

УСПЕХИ ФИЗИЧЕСКИХ НАУК

523.8

**ТЕОРИЯ ЯДЕРНОГО СИНТЕЗА В ЗВЕЗДАХ: ПРОЦЕСС  
МЕДЛЕННОГО НЕЙТРОННОГО ЗАХВАТА****В. П. Чечев, Я. М. Грамаровский**

## СОДЕРЖАНИЕ

Введение . . . . .	431
1. Астрофизические предпосылки s-процесса . . . . .	432
2. Неразветвленный s-процесс. Классическая теория . . . . .	435
а) Качественное рассмотрение (435). б) Теория SFHZ (437). в) Точное решение (443). г) Сравнение с экспериментом (446). д) Импульсный s-процесс (448).	
3. Разветвление s-процесса . . . . .	450
4. Термодинамические условия s-процесса . . . . .	455
5. Космохронология s-процесса . . . . .	459
6. Окончание s-процесса . . . . .	462
Краткие выводы . . . . .	464
Цитированная литература . . . . .	466

**Т** «Самая непостижимая вещь в мире — это то, что мир все-таки постижим».

*А. Эйнштейн*

## ВВЕДЕНИЕ

По современным представлениям образование химических элементов в природе (нуклеосинтез) происходит в различных процессах в несколько стадий: 1) космологический нуклеосинтез в горячей Вселенной, 2) синтез элементов в звездах, 3) нуклеосинтез под действием космических лучей.

Во время расширения Вселенной от горячей плотной стадии в первые 3 минуты синтезируются самые легкие элементы, в основном гелий-4 и значительно меньшее количество дейтерия и гелия-3. Наблюдаемый выход гелия-4 хорошо согласуется с расчетами по горячей модели <sup>1-4</sup>. В то же время эта модель не в состоянии удовлетворительно объяснить синтез более тяжелых элементов, так как плотность и температура при расширении Вселенной быстро падают.

Дальнейший синтез элементов протекает в недрах звезд первого поколения <sup>5 \*</sup>). Его подразделяют на два типа: статический и взрывной нуклеосинтез <sup>6</sup>.

Статический нуклеосинтез происходит в процессе эволюции стационарных звезд и связан с горением в их недрах водорода, гелия и более тяжелых элементов. Гелий-4 космологического происхождения вместе с гелием, образовавшимся в результате горения водорода, преобразуется

<sup>\*</sup>) Мы здесь не обсуждаем синтез легких элементов, который может происходить в звездах в медленных процессах, например, в  $p + p$ -реакциях. Наша задача состоит в рассмотрении медленных процессов нейтронного захвата, приводящих к синтезу элементов тяжелее железа.

в углерод-12, который может служить исходным материалом для синтеза кислорода и кремния.

При более высоких температурах ( $\geq 10^9$  К) возможно слияние ядер кислорода и кремния. При этом реакции захвата заряженных частиц оказываются в равновесии с обратными реакциями фоторасщепления (е-процессы нуклеосинтеза <sup>7</sup>). Они приводят к образованию железа ( $^{56}\text{Fe}$ ) и близких к нему элементов в условиях термодинамического равновесия. При этом в медленно эволюционирующей звезде температура среды возрастает не слишком быстро, так что реакции синтеза протекают при наименьшей из тех температур, при которой они эффективны.

Если температура вещества возрастает очень быстро до гораздо более высоких значений, то реакции горения углерода, кислорода и кремния начинают происходить взрывообразно. В этом случае (взрывной нуклеосинтез) конечные продукты горения будут отличаться от продуктов статического синтеза. При взрыве, когда температура достигает  $4 \cdot 10^9$  К, вещество почти полностью будет состоять из железа и его соседей по периодической системе элементов.

Ядра железа характеризуются максимальной энергией связи на один нуклон, энергетически это наиболее устойчивые ядра, поэтому существование элементов тяжелее железа нельзя объяснить термоядерными реакциями слияния. Синтез этих элементов в таких реакциях происходил бы уже не с выделением энергии, а с ее значительной затратой, и, кроме того, ядерные реакции, в которых принимает участие большое количество легких элементов, обладают весьма малой вероятностью.

Сьюесс и Юри <sup>8</sup> предложили, а М. и Дж. Бёрбиджи, Фаулер и Хойл <sup>9</sup> детально показали, что синтез тяжелых элементов может происходить с помощью захвата свободных нейтронов двумя различными путями, которые получили название s- и r-процессов.

r-процесс — это быстрый последовательный захват большого количества нейтронов, опережающий  $\beta$ -распад. Он имеет место лишь при достаточно высоких плотностях потока нейтронов ( $10^{27} - 10^{40}$  нейтрон  $\cdot$  см $^{-2}$ с $^{-1}$ ) во взрывах сверхновых звезд, когда происходит вспышка разогретых ударной волной звездных слоев, содержащих исходный материал из более легких элементов.

s-процесс представляет собой медленный захват нейтронов, при котором образовавшиеся неустойчивые ядра распадаются раньше, чем успеет присоединиться следующий нейтрон. Этот процесс характеризуется умеренными плотностями потока нейтронов ( $10^{15} - 10^{16}$  нейтрон  $\cdot$  см $^{-2}$ с $^{-1}$ ) и возможен при сгорании гелиевых и углеродных оболочек массивных звезд и красных гигантов, а при импульсных процессах — также и звезд средних масс.

Из двух процессов нейтронного захвата s-процесс более удобен для детального исследования в лабораторных условиях, так как основное звено в цепи s-процесса (нейтронный захват с последующим  $\beta$ -распадом) хорошо моделируется в эксперименте. Это является одной из причин того факта, что теория s-процесса в настоящее время разработана полнее, чем теория быстрого нейтронного захвата.

#### 1. АСТРОФИЗИЧЕСКИЕ ПРЕДПОСЫЛКИ s-ПРОЦЕССА

Существуют наблюдательные основания считать, что у большинства звезд главной последовательности (в частности, Солнца) химический состав их атмосфер близок к первоначальному составу, т. е. к составу межзвездной среды, из которой они образовались. Химический состав Солнца очень сходен с составом Земли и метеоритов (если пренебречь потерей

летучих газов). В то же время самые старые из известных звезд — субкарлики, образовавшиеся на самых ранних стадиях истории Галактики, — содержат меньше тяжелых элементов, чем Солнце <sup>10</sup>.

Это позволяет предположить, что значительное количество тяжелых элементов, которое наблюдается в молодых звездах, синтезировалось вскоре после образования Галактики в недрах массивных звезд первого поколения в процессе их быстрой ( $\sim 100$  млн. лет) эволюции, заканчивающейся вспышками сверхновых. По-видимому, в начале эволюции Галактики частота взрывов сверхновых была гораздо больше, чем сейчас. При взрывах сверхновых в межзвездную среду выбрасывается значительное количество их вещества, которое в дальнейшем перемешивается с межзвездным газом. Вещество, выброшенное из звезд первого поколения, послужило в дальнейшем материалом для образования звезд второго поколения (в том числе Солнца \*). Химический состав будущей Солнечной системы мог также частично измениться, обогатившись тяжелыми элементами за счет взрыва сверхновой непосредственно в окрестностях Солнца <sup>11</sup>.

На окончательном химическом составе выбрасываемого вещества гораздо сильнее сказываются процессы нуклеосинтеза, протекающего в момент взрыва сверхновой, которые обусловлены мощными потоками нейтронов, чем ядерные реакции, протекающие в звезде до взрыва. При этом основной процесс нуклеосинтеза в момент взрыва, характеризующийся временами 1—100 с, — это  $r$ -процесс \*\*).

В настоящем разделе мы не имеем возможности рассмотреть все предположения, связанные с синтезом тяжелых элементов, и ограничимся лишь качественным анализом астрофизических условий  $s$ -процесса. Детальный анализ современного состояния, где и при каких условиях происходил и происходит медленный захват нейтронов с образованием тяжелых элементов, дан в обзоре Вирджинии Тримбл <sup>15</sup>.

Теория ядра диктует условия, при которых может встречаться  $s$ -процесс, а астрофизика определяет подходящее для него место. Термодинамические условия медленных процессов нуклеосинтеза позволяют считать, что они осуществляются на нормальной стадии эволюции звезд.

Для звезды, проходящей нормальный эволюционный путь, есть три характерных времени, в течение которых ее свойства могут существенно измениться: 1) динамическое характерное время  $t_d \approx \sqrt{2r_s^3/GM_s} \sim 10^3\text{--}10^4$  с — это время, которое требуется звезде для перестройки (взрыв), если в ней нарушается баланс между гравитационными силами и силами давления; 2) тепловое характерное время  $t_t \approx GM_s^2/L_s r_s \gtrsim 10^4$  лет \*\*\* — это время, в течение которого гравитационная энергия звезды может поддержать ее светимость  $L_s$  без участия ядерных источни-

\*) Спектроскопические наблюдения, выполненные в ультрафиолетовых лучах с ракет и спутников, показывают, что массивные горячие звезды теряют значительную часть своей массы. Вещество, выброшенное в межзвездную среду и перемешавшееся с ней, может содержать химические элементы, образовавшиеся в  $s$ -процессе. На последних этапах эволюции красных гигантов также происходит значительная потеря их массы за счет выброса вещества из наружной оболочки. Сильным аргументом в пользу этого, как указал И. С. Шкловский <sup>10</sup>, служат наблюдения плотных газовых образований, окружающих горячие звезды низкой светимости — так называемых «планетарных туманностей».

\*\*) В работах <sup>12-14</sup> предложен механизм образования тяжелых элементов в нейтронных звездах при больших концентрациях нейтронов ( $n_n > 10^{30}$  см<sup>-3</sup>). Еще одна модель, связанная с ролью нейтронных звезд в нуклеосинтезе, предполагает разрушение нейтронной звезды в тесной двойной системе, если второй компонент является черной дырой с большой массой <sup>49</sup>.

\*\*\*) Здесь  $M_s$  и  $r_s$  — соответственно масса и радиус звезды,  $G$  — гравитационная постоянная.

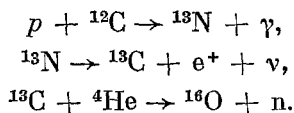
ков энергии; 3) ядерное характерное время  $t_n \approx E_n/L_s$  — полное время существования звезды с данной светимостью, обусловленное запасом термоядерного горючего. Для большинства звезд  $t_n \gg t_r \gg t_d$ .

В s-процессе каждое ядро железного пика для образования более тяжелых нуклидов захватывает  $\lesssim 100$  нейтронов, а время между двумя последовательными актами захвата нейтронов больше времени  $\beta$ -распада. Если нейтроны возникают на стационарной стадии эволюции, протекающей в пределах теплового или ядерного времени, то  $\beta$ -распад неустойчивых ядер (с временами жизни меньше  $10^3$  лет) успеет произойти между последовательными захватами нейтронов, т. е. с неизбежностью осуществится s-процесс. Отсюда ясно, что длительность этого процесса характеризуется временами  $\gtrsim 10^3$  лет.

Где же развивается s-процесс? Место s-процесса должно обладать подходящими термодинамическими условиями для его протекания, т. е. температурой, достаточной для осуществления ядерных реакций, освобождающих нейтроны ( $\gtrsim 10^8$  К), плотностью потока нейтронов  $\sim 10^{15} - 10^{16}$  нейтрон  $\cdot \text{см}^{-2} \cdot \text{с}^{-1}$  и длительностью облучения  $\sim 10^3$  лет. Кроме того, можно указать еще два основных астрофизических обстоятельства развития s-процесса<sup>15</sup>: а) продукты s-процесса должны быть вынесены на поверхность звезды, в которой они производятся, чтобы их можно было наблюдать (как это и происходит в углеродно-водородных красных гигантах, бариевых звездах и т. д.); б) продукты s-процесса должны попасть в межзвездную среду без дальнейших ядерных реакций.

Чтобы перенести вещество на поверхность звезды, необходима конвекция или перемешивание. Смешивание также необходимо, чтобы объяснить источники нейтронов.

Если водород из внешних слоев проникает в области, содержащие гелий и углерод, то в таких звездах могут происходить реакции, высвобождающие нейтроны<sup>16</sup>, необходимые для s-процесса:



Реакция  ${}^{13}\text{C} (\alpha, n) {}^{16}\text{O}$  протекает при температуре  $\approx 10^8$  К.

При температурах  $T \gtrsim 10^9$  К свободные нейтроны могут также возникнуть в экзотермических  $(\alpha, n)$ -реакциях на ядрах с массовыми числами  $A = 4n + 1 > 13$  ( ${}^{17}\text{O}$ ,  ${}^{21}\text{Ne}$ ,  ${}^{25}\text{Mg}$ ). Горение углерода при этих же температурах дает значительное количество нейтронов:  ${}^{12}\text{C} ({}^{12}\text{C}, n) {}^{23}\text{Mg}$  — 5—25 нейтронов на ядро железа. Горение кислорода ( ${}^{16}\text{O} + {}^{16}\text{O} \rightarrow {}^{31}\text{Si} + n$ ) приводит к выходу уже  $\sim 100$  нейтронов на ядро  ${}^{56}\text{Fe}$ .

Можно было бы полагать, таким образом, что  $(\alpha, n)$ -реакции на ядрах  ${}^{13}\text{C}$ ,  ${}^{17}\text{O}$ ,  ${}^{21}\text{Ne}$ ,  ${}^{25}\text{Mg}$  являются основными источниками свободных нейтронов при температурах, связанных со статическими фазами звездной эволюции. Но, к сожалению, выходы этих ядер после сгорания водорода в CNO-цикле невелики ( ${}^{13}\text{C}/{}^{56}\text{Fe} \sim 0,2$ ). В этом цикле в основном образуется  ${}^{14}\text{N}$ , который к тому же активно поглощает нейтроны по реакции  ${}^{14}\text{N}(n, p){}^{14}\text{C}$ . Поэтому необходимы дополнительные механизмы (модели) образования этих ядер в самой горячей гелиевой оболочке либо привнесение их туда с помощью перемешивания.

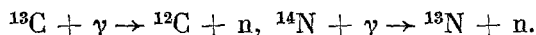
Как было показано в работе Шварцшильда и Хёрма<sup>40</sup>, такое перемешивание действительно происходит в той фазе звездной эволюции, когда водород и гелий горят в тонких оболочках вокруг инертного ядра. Такое горение в звездах средних и низких масс делает их в некоторой степени неустойчивыми, что приводит к появлению тепловых импульсов<sup>39</sup>, в кото-

рых скорость генерации энергии резко увеличивается в течение нескольких лет. Эти импульсы сменяются длительными ( $\geq 10^3$  лет) спокойными фазами эволюции звезды. В импульсные периоды конвективная оболочка, содержащая ядра  $^{12}\text{C}$ , образованные при горении гелия, смешивается с водородно-гелиевой, обеспечивая тем самым условия образования достаточных количеств ядер  $^{13}\text{C}$  и интенсивное протекание реакции  $^{13}\text{C}(\alpha, n)$  (подробнее см. п. д) гл. 2).

Этот импульсный механизм обеспечивает условия s-процесса для широкого класса звезд средних и больших масс — от  $3M_{\odot}$  до  $10 M_{\odot}$ .

Камерон <sup>47</sup> указал на возможность дополнительного источника нейтронов, который получается при горении гелия посредством следующих реакций:  $^{14}\text{N}(\alpha, \gamma)^{18}\text{F}(\text{e}^+, \nu)^{18}\text{O}(\alpha, \gamma)^{22}\text{Ne}(\alpha, n)^{25}\text{Mg}$ . Температуры, достаточные для интенсивного протекания этих реакций ( $\geq 3 \cdot 10^8$  K), достигаются при горении гелиевого ядра в очень массивных звездах ( $\geq 9M_{\odot}$ ) <sup>50, 51</sup> или при горении гелиевой оболочки в звездах меньшей массы ( $\sim 2-8M_{\odot}$ ). Для звезд первого поколения этот механизм дает около 20 нейтронов на ядро железа.

Как показали в 1974 г. Гаррисон и Эдвардс <sup>17</sup>, еще одним существенным источником свободных нейтронов являются низкотемпературные фотонейтронные реакции, которые протекают вслед за (p,  $\gamma$ )-реакциями:



Эти процессы при  $T \sim 10^8$  K производят значительные потоки нейтронов ( $10^9-10^{11}$  нейтрон  $\cdot \text{см}^{-2} \cdot \text{с}^{-1}$ ), недостаточные, однако, для того, чтобы обеспечить наблюдаемый выход элементов в s-процессе нуклеосинтеза. Тем не менее фотонейтронные циклы могут быть важными вторичными источниками свободных нейтронов.

Таким образом, s-процесс определяется нейтронами, которые освобождаются в ядерных реакциях на нормальной стадии эволюции звезд. Это могут быть как достаточно массивные звезды, так и — в предположении импульсного характера эволюции — звезды средних масс ( $\sim 2-5M_{\odot}$ ).

## 2. НЕРАЗВЕТВЛЕННЫЙ s-ПРОЦЕСС. КЛАССИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ

### а) Качественное рассмотрение

На рис. 1 представлена обобщенная кривая распространенности химических элементов в Солнечной системе, построенная на основании сходства в распространенности элементов на Земле, метеоритах и Солнце. На кривой выделяются пики  $A = 56$  («железный пик»),  $A = 90$  (число нейтронов  $N = 50$ ),  $A = 138$  ( $N = 82$ ),  $A = 208$  ( $N = 126$ ). Это является первым качественным указанием на участие процессов захвата нейтронов в нуклеосинтезе, так как этим значениям массовых чисел соответствуют ядра с магическими числами нейтронов, которые устойчивее своих соседей и имеют очень малые эффективные сечения для захвата следующего нейтрона. Пути образования элементов в s- и r-процессах изображены на  $N - Z$ -диаграмме на рис. 2.

Поскольку s-процесс представляет собой медленный захват нейтронов, можно ожидать, что выходы ядер в s-процессе будут определяться их сечениями захвата  $\sigma$ . Для установившегося s-процесса содержания близких по  $A$  ядер в цепи s-процесса должны быть обратно пропорциональны  $\sigma$ . Чем больше сечение захвата, тем меньше должен быть выход данного изотопа. Количественным доказательством этого факта может служить распространенность стабильных изотопов олова и самария, которые, как

предполагается, полностью или большей частью образованы в s-процессе:

$$\frac{N(^{148}\text{Sm}) \sigma(^{148}\text{Sm})}{N(^{150}\text{Sm}) \sigma(^{150}\text{Sm})} = 0,98 \pm 0,06,$$

$$\frac{N(^{116}\text{Sn}) \sigma(^{116}\text{Sn})}{N(^{118}\text{Sn}) \sigma(^{118}\text{Sn})} = 0,8 \pm 0,2,$$

$$\frac{N(^{120}\text{Sn}) \sigma(^{120}\text{Sn})}{N(^{118}\text{Sn}) \sigma(^{118}\text{Sn})} = 0,9 \pm 0,3.$$

Как видно, все эти отношения порядка 1 в соответствии с основным выводом теории.

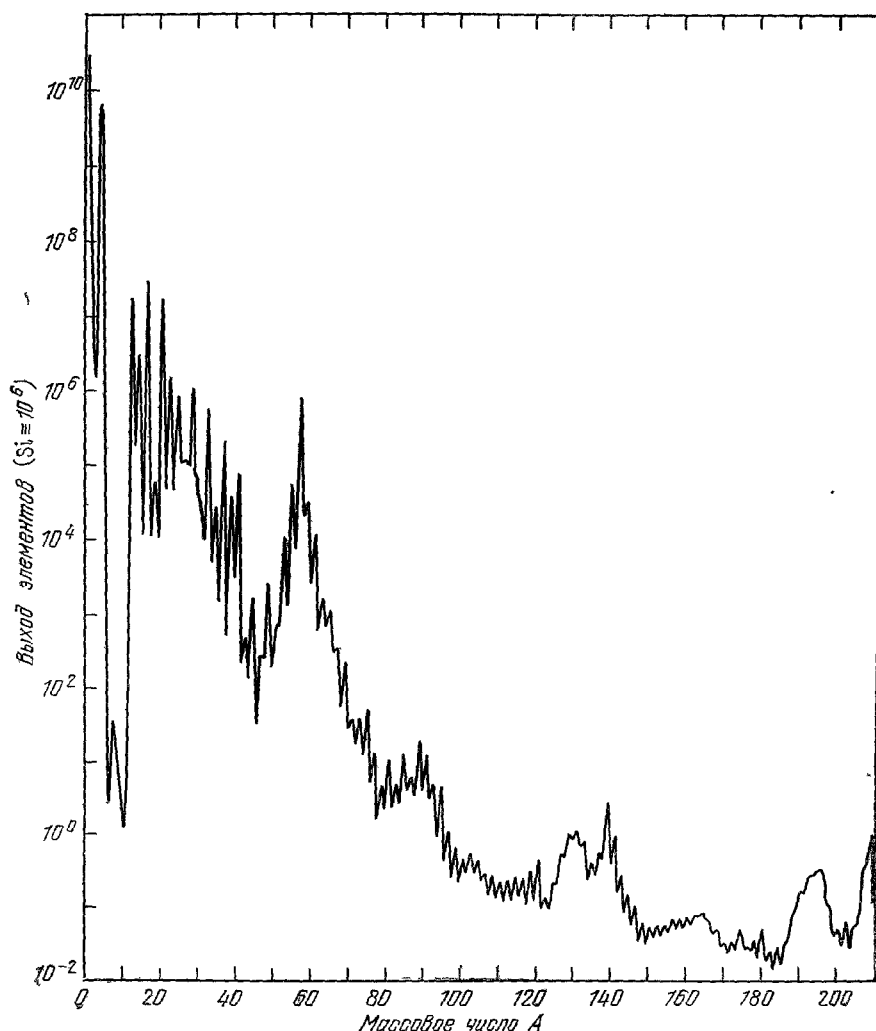


Рис. 1. Обобщенная кривая распространенности химических элементов в Солнечной системе.

Уже из этого качественного рассмотрения следует, что гипотеза s-процесса предсказывает существование областей, где произведение  $\sigma N$  почти постоянно. Оно подтверждается экспериментальной кривой  $\sigma N = f(A)$  для элементов Солнечной системы (см. ниже рис. 8), на которой хорошо видны ступеньки  $\sigma N = \text{const}$ .

Еще одним важным доказательством участия s-процесса в нуклеосинтезе является обнаружение в спектрах звезд линий технеция, у которого нет стабильных изотопов. Самый большой период полураспада из изотопов технеция имеет технеций-99 ( $T_{1/2} = 2,6 \cdot 10^6$  лет). Продолжительность существования звезд значительно больше этого времени, следовательно,

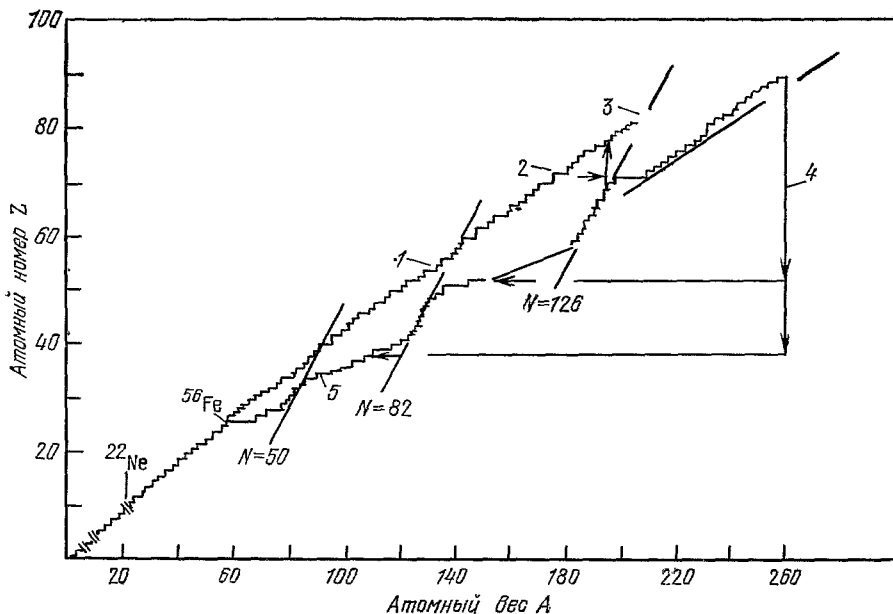


Рис. 2. Пути образования элементов в s- и r-процессах в  $N - Z$ -диаграмме. 1 — путь медленного захвата нейтронов ( $n, \gamma$ ), 2 ( $\rightarrow$ ) — последовательный  $\beta$ -распад, 3 —  $\alpha$ -распад, 4 — деление, 5 — быстрый захват нейтронов ( $n, \gamma$ ).

технеций должен образовываться в той звезде, в спектре которой он наблюдается. В то же время период полураспада  $^{99}\text{Tc}$  достаточно велик для того, чтобы сохраниться в цепочке s-процесса.

### б) Теория CFHZ

Первоначальная формулировка \*) теории s-процесса <sup>19</sup> определила стандартный («канонический») путь s-процесса в предположении, что времена жизни радиоактивных ядер относительно  $\beta$ -распада в цепи s-процесса всегда меньше времен жизни относительно последующего нейтронного захвата ( $\lambda_{\beta}^{-1} < \lambda_n^{-1}$ ). Такой подход не принимает во внимание разветвления, которые возможны, когда на основной дорожке s-процесса встречаются долгоживущие изотопы, предпочитающие захватывающие нейтрон, чем испытывающие  $\beta$ -распад. Более полная теория s-процесса должна учитывать вероятность разветвления, что вносит соответствующие поправки в расчеты выходов нуклидов по сравнению со стандартной теорией. Влияние разветвлений и величина этих поправок будет рассмотрена в следующем разделе. Здесь мы изложим теорию неразветвленного s-процесса, развивающегося по основному, каноническому, пути. Пример такого s-процесса представлен на рис. 3.

Рассмотрим некоторую область внутри звезды с постоянной температурой  $T$  и плотностью свободных нейтронов  $n_n(t)$ , которая не изменяется

\*) Эта формулировка теории s-процесса в физической литературе получила обозначение CFHZ (Clayton, Fowler, Hull, Zimmerman).

во всей области, но может зависеть от времени. Пусть  $N_A(t)$  — выход ядер с массовым числом  $A$  на дорожке  $s$ -процесса,  $\sigma_A$  — сечение нейтронного захвата для этих ядер и  $v$  — скорость свободных нейтронов, которые бомбардируют рассматриваемые ядра. Тогда для выхода ядер  $N_A$  имеем

$$\frac{dN_A}{dt} = \langle \sigma v \rangle_{A-1} n_n(t) N_{A-1} - \langle \sigma v \rangle_A n_n(t) N_A. \quad (1)$$

Это основное уравнение теории  $s$ -процесса, которое учитывает фундаментальное предположение, что  $\beta$ -распады между изобарами происходят быстрее, чем нейтронные захваты ( $\lambda_\beta \gg \lambda_n$ ). Величина  $\langle \sigma v \rangle$  появляется

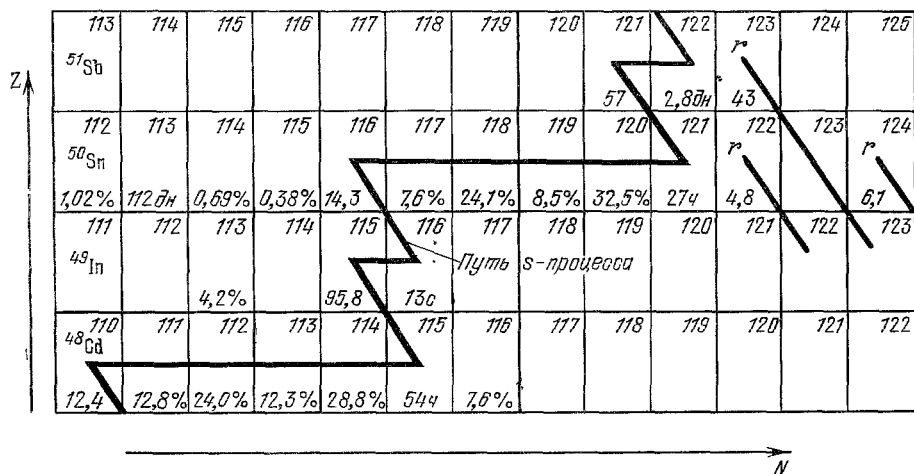


Рис. 3. Пример неразветвленного  $s$ -процесса.

здесь как необходимое усреднение, связанное с распределением Максвелла — Больцмана. Нейтронный захват в тяжелых ядрах происходит на близлежащие перекрывающиеся уровни компанд-ядра. Экспериментально трудно вследствие максвелловского распределения нейтронов (с энергией  $\sim kT$ ) получить энергетическое разрешение, сравнимое с расстоянием между уровнями компанд-ядра, поэтому измерения дают  $\sigma$  и  $\sigma v$ , усредненные по всей энергетической области, и таким образом  $\sigma$  изменяется плавно с энергией нейтронов.

Известно, что при малых энергиях нейтронов с высокой степенью точности  $\sigma \propto 1/v$ . Эта зависимость сохраняется в области энергий в несколько десятков кэВ (звездные температуры), когда наряду с  $s$ -волнами нейтронного захвата также следует учитывать  $p$ -волны. Следовательно, величину  $\sigma v$  можно считать постоянной в области звездных температур, что позволяет в вычислениях использовать  $\sigma$  и  $v$  для одной — наиболее вероятной — энергии максвелловского распределения:  $\langle \sigma v \rangle = \sigma_T v_T$ ; здесь  $\sigma_T = \sigma(kT)$ ,  $v_T = \sqrt{2kT/\mu}$ ,  $\mu$  — приведенная масса нейтрона в системе центра масс ( $\mu \cong m_n$ ).

Тогда соотношение (1) переходит в

$$\frac{dN_A(t)}{dt} = v_T n_n(t) \sigma_{A-1}(kT) N_{A-1}(t) - v_T n_n(t) \sigma_A(kT) N_A(t). \quad (2)$$

Введем новую независимую переменную, которая однозначно определяет полное число нейтронов, бомбардирующих единицу поверхности —



нейтронную экспозицию  $\tau$ :

$$d\tau = n_n v_T dt, \quad \tau = \int n_n v_T dt. \quad (3)$$

Если  $\sigma$  выразить в миллибарнах, то размерность нейтронной экспозиции  $[\tau] = (\text{мбарн})^{-1} = 10^{27} \text{ нейтрон/см}^2$ .

Уравнение (2) с новой переменной получает общеизвестную форму:

$$\frac{dN_A}{d\tau} = \sigma_{A-1} N_{A-1} - \sigma_A N_A. \quad (4)$$

Уравнение (4) применимо только к области синтезируемых ядер с массовым числом  $57 \leq A \leq 209$ . Нижняя граница связана с тем, что более легкие элементы образуются предпочтительнее в реакциях с заряженными частицами. Верхняя граница определяется тем фактом, что когда  $^{209}\text{Bi}$  захватывает нейтрон, то образуются в конечном счете изотопы свинца, испытывающие  $\alpha$ -распад, что приводит к уменьшению  $Z$  и  $A$ .

В  $s$ -процессе группа зародышевых ядер облучается неизвестным числом нейтронов, что определяет разброс в величине нейтронной экспозиции  $\tau$ . Кроме того, если принять, что тяжелые элементы Солнечной системы синтезировались в различных местах, а затем были перемешаны задолго до образования Солнца и планет, то они могли быть продуктом  $s$ -процессов с различными значениями нейтронной экспозиции. Общее решение синтеза ядер в этом случае состоит сначала в рассмотрении нейтронного потока, характеризуемого заданной величиной  $\tau$ , а затем в рассмотрении суперпозиции решений для различных значений  $\tau$ .

Выберем в качестве зародышевого ядра в цепочке  $s$ -процесса  $^{56}\text{Fe}$ . Исходя из (4), можно тогда записать следующую систему уравнений:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dN_{56}}{d\tau} &= -\sigma_{56} N_{56}, \\ \frac{dN_A}{d\tau} &= \sigma_{A-1} N_{A-1} - \sigma_A N_A, \quad 57 \leq A \leq 209, \\ \frac{dN_{210}}{d\tau} &= \sigma_{209} N_{209}, \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

при граничных условиях

$$N_A(0) = \begin{cases} N_{56}(0), & A = 56, \\ 0, & A > 56. \end{cases}$$

Введем более удобные обозначения:  $k = A - 55$ ,  $\psi_k(\tau) \equiv \sigma_k N_k(\tau) / N_1(0)$ . Тогда набор дифференциальных уравнений, описывающих  $s$ -процесс, запишется в виде

$$\begin{cases} \frac{d\psi_1}{d\tau} = -\sigma_1 \psi_1(\tau), \\ \frac{d\psi_k}{d\tau} = \sigma_k [\psi_{k-1}(\tau) - \psi_k(\tau)], \\ 2 \leq k \leq 154, \end{cases} \quad (6)$$

при граничных условиях  $\psi_k(0) = \sigma_1 \delta_{1k}$  ( $\delta_{1k}$  — символ Кронекера).

Так как сечения  $\sigma_k$  предполагаются независимыми от  $\tau$ , то уравнения (6) можно проинтегрировать:

$$\begin{aligned} \psi_1(\tau) &= \sigma_1 \exp(-\sigma_1 \tau), \\ \psi_k(\tau) &= \sigma_k \int_0^\tau \psi_{k-1}(\tau') \exp[\sigma_k(\tau' - \tau)] d\tau'. \end{aligned} \quad (7)$$

Т а б л и ц а 1

Нуклиды	Сечение $\sigma$ по [1], мб	Сечение $\sigma$ , мб, опре- деленное значение (настойчивость рабо- та *)	Выход $N^s$ (SI $\equiv 10^6$ ) (по [1])	$\sigma N^s$ , оцененное зна- чение **)
<sup>56</sup> Fe	13,75	13,7 $\pm$ 1,7	7,61 $\cdot$ 10 <sup>4</sup>	(10 $\pm$ 25) $\cdot$ 10 <sup>4</sup>
<sup>57</sup> Fe	29,5	29,2 $\pm$ 3,8	1,82 $\cdot$ 10 <sup>4</sup>	(53 $\pm$ 13) $\cdot$ 10 <sup>4</sup>
<sup>59</sup> Co	35	36 $\pm$ 8	2,21 $\cdot$ 10 <sup>3</sup>	(8 $\pm$ 2) $\cdot$ 10 <sup>4</sup>
<sup>60</sup> Ni	19,25	19 $\pm$ 9	1,26 $\cdot$ 10 <sup>4</sup>	(24 $\pm$ 12) $\cdot$ 10 <sup>4</sup>
<sup>62</sup> Ni	26	26 $\pm$ 5	1,76 $\cdot$ 10 <sup>3</sup>	(4,6 $\pm$ 1,3) $\cdot$ 10 <sup>3</sup>
<sup>63</sup> Cu	49	49 $\pm$ 14	635	(3,1 $\pm$ 1,1) $\cdot$ 10 <sup>4</sup>
<sup>64</sup> Ni	23	23 $\pm$ 5	5,18 $\cdot$ 10 <sup>2</sup>	(1,19 $\pm$ 0,35) $\cdot$ 10 <sup>2</sup>
<sup>65</sup> Cu	42	42 $\pm$ 7	284	(1,19 $\pm$ 0,31) $\cdot$ 10 <sup>4</sup>
<sup>64</sup> Zn	50	50	732	(37 $\pm$ 10) $\cdot$ 10 <sup>3</sup>
<sup>68</sup> Zn	23	23 $\pm$ 3	278	(6,4 $\pm$ 1,5) $\cdot$ 10 <sup>3</sup>
<sup>69</sup> Ga	130	130 $\pm$ 30	29	(3,8 $\pm$ 0,9) $\cdot$ 10 <sup>3</sup>
<sup>70</sup> Ge	84	84	25,8	(2,2 $\pm$ 0,6) $\cdot$ 10 <sup>3</sup>
<sup>71</sup> Ga	120	133 $\pm$ 23	19	(2,5 $\pm$ 0,7) $\cdot$ 10 <sup>3</sup>
<sup>74</sup> Ge	35	54 $\pm$ 17	36	(1,9 $\pm$ 0,7) $\cdot$ 10 <sup>3</sup>
<sup>75</sup> As	490	435 $\pm$ 101	6,6	(6,3 $\pm$ 0,9) $\cdot$ 10 <sup>3</sup>
<sup>76</sup> Se	100	100	6,32	(6,3 $\pm$ 1,8) $\cdot$ 10 <sup>2</sup>
<sup>78</sup> Se	42,7	42,7	15,8	(6,8 $\pm$ 1,9) $\cdot$ 10 <sup>2</sup>
<sup>80</sup> Se	38,5	43 $\pm$ 24	33,5	(1,4 $\pm$ 0,8) $\cdot$ 10 <sup>3</sup>
<sup>81</sup> Br	460	460 $\pm$ 80	6,68	(3,1 $\pm$ 0,8) $\cdot$ 10 <sup>3</sup>
<sup>82</sup> Kr	122	122	5,41	(6,6 $\pm$ 1,9) $\cdot$ 10 <sup>2</sup>
<sup>84</sup> Kr	25	25	26,6	(6,7 $\pm$ 1,9) $\cdot$ 10 <sup>2</sup>
<sup>85</sup> Rb	260,5	303,65	4,16	(2,0 $\pm$ 0,6) $\cdot$ 10 <sup>3</sup>
<sup>86</sup> Sr	74	80 $\pm$ 11	5,76	(4,6 $\pm$ 1,1) $\cdot$ 10 <sup>2</sup>
<sup>87</sup> Sr	109	109 $\pm$ 9	3,8	(4,1 $\pm$ 0,9) $\cdot$ 10 <sup>2</sup>
<sup>88</sup> Sr	6,9	8,2 $\pm$ 2,3	46,2	(3,8 $\pm$ 1,3) $\cdot$ 10 <sup>2</sup>
<sup>89</sup> Y	21	21 $\pm$ 4	3,0	63 $\pm$ 17
<sup>90</sup> Zr	16,75	20,4 $\pm$ 6,0	5,4	(1,1 $\pm$ 0,4) $\cdot$ 10 <sup>2</sup>
<sup>91</sup> Zr	68	68 $\pm$ 8	3,14	(2,1 $\pm$ 0,6) $\cdot$ 10 <sup>2</sup>
<sup>92</sup> Zr	34	40 $\pm$ 11	1,6	64 $\pm$ 22
<sup>94</sup> Zr	20	20 $\pm$ 2	2,4	48 $\pm$ 11
<sup>95</sup> Mo	430	430 $\pm$ 50	0,1	43 $\pm$ 10
<sup>96</sup> Mo	97	95 $\pm$ 6	0,42	40 $\pm$ 7
<sup>97</sup> Mo	350	350 $\pm$ 50	0,08	28 $\pm$ 7
<sup>98</sup> Mo	126	100 $\pm$ 38	0,44	44 $\pm$ 19
<sup>99</sup> Ru	640	640	0,242	155 $\pm$ 44
<sup>100</sup> Ru	110	110	0,202	22 $\pm$ 6
<sup>104</sup> Pd	197	197	0,164	32 $\pm$ 9
<sup>110</sup> Cd	270	245 $\pm$ 46	0,262	64 $\pm$ 18
<sup>116</sup> Sn	100	100 $\pm$ 15	0,515	52 $\pm$ 13
<sup>117</sup> Sn	420	430 $\pm$ 20	0,14	60 $\pm$ 12
<sup>118</sup> Sn	63	74 $\pm$ 20	0,83	61 $\pm$ 21
<sup>119</sup> Sn	260	270 $\pm$ 17	0,18	49 $\pm$ 10
<sup>120</sup> Sn	50	50 $\pm$ 15	1,21	60 $\pm$ 12
<sup>122</sup> Te	270	270 $\pm$ 30	0,164	44 $\pm$ 10
<sup>123</sup> Te	820	820 $\pm$ 30	0,054	44 $\pm$ 9
<sup>124</sup> Te	150	150 $\pm$ 20	0,31	46 $\pm$ 9
<sup>125</sup> Te	430	430 $\pm$ 30	0,12	52 $\pm$ 11
<sup>126</sup> Te	70	73 $\pm$ 20	0,42	31 $\pm$ 10
<sup>128</sup> Xe	232	232	0,11	26 $\pm$ 7
<sup>130</sup> Xe	143	143	0,21	30 $\pm$ 8
<sup>134</sup> Ba	225	225 $\pm$ 35	0,114	26 $\pm$ 6
<sup>136</sup> Ba	75,5	67 $\pm$ 21	0,367	25 $\pm$ 9
<sup>137</sup> Ba	72,6	72,6	0,543	39 $\pm$ 11
<sup>139</sup> La	44	44 $\pm$ 4	0,24	10 $\pm$ 2
<sup>140</sup> Ce	10	17 $\pm$ 5	1,04	18 $\pm$ 6
<sup>142</sup> Nd	75,8	75,8	0,16	12 $\pm$ 3
<sup>146</sup> Sm	105	105 $\pm$ 16	0,134	14 $\pm$ 4
<sup>148</sup> Sm	260	260 $\pm$ 50	0,026	6,8 $\pm$ 1,9
<sup>150</sup> Sm	370	370 $\pm$ 70	0,017	6,3 $\pm$ 1,7
<sup>154</sup> Gd	1164	1164 $\pm$ 350	0,0073	8,5 $\pm$ 3,1

Таблица I (продолжение)

Нуклиды	Сечение $\sigma$ по 21, мб	Сечение $\sigma$ , мб, оце- ненное значение (настоящая рабо- та *)	Выход $N_s$ ( $S \equiv 10^6$ ) (по 18)	$\sigma N_s$ , оцененное зна- чение **)
$^{160}\text{Dy}$	1010	1010	0,0083	$8,4 \pm 2,4$
$^{168}\text{Er}$	243	$243 \pm 73$	0,0609	$14,8 \pm 5,3$
$^{170}\text{Yb}$	990	990	0,0064	$6,3 \pm 1,8$
$^{176}\text{Hf}$	685	$701 \pm 91$	0,0109	$7,6 \pm 1,8$
$^{182}\text{W}$	260	$260 \pm 30$	0,0024	$0,62 \pm 0,14$
$^{183}\text{W}$	550	$550 \pm 50$	0,005	$0,28 \pm 0,06$
$^{184}\text{W}$	180	$180 \pm 20$	0,030	$5,4 \pm 1,2$
$^{186}\text{Os}$	329	329	0,0113	$3,7 \pm 1,1$
$^{187}\text{Os}$	873	873	0,0045	$3,9 \pm 1,1$
$^{192}\text{Pt}$	352	352	0,0099	$3,5 \pm 1,0$
$^{198}\text{Hg}$	411	411	0,035	$14 \pm 4$
$^{204}\text{Pb}$	58,5	$56 \pm 12$	0,057	$3,2 \pm 0,9$
$^{206}\text{Pb}$	—	$9,6 \pm 3,0$	0,150	$1,4 \pm 0,5$
$^{207}\text{Pb}$	—	$8,7 \pm 3,0$	0,10	$0,87 \pm 0,35$

\*) Оценка значений  $\sigma$  производилась по методике, изложенной в 48.

\*\*) Относительная погрешность в значениях  $N_s$  принята 20%. В тех случаях, когда  $\sigma$  дается без указания погрешности, при оценке  $\sigma N_s$  погрешность в  $\sigma$  также принимается 20%.

Бэйтмен <sup>20</sup> показал, что решение системы уравнений (7) может быть записано в виде разложения в ряд:

$$\psi_k(\tau) = \sum_{i=1}^k c_{ik} \exp(-\sigma_i \tau), \quad (8)$$

где

$$c_{ik} = \sigma_i \prod_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^k \frac{\sigma_j}{\sigma_j - \sigma_i}. \quad (9)$$

При получении точного решения с помощью этого разложения возникает существенная трудность, связанная с возможным вырождением величин  $\sigma$ : при  $\sigma_m = \sigma_n$ ,  $n \neq m$  разложение теряет смысл, в то время как на практике многие экспериментальные сечения  $\sigma_i$  одинаковы в пределах погрешностей (см. табл. I и ее обсуждение). Для преодоления этой трудности необходимо выполнить предельный переход  $\sigma_m \rightarrow \sigma_n$ .

Кроме того, даже если все сечения  $\sigma_i$  произвольно сделать слегка отличающимися, численное суммирование точного разложения Бэйтмена представляет большие трудности из-за громоздкости вычислений. До появления современных ЭВМ численное интегрирование уравнений (7) было неосуществимо, и поэтому были развиты хорошие приближенные методы расчета s-процесса <sup>19</sup> (теория CFHZ).

Рассмотрим основные черты решения CFHZ. Возвращаясь к уравнению (6), в соответствии с CFHZ используем для функций  $\psi_k$  преобразования Лапласа:  $\bar{\psi}_k(s) = \int_0^\infty \psi_k(\tau) \exp(-s\tau) d\tau$ . Уравнения (6) переходят тогда в (10):

$$\begin{cases} s\bar{\psi}_1(s) = \sigma_1 [1 - \psi_1(s)], \\ s\bar{\psi}_k(s) = \sigma_k [\bar{\psi}_{k-1}(s) - \psi_k(s)]. \end{cases} \quad (10)$$

Отсюда

$$\bar{\psi}_k(s) = \prod_{i=1}^k \frac{\sigma_i}{s + \sigma_i} = \prod_{i=1}^k \frac{1}{(s/\sigma_i) + 1}. \quad (11)$$

Точное обращение этой функции Лапласа слишком громоздко. Задача состоит в том, чтобы найти приближенную форму ее инверсии.

В частном случае постоянных сечений, равных  $\lambda$ , имеем

$$\bar{\psi}_m(s) = \frac{1}{[(s/\lambda) + 1]^m}; \quad (12)$$

здесь  $\bar{\psi}_m(s) = \lambda \bar{N}_m(0)/N_1(0)$ ,  $\bar{N}_m$  — выход в предположении постоянства сечений,  $m$  — новый численный индекс, аналогичный  $k$ .

Приближенное решение корректного обращения функции Лапласа (11) состоит тогда в том, чтобы выбрать для каждой  $k$  величины  $m_k$  и  $\lambda_k$  в уравнении (12) так, чтобы

$$L^{-1} \frac{1}{[(s/\lambda_k) + 1]^{m_k}}$$

лучше всего аппроксимировало

$$L^{-1} \prod_{i=1}^k \frac{1}{(s/\sigma_i) + 1}. \quad (13)$$

При этом

$$\psi_k(\tau) = L^{-1} \bar{\psi}_k(s) = \frac{1}{2\pi i} \int_{-i\infty}^{i\infty} \exp(s\tau) \bar{\psi}_k(s) ds. \quad (14)$$

Отсюда

$$\psi_k(\tau) \approx L^{-1} \frac{1}{[(s/\lambda_k) + 1]^{m_k}} = \lambda_k \frac{(\lambda_k \tau)^{m_k-1}}{\Gamma(m_k)} \exp(-\lambda_k \tau). \quad (15)$$

Таким образом, приближенное решение CFHZ сводится к замене  $\sigma$  на  $\lambda_k$  и  $k$  — на  $m_k$ ,  $(k-1)!$  — на  $\Gamma(m_k)$ , где

$$\begin{aligned} \lambda_k &= \frac{s_1}{s_2}, \quad m_k = \frac{s_1^2}{s_2}, \\ s_1 &= \sum_{i=1}^k \sigma_i^{-1}, \quad s_2 = \sum_{i=1}^k \sigma_i^{-2}. \end{aligned} \quad (16)$$

Контролем CFHZ-решения служит частный случай  $\sigma_k = \alpha k$ ,  $\alpha = \text{const}$ . В этом случае разложение Бейтмена легко суммируется, и точное решение получается в виде

$$|\psi_k(\tau)| = \sigma_k \exp(-\alpha\tau) [1 - \exp(-\alpha\tau)]^{k-1}. \quad (17)$$

(Для постоянных сечений  $\sigma_i = \sigma$  решение CFHZ<sup>19</sup> дает

$$\psi_k(\tau) = \sigma_k \frac{(\sigma\tau)^{k-1}}{(k-1)!} \exp(-\sigma\tau). \quad (18)$$

Эта функция аналогична пуассоновскому распределению по  $k$ . Она достигает максимального значения при  $k = \sigma\tau + 1$ , которое равно

$$\psi_k^{\max} \approx \frac{\sigma_k}{\sqrt{2\pi\sigma\tau}}. \quad (19)$$

Распределение (18) имеет ширину  $\approx \sqrt{2\pi\sigma\tau}$ , его амплитуда уменьшается и ширина увеличивается (расширение «пакета») при возрастании  $\sigma$  и ней-

тронных экспозиций  $\tau$ . Хотя это исследование относится к постоянным сечениям захвата, расширение «пакета», связанное со случайным характером процессов захвата, сохраняется и в общем случае. Оно становится

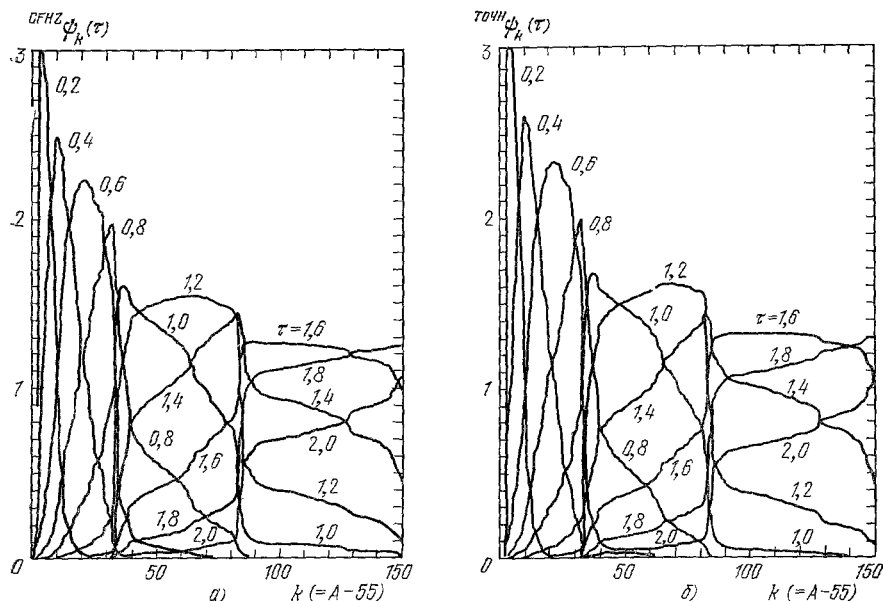


Рис. 4. а) Приближенное решение теории CFHZ  $\psi_k^{\text{CFHZ}}(\tau)$  как функция  $k$  и  $\tau$ <sup>21</sup>; б) точное решение уравнений Бэйтмена  $\psi_k^{\text{точн}}(\tau)$  как функция  $k$  и  $\tau$ <sup>21</sup>.

$\psi_k(\tau) = \sigma_k N_k(\tau)/N_1(0)$ , где  $\sigma_k$  — сечения нейтронного захвата,  $N_k(\tau)$  — выход ядер с массовым числом  $A = k + 55$  в цепочке  $s$ -процесса для нейтронной экспозиции  $\tau$ ,  $N_1(0)$  — число зародышевых ядер в начальный момент синтеза элементов в  $s$ -процессе.

еще более заметным, если сечение увеличивается с возрастанием  $k$ , например, по закону  $\sigma_k = \alpha k$ .

На рис. 4, а представлено графически общее решение CFHZ как функция  $k$  и  $\tau$  ( $0 \leq k \leq 150$ ;  $0,2 \leq \tau \leq 2$ ).

#### в) Точное решение

Недавно Ньюменом<sup>21</sup> было получено точное численное решение уравнений  $s$ -процесса на основе разложения Бэйтмена. Это решение для тех же значений  $k$  и  $\tau$  представлено на рис. 4, б. Как видно из рис. 4, приближенное решение CFHZ хорошо согласуется с точным решением почти для всех величин  $\psi_k(\tau)$ , представленных на этих диаграммах. В то же время тщательное сравнение позволяет обнаружить разницу  $\sim 10\%$  между точным и приближенным решениями даже для больших  $\tau$ . Еще более наглядно это расхождение показано на рис. 5, где дается отношение точного решения к CFHZ-приближению. Этот рисунок показывает существенную разницу между точным и приближенным решениями для малых значений  $\tau$ .

Рассмотрим подробнее особенности и трудности точного численного суммирования разложения Бэйтмена (8). Если бы это суммирование производилось на ЭВМ с неограниченной точностью, то можно было бы относительно легко получить решения для всех значений  $\tau$ , включая малые. Для малых  $\tau$   $\psi_k(\tau)$  уменьшается как  $\tau^{k-1}$ . В то же время произведения  $c_{ik}$  могут быть очень большими, так как сечения  $\sigma_k$  охватывают широкий

диапазон значений от 8 до 3300 мб (см. табл. I). В этом случае малая величина  $\psi_k(\tau)$  получается, когда наибольший по абсолютной величине член в разложении Бэйтмена суммируется с многими членами разложения, отличающимися на несколько порядков величины, но имеющими другой знак. Таким образом, результирующая ошибка при суммировании с конечной точностью вычислений неизбежно оказывается столь большой, что делает эти вычисления не имеющими смысла. Это происходит, когда число порядков отношения величины максимального члена в разложении ко всей сумме приближается к числу десятичных разрядов ЭВМ. На рис. 6

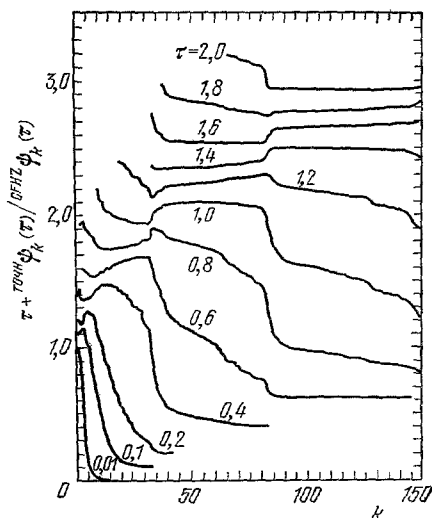


Рис. 5. Сравнение точного решения Бэйтмена с приближенным решением SFHZ в области нейтронных экспозиций  $0,01 \leq \tau \leq 2,0$  мбарн.

Кривые обрезаны при малых  $k$ , когда отношение  $\psi_k^{\text{точн}}(\tau)/\psi^{\text{SFHZ}}(\tau)$  превышает 1,1, чтобы избежать их наложения. С этой же целью по оси ординат к отношению  $\psi^{\text{точн}}/\psi^{\text{SFHZ}}$  прибавлено  $\tau$ .

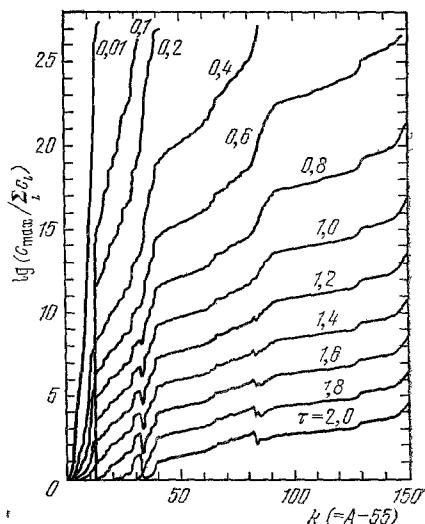


Рис. 6. Отношение абсолютной величины самого большого члена в разложении Бэйтмена ко всей сумме ряда как функция  $k$  и  $\tau$ .

представлено отношение абсолютной величины максимального члена в разложении Бэйтмена к величине суммы  $\psi_k(\tau)$  как функции  $k$  и  $\tau$ .

Из рис. 6 видно, например, что  $\psi_{150}(\tau = 1,0)$  требует по крайней мере точности вычислений в 18 порядков.  $\psi_k(\tau = 2,0)$  можно получить для любых  $k$ , используя точность в 5 порядков. В работе <sup>21</sup> выполнены вычисления с точностью  $\approx 27$  порядков.

При малых значениях  $\tau$  трудности вычисления оказываются особенно большими в области  $k < 30$ . К сожалению, именно в этой области  $\tau$  и  $k$  SFHZ-решения становятся некорректными. Здесь, как видно из рис. 7, а, кривые  $\psi_k(\tau)$  для  $\tau < 0,7$  начинают резко устремляться вниз при уменьшающихся величинах  $k$ , вызывая трудности, описанные выше. Поэтому представляет интерес иная форма точного решения для малых  $\tau$ , найденная в <sup>21</sup> и позволяющая произвести вычисления  $\psi_k(\tau)$  в этой области:

$$\psi_k(\tau) = P_k(\tau) \sum_{n=0}^{\infty} A_{nk}(\tau), \quad (20a)$$

где

$$P_k(\tau) = \frac{\sigma_k \cdot \tau}{(k-1)!} P_{k-1}(\tau), \quad P_0(\tau) = \tau^{-1}, \quad (20б)$$

$$A_{nk}(\tau) = [(k-1) A_{n, k-1}(\tau) - \sigma_k \cdot \tau \cdot A_{n-1, k}(\tau)] \frac{1}{n+k-1} \quad (20в)$$

при  $A_{0k}(\tau) = 1$ ,  $A_{n0}(\tau) = 0$ . Эта форма удобна для программирования и вычислений. Ньюмен отмечает, однако, что она все же трудна для вычислений в случае больших  $\tau$ , так как требует большого числа членов в разложении для сходимости, в случае же малых  $\tau$  сходимость достаточно быстрая.

На рис. 7, б представлено точное решение  $\psi_k(\tau)$  при использовании разложения Ньюмена в области малых  $\tau < 0,3$ , где CFHZ-решение становится несправедливым. Это точное решение можно непосредственно

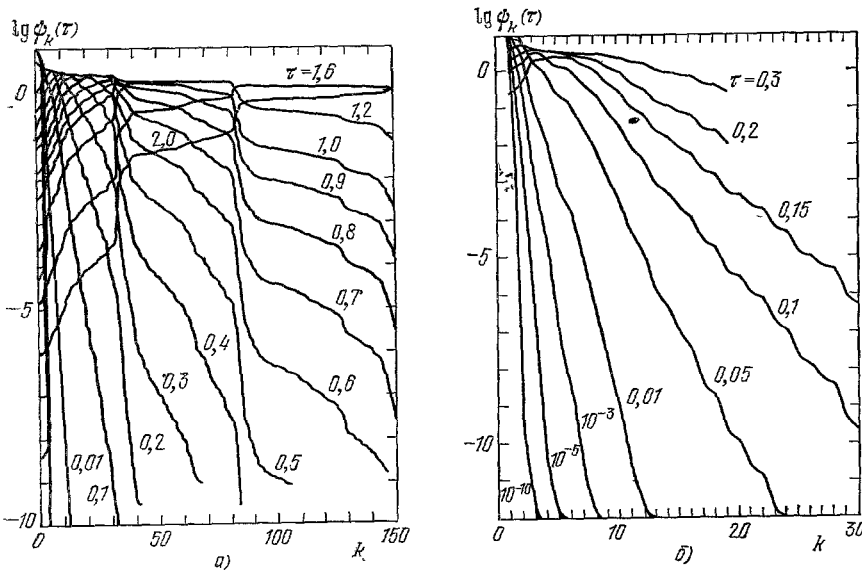


Рис. 7. а) Точное решение уравнений Бэйтмена<sup>21</sup> в полулогарифмическом масштабе для  $0,01 \leq \tau \leq 2$  мбарн; б) точное решение уравнений s-процесса, предложенное Ньюменом<sup>21</sup> для малых  $\tau$ .

использовать для вычисления выходов элементов при малых значениях нейтронных экспозиций, в частности для импульсных s-процессов, где  $\tau$  квантуется малыми порциями ( $10^{-3} - 10^{-1}$  мб $^{-1}$ )<sup>22, 23</sup>.

В заключение математического обзора точной теории s-процесса рассмотрим случаи вырождения, когда  $\sigma_k$  столь велики, что их логарифмы близки между собой. В выражении (9) множители  $(\sigma_j - \sigma_i)^{-1}$  получаются интегрированием  $\exp[(\sigma_j - \sigma_i)\tau] d\tau$ , и, таким образом, когда  $\sigma_j = \sigma_i$ , они становятся степенями  $\tau$ . Если имеется произвольное число  $n(k)$  вырожденных сечений так, что каждое  $\sigma_i$  имеет вырождение  $n_i$ , то решение при лапласовском преобразовании имеет вид

$$\bar{\psi}_k(s) = \prod_{i=1}^{n(k)} \left( \frac{\sigma_i}{\sigma_i + s} \right)^{n_i}. \quad (21)$$

При обратном преобразовании

$$\psi_k(\tau) = \prod_{i=1}^{n(k)} \frac{\sigma_i^{n_i}}{(n_i-1)!} \frac{d^{n_i-1}}{ds^{n_i-1}} \left[ \prod_{j=1}^{n(k)} \left( \frac{\sigma_j}{\sigma_j + s} \right)^{n_j} \exp(st) \right]_{s=-\sigma_i} \quad (22)$$

с полюсом порядка  $n_i$  при  $s = -\sigma_i$ . Как показали Клейтон и Ньюмен<sup>24</sup>, в этом случае выражение для функции  $\psi_k(\tau)$  в общем виде получается слишком громоздким и неудобным для вычисления.

Ньюмен использовал искусственный способ устранения вырождения, который состоял в последовательном умножении близких по величине сечений на  $1 + \delta\sigma$  ( $\delta\sigma = 10^{-6}$ ) до тех пор, пока вырождение не снималось. Это позволяет легко рассчитывать выходы элементов в s-процессе в области малых  $\tau$ <sup>21</sup>.

### г) Сравнение с экспериментом

Рассмотрим теперь экспериментальные данные по нейтронным сечениям захвата в свете современной теории s-процесса. Многие из этих сечений уже измерены в лабораториях<sup>25, 26</sup>, однако в большинстве случаев с невысокой точностью. В то же время большое количество важных для теории s-процесса нейтронных сечений остаются до сих пор неизмеренными. Еще одной трудной проблемой является расхождение в экспериментальных результатах, а также во многих случаях неудовлетворительное согласие с теорией.

Недавние вычисления Холмса<sup>27</sup> дают систематическую оценку неизмеренных нейтронных сечений, но точность их составляет  $\sim 200\%$ . В 1976 г. Конрад<sup>28</sup> попытался выбрать такие величины сечений, которые удовлетворяют гладкой кривой  $\sigma N$  для s-процесса Солнечной системы. Основная неопределенность такого выбора связана с неопределенностью учета доли образования рассматриваемых нуклидов в r-процессе.

Ньюмен<sup>21</sup> приводит свой набор рекомендованных значений нейтронных сечений захвата. Полная сводка данных по нейтронным сечениям, которая включает оцененные нами значения и их погрешности с 68%-ной доверительной вероятностью, приводится в табл. I. Все значения нейтронных сечений указаны для области энергий  $\sim 25-30$  кэВ. Как будет показано ниже, средние термодинамические условия s-процесса в Солнечной системе соответствуют именно этим тепловым энергиям нейтронов, т. е. температуре среды  $\sim 3 \cdot 10^8$  К.

В предыдущем разделе мы рассмотрели различные способы определения  $\psi_k(\tau)$  как функции нейтронной экспозиции. При этом точные методы решения подтвердили корректность теории CFNZ. Теперь для сравнения теоретических значений  $\sigma N_s^{\text{теор}}$  и наблюдаемых в Солнечной системе  $\sigma N_s^{\text{эксп}}$  (где  $\sigma$  — сечение нейтронного захвата,  $N_s^{\text{эксп}}$  — выход данного нуклида в s-процессе) рассмотрим набор значений различных нейтронных экспозиций. Сигер, Фаулер и Клейтон<sup>29</sup>, а также Клейтон и Вард<sup>30</sup> показали, что для непрерывной экспозиции удобно использовать следующие выражения:

$$\sigma N_s^{\text{теор}} = \int_0^\infty \rho(\tau) \psi_k(\tau) d\tau, \quad (23)$$

$$\rho(\tau) = G \exp\left(-\frac{\tau}{\tau_0}\right); \quad (24)$$



здесь  $\rho(\tau) d\tau$  — количество зародышевых ядер железа, экспонируемого интегральным нейтронным потоком  $\tau$  в интервале  $d\tau$ ,  $G$  и  $\tau_0$  — подгоночные константы между теорией и экспериментом \*).

Кривая на рис. 8 вычислена с учетом соотношений (23), (24) для значений констант  $G \equiv 1 \cdot 10^4$  ( $Si \equiv 10^6$ ) и  $\tau_0 = 0,25 \text{ мб}^{-1}$  <sup>22</sup>. На этом рисунке представлены также экспериментальные величины  $\sigma N_s^{\text{эксп}}$  и их полные погрешности с учетом оцененных нами значений сечений  $\sigma$ , указанных в табл. I. Следует отметить, что согласно Варду и Ньюмену <sup>22</sup> выходы

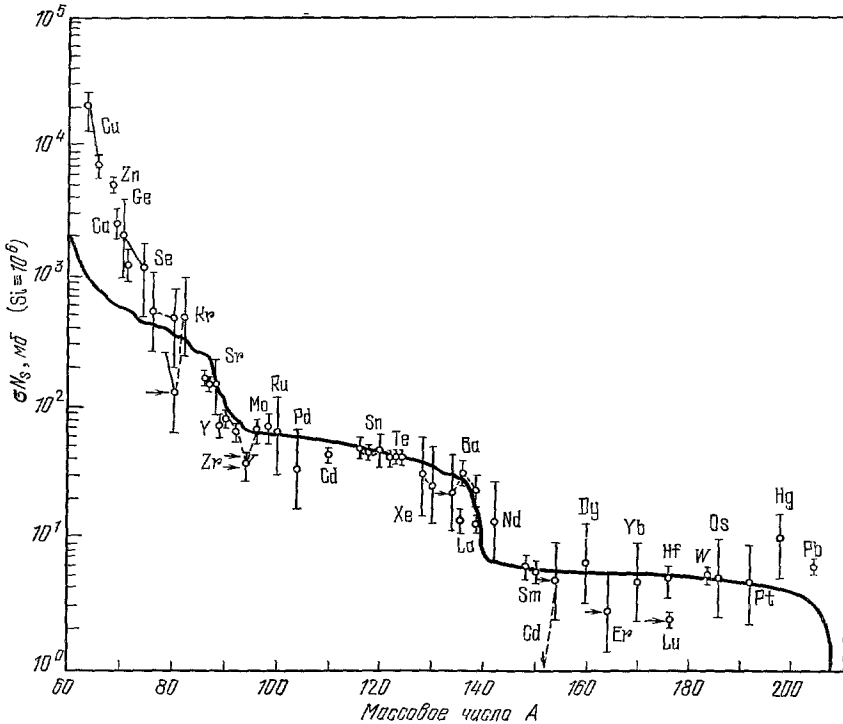


Рис. 8. Экспериментальная кривая  $\sigma N_s = f(A)$  для элементов Солнечной системы. Стрелкой указаны частично обойденные ядра из-за разветвления s-процесса.

большинства элементов, за исключением самых летучих (Kr, Hg), измерены достаточно хорошо с точностью  $\sim 20\%$ . Поэтому мы приняли погрешности всех экспериментальных значений выходов  $N_s^{\text{эксп}}$  равными  $20\%$ . Как видно из рисунка, наблюдается весьма удовлетворительное согласие теории s-процесса с экспериментальными величинами  $\sigma N_s^{\text{эксп}}$ . Однако в области ядер, близких к железу, заметно явное превышение экспериментальных величин  $\sigma N_s^{\text{эксп}}$  над теоретической кривой. Этот эффект в работе <sup>22</sup> объясняется влиянием импульсного нейтронного потока.

\*) Результаты подгонки «экспериментальных»  $\sigma N_s$ -величин показывают, что наблюдаемое распределение  $\sigma N_s(A)$  лучше описывается суммой двух экспонент в выражении для плотности нейтронных экспозиций  $\rho(\tau)$ :  $\rho(\tau) = G_1 \exp(-\tau/\tau_{01}) + G_2 \exp(-\tau/\tau_{02})$ . Физические причины появления двух значений параметра  $\tau_0$  изложены в работе <sup>33</sup>.

## д) Импульсный s-процесс

Предыдущий анализ произведен при термодинамических условиях, характерных для s-процесса, в предположении постоянной температуры и плотности среды, в которой непрерывно происходит нейтронное облучение. Однако, как показали расчеты<sup>32</sup>, s-процесс, который ответствен за выходы ряда элементов<sup>31</sup> Солнечной системы, происходит также при горении гелиевой оболочки звезд средних масс ( $2 - 5M_{\odot}$ ). При таких процессах получающийся нейтронный поток может иметь импульсный характер<sup>22, 23</sup> с краткими периодами нейтронной экспозиции ( $\sim 10$  лет), разделенными относительно длительными ( $\sim 2500$  лет) межимпульсными периодами.

В трактовке импульсного s-процесса существенную роль играет периодическое перемешивание вещества, когда вспышка гелиевой оболочки приводит вещество, богатое углеродом, в контакт с веществом, обогащенным водородом, приводя к образованию зародышевых ядер и источников свободных нейтронов по реакции  $^{12}\text{C}(p, \gamma)^{13}\text{N}(\beta^+) ^{13}\text{C}(\alpha, n)^{10}\text{O}$ .

В модели звездного перемешивания Вайгера<sup>30</sup> s-процесс происходит следующим образом: 1) нейтронные экспозиции — краткие и происходят периодически; при этом периоды покоя между вспышками значительно больше, чем периоды экспозиции; 2) нейтронная экспозиция на вспышку почти одна и та же для всего вещества, содержащегося в конвективной зоне (рис. 9); 3) конвективная зона теряет массу во время вспышки из-за того, что восходящие струи транспортируют вещество на поверхность, а между вспышками — из-за того, что часть гелия превращается в  $^{12}\text{C}$ . Если  $M_K$  — масса конвективной оболочки, величина которой примерно постоянна в течение эволюции звезды, то между последовательными вспышками остается часть ее  $\alpha M_K$ . Те нейтронообогащенные ядра, которые покидают конвективную зону, эффективно теряются для s-процесса, так как они не в состоянии захватывать нейтроны; 4) в начале каждой вспышки масса  $(1 - \alpha) M_K$  вещества из внешней оболочки вносится в конвективную зону. Это вещество содержит зародышевые ядра, которые ранее не экспонировались нейтронами. В трактовке импульсного s-процесса естественным образом возникает экспоненциальная форма функции распределения нейтронных экспозиций. Если  $\alpha$  — доля массы конвективной оболочки, остающаяся между последовательными вспышками, то для выхода вещества, выбрасываемого во внешнюю оболочку, получаем

$$\begin{array}{cccc} n & n+1 & n+2 & n+3 \\ 1-\alpha & (1-\alpha)\alpha & (1-\alpha)\alpha^2 & (1-\alpha)\alpha^3 \\ \Delta\tau_0^n & 2\Delta\tau & (3\Delta\tau) & 4\Delta\tau \end{array}$$

$$\rho(\tau) = \frac{1}{N_0} \frac{dN(\tau)}{d\tau} = \frac{1-\alpha}{\Delta\tau} \alpha^{\tau/\Delta\tau} = \Lambda \exp(-\Lambda\tau);$$

здесь  $N_0$  — первоначальное число зародышевых ядер во внешней оболочке,  $\Lambda$  — подгоночный параметр, подбираемый из наблюдаемых выходов элементов в Солнечной системе,  $n$  — номер вспышки. В импульсном s-процессе возникает возможность ядрам распадаться между периодами нейтронного облучения в течение интервала  $(3 - 4) \cdot 10^3$  лет между вспышками. Этот распад может изменить соотношение ветвления, если нейтронная экспозиция во время вспышки достаточно мала, так что лишь малое количество неустойчивых ядер захватывают нейтрон после своего образования.

Анализ наблюдаемых выходов в нескольких эволюционирующих звездах (ступенчатый характер и отсутствие ярко выраженных пиков)

показывает, что уже внутри каждой звезды создается суперпозиция различных нейтронных экспозиций, т. е. механизм импульсного характера s-процесса и перемешивания вещества внутри одной звезды дает удовлетворительное согласие с наблюдением.

Ульрих <sup>23</sup> показал, что в импульсном s-процессе можно синтезировать все ядра s-процесса между  $A = 70$  и  $A = 205$  в пределах одиночной звезды

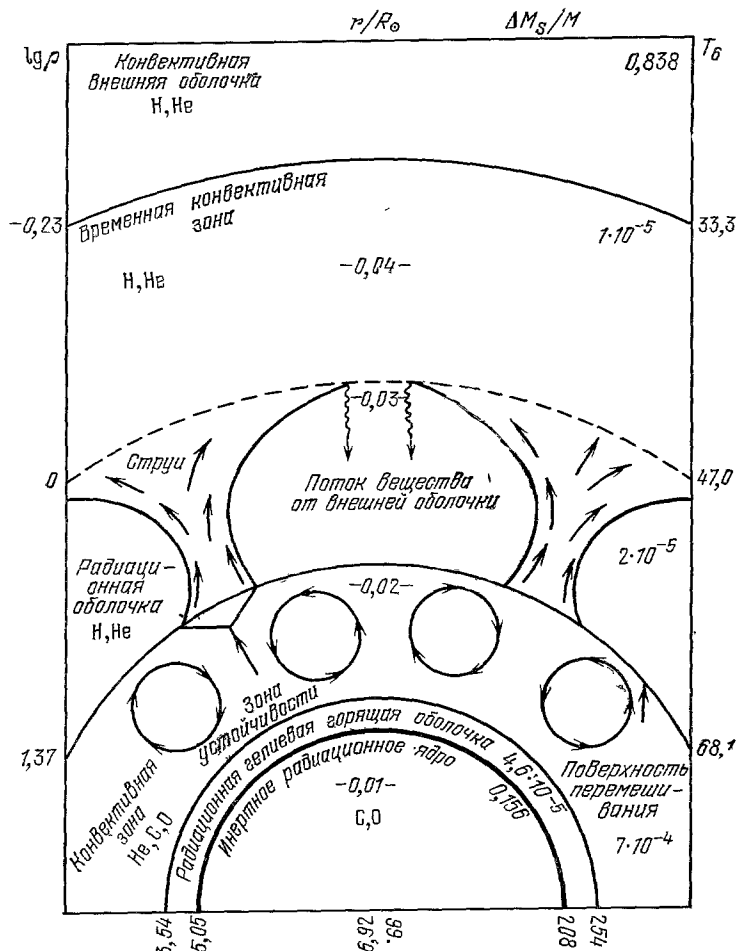


Рис. 9. Схема перемешивания вещества звезды при повторяющихся вспышках гелиевой оболочки <sup>23</sup>.

посредством повторяющейся серии вспышек ее гелиевой оболочки. При оптимальных параметрах  $1 - \alpha = 0,07$ ,  $\Delta \tau = 0,016$ ,  $\Delta N_n$  (число захваченных нейтронов на каждое тяжелое ядро) =  $0,24$  требуется примерно 80 вспышек, чтобы дать окончательное распределение выходов элементов в Солнечной системе. Во время каждой вспышки для этого набора параметров около 5% массы между водородной и гелиевой оболочками обогащаются элементами s-процесса и смешиваются с внешней оболочкой звезды.

Для неразветвленного s-процесса, в цепочке которого нет долгоживущих нуклидов ( $T_{1/2} \leq 10$  лет) и все  $\beta$ -распады происходят гораздо быстрее, чем нейтронные захваты, мы не смогли бы отличить импульсную и непрерывную нейтронные экспозиции. Главная цепочка s-процесса в этом

случае не изменилась бы (см., например, рис. 3). Основное следствие импульсного облучения заключается в том, что за счет интенсивных нейтронных потоков, длящихся  $\approx 10$  лет, вдоль цепочки s-процесса могут быть также построены другие нуклиды, нежели в случае непрерывного нейтронного облучения, если в узлах разветвления имеются долгоживущие нуклиды.

На рис. 10 представлено сравнение кривой выходов, рассчитанной

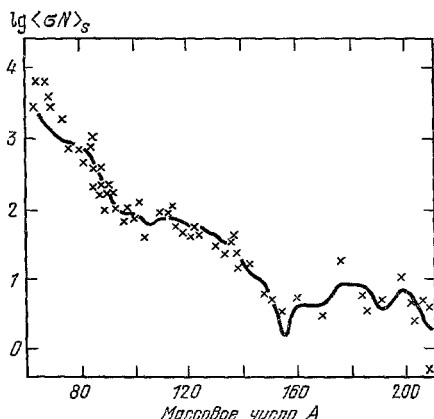


Рис. 10. Сравнение наблюдаемой кривой выходов элементов s-процесса с расчетами Ульриха<sup>23</sup> (рисунок взят из работы<sup>15</sup>).

Ульрихом в предположении импульсной нейтронной экспозиции и разветвлений s-процесса. Как видно из рисунка, учет импульсного характера экспозиции и ветвлений позволяет лучше описать проявление «структур» в ступеньках  $\sigma N = \text{const}$ .

### 3. РАЗВЕТВЛЕНИЕ s-ПРОЦЕССА

В природе существует несколько долгоживущих ядер, которые на дорожке s-процесса с большей вероятностью захватывают нейтрон, чем испытывают  $\beta$ -распад. Это приводит, как уже было отмечено выше, к разветвлению s-процесса. Вообще говоря, каждое ядро в цепочке s-процесса создается и разрушается либо нейтронными захватами, либо ядерными превращениями, вызванными слабыми взаимодействиями ( $\beta^\pm$ -распад, электронный захват). Когда распад происходит слишком быстро ( $\lambda_\beta \gg \lambda_n$ ) или слишком медленно ( $\lambda_\beta \ll \lambda_n$ ) по отношению к нейтронному захвату, рассматриваемое ядро может быть удалено из цепочки или им можно пренебречь. Если же имеет место конкуренция нейтронного захвата и  $\beta$ -распада, возникает разветвление s-процесса.

На рис. 11 показана дорожка разветвленного s-процесса, проходящая через изотопы Kr, Rb, Sr, Y и Zr. Примером разветвления может служить развилка в районе  $^{85}\text{Kr}$ . Здесь основной путь s-процесса отмечен непрерывной линией, штриховой линией показано возможное разветвление (в частности, например, при наличии импульсной нейтронной экспозиции, см. предыдущий раздел). Следуя<sup>33</sup>, введем обозначения  $\lambda_n = n_n \langle \sigma v \rangle$ ,  $\lambda_-$  — скорость  $\beta^-$ -распада,  $\lambda_+$  — скорость  $\beta^+$ -распада,  $\lambda_{ec}$  — скорость элек-

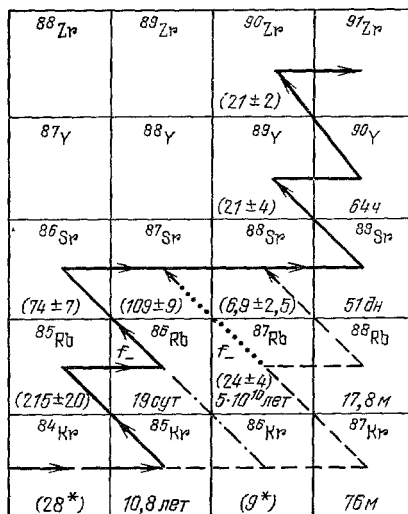


Рис. 11. Дорожка разветвленного s-процесса через изотопы Kr, Rb, Sr, Y, Zr.

Штриховой линией показаны возможные ответвления от основного пути s-процесса.

тронного захвата, и рассмотрим систему уравнений для s-процесса в области Kr, Rb и Sr:

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{dN(^{85}\text{Kr})}{dt} &= \lambda_n(^{84}\text{Kr}) N(^{84}\text{Kr}) - [\lambda_-(^{85}\text{Kr}) + \lambda_n(^{85}\text{Kr})] N(^{85}\text{Kr}), \\ \frac{dN(^{85}\text{Rb})}{dt} &= \lambda_-(^{85}\text{Kr}) N(^{85}\text{Kr}) - [\lambda_n(^{85}\text{Rb})] N(^{85}\text{Rb}), \\ \frac{dN(^{86}\text{Kr})}{dt} &= \lambda_n(^{85}\text{Kr}) N(^{85}\text{Kr}) + \\ &\quad + [\lambda_{ec}(^{86}\text{Rb}) + \lambda_+(^{86}\text{Rb}) N(^{86}\text{Rb}) - \lambda_n(^{86}\text{Kr})] N(^{86}\text{Kr}), \\ \frac{dN(^{86}\text{Rb})}{dt} &= \lambda_n(^{85}\text{Rb}) N(^{85}\text{Rb}) - \\ &\quad - [\lambda_-(^{86}\text{Rb}) + \lambda_{ec}(^{86}\text{Rb}) + \lambda_+(^{86}\text{Rb})] N(^{86}\text{Rb}), \\ \frac{dN(^{86}\text{Sr})}{dt} &= \lambda_-(^{86}\text{Rb}) N(^{86}\text{Rb}) - \lambda_n(^{86}\text{Sr}) N(^{86}\text{Sr}), \\ \frac{dN(^{87}\text{Rb})}{dt} &= \lambda_n(^{86}\text{Kr}) N(^{86}\text{Kr}) - [\lambda_n(^{87}\text{Rb}) + \lambda_-(^{87}\text{Rb})] N(^{87}\text{Rb})^*, \\ \frac{dN(^{87}\text{Sr})}{dt} &= \lambda_n(^{86}\text{Sr}) N(^{86}\text{Sr}) + \lambda_-(^{87}\text{Rb}) N(^{87}\text{Rb}) - \lambda_n(^{87}\text{Sr}) N(^{87}\text{Sr}), \\ \frac{dN(^{88}\text{Sr})}{dt} &= \lambda_n(^{87}\text{Sr}) N(^{87}\text{Sr}) + \lambda_n(^{87}\text{Rb}) N(^{87}\text{Rb}) - \lambda_n(^{88}\text{Kr}) N(^{88}\text{Sr}). \end{aligned} \right. \quad (25)$$

В эту систему уравнений скорости электронного захвата и позитронного распада  $^{86}\text{Rb}$  включены для общности картины, чтобы проиллюстрировать возможности многократного разветвления, хотя на самом деле  $\lambda_-(^{86}\text{Rb}) \gg \lambda_{ec}(^{86}\text{Rb})$  или  $\lambda_+(^{86}\text{Rb})$ .

Для решения системы уравнений (25) можно сделать упрощение, связанное с коротким периодом полураспада  $^{86}\text{Rb}$ :

$$0 = \lambda_n(^{85}\text{Rb}) N(^{85}\text{Rb}) - [\lambda_-(^{86}\text{Rb}) + \lambda_{ec}(^{86}\text{Rb}) + \lambda_+(^{86}\text{Rb})] N(^{86}\text{Rb}). \quad (26)$$

Дифференциальные уравнения (25) по-прежнему трудно разрешимы, так как в общем виде плотность  $n_n$  и температура  $T$  зависят произвольным образом от времени. Поэтому следующим корректным приближением является рассмотрение s-процесса при постоянной температуре  $T$ . Как мы видели в разделе б) гл 2, теория CFHZ вводит переменную

$$\tau \equiv \int_0^t n_n(t') v_T dt',$$

приводя основное уравнение s-процесса (1) к форме (4):  $dN_A/d\tau = \sigma_{A-1}N_{A-1} - \sigma_A N_A$  без какого-либо предположения о зависимости  $n_n(t)$ .

Для разветвленного s-процесса это упрощение становится невозможным из-за того, что скорости нейтронного захвата в уравнениях (25) зависят от  $n_n(t)$ , в то время как скорости слабых взаимодействий (электронного захвата и позитронного распада) не зависят от этой величины. Тем самым время  $t$  входит в уравнения (25) как независимая переменная, и для произвольных зависимостей  $n_n(t)$  их можно решить численным интегрированием.

\*) Из-за малости периодов полураспада  $^{87}\text{Kr}$  и  $^{88}\text{Rb}$  не сохраняются в цепочке s-процесса:  $\lambda_-(^{87}\text{Kr}) N(^{87}\text{Kr}) = \lambda_n(^{86}\text{Kr}) N(^{86}\text{Kr}) \lambda_-(^{88}\text{Rb}) N(^{88}\text{Rb}) = \lambda_n(^{87}\text{Rb}) \times N(^{87}\text{Rb})$ .

Если, однако,  $n_n(t)$  постоянно, то набор уравнений (25) будет содержать постоянные коэффициенты, и систему дифференциальных уравнений первого порядка можно решить точно. В этом случае Вард, Ньюмен и Клейтон<sup>33</sup> вновь используют переменную  $\tau$ , которая при постоянстве  $n_n$  будет линейно пропорциональна времени.

Используя обозначения раздела б) гл. 2  $\psi(A) = \sigma_A N(A)/N_0(^{56}\text{Fe})$  и вводя величину  $f_- \equiv \lambda_-/(\lambda_- + \lambda_n + \lambda_{\text{ес}} + \lambda_+)$ , которая определяет долю ветви  $\beta^-$ -распада, перепишем систему уравнений (25) с учетом (26) в форме, более удобной для анализа и вычислений:

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{d\psi(^{85}\text{Kr})}{d\tau} &= \sigma(^{85}\text{Kr}) \left[ \psi(^{84}\text{Kr}) - \frac{1}{1-f_-(^{85}\text{Kr})} \psi(^{85}\text{Kr}) \right], \\ \frac{d\psi(^{85}\text{Rb})}{d\tau} &= \sigma(^{85}\text{Rb}) \left[ \frac{f_-(^{85}\text{Kr})}{1-f_-(^{85}\text{Kr})} \psi(^{85}\text{Kr}) - \psi(^{85}\text{Rb}) \right], \\ \frac{d\psi(^{86}\text{Kr})}{d\tau} &= \sigma(^{86}\text{Kr}) \{ \psi(^{85}\text{Kr}) + [1-f_-(^{86}\text{Rb})] \psi(^{85}\text{Rb}) - \psi(^{86}\text{Kr}) \}, \\ \frac{d\psi(^{86}\text{Sr})}{d\tau} &= \sigma(^{86}\text{Sr}) [f_-(^{86}\text{Rb}) \psi(^{85}\text{Rb}) - \psi(^{86}\text{Sr})], \\ \frac{d\psi(^{87}\text{Rb})}{d\tau} &= \sigma(^{87}\text{Rb}) \left[ \psi(^{86}\text{Kr}) - \frac{1}{1-f_-(^{87}\text{Rb})} \psi(^{87}\text{Rb}) \right], \\ \frac{d\psi(^{87}\text{Sr})}{d\tau} &= \sigma(^{87}\text{Sr}) \left[ \psi(^{86}\text{Sr}) + \frac{f_-(^{87}\text{Rb})}{1-f_-(^{87}\text{Rb})} \psi(^{87}\text{Rb}) - \psi(^{87}\text{Sr}) \right], \\ \frac{d\psi(^{88}\text{Sr})}{d\tau} &= \sigma(^{88}\text{Sr}) [\psi(^{87}\text{Rb}) + \psi(^{87}\text{Sr}) - \psi(^{88}\text{Sr})]. \end{aligned} \right. \quad (27)$$

Величина  $f_-$  зависит от плотности  $n_n$  и от температуры  $T$ , а также от электронной плотности  $n_e$  (при наличии достаточно интенсивного электронного захвата).

Так как все эти параметры зависят от времени, коэффициенты уравнений (27), вообще говоря, тоже зависят от  $\tau$ . При постоянстве  $n_n$  и неизменном тепловом окружении (особый случай)  $f_-$  и коэффициенты уравнений (27) являются постоянными величинами. Физически картину нейтронного облучения в этом случае можно представить продолжительным прямоугольным импульсом с крутыми фронтами. При сравнении с наблюдаемыми выходами нуклидов в  $s$ -процессе это означает, что  $n_n(t)$  падает от нуля так быстро, что выходы нуклидов практически не изменяются при быстром изменении  $n_n(t)$ .

Классическая теория  $s$ -процесса предполагает  $f_- = 1$  для всех распадающихся ядер. Поэтому модель Варда, Ньюмена и Клейтона, рассматривающая значение  $f_- < 1$ , представляет собой обобщение традиционной картины  $s$ -процесса, несмотря на предположение  $f_- = \text{const}$ . Кроме того, некоторые  $f_-$  зависят от  $T$ , и с учетом этой зависимости можно рассчитать точнее выходы в теории  $s$ -процесса.

Опуская математические выкладки в рассматриваемой модели<sup>33</sup> для выходов каждого из семи ядер ветви, следующей за  $^{84}\text{Kr} \rightarrow ^{85}\text{Kr}$ ,  $^{86}\text{Kr}$ ,  $^{85}\text{Rb}$ ,  $^{87}\text{Rb}$ ,  $^{86}\text{Sr}$ ,  $^{87}\text{Sr}$ ,  $^{88}\text{Sr}$ , запишем точное решение в виде:

$$\psi_i(\tau) = \sigma(^{85}\text{Kr}) \sum_{j=1}^7 A_{ij} \exp(\beta_j \tau) \int_0^\tau \exp(-\beta_j \tau') \psi(^{84}\text{Kr}, \tau') d\tau'; \quad (28)$$

здесь  $\beta_j$ ,  $A_{ij}$  — коэффициенты разложения (сечения или комбинации сечений и долей ветвления  $f_-$  для семи рассматриваемых нуклидов).

Это выражение определяет для каждого из семи ядер ветви величину  $\psi_i(\tau)$  в зависимости от  $\psi$  для ядра, с которого начинается ветвь (в данном случае  $^{84}\text{Kr}$ ), и в зависимости от сечений и отношений ветвлений. Чтобы

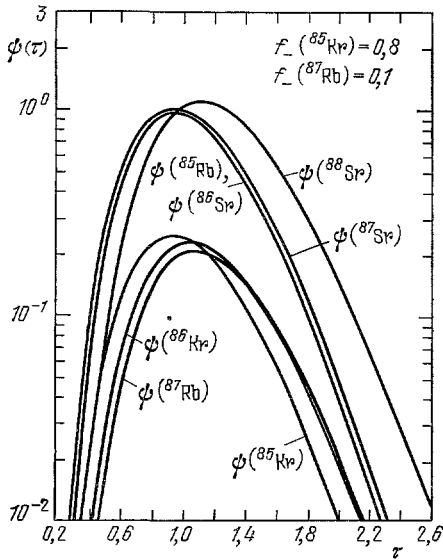


Рис. 12. Зависимость  $\phi(A)$  для ядер ветви  $^{85}\text{Kr}$  при различных значениях отношений ветвлений  $f_-^{33}$ .

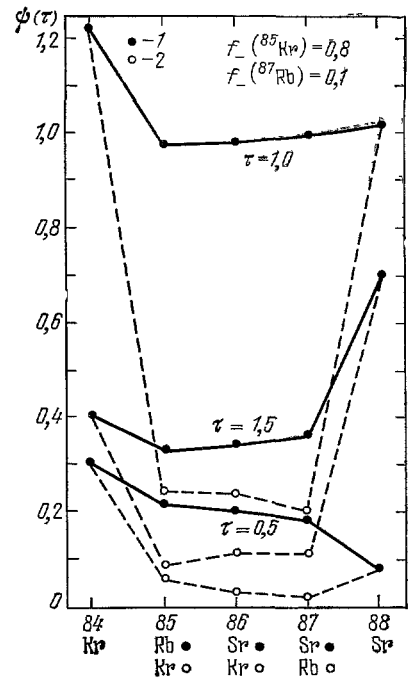


Рис. 13. Зависимость  $\phi(A)$  для ядер ветви  $^{85}\text{Kr}$  при различных значениях  $\tau^{33}$ . 1 — канонический путь, 2 — путь с учетом разветвления.

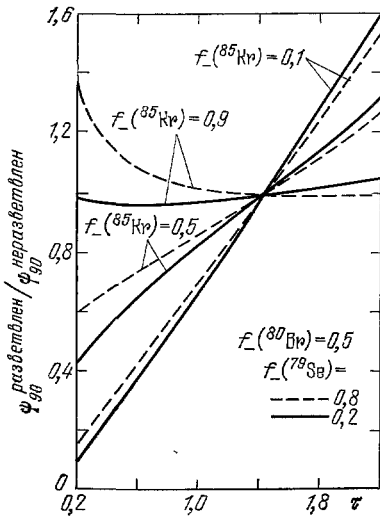


Рис. 14. Влияние разветвлений s-процесса при  $^{79}\text{Se}$  и  $^{85}\text{Kr}$  на величину  $\phi(^{90}\text{Zr})^{33}$ .

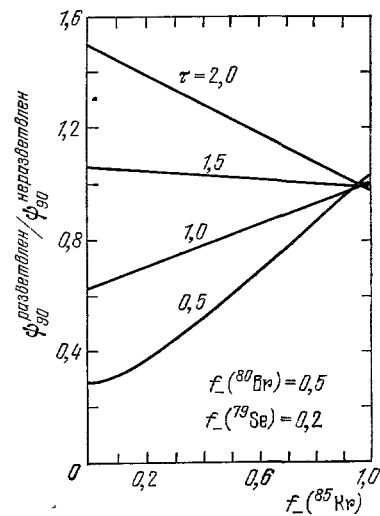


Рис. 15. Зависимость относительной величины  $\phi(^{90}\text{Zr})/\phi_0(^{90}\text{Zr})$  от  $f_-(^{85}\text{Kr})$  для характерных величин нейтронной экспозиции.

вычислить  $\psi_i$ , необходимо знать функциональную зависимость зародышевого члена  $\psi$  ( $^{84}\text{Kr}$ ). На рис. 12, 13 приведены результаты <sup>33</sup> для различных членов ветви  $^{85}\text{Kr}$ , вычисленные с характерными величинами  $f_-$  ( $^{85}\text{Kr}$ ) и  $f_-$  ( $^{87}\text{Rb}$ ). Как видно из рис. 13, результаты расчета  $\psi(\tau)$  с учетом разветвления ( $f \neq 1$ ) отличаются от значений  $\psi(\tau)$ , получающихся в отсутствие разветвлений (канонический путь).

В работе <sup>33</sup> рассмотрен численный пример влияния ветвей  $^{79}\text{Se}$  и  $^{85}\text{Kr}$  на величину  $\psi$  ( $^{90}\text{Zr}$ ). Функция  $\psi^0$  ( $^{90}\text{Zr}$ ) (неразветвленный s-процесс) рассчитывается в предположении, что  $^{79}\text{Se}$  всегда захватывает нейтрон, а  $^{85}\text{Kr}$  всегда испытывает  $\beta^-$ -распад ( $f_- = 1$ ). Функция  $\psi^{\text{ветв}}$  ( $^{90}\text{Zr}$ ) — с учетом предшествующих разветвлений с  $f_-$  ( $^{79}\text{Se}$ ) = 0,2; 0,8 и  $f_-$  ( $^{85}\text{Kr}$ ) = 0,1; 0,5; 0,9.

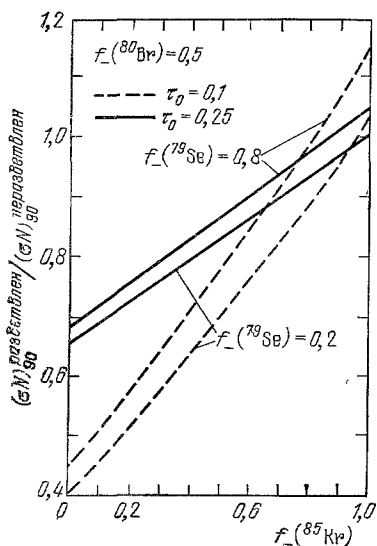


Рис. 16. Влияние разветвлений s-процесса на величину  $\psi$  ( $^{90}\text{Zr}$ ) для интегральной нейтронной экспозиции <sup>33</sup>.

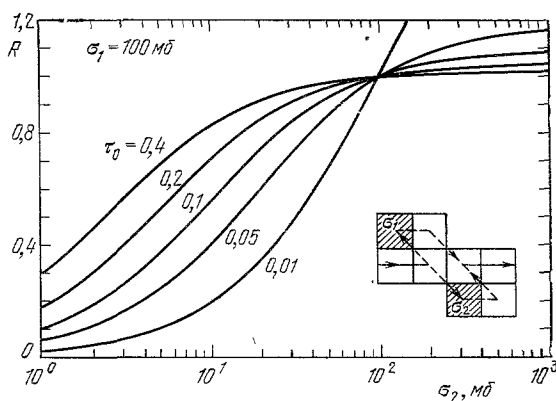


Рис. 17. Эффект относительной «задержки» s-процесса на малых нейтронных сечениях <sup>33</sup>.

На рис. 14, 15 представлены результаты этих вычислений. Рис. 14 показывает отношение  $\psi_{90}^{\text{ветв}}/\psi_{90}^0$  как функцию  $\tau$  для разных значений  $f_-$  ( $^{85}\text{Kr}$ ) и для двух различных значений  $f_-$  ( $^{79}\text{Se}$ ). Как видно из этого рисунка, величина  $f_-$  ( $^{85}\text{Kr}$ ) имеет сильное влияние на выход  $\psi$  ( $^{90}\text{Zr}$ ) в s-процессе. Физически это означает, что s-процесс через  $^{86}\text{Kr}$  задерживается малыми сечениями захвата  $^{86}\text{Kr}$  и  $^{87}\text{Rb}$  относительно s-процесса через  $^{86}\text{Sr}$  и  $^{87}\text{Sr}$  (см. рис. 11). Если  $f_-$  близко к единице, то выход  $^{90}\text{Zr}$  в s-процессе полностью определяется каноническим путем через  $^{86}\text{Sr}$  и  $\psi_{90}^{\text{ветв}} \approx \psi_{90}^0$ . С другой стороны, если  $f_-$  — мало, то при небольших экспозициях  $\tau$  выход  $^{90}\text{Zr}$  определяется разветвлением через  $^{86}\text{Kr}$  и  $^{87}\text{Rb}$ , для которых характерны малые сечения захвата, и  $\psi_{90}^{\text{ветв}} < \psi_{90}^0$ . При больших нейтронных экспозициях  $\tau$  и малых  $f_-$ , даже несмотря на малые  $\sigma$   $^{86}\text{Kr}$  и  $^{87}\text{Rb}$ ,  $\psi_{90}^{\text{ветв}}$  становится больше, чем  $\psi_{90}^0$ .

На рис. 15 непосредственно представлена зависимость отношения  $\psi_{90}^{\text{ветв}}/\psi_{90}^0$  от  $f_-$  ( $^{85}\text{Kr}$ ) для выбранных значений  $\tau$ . Оба этих графика, таким образом, показывают, что влияние ветвления на выходы ядер в s-процессе может быть большим.

Для сравнения теоретических выходов  $\psi_A$  с кривой  $\sigma N$  в Солнечной системе необходимо, как уже отмечалось выше, рассмотреть суперпозицию нейтронных экспозиций  $\tau$ . При этом обычно рассматривается экспоненциаль-



ное распределение экспозиций  $\rho(\tau) = G \exp(-\tau/\tau_0)$ , где  $\tau_0 = 0,25$  мбарн<sup>-1</sup>,  $G = 10^4$  ( $\text{Si} = 10^6$ ).

На рис. 16 представлен тот же эффект, что и на рис. 15, но проинтегрированный по  $\rho(\tau)$  для  $\tau_0 = 0,25$  и  $0,1$  мбарн<sup>-1</sup>. Как видно из рисунка, эффект влияния разветвления при  $^{85}\text{Kr}$  на выход в s-процессе  $^{90}\text{Zr}$  в зависимости от величины  $f_{-} (^{85}\text{Kr})$  сохраняется и для суперпозиций различных нейтронных экспозиций.

Эффект относительной «задержки» s-процесса на малых нейтронных сечениях можно проиллюстрировать на примере простой ветви очень

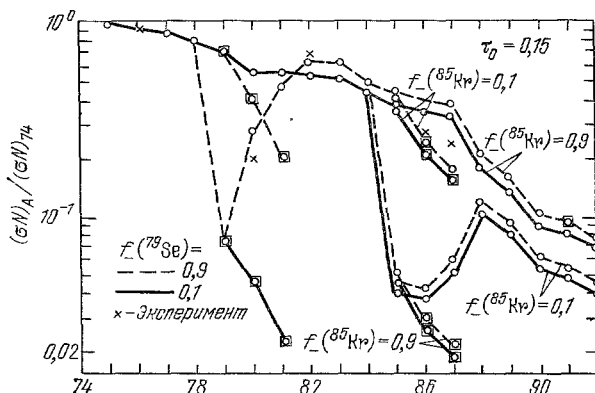


Рис. 18. Влияние эффекта разветвления при  $^{79}\text{Se}$  и  $^{85}\text{Kr}$  на ход кривой  $(\sigma N)_A$ . Кругами представлены выходы ядер в s-процессе без учета разветвления при  $^{79}\text{Se}$  и  $^{85}\text{Kr}$ , а квадратиками — выходы ядер с учетом этих ветвлений. Экспериментальные величины изображены крестиками.

быстрых  $\beta^\pm$ -распадов  $^{33}$  (рис. 17). Для любого ядра, образовавшегося позади этой ветви, отношение  $\sigma N$  величин по веткам  $\sigma_2$  и  $\sigma_1$  будет определяться простым выражением \*):

$$R = \frac{\sigma_2 (1 + \tau_0 \sigma_1)}{\sigma_1 (1 + \tau_0 \sigma_2)}. \quad (29)$$

На рис. 17  $\sigma_1$  фиксировано и равно 100 мбарн. Влияние относительной задержки s-процесса через ветку  $\sigma_2$  на выходы нуклидов в Солнечной системе оказывается весьма существенным при  $\sigma_2 \ll \sigma_1$ .

На рис. 18 показано, как влияют разветвления при  $^{79}\text{Se}$  и  $^{85}\text{Kr}$  на вычисленную  $\sigma N$ -кривую, нормированную к  $(\sigma N)_{^{74}\text{Ge}} = 1$ . Канонические выходы ядер в s-процессе представлены кругами, а квадратиками — выходы ядер с учетом ветвления. Экспериментальные величины изображены крестиками.

#### 4. ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИЕ УСЛОВИЯ s-ПРОЦЕССА

Используя формализм, развитый выше  $^{33}$ , можно оценить средние термодинамические условия s-процесса на основе сравнения синтеза тяжелых элементов в нескольких ключевых ветвлениях s-процесса. Рас-

\*) Легче всего это видно, если воспользоваться простой формой  $\sigma N_A^{\text{теор}}$ , предложенной в работе  $^{30}$ :

$$\sigma N_A^{\text{теор}} = G \sum_{i=56}^A \left( 1 + \frac{1}{\tau_0 \sigma_i} \right)^{-1}. \quad (30)$$

смаатривая все ветвления как функцию средних термодинамических условий, для любых двух ядер вдоль дорожки s-процесса имеем:

$$\frac{\lambda_n^i}{\lambda_n^j} = \frac{\sigma_i}{\sigma_j}, \quad (31)$$

$$\frac{t_-^j(T)}{t_-^i(T)} = \left\{ \left[ \frac{1}{f_-^j(T, n_e)} - 1 \right] \left[ \frac{1}{f_-^i(T, n_e)} - 1 \right]^{-1} \right\} \frac{\sigma_i(T)}{\sigma_j(T)}, \quad (32)$$

где  $t_-$  — период полураспада относительно  $\beta^-$ -распада.

Отношения ветвлений  $f_-^i(T, n_e)$  определяются подгонкой наблюдаемых  $\sigma/N$  отношений в пределах каждой ветви, они являются функциями температуры и плотности свободных электронов  $n_e$ .

Если сечения, выходы и скорости  $\beta^-$ -распада хорошо известны, то для всех возможных комбинаций разветвлений из уравнений (32) можно получить набор допустимых значений  $T$  и  $n_e$  (и, следовательно, нейтронной плотности  $n_n$ ) и выбрать из него согласующиеся значения средней температуры и нейтронной плотности в s-процессе. В качестве нормирующей ветви Вард, Ньюмен и Клейтон выбрали ветвь  $^{85}\text{Kr}$ , которая не содержит внутренних разветвлений. Трудно, конечно, ожидать, что такая процедура приведет к точным совпадающим значениям  $T$  и  $n_e$  для различных нуклидов s-процесса, однако она позволяет установить разумные пределы на термоядерные условия s-процесса.

Таким образом, средняя температура и электронная плотность, при которых происходит синтез  $i$ -го нуклида, вычисляются из соотношений типа:

$$\frac{t_-^i(T)}{t_-(^{85}\text{Kr})} = \left( \frac{f_- \sigma}{1 - f_-} \right)_{^{85}\text{Kr}} \left[ \frac{1 - f_-(T, n_e)}{f_-(T, n_e) \sigma} \right]_i. \quad (33)$$

В этом соотношении температурная зависимость параметров определяется не только зависимостью скоростей  $\beta^-$ -распада от температуры, но и возможной температурной зависимостью величины  $\sigma\tau_0$ , где  $\tau_0$  — подгоночный параметр в выражении для плотности распределения нейтронных экспозиций. Однако, как показал Клейтон <sup>34</sup>,  $\tau_0(kT) \approx (kT/30 \text{ кэВ})^{0.7} \times \tau_0(30 \text{ кэВ})$ , и так как в большинстве случаев  $\sigma \propto T^{-1/2}$ , то  $\sigma\tau_0 \propto T^{0.2}$ . Эта температурная зависимость оказывается гораздо слабее температурной зависимости скоростей  $\beta^-$ -распада.

Зависимость скорости  $\beta^-$ -распада от температуры была вычислена в 1973 г. Ньюменом <sup>35</sup>. Основные эффекты, которые при этом рассматривались, — влияние возбужденных состояний ядра <sup>36</sup> и электронного захвата на вакансии атома <sup>37,38</sup>. Рис. 19 дает главную температурную зависимость периода полураспада  $t_-$  для  $\beta^-$ -излучателей вдоль разветвляющейся дорожки s-процесса. На рис. 20 демонстрируется существенное влияние температуры и электронной плотности на ход многократного разветвления при  $^{64}\text{Cu}$ . Изменение  $T$  и  $n_e$  приводит к значительным отклонениям  $f_-(^{64}\text{Cu})$  от лабораторного значения 0,38. Окончательно, с учетом указанной выше зависимости  $\sigma \propto T^{-1/2}$ , средняя нейтронная плотность  $n_n$  и средний нейтронный поток  $\Phi$  даются соотношениями:

$$n_n = \frac{\ln 2}{v_T \sigma t_n} = \frac{9,15 \cdot 10^{10}}{\sigma t_n} \text{ см}^{-3}, \quad (34)$$

$$\Phi = v_T n_n = \frac{1,18 \cdot 10^{19} \sqrt{T_8}}{\sigma t_n} \text{ см}^{-2} \text{ с}^{-1}. \quad (35)$$

Здесь  $T_8 = 10^{-8} T \text{ К}$ ,  $t_n = \ln 2 / \lambda_n$  — «период полураспада» \*) относительно нейтронного захвата (в годах),  $\sigma$  (30 кэВ) — в мбарн.

\*) Время жизни данного ядра относительно нейтронного захвата равно  $t_n / \ln 2$ .

Вард, Ньюмен и Клейтон<sup>33</sup> в предположении средней плотности горящих гелиевых оболочек  $\rho = 2000 \text{ г/см}^3$ <sup>39,40,32</sup> произвели расчет нескольких ключевых разветвлений s-процесса, используя их в качестве

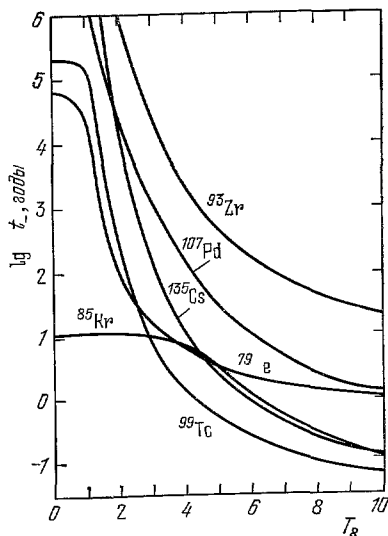


Рис. 19. Температурная зависимость периодов полураспада  $t_{1/2}$  для «ключевых» ядер разветвленного s-процесса.

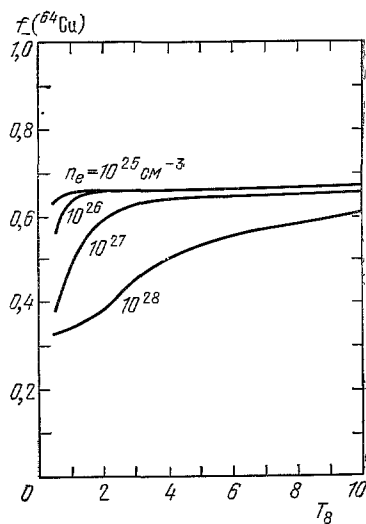


Рис. 20. Температурная зависимость величины  $f_{-}(^{64}\text{Cu})$  для различных значений электронной плотности.

индикаторов средней температуры и временной шкалы s-процесса. Результаты их вычислений представлены в табл. II. Как видно из этой таблицы, средняя температура s-процесса получается равной  $\sim 3 \cdot 10^8 \text{ К}$ .

Таблица II

Нуклиды ветвления	$\sigma$ , мб	$t_{\beta}$ (лаб.), лет	$f_{\beta}$	$T_8$	$t_{\beta}$ ( $T_8$ ), лет	$t_n$ ( $T_8$ ), лет
$^{79}\text{Se}$	250	$6,5 \cdot 10^4$	0,58	2,9	17	23
$^{80}\text{Br}$	—	$3,4 \cdot 10^{-5}$	0,46	2,9	—	—
$^{85}\text{Kr}$	125	$1,1 \cdot 10$	0,82	$\sim 3$	$\sim 10$	$\sim 46$
$^{93}\text{Zn}$	70	$9,5 \cdot 10^5$	0,28	?	—	—
$^{113}\text{Cd}$	840	$9,0 \cdot 10^{15}$	0,032	3,3	190	6,3
$^{134}\text{Cs}$	1000	2,1	0,72	3,4	2,1	5,3
$^{151}\text{Sm}$	2500	$9,3 \cdot 10$	0,076	?	$< 93$	$< 7,6$
$^{152}\text{Eu}$	—	$1,3 \cdot 10$	0,97	$> 2$	$< 0,016$	—
$^{154}\text{Eu}$	4640	8,6	0,83	?	$< 8,6$	$< 42$
$^{163}\text{Dy}$	1600	$\infty$	0,29	$\sim 4$	$\sim 6,3$	$\sim 2,6$
$^{168}\text{Ho}$	2820	$3,3 \cdot 10$	0,23	$\sim 4$	$\sim 5,1$	$\sim 1,5$
$^{176}\text{Lu}$	2250	$2,6 \cdot 10^{10}$	0,67	?	—	—

В первом столбце таблицы для каждого нуклида, дающего разветвление, представлены значения сечений нейтронного захвата, во втором — периоды полураспада, измеренные в лаборатории, в третьем — вычисленные отношения разветвлений, в четвертом — температура  $T_8$ , необходимая для согласования с разветвлением при  $^{85}\text{Kr}$ , в пятом — период полураспада относительно  $\beta$ -распада при температуре  $T_8$ , и, наконец, в шестом столбце — результирующий «период полураспада»  $t_n$  относительно нейтронного захвата.

Несмотря на то что анализ <sup>33</sup> зависит от оцененных значений нейтронных сечений и свойств  $\beta$ -распада возбужденных ядерных состояний, для средних термодинамических условий среды, в которой происходит s-процесс, получается хорошо согласующаяся картина, если принять  $T_8 = 3,1$ ;  $n_n = 1,6 \cdot 10^7 \text{ см}^{-3}$  ( $\rho = 2000 \text{ г/см}^3$ ),  $\Phi \approx 3,5 \cdot 10^{15} \text{ см}^{-2}\text{с}^{-1}$ . Эти величины сравнимы с недавними результатами расчетов:  $T_8 = 2,5$  и  $\Phi = 6,3 \cdot 10^{16} \text{ см}^{-2}\text{с}^{-1}$  <sup>42</sup>. Ульрих в модели импульсной нейтронной экспозиции (см. п. д.) гл. 2) получает хорошее согласие по выходам нуклидов, производимых через ветви <sup>79</sup>Se и <sup>85</sup>Kr, используя следующие значения потока и температуры во время нейтронных вспышек:  $\Phi = 4 \cdot 10^{16} \text{ см}^{-2}\text{с}^{-1}$ ,  $T_8 = 2,5$ . Такие области температур ( $T_8 = 1-4$ ) <sup>43,44</sup> и нейтронных потоков ( $\Phi = 10^{15}-10^{16} \text{ см}^{-2}\text{с}^{-1}$ ) могут возникнуть в реакциях <sup>13</sup>C ( $\alpha, n$ ) <sup>16</sup>O, <sup>17</sup>O ( $\alpha, n$ ) <sup>20</sup>Ne и <sup>22</sup>Ne ( $\alpha, n$ ) <sup>25</sup>Mg в сгорающих гелиевых оболочках далеко прореволюционировавших звезд. В табл. III приведены результаты рас-

Таблица III

Нуклиды ветвления	$\sigma$ , мб	$t_\beta$ (лаб.), лет	$t_\beta$	$t_\beta$ ( $T_8$ ), лет	$t_n$ ( $T_8$ ), лет
<sup>63</sup> Ni	30	$1,0 \cdot 10^2$	0,66	100	190
<sup>64</sup> Cu	—	$1,5 \cdot 10^3$	0,64	—	—
<sup>81</sup> Kr	450	$2,1 \cdot 10^5$	0,51	12	13
<sup>99</sup> Tc	800	$2,1 \cdot 10^5$	0,56	5,6	7,2
<sup>107</sup> Pd	950	$6,5 \cdot 10^6$	0,0066	910	6,0
<sup>129</sup> I	450	$1,6 \cdot 10^7$	0,96	0,55	13
<sup>135</sup> Cs	200	$2,3 \cdot 10^6$	0,29	71	29
<sup>147</sup> Pm	1100	2,6	0,67	2,6	5,2
<sup>153</sup> Gd	2500	0,66	0,78	0,63	2,3
<sup>155</sup> Eu	1700	4,8	0,41	4,8	3,4
<sup>160</sup> Tb	4100	0,20	0,87	0,20	1,4
<sup>170</sup> Tm	3200	0,35	0,84	0,35	1,8
<sup>171</sup> Tm	1300	1,9	0,70	1,9	4,4
<sup>182</sup> Ta	2300	0,32	0,89	0,32	2,5
<sup>192</sup> Ir	2100	0,20	0,93	0,20	2,7
<sup>193</sup> Pt	1100	50	0,031	160	5,2
<sup>204</sup> Tl	134	3,8	0,92	3,8	43
<sup>205</sup> Pb	54	$1,4 \cdot 10^7$	0,45	130	105

четов других разветвлений s-процесса в предположении вычисленных выше средних значений температуры и нейтронной плотности:  $T_8 = 3,1 \cdot 10^8 \text{ K}$ ,  $n_n = 1,6 \cdot 10^7 \text{ см}^{-3}$ .

В заключение этого раздела рассмотрим в соответствии с <sup>33</sup> среднее время  $\langle t \rangle$  s-процесса, которое получается при постоянном нейтронном потоке  $\Phi$ :

$$\langle t \rangle = \left[ \Phi \int_0^\infty \rho(\tau) \frac{dn_e(\tau)}{d\tau} d\tau \left( \int_0^\infty \rho(\tau) n_e(\tau) d\tau \right)^{-1} \right]^{-1} = \frac{\tau_0}{\Phi}; \quad (36)$$

здесь  $\rho(\tau)$  — по-прежнему экспонента:  $\rho(\tau) = G \exp(-\tau/\tau_0)$ ;  $n_e(\rho)$  — число нейтронных захватов, приходящихся на одно зародышевое ядро \*).

\*) Среднее число нейтронных захватов на проэкспонированное зародышевое ядро дается выражением

$$N_c = \int_0^\infty \rho(\tau) n_e(\tau) d\tau \left( \int_0^\infty \rho(\tau) d\tau \right)^{-1}$$

и, как можно показать, при  $\tau_0 = 0,25 N_c = 4,8$ . Это соответствует  $8,5 \cdot 10^3$  захваченных нейтронов (в шкале Si =  $10^6$ ).

Из соотношения (36) для величин  $\tau_0 = 0,25 \text{ мбарн}^{-1}$  и  $\Phi = 3,5 \cdot 10^{15} \text{ см}^{-2} \text{ с}^{-1}$  получаем

$$\langle t \rangle = 2270 \text{ лет},$$

т. е. для производства тяжелых элементов s-процесса требуется по крайней мере несколько тысяч лет нейтронного облучения, чтобы получить наблюдаемое распределение \*).

### 5. КОСМОХРОНОЛОГИЯ s-ПРОЦЕССА

Для определения возраста ядер, образованных в s-процессе нуклеосинтеза, Аудоз, Фаулер и Шрамм предложили использовать долгоживущий нуклид  $^{176}\text{Lu}$ , который образуется, по-видимому, только в s-процессе <sup>52</sup>. Лютеций-176 экранируется от r-процесса изотопом иттербия  $^{176}\text{Yb}$ .

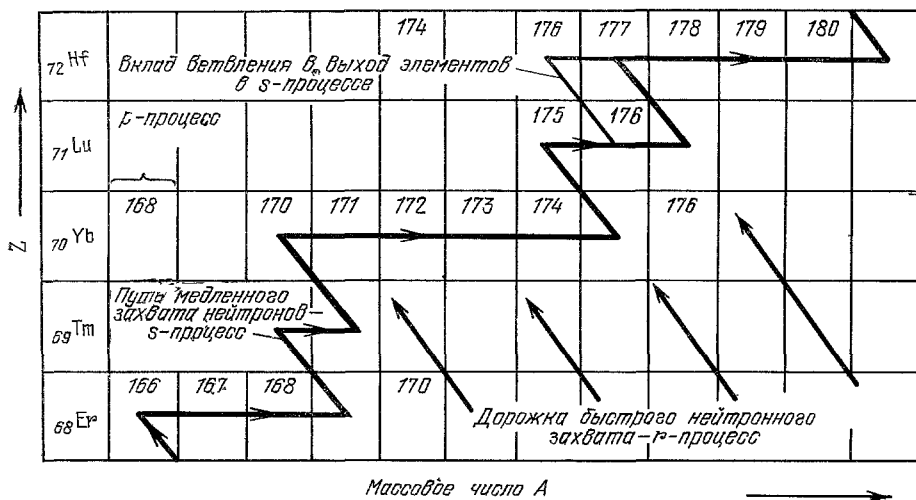


Рис. 21. Образование в s-процессе изотопов лютеция, иттербия и гафния.

Вклад р-процесса \*\*) в выход  $^{176}\text{Lu}$  можно оценить из выходов нечетно-нечетных ядер  $^{138}\text{La}$  и  $^{180}\text{Ta}$ , образующихся в р-процессе. Такая оценка показывает, что компонент р-процесса в образовании  $^{176}\text{Lu}$  меньше 5% (рис. 21).

\*) В работе <sup>9</sup> определены две типичные ветви медленного захвата нейтронов при  $^{79}\text{Kt}$  и  $^{151}\text{Sm}$ , которые могут служить характеристикой временной шкалы s-процесса, если использовать времена жизни нуклидов этих ветвей относительно  $\beta$ -распада. Соответственно получаются два различных значения времени между последовательными захватами нейтронов ( $10^5$  лет для ядер с  $A < 100$  и 10 лет для  $A > 100$ ). Однако, если учесть зависимость времен жизни  $\beta$ -распада от температуры, а также импульсный характер нейтронной экспозиции, ветвь при  $^{151}\text{Sm}$  согласуется с теми же условиями и временными шкалами, которые необходимы для всех других ветвей s-процесса. Большие выходы нуклидов с  $A \geq 100$ , которые в работе <sup>9</sup> объяснялись более высоким нейтронным потоком, сейчас приписываются облучению одним и тем же нейтронным потоком (что и для  $A < 100$ ), но более длительное время (непрерывно или во вспышках) <sup>15</sup>.

\*\*) р-процесс — поглощение протонов по реакции (p,  $\gamma$ ), приводящее к появлению некоторых тяжелых нуклидов с избытком протонов, которые не могут образоваться при захвате нейтронов.

Период полураспада  $^{176}\text{Lu}$  измерялся неоднократно, при этом были получены сильно расходящиеся результаты: от  $2,1 \cdot 10^{10}$  до  $7,3 \cdot 10^{10}$  лет. Однако значения  $T_{1/2}$  ( $^{176}\text{Lu}$ ), опубликованные в последние пятнадцать лет, группируются примерно в области  $(3,6-4,0) \cdot 10^{10}$  лет. В частности, в 1980 г. тщательное измерение, сделанное в работе <sup>53</sup>, приводит к величине  $(4,08 \pm 0,24) \cdot 10^{10}$  лет. Мы примем здесь среднее значение, оцененное по результатам пяти последних работ:  $T_{1/2}$  ( $^{176}\text{Lu}$ ) =  $(4,0 \pm 0,3) \cdot 10^{10}$  лет.

Выход долгоживущего радиоактивного нуклида с атомным весом  $A$  (в модели непрерывного синтеза) определяется соотношением:

$$N_A(t_p) = \exp[-\lambda_A(\theta_{ss} + \Delta)] \int_0^{\Delta} a_A(t) \exp(\lambda_A t) dt; \quad (37)$$

здесь  $\lambda_A$  — постоянная распада,  $\theta_{ss}$  — возраст Солнечной системы,  $\Delta$  — продолжительность нуклеосинтеза до образования Солнечной системы,  $a_A$  — скорость образования данного нуклида в процессе нуклеосинтеза,  $t_p$  — настоящий момент времени. В случае однородного синтеза ( $a_A(t) = \text{const}$ ) получаем

$$N_A(t_p) = \frac{a_A}{\lambda_A} \exp[-\lambda_A(\theta_{ss} + \Delta)] [\exp(\lambda_A \Delta) - 1]. \quad (38)$$

Для стабильного ядра с атомным весом  $A'$   $N_{A'}(t_p) = a_{A'}^{\text{стаб}} \Delta$ . Выбирая в качестве «репера» для вычисления относительного выхода  $^{176}\text{Lu}$  стабильный изотоп лютеция  $^{175}\text{Lu}$ , имеем

$$\frac{N(^{176}\text{Lu})}{N_s(^{175}\text{Lu})} = \frac{a_{176}}{a_{175}} \frac{\exp[-\lambda_{176}(\theta_{ss} + \Delta_s)]}{\Delta_s \lambda_{176}} [\exp(\lambda_{176} \Delta_s) - 1]; \quad (39)$$

здесь  $N_s$  — выход  $^{175}\text{Lu}$  за счет s-процесса \*),  $\Delta_s$  — продолжительность s-процесса нуклеосинтеза до образования Солнечной системы \*\*). Величина  $\theta_{ss} + \Delta$  представляет собой возраст нуклидов, образованных в

Таблица IV

Нуклид	Процесс	Выход (Si $\approx 10^6$ )	Сечение $\sigma$ , мб	Выход в s-процессе	Выход в r-процессе
$^{175}\text{Lu}$	s, r	0,0334	$1460 \pm 110$	0,00411	0,02929
$^{176}\text{Lu}$	s	0,00097	$2250 \pm 200$	0,00097	—
$^{176}\text{Hf}$	s	0,0079	$700 \pm 90$	0,0079	—

s-процессе. Таким образом, если известны выходы  $N(^{176}\text{Lu})$  и  $N_s(^{175}\text{Lu})$  и отношение скоростей производства, то соотношение (39) позволяет определить возраст нуклидов s-процесса. Величина  $a_{176}/a_{175}$  в настоящее время не установлена, но ее можно оценить, используя основной вывод теории s-процесса об обратной пропорциональности скоростей производства близких по  $A$  ядер нейтронным сечениям захвата:

$$\frac{a_{176}}{a_{175}} = \frac{\sigma_{175}}{\sigma_{176}}. \quad (39a)$$

\*) Основной вклад в образование  $^{175}\text{Lu}$  (90%) дает r-процесс;  $N_s(^{175}\text{Lu}) = N(^{175}\text{Lu}) - N_r(^{175}\text{Lu})$  (табл. IV).

\*\*)  $\Delta_s$  — время, в течение которого в Галактике в звездах первого поколения синтезировались продукты s-процесса, наблюдаемые сегодня в Солнечной системе.

Следует, однако, учесть при этом, что ядро  $^{176}\text{Lu}$ , помимо основного состояния, которое распадается в  $^{176}\text{Hf}$  с постоянной распада  $\lambda_{176} = 1,73 \cdot 10^{-11} \text{ год}^{-1}$ , имеет изомерное состояние 290 кэВ, которое также распадается в  $^{176}\text{Hf}$ , но с малым периодом полураспада — 3,7 час. Следовательно, в s-процессе только доля нейтронного захвата  $^{175}\text{Lu} + n$  будет идти в долгоживущее состояние  $^{176}\text{Lu}$  <sup>52</sup>. Эта доля ветвления

$$B = \frac{\sigma [^{175}\text{Lu} (n, \gamma) ^{176}\text{Lu}]}{\sigma [^{175}\text{Lu} (n, \gamma) (^{176}\text{Lu} + ^{176m}\text{Lu})]} \quad (39б)$$

не измерена при энергиях нейтронов  $\sim 30$  кэВ. Лучшая оценка  $B$  при тепловых энергиях <sup>52</sup>  $B = 0,22 \pm 0,17$ . Мак Куллох, Лаэтр и Розман <sup>55</sup>, предполагая, что  $N_s \sigma$  в области массовых чисел  $145 \leq A \leq 200$  составляет величину 6,0, получили  $0,35 \leq B \leq 0,42$ . Таким образом, разброс возможных значений  $B$  охватывает область от 0,2 до 0,4. С учетом доли ветвления  $B$  формула (39а) переходит в (39в):

$$\frac{a_{176}}{a_{175}} = B \frac{\sigma_{175}}{\sigma_{176}}. \quad (39в)$$

Кроме неопределенности значения  $B$ , для изотопов лютеция нет до сих пор надежных данных по сечениям нейтронного захвата и, самое главное, трудно оценить долю лютеция-175, образованного только в s-процессе. Предварительные оценки на основе соотношения (39) показывают, что значение  $\Delta_s$  сравнимо по порядку величины с продолжительностью нуклеосинтеза, вычисленной по другим радиоактивным хронометрам ( $^{238}\text{U}/^{232}\text{Th}$ ,  $^{187}\text{Re}/^{187}\text{Os}$ ) <sup>54</sup>.

Уравнение (39) мало чувствительно к изменению величины  $\Delta_s$ . Для вычисления продолжительности s-процесса нуклеосинтеза в Галактике можно использовать вместо  $^{176}\text{Lu}/^{175}\text{Lu}$  другую пару нуклидов:  $^{176}\text{Lu}/^{176}\text{Hf}$  \*). Гафний-176 — стабильное дочернее ядро лютеция-176 и образуется только в s-процессе.

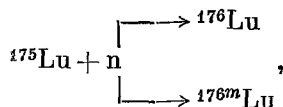
Согласно <sup>56</sup>

$$\Delta_s = \frac{1}{\lambda_{176}} \ln \left[ \frac{a(^{176}\text{Lu})}{a(^{176}\text{Hf})} \frac{N(^{176}\text{Hf})}{N(^{176}\text{Lu})} \right]; \quad (40)$$

здесь  $N(^{176}\text{Hf})$ ,  $N(^{176}\text{Lu})$  — выходы  $^{176}\text{Hf}$  и  $^{176}\text{Lu}$  в момент образования Солнечной системы. Используя приближение  $\sigma(^{176}\text{Lu}) \cdot a(^{176}\text{Lu}) \approx \sigma(^{176}\text{Hf}) \cdot a(^{176}\text{Hf})$ , получим

$$\Delta_s = \frac{1}{\lambda_{176}} \ln \left[ \frac{\sigma(^{176}\text{Hf})}{\sigma(^{176}\text{Lu})} \frac{N(^{176}\text{Hf})}{N(^{176}\text{Lu})} \right]. \quad (41)$$

Уравнение (41) с учетом разветвления



переходит в (42):

$$\Delta_s = \frac{1}{1,73 \cdot 10^{-11}} \ln \left[ \frac{B \sigma(^{176}\text{Hf})}{(1-B) \sigma(^{176}\text{Lu})} \frac{N(^{176}\text{Hf})}{N(^{176}\text{Lu})} \right]. \quad (42)$$

Величины, входящие в уравнение (42), приведены в табл. IV.

\*) В качестве близких по  $A$  нуклидов в паре с  $^{176}\text{Lu}$  можно использовать также стабильные нуклиды  $^{176}\text{Yb}$  и  $^{182}\text{W}$  <sup>52,55</sup>.





ний, описывающих окончание s-процесса, можно записать в виде

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{d(^{206}\text{Pb})}{dt} &= -\lambda_n(^{206}\text{Pb})^{206}\text{Pb} + \lambda_\alpha(^{210}\text{Po})^{210}\text{Po} + \lambda_n(^{205}\text{Pb})^{205}\text{Pb}, \\ \frac{d(^{207}\text{Pb})}{dt} &= \lambda_n(^{206}\text{Pb})^{206}\text{Pb} - \lambda_n(^{207}\text{Pb})^{207}\text{Pb} + \lambda_n(^{210}\text{Po})^{210}\text{Po}, \\ \frac{d(^{208}\text{Pb})}{dt} &= \lambda_n(^{207}\text{Pb})^{207}\text{Pb} - \lambda_n(^{208}\text{Pb})^{208}\text{Pb}, \\ \frac{d(^{209}\text{Bi})}{dt} &= \lambda_n(^{208}\text{Pb})^{208}\text{Pb} - \lambda_n(^{209}\text{Bi})^{209}\text{Bi}, \\ \frac{d(^{210}\text{Po})}{dt} &= \lambda_n(^{209}\text{Bi})^{209}\text{Bi} - \lambda_\alpha(^{210}\text{Po})^{210}\text{Po} - \lambda_n(^{210}\text{Po})^{210}\text{Po}. \end{aligned} \right. \quad (43)$$

Для удобства эти дифференциальные уравнения представим в матричной форме:

$$\frac{dX}{d\tau} = \Sigma X + b(\tau),$$

где

$$\begin{aligned} X &\equiv [^{206}\text{Pb}, ^{207}\text{Pb}, ^{208}\text{Pb}, ^{209}\text{Bi}, ^{210}\text{Po}], \\ b(\tau) &\equiv [\psi_{205}, 0, 0, 0, 0] \end{aligned} \quad (44)$$

и матрица

$$\Sigma \equiv \begin{vmatrix} -\sigma(^{206}\text{Pb}) & 0 & 0 & 0 & \frac{\lambda_\alpha(^{210}\text{Po})}{\lambda_n(^{210}\text{Po})} \sigma(^{210}\text{Po}) \\ \sigma(^{206}\text{Pb}) & -\sigma(^{207}\text{Pb}) & 0 & 0 & \sigma(^{210}\text{Po}) \\ 0 & \sigma(^{207}\text{Pb}) & -\sigma(^{208}\text{Pb}) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma(^{208}\text{Pb}) & -\sigma(^{209}\text{Bi}) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sigma(^{209}\text{Bi}) & -\left[1 + \frac{\lambda_\alpha(^{210}\text{Po})}{\lambda_n(^{210}\text{Po})} \sigma(^{210}\text{Po})\right] \end{vmatrix}.$$

Функция  $\psi_{205} = \sigma(^{205}\text{Pb})^{205}\text{Pb}$  — известная функция  $\tau$ , зависящая от сечений нейтронного захвата для всех предшествующих ядер в цепочке s-процесса. Она описывает в рассматриваемом цикле выход начальных зародышевых ядер  $^{205}\text{Pb}$ .

Уравнение (44) можно было бы легко проинтегрировать, если бы матрица  $\Sigma$  содержала постоянные элементы. Несмотря на то что нейтронные сечения зависят от температуры и тем самым могут изменяться со временем, в первом приближении их можно взять постоянными. Трудность заключается в величине разветвления  $\lambda_\alpha(^{210}\text{Po})/\lambda_n(^{210}\text{Po})$ . Эта величина изменяется с плотностью нейтронов  $n_n$  за счет  $\lambda_n(^{210}\text{Po})$ . Плотность нейтронов увеличивается от нуля, когда начинаются реакции, приводящие к освобождению нейтронов, достигает некоторого максимума в пике s-процесса, а затем падает экспоненциально до нуля по мере истощения источников свободных нейтронов. Можно предположить, однако, что нейтронный поток убывает со временем жизни того же порядка, что и временная шкала s-процесса (горение гелия и углерода). Поэтому даже если нейтронный поток достаточно большой, чтобы величина  $\lambda_n(^{210}\text{Po})$  могла конкурировать с  $\lambda_\alpha(^{210}\text{Po})$ , окончание s-процесса происходит медленно в режиме  $\lambda_n \ll \lambda_\alpha$ . В этом случае выходом  $^{211}\text{Po}$  можно пренебречь, считая,

что  $\alpha$ -распад  $^{210}\text{Po}$  в  $^{206}\text{Pb}$  следует сразу же за нейтронным захватом  $^{209}\text{Bi} + n$ .

Дифференциальные уравнения (44) упрощаются, приобретая постоянные коэффициенты:

$$\frac{d}{d\tau} \begin{vmatrix} ^{204}\text{Pb} \\ ^{207}\text{Pb} \\ ^{208}\text{Pb} \\ ^{209}\text{Pb} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -\sigma(^{206}\text{Pb}) & 0 & 0 & \sigma(^{209}\text{Bi}) \\ \sigma(^{206}\text{Pb}) & -\sigma(^{207}\text{Pb}) & 0 & 0 \\ 0 & \sigma(^{207}\text{Pb}) & -\sigma(^{208}\text{Pb}) & 0 \\ 0 & 0 & \sigma(^{208}\text{Pb}) & -\sigma(^{209}\text{Bi}) \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} ^{206}\text{Pb} \\ ^{207}\text{Pb} \\ ^{208}\text{Pb} \\ ^{209}\text{Pb} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \psi_{205} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix}. \quad (45)$$

Клейтон и Рассбах<sup>45</sup> численным интегрированием получили решение (45), представленное на рис. 23 в виде зависимости  $\psi_A(\tau)$ . Они

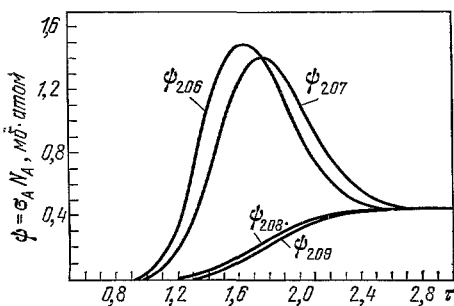


Рис. 23. Величины  $\psi_A = \sigma_A N_A$  для ядер в конце цепочки s-процесса<sup>44</sup>.

Для расчетов использованы значения:  $\sigma_{206} = 9,6$  мбарн,  $\sigma_{207} = 8,7$  мбарн,  $\sigma_{208} = 0,5$  мбарн,  $\sigma_{209} = 12,1$  мбарн при  $kT = 30$  кэВ.

показали также, что решение окончания s-процесса не критично к величине плохо известного нейтронного сечения захвата  $^{208}\text{Pb}$ . Выходы в s-процессе изотопов свинца при ранее сделанных предположениях о форме зависимости  $\rho(\tau)$  почти не зависят от величины  $\sigma_{208}$ , если эта величина мала ( $\leq 2$  мбарн). Если  $\sigma_{208} \geq 2$  мбарн, то решение окончания s-процесса будет зависеть от этой величины, но в этом случае ее можно измерить на опыте.

Можно показать также, что в то время как для расчета выходов в s-процессе ядер с  $A < 200$

существенны малые величины экспозиции  $\tau$ , в случае ядер с  $A > 200$  главную роль играют большие величины  $\tau$ <sup>44</sup>.

### КРАТКИЕ ВЫВОДЫ

В первоначальной формулировке теории s-процесса выходы тяжелых ( $A > 60$ ) ядер вдоль долины  $\beta$ -стабильности рассматривались как следствие цепочек нейтронного захвата в предположении, что времена жизни относительно нейтронного захвата велики по сравнению с временами жизни относительно  $\beta$ -распада. SFHZ-теория дала количественное соотношение между наблюдаемым распределением выходов элементов и соответствующим распределением проинтегрированных по времени нейтронных потоков, которые облучают зародышевые ядра железа. Корректность этой теории подтверждается двумя основными чертами s-процесса: 1) постоянством произведения  $\sigma_A N_A$  для малых областей изменения массового числа  $A$ , 2) соответствием между плавным характером наблюдаемой кривой  $\sigma_A N_A$  и гладким, монотонно уменьшающимся распределением нейтронных экспозиций  $\rho(\tau) = G \exp(-\tau/\tau_0)$ .

SFHZ-решение представляло собой математически правильное, но приближенное решение уравнений s-процесса в предположении постоянного нейтронного потока. Точное решение этих уравнений можно записать в виде разложения в ряд (ряд Бэйтмена). Однако численное суммирование

этого ряда до появления современных ЭВМ представляло значительные трудности из-за громоздкости вычислений и возможного вырождения величин нейтронных сечений ( $\sigma_m = \sigma_n$  при  $n \neq m$ ). Недавно Ньюменом было получено точное численное решение уравнений s-процесса на основе разложения Бэйтмена, которое подтвердило корректность приближения CFNZ. Одновременно эта форма точного решения позволила более правильно произвести вычисление выходов элементов в области малых нейтронных экспозиций.

При сравнении с экспериментом трудную проблему представляет расхождение в экспериментальных результатах измерений нейтронных сечений  $\sigma$  для различных нуклидов. В то же время точность теоретических вычислений сечений нейтронного захвата при сравнении их с экспериментом оказывается пока неудовлетворительной. Тем не менее в настоящее время можно утверждать, что в пределах погрешности  $\sim 30\%$  наблюдаемая кривая выходов элементов, образовавшихся в s-процессе, соответствует вычислениям, основанным на теории s-процесса.

В области ядер, близких к железу, наблюдается превышение экспериментальных величин  $\sigma N_s^{\text{эсп}}$  над теоретической кривой, что можно объяснить импульсным характером нейтронного потока.

Дальнейший шаг в развитии теории s-процесса состоит в учете разветвлений, вызванных конкуренцией нейтронного захвата с процессом  $\beta$ -распада в цепи s-процесса. Этот учет изменяет (в ряде случаев — существенно) дорожку s-процесса и выходы ядер, образовавшихся в пределах данной ветви.

При расчете разветвлений важную роль играет температурная зависимость времени жизни рассматриваемых ядер относительно  $\beta$ -распада. Вард, Ньюмен и Клейтон произвели численные расчеты разветвлений для ряда ядер s-процесса и показали, что определяющим параметром в таких расчетах является величина  $f_- = \lambda_-/(\lambda_n + \lambda_-)$ .

Если рассмотреть различные ветвления в качестве функций средних термодинамических условий s-процесса (величины нейтронного потока  $\Phi$ , плотности нейтронов  $n_n$  и температуры  $T$ ), считая сечения, выходы и скорости  $\beta$ -распада известными, то можно из подгонки наблюдаемых  $\sigma N$ -отношений в пределах каждой ветви вычислить среднее для s-процесса значение температуры  $T$ , нейтронной плотности  $n_n$  и нейтронного потока  $\Phi$ . Они оказываются:  $T \approx 3 \cdot 10^8$  К,  $n_n \approx 1,6 \cdot 10^7$  см $^{-3}$ ,  $\Phi \approx 3,5 \cdot 10^{15}$  см $^{-2}$ с $^{-1}$ .

В понимании теории ядерного синтеза существенным оказывается исследование возможности импульсного нейтронного s-процесса, приводящего к образованию тяжелых ядер в недрах одной звезды, за счет периодически повторяющихся вспышек гелиевой оболочки. При таких процессах получающийся нейтронный поток ( $\Phi = 4 \cdot 10^{16}$  см $^{-2}$ с $^{-1}$ ,  $T = 2,5 \times 10^8$  К) имеет импульсный характер с короткими периодами нейтронной экспозиции ( $\sim 10$  лет), которые разделены длительными ( $\sim 2500$  лет) межимпульсными периодами. Р. К. Ульрих показал, что для звезд средней массы ( $\sim 3 M_\odot$ ) требуется примерно 80 вспышек, чтобы получить согласие с наблюдаемой распространенностью элементов.

Возраст ядер, образованных в s-процессе нуклеосинтеза, можно определить, используя долгоживущий хронометр лютеций-176 и близкие к нему стабильные нуклиды лютеций-175, гафний-176, иттербий-170 и вольфрам-182. В настоящее время данные по сечениям нейтронного захвата в астрофизической области энергий недостаточно надежны. Кроме того, не очень определены оценки вклада r-процесса и доли ветвления  $^{175}\text{Lu} + n$ . В то же время определение длительности s-процесса нуклеосинтеза представляет значительный интерес с точки зрения выяснения

единства нуклеосинтеза в различных его проявлениях. «И это старая история, но она всегда остается новой».

В заключение авторы выражают искреннюю признательность В. М. Четчинку за полезные замечания.

Радиовый институт им. В. Г. Хлопина,  
Ленинград

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Hayashi C.—Prog. Theor. Phys., 1950, v. 5, p. 224.
2. Reeves H., Audouze J., Fowler W. A., Schramm D. N.—Astrophys. J., 1973, v. 179, p. 909.
3. Зельдович Я. Б., Новиков И. Д.—Строение и эволюция Вселенной.—М.: Наука, 1975.
4. Weinberg S. The First Three Minutes.—N. Y. Plenum Press, 1977.
5. Explosive Nucleosynthesis/Ed. D. N. Schramm, W. D. Arnett.—Austin and London: University of Texas Press, 1973.
6. Clayton D. D., Woosley S. E.—Rev. Mod. Phys., 1974, v. 46, p. 755.
7. Bruenn S. W., Marroquin A.—Astrophys. J., 1975, v. 195, p. 567.
8. Suess H. E., Urey H. C.—Rev. Mod. Phys., 1956, v. 28, p. 53.
9. Burbidge E. M., Burbidge G. R., Fowler W. A., Hoyle F.—Ibid., 1957, v. 29, p. 547.
10. Шкловский И. С. Звезды: их рождение, жизнь и смерть.—М.: Наука, 1975.
11. Fowler W. A.—In: Cosmology, Fusion and Other-Matters/Ed. F. Reines. Boulder Colorado, 1972.—P. 67.
12. Бисноватый-Коган Г. С., Четчин В. М.—УФН, 1979, т. 127, с. 263.
13. Nakazawa K.—Progr. Theor. Phys., 1970, v. 44, p. 829.
14. Taam R. E., Picklum R. E.—Astrophys. J., 1978, v. 224, No. 1, pt. 1, p. 240.
15. Trimble V.—Rev. Mod. Phys., 1975, v. 47, p. 877.
16. Allen B. J., Gibbons J. H., Macklin R. L.—Adv. Nucl. Phys., 1971, v. 4, p. 205.
17. Harrison T. G., Edwards T. W.—Astrophys. J., 1974, v. 187, p. 303.
18. Тейлор Р. Дж. Происхождение химических элементов.—М.: Мир, 1975.
19. Clayton D. D., Fowler W. A., Hull T. E., Zimmerman B. A.—Ann. Phys. (N.Y.), 1961, v. 12, p. 331.
20. Bateman H.—Proc. Cambr. Phil. Soc., 1910, v. 15, p. 423.
21. Newman M. J.—Astrophys. J., 1978, v. 219, p. 676.
22. Ward R. A., Newman M. J.—Ibid., p. 195.
23. Ulrich R. K.—In: Explosive Nucleosynthesis/Ed. D. N. Schramm, W. D. Arnett.—Austin: University of Texas Press, 1973.—P. 139.
24. Clayton D. D., Newman M. J.—Astrophys. J., 1974, v. 192, p. 501.
25. Macklin R. L., Gibbons J. H.—Ibid., 1967, v. 149, p. 577.
26. Stroud D. B.—Astrophys. J. Lett., 1972, v. 178, p. L93.
27. Holmes J. A. et al.—Atomic Data and Nucl. Data Tables, 1976, v. 18, p. 305.
28. Conrad J.—Ph. D. thesis — Heidelberg, 1976.—Цит. по <sup>21</sup>.
29. Seeger P. A., Fowler W. A., Clayton D. D.—Astrophys. J. Suppl., 1965, v. 11, p. 121.
30. Clayton D. D., Ward R. A.—Astrophys. J., 1974, v. 193, p. 397.
31. Smith R. L., Sachmann I. J. Preprint — 1973.—Цит. по <sup>23</sup>.
32. Iben I. Jr.—Astrophys. J., 1975, v. 196, p. 525.
33. Ward R. A., Newman M. J., Clayton D. D.—Astrophys. J. Suppl., 1976, v. 31, p. 33.
34. Clayton D. D. In: Nucleosynthesis/Ed. W. D. Arnett.—N. Y. Texas Press, 1973.
35. Newman M. J.—M. S. thesis.—Rice University, 1973.—Цит. по <sup>33</sup>.
36. Cameron A. G. W.—Astrophys. J., 1959, v. 130, p. 452.
37. Bahcall J. N.—Ibid., 1964, v. 139, p. 318.
38. Чечев В. П., Крамаровский Я. М. Радиоактивности эволюция Вселенной.—М.: Наука, 1978.
39. Weigert A.—Zs. Astrophys., 1966, Bd. 64, S. 395.
40. Schwarzschild M., Härm R.—Astrophys. J., 1967, v. 150, p. 961.
41. Peterson V. L., Tripp D. A.—Ibid., 1973, v. 184, p. 473.
42. Blake J. B., Schramm D. N.—Ibid., 1975, v. 197, p. 615.
43. Reeves H.—Ibid., 1966, v. 146, p. 447.

44. Clayton D. D. Principles of Stellar Evolution and Nucleosynthesis.— N. Y.: McGraw-Hill, 1968.
45. Clayton D. D., Rassbach M. E.— Astrophys. J., 1967, v. 148, p. 69.
46. Lewis M. B.— Nucl. Data Sheets, 1971, v. 5, p. 631.
47. Cameron A. G. W.— Astrophys. J., 1960, v. 65, p. 485.
48. Хольнов Ю. В., Чечев В. П., Камынов Ш. В., Кузьменко Н. К., Недовесов В. Г. Характеристики излучений радиоактивных нуклидов, применяемых в народном хозяйстве. Оцененные данные.— М.: Атомиздат, 1980.
49. Lattimer J. M., Schramm D. N.— Astrophys. J., 1974, v. 192, p. 145.
50. Peters J. G.— Ibid., 1968, v. 154, p. 224.
51. Couch R. G., Arnett W. D.— Ibid., 1974, v. 194, p. 537.
52. Audouze J., Fowler W. A., Schramm D. N.— Nature Phys. Sci., 1972, v. 238, p. 8.
53. Norman E. B.— Phys. Rev. Ser. C, 1980, v. 21, p. 1109.
54. Чечев В. П., Крамаровский Я. М. Препринты РИ 107, 1979; РИ 129, 1980.
55. McCulloch M. T., De Laeter J. R., Rosman K. J. R.— Earth and Planet Sci. Lett., 1976, v. 28, p. 308.
56. Schramm D. N., Wasserburg G. J.— Astrophys. J., 1970, v. 162, p. 57.