1} = F_0 + \begin{pmatrix} F_1 & 0 \\ 0 & -F_1 \end{pmatrix}.$$

Тогда выражение (4.40) можно переписать в виде

$$\Psi_1 = \beta^{-1} \text{Tr} \{ \lg G - \lg g - \lg [1 - F(V - \Sigma)] - \lg (1 - \tilde{G}t) \}, \quad (4.42)$$

где

$$t = (V - \Sigma) [1 - F(V - \Sigma)]^{-1} \quad (4.43)$$

— это  $t$ -матрица, являющаяся узельно-диагональной. Теперь разложим  $\Psi_1$  в ряд следующим образом:

$$\Psi_1 = \Psi_1^{(1)} + \Psi_1^{(2)} + \dots, \quad (4.44)$$

где слагаемое  $\Psi_1^{(n)}$  включает все члены, связанные с  $n$  узлами. Первые три члена в (4.42) соответствуют  $\Psi_1^{(1)}$ , а последний член дает все  $\Psi_1^{(n)}$  для  $n > 1$ . Мы считаем, что во многих случаях хорошим приближением будет ситуация, когда мы возьмем члены до  $n = 2$ , т. е. до тех, которые связаны с атомными парами. Фактически локальный член  $\Psi_1^{(1)}$  соответствует  $L[\xi_0, x, y, z]$  в нашем модельном функционале, а  $\Psi_1^{(2)}$  должен дать остальные члены, зависящие от  $q$ .

Теперь проварируем  $\Psi_1$  для определения величины  $\Sigma$ ; минимизируя  $\Psi_1^{(1)}$ , мы получаем

$$\frac{\delta \Psi_1^{(1)}}{\delta \Sigma} = -\beta^{-1} \text{Tr} \left( F^2 - \frac{\delta F}{\delta \Sigma} \right) t = 0.$$

Это приводит к следующему условию в приближении когерентного потенциала (ПКП):

$$\sum_j t_j = \sum_j (V_j - \Sigma) [1 - F(V_j - \Sigma)]^{-1} = 0. \quad (4.45)$$

В то же самое время мы получаем

$$\Psi_1^{(2)} = \frac{N_0}{\pi\beta} \int d\varepsilon \lg [1 + \exp(-\beta\varepsilon)] \text{Im} \left[ \text{Sp} F(\varepsilon) - \frac{2}{N_0} \sum_k g_k(\varepsilon) \right], \quad (4.46)$$

где символ  $\text{Sp}$  означает шпур в спинном пространстве.

$\Psi_1^{(2)}$  можно рассчитать из следующего уравнения:

$$\Psi_1 - \Psi_1^{(1)} = \beta^{-1} \text{Tr} \sum_{k=1}^{\infty} k^{-1} (\tilde{G}t)^k.$$

Взяв в нем все члены, связанные только с двумя узлами. Мы имеем

$$\Psi_1^{(2)} = -\beta^{-1} \sum_n \exp(i\omega_n 0^+) \sum_{j>l} \lg [1 - \text{Sp}(G_{jl}t_l G_{lj}t_j) - \det(G_{jl}t_l G_{lj}t_j)]. \quad (4.47)$$

Если мы разложим в ряд логарифмическую функцию в уравнении (4.47), оставив только билинейные члены в  $t$ -матрицах, и выполним преобразование Фурье, то мы получим зависящие от  $q$  члены нашего модельного функционала.

В реальном расчете мы должны сделать некоторые приближения, которые позволят нам решить уравнение (4.45). Не теряя общности, мы положим  $\langle \delta \xi_j \rangle = 0$  и можем взять  $\langle \eta_j \rangle = 0$ . Одним из возможных приближений является следующее: будем рассматривать  $\langle \delta \xi_{j\alpha}^2 \rangle$ ,  $\langle \eta_j \rangle^2$  и  $\langle \delta \xi_{jz} \eta_j \rangle$  как важные параметры, которые должны быть определены позже самосогласованным образом, и пренебрежем величинами  $\langle (\delta \xi_{j\alpha}^2 - \langle \delta \xi_{j\alpha}^2 \rangle)^2 \rangle$ ,  $\langle (\eta_j^2 - \langle \eta_j^2 \rangle)^2 \rangle$  и т. д.; тогда условие ПКП запишется в виде

$$\begin{aligned} (\Sigma_1 - D_0 F_1) \mathcal{D}_0 &= 2\pi J x_z (1 + 2\Sigma_1 F_1) K_1 + 4\pi U y \Sigma_0 F_1 K_0 + \\ &+ 2\pi \sqrt{UJ} z [(1 + 2\Sigma_1 F_1) K_0 - 2\Sigma_0 F_1 K_1], \\ (\Sigma_0 + D_0 F_0) \mathcal{D}_0 &= -4\pi J x_z \Sigma_1 F_0 K_1 - 2\pi U y (1 + 2\Sigma_0 F_0) K_0 + \\ &+ 2\pi \sqrt{UJ} z [(1 + 2\Sigma_0 F_0) K_1 - 2\Sigma_1 F_0 K_0], \end{aligned}$$

где

$$\left. \begin{aligned} D_0 &= \Sigma_0^2 - \Sigma_1^2 - \pi U y - \pi J x, \\ \mathcal{D}_0 &= 1 + 2\Sigma_0 F_0 + 2\Sigma_1 F_1 + D_0 (F_0^2 - F_1^2), \\ K_n &= F_n + \Sigma_n (F_n^2 - F_{1-n}^2) \quad (n=0, 1), \\ x_\alpha &= \frac{1}{N_0 \beta} \sum_q' \xi_{q\alpha} \xi_{-q\alpha}, \quad x = \sum_\alpha x_\alpha; \\ y &= \frac{1}{N_0 \beta} \sum_q' \eta_q \eta_{-q}, \quad z = \frac{i}{N_0 \beta} \sum_q' \xi_{qz} \xi_{-q}. \end{aligned} \right\} \quad (4.48)$$

$L[\xi_0, x, y, z]$  можно рассчитать из уравнений (4.46) и (4.48), а  $X_{jl}[\xi_0, x, y, z]$  и т. д. можно также рассчитать из (4.47). Здесь мы для краткости приведем только результат, полученный для парамагнитного случая с  $H_0 = 0$ . Члены, описывающие парные взаимодействия, имеют вид

$$\frac{\pi}{\beta} \sum_{j,l} [J X_{jl}(\xi_j, \xi_l) - U Y_{jl} \eta_j \eta_l],$$

где

$$\begin{aligned} X_{jl} &= \frac{1}{\beta} \sum_n \exp(i\omega_n 0^+) \left[ \frac{d}{d^2 + 4\pi U y F^2 (1 + \Sigma F)^2} \right]^2 G_{jl} G_{lj}, \\ Y_{jl} &= \frac{1}{\beta} \sum_n \exp(i\omega_n 0^+) \left[ \frac{(1 + \Sigma F)^2 + \pi (U y + J x) F^2}{d^2 + 4\pi U y F^2 (1 + \Sigma F)^2} \right]^2 G_{jl} G_{lj}, \end{aligned}$$

где

$$d = (1 + \Sigma F)^2 - \pi (U y + J x) F^2. \quad (4.49)$$

В этом случае условие ПКП приобретает вид

$$\begin{aligned} \{\Sigma + [\Sigma^2 - \pi (U y + J x) F] [(1 + \Sigma F)^2 - \pi (U y + J x) F^2] = \\ = -2\pi U y F (1 + \Sigma F) (1 + 2\Sigma F). \end{aligned} \quad (4.50)$$

Если мы в целях дальнейшего упрощения пренебрежем эффектами зарядовых флуктуаций, положив  $y = 0$ , то мы получим

$$X_{jl} = \left( \frac{1}{\beta} \right) \sum_n \exp(i\omega_n 0^+) (1 + \Sigma F)^{-2} G_{jl} G_{lj}. \quad (4.51)$$

Соответствующее условие ПКП сводится к

$$\Sigma = -(\Sigma^2 - \pi J x) F. \quad (4.52)$$

В этом разделе мы показали метод расчета функционала свободной энергии, исходя из заданной зонной структуры. Мы рассмотрели локальные спиновые и зарядовые флуктуации как важные переменные и учли парные взаимодействия между ними. Фактические расчеты, основанные на реальной зонной структуре, хотя и трудны, но, по-видимому, чрезвычайно интересны. Вычисление функционального интеграла (4.6) с использованием полученного здесь функционала может быть выполнено точно тем же способом, что и в п. в) гл. 4, а  $x, y, z$  и  $\xi_0$  должны быть определены самосогласованно. В следующем параграфе мы обсудим общую физическую картину, которая вырисовывается из такого подхода.

#### и) Общее описание магнетизма в системах с узкими зонами и моттовский переход

Формализм, который мы развивали в предыдущих параграфах, дает довольно общее описание магнетизма в электронных системах с узкими зонами. Подход, описанный в п. з) гл. 4, представляет собой рассмотрение

в пределе локального момента, учитывающее взаимодействие между парой локальных спиновых флуктуаций, которые в предельном случае содержат локальные моменты. В этом смысле теорию можно рассматривать как обобщение модели Гейзенберга, и она является обобщением теорий, изложенных в гл. 3.

В излагаемом подходе часть функционала свободной энергии, связанная только с локальной (одноузельной) спиновой флуктуацией, дается уравнением (4.46), а часть, связанная с парным взаимодействием, описывается равенством

$$\frac{\pi J}{\beta} \sum_{j,l} X_{jl}(\xi_j, \xi_l) = \pi J x \frac{\sum_{j,l} X_{jl}(\xi_j, \xi_l)}{\langle \xi_j^2 \rangle}, \quad (4.53)$$

где  $X_{jl}$  определен в (4.49).

Как мы уже видели в п. б) гл. 4, в пределе слабого взаимодействия ( $U \rightarrow 0$ ,  $J \rightarrow 0$ ) теория сводится к теории ХФ — ПСФ, так как если мы оставим только члены второго порядка по  $\xi$ , то коэффициенты  $2\pi J x$  и  $(2\pi J/\beta) \langle \xi_j \xi_l \rangle$  в  $\Psi_1$  станут соответственно локальной и нелокальной восприимчивостями для  $J = 0$ .

Далее мы рассмотрим противоположный предел  $J = U \rightarrow \infty$  в случае наполовину заполненной зоны. Сделаем простое приближение, положив  $y = 0$ . Выполним следующее разложение,

$$F = \frac{1}{(i\omega_n - E - \Sigma)} + \dots, \quad E = \langle \varepsilon_k \rangle, \quad G_{jl} = \frac{t_{jl}}{(i\omega_n - E - \Sigma)^2} + \dots,$$

мы получим  $\Sigma \approx \pi U x / (i\omega_n - E)$ , и из уравнения (4.51)

$$X_{jl} = \frac{1}{\beta} \sum_n \frac{t_{jl} t_{lj}}{(i\omega_n - E)^2 (i\omega_n - E - \Sigma)^2} = - \frac{t_{jl} t_{lj}}{4\pi (U x)^{3/2}}. \quad (4.54)$$

В силу (4.8) мы имеем следующее соотношение:  $\langle \xi_j \xi_l \rangle = (U\beta/\pi) \langle S_j S_l \rangle$ , а в силу (4.15) — соотношение  $x_\alpha \approx U \langle S_{j\alpha}^2 \rangle / \pi = U/4\pi$ ; тогда (4.53) можно переписать в виде

$$\sum_{j,l} U^2 X_{jl} (S_j S_l) = - \sum_{j,l} \frac{2 t_{jl} t_{lj}}{U} (S_j S_l). \quad (4.55)$$

А это есть не что иное, как андерсоновское косвенное обменное взаимодействие. Таким образом, настоящая теория дает правильное описание в пределе сильной корреляции или в пределе изолятора. Из теории, обсуждавшейся в предыдущих параграфах (особенно из п. е) гл. 4), ясно, что в этом случае мы получим кюри-вейссовскую восприимчивость с правильными значениями постоянных Кюри и Вейсса, за исключением квантовых поправок.

Интересно подчеркнуть, что настоящая теория для случая наполовину заполненной зоны, или в применении к магнитным соединениям, дает единое описание, охватывающее и металлическое состояние, и состояние изолятора, и является правильной в обоих этих предельных случаях. Отметим, что ни одна из предыдущих теорий, по-видимому, реально таким свойством не обладала. Теория функций Грина, разработанная Хаббардом<sup>105</sup>, правильна, когда  $U = 0$  и когда мы имеем  $t_{jl} = 0$ , но в пределе малого отношения  $U/t_{jl}$  и малого отношения  $t_{jl}/U$  она дает явно неразумные результаты<sup>5,106</sup>. Таким образом, она должна давать довольно неубедительную интерполяцию. Теория Киро и Лакур-Гайе<sup>93, 94</sup> существенно улучшает в этом отношении хаббардовскую теорию за счет использования

формализма функционального интегрирования, а нашу теорию в применении к моттовскому переходу можно рассматривать как усовершенствование их теории в следующих отношениях: наша теория дает спиновое взаимодействие типа Гейзенберга, в отличие от изинговского взаимодействия в теории Киро и др. Выражения для константы взаимодействия, которые даны в уравнениях (4.49) или (4.51), отличаются от соответствующих уравнений у Лакур-Гайе и Киро<sup>94</sup>; в пределе больших  $U$  последние лишь приближенно дают андерсоновский косвенный обмен. Мы не опираемся только на приближение седловой точки для каждой переменной локального поля, как это делается в теории Киро, и поэтому мы получаем не только правильный закон Кюри — Вейсса для больших  $U$ , но также и спиновые флуктуации в ПСФ в пределе слабого взаимодействия, или малой  $U$ , как это и должно быть. Наконец, мы можем выполнить реальные расчеты температурных зависимостей физических величин, охватывающие весь интервал значений  $U$  для заданной зонной структуры.

Капельманн<sup>104</sup> и Коренман и Прейндж<sup>99</sup> вывели иное выражение для взаимодействия гейзенберговского типа между локальными спиновыми флуктуациями в металле. Однако то, что они пользовались длинноволновым приближением, естественно, ограничивает ценность полученного ими результата.

Реальные расчеты, основанные на формализме, изложенном в предыдущем параграфе, проделали Мория и Хазегава<sup>111</sup> в приближении сильной связи для простой кубической решетки. Мы показали здесь

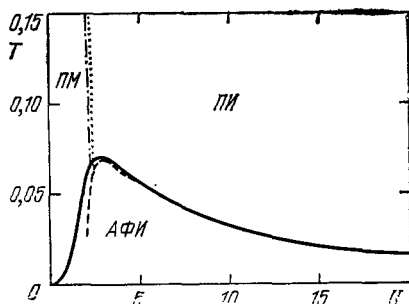


Рис. 25. Теоретическая фазовая диаграмма для наполовину заполненной зоны с сильной связью (простая кубическая решетка).

АФИ — фаза антиферромагнитного изолятора; ПМ — парамагнитная металлическая фаза; ПИ — фаза парамагнитного изолятора;  $U$  и  $k_B T$  взяты в единицах интеграла переноса (см. <sup>111</sup>).

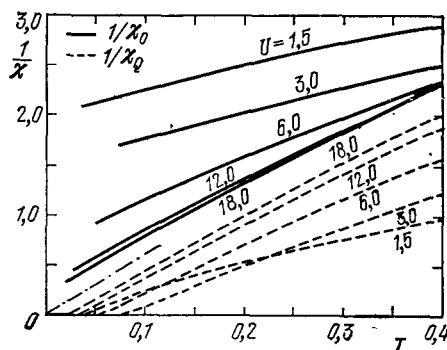


Рис. 26. Обратная восприимчивость при различных  $U$  для наполовину заполненной полосы с сильной связью (простая кубическая решетка).

Сплошные (начала их —  $T_N$ ) и штриховые линии — это восприимчивость по отношению к однородному полю и восприимчивость на волновом векторе антиферромагнетизма; штрих-пунктирная линия указывает наклон для идеального случая локального момента  $U$  и  $1/\chi$  взяты в единицах интеграла переноса (см. работу <sup>111</sup>).

некоторые предварительные результаты, в которых просто положено, что  $y = 0$ . На рис. 25 показана линия фазовой границы для антиферромагнетизма на плоскости  $U - T$  (сплошная линия) для случая наполовину заполненной полосы. Для сравнения пунктиром показан результат приближенного расчета, учитывающего только взаимодействия между ближайшими соседями. Как и следовало ожидать, разность между приближенным и более полным расчетами мала для относительно больших  $U$ . Штрих-пунктирная и пунктирная кривые указывают границу перехода металл-изолятор; член  $\text{Im } F(\mu)$  исчезает по правую сторону от этих линий.

Обратные восприимчивости для различных значений  $U$  показаны на рис. 26. Для больших  $U$  и постоянная Кюри, и постоянная Вейсса стремятся как раз к тем величинам, которых следует ожидать для предельного случая изолятора, а для малых  $U$  восприимчивость является паулиевской. Интересно проследить за постепенным изменением в промежуточной области. В настоящее время расчеты, включающие учет зарядовых флуктуаций, продолжаются, и результаты будут в скорости сообщены.

Для произвольного заполнения зоны, или для нецелого числа электронов на атом, которое может иметь место только для случая перекрывающихся полос, таких как s-, p-, d-зоны в переходных металлах и s-, p-, d-, f- — в редкоземельных металлах, мы лишь частично знаем правильный ответ для

предельного случая сильной корреляции, т. е. в пределе локального момента, как и в обычных 4f-металлах. Задача в случае флуктуирующей валентности, по-видимому, пока не имеет решения.

Однако, напомним, что в промежуточной области мы уже имели совершенно разумную физическую картину, основанную на взаимодействующих локальных состояниях (это было кратко изложено в гл. 3). Поэтому имеет смысл подвести формальную базу под эту физическую картину, позволяющую нам рассчитать различные физические величины из заданной зонной структуры. Наша теория применительно к этому случаю, по-видимому, может сыграть такую роль. Глядя на формулы (4.49) и (4.51), описывающие парные взаимодействия, мы можем легко ожидать, что это взаимодействие должно иметь качественно тот же характер, что и взаимодействие, обсуждавшееся в п. б) гл. 3. Правила знаков для взаимодействия и порядок величины, согласно нашим предположениям, должны быть теми же. Предварительные расчеты функционала  $X_{jl}$  в уравнении (4.49), выполненные Морией

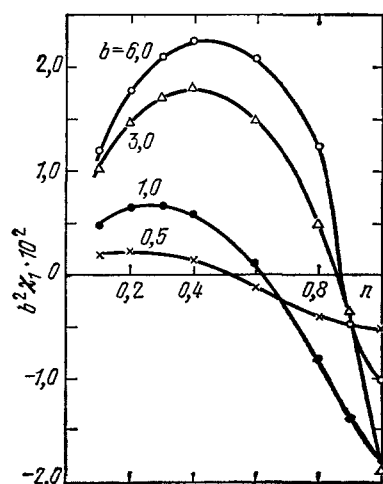


Рис. 27. Эффективное обменное взаимодействие  $b^2 X$  между спиновыми флуктуациями ближайших соседей для различных значений

$$b = \sqrt{\pi U x}.$$

$b^2 X_{jl}$  и  $b$  взяты в единицах интеграла переноса;  $n$  — число электронов на атом (из работы <sup>111</sup>).

и Хазегавой <sup>111</sup> с использованием приближения сильной связи в простой кубической решетке, действительно оправдали эти ожидания. На рис. 27 мы показали зависимость рассчитанных значений  $X_{jl}$  для пар ближайших соседей от электронного заполнения для различных величин  $x$ .

Интервал чисел заполнения при ферромагнитном взаимодействии возрастает с  $x$ . Это может быть связано с особой природой зоны <sup>107</sup>, а возможно и с теорией Нагаоки <sup>108</sup>.

Резюмируя, можно сказать, что мы дали довольно общее описание магнетизма в системах с узкими зонами, включающих и металлы, и изоляторы. Теория дает правильное описание в пределе слабого взаимодействия, слабого ферро- и антиферромагнетизма и в пределе изолятора с сильным взаимодействием. Ожидается также, что она даст разумное описание ферро- и антиферромагнитных металлов в промежуточной области.

Было бы чрезвычайно интересно выполнить расчеты, основанные на нашей теории и использующие реальные зонные структуры для магнитных переходных металлов.

Мы хотели бы здесь упомянуть о некоторых более простых расчетах, выполненных недавно Хазегавой<sup>109</sup> и Хаббардом<sup>98</sup>. Хазегава воспользовался локальным приближением и учел однородное молекулярное поле, помимо хаотического поля локальной спиновой плотности, которое интерпретируется с использованием ИКП. Локальные спиновые моменты, которые параллельны и антипараллельны молекулярному полю, рассчитываются с использованием приближения седловой точки для переменной локального поля и приравниваются к моментам окружающей среды. Он получил разумное значение температуры Кюри для Fe ( $T_c = 800$  K), а также рассчитал кривую  $M(T)$  и восприимчивость выше  $T_c^*$ ). Узами<sup>110</sup> указал, что этот расчет можно произвести, исходя из представленного здесь формализма, используя вариационный метод и пренебрегая в уравнении (4.16) нелокальным членом, содержащим  $X_q[\xi_0, x]$ . Хаббард рассчитал функционал свободной энергии для Fe в случае специфической конфигурации, когда направление спина в отдельном узле поворачивается относительно ферромагнитного момента в основном состоянии. Сравнивая зависимость энергии от ориентации с подобной же зависимостью в соответствующей модели Гейзенберга, он дал оценку  $T_c$ :  $T_c = 700 - 1200$  K\*\*).

Эти две теории представляют локальный подход, и их можно рассматривать как хорошее дополнение к приближению молекулярного поля в модели Гейзенберга. Интересно было бы посмотреть, до какой степени картина локального момента оправдана в железе. По Хаббарду, аналогия очень хороша, но лишь в качественном отношении; локальная спиновая плотность изменяется до некоторой степени с ориентацией спина. Это справедливо также и в теории Хазегавы, основанной на модели типа изинговской.

Одним из важных пунктов здесь является то, что согласно развиваемой здесь теории, картина локального момента должна быть справедливой, когда член с  $X_{ji}$ , описывающий нелокальное взаимодействие в уравнении (4.16), относительно мал. Согласно теориям, изложенным в гл. 3, когда речь идет о промежуточной корреляции, или о d-металлах, эта ситуация осуществляется, по-видимому, когда полоса заполнена почти на четверть, или почти на четверть пуста, и в этом случае должна быть пригодной локальная теория. Хазегава отметил также, что седловая точка, соответствующая локальному спину, который антипараллелен однородной намагниченности, может существовать лишь в ограниченной области значений электронной населенности.

Например, в случае Ni мы ожидаем, что нелокальный член относительно велик и длинноволновое приближение может «работать» лучше, чем локальное приближение. Таким образом, даже для единого понимания только ферромагнитных переходных металлов нам явно необходима теория типа той, которая обсуждается в этой статье.

## 5. ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЕ ЗАМЕЧАНИЯ

Как показано в настоящем обзоре, в последние годы был достигнут значительный прогресс в понимании магнетизма переходных металлов и их сплавов при конечных температурах.

\*) В работах Хазегавы<sup>118, 119</sup> в статическом одноузельном приближении учтены флуктуации обменных полей в одном измерении. Там же были вычислены однородная и «шахматная» восприимчивости, энтропия и удельные теплоемкости ферро- и антиферромагнитных металлов. В «сильном и слабом пределах» поведение этих величин совпадает с известными результатами. (Прим. ред.)

\*\*) В работах Хаббарда<sup>120</sup>, Гребенникова, Прокопьева, Соколова и Турова<sup>135</sup> помимо трехмерных флуктуаций спиновой плотности учтена и флуктуация зарядовой плотности. Рассмотренные в<sup>135</sup> температурные зависимости намагниченности, парамагнитной восприимчивости, значения точек Кюри для Fe и Ni находятся в хорошем согласии с опытом. (Прим. ред.)

Было указано на важность слабо ферро- и антиферромагнитных металлов как предельного случая, противоположного случаю локального момента, и была разработана самосогласованная перенормировочная теория спиновых флуктуаций как подход со стороны этого предела. Успех этой теории сейчас представляется очевидным благодаря подтверждениям, которые она получила со стороны ряда последующих теоретических и экспериментальных работ в этой области, изложенных в гл. 2.

Этот успех убедил нас, что термодинамические свойства магнитных веществ с коллективизированными электронами хорошо описываются в терминах обычных спиновых флуктуаций, которые включают в себя случай локального момента и случай слабых ферро- и антиферромагнетиков, как взаимно противоположные пределы. Это побудило нас разработать единую теорию, которая осуществляет интерполяцию между этими двумя пределами.

Как обсуждается в гл. 4, интерполяционная теория основана на формализме функционального интегрирования, а средняя амплитуда локальной спиновой флуктуации выбирается в качестве одной из наиболее важных физических переменных. Эта переменная может принимать любое значение ниже некоторой граничной величины. Кроме того, мы разработали метод учета нелокальной природы спиновых флуктуаций, такой, что интерполяция между предельным случаем локального момента и предельным случаем слабо ферро- и антиферромагнетизма оказывается правильной. Продольные компоненты локальной спиновой флуктуации, или температурная зависимость амплитуды локальной спиновой флуктуации, доминируют в определении термодинамических свойств слабо ферро- и антиферромагнитных металлов, в то время как поперечные компоненты спиновых флуктуаций играют доминирующую роль в пределе локального момента или случая насыщенной амплитуды локальной спиновой флуктуации. В промежуточной области важны и те и другие компоненты.

Мы получили, что в некоторых случаях, когда коэффициент продольной жесткости мал, амплитуда локальной спиновой флуктуации быстро растет с температурой и в некоторых случаях достигает насыщения выше некоторой температуры  $T^*$ . Это температурное изменение амплитуды локальной спиновой флуктуации, включая и новое понятие «индуцированного температурой локального момента», объяснило некоторые явления, не имевшие до сих пор объяснения, и ожидается, что оно будет играть важную роль в общем понимании магнетизма различных металлов и сплавов.

Мы разработали также теорию расчета функционала свободной энергии из заданной зонной структуры. Этот функционал включает в себя переменные, соответствующие локальной амплитуде спиновых флуктуаций, и состоит из членов, связанных с отдельными узлами, и членов, связанных с парами узлов; последние описывают взаимодействие между парой локальных спиновых флуктуаций.

Это является обобщением модели Гейзенберга на случай переменной амплитуды локальной спиновой флуктуации, и важные параметры получают из зонной структуры. Мы показали, что эта теория, примененная к магнитным соединениям, дает совершенно правильное описание магнитных изоляторов в пределе сильной связи и нормальных металлов в пределе слабой связи, и поэтому она дает улучшенное описание моттовского перехода.

Для магнитных металлов эта теория дает более прочное обоснование существовавших ранее и имевших качественные успехи теорий, основанных на локальных моментах, возникающих в моделях Андерсона или Вольфа — Клогстона, и их сочетания.



Таким образом, мы дали совершенно общую картину магнетизма электропной системы с узкими зонами, включающую и металлы, и изоляторы, и мы считаем, что в своей основе она совершенно правильна. Однако следует отметить, что в этой теории сделано много упрощающих предположений во многих аспектах. Нелинейность амплитуды спиновых флуктуаций учитывается только в локальной и однородной компонентах. Это упрощение, по нашему мнению, является достаточно хорошим, чтобы дать общее описание магнитных металлов, а когда это необходимо, мы должны ввести в рассмотрение больше членов, соответствующих специфическим случаям. Например, в теории сосуществования ферро- и антиферромагнетизма и перехода между этими состояниями<sup>42</sup> мы должны рассмотреть дополнительную нелинейность, связанную с компонентой спиновой плотности, соответствующей намагниченности подрешеток.

При нашем едином описании мы воспользовались статическим приближением, которое разумно при высоких температурах, хотя по-прежнему необходимо иметь правильную трактовку квантовых эффектов. Хотя полученные нами физические выводы, особенно в случае относительно больших амплитуд спиновых флуктуаций, вероятнее всего, совершенно правильны, следующим шагом важно учесть динамические эффекты. Это особенно существенно при низких температурах. Убедительная интерпретация динамических эффектов до сих пор дана лишь только в слабо ферро- и антиферромагнитном пределе и в пределе локального момента.

Другая важная тема, которая пока не получила надлежащего истолкования — это эффекты, связанные с нулевыми флуктуациями, или с многочастичными эффектами в основном состоянии. Эти эффекты, по-видимому, существенны в 4f-системах с промежуточной валентностью.

#### *Благодарности \*)*

Автор хотел бы поблагодарить д-ра С. Огаву, профессоров К. Адачи, К. Асайама, И. Масуда, Н. Мори и Х. Ясуоку за то, что они предоставили в наше распоряжение графики своих экспериментальных результатов. Он благодарит также профессора Х. Ясуоку, д-ров Х. Хазегаву и К. Уеду и м-ра И. Такахашу за их замечания при чтении рукописи.

Институт физики твердого тела,  
Токийский университет

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Heisenberg W.— Zs. Phys., 1928, Bd. 49, S. 619.
2. Bloch F.— Ibid., 1929, Bd. 57, S. 545.
3. Slater J. C.— Phys. Rev., 1936, v. 49, p. 537, 931.
4. Stoner E. C.— Proc. Roy. Soc. Ser. A, 1936, v. 154, p. 656; 1938, v. 165, p. 372.
5. Обзор исторического развития теории до 1963 г. см., например: Herring C.— Magnetism, V. IV/Eds. G. T. Rado, H. Suhl — N.Y.: Academic Press, 1966.
6. Mott N. F.— Proc. Phys. Soc. Ser. A, 1949, v. 62, p. 416.
7. Anderson P. W.— Phys. Rev., 1959, v. 115, p. 2.
8. Van Vleck J. H.— Rev. Mod. Phys., 1953, v. 25, p. 220.
9. Anderson P. W.— Phys. Rev., 1961, v. 124, p. 41.
10. Friedel J.— Can. J. Phys., 1956, v. 34, p. 1190; Nuovo Cimento, Suppl., 1958, v. 2, p. 287.
11. Matthias B. T., Bozorth R. M.— Phys. Rev., 1958, v. 109, p. 604, (ZrZn<sub>2</sub>).  
Matthias B. T., Clogston A. M., Williams H. J., Corenzwit E., Sherwood R. C.— Phys. Rev. Lett., 1961, v. 7, p. 7 (Sc<sub>3</sub>In).
12. См. краткий обзор: Moriya T.— Physica Ser. B, 1977, v. 86—88, p. 356; 1977, v. 91, p. 235; см. также<sup>82</sup>.

\*) Редактор перевода выражает благодарность В. И. Гребенникову, Ю. И. Прокопьеву, О. Б. Соколову и Е. А. Турову за ценные замечания при редактировании перевода.

13. Moriya T., Takahashi Y.— J. Phys. Soc. Japan, 1978, v. 45, p. 397; J. de Phys., 1978, t. 39, C6-III, p. 1466.
14. Moriya T.— Sol. State Comm., 1978, v. 26, p. 483.
15. Slater J. C.— Phys. Rev., 1937, v. 52, p. 198.
16. Herring C., Kittel C.— Ibid., 1951, v. 81, p. 869.  
Herring C.— Ibid., 1952, v. 87, p. 60.
17. Izuyama T., Kim D. J., Kubo R.— J. Phys. Soc. Japan, 1963, v. 18, p. 1025.
18. Izuyama T., Kubo R.— J. Appl. Phys., 1964, v. 35, p. 1074.
19. Doniach S., Engelsberg S.— Phys. Rev. Lett., 1966, v. 17, p. 750.
20. Berk N., Schrieffer J. R.— Ibid., 1966, v. 17, p. 433.
21. Brinkman W. F., Engelsberg S.— Phys. Rev., 1968, v. 169, p. 417.
22. Beal-Monod, M. T., Ma S. K., Fredkin D. R.— Phys. Rev. Lett., 1968, v. 20, p. 929.
23. Moriya T., Kawabata A.— J. Phys. Soc. Japan, 1973, v. 34, p. 639; 1973, v. 35, p. 669; in: Proc. Intern. Conference on Magnetism.— Moscow, 1973.— V. IV, p. 5.
24. Moriya T.— Phys. Rev. Lett., 1970, v. 24, p. 1433; v. 25, p. 197.
25. Beille J., Bloch D., Besnus M. J.— J. Phys. Ser. F, 1974, v. 4, p. 1275.
26. Sato M.— J. Phys. Soc. Japan, 1975, v. 39, p. 98.
27. Murata K. K., Doniach S.— Phys. Rev. Lett., 1972, v. 29, p. 285.
28. Ogawa S.— Res. Electrotechn. Lab., 1972, No. 735.
29. Takeuchi J., Masuda Y.— J. Phys. Soc. Japan, 1979, v. 46, p. 468.
30. Ramakrishnan T. V.— Phys. Rev. Ser. B, 1974, v. 10, p. 4014.
31. Kawabata A.— J. Phys. Ser. F, 1974, v. 4, p. 1477.
32. Hertz J. A., Klenin M. A.— Phys. Rev. Ser. B, 1974, v. 10, p. 1084.
33. Hertz J. A., Klenin M. A.— Physica, Ser. B, 1977, v. 91, p. 49, и частное сообщение.
34. Gumbs G., Griffin A.— Phys. Rev. Ser. B, 1976, v. 13, p. 5054.
35. Kuroda Y., Nagi A. D. S.— Ibid., 1977, v. 15, p. 4460.
36. Дзялошинский И. Е., Кондратенко П. С.— ЖЭТФ, 1976, т. 70, с. 1987.
37. Hasegawa H., Moriya T.— J. Phys. Soc. Japan, 1974, v. 36, p. 1542.
38. Ishikawa Y., Endo Y., Ikeda S.— Ibid., 1973, v. 35, p. 1616.
39. Kitaoka Y., Yasuoka H., Oka K., Kosuge K., Kachi S.— Ibid., 1979, v. 46, p. 1381.
40. Moriya T.— Sol. State Comm., 1976, v. 20, p. 291.
41. Makoshi K., Moriya T.— J. Phys. Soc. Japan, 1978, v. 44, p. 80.
41. Ishikawa Y., Tajima K., Bloch D., Roth M.— Sol. State Comm., 1976, v. 19, p. 525.
42. Motoya K., Yasuoka H., Nakamura Y.— Ibid., p. 529.
42. Moriya T., Usami K.— Ibid., 1977, v. 23, p. 935.
42. Usami K., Moriya T.— J. Phys. Soc. Japan, 1978, v. 44, p. 122.
43. Hasegawa H.— J. Low Temp. Phys., 1978, v. 31, p. 475, 845.
44. Makoshi K., Moriya T.— J. Phys. Soc. Japan, 1975, v. 38, p. 10.
45. Knapp G. S., Isaacs L. L., Culbert H. V., Conner R. A.— AIP Conf. Proc., 1971, v. 5, p. 467.
46. Viswanathan R., Luo H. L., Massetti D. O.— Ibid., p. 1290.
47. De Dood W., de Chatel P. F.— J. Phys. Ser. F, 1973, v. 3, p. 1039.
48. Hasegawa H.— J. Phys. Soc. Japan, 1975, v. 38, p. 107.
49. Castaing J., Costa P., Heritier M., Lederer P.— J. Phys. Chem. Sol., 1972, v. 33, p. 533.
50. Mamiya T., Masuda Y.— J. Phys. Soc. Japan, 1976, v. 40, p. 390.
51. Shinkoda T., Kumagai K., Asayama K.— Ibid., 1979, v. 46, p. 1754.
52. Moriya T.— Ibid., 1963, v. 18, p. 516.
53. Moriya T., Ueda K.— Sol. State Comm., 1974, v. 15, p. 169.
53. Ueda K., Moriya T.— J. Phys. Soc. Japan, 1975, v. 38, p. 32.
54. Moriya T.— Prog. Theor. Phys., 1956, v. 16, p. 23, 641.
55. Kontani M., Hioki T., Masuda Y.— Sol. State Comm., 1976, v. 18, p. 1251, Physica Ser. B, 1977, v. 86, p. 399.
56. Masuda Y., Hioki T., Oota A.— Physica, Ser. B, 1977, v. 91, p. 291.
57. Yasuoka H., Jaccarino V., Sherwood R. C., Wernick J. H.— J. Phys. Soc. Japan, 1978, v. 44, p. 842.
58. Hayano R. S., Uemura Y. J., Imazato J., Nishida N., Yamazaki T., Yasuoka H., Ishikawa Y.— Phys. Rev. Lett., 1978, v. 41, p. 1743.
59. Mochizuki I., Yamagata H.— J. Phys. Soc. Japan, 1976, v. 40, p. 907.

60. Akimoto S., Kohara T., Asayama K.—Sol. State Comm., 1975, v. 16, p. 1127.
- Katayama M., Akimoto S., Asayama K.—J. Phys., Soc. Japan, 1977, v. 42, p. 97.
61. Borsa F., Lecander R. G.—Sol. State Comm., 1976, v. 20, p. 389.
62. Kitaoka Y., Yasuoka H., Tanaka T., Ishizawa Y.—Ibid., 1978, v. 26, p. 87.
63. Mills D. L., Lederer P.—J. Phys. and Chem. Sol., 1966, v. 27, p. 1805.
64. Schindler A. J., Rice M. J.—Phys. Rev., 1967, v. 164, p. 759.
65. Mathon J.—Proc. Roy. Soc. Ser. A, 1968, v. 306, p. 355.
66. Ueda K., Moriya T.—J. Phys. Soc. Japan, 1975, v. 39, p. 605.
67. Ogawa S.—Ibid., 1976, v. 40, p. 1007.
68. Hioki T., Masuda Y.—Ibid., 1977, v. 43, p. 1200.
69. Ueda K.—Sol. State Comm., 1976, v. 19, p. 965.
70. Ueda K.—J. Phys. Soc. Japan, 1977, v. 43, p. 1497.
71. Watanabe T., Môri N., Mitsui T.—Sol. State Comm., 1976, v. 19, p. 837.
72. Kamada M., Môri N., Mitsui T.—J. Phys. Ser. C, 1977, v. 10, p. L643.
73. Usami K.—J. Phys. Soc. Japan, 1978, v. 45, p. 466.
74. Murayama S., Nagasawa H.—Ibid., 1977, v. 43, p. 1216.
75. Takahashi Y., Moriya T.—Ibid., 1978, v. 44, p. 850.
76. Mahoshi K.—Ibid., 1979, v. 46, p. 1767.
77. Kusaka S., Yamamoto K., Komatsubara T., Ishikawa Y.—Sol. State Comm., 1976, v. 20, p. 927.
78. Isoda M.—J. Phys. Soc. Japan, 1979, v. 46, p. 1161.
79. Mook H. A., Lynn J. W., Nicklow R. M.—Phys. Rev. Lett., 1973, v. 30, p. 556.
80. Lynn J. W.—Phys. Rev. Ser. B, 1976, v. 11, p. 2624.
81. Moriya T.—J. Phys. Soc. Japan, 1976, v. 40, p. 933.
82. Moriya T.—Physica. Ser. B, 1977, v. 91, p. 235.
83. Ishikawa Y., Shirane G., Tarvin J. A., Kohgi M.—Phys. Rev. Ser. B, 1977, v. 16, p. 4956.
84. Korenman V., Murray J. L., Prange R. E.—Ibid, p. 4032, 4048, 4058.
85. Sokoloff J. B.—J. Phys. Ser. F, 1975, v. 5, p. 1946.
86. Alexander S., Anderson P. W.—Phys. Rev. Ser. A, 1964, v. 133, p. 1594.
87. Moriya T.—Sol. State Comm., 1964, v. 2, p. 239; Prog. Theor. Phys., 1965, v. 33, p. 157; см. также: Proc. of Intern. School of Physics «Enrico Fermi». Course 37; Theory of Magnetism in Transition Metals/Ed. W. Marshall.—N. Y.: Academic Press, 1967.—P. 206.
88. Caroli B.—J. Phys. and Chem. Sol., 1967, v. 28, p. 1427.
89. Inoue M., Moriya T.—Prog. Theor. Phys., 1967, v. 38, p. 41.
90. Friedel J., Lehman G., Olszewski M.—J. Appl. Phys., 1961, v. 32, p. 325S.
91. Blandin A., Lederer P.—In: Proc. of Intern. Conference on Magnetism Nottingham — 1964.—P. 71; Phil. Mag., 1966, v. 14, p. 363.
92. Schrieffer J. R., Evenson W. E., Wang S. Q.—J. de Phys., 1971, t. 32, p. Cl.  
См. также\*: Evenson W. E., Schrieffer J. R., Wang S. Q.—J. Appl. Phys., 1970, v. 41, p. 1199 \*).
93. Cyrot M.—J. de Phys., 1972, v. 33, p. 125; Phil. Mag., 1972, v. 25, p. 103.
94. Lacour-Gayet P., Cyrot M.—J. Phys. Ser. C, 1974, v. 7, p. 400.
95. Liu S. H.—Phys. Rev. Ser. B, 1977, v. 15, p. 4281, 1978, v. 17, p. 3629.
96. Rhodes P. R., Wohlfarth E. P.—Proc. Roy. Soc., 1963, v. 273, p. 247.
97. Стратонович П. Л.—ДАН СССР, 1957, т. 115, с. 1097,  
Hubbard J.—Phys. Rev. Lett., 1959, v. 3, p. 77.  
См. также<sup>92</sup>.
98. Hubbard J.—Phys. Rev. Ser. B, 1979, v. 19, p. 2626.
99. Korenman V., Prange R. E.—Phys. Rev. Ser. B, 1979, v. 19, p. 4691, 4698.
100. Adachi K., Sato K., Takeda M.—J. Phys. Soc. Japan, 1969, v. 26, p. 631.
101. Inoue N., Yasuoka H.—Sol. State Comm., 1979, v. 30, p. 341.
102. Takahashi Y., Moriya T.—J. Phys. Soc. Japan, 1979, v. 46, p. 1451.
103. Jaccarino V., Wertheim G. K., Wernick J. H., Walker L. R., Aaraj S.—Phys. Rev., 1967, v. 160, p. 467.

\* ) Ссылки, отмеченные знаком \*, добавлены редактором перевода.

104. Capellmann H.— J. Phys. Ser. F, 1974, v. 4, p. 1466; Zs. Phys. Ser. B, 1979, Bd. 34, S. 29;\* Z. Phys. Ser. B, 1979, Bd. 35, S. 269. См. также 125\*.
105. Hubbard J.— Proc. Roy. Soc. Ser. A, 1964, v. 281, p. 401.
106. Kawabata A.— Prog. Theor. Phys., 1972, v. 48, p. 1793.
107. Penn D.— Phys. Rev., 1966, v. 142, p. 350.
108. Nagaoka Y.— Ibid., 1966, v. 147, p. 392.
109. Hasegawa H.— J. Phys. Soc. Japan, 1979, v. 46, p. 1504.
110. Usami K., Moriya T.— Tech. Rept. ISSP Ser. A, 1979, No 1000.
- 111\*. Moriya T., Hasegawa H.— J. Phys. Soc. Japan, 1980, v. 48, p. 1490.
- 112\*. El-Hannany U., Warren W. W.— Phys. Rev. Ser. B, 1975, v. 12, p. 861.
- 113\*. Frenkel Ya. I.— Zs. Phys., 1928, Bd. 49, S. 31.
- 114\*. Shubin S. P., Vonsovskii S. V., Proc. Roy. Soc. Ser. A, 1934, v. 145; p. 159; Phys. Zs. UdSSR, 1935, Bd. 7, S. 292; 1936. Bd. 10, s. 348.
- 115\*. Felner I., Nowik I.— Phys. Rev. Lett., 1980, v. 45, p. 2128.
- 116\*. Lynn J. W., Mook H. A.— Phys. Rev. Ser. B, 1981, v. 23, p. 198.
- 117\*. Katsnelson M. J., Vonsovskii S. V.— JMMM, v. 15-18, p. 275.
- 118\*. Hasegawa H.— J. Phys. Soc. Japan, 1980, v. 49, p. 178.
- 119\*. Hasegawa H.— Ibid., 1980, v. 49, 577.
- 120\*. Hubbard J.— Phys. Rev. Ser. B, 1979, v. 20, p. 4584.
- 121\*. Korenman V., Prange R. E.— Sol. State Comm., 1979, v. 31, p. 909.
- 122\*. Korenman V., Prange R. E.— Phys. Rev. Lett., 1980, v. 44, p. 1291.
- 123\*. You M. V., Heine V., Holden A. J., Lin-Chung P. J.— Ibid., 1980, v. 44, p. 1282.
- 124\*. Cappelman H.— Sol. State Comm., 1979, v. 30, p. 7.
- 125\*. Cappelman H.— JMMM, 1980, v. 21, p. 213.
- 126\*. Murata K. K.— Phys. Rev. Ser. B, 1975, v. 12, p. 282.
- 127\*. Mishra S. G., Ramakrishnan T. V.— Ibid., 1978, v. 18, p. 2308.
- 128\*. Cooke J. F.— JMMM, 1979, v. 14, p. 112.
- 129\*. Ishikawa Y.— Ibid., 1979, v. 14, p. 123.
- 130\*. Куземский А. Л.— ЭЧАЯ, 1981, т. 12, с. 366.
- 131\*. Kitaoka Y., Yasuoka H.— J. Phys. Soc. Japan, 1980, v. 48, p. 1460, 1949.
- 132\*. Lynn J. W., Mook H. A.— Phys. Rev. Ser. B, 1981, v. 23, p. 198.
- 133\*. Takeuchi J., Sasakura H., Masuda Y.— J. Phys. Soc. Japan, 1980, v. 49, p. 508.
- 134\*. Hayano R. S., Uemura Y. J., Imazato J., Nishida N., Nogmine K., Yamazaki T., Ishikawa Y., Asuoka H. Y.— Ibid., 1980, v. 49, p. 1773.
- 135\*. Гребенников В. И., Прокопьев Ю. И., Соколов О. Б., Туров Е. А.— ФММ, 1981, т. 52, с. 1167.