

УСПЕХИ ФИЗИЧЕСКИХ НАУК

537.312.62

СВЕРХПРОВОДНИКИ С ИЗБЫТОЧНЫМИ КВАЗИЧАСТИЦАМИ***В. Ф. Елесин, Ю. В. Копаев*****СОДЕРЖАНИЕ**

Введение	259
1. Избыточные квазичастицы в сверхпроводниках с притяжением между электронами	265
а) Основные уравнения (265). 1) Уравнение для параметра порядка (265); 2) Кинетическое уравнение для квазичастиц (266); 3) Источники неравновесных квазичастиц (267); 4) Кинетическое уравнение для фононов (268); 5) Кинетика квазичастиц в сверхпроводниках (269). б) Однородные состояния сверхпроводников с широким источником квазичастиц (269). 1) Эвристические модели функций распределения квазичастиц (269); 2) Модель « $k = -1, \gamma = 0, T = 0$ » (270); 3) Энергетическое распределение неравновесных квазичастиц, рожденных широким источником (272); 4) Сравнение с экспериментом (275); 5) Параметр порядка (275); 6) Критическая мощность (278); 7) Генерация неравновесных фононов (278); 8) Магнитные свойства неравновесных сверхпроводников (279); 9) Вольт-амперные характеристики туннельных переходов (280). в) Однородные состояния сверхпроводников с узким источником квазичастиц (281). 1) Концентрация квазичастиц и параметр порядка вблизи порога инжеекции (281); 2) Функции распределения квазичастиц в сверхпроводнике с узким источником (284); 3) Пороговое поглощение электромагнитного поля и вольт-амперные характеристики туннельных переходов при пороговом напряжении (285). г) Неустойчивости в сверхпроводниках с избыточными квазичастицами (286). 1) Типы неустойчивостей (286); 2) Пороговая неустойчивость (286); Пороговая неустойчивость в сверхпроводниках с туннельной инжеекцией (287); 3) Когерентная неустойчивость (288). 3.1) Кинетический подход. Оптическая наработка (288). 3.2) Замкнутое уравнение для Δ (289); 4) Диффузионная неустойчивость (290). д) Неоднородные состояния в сверхпроводниках с избыточными квазичастицами (291). 1) Структура неоднородного состояния сверхпроводника с широким источником в отсутствие диффузии квазичастиц (291); 2) Структура неоднородного состояния сверхпроводника с учетом диффузии квазичастиц (293); 3) Неоднородные состояния сверхпроводника с узким источником квазичастиц (294); 4) Нестационарное неоднородное промежуточное состояние (295); 5) Стационарное неоднородное состояние в сверхпроводниках с туннельной инжеекцией (296); 6) Сравнение с экспериментом (297); 7) Структура неоднородного состояния в диффузионной модели (298).	298
2. Сверхпроводники с инверсным распределением квазичастиц	303
а) Сверхпроводящее спаривание в системах с отталкиванием (298). б) Создание инверсного распределения квазичастиц (299). в) Исследование устойчивости сверхпроводника с инверсным распределением (300). г) Электромагнитные свойства (301).	305
Заключение	303
Цитированная литература	305

ВВЕДЕНИЕ

Исследование сверхпроводников в состоянии, далеком от равновесного, привлекает все больший интерес. Одна из причин — высокая чувствительность параметра порядка к внешним воздействиям. Другая причина — богатство явлений в неравновесных сверхпроводниках, обусловлен-

ное участием в процессах трех связанных подсистем: куперовских пар, квазичастиц и фононов, т. е. подсистем, отражающих динамические и кинетические свойства.

Общая проблема одновременного описания динамических и кинетических свойств была решена Келдышем¹. С помощью техники Келдыша¹ удалось получить системы уравнений для описания экситонного и фотонного диэлектрика (полупроводник в сильном электромагнитном поле)² и сверхпроводника³. Горьков и Элиашберг⁴ разработали другой метод описания, с помощью которого Элиашберг получил систему уравнений для сверхпроводника⁵.

Неравновесные состояния обычно создаются при воздействии на сверхпроводник электромагнитного или ультразвукового поля с частотой ω , тунNELЬНОЙ инжекции при напряжении V , потока заряженных частиц и др. Можно условно разделить неравновесные состояния на два типа. Первый тип возникает, если частота ω меньше $2\Delta^*$). В этом случае поле не рождает квазичастицы, а изменяет их энергетическое распределение.

Результаты детальных исследований этого типа состояний, в которых наблюдается стимулирование сверхпроводимости, изложены в обзоре⁶.

В настоящем обзоре рассматриваются неравновесные состояния второго типа состояния с избыточными (по сравнению с тепловыми) квазичастицами, созданными полями с $\omega > 2\Delta$ (или $V > 2\Delta$).

Рождение квазичастиц в сверхпроводниках обычно приводит к уменьшению Δ (см., однако,⁷ и гл. 2, где рассмотрены гипотетические механизмы, приводящие к повышению T_c). Тем не менее исследование неравновесных состояний второго типа представляет значительный научный и прикладной интерес.

Дело в том, что большинство сверхпроводящих устройств работает в неравновесных условиях (низкоомные тунNELЬНЫЕ переходы, обмотки магнитов в ускорителях, термоядерных реакторах и др.) или использует неравновесность состояния (приборы на эффекте Джозефсона, приемники излучений, регистраторы быстрых частиц, генераторы фононов и др.). Исследование неравновесных процессов с избыточными квазичастицами (ИК) позволяет получать богатую информацию о параметрах сверхпроводников⁸, часто недоступную для других методов.

Состояния с ИК (далее — просто неравновесные состояния) можно в свою очередь разделить на две группы.

В первой из них неравновесное состояние характеризуется функцией распределения квазичастиц (ФРК), отличной от равновесной, но симметричной относительно переменной $\xi = (p^2/2m) - E_F$ (E_F — энергия Ферми). Это означает, что населенности электроноподобной ветви квазичастиц ($\xi > 0$) и дырочноподобной ветви ($\xi < 0$) совпадают. Такое состояние возникает при электромагнитной и ультразвуковой накачке, а также симметричной тунNELЬНОЙ инжекции в SiS-переходах (сверхпроводник — изолятор — сверхпроводник).

Если интенсивность источников невелика, так что число ИК мало по сравнению с тепловыми, то наблюдаемое энергетическое распределение избыточных квазичастиц почти совпадает с тепловым. Действие источников приводит к повышению эффективной температуры⁸.

Существенно иная ситуация имеет место при больших накачках, когда функция распределения избыточных квазичастиц (ФРИК) сравнима с единицей, а параметр порядка уменьшается вплоть до нуля. В этом случае ФРИК отличается от тепловой, а ее вид играет определяющую роль и при-

^{*}) Здесь и далее \hbar , c , e будем считать равными единице.

водит к таким явлениям, как фазовые переходы первого рода, неоднородные состояния нового типа и др., рассмотренные в гл. 1 обзора.

Избыточные квазичастицы могут приводить к еще более радикальным изменениям, если их распределение по энергии становится инверсным³. Такое состояние возможно, если $2\Delta > \omega_D$ (ω_D — дебаевская частота) и, по-видимому, может реализовываться в сверхпроводниках с отталкивательным взаимодействием. Этому вопросу посвящена гл. 2 обзора.

Во второй группе неравновесных состояний отклонение ФРК от равновесной является нечетной функцией ξ , т. е. населенности электроподобной и дырочноподобной ветвей не совпадают. Такая ситуация носит название разбаланса населенностей ветвей спектра и возникает, например, при туннельной инжекции в переходе S — N (сверхпроводник — нормальный металл).

Обсудим кратко, к каким физическим явлениям приводит появление в неравновесных условиях нечетной относительно импульса Ферми части в ФРК.

Хорошо известно, что основные свойства сверхпроводников — идеальный диамагнетизм (эффект Мейснера) и идеальная проводимость — являются следствием образования куперовских пар из двух электронов и их бозе-конденсации⁴. В результате в спектре одночастичных возбуждений появляется щель Δ , а волновая функция возбуждений с импульсом p оказывается суперпозицией волновых функций электрона $\varphi_{p\sigma}^+$ и дырки $\varphi_{-p\sigma}$ ¹⁰:

$$\psi_{p\sigma} = u\varphi_{p\sigma} + v\varphi_{-p,-\sigma}, \quad (1)$$

где

$$u^2 = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{\xi}{\varepsilon} \right), \quad v^2 = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{\xi}{\varepsilon} \right), \quad \varepsilon = \sqrt{\xi^2 + \Delta^2}.$$

В результате этого эффективный заряд e^* возбуждения электронного типа равен

$$e^* = eu^2 = \frac{e}{2} \left(1 + \frac{\xi}{\varepsilon} \right) < 0, \quad (2)$$

т. е. зависит от импульса возбуждения и, вообще говоря, меньше заряда электрона e (заряд куперовской пары равен $2e$). Однако из выражения (2) видно, что сумма эффективных зарядов двух возбуждений электронного типа с импульсами p_1 и p_2 , симметричными относительно импульса p_F : $p_1 - p_F = -(p_2 - p_F)$, точно равна заряду электрона e . В состоянии с четной функцией распределения вероятности заполнения состояний с импульсами p_1 и p_2 одинаковы, поэтому в сумме они ведут себя как одно возбуждение с зарядом e и ни к каким особенностям не приводят.

Однако в таких неравновесных условиях, когда появляется нечетная ФРК, отличие заряда квазичастицы e^* от заряда электрона e приводит к появлению суммарного заряда возбуждения¹¹, который в силу условия электронейтральности компенсируется наведенным зарядом конденсата куперовских пар. При этом химические потенциалы пар μ_p и квазичастиц μ_q становятся неодинаковыми. В результате становится возможным проникновение статического продольного электрического поля в сверхпроводник¹², что позволяет последовательно описать превращение омического тока в сверхпроводящий на границе нормальный металл — сверхпроводник. Из-за неоднородности химпотенциала μ_p суммарная сила, действующая на сверхпроводящий конденсат, равна при этом нулю. Этим же эффектом существенно определяется поведение сверхпроводников со «слабой связью»¹².

Появление суммарного заряда возбуждений, компенсирующегося зарядом конденсата пар, приводит также к новому типу слабо затухаю-

щих коллективных возбуждений, имеющих звуковой характер, что наблюдалось экспериментально (см. ¹²),

Несовпадение химпотенциалов пар μ_p и частиц μ_q приводит к новому классу термоэлектрических явлений в сверхпроводниках.

Возможность наблюдения термоэлектричества в сверхпроводниках впервые была обоснована В. Л. Гинзбургом ¹³, который показал, что для этого необходимы неоднородные или анизотропные системы. В настоящее время это направление интенсивно изучается как экспериментально, так и теоретически ¹⁴.

В работах ¹⁵ теоретически и экспериментально было показано, что разбаланс населенностей электроноподобной и дырочно-подобной ветвей может быть создан при одновременном существовании градиента температуры и сверхпроводящего тока. Более детально это явление было теоретически исследовано в работе ⁹⁵.

В гл. 1 обзора рассмотрена теория, которая должна объяснить следующие основные экспериментальные факты:

1. Особенности энергетического распределения неравновесных квазичастиц и фононов.

2. Неустойчивости и гистерезисные явления.

3. Механизмы фазовых переходов первого рода сверхпроводник — нормальный металл и сверхпроводник с параметром порядка Δ_1 — сверхпроводник с параметром порядка $\Delta_3 \neq \Delta_1$.

4. Природу и структуру неоднородных состояний в сверхпроводниках с оптической и тунNELьной накачкой квазичастиц.

Цель обзора — предложить последовательное описание этих явлений с единой точки зрения. Обзор ни в коей мере не претендует на полноту библиографии, поскольку опирается в основном на работы опубликованные в последнее время.

Исследования в этой области начались после появления работы Тестарди ¹⁶ в 1971 г., в которой он сообщил об экспериментальном изучении сопротивления сверхпроводящих пленок, облучаемых импульсами лазерного света. Тестарди пришел к заключению, что наблюдаемый переход по сопротивлению сверхпроводник — нормальный металл обусловлен не «простым нагревом», а избыточными квазичастицами, рожденными источником.

Позднее Сай-Халас и др. ¹⁷, Ху и др. ¹⁸, Головашкин, Мотулевич и др. ¹⁹ обнаружили, что сопротивление облучаемого светом сверхпроводника появляется плавно, начиная с некоторого критического значения мощности β_c , и достигает нормального в довольно широкой области β (а не скачком, как в равновесном случае). Авторы ^{17–19} предположили возможность существования нового типа неравновесного промежуточного состояния, в котором сверхпроводящая и нормальная фаза сосуществуют.

Дальнейшие исследования сверхпроводников с оптической ^{20–22} и особенно с тунNELьной инжекцией ^{23–27} подтвердили существование неоднородного состояния (в частности, с двумя щелями ^{25, 26}) в неравновесных сверхпроводниках, а также целый ряд других явлений, таких, как фазовые переходы первого рода ^{23, 24}, уширение вольт-амперных характеристик, гистерезисные и др. явления ⁸.

Следует отметить, что эти явления наблюдаются в тонких пленках (300—3000 Å). Малая толщина необходима, чтобы обеспечить отвод неравновесных фононов раньше, чем фононы придут в равновесие с решеткой и квазичастицами. В последнем случае внешнее воздействие приводит просто к нагреву сверхпроводника. Интерпретация этих новых явлений широко обсуждалась (см. обзоры ^{8, 28, 29}) и была понята тесная связь их с видом энергетического распределения неравновесных квазичастиц.

Постепенно сложилось мнение (см., например, ³¹), что тепловая функция распределения $n_T = (e^{\epsilon/T} + 1)^{-1}$, а также эвристические функции распределения квазичастиц вида

$$n_{OS} = (e^{(\epsilon - \mu^*)/T} + 1)^{-1}, \quad n_{T^*} = (e^{\epsilon/T^*} + 1)^{-1}, \quad (3)$$

предложенные в работах соответственно Оуэна и Скалапино (OS) ³⁰ $\mu^* > 0$, $n_{OS}(0) > n_T(0)$ и Паркера ³¹, недостаточны для объяснения явлений вблизи области фазовых переходов.

Кинетический подход (т. е. нахождение n/ξ) с помощью решения кинетического уравнения был использован в работе Варданяна и Ивлева, которые нашли поправки к n_{OS} при малой оптической накачке.

Случай сильной оптической накачки, при которой n достигала значительной величины, исследовался в работах ^{33, 34}. С помощью решения кинетического уравнения было найдено, что $n(\xi)$ заметно отличается от равновесной и от эвристических функций (3). Особенности неравновесной $n(\xi)$ носят общий характер и обусловлены влиянием параметра порядка (через когерентные факторы, входящие в вероятности) на процессы рекомбинации и рассеяния квазичастиц при их взаимодействии с фононами и на процессы рождения квазичастиц.

Влияние на процессы релаксации наиболее ярко проявляется вблизи точки фазового перехода $\Delta = 0$, когда увеличение рекомбинации ($\sim 1 + (\Delta^2/\epsilon\epsilon')$) приводит к уменьшению числа квазичастиц вблизи $\xi = 0$. Квазичастицы оказываются как бы перегретыми по сравнению с тепловым распределением ($n(0) < n_T(0)$). В свою очередь это приводит к существованию щели при накачках больше некоторых критических β_c (соответствующих обращению параметра порядка в нуль). Точнее, зависимость Δ от β и T в некотором интервале $\beta_c < \beta < \beta_n$ становится неоднозначной; именно, имеются три решения $\Delta_1 = 0$, Δ_2 — растущее с β , Δ_3 — падающее с β ³¹.

В другом предельном случае (случай узкого источника ³³, $\omega = 2\Delta \ll \ll \Delta$) параметр порядка контролирует скорость рождения квазичастиц, так как скорость рождения пропорциональна $\omega = 2\Delta$.

В этом случае ФРИК растет с энергией ^{33, 36}, так что вблизи порога ^{37, 38} существуют три решения для $\Delta(\omega)$, одно из которых растет с ω (или с V).

Представления о неоднозначной зависимости Δ от β и ω играют определяющую роль в излагаемой теории. Важным является вопрос о стабильности однородных состояний сверхпроводников с неравновесными квазичастицами. Стабильность относительно быстрых (по сравнению с временами релаксации) возмущений исследовалась в работах ^{34, 39-44}. Оказалось, что критерий стабильности тесно связан со знаком величины

$$N_S = 1 + 2 \int_0^\infty \frac{dn}{d\epsilon} d\xi, \quad (4)$$

имеющей смысл числа сверхпроводящих электронов ⁴⁸. Стабильности соответствует положительный знак N_S и неустойчивости — $N_S < 0$ *).

В ранних работах ^{41, 42} для вычисления N_S использовались функции OS ³⁰, которые приводили при определенных условиях к отрицательности

*). При условии положительности величины $D = \int_0^\infty \frac{1-2n}{\epsilon \epsilon^3} d\xi$ (подробнее см. ниже п. 3) раздела г) в гл. 1).

N_S (что формально соответствовало бы отрицательному коэффициенту диффузии квазичастиц). На этом основании была выдвинута гипотеза о неустойчивости^{41, 42}, которую назвали диффузионной. Она возникала бы при конечном значении волнового вектора и приводила бы к пространственной модуляции параметра порядка. Заметим, что в силу (4) сверхпроводник становился бы одновременно парамагнетиком.

Однако, как видно из (4), знак N_S чувствителен к виду $n(\xi)$. Если использовать для вычисления N_S ФРИК, найденные из решения кинетического уравнения, то N_S оказывается положительным³⁴. Математически это связано с более медленным по сравнению с n_{0S} изменением функции n при малых ξ (свойство $n(0) < n_T(0) < n_{0S}(0)$). Этот результат был подтвержден в последующих работах^{44, 45, 29}.

Положительность N_S означает, что диффузия квазичастиц стабилизирует возмущения, а неравновесные сверхпроводники остаются диамагнетиками.

Изучение стабильности относительно медленных возмущений (порядка и меньше времен релаксации энергии) проводилось в работах^{33, 37, 38, 43, 44}. Были обнаружены две специфические для неравновесного состояния неустойчивости, так называемые пороговая неустойчивость (характерная для узкого источника) и когерентная неустойчивость (присущая широкому источнику и обусловленная когерентными факторами).

Пороговая неустойчивость, качественно предсказанная в 1974 г. в работе³³, детально изучалась в^{37, 38, 46}. Когерентная неустойчивость найдена и изучена в⁴³, а позднее несколько другим методом исследована в важной работе Эскерна, Шмидта, Шмутца и Шена⁴⁴.

Пороговая и когерентная неустойчивости тесно связаны с неоднозначностью $\Delta(\beta)$ и имеют максимальный декремент нарастания при однородных возмущениях, т. е. ситуация имеет определенную аналогию с теорией Ван-дер-Ваальса реальных газов. Действительно, как было показано в^{43, 47}, в зависимости от условий возможны переходы I рода между фазами, явления перегрева и переохлаждения (т. е. гистерезиса) и образование неоднородного состояния. Неоднородное состояние в этой модели (так называемая слоевая модель) представляет собой чередование областей с различными значениями параметра порядка, разделенными переходными слоями длиной максимальной из величины ξ_0 или L (ξ_0 — длина когерентности, L — длина диффузии квазичастиц). В случае когерентной неустойчивости образец распадается на области со сверхпроводящей и нормальной фазами⁴³, а при пороговой неустойчивости — на области с разными конечными значениями щели^{37, 38}.

Согласно слоевой модели неоднородное состояние может быть стационарным только при одном значении β_0 (или ω_0), при котором сравниваются энергии фаз. Если $\beta \neq \beta_0$, то граница раздела фаз движется со скоростью, пропорциональной $\beta - \beta_0$ ⁴³. При электромагнитной накачке (в частности, оптической), если не принимать специальных мер для поддержания $\beta = \beta_0^*$, неоднородное состояние может быть только нестационарным⁴³, и экспериментальное наблюдение осуществляется в импульсном режиме облучения^{16–22}.

Иная ситуация в сверхпроводниках при туннельной инжекции, когда с помощью фиксации тока через туннельный переход можно контролировать относительный размер фаз (в ван-дер-ваальсовом газе это — объем), и стабилизировать неоднородное состояние. На это обстоятельство было обращено внимание в работе⁴⁷; затем это было подтверждено на опыте при

*) Фиксация $\beta = \beta_0$, в принципе, достижима при помощи систем с обратной связью.

больших напряжениях $V \gg \Delta^{27}$ и напряжениях вблизи порога $V = 2\Delta^{25, 26}$.

В целом развитые представления позволили хорошо описать, в ряде случаев количественно, явления в сверхпроводниках с электромагнитной и тунNELьной инжеKции.

1. ИЗБЫТОЧНЫЕ КВАЗИЧАСТИЦЫ В СВЕРХПРОВОДНИКАХ С ПРИТЯЖЕНИЕМ МЕЖДУ ЭЛЕКТРОНАМИ

а) Основные уравнения

Для описания неравновесных процессов в сверхпроводниках необходима система уравнений, описывающая одновременно динамические и кинетические свойства^{1, 4}. В приближении слабой связи (малой константы взаимодействия) эта система сводится к уравнению для параметра порядка и кинетическим уравнениям для функций распределения квазичаKтиц и фононов.

1) Уравнение для параметра порядка. Стационарное уравнение для параметра порядка $\Delta(\mathbf{r})$ имеет вид^{4, 10}

$$\Delta(\mathbf{r}) = -\lambda \int_{-\omega_D}^{\omega} d\xi \frac{d\Omega}{4\pi} u_p(\mathbf{r}) v_p^*(\mathbf{r}) (1 - 2n_p), \quad (5)$$

где λ — константа электрон-фононного взаимодействия ($\lambda < 0$), n_p — функция распределения квазичаKтиц, удовлетворяющая кинетическому уравнению (9) (см. ниже); ω_D — дебаевская частота; здесь и далее под $\Delta(\mathbf{r})$ понимается модуль параметра порядка, u_p, v_p — функции, удовлетворяющие уравнениям Боголюбова¹⁰. Для описания нестационарных процессов необходимо, вообще говоря, временнóе уравнение для Δ . Однако в большинстве случаев можно ограничиться уравнением (5), поскольку время установления стационарного состояния в системе куперовских пар существенно меньше времени его установления в системе квазичаKтиц.

В пространственно-однородном случае уравнение (5) принимает вид

$$\Delta = -\lambda \int_{\omega_D}^{\omega_p} \frac{d\xi (1 - 2n(\xi))}{2e} \Delta, \quad n(\xi) = \int \frac{d\Omega}{4\pi} n_p. \quad (6)$$

Пространственное изменение $\Delta(\mathbf{r})$ в неравновесном сверхпроводнике описывается уравнением, аналогичным уравнению Гинзбурга — Ландау:

$$\xi_0^2 \left(\frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} - 2e\mathbf{A} \right)^2 \Delta = + \frac{\partial U}{\partial \Delta}, \quad (7)$$

$$U(\Delta) = + \int_0^{\Delta} \Delta' d\Delta' \left(\frac{1}{|\lambda|} - \int_0^{\omega_D} d\xi \frac{1 - 2n(\xi, \mathbf{r})}{\sqrt{\xi^2 + \Delta'^2}} \right), \quad (8)$$

которое получается⁴³ разложением функций u_p, v_p в ряд по Δ в предположении малости Δ и медленности изменения Δ на длине когерентности ξ_0 ; здесь ξ_0 — функционал от ФРК нормального металла $n_0(\xi)$:

$$\xi_0^2 = \frac{p_0^2}{3m^2} \int_0^\infty \frac{d\xi}{\xi} \left(\frac{d}{d\xi} \frac{2n_0 - 1}{\xi} \right),$$

\mathbf{A} — векторный потенциал.

2) Кинетическое уравнение для квазичастиц.
Кинетическое уравнение для ФРК имеет вид

$$\frac{\partial n(\mathbf{p}, \mathbf{r}, t)}{\partial t} + \frac{\partial n}{\partial \mathbf{r}} \frac{\partial \varepsilon}{\partial \mathbf{p}} - \frac{\partial n}{\partial \mathbf{p}} \frac{\partial \varepsilon}{\partial \mathbf{r}} = \left(\frac{\partial n}{\partial t} \right)_{im} + \left(\frac{\partial n}{\partial t} \right)_f + \left(\frac{\partial n}{\partial t} \right)_{ee} + Q, \quad (9)$$

где $\varepsilon = \sqrt{\xi^2 + \Delta^2}$ — энергия квазичастиц, Q — источник квазичастиц, $(\partial n / \partial t)_f$, $(\partial n / \partial t)_{ee}$, $(\partial n / \partial t)_{im}$ — интегралы столкновений квазичастиц соответственно с фононами, квазичастицами и примесями, причем последний можно записать в форме

$$\left(\frac{\partial n}{\partial t} \right)_{im} = - \frac{|\xi|}{\varepsilon \tau_0} (n_p(\mathbf{r}, t) - n(\xi, \mathbf{r}, t)); \quad (10)$$

τ_0 — время релаксации на примеси.

Уравнение для проинтегрированной по углам ФРК $n(\xi, \mathbf{r}, t)$ получается из (9) обычным образом, используя малость τ_0 / τ_f (τ_f — время релаксации на фононах):

$$\begin{aligned} \frac{\partial n(\xi, \mathbf{r}, t)}{\partial t} + \frac{|\xi|}{\varepsilon} \frac{L^2}{\tau_f} \left[\frac{\partial}{\partial r_1} \left(- \frac{\partial n}{\partial r_1} + \frac{\partial \varepsilon}{\partial r_1} \frac{\partial n}{\partial \varepsilon} \right) + \frac{\partial \varepsilon}{\partial r_1} \frac{\partial}{\partial \varepsilon} \left(\frac{\partial n}{\partial r_1} - \frac{\partial \varepsilon}{\partial r_1} \frac{\partial n}{\partial \varepsilon} \right) \right] = \\ = \left(\frac{\partial n}{\partial t} \right)_f + \left(\frac{\partial n}{\partial t} \right)_{ee} + Q. \end{aligned} \quad (11)$$

Интеграл столкновений с фононами⁵, записанный с учетом четности $n(\xi)$, имеет вид

$$\left(\frac{\partial n}{\partial t} \right)_f = S^+ - S^- - S^R, \quad (12)$$

$$S^+ = \frac{1}{\tau_f} \int_{\xi}^{\omega_D + \xi} \frac{d\xi'}{\Delta_0^{k+2}} (\varepsilon' - \varepsilon)^{k+1} \left(1 - \eta \frac{\Delta^2}{\varepsilon \varepsilon'} \right) [(1-n)n'(1+N_{\varepsilon'-\varepsilon}) - \\ - n(1-n')N_{\varepsilon'-\varepsilon}], \quad (13)$$

$$S^- = \frac{1}{\tau_f} \int_0^{\xi} \frac{d\xi'}{\Delta_0^{k+2}} (\varepsilon - \varepsilon')^{k+1} \left(1 - \eta \frac{\Delta^2}{\varepsilon \varepsilon'} \right) [n(1-n')(1+N_{\varepsilon-\varepsilon'}) - \\ - (1-n)n'N_{\varepsilon-\varepsilon'}], \quad (14)$$

$$S^R = \frac{1}{\tau_f} \int_0^{\omega_D - \xi} \frac{d\xi'}{\Delta_0^{k+2}} (\varepsilon + \varepsilon')^{k+1} \left(1 + \eta \frac{\Delta^2}{\varepsilon \varepsilon'} \right) [nn'(1+N_{\varepsilon+\varepsilon'}) - \\ - (1-n)(1-n')N_{\varepsilon-\varepsilon'}], \quad (15)$$

$$\frac{1}{\tau_f} = \frac{\pi |\lambda|}{2} \Delta_0 \left(\frac{\Delta_0}{\omega_D} \right)^{k+1}, \quad n(\xi) \equiv n', \quad \varepsilon(\xi') = \varepsilon'; \quad (16)$$

здесь N_ε — функция распределения фононов, k — показатель зависимости матричного элемента электрон-фононного взаимодействия от \mathbf{q} ($M_q^2 \sim q^k$); η — параметр, принимающий значения $+1$ для сверхпроводника⁵ и -1 для экситонного и фотонного диэлектрика². Первые два слагаемых в (12) описывают энергетическую релаксацию квазичастиц (S^+ — приход, S^- — уход), а третью S^R — рекомбинацию квазичастиц с испусканием фононов. Когерентные факторы $1 \pm (\eta \Delta^2 / \varepsilon \varepsilon')$ возникают из-за когерентности взаимодействия квазичастиц с фононами и играют чрезвычайно важную роль в рассматриваемых далее явлениях.

Вид интегралов столкновений $(\partial n / \partial t)_{ee}$ найден в⁵. Как показано в^{5, 32}, электрон-электронные столкновения слабо влияют на вид ФРК вблизи малых ξ из-за малости C_1 — отношения констант электрон-электронного взаимодействия к электрон-фононной (см. табл. I и²⁹). Однако они приводят к перенормировке источника квазичастиц, существенной при больших энергиях.

Таблица I
Значения параметра C_1 для некоторых сверхпроводников

Параметр	Металл					
	Pb	In	Sn	Nb	Al	Zn
$C_1 = \frac{(\hbar \omega_D)^2}{E_F T_c}$	0,0141	0,034	0,096	0,133	1,14	1,12

Интегрирование (11) по ξ дает закон сохранения числа квазичастиц $\bar{n}(\mathbf{r}, t)$:

$$\frac{\partial \bar{n}}{\partial t} + L^2 \frac{\partial}{\partial r_1} \int \frac{\xi}{\varepsilon} \left(\frac{\partial n}{\partial r_1} - \frac{\partial \varepsilon}{\partial r_1} \frac{\partial n}{\partial \varepsilon} \right) d\xi + \int S^R d\xi = \bar{Q}, \quad (17)$$

$$\bar{n}(\mathbf{r}, t) = \int_0^\infty \frac{d\xi}{\Delta_0} n(\xi, \mathbf{r}, t), \quad \bar{Q} = \int_0^\infty \frac{d\xi}{\Delta_0} Q(\xi). \quad (18)$$

3) Источники неравновесных квазичастиц. Неравновесные состояния, рассматриваемые в обзоре, формируются рождением квазичастиц внешними источниками (электромагнитное и ультразвуковое поля с $\omega > 2\Delta$, тунNELьная инжекция с $V > 2\Delta$, ионизирующие частицы и др.). Хотя полученные ниже результаты применимы в определенной степени ко всем перечисленным источникам, мы ограничимся детальным рассмотрением только двух: Q_ω — источником электромагнитной накачки и Q_V — симметричной тунNELьной инжекции. Согласно⁵ Q_ω можно представить в виде

$$Q_\omega = Q_\omega^{(1)} + Q_\omega^{(2)} + Q_\omega^{(3)}, \quad (19)$$

$$Q_\omega^{(1)} = \alpha_\omega \rho^\omega (\omega - \varepsilon) (1 - n_e - n_{\omega-\varepsilon}), \quad (20)$$

$$Q_\omega^{(2)} = \alpha_\omega \rho^\omega (\varepsilon - \omega) (n_{\omega-\varepsilon} - n_e) = Q_{-\omega}^{(3)},$$

$$\rho^\omega (\omega - \varepsilon) = \frac{(\omega - \varepsilon - (\Delta^2/\varepsilon))^{1+(\hbar\omega/2)}}{\sqrt{(\omega - \varepsilon)^2 - \Delta^2}} \theta(\omega - \varepsilon - \Delta), \quad (21)$$

$$\alpha_\omega = \frac{E^2 e^2 L^2 r}{2m\omega^2 \pi (1 + \omega^2 \tau_0^2)}, \quad (22)$$

$$L^2 = \frac{v_0^2 \tau_0 \tau_f}{3}, \quad r = r_e r_f, \quad r_e = \left(1 + \frac{c_1 \omega^3}{6 \cdot 2^{2/3} E_F \omega_D^2}\right), \quad (23)$$

где $k_\omega = +1$, α_ω — параметр электромагнитной инжекции, L — длина диффузии квазичастиц, v_0 — скорость электронов на поверхности Ферми, r_e — коэффициент размножения квазичастиц за счет электрон-электронных столкновений^{5, 32} и r_f — за счет перепоглощения фононов^{21, 22}.

Следует отметить, что выражение (22) соответствует поглощению на свободных электронах. В некоторых сверхпроводниках основной вклад могут вносить другие механизмы, например, межзонное поглощение. В силу того, что толщина пленки d обычно превосходит обратный коэффициент поглощения, его явный вид несуществен и может быть заменен на $1/d$ ^{21, 22}.

Собственно источник, рождающий квазичастицы, описывается величиной $Q_\omega^{(1)}$, а $Q_\omega^{(2,3)}$ описывают перераспределение имеющихся квазичастиц по энергии, так как

$$\int_0^\infty d\xi (Q^{(2)} + Q^{(3)}) = 0. \quad (24)$$

При туннельной инжекции через симметричный SiS-переход для Q_V применимо выражение (19), в котором следует положить $\omega = V$, $k_v = -1$, $\alpha_\omega = \alpha_v$ ⁵⁰:

$$\alpha_v = \frac{2\sigma_N \tau_f}{d e^2 N(0)}, \quad (25)$$

где σ_N — проводимость перехода в нормальном состоянии, d — толщина пленки, $N(0)$ — плотность электронных состояний. Существенным отличием Q_V от Q_ω является отсутствие в Q_V когерентного фактора Δ^2/ϵ .

Источники вне зависимости от их природы можно разделить на два класса³³: «широкие источники», рождающие квазичастицы в широком энергетическом интервале $\Delta < \epsilon < \tilde{\epsilon}$, которые реализуются для оптической накачки с $\omega \gg 2\Delta$, туннельной инжекции с $V \gg 2\Delta$, при ионизации высокоэнергетическими заряженными частицами и др.; «узкие источники», рождающие квазичастицы в небольшом интервале энергий $\epsilon - 2\Delta \ll \Delta$. Эта классификация оказалась весьма удобной для понимания физики явлений и аналитического решения уравнений в предельных случаях широкого и узкого источников. Дело в том, что в этих случаях можно разделить характер влияния параметра порядка на формирование ФРК.

Действительно, в случае широкого источника Δ выпадает из выражения для источника Q , т. е. $Q = \alpha_\omega \theta(\omega - \epsilon)$, и оказывает влияние только на процессы релаксации. Учитывая, что «плотность действия источника» оказывается малой³³, кинетическое уравнение можно считать однородным (полагать $Q = 0$) и находить связь $n(\xi)$ с Q из условия сохранения числа квазичастиц (17).

В случае узкого источника параметр порядка оказывает определяющее влияние на источник. Заметим, что $Q^{(2)}$ и $Q^{(3)}$ не играют принципиальной роли в рассматриваемых явлениях при $\omega > 2\Delta$.

Для туннельной инжекции необходимо добавить уравнение для внешней цепи:

$$\mathcal{E} = V + \bar{I}R, \quad \bar{I} = \int d^2r I(V, \Delta), \quad (26)$$

$$I(V, \Delta) = I_1 + I_2, \quad I_1 = \alpha_v \int_{\Delta}^{\epsilon - \Delta} d\epsilon \rho(\epsilon) Q_V^{(1)}, \quad I_2 = 2\alpha_v \int_{\Delta}^{\infty} \rho(\epsilon) Q_V^{(3)} d\epsilon, \quad (27)$$

где \mathcal{E} — э. д. с., R — внешнее сопротивление, I — ток через переход, $\rho(\epsilon) = \epsilon / V \sqrt{\epsilon^2 - \Delta^2}$.

4) Кинетическое уравнение для фононов. Функция распределения фононов $N(\epsilon)$ может отличаться от равновесной

$$N_T(\epsilon) = (e^{\epsilon/T} - 1)^{-1} \quad (28)$$

и находится из следующего кинетического уравнения²⁸:

$$\begin{aligned} \frac{\partial N(\epsilon)}{\partial t} + \frac{N - N_T}{\tau_{es}} = & \frac{1}{\tau_B} \int_{\Delta}^{\epsilon - \Delta} \frac{d\epsilon'}{\Delta_0} \rho(\epsilon') \rho(\epsilon - \epsilon') [n_{\epsilon'} n_{\epsilon - \epsilon'} - \\ & - N_{\epsilon}(1 - n_{\epsilon'} - n_{\epsilon - \epsilon'})] \left[1 + \frac{\Delta^2}{\epsilon'(\epsilon - \epsilon')} \right] + \\ & + \frac{2}{\tau_B} \int_{\Delta}^{\infty} \frac{d\epsilon'}{\Delta_0} \rho(\epsilon') \rho(\epsilon + \epsilon') [n_{\epsilon + \epsilon'} (1 - n_{\epsilon'}) - \\ & - N_{\epsilon}(n_{\epsilon'} - n_{\epsilon + \epsilon'})] \left[1 - \frac{\Delta^2}{\epsilon'(\epsilon + \epsilon')} \right], \end{aligned} \quad (29)$$

$$\tau_{es} = \frac{4d}{S}, \quad \tau_B^{-1} = \frac{\pi |\lambda|}{2} \frac{\Delta_0 \omega_D}{E_F}, \quad (30)$$

где s — скорость звука. Второй член в (29) учитывает уход фононов из пленки в подложку, третий и четвертый — рождение фононов при рекомбинации и рассеянии квазичастиц соответственно. Иногда система (11) и (29) приближенно заменяется системой уравнений для средних \bar{n} и \bar{N} (уравнения Ротварда — Тейлора⁵²). Однако они являются недостаточными для описания рассматриваемых явлений, так как не учитывают особенностей энергетического распределения квазичастиц и фононов.

5) Кинетика квазичастиц в сверхпроводниках. Энергетическое распределение избыточных квазичастиц формируется источником и процессами релаксации. Действие источника $Q^{(1)}$ сводится к разрыву куперовской пары и рождению двух квазичастиц. Широкий источник рождает квазичастицы с большими энергиями $\tilde{\epsilon} \gg \Delta$. Рожденная квазичастица отдает энергию электронному газу и решетке. В первом случае энергия квазичастицы расходуется на увеличение энергии имеющихся квазичастиц и рождение новых за счет ударной ионизации через щель 2Δ . Таким образом идет размножение квазичастиц, характеризуемое коэффициентом размножения r_e .

Во втором случае энергия идет на излучение неравновесных фононов. В конце концов квазичастицы достигают дна зоны и рекомбинируют с испусканием фона ($\Delta \ll \omega_\phi$), образуя снова куперовскую пару. Неравновесные фононы могут покидать пленку со временем τ_{es} или испытывать перепоглощение со временем τ_B , рождая пару квазичастиц (или увеличивая их энергию), тем самым приводя к размножению с коэффициентом r_f . Относительная вероятность ухода и перепоглощения фононов характеризуется параметром $\gamma = \tau_{es}/\tau_B$, ограниченным сверху межфононным взаимодействием.

Кинетика квазичастиц в сверхпроводниках имеет определенную аналогию с кинетикой электронов в полупроводниках, при рождении в последних электронно-дырочных пар⁵³. Действительно, роль ширины запрещенной зоны E_g играет 2Δ , электронов и дырок — квазичастицы. Однако неравновесные процессы в сверхпроводниках имеют существенные отличия:

1. Щель в сверхпроводниках 2Δ необычайно чувствительна к концентрации и энергетическому распределению квазичастиц и может меняться вплоть до нуля.

2. Ввиду малости отношения $2\Delta/\omega_D$ процессы рассеяния и рекомбинации являются однофононными и идут примерно с одинаковой скоростью³³. Это означает, что времена рекомбинации и рассеяния приблизительно одинаковы, так что ФРК должна отличаться от квазиравновесной функции (имеющей место при условии, что время рекомбинации велико по сравнению с временем рассеяния).

3. Параметр порядка оказывает существенное влияние на процессы релаксации и рождения квазичастиц.

б) Однородные состояния сверхпроводников с широким источником квазичастиц

В этом разделе, исходя из системы уравнений (5), (9), (29), мы получим функции распределения квазичастиц, фононов, а также параметр порядка в зависимости от мощности накачки, температуры и параметра γ .

1) Эвристические модели функций распределения квазичастиц. В ранних работах^{30, 31} были предложены эвристические функции $n(\xi)$ (не прибегая к решению кинетического уравнения). В известной работе Оуэна и Скалапино (OS)³⁰, сыгравшей замет-

ную стимулирующую роль, рассматривалась функция (3) и было принято, что T^* совпадает с температурой решетки, а химпотенциал квазичастиц $\mu^* > 0$ связан с концентрацией квазичастиц. Паркер³¹ предложил модифицированную тепловую модель, где использовалась функция (3) с $\mu^* = 0$ и эффективной температурой T^* , определяемой из балансных соображений. Наконец, в более поздних работах²⁹ для толстых пленок ($\gamma \gg 1$) предполагалось использовать функцию распределения вида

$$n = \exp [-(\epsilon - \mu^*)/T^*], \quad (31)$$

у которой оба параметра μ^* и T^* находились из законов сохранения числа квазичастиц и энергии.

Модели^{30, 31} дают удовлетворительное описание опытных данных при малых мощностях накачки и становятся неприменимыми вблизи области фазового перехода, когда функция распределения избыточных квазичастиц достигает величины, сравнимой с единицей^{32, 33}. Причина состоит в следующем. Как известно, функции вида (3) являются хорошим приближением, если время рекомбинации квазичастиц много больше времени энергетической релаксации. Однако в сверхпроводниках процессы рекомбинации и релаксации при $n \sim 1$ идет с одинаковой скоростью (см. п. 5 гл. 1). Поэтому времена релаксации и рекомбинации квазичастиц одного порядка^{54, 38, 33, 55}, так что ФРК может существенно отличаться от квазиравновесной и для нахождения $n(\xi)$ необходимо решение кинетического уравнения. Такие решения при больших уровнях накачки впервые были получены в работах^{33, 34}. Для наглядной демонстрации особенностей $n(\xi)$ полезно рассмотреть простейшую модель « $k = -1, \gamma = 0, T = 0$ », в которой имеется точное решение³⁴.

2) М о д е л ь « $k = -1, \gamma = 0, T = 0$ ». Полагая в (11) $k = -1, N_e = 0$, для $n(\xi)$ получаем уравнение

$$\begin{aligned} -(1-n) \int_{-\xi}^{\omega_D} d\xi' n(\xi') \left(1 - \frac{\Delta^2}{\epsilon \epsilon'} \right) + n \int_0^\xi d\xi' (1-n') \left(1 - \frac{\Delta^2}{\epsilon \epsilon'} \right) + \\ + n \int_0^{\omega_D} d\xi' n' \left(1 + \frac{\Delta^2}{\epsilon \epsilon'} \right) = 0 \end{aligned} \quad (32)$$

(напомним, что $n(\xi)$ — четная функция ξ и ξ считается положительной) и условие нормировки

$$\frac{1}{\Delta_0^2} \int_0^\infty d\xi \int_0^\infty d\xi' n(\xi) n(\xi') \left(1 + \frac{\Delta^2}{\epsilon \epsilon'} \right) = \beta^0, \quad \beta^0 = \frac{4\alpha_\omega \omega}{\pi \lambda \Delta_0^2}. \quad (33)$$

Заметим, что в рассматриваемой модели Δ входит в уравнение только из-за когерентных факторов. При $\Delta = 0$ точным решением (32) является функция $n_0(\xi)$ ³³:

$$n_0(\xi) = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{\xi}{\sqrt{\xi^2 + a^2}} \right), \quad (34)$$

$$a = 2\Delta_0 \bar{n} = 2 \int_0^\infty n_0(\xi) d\xi, \quad (35)$$

представляющая собой монотонно падающую функцию ξ , достигающую $1/2$ при $\xi = 0$. Интересно отметить, что для не слишком больших ξ/Δ_0 n_0 близка к тепловой $n_T(\xi)$ ⁵⁶. Подстановка $n_0(\xi)$ в уравнение для щели (6)

позволяет найти критическую концентрацию квазичастиц $a_c = 2\Delta_0 \bar{n}_c$ (и безразмерную критическую мощность из (33)), при которых $\Delta = 0$ ³³:

$$a_c = \Delta_0, \quad \beta_c^0 = \frac{1}{4}, \quad \bar{n}_c = \frac{1}{2}. \quad (36)$$

Вблизи точки фазового перехода ($\Delta/\Delta_0 \ll 1$) можно искать решение (32) в виде

$$n(\xi) = n_0(\xi) + n_1, \quad n_1 \ll n_0, \quad (37)$$

где малая поправка n_1 , пропорциональная Δ , удовлетворяет уравнению

$$n_1 \Gamma(\xi) - P(\xi) \int_{\xi}^{\omega_D} n_1(\xi') d\xi' = \psi(\xi), \quad (38)$$

$$\Gamma(\xi) = a + \int_0^{\xi} d\xi' P(\xi'), \quad P(\xi) = 1 - 2n_0(\xi), \quad (39)$$

$$\psi(\xi) = -\frac{\Delta^2}{\varepsilon} \left[\int_{\xi}^{\omega_D} \frac{d\xi' n'_0}{\varepsilon'} - n_0 \int_0^{\xi} \frac{d\xi' (1 - 2n'_0)}{\varepsilon'} \right]. \quad (40)$$

Поправка n_1 обусловлена наличием когерентных факторов. Существует точное решение (38)

$$n_1 = \frac{\psi(\xi)}{\Gamma(\xi)} + \frac{P}{\Gamma^2} \int_{\xi}^{\omega_D} \psi(\xi') d\xi', \quad (41)$$

причем функции Γ , P , ψ находятся в явном виде:

$$P = \frac{\xi}{\sqrt{\xi^2 + a^2}}, \quad \Gamma(\xi) = \sqrt{\xi^2 + a^2},$$

$$\psi(\xi) = -\frac{\Delta^2}{2\varepsilon} \left(\ln \frac{a + \Delta}{\xi + \varepsilon} + \frac{\xi}{\sqrt{\xi^2 + a^2}} \ln \frac{\varepsilon + \sqrt{\xi^2 + a^2}}{a + \Delta} \right). \quad (42)$$

Основной вклад в уравнение для щели вносят малые $\xi \sim \Delta$, где когерентная добавка $n_1(\xi)$ отрицательна³⁴:

$$n_1(\xi) = -\frac{\Delta^2}{\varepsilon} \left(\frac{1}{2\Delta_0} \ln \frac{\Delta_0}{\Delta} \right), \quad \xi \ll \Delta_0. \quad (43)$$

Уменьшение $n(\xi)$ вблизи малых $\xi \sim \Delta$ обусловлено увеличением скорости рекомбинации квазичастиц, пропорциональной $1 + (\Delta^2/\varepsilon\varepsilon')$, особенно заметным при $\xi \rightarrow 0$. Из (34) и (43) следует, что функция распределения неравновесных квазичастиц обладает свойствами

$$n(0) < n_T(0) < \frac{1}{2}, \quad (44)$$

т. е. происходит уменьшение числа неравновесных квазичастиц при малых ξ по сравнению с тепловыми, так что распределение становится «перегретым» (см. ниже, рис. 2).

Это важное свойство $n(\xi)$ сохраняется в общем случае и приводит к существованию конечной щели при $\beta > \beta_c$. Еще одно общее свойство $n_1(\xi)$ состоит в локализованности ее при $\xi \sim \Delta$ и, следовательно, малости

интеграла

$$\frac{1}{\Delta_0} \int_0^\infty n_1(\xi) d\xi = - \left(\frac{\Delta}{2\Delta_0} \ln \frac{\Delta_0}{\Delta} \right)^2. \quad (45)$$

Поэтому для нахождения линейных по Δ поправок мы можем в уравнении для n_1 отбрасывать интегральные члены.

3) Энергетическое распределение неравновесных квазичастиц, рожденных широким источником. Результаты качественно не меняются, если использовать более реалистичный матричный элемент $M_q^2 \sim q$, $k = 1$, учесть конечность температур и эффекты переноглощения фононов. В этом случае в кинетическом уравнении появляются добавочные множители $(\varepsilon \pm \varepsilon')^{k+1}$ и члены с N_ε .

В работах^{34, 56} было показано, что в общем случае $n(\xi)$ можно представить при $\Delta/\Delta_0 \ll 1$ в виде

$$n(\xi) = n(\varepsilon) + n_1(\xi), \quad (46)$$

где $n(\varepsilon)$ — удовлетворяет кинетическому уравнению (11) с когерентными факторами, равными нулю ($\eta = 0$), а добавка n_1 пропорциональна когерентным факторам. Оказалось, что функция $n(\varepsilon)$ обладает двумя важными особенностями:

1. Разложение $n(\varepsilon)$ и интегралов от нее идет только по степеням Δ^2 (как и у $n_T(\varepsilon)$).

2. Функция $n(\varepsilon)$ при $\varepsilon = 0$ равна $1/2$ и $n(\varepsilon) < n(\varepsilon = 0) = 1/2$. Когерентную поправку n_1 можно найти, если воспользоваться свойством (45). Как показано в^{34, 56}, n_1 можно представить в виде

$$n_1 = -\eta \frac{\Delta^2}{\pi\varepsilon} \varphi_k, \quad (47)$$

$$\varphi_k = \frac{\pi}{a_{k+1}} \int_0^\infty \frac{d\xi}{\varepsilon} \varphi(\xi, 0) \varepsilon^{k+1}, \quad (48)$$

$$a_i = \int_0^\infty \xi^i n_0(\xi) d\xi,$$

$$\varphi(\xi, \xi') = n(\xi) n(\xi') - N_{\varepsilon+\varepsilon'} (1 - n(\xi) - n(\xi')). \quad (49)$$

Нетрудно видеть, что при $k = -1$, $N = 0$ (47) переходит в (43). Из (47) — (49) вытекают следующие свойства n_1 :

1. Знак «когерентной» поправки n_1 определяется знаком $\eta = \pm 1$ в когерентных факторах. В сверхпроводниках $\eta = 1$, $n_1 < 0$; в экситонном диэлектрике $\eta = -1$, $n_1 > 0$.

2. Поправка n_1 пропорциональна функции $\varphi(\xi, \xi')$ (см. (49)), являющейся мерой «неравновесности системы». Функция $\varphi(\xi, \xi')$ представляет собой рекомбинационный интеграл столкновений, обращающийся в нуль в равновесии. Максимум достигается при $T = 0$, $\gamma = 0$ и равен при $k = 1$

$$\varphi_m = \frac{\pi a_1}{2a_2} = \frac{0,71}{\Delta_0}. \quad (50)$$

Очевидно, что с ростом T и толщины пленки (т. е. γ) и соответствующем уменьшении β_c , N_ε растет и соответственно φ уменьшается, стремясь к нулю, оставаясь положительной. Физически это связано с тем, что $\varphi(\xi, \xi')$ пропорциональна результирующей скорости рекомбинации ква-

зичастиц. При $\beta > 0$ число рекомбинирующих частиц всегда больше числа рождаемых за счет перепоглощения неравновесных фононов и $\varphi > 0$. Таким образом, из свойств функций $n(\varepsilon)$ и n_1 вытекает свойство «перегретости» (44).

Описанные свойства и вид $n(\xi)$ были полностью подтверждены с помощью численного решения системы уравнений (6), (12), (29) на ЭВМ^{57, 58},^{45 *).} В этих работах функции $n(\xi)$, N_ε были найдены в широком интервале β (и соответственно Δ), T и γ . Анализ результатов показывает, что $n(\xi)$

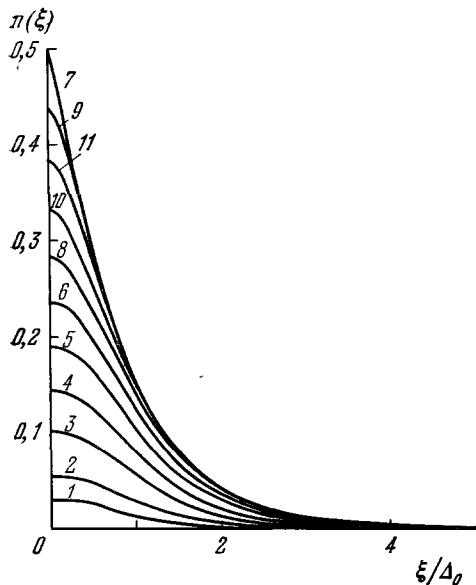


Рис. 1. Зависимость функции распределения квазичастиц от энергии при $T = 0$ и $\gamma = 0,15$.

Значения параметра порядка Δ/Δ_0 (и соответственно β): 0,95 (1), 0,8 (3), 0,6 (5), 0,4 (8), 0,5 (11) и 0,01 (7).

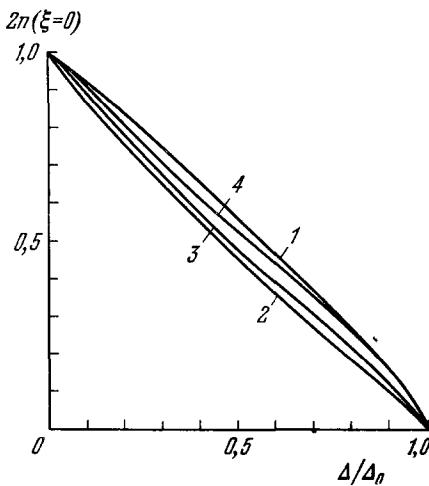


Рис. 2. Зависимость $2n(\xi = 0)$ от параметра порядка.

1 — согласно теории БКШ, 2 — неравновесная функция распределения с $\gamma = 0$ и $T/\Delta_0 = 0$, 3 — $\gamma = 0,15$ и $T/\Delta_0 = 0,01$, 4 — $\gamma = 0,15$ и $T/\Delta_0 = 0,44$.

является монотонно падающей функцией ξ ($k = 0; 1$), не превосходит 1/2 и локализована в энергетическом интервале $\xi \sim \Delta_0$. На рис. 1 приведена типичная зависимость $n(x = \xi/\Delta_0)$ для различных β , $T = 0$, $\gamma = 0,15$, $\omega/\Delta_0 = 10$.

Для демонстрации поведения функции распределения при $\xi = 0$ на рис. 2 отложены значения $n(0)$ в зависимости от Δ и там же для сравнения значения тепловой ФРК $n_T(0)$ (взятой с тем же Δ и температурой $T(\Delta)$ по БКШ). Как видно из рис. 2, $n(0)$ для любых γ и T меньше $n_T(0)$, в соответствии со свойством (44). Представляет интерес аппроксимировать $n(\xi)$ с помощью квазиравновесной ФРК $n_F = \{\exp [(\varepsilon - \mu^*)/T^*] + 1\}^{-1}$, рассматривая μ^* и T^* как подгоночные параметры **). Прежде всего следует отметить, что при любых значениях μ^* и T^* не удается точно наложить $n(\xi)$ и $n_F(\xi)$ во всем интервале энергий (особенно большие расхождения при $\gamma \rightarrow 0$, $T \rightarrow 0$).

Если провести аппроксимацию по минимуму отклонений ($n - n_F$) вдоль всего интервала энергий, то можно с точностью 5—10% найти для

*) Численные расчеты проводились также в работе⁵⁹ для слабой накачки и при фиксированном Δ .

**) Тот факт, что это не более чем аппроксимация, наглядно виден из следующего примера. При $T = 0$, $\gamma = 0$ $n(\xi)$ определяется из (12), когда ни один из членов S^+ , S^R не обращается в нуль в отдельности (как должно быть в равновесии).

каждого варианта β , γ , T соответствующие значения μ^* и T^* ⁴⁶. Зависимости μ^* и T^* от β для различных T , γ приведены на рис. 3.

Как видно, оба параметра не равны нулю (в отличие от предположений в моделях³⁰ и³¹), существенным образом зависят от мощности накачки; эффективный химпотенциал всегда отрицателен. Наконец, в интервале $\beta_c < \beta < \beta_h$, T^* и μ^* являются двузначными функциями β .

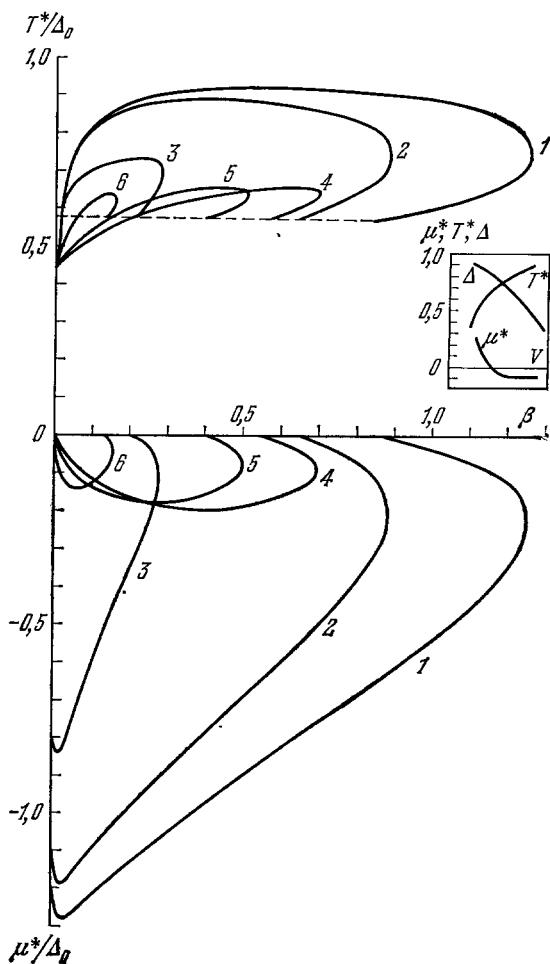


Рис. 3. Зависимость эффективной температуры T^* и эффективного химпотенциала μ^* от мощности источника β .

Значения параметров: 1 - $\gamma = 0$, $T = 0$; 2 - $\gamma = 0,02$, $T = 0$; 3 - $\gamma = 0,15$, $T = 0$; 4 - $\gamma = 0$, $T/\Delta_0 = 0,44$; 5 - $\gamma = 0,02$, $T/\Delta_0 = 0,44$; 6 - $\gamma = 0,15$, $T/\Delta_0 = 0,44$.

Интересно отметить, что «эффективная температура» T^* превосходит T_c (отношение достигает $T^*/T_c \approx 1,55$), и в то же время параметр порядка отличен от нуля ($\Delta/\Delta_0 \geq 0,3$) *). Это значит, что T^* не имеет смысла температуры и наглядно свидетельствует (вместе с $\mu^* < 0$) о «перегревости» квазичастиц.

*.) «Перегревость» квазичастиц была наблюдана экспериментально в работе⁶¹ (см. ниже).

4) Сравнение с экспериментом. Экспериментальное определение вида ФРК проводилось в работах^{24, 60, 61}. Ламберт и др.⁶⁰ определял значение $n(\xi = 0)$ с помощью измерения отношения коэффициента поглощения ультразвука в сверхпроводящем α_s и нормальном состоянии α_N

$$\frac{\alpha_s}{\alpha_N} = 2n(0). \quad (51)$$

Сравнение вычислений $2n(0)$ с экспериментальным приведено на рис. 4. Видно, что при $\gamma \approx 1$ имеется хорошее совпадение, причем везде $n(\xi) < 1/2$. К сожалению, авторы⁶⁰ не приводят данных о $2n(0)$ в интервале $\Delta/\Delta_0 < 0,3$, где, по-видимому, возникает неоднородное состояние.

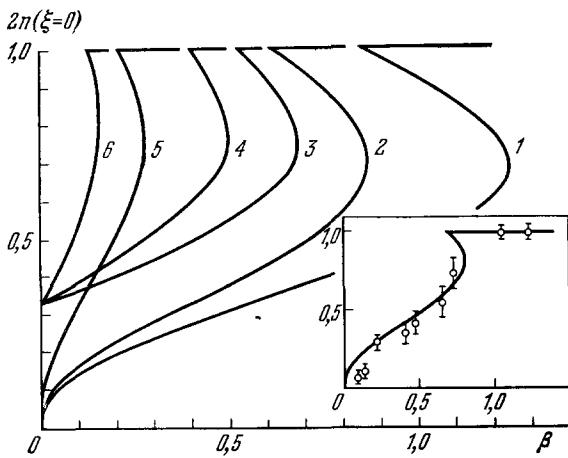


Рис. 4. Зависимость коэффициента поглощения ультразвука $\alpha_s/\alpha_N = 2n(0)$ от мощности оптической накачки β .

Значения параметров γ и T/Δ_0 : 1 - 0; 0, 2 - 0,02; 0, 3 - 0; 0,44, 4 - 0,02; 0,44, 5 - 0,15; 0, 6 - 0,15; 0,44. На внутреннем рисунке приводятся экспериментальные результаты (\circ) по поглощению ультразвука в пленке олова толщиной 3000 Å при $T = 1,33$ К⁶⁰. Сплошная линия соответствует $2n(0)$ при $\gamma = 1$, $T = 0$.

Важные данные о виде $n(\xi)$ в тонких пленках алюминия с туннельной инжекцией квазичастиц были получены в работе⁶¹. Авторы обработали свои данные с помощью функции вида $n_F(\xi)$. Они показали, что при большом напряжении на переходе (удовлетворяющем критерию для широкого источника) μ^* и T^* отличны от нуля и зависят от V (см. рис. 3). При этом химпотенциал отрицателен, $\mu^* < 0$, а T^* превосходит T_c , так что отношение T^*/T_c достигает 1,5, а $\Delta/\Delta_0 \geq 0,3$. Эти данные хорошо согласуются с теоретическими результатами^{34, 45} (см. п. 3) и свидетельствуют о «перегревости» квазичастиц и выполнении свойства (44).

5) Параметр порядка. Параметр порядка чувствителен к энергетическому распределению квазичастиц, особенно при $\xi \approx 0$. «Перегревость» квазичастиц приводит, как было впервые показано в³⁴, к состоянию с $\Delta \neq 0$ при $\beta > \beta_c$. Уравнение для щели (6) удобно представить в виде

$$\Delta \left(\frac{1}{|\lambda|} - \int_0^{\omega_D} \frac{1 - 2n(\varepsilon)}{\varepsilon} d\xi + 2 \int_0^{\omega_D} \frac{n_1}{\varepsilon} d\xi \right) = 0. \quad (52)$$

Вначале найдем уравнение для щели с помощью функций n_0 (34) и n_1 (43) (в модели « $k = -1$ »). Подставляя n_0 и n_1 в (52), получим

$$\frac{\Delta}{\Delta_0} \left(\ln \frac{\Delta_0}{\Delta} - \frac{2}{\pi} \cdot 0,915 \right) = \frac{2}{\pi} \frac{a - a_c}{a_c}. \quad (53)$$

Нетрудно видеть, что при малых Δ при $\beta > \beta_c^0$ имеется решение, согласно которому $\Delta = \Delta_2$ растет с увеличением β . При $\Delta > \Delta_h$ имеется еще одно решение $\Delta_3 = \Delta$, уменьшающееся с ростом β и совпадающее с растущим при $\beta = \beta_h$ (рис. 5, а). Таким образом, имеется область трехзначности

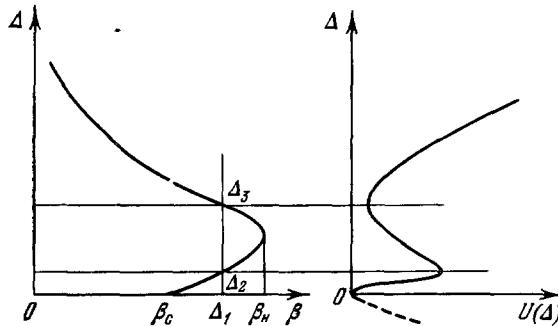


Рис. 5. а) Зависимость параметра порядка Δ от мощности накачки β ; б) зависимость энергии $U(\Delta)$ неравновесного сверхпроводника от Δ при мощности накачки $\beta > \beta_c$.

$\Delta(\beta)$ (вместе с $\Delta_1 = 0$). Следует отметить, что при другом знаке в когерентных факторах растущее решение отсутствует, и $\Delta(\beta)$ является однозначной функцией⁴³. Неоднозначность $\Delta(\beta)$ в неравновесном сверхпроводнике сохраняется в общем случае. Действительно, используя свойства $n(\varepsilon)$, найдем вклад при малых Δ от первых двух слагаемых в (52) ($k = 1$):

$$\frac{1}{|\lambda|} - \int_0^{\omega_D} \frac{1 - 2n(\varepsilon)}{\varepsilon} d\xi = \delta + \alpha \Delta^2, \quad (54)$$

где $\delta = (a_1 - a_{1c})/a_{1c}$, $a_1 = \int_0^\infty n_0(\xi) \xi d\xi$, α — численный коэффициент порядка единицы (см. ниже). Наконец, подставляя n_1 в (52), получаем уравнение для параметра порядка неравновесного сверхпроводника³⁴,⁵⁶ ($k = 1$):

$$\frac{\partial U}{\partial \Delta} = \Delta (\delta + \alpha \Delta^2 - \Delta \varphi) = 0, \quad U(\Delta) = +\Delta^2 \left(\frac{\delta}{2} - \frac{\varphi \Delta}{3} + \frac{\alpha \Delta^2}{4} \right) \quad (55)$$

(здесь Δ и φ записаны в безразмерном виде $\Delta \equiv \Delta \varphi_m$, $\varphi \equiv \varphi/\varphi_m$). Этот результат был подтвержден в последующих работах (см., например,⁴⁴). Уравнение (55) отличается от уравнения Гинзбурга — Ландау присутствием линейного по Δ члена с коэффициентом «неравновесности» φ (и видом коэффициентов δ и α). Решение (55) имеет вид

$$\Delta_1 = 0, \quad \Delta_{2,3} = \frac{\varphi}{2\alpha} \left(1 \pm \sqrt{1 - \frac{4\alpha\delta}{\varphi^2}} \right), \quad (56)$$

т. е. при $\varphi \neq 0$, кроме $\Delta_1 = 0$, существуют два решения: одно решение соответствует Δ_3 , падающему с ростом β , а второе растущее с β , появляется при $\delta > 0$, или $\beta > \beta_c$. Оба решения сливаются при $\delta = \delta_h = \varphi^2/4\alpha$,

так что интервал двузначности $\Delta(\beta)$ равен $\phi^2/4\alpha$. Коэффициенты $\delta = c(\beta - \beta_c)\beta_c$, α , ϕ в общем случае зависят от T , γ , k . Они найдены в работах^{45, 57, 58} и приведены в табл. II. В частности, при $\gamma=0$, $T=0$,

Таблица II

Значения параметров β_c , \bar{b} , $\bar{\alpha}$.

γ	T/Δ_0	β_c	\bar{b}	$\bar{\alpha}$
0,0	0	0,84	3,42	6,52
0,02	0	0,61	3,28	6,4
0,15	0	0,21	2,67	5,87
1,00	0	0,037	1,23	3,77
0,0	0,3	0,77	2,99	5,62
0,0	0,44	0,52	2,76	6,21
0,0	0,5	0,34	2,77	8,28
0,0	0,55	0,083	3,58	23,1
0,02	0,44	0,39	2,52	6,15
0,15	0,44	0,13	1,83	5,04

$$\bar{b} = \frac{\phi}{c\beta_c}, \quad \bar{\alpha} = \frac{\alpha}{\beta_c}$$

$k=1$ получено $\phi=1$, $\alpha=1,9$, $c=0,37$, $\beta=0,84$ ^{57, 58}; при $\gamma=0$, $T \rightarrow T_c$, $k=1$ найдено³⁴

$$\varphi = \beta \zeta_3, \quad \delta = \frac{T-T_c}{T_c} + 2\beta \zeta_2, \quad \zeta_i \sim 1, \quad \alpha = \frac{7\zeta(3)\Delta_0^2}{4\pi^3 T_c^2}.$$

Полезно рассмотреть также зависимость Δ от температуры при $\beta \neq 0$ ³⁴. Нетрудно видеть, что при

$$T > T_c(1 - 2\beta \zeta_2)$$

зависимость $\Delta(T)$ становится двузначной.

Поведение параметра порядка вблизи $\Delta=0$ определяется производной

$$\frac{d\Delta}{d\beta} = \frac{1}{\varphi}. \quad (57)$$

Согласно п. 3) φ всегда остается положительной, что приводит к росту Δ с β при сколь угодно малых φ (и n_1). Такая чувствительность Δ к n_1 объясняется тем, что n_1 входит в уравнение для щели рядом с малой функцией $1-2n(\epsilon)$, $n(0)=1/2$. Численные расчеты позволили^{45, 58} найти $\Delta(\beta)$ в широком интервале β и γ , T . Зависимости $\Delta(\beta)$ для $k=1$, $\omega/\Delta_0=10$ приведены на рис. 6. Видно, что при всех T , γ существует растущая с β ветвь решения $\Delta(\beta)$, которая появляется при мощности больше критической $\beta_c(\gamma, T)$. С ростом T и γ , область двузначности $\Delta(\beta)$ уменьшается, но всегда наклон $d\Delta/d\beta$ остается положительным. Экспериментальные зависимости $\Delta(\beta)$ в общем хорошо согласуются с теоретическими, хотя наблюдение $\Delta(\beta)$ в области неоднозначности затруднено переходом сверхпроводника в неоднородное состояние. При больших накачках такие измерения проводились в ряде работ. Например, зависимость $\Delta(V)$ в уже упоминаемой работе⁶¹ (см. рис. 3) хорошо согласуется с теоретической вплоть до $\Delta/\Delta_0=0,3$; для больших β (или V) данные не приведены, что, по-видимому, связано с произошедшим переходом I рода или переходом

в неоднородные состояния. Из работы ⁶⁰ можно извлечь зависимость $\Delta(\beta)$, которая хорошо согласуется с теоретической (см. рис. 4). Данные приведены до значений $\Delta/\Delta_0 \leq 0,3$.

Несколько выпадают результаты работы ²⁴, где переход I рода наблюдался при $\Delta/\Delta_0 = 0,6$ *). Эти результаты критически обсуждались в ⁶².

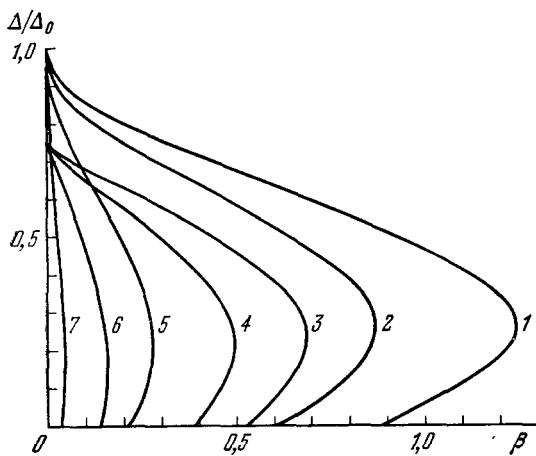


Рис. 6. Зависимость параметра порядка от мощности источника β .

Значения параметров γ и T : 1—0; 0, 2—0,02; 0, 3—0; 0,44, 4—0,02; 0,44, 5—0,15; 0, 6—0,15; 0,44, 7—1,0; 0.

поглощения, то коэффициент поглощения следует заменить на $1/d$. Имея это в виду, получаем для W_c ^{21, 22}

$$W_c = \beta_c(T) \frac{\bar{n}_0 \hbar \omega}{4\pi r k_1^2} \frac{d}{1+\gamma}, \quad (58)$$

где β_c дается (17) с $\Delta = 0$, $\bar{n}_0 = p_0 \Delta_0 m / \pi^2 \hbar^3$, r — коэффициент размножения квазичастиц (см. п. 3), k_1^2 — коэффициент отражения электромагнитного поля.

Температурная зависимость критической мощности дается универсальной функцией $\beta_c(T)$. При $T = 0$ она достигает максимального значения, равного 0,84 ⁵⁷. С ростом T β_c уменьшается и при $T \rightarrow T_c$ описывается выражением ³⁴ $\beta_c(T) = A(T_c - T)$. Зависимость β_c от T и γ во всем интервале температур найдена в работе ⁴⁵ и приведена на рис. 7. На этом же рисунке отложены экспериментальные данные, полученные в работах Головашкина, Мотулевич и др. ²⁰⁻²², хорошо согласующиеся с теоретическими.

Подстановка характерных значений параметров в (58) дает величины W_c , совпадающие с экспериментальными значениями ($10^3 - 10^4$ Вт/см² для свинца), хотя некоторую неопределенность вносит величина коэффициента размножения r .

7) Генерация неравновесных фононов. Неравновесные фононы, покидающие пленку, доступны непосредственному наблюдению и являются

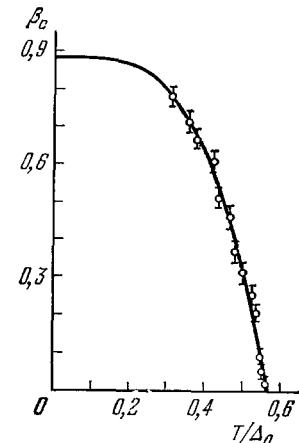


Рис. 7. Зависимость критической мощности β_c от температуры.

*) В недавней работе Има ⁶⁰ показано, что если напряжение на переходе сравнительно невелико, то параметр порядка на верхней ветви $\Delta(\beta)$ достигает при $\beta = \beta_c$ значения $\Delta(\beta_c)/\Delta_0 = 0,7$.

хорошим показателем неравновесности системы. Теоретическое изучение энергетического распределения фононов проводилось в работах^{28, 45, 51, 63}. Функция N_ε для слабых накачек была найдена численно в²⁸, и показано, что N_ε максимально при $\varepsilon \approx 2\Delta$. В работе⁴⁵ N_ε вычислена на ЭВМ в широком интервале β , T и γ .

На рис. 8 представлена типичная зависимость числа фононов $\Psi_z = z^2 N_z$ ($z = \varepsilon/\Delta$, z^2 — величина, пропорциональная плотности состояний

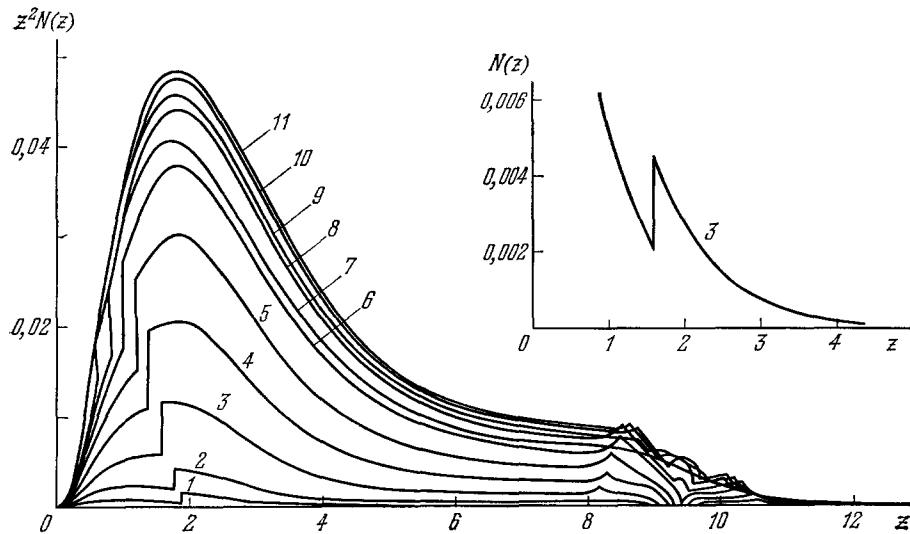


Рис. 8. Зависимость числа фононов $z^2 N(z)$ от частоты $z = \omega/\Delta_0$ при $T = 0$ и $\gamma = 0,15$. Значения мощности накачки β и параметра порядка Δ/Δ_0 : 1—0,0218; 0,95, ζ —0,379; 0,8, 5—0,134; 0,6, 7—0,213; 0,01, 8—0,233; 0,4, 11—0,269; 0,2.

фононов) от z при $T = 0$, $\gamma = 0,15$. Функция Ψ_z имеет максимум примерно при $z = 2$ для любых β . Характерной особенностью является наличие скачка $\Psi(z)$ при $z = 2$, обусловленного подключением рекомбинационного механизма генерации фононов (при $z < 2$ фононы генерируются только за счет энергетической релаксации квазичастиц). Функция $\Psi(z)$ в максимуме монотонно растет с β , в отличие от $n(\xi)$, которая однозначно зависит от Δ (а не от β).

Функция распределения фононов имеет довольно узкий максимум вблизи $z = 2$ шириной $\sim 0,5$ и изображена на рис. 8. Имеются экспериментальные доказательства^{64–67}, что распределение фононов сильно отличается от теплового, а функция $\Psi(z)$ имеет максимум при $z \approx 2$.

8) Магнитные свойства неравновесных сверхпроводников. Магнитные свойства при малых q тесно связаны с числом сверхпроводящих электронов N_S ⁴⁸. В равновесных сверхпроводниках при $T \rightarrow T_c$, $N_S \sim \Delta^2$, $N_S > 0$ ⁴⁸, что соответствует диамагнитному вкладу в ток.

В неравновесном случае вопрос о знаке N_S долгое время оставался дискуссионным. В ранних работах^{41, 42}, где использовались функции распределения в модели OS³⁰, при определенных условиях получали N_S отрицательным.

Вычисление с помощью неравновесных функций распределения квазичастиц, удовлетворяющих кинетическому уравнению, приводит к положительности N_S ³⁴. Действительно, найдем N_S с точностью до членов Δ^2 ,

используя общие свойства $n(\varepsilon)$:

$$N_S = 1 + 2 \int_0^\infty \frac{dn_0(\xi)}{d\xi} d\xi + 2 \int_0^\infty \frac{dn_1}{d\varepsilon} d\xi = 2 \int_0^\infty \frac{dn_1}{d\varepsilon} d\xi. \quad (59)$$

Ввиду $n_0(0) = 1/2$ первые два слагаемых в (59) компенсируются и N_S определяется только когерентной добавкой n_1 . Подставляя n_1 в (59), находим окончательно^{34, 56}

$$N_S = \Delta\varphi, \quad (60)$$

т. е. N_S положительно и линейно по Δ . Аналогичные результаты были получены позднее в работах^{44, 29}, а также в численных расчетах⁴⁵. Таким образом, сверхпроводники с широким источником квазичастиц остаются диамагнетиками.

Отметим, что знак N_S непосредственно связан со знаками в когерентных факторах, например в экситонном диэлектрике N_S было бы отрицательно^{2, 34}.

В работе⁶⁹ изучено влияние магнитного поля H и токового состояния на характер фазового перехода в сверхпроводнике с широким источником квазичастиц. Если пленка является тонкой ($d \ll \tilde{\lambda}, \xi_0; \tilde{\lambda}$ — лондоновская длина) и магнитное поле параллельно пленке, то зависимость $\Delta(\beta)$ сохраняет свой неоднозначный характер, а критическое значение β_c уменьшается с ростом магнитного поля:

$$\beta_c(H) = \beta_c(0) - \frac{1}{24} \left(\frac{H}{H_\lambda} \right)^2 \left(\frac{d}{\tilde{\lambda}} \right)^2, \quad H_\lambda^2 = 4\pi N(0) \Delta_0^2 \zeta, \quad (61)$$

где H_λ^2 — «критическое» магнитное поле, ζ — порядка единицы. Свободную энергию неравновесного сверхпроводника в магнитном поле или токовом состоянии можно представить в виде ($T = 0$)⁴³

$$\frac{F_S - F_N}{\Delta_0^2 N(0)} = |\Delta|^2 \left(\delta - \frac{3}{2} \varphi \Delta + \alpha \Delta^2 + \frac{\bar{v}^2}{2} \right) + \frac{h^2}{8\pi};$$

здесь к F_S добавлен член $\bar{v}^2/2$, где v — скорость пары в безразмерных единицах $\sqrt{3\Delta_0^2/mv_0^2}$ и $h^2/8\pi$ — энергия магнитного поля (h в единицах $\sqrt{\Delta_0^2 N(0)/0,71}$). Скорость v связана со сверхпроводящим током J_S и числом сверхпроводящих электронов N_S соотношением

$$J_S = evN_S.$$

Варьируя (62) и вычисляя средний по толщине квадрат скорости (см. ⁶⁸), находим выражение для Δ (при $d/\tilde{\lambda} \ll 1$):

$$\Delta = \frac{\varphi}{2\alpha} \left(1 \pm \sqrt{1 - \frac{4\alpha\delta(H)}{\varphi^2}} \right), \quad \delta(H) = \delta + \frac{1}{24} \left(\frac{Hd}{H_\lambda \tilde{\lambda}} \right)^2. \quad (62)$$

Отсюда видно, что зависимость $\Delta(\beta)$ имеет две ветви решения, появляющиеся при $\beta > \beta_c(H)$, даваемом (61).

Аналогичные результаты получаются для токового состояния. Критический ток (при $T = 0$) уменьшается с ростом накачки и обращается в нуль при $\delta = \delta_n = \varphi/4\alpha$.

9) Вольт-амперные характеристики туннельных переходов. Изменение Δ за счет инжекции квазичастиц в туннельных переходах с достаточно малым сопротивлением может привести к радикальным изменениям их ВАХ.

Теоретическое рассмотрение влияния слабой инжекции на величину щели проводилось в работах^{70, 51}. Елесин и Левченко рассмотрели случай сильной инжекции в SiS-переходе, достаточной для обращения Δ в нуль. Для малых параметров инжекции α_V они нашли, что необходимое критическое напряжение

$$\frac{V_c}{\Delta_0} = \frac{1}{2\alpha_V} \gg 1 \quad (63)$$

является большим по сравнению с Δ , так что туннельная инжекция в этих условиях эквивалентна действию широкого источника. (Отметим, что величина V_c падает с ростом температуры.) Поэтому при $V > V_c$ зависимость

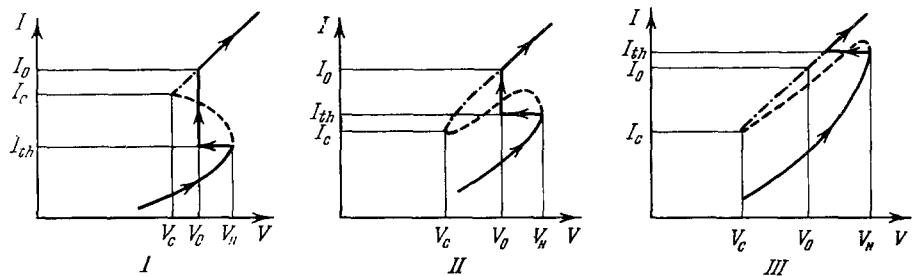


Рис. 9. Три типа вольт-амперных характеристик перехода сверхпроводник — изолатор — сверхпроводник — I, II, III.
Штриховая линия соответствует неустойчивой ветви.

$\Delta(V)$ становится неоднозначной, т. е. появляются три решения. Неоднозначность $\Delta(V)$, естественно, приводит к неоднозначности ВАХ $I(V)$. В зависимости от параметров α_V , γ , T , могут существовать три типа ВАХ, изображенных на рис. 9. Их можно классифицировать по соотношениям между характерными значениями токов I_c , I_0 , I_{th} ⁴⁶:

$$I_c = I(V_c, \Delta = 0), \quad I_0 = I(V_0, \Delta = 0), \quad I_{th} = I(V_h, \Delta_h), \quad (64)$$

где V_0 — напряжение, при котором сравниваются энергии нормальных и сверхпроводящих фаз. ВАХ первого типа отвечает условию $I_0 > I_c > I_{th}$, второго типа — $I_0 > I_{th} > I_c$, третьего типа — $I_{th} > I_0 > I_c$. Как показано в⁴⁶ (см. ниже, п. 5) гл. 1), ВАХ I и II типа приводят к переходу в неоднородное состояние (с $\Delta \neq 0$ и $\Delta = 0$), а ВАХ III типа — к переходу первого рода в нормальное состояние. В⁴⁶ получены условия осуществления данного типа. Отметим, что рост T и γ могут перевести тип III в тип II.

в) Однородные состояния сверхпроводников с узким источником квазичастиц

1) Концентрация квазичастиц и параметр порядка вблизи порога инжекции. Узкий источник рождает квазичастицы в узком энергетическом интервале $\omega - 2\Delta$, так что квазичастицы оказываются локализованными вблизи $\varepsilon \sim \Delta$. Локализованность $n(\xi)$ позволяет найти из (6) универсальную связь между Δ и \bar{n} — концентрацией квазичастиц (см., например,⁵⁶):

$$\Delta = \Delta_0 (1 - 2\bar{n}). \quad (65)$$

Чтобы получить замкнутую систему для Δ и \bar{n} в случае малых α_ω , достаточно воспользоваться условием нормировки (18). Учитывая локализованность $n(\xi)$, получим соотношение³³ (при $T = 0$)

$$\bar{n}^2 = \alpha_\omega \frac{\omega - 2\Delta}{2\Delta_0} \theta(\omega - 2\Delta), \quad (66)$$

выражающее равенство скорости рекомбинации квазичастиц (левая сторона) и скорости рождения квазичастиц электромагнитным полем (ввиду малости $\alpha_\omega n(\xi)$ в Q положены равными нулю). Важно отметить, что скорость рождения пропорциональна интервалу $\omega - 2\Delta$ и существенно зависит от Δ , т. е. в случае узкого источника параметр порядка определяет скорость рождения квазичастиц. Это обстоятельство приводит, как показано в работе³³, к характерной пороговой неустойчивости (см. п. 2) гл. 2) и неоднозначной зависимости Δ от ω ^{37, 38}. Действительно, исключая Δ из (65) и (66), получаем уравнение для \bar{n}^*)

$$\bar{n}^2 = \alpha_\omega (\delta + 2\bar{n}) \theta(\delta + 2\bar{n}), \quad \delta = \frac{\omega - 2\Delta_0}{2\Delta_0},$$

решение которого имеет вид³⁷

$$\left. \begin{array}{l} \bar{n}_1 = 0, \quad \delta < -\alpha_\omega, \\ \bar{n}_1 = 0, \quad \bar{n}_{2,3} = \alpha_\omega \left(1 \mp \sqrt{1 + \frac{\delta}{\alpha_\omega}} \right), \quad -\alpha_\omega < \delta < 0, \\ \bar{n} = \alpha_\omega \left(1 + \sqrt{1 + \frac{\delta}{\alpha_\omega}} \right), \quad \delta > 0. \end{array} \right\} \quad (67)$$

Из (67) следует, что в области $-\alpha_\omega < \delta < 0$ существует три решения для \bar{n} и соответственно для Δ ($\Delta_5 = \Delta_0$, $\Delta_{4,3} = \Delta_0 (1 - 2\bar{n}_{2,3})$) (рис. 10). Заметим, что неоднозначность зависимости $\Delta(\omega)$ возникает при любых α_ω

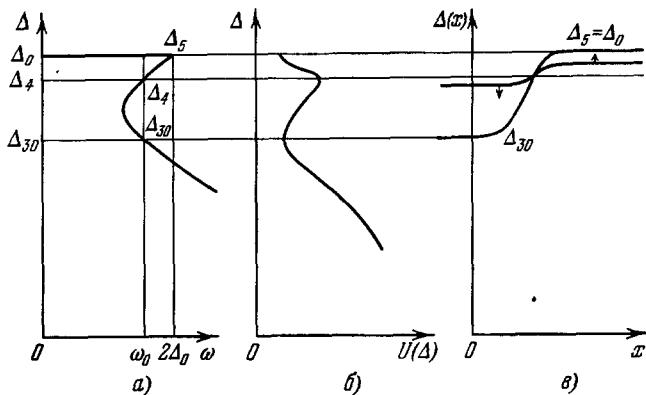


Рис. 10. а) Зависимость параметра порядка Δ от частоты ω узкого источника квазичастиц; б) зависимость энергии системы $U(\Delta)$ от параметра порядка при $\omega = \omega_0$; в) зависимость параметра порядка от координаты (слоевое решение).

(отсутствует порог по интенсивности), но ширина области неоднозначности пропорциональна α_ω .

Существование трех решений связано с влиянием Δ на скорость рождения квазичастиц. Решение $\bar{n}_1 = 0$ соответствует случаю, когда $\Delta = \Delta_0$

³³) Мы полагаем, что обозначение величин разности мощностей источника $c(\beta - \beta_c)$ и частоты источника $(\omega - 2\Delta_0)$ одной буквой «б» не приведет к недоразумениям.

и источник выключен ($\omega < 2\Delta$). Если же $\bar{n} \neq 0$, (Δ_4, Δ_5), то Δ уменьшается и источник рождает квазичастицы, причем возможны как растущее с ω решение n_3 , так и падающее.

Качественно аналогичные результаты получаются и при туннельной инжекции ($\omega \rightarrow V$). Только теперь решение $\bar{n}_3 = \sqrt{\pi\alpha_V/4}$ постоянно, а $\bar{n}_2 = (2\Delta_0 - V)/4\Delta_0$ «универсально» зависит от V (и не зависит от α_V) (рис. 11). Это отличие связано с отсутствием факторов когерентности

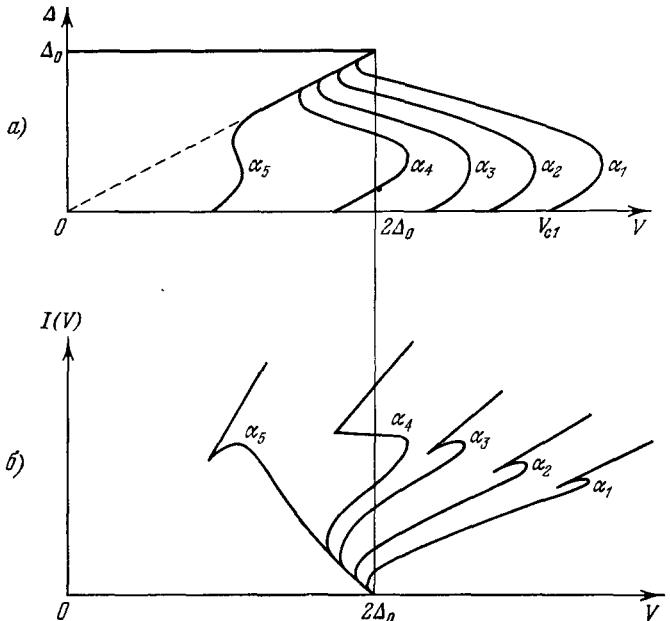


Рис. 11. а) Зависимость параметра порядка Δ от напряжения на переходе для различных значений параметров инжекции α_i $\alpha_1 < \alpha_2 < \alpha_3 < \alpha_4 < \alpha_5$; б) зависимость тока туннельного перехода $I(V)$ от напряжения для различных α_i .

в источнике при туннельной инжекции. Как известно, последнее обстоятельство приводит в равновесной теории, не учитываяющей влияния инжектированных квазичастиц, к скачку тока при $V = 2\Delta$. Как показано в³⁷, при описании перехода нельзя пренебречь влиянием инжекции квазичастиц даже при малых α_V , а следовательно, нельзя опускать $n(\xi)$ в источнике. Учет инжекции приводит к сглаживанию включения источника при $V \geq 2\Delta$ (вопрос о сглаживании ВАХ туннельных переходов из-за неравновесности качественно обсуждался в⁷²). Подчеркнем, что решение \bar{n}_2 появляется благодаря плавности включения источника. В противном случае, строго говоря, этого решения не существовало бы. Действительно, в недавней работе Шёна и Трембле³⁸, в которой авторы независимо пришли к качественно аналогичному выводу о существовании трех решений $\Delta(V)$, было дополнительно предположено, что скачок источника размазывается каким-либо взаимодействием (они графически решали уравнение для Δ при $T \rightarrow T_c$ и не учитывали конечности $n(\xi)$ в Q).

Случай конечных температур рассмотрен в⁴⁶ (аналитически при $T \rightarrow T_c$ и численно при конечных T). При этом учитывался и эффект стимулирования Δ за счет энергетического перераспределения квазичастиц полем (члены QV^3 и QV^2 — механизм Элиашберга⁵).

Приведем конечные результаты для Δ в интервале напряжений $-\tilde{\alpha}_v < \delta(T) < 0$ ³⁶:

$$\begin{aligned}\Delta_5 &= \tilde{\Delta}(T), \quad \Delta_4 = \frac{V}{2}, \quad \Delta_3 = \Delta_0(T), \\ \tilde{\Delta}(T) &= \Delta_0(T) + \tilde{\alpha}_v, \quad \delta(T) = \frac{V - 2\tilde{\Delta}(T)}{2\Delta_0(T)},\end{aligned}\tag{68}$$

где $\Delta_0(T)$ — щель равновесного сверхпроводника при температуре T , $\tilde{\Delta}(T)$ — щель с учетом эффекта стимулирования, $\tilde{\alpha}_v$ — перенормированный параметр инжекции.

2) Функции распределения квазичастиц в сверхпроводнике с узким источником. Ограничимся случаем $\gamma = 0$. Кинетическое уравнение для узкого источника можно существенно упростить, если учесть, что процессы релаксации сильно подавлены по сравнению с рекомбинацией из-за множителей $(\epsilon - \epsilon')^2$ и когерентных факторов $1 - (\Delta^2/\epsilon\epsilon')$. При $T = 0$, когда можно пренебречь в источнике членами $Q^{(2, 3)}$, описывающими перераспределение квазичастиц по энергии, приходим к уравнению^{33, 36}

$$n_z \bar{n} = \alpha_\omega (\tilde{\delta})^{k_\omega/2} \frac{1 - n_z - n_{1-z}}{\sqrt{1-z}} \theta(z) \theta(1-z),\tag{69}$$

где

$$\tilde{\delta} = \frac{\omega - 2\Delta}{2\Delta}, \quad z = \frac{\epsilon - \Delta}{\Delta \tilde{\delta}}, \quad n_z \equiv n(z).$$

Для тунNELНОЙ инжекции α_ω следует заменить на α_v , $\sqrt{\tilde{\delta}}$ — на $\tilde{\delta}^{-1/2}$ из-за отсутствия когерентного фактора (см. гл. 3).

Точное решение (69) найдено Ароновым и Спиваком³⁶:

$$n_z = A \frac{\sqrt{z} \theta(z) \theta(1-z)}{\sqrt{z(1-z)} + A (\sqrt{z} + \sqrt{1-z})},\tag{70}$$

с коэффициентом A , удовлетворяющим условию нормировки

$$A_{\omega, V}^2 \int_0^1 \frac{dz}{\sqrt{z(1-z)} + A_{\omega, V} (\sqrt{z} + \sqrt{1-z})} = \frac{\alpha_{\omega, V}}{4} (\tilde{\delta}) \frac{k_{\omega, V}}{2}.$$

Нетрудно видеть, что $n(z)$ отлично от нуля в интервале $0 < z < 1$ и принимает значение $n(0) = 0$ и $n(1) = 1$, т. е. в случае узкого источника функция распределения резко отличается от равновесной, имеет положительную производную и может достигать единицы. Коэффициенты A_ω, A_V находятся из условия нормировки и оказываются существенно разными. Так, при малых $\alpha_\omega, A_\omega \sim \sqrt{\alpha_\omega}$ — мало, в то время как A_V при $\tilde{\delta} \rightarrow 0$ может оказаться большим. Поэтому ФРК для электромагнитной накачки отлична от нуля в узком интервале близи $z = 1$, а для тунNELНОЙ инжекции n_z порядка единицы почти во всем интервале $0 < z < 1$ ³⁷, и именно это и приводит к устранению скачкообразного включения источника.

Точное решение для n_z найдено и при $T \rightarrow T_c$, и его можно представить в виде

$$n = n_T + n_2 + \hat{n},$$

где n_2 — плавная функция, обусловленная действием $Q^{(2)}$, найдена в⁷⁸, а узкая часть \hat{n} дается выражением⁴⁶

$$\begin{aligned}\hat{n} &= A \frac{\psi_T(z) \sqrt{z} \theta(z) \theta(1-z)}{\sqrt{z(1-z)} + A(\sqrt{z} + \sqrt{1-z})}, \\ \psi_T(z) &= 1 - n_T(z) - n_T(1-z).\end{aligned}\quad (71)$$

Добавка \hat{n} обладает свойствами (70).

3) Пороговое поглощение электромагнитного поля и вольтамперные характеристики туннельных переходов при пороговом напряжении и. Поглощение электромагнитного поля при $\omega = 2\Delta$ контролируется параметром порядка, который принимает при данной ω три значения. Поэтому зависимость поглощаемой мощности Q_ω от частоты будет носить S-образный характер³⁷:

$$Q_\omega = \begin{cases} 0, & \delta < -\alpha_\omega, \\ 2\alpha_\omega(\delta + 2\alpha_\omega \mp \sqrt{\alpha_\omega^2 + \delta\alpha_\omega}), & -\alpha_\omega < \delta < 0. \end{cases}$$

Оценка показывает, что этот эффект становится заметным при мощностях порядка 1–10 Вт/см². Неоднозначность $\Delta(V)$ при $V \approx 2\Delta$ должна приводить к неоднозначности зависимости $I(V)$. Действительно, в работах³⁷,³⁸ было показано, что ВАХ SiS-перехода имеет S-образный характер вблизи $V = 2\Delta$ (см. рис. 10, б). Ток $I(V)$ может быть представлен в виде двух слагаемых, I_1 и I_2 (см. (25)), из которых I_1 соответствует току с разрывом куперовских пар, а I_2 — току имеющихся квазичастиц. Отрицательный наклон падающей ветви ВАХ обусловлен током I_1 , имеющим при $T \rightarrow T_c$ простой вид⁴⁶:

$$I_1 = \alpha_V \frac{7\xi(3)}{8\pi^2} \frac{\Delta_0^3}{T_c^2} \bar{n}_T \begin{cases} 0, & \delta(T) < 0, \\ (2\tilde{\Delta}(T) - V)/2\Delta_0, & -\tilde{\alpha}_V < \delta(T) < 0, \\ \tilde{\alpha}_V, & -\tilde{\alpha}_V < \delta(T). \end{cases} \quad (72)$$

Ток I_2 мал при $T \rightarrow 0$, но достигает значительной величины при $T \rightarrow T_c$ ⁴⁶:

$$I_2(V, \Delta) = 2\alpha_V \int_0^\infty d\varepsilon \rho(\varepsilon) \rho(\varepsilon + V) [n_T(\varepsilon) - n_T(\varepsilon + V)], \quad (73)$$

и создает «пьедестал» для полного тока. Именно I_2 вносит наибольший вклад в наблюдаемый пороговый ток, который можно определить как $I_2(V = 2\tilde{\Delta}(T), \Delta = \tilde{\Delta})$. С ростом температуры I_2 растет, достигая максимального значения вблизи T_c , $I_2 = \alpha_V \tilde{\Delta}(T)$ и затем уменьшаясь за счет падения $\tilde{\Delta}(T)$. Такая температурная зависимость $I_2 \equiv I_{th}$ согласуется с наблюдавшейся на опыте²⁵.

На рис. 11, б изображены ВАХ во всем интервале напряжений, полученные с помощью аналитических^{37, 47} и численных⁴⁶ расчетов. Второй участок S-образной ВАХ обусловлен когерентным механизмом (см. п. 9) раздела б) в гл. 1). Качественные представления о ВАХ с отрицательным наклоном при $V = 2\Delta$ использовались в²⁶, а в работе⁷⁴ S-образная ВАХ наблюдалась на коротких переходах из олова. Обычно наблюдение S-образной ВАХ затруднено переходом сверхпроводника в неоднородное состояние.

г) Неустойчивости в сверхпроводниках с избыточными квазичастицами

1) Типы неустойчивостей. Исследования стабильности показали, что неравновесным сверхпроводникам присущи три типа неустойчивостей: так называемая пороговая, когерентная и диффузионная. Пороговая и когерентная неустойчивости реализуются в сверхпроводниках и позволяют объяснить имеющиеся опытные данные. Условия возникновения диффузионной неустойчивости, по всей видимости, не выполняются в сверхпроводниках с электромагнитной и тунNELьной инжекцией *).

2) Пороговая неустойчивость. В работе ³³ в 1974 г. была предсказана неустойчивость сверхпроводника с узким источником квазичастиц, приводящая к переходу из состояния с $\Delta = \Delta_0$ в состояние с $\Delta < \Delta_0$. Неустойчивость возникает при частоте ω , близкой к порогу рождения пар, следующим образом. Пусть в начальный момент $\Delta = \Delta_0$, $\bar{n} = 0$ и $\omega \ll 2\Delta_0$. Тогда флуктуация \bar{n} приводит к уменьшению Δ (см. (65)) и, следовательно, увеличению ширины действия источника, пропорционального $\omega - 2\Delta$ (см. (66)), что в свою очередь увеличивает \bar{n} , и т. д. Аналогичная неустойчивость может возникнуть в сверхпроводниках с тунNELьной инжекцией ^{37, 38} при $V \leqslant 2\Delta$, что и было обнаружено экспериментально в работах ^{25, 26}.

Теория пороговой неустойчивости в сверхпроводниках с электромагнитной и тунNELьной накачкой была рассмотрена в работах ^{37, 38, 46}. Мы ограничимся случаем $T = 0$, $L \gg \xi_0$ и будем следовать ³⁷. Основное уравнение для концентрации квазичастиц

$$\frac{\partial \bar{n}}{\partial t} - L^2 \frac{\partial^2 \bar{n}}{\partial r^2} = \frac{\partial U(\bar{n}, \delta)}{\partial \bar{n}}, \quad (74)$$

$$U_{\omega, V} = - \int_{-\bar{n}}^{\bar{n}} d\bar{n} (2\bar{n}'^2 - \bar{Q}_{\omega, V}), \quad (75)$$

можно получить следующим образом. Учитывая в уравнении (17) локализованность $n(\xi)$, а также свойства функций распределения узкого источника $n(\varepsilon = \Delta) = 0$, $n(\varepsilon = \omega - \Delta) = 1$ (можно показать, что эти свойства сохраняются в неоднородном состоянии, если записать кинетическое уравнение в представлении $\varepsilon(r) = \text{const}$), приходим к уравнению (74).

Исследуем стабильность системы при фиксированной ω (или V) относительно малых возмущений

$$\bar{n}(r, t) = \bar{n} + \bar{n}' \exp(\tilde{\gamma}t + iqr). \quad (76)$$

Подставляя $\bar{n}(r, t)$ с $q = 0$ в (74), находим декремент $\tilde{\gamma}$ (в безразмерной форме):

$$\tilde{\gamma} = + \frac{\partial^2 U(\bar{n}, \delta)}{\partial \bar{n}^2}, \quad (77)$$

который, как и следовало ожидать, связан со второй производной по \bar{n} от энергии. С помощью выражения для U (75) и уравнения $\partial U / \partial \bar{n} = 0$ удобно представить в виде

$$\tilde{\gamma} = - \frac{2\alpha_{\omega}}{\bar{n}_{\delta}}, \quad \bar{n}_{\delta} = \frac{\partial \bar{n}}{\partial \delta}. \quad (78)$$

* Нам неизвестны работы, в которых возможность осуществления диффузионной неустойчивости в сверхпроводниках была бы доказана.

Отсюда видно, что падающая ветвь \bar{n}_2 неустойчива, а устойчивыми являются $\bar{n}_1 = 0$ и $\bar{n} = \bar{n}_3$. Исходя из общих свойств уравнения $\partial\bar{n}/\partial t = \partial U/\partial\bar{n}$, можно показать⁷⁵, что если $\bar{n} > \bar{n}_2(\delta)$, то решение $\bar{n}(t)$ переходит в \bar{n}_3 , а при $\bar{n} < \bar{n}_2(\delta)$ в $\bar{n} = 0$. Это соответствует качественной картине пороговой неустойчивости, описанной в начале раздела.

Полезно проанализировать связь стабильности системы с особенностями энергии U , имея в виду (76). Нетрудно убедиться, что U имеет три экстремума, $\bar{n}_1, \bar{n}_2, \bar{n}_3 (\Delta_5, \Delta_4, \Delta_3)$ (соответствующих стационарным однородным решениям), причем \bar{n}_1 и \bar{n}_3 отвечают минимумам, а \bar{n}_2 — максимуму (см. рис. 10). Полученная выше область неустойчивости соответствует области вблизи максимума U . Очевидно, что стабильным решениям могут соответствовать разные энергии. Поэтому одно из этих состояний (Δ_5 или Δ_3 , в зависимости от δ) будет метастабильным, а другое действительно стабильно. При некоторой $\delta = \delta_0$ энергии состояний $U(\Delta_5) = U(\Delta_3)$ сравниваются. Как показано в работе⁴⁴, время перехода из метастабильного состояния в стабильное при $\delta \neq \delta_0$ очень велико в отсутствие больших флуктуаций и зародышей стабильной фазы. Поэтому если увеличивать δ , то состояние с Δ_5 сохраняется вплоть до $\delta = 0$ как метастабильное, а затем происходит переход I рода в состояние с Δ_3 . При уменьшении δ начиная с $\delta = 0$ состояние с Δ_3 сохраняется вплоть до $\delta = -\alpha_\omega$, после чего скачком переходит в $\Delta = \Delta_5$, т. е. имеется гистерезис. При наличии затравочной области другой фазы или больших флуктуаций переход I рода происходит при $\delta = \delta_0$ (если отвлечься от времени заполнения образца новой фазой, о чем будет сказано ниже).

Рассмотрим неоднородные возмущения с $q \neq 0$. Декремент в этом случае³⁷

$$\tilde{\gamma} = -\frac{2d_\omega}{n_\delta} - q^2 L^2 \quad (79)$$

уменьшается с ростом q^2 , т. е. диффузия квазичастиц стабилизирует возмущения.

Пороговая неустойчивость в сверхпроводниках с туннельной инжекцией. Существенным отличием от электромагнитной накачки является возможность фиксации тока⁴⁷ (некоторая разница U_V от U_ω не приводит к качественным изменениям). В режиме заданного тока следует добавить уравнение (24) и учесть изменение напряжения

$$V(t) = V + \tilde{V} \exp(\tilde{\gamma}t).$$

В этом случае декремент $\tilde{\gamma}$ принимает вид³⁷

$$\begin{aligned} \tilde{\gamma} &= -\alpha_V (\bar{n}_\delta)^{-1} \cdot \frac{1 + R(dI/dV)}{1 + RI_V}, \\ I_V &= \left(\frac{\partial I}{\partial V} \right)_{\bar{n}}, \quad I_{\bar{n}} = \left(\frac{\partial I}{\partial \bar{n}} \right)_V, \quad \frac{dI}{dV} = I_V + \bar{n}_\delta I_{\bar{n}}. \end{aligned} \quad (80)$$

Если $R > |dI/dV|^{-1}$, то однородное решение \bar{n}_2 становится устойчивым, так как $I_V > 0$, $dI/dV < 0$ и $\tilde{\gamma} < 0$. Однако состояние \bar{n}_2 на падающей ветви $dI/dV < 0$ неустойчиво относительно неоднородных возмущений, не меняющих полного тока \bar{I} . В этом случае декремент становится положительным для достаточно малых q (см. (79)) и неоднородные возмущения начинают развиваться. Наглядное представление о процессе развития неустойчивости можно получить с помощью рис. 9. Пусть в сверхпроводнике, находившемся в состоянии с $\Delta = \Delta_4(\bar{n}_2)$ (см. рис. 10, *в*), возникла неоднородная флуктуация $\Delta(x)$. В силу пороговой неустойчивости (см. п. 2)

в состоянии с $\Delta(x) < \Delta_4$ параметр порядка будет уменьшаться вплоть до Δ_3 , а в состоянии с $\Delta > \Delta_4$ увеличиваться до Δ_5 , т. е. произойдет расслоение на области с разными значениями Δ (Δ_3 и Δ_5). При этом полный ток не изменится. Это явление разбиения образца на слои или «шнуры» во многом аналогично явлению шнурования в полупроводниках с S-образными ВАХ⁷.

3) Когерентная неустойчивость. Специфическая для сверхпроводника с широким источником квазичастиц неустойчивость была предсказана в⁴³ и названа когерентной, так как связана с когерентностью взаимодействия квазичастиц с фононами. Неустойчивость возникает в состоянии с $\Delta = \Delta_2$, соответствующем растущему решению (см. п. 5 раздела б) в гл. 1). Когерентная неустойчивость была исследована в работах^{43, 44} и, по всей видимости, является причиной перехода в неоднородное состояние сверхпроводников с оптической и тунNELЬНОЙ (при больших V) накачкой.

3.1) Кинетический подход. Оптическая накачка. Для описания когерентной неустойчивости исследуем уравнение для $n(\xi, r, t)$ (а не \tilde{n}), так как изменение числа квазичастиц происходит в узкой области энергий $\xi \sim \Delta \ll \Delta_0$. Если подставить возмущенные n и Δ

$$\begin{aligned} n(\xi, r, t) &= n(\xi) + \tilde{n}(\xi) \exp(\tilde{\gamma}t + iqr), \\ \Delta(r, t) &= \Delta + \tilde{\Delta} \exp(\tilde{\gamma}t + iqr) \end{aligned} \quad (81)$$

в уравнения для щели (7) и кинетическое уравнение (11), затем найти решения для \tilde{n} , то, используя его, можно получить следующее выражение для $\tilde{\gamma}$ ⁴³ ($n(\xi)$ и Δ — стационарные, однородные решения, изученные в гл. 2):

$$\tilde{\gamma} = -\frac{J_0 + q^2 L^2 N_S + q^2 \xi_0^2 (\Gamma^2 + q^2 L^2)}{D + q^2 \xi_0^2}, \quad (82)$$

где N_S дается (4), J_0 и Γ — функционалы от $n(\xi)$ (см. ⁴³),

$$D = \Delta^2 \int_0^\infty \frac{1 - 2n}{\varepsilon^3} d\xi. \quad (83)$$

Рассмотрим вначале однородные возмущения с $q = 0$. Вычисление J_0 и D с функциями $n(\xi)$, найденными ранее (п. 2, 3) раздела б) (в гл. 1), позволяет представить $\tilde{\gamma}$ в виде

$$\tilde{\gamma} = (\Delta_0)^{-1}. \quad (84)$$

Из (84) видно, что растущее решение Δ_2 неустойчиво, а Δ_3 стабильно (стабильность решения $\Delta_1 = 0$ обсуждается ниже). Нетрудно показать, что при $\Delta(t = 0) < \Delta_2(\delta)$ система переходит в нормальное состояние, а при $\Delta(t = 0) > \Delta_2(\delta)$ — в сверхпроводящее.

Физический смысл неустойчивости состоит в следующем. Пусть щель в состоянии на растущей ветви с Δ_2 несколько уменьшилась за счет флуктуации. Тогда вероятность рекомбинации квазичастиц $\sim 1 + (\Delta^2/\varepsilon\varepsilon')$ уменьшится, а следовательно, число квазичастиц (вблизи $\xi \sim \Delta$) увеличится. В силу уравнения для Δ это приводит к дальнейшему уменьшению щели и т. д. Интересно отметить, что при переходе в нормальное состояние (при фиксированном β) выделяется добавочное число квазичастиц $\delta\beta$ за счет уменьшения скорости рекомбинации. Полезно связать критерий стабильности с особенностями $U(\Delta)$ (55), получив из (84) и уравнения

$\partial U / \partial \Delta = 0$ соотношение

$$\tilde{\gamma} = -\Delta \left(\frac{\partial^2 U}{\partial \Delta^2} \right)^{-1}. \quad (85)$$

Энергия $U(\Delta)$ имеет структуру, аналогичную $U(\bar{n})$ (см. рис. 5, б), т. е. существуют три экстремума $\Delta_1, \Delta_2, \Delta_3$; Δ_1 и Δ_3 — соответствуют минимуму $U(\Delta)$, а Δ_2 — максимуму. При $\delta = \delta_0$ энергии сравниваются: $U(\Delta_{10}) = U(\Delta_{30})$. Можно показать (по аналогии с п. 2) раздела г) в гл. 1), что в зависимости от условий система может испытывать переход первого рода при $\delta = \delta_0$ или при $\delta = \delta_h$, $\delta = 0$, сопровождающийся гистерезисом.

Рассмотрим неоднородные возмущения с $q \neq 0$. В пределе $qL \gg 1$ ($qL \gg \xi_0$) (82) переходит в выражение ⁴³

$$\tilde{\gamma} = -q^2 L^2 \frac{N_S}{D}, \quad (86)$$

совпадающее (с точностью до D) с выражениями, полученными в работах ^{34, 39–42}, посвященных исследованию устойчивости относительно быстрых возмущений (на временах, меньших времен релаксации).

Таким образом, знак N_S и D определяет устойчивость системы относительно быстрых возмущений, а в общем случае определяет знак вклада в $\tilde{\gamma}$ при члене $q^2 L^2$. Величина N_S обсуждалась в гл. 2, и было показано, что N_S остается положительной величиной вплоть до $\Delta = 0$, где $N_S = 0$.

Таким образом, диффузия квазичастиц приводит к стабилизации неустойчивости ⁴³. Аналогичный вывод был сделан в недавней работе ⁴⁴ с помощью несколько другого метода.

Когерентная неустойчивость может реализоваться в сверхпроводниках с туннельной инжекцией при $V \gg \Delta$ ⁴⁷. Аналогично случаю пороговой неустойчивости, можно показать, что в режиме заданного тока происходит расслоение на области нормальной ($\Delta_1 = 0$) и сверхпроводящей фазы (Δ_3). Картина развития расслоения аналогична рассмотренной в п. 2) раздела г).

Важные результаты по стабильности сверхпроводников, часть из которых уже упоминалась, были получены в работе Эккера, Шмидта, Шмутца и Шёна ⁴⁴. Авторы, используя общие свойства $n(\xi)$, установленные в ³⁴ (см. п. 2, 3) раздела б) в гл. 1) сформулировали модель (EMS), очень удобную для описания нестационарных и неоднородных процессов при $T \rightarrow T_c$. Они предложили записывать интеграл столкновений квазичастиц с фононами в виде

$$\left(\frac{\partial n}{\partial t} \right)_f = \frac{1}{\tau_f} \left[n(\xi) - n_T - \frac{\Delta^2 B}{\pi \varepsilon T_c} \right], \quad B \sim \beta, \quad (87)$$

выделив вклад n_1 от когерентных множителей, пропорциональный β . Пользуясь этим уравнением, они получили замкнутое уравнение для Δ при $T \rightarrow T_c$.

Можно также получить замкнутое уравнение для Δ в более широком интервале температур.

3.2) *Замкнутое уравнение для Δ .* Если решить кинетическое уравнение (11) для пространственно-неоднородного случая (см. ниже), а $n(\xi, r)$ подставить в уравнение для щели (7), то его можно представить в следующей форме:

$$\hat{\Pi}(\xi_0, L) \Delta = + \frac{\partial U(\Delta, \delta)}{\partial \Delta}, \quad (88)$$

где $\hat{\Pi}(\xi_0, L)$ — дифференциальный оператор, зависящий от ξ_0 и L (см. ниже), $U(\Delta, \delta)$ — энергия системы. Временные производные от Δ (необ-

ходимые для исследования устойчивости) могут быть двух типов. Во-первых, — член $(1/\tau_\Delta) \partial\Delta/\partial t$, учитывающий изменение Δ со временем релаксации параметра порядка τ_Δ ⁴⁴. Этот член существен лишь для анализа стабильности нормального состояния. Во-вторых, — производная, учитывающая изменение Δ из-за изменения функции распределения квазичастиц. В общем случае соответствующий член нелинеен по $\partial/\partial t$. Однако для исследования устойчивости нас интересуют малые $\tilde{\gamma}$ (вблизи границы устойчивости), т. е. только линейные по $\partial/\partial t$, члены. В этом приближении из (82) и (88) получаем уравнение для Δ

$$-\left(\frac{1}{\tau_\Delta} + D\right) \frac{\partial\Delta}{\partial t} + \hat{\Pi}\Delta = \frac{\partial U}{\partial\Delta}. \quad (89)$$

При $\gamma = 0$, $T = 0$, $D = \pi\Delta a_1/a_2$ уравнение (89) совпадает с⁴⁶, а при $\gamma = 0$, $T \rightarrow T_c$, $D = \pi\Delta/4T_c$ совпадает с уравнением в⁴⁴.

С помощью (89) можно получить критерии стабильности, совпадающие с найденными в п. 3) этого раздела, а также исследовать стабильность нормального состояния. Подставляя в (89) $\Delta(r, t) = \tilde{\Delta} \exp(\tilde{\gamma}t + iqr)$ и полагая $\Delta = 0$, $\xi_0 \ll L$, находим

$$\tilde{\gamma} = -\delta - q^2 \xi_0^2, \quad (90)$$

т. е. при $\delta > 0$ нормальное состояние $\Delta_1 = 0$ устойчиво. Диффузия параметра порядка (второе слагаемое) приводит к дополнительной стабилизации. Этот результат был получен в⁷⁸, где на пороге устойчивости ($\tilde{\gamma} = 0$) исследовалась зависимость критической мощности β_c от q^2 . При малых $q\xi_0$ получаем из (90) в согласии с⁷⁸ уменьшение $\beta_c(q)$

$$2\sqrt{\beta_c(q)} = 1 - \frac{1}{3} \left(\frac{\Phi_0}{\Delta_0} \right)^2,$$

что свидетельствует об устойчивости относительно неоднородных возмущений. В⁷⁸ уменьшение $\beta_c(q)$ с q было доказано для любых $\xi_0^2 q^2$. Отметим, что рассматриваемая ситуация отличается от ситуации с образованием неоднородных состояний в равновесных сверхпроводниках с магнитными примесями⁸². Действительно, значение эффективного магнитного поля (аналог β_c), при котором Δ обращается в нуль, растет с увеличением q . С помощью (89) можно исследовать устойчивость неоднородных решений

$$\Delta(r, t) = \Delta(r) + \tilde{\Delta}(r) \exp(\tilde{\gamma}t), \quad \tilde{\delta}(t) = \delta + \delta' e^{\tilde{\gamma}t}. \quad (91)$$

В этом случае для $\tilde{\Delta}(r)$ получаем уравнение

$$\left(\hat{\Pi} - \frac{\partial^2 U}{\partial\Delta^2} \right) \tilde{\Delta}(r) - \frac{\partial^2 U}{\partial\Delta\partial\delta} \tilde{\delta}' = -\tilde{\gamma}D, \quad (92)$$

собственным значением которого является декремент $\tilde{\gamma}$.

4) **Диффузионная неустойчивость.** В работах^{41, 42} была предсказана диффузионная неустойчивость (ДН), основанная на возможной аномальной диффузии квазичастиц. Предполагается, что диффузия квазичастиц идет из области с большой величиной параметра порядка Δ (и соответственно, малой концентрацией квазичастиц \bar{n}) в область с малым значением Δ (и большим \bar{n}).

Неустойчивость развивается следующим образом. Пусть Δ уменьшилась в некоторой области пространства. Тогда под действием градиента Δ возникает поток квазичастиц, уменьшающий еще более Δ и т. д. Условия возникновения диффузионной неустойчивости определяются знаком величины N_S (4), являющейся функционалом от $n(\xi)$. Как уже отмечалось,

лось, функции в модели OS, удовлетворяющие условию $n(0) > n_T(0)$ («переохлажденные»), приводят к $N_S < 0$ и выполнению условий появления ДН. Однако в сверхпроводниках с оптической и туннельной накачкой распределение квазичастиц является «перегретым» и $N_S > 0$. Вообще говоря, в неравновесных системах с параметром порядка знак N_S тесно связан со знаком в когерентных факторах^{58, 79} ($\eta = \pm 1$). Поэтому в системах с противоположным сверхпроводнику знаком η , N_S может стать отрицательным и возникнуть ДН (согласно⁴⁴, модель NEMS). Примером может служить экситонный диэлектрик⁸⁰, где знаки в когерентных факторах противоположны знакам в сверхпроводнике². На возможность реализации ДН в экситонном диэлектрике обращено внимание в работе⁷⁹, где найдены условия возникновения неустойчивости и значение волнового вектора, с которым промодулировано пространственное изменение $\Delta(\mathbf{r})$.

В⁴⁴ высказывались соображения о возможности $N_S < 0$ при фононной накачке. ДН исследовалась также в работах⁸¹. Смит⁸¹ получил критерий ДН в форме $\partial n / \partial \Delta > 0$. Нетрудно видеть, что критерий Смита согласуется с проведенным выше анализом, так как для сверхпроводника $\partial n / \partial \Delta < 0$ (см.⁴⁷), а для экситонного диэлектрика $\partial n / \partial \Delta > 0$.

д) Неоднородные состояния в сверхпроводниках с избыточными квазичастицами

Когерентная, пороговая и диффузионные неустойчивости могут приводить к переходу в неоднородное состояние. Эти состояния должны описываться нелинейными стационарными уравнениями: для широкого источника (7), (11) и (89), для узкого источника — уравнением (74). Как показано в^{43, 44}, нелинейные уравнения (89), (74) допускают решения для $\Delta(\mathbf{r})$ различных типов: осциллирующие, солитонные, монотонные и особый случай монотонных — слоеевое решение. Чтобы отобрать среди возможных устойчивые неоднородные решения, необходимо исследовать их стабильность с помощью уравнения (92). Уравнения такого типа исследовались в ряде работ^{77, 83, 44}. Необходимо, подставляя исследуемое неоднородное решение $\Delta(\mathbf{r})$ в U , находить $\tilde{\gamma}$. Если существует хотя бы одно $\tilde{\gamma} > 0$, то неоднородное состояние неустойчиво. Нетрудно убедиться, что для слоеевого решения $\tilde{\gamma} = 0$ и решения устойчивы при любых режимах. Если $\delta \neq \delta_0$, то, как показано в^{83, 44}, осциллирующие и солитонные решения $\Delta(\mathbf{r})$ неустойчивы; устойчивыми являются только монотонные решения при дополнительных условиях

$$\frac{d\bar{I}}{dV} < 0, \quad R > \left| \frac{d\bar{I}}{dV} \right|, \quad (93)$$

выполняемых в режиме заданного тока.

1) Структура неоднородного состояния сверхпроводника с широким источником в отсутствие диффузии квазичастиц. Наиболее просто понять существование в предельном случае $L \ll \xi_0$, т. е. когда можно пренебречь диффузией квазичастиц. В этом случае в уравнении (11) можно опустить члены с L^2 и считать $n(\xi, r)$ параметрически зависящим от r через Δ . Уравнение (7) для Δ принимает вид (при $T = 0$, $\gamma = 0$)⁴³

$$\xi_0^2 \frac{d^2 \Delta}{dr^2} = - \frac{\partial}{\partial \Delta} (-U(\Delta, \delta)), \quad (94)$$

$$U(\Delta, \delta) = +\Delta^2 \left(\frac{\delta}{2} - \frac{\Delta}{3} + \alpha \frac{\Delta^2}{4} \right). \quad (95)$$

Уравнение (94) совпадает с уравнением движения «частицы» с «координатой» Δ в «поле» $-U$. Такого рода уравнения возникают в теории плазмы⁸⁴, в теории полупроводников с отрицательной дифференциальной проводимостью^{78, 77}. Потенциал $U(\Delta)$ при различных значениях параметра δ изображен на рис. 5, б. В интервале изменения δ от нуля до δ_n потенциал имеет три экстремума при $\Delta = \Delta_1, \Delta_2, \Delta_3$, соответствующем трем возможным однородным состояниям при данной накачке δ . Наиболее просто выяснить характер распределения Δ в одномерном случае:

$$\frac{d^2\Delta}{dx^2} = \frac{\partial U}{\partial \Delta}, \quad \frac{d\Delta}{dx} \Big|_{x=\pm l/2}, \quad x = \frac{x}{\xi_0}, \quad (96)$$

где l — длина пленки. Первый интеграл (96) дается уравнением

$$\frac{1}{2} \left(\frac{d\Delta}{dx} \right)^2 = C + U(\Delta), \quad C = -U(\Delta^{(2)}) = -U(\Delta^{(3)}),$$

где C — постоянная, $\Delta^{(i)}$ ($i = 1, 2, 3, 4$) — корни уравнения

$$C + U(\Delta^{(i)}) = 0.$$

Анализ траекторий приводит к следующим возможным пространственно-неоднородным решениям для Δ ⁴³:

- 1) осциллирующее от $\Delta^{(2)}$ до $\Delta^{(3)}$;
- 2) узкие слои с $\Delta \neq 0$ или с $\Delta = 0$ (солитонные решения);
- 3) монотонные решения.

Согласно анализу^{77, 83} (см. (93)) устойчивыми могут быть решения только с монотонным изменением Δ .

Среди монотонных решений существует особое (соединяющее две особые точки Δ_{10} и $\Delta_{30} = \Delta$) решение, которое называют слоевым. Слоевое решение реализуется при определенном значении $\delta = \delta_0$, соответствующем равенству энергий фаз:

$$U(\Delta_{10}) = U(\Delta_{30}). \quad (98)$$

Из (98) с учетом (95) находим δ_0 и Δ_{30} ⁴³:

$$\delta_0 = \frac{2}{9\alpha}, \quad \Delta_{30} = \frac{2}{3\alpha}. \quad (99)$$

Слоевое решение представляет собой слой шириной ξ_0 , разделяющий однородные области с $\Delta_1 = 0$ и $\Delta = \Delta_{30}$:

$$\Delta(x) = \frac{\Delta_{30}}{1 + \exp[-\sqrt{\delta_0}(x + x_0)]}, \quad (100)$$

где x_0 — положение границы перехода (ср. ⁴⁹). Важно отметить, что граничные условия не фиксируют положения x_0 . Монотонные решения можно найти и при $\delta \neq \delta_0$. При больших l/ξ_0 они выражаются через элементарные функции⁴⁶. Полученные результаты справедливы для оптической и туннельной инжекции ($V \gg 2\Delta_0$). Пользуясь найденными решениями $\Delta(x)$, можно рассчитать ВАХ неоднородного SiS-перехода. Зависимость полного тока \bar{I} от напряжения изображена на рис. 12 и обладает следующими свойствами:

$$\frac{d\bar{I}}{dV} \Big|_{V \leqslant V_c} > 0, \quad \frac{d\bar{I}}{dV} \Big|_{V \geqslant V_0} \rightarrow -\infty, \quad (101)$$

где V_0 — напряжение (соответствующее δ_0), при котором сравниваются энергии двух фаз. Из рис. 12 и (101) видно, что \tilde{I} вначале падает с уменьшением V ниже V_c , а затем резко возрастает при $V \rightarrow V_0$, стремясь к вертикальной асимптоте.

Полезно отметить, что уравнение (95) можно получить вариацией функционала Φ ,

$$\Phi = \int d^3r \left[\frac{\xi_0^2}{2} \left(\frac{\partial \Delta}{\partial r} \right)^2 + U(\Delta) \right]. \quad (102)$$

В двумерном и трехмерном случаях результаты качественно сохраняются, а величина δ_0 несколько увеличивается⁴³.

2) Структура неоднородного состояния сверхпроводника с учетом диффузии квазичастиц. В общем случае система (7.11) характеризуется двумя параметрами ξ_0 , L . Учет диффузии квазичастиц является важным, так как обычно в сверхпроводниках $L \gg \xi_0$. В работах^{43, 44} было показано, что учет диффузии квазичастиц не меняет качественно структуры неоднородного состояния. Ширина переходного слоя заменяется на L , и незначительно меняется δ_0 . Следует отметить значительную математическую сложность решения интегро-дифференциального нелинейного кинетического уравнения для $n(\xi, r)$. В предположении медленного изменения $\Delta(r)$ в работе⁴³ было получено уравнение при любых $\tilde{\eta} = L/\xi_0$:

$$\nabla^2 \Delta + \frac{1}{2} (\nabla \Delta)^2 k(\Delta) = \frac{\partial \tilde{U}}{\partial \Delta}, \quad (103)$$

где

$$\tilde{U} = \int_{-\infty}^{\Delta} \frac{d\Delta' \partial U / \partial \Delta'}{1 + \tilde{\eta}^2 \Delta'}, \quad k(\Delta) = \frac{2}{1 + \tilde{\eta}^2 \Delta}. \quad (104)$$

Заметим, что в функции $k(\Delta)$ исправлен по сравнению с⁴³ численный коэффициент ($5/4$ на 2). Поскольку особые решения уравнения $\partial \tilde{U} / \partial \Delta = 0$ совпадают с $\partial U / \partial \Delta = 0$, а член с $(\nabla \Delta)^2$ квадратичен (и не дает «истинного трения»), то качественно результаты аналогичны случаю $L \ll \xi_0$.

Устойчивым является слоеевое решение, проходящее через особые точки $\Delta = 0$ и Δ_3 и реализующееся при следующих условиях⁴³:

$$\frac{\partial \tilde{U}}{\partial \Delta} = 0, \quad \int_0^{\Delta} (1 + \tilde{\eta}^2 \Delta') \frac{\partial U}{\partial \Delta'} d\Delta' = 0.$$

Отсюда получаем для $\tilde{\delta}_0$ значение

$$\tilde{\delta}_0 = \frac{15}{64\alpha}, \quad (105)$$

несущественно отличающееся от δ_0 (99). Недавно авторы⁴⁴ получили уравнение для Δ , не предполагая медленности изменения Δ . Это удается сделать благодаря переходу в кинетическом уравнении (11) к представлению, в котором диффузия квазичастиц осуществляется при условии по-

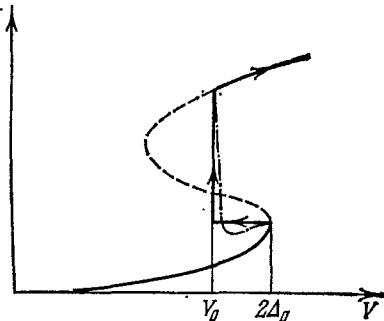


Рис. 12. Вольт-амперная характеристика SiS-перехода.

Штриховая линия соответствует вольт-амперной характеристике в однородном состоянии, штрих-пунктирная — неоднородному неустойчивому, сплошная — неоднородному состоянию, устойчивому и наблюдавшемуся экспериментально.

стоянства $\varepsilon(\mathbf{r}) = \text{const}$ (на важность этого условия обратил внимание Смит⁸¹).

Кинетическое уравнение (11) в этом представлении принимает вид

$$L^2 \frac{\partial^2 n_1}{\partial \mathbf{r}^2} = \Gamma n_1 - \psi(\mathbf{r}). \quad (106)$$

Решение (106) можно представить в виде

$$n_1(\mathbf{r}) = \int K(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \psi(\Delta(\mathbf{r}')) d^3 r', \quad (107)$$

где $K(\mathbf{r} - \mathbf{r}')$ — функция Грина уравнения

$$L^2 \frac{\partial^2 K}{\partial \mathbf{r}^2} = \Gamma K + \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}').$$

Подставляя $n_1(\mathbf{r})$ в уравнение для щели (7), после некоторых преобразований получаем (88) с оператором $\hat{\Pi}$, равным

$$\hat{\Pi}(\xi_0, L) \Delta = -[L^2 \xi_0^2 \nabla^4 - L^2 \nabla^2 (\delta + \alpha \Delta^2) - \xi_0^2 \nabla^2] \Delta. \quad (108)$$

Уравнение (88) совпадает с уравнением, полученным в⁴⁴ при $T \rightarrow T_c$ несколько другим методом.

В одномерном случае и при $L \gg \xi_0$ первый интеграл (88) имеет вид

$$\frac{1}{2} \left(\frac{d\Delta}{dx} \right)^2 (\delta + 3\alpha \Delta^2)^2 + \int_{\Delta_1}^{\Delta_3} d\Delta' (\delta + 3\alpha \Delta'^2) \frac{\partial U}{\partial \Delta'} = C; \quad (109)$$

проходящее через особые точки $\Delta_1 = 0$ и Δ_3 , решение реализуется при условиях

$$\frac{\partial \tilde{U}}{\partial \Delta} = 0, \quad \int_{\Delta_1}^{\Delta_3} d\Delta' (\delta_0 + 3\alpha \Delta'^2) \frac{\partial U}{\partial \Delta'} = 0,$$

из которых находим значение $\delta_0 = 15/64\alpha$ ⁴⁴, совпадающее с (105).

3) Неоднородные состояния сверхпроводника с узким источником квазичастиц. Уравнение, описывающее изменение плотности квазичастиц, дается (74)

$$L^2 \frac{\partial^2 \bar{n}}{\partial \mathbf{r}^2} = -\frac{\partial U(\bar{n})}{\partial \bar{n}}. \quad (110)$$

Это уравнение и особенности $U(\bar{n})$ аналогичны уравнению и особенностям $U(\Delta)$ для широкого источника, и поэтому мы не будем повторять проведенный в п. 1) этого раздела анализ. Приведем лишь окончательные результаты³⁷.

Устойчивым неоднородным решением является слоевое, которое разделяет однородные области с $\bar{n}_1 = 0$ ($\Delta_5 = \Delta_0$) и $\bar{n}_3 \neq 0$ (Δ_{30}) и реализуется при определенной частоте ω_0 или напряжении V_0 . Для электромагнитного поля слоевое решение имеет вид ($T = 0$)

$$\bar{n}_0(x) = \begin{cases} \frac{3}{(x - x_0 - 4\sqrt{2/\alpha_\omega})^2}, & x \leq x_0, \\ \bar{n}_{30} \operatorname{th}^2 \left[\sqrt{\frac{\alpha_\omega}{2}} (x - x_0) + C_2 \right], & x > x_0, \end{cases} \quad (111)$$

где $\operatorname{th} C_2 = 1/2$, x_0 — координата границы перехода.

$$\bar{n}_{30} = \frac{3}{2} \alpha_\omega = \frac{\Delta - \Delta_{30}}{2\Delta_0}, \quad \frac{\omega_0}{2\Delta_0} = 1 - \frac{3}{4} \alpha_\omega \quad (112)$$

Рождение квазичастиц происходит в фазе Δ_{30} , так как $\omega_0 - 2\Delta_{30} = -(9/2)\alpha_\omega > 0$. Напротив, в фазе с Δ_0 квазичастицы не могут рождаться, так как частота $\omega_0 < 2\Delta_0$. Качественно аналогичные результаты получаются и при туннельной инжекции. В частности, величины V_0 и Δ_{30} даются (при $T = 0$) выражениями³⁷

$$\frac{V_0}{2\Delta_0} = 1 - \sqrt{\frac{\pi\alpha_V}{4}}, \quad \frac{\Delta_0 - \Delta_{30}}{\Delta_0} = \sqrt{\frac{\pi\alpha_V}{4}}. \quad (113)$$

Так как переход SiS симметричен, то в фазе с меньшей Δ_{30} щель с обеих сторон перехода равна Δ_{30} и разность $V_0 - 2\Delta_0 = \Delta_0\sqrt{\frac{\pi\alpha_V}{4}} > 0$, т. е. в этой области идет инжекция квазичастиц; в области с $\Delta_5 = \Delta_0$ ее нет, поскольку напряжение V_0 меньше $2\Delta_0$.

Нетрудно найти монотонные решения (110) для $V \neq V_0$, и с их помощью рассчитать ВАХ неоднородного перехода. Зависимость полного тока \bar{I} от напряжения аналогична зависимости для широкого источника (см. п. 2) этого раздела; см. рис. 12) и обладает свойствами⁴⁶

$$\left. \frac{d\bar{I}}{dV} \right|_{V \leq 2\Delta_0} > 0, \quad \left. \frac{d\bar{I}}{dV} \right|_{V \geq V_0} \rightarrow -\infty. \quad (114)$$

4) Нестационарное неоднородное промежуточное состояние. В сверхпроводниках с оптической накачкой фиксирована частота ω ($R = 0!$). Поэтому согласно (94) стационарное неоднородное решение существует при одном значении мощности накачки δ_0 . При $\delta \neq \delta_0$ граница раздела фаз будет двигаться со скоростью, пропорциональной разнице $\delta - \delta_0$ ⁴³. В частности, при $L \ll \xi_0$ скорость движения фаз равна

$$v_c = \frac{\delta - \delta_0}{\delta_0} \frac{3\xi_0 \sqrt{\delta_0}}{\tau_\Delta}. \quad (115)$$

Действительно, мы ищем решение (89) в виде бегущей волны $\Delta(x - v_c t)$. Уравнение для $\Delta(x - v_c t)$ будет отличаться от (96) слагаемым $\left(\frac{v_c \tau_\Delta}{\xi_0}\right) \frac{\partial \Delta}{\partial x}$, имеющим смысл силы трения. Умножая модифицированное уравнение на $d\Delta/dx$ и интегрируя по «траектории движения», найдем скорость, даваемую (115). При $\delta > \delta_0$ бежит стационарная волна, переводящая образец из сверхпроводящей в нормальную фазу. Наоборот, при $\delta < \delta_0$ волна переводит нормальную фазу в сверхпроводящую. В обоих случаях конечное однородное состояние отвечает абсолютному минимуму потенциала $\Phi = -U$.

В противоположном предельном случае $L \gg \xi_0$ граница раздела фаз движется со скоростью⁴³

$$v_c = \frac{L}{\tau_f} \frac{\delta - \tilde{\delta}_0}{\tilde{\delta}_0} \zeta, \quad \zeta \sim 1. \quad (116)$$

Движение границ в некоторой степени аналогично движению границы волны горения в газовых смесях⁸⁵. Действительно, на границе раздела фаз из-за неустойчивости состояния с $\Delta < \Delta_n$ (при $\delta > \delta_0$) происходит переход в нормальную фазу, сопровождающийся выделением избыточных квазичастиц (см. п. 2) в разделе б) гл. 1) — аналога теплоты реакции. Избыточные квазичастицы диффундируют в соседнюю область и уменьшают в ней щель до $\Delta < \Delta_n$. В этой области снова осуществляется переход в нормальную фазу и т. д., т. е. бежит волна «горения» сверхпроводящей фазы со скоростью $\sim L/\tau_f$. Очевидно, что по истечении некоторого времени происходит заполнение образца одной фазой и поэтому наблюде-

ние промежуточного неоднородного состояния при оптической накачке в нестационарном режиме. Во всех известных нам экспериментах¹⁶⁻²² наблюдение неоднородного состояния (например, по плавному нарастанию сопротивления) ведется в импульсном, т. е. нестационарном режиме. При этом длительность импульса τ порядка времени заполнения. Поэтому в работе⁴³ было предложено интерпретировать наблюдаемый плавный переход по сопротивлению (и другие явления) с помощью модели нестационарного неоднородного состояния. Согласно этой модели сопротивление появляется после возникновения области нормальной фазы (перекрывающей пленку по ширине b), размер которой растет со скоростью v_c (116). Полное сопротивление пленки R_1 к концу импульса можно записать в виде

$$\frac{R_1}{R_N} = \frac{v_c \tau}{l} = \frac{\tau L (\delta - \tilde{\delta}_0)}{\tau_f l \tilde{\delta}_0} \zeta = \frac{\tau L}{\tau_f l} \frac{\beta - \tilde{\beta}_0}{2\tilde{\delta}_0 \beta_c} \zeta, \quad (117)$$

где R_N — сопротивление пленки в нормальном состоянии, l — длина пленки, $\beta_0 = (1 + \tilde{\delta}_0)^2 \beta_c$. Из (117) видно, что сопротивление появляется при мощности больше $\tilde{\beta}_0$ (почти совпадающей с β_c , так как $\tilde{\delta}_0 \ll 1$) и линейно растет с β в соответствии с экспериментом. Температурная зависимость $\beta_c (T)$ и ее абсолютная величина детально исследовались экспериментально²⁰⁻²¹ и хорошо согласуются с теоретическими (см. п. 6) раздела б) в гл. 1). Наблюданное запаздывание импульса напряжения может быть связано со временем перекрытия τ_p нормальной фазой пленки по ширине — $\tau_p \approx b/v_c$.

Следует отметить, что нестационарное неоднородное состояние может наблюдаться при электромагнитной накачке с $\omega \geq 2\Delta$, при тунNELьной инжекции при фиксированном напряжении. Эффект движения границы раздела фаз изолятор — металл в неравновесном состоянии был недавно предсказан Келдышем в работе⁸⁶.

5) Стационарное неоднородное состояние в сверхпроводниках с тунNELьной инжекцией^{37, 46}. В режиме заданного тока ($R \rightarrow \infty$) монотонное распределение $\Delta (x)$ является устойчивым при выполнении условий (93). Рассмотрим вначале структуру неоднородного состояния при напряжении, близком к пороговому $V = 2\Delta$. При увеличении тока через SiS-переход до значения, при котором $d\bar{I}/dV < 0$ (на падающей ветви $I(V)$ при $V \leq 2\Delta_0$), возникает пороговая неустойчивость. В результате развития неустойчивости происходит расслоение на фазы (шнуры) с Δ_5 и Δ_3 . Согласно (114) BAX неоднородного перехода имеет положительный наклон при $V < 2\Delta_0$, $d\bar{I}/dV > 0$, что в соответствии с критерием (93) означает неустойчивость неоднородного состояния. Поэтому происходит скачкообразное уменьшение напряжения почти до V_0 , при котором неоднородное состояние становится устойчивым, так как $d\bar{I}/dV|_{V_0} \geq v_0 < 0$ (а напряжение фиксируется вблизи V_0), и формируется слоевое решение, разделяющее фазы с $\Delta_{50} = \Delta_0$ и Δ_{30} . Положение границы раздела фаз x_0 фиксируется током \bar{I} , протекающим через переход.

Если далее увеличивать ток, то объем фазы с Δ_{30} возрастает (граница X_0 движется в сторону фазы с Δ_5), а значения Δ_{50} и Δ_{30} в фазах и напряжение на переходе остаются постоянными и равными (113). Рост тока продолжается до тех пор, пока образец полностью не заполнится фазой с Δ_{30} . Дальнейший рост тока сопровождается увеличением напряжения V и уменьшением Δ_3 (см. рис. 12). При конечных температурах структура неоднородного состояния остается прежней, меняются лишь значения

параметров порядка в фазах Δ_5 и Δ_3 (см. (68)) и напряжение V_0 . Следует отметить, что при $T \rightarrow T_c$ $\Delta_{50} = \tilde{\Delta}_0(T)$ больше $\Delta_0(T)$ за счет эффекта стимулированной сверхпроводимости⁷³ (см. ⁴⁶).

Рассмотренная модель неоднородного состояния при $V = 2\Delta$ хорошо согласуется с опытными данными по наблюдению «двуихщелевого» состояния в сверхпроводниках с туннельной инжекцией²⁵, ²⁶ (подробнее см. ниже, п. 7)). При больших напряжениях ($V \gg \Delta$), достигающих критического значения V_c (63), выполняются условия для возникновения когерентной неустойчивости. Ввиду аналогии свойств состояний при $V = V_c$ и $V = 2\Delta$ ВАХ неоднородного перехода и структура состояния при $V = V_c$ аналогичны ВАХ при $V = 2\Delta$ (см. рис. 12). В частности, ВАХ имеет вертикальный участок при $V = V_0 < V_c$, образец разбивается на фазы с $\Delta_1 = 0$ и Δ_{30} . Выражения для V_0 , Δ_1 и Δ_{30} даются (99). С ростом тока фаза $\Delta_1 = 0$ растет до тех пор, пока образец полностью не перейдет в нормальное состояние. По-видимому, такое состояние, предсказанное в⁴⁷, наблюдалось недавно экспериментально в работе Мицена²⁷. Переход в неоднородное состояние при больших напряжениях возможен только для ВАХ первого и второго типа (см. п. 9) раздела б) в гл. 4). Для ВАХ третьего типа система переходит в нормальное состояние (следовательно, однородное) раньше, чем напряжение на переходе достигает V_0 , так как $I_{th} > I_0$. Поэтому для ВАХ третьего типа образец из однородного сверхпроводящего переходит в однородное нормальное переходом первого рода.

6) Сравнение с экспериментом. Эксперименты с туннельной инжекцией при больших напряжениях ($V \gg \Delta$), где наблюдались фазовые переходы первого рода и переход в неоднородные состояния, можно объяснить с помощью модели с когерентным механизмом (см. п. 5) этого раздела). Напомним, что если ВАХ перехода третьего типа, то происходит переход первого рода в нормальное состояние. ВАХ первого и второго рода приводят к переходу в неоднородное состояние. Оно характеризуется вертикальным участком ВАХ генератора с фиксированным V_0 , скачком напряжения $V_h - V_0$ при переходе и ВАХ детектора с двумя щелями. Тип ВАХ зависит от α_V , T и γ . Например, резкое изменение γ при переходе T через λ -точку гелия может перевести тип 2 в тип 3. Мы полагаем, что с этим механизмом связаны явления, обнаруженные Игучи²³, ⁶³. При температуре выше T_λ он наблюдал неоднородное состояние (по плавному изменению сопротивления). При понижении T ниже T_λ (и, следовательно, уменьшение γ), переход в нормальное состояние происходил скачком при некотором критическом значении тока *). Аналогичный фазовый переход первого рода наблюдался в работе Фуша с сотрудниками²⁴ на переходах Sn — I — Sn — I — Pb.

Недавно в работе²⁷ был обнаружен переход в неоднородное состояние на Sn — I — Sn. Высокое значение V_0 , характер зависимости V_0 от α_V , температурная зависимость I_{th} и др. свидетельствуют о когерентном механизме перехода с ВАХ-1 или ВАХ-2.

Пороговый механизм неоднородного состояния, по всей видимости, реализуется в экспериментах Дайнса, Нараянамурти и Гарно²⁵ (Al—I—Al) и особенно четко в работе Грея и Вильямсона²⁶. В этой работе в тонкие алюминиевые пленки ($d \sim 300$ Å) происходила инжекция квазичастиц при $V \approx 2\Delta$ (генератор), и с помощью дополнительного контакта (детек-

*) В работе Хиды⁸⁷ эксперименты Игучи интерпретируются с точки зрения диффузионной неустойчивости, предполагая, что она осуществляется. Хида⁸⁷ также отметил, что согласно модели⁸⁸ диффузионная неустойчивость должна отсутствовать при $T > 0,6T_c$, в то же время эффекты²⁸ сохраняются вплоть до T_c .

тор) исследовалось двухщелевое неоднородное состояние. Авторы выделили и описали основные особенности неоднородного состояния, ВАХ генератора и детектора, в частности:

1. Нестабильность и переход в неоднородное состояние не требует критической концентрации квазичастиц, т. е. возникают при любых α_V и во всем интеграле температур.

2. Большая щель почти не меняется, а малая зависит от сопротивления перехода по закону

$$\frac{\Delta - \Delta_3}{\Delta_0} = \sqrt{\pi \alpha_V}.$$

3. Вертикальный участок ВАХ генератора ($V = V_0$) связан с ростом фазы с малой Δ .

Эти и другие особенности (в частности, температурная зависимость I_{th} ²⁵⁾ полностью объясняются пороговой моделью (см. п. 3 и 5) этого раздела, формулу (117)), причем значения V_0 , Δ_{30} (см. (113)) совпадают количественно с опытными данными.

7) Структура неоднородного состояния в диффузионной модели. В последнее время появились работы^{87, 44, 79}, в которых рассматривалось стационарное неоднородное состояние, возникающее после окончания развития ДН. В⁸⁷ рассматривалась модель с постулированным отрицательным коэффициентом диффузии, в⁴⁴ — модель NEMS и в⁷⁹ модель экситонного диэлектрика $\Delta \ll \omega_D$.

В этих работах показано, что начиная с некоторой пороговой мощности возникает пространственная модуляция параметра порядка

$$\Delta(\mathbf{r}) = \Delta + \tilde{\Delta} \cos q_m r$$

с конечным волновым вектором q_m и амплитудой $\tilde{\Delta}$. Величины $\tilde{\Delta}$ и q_m вычислены для конкретных моделей, причем везде $q_m \sim (\xi_0 L)^{-1/2}$. Приведенное выражение строго применимо для небольших превышений над порогом. Однако можно ожидать, что при больших накачках глубина модуляции становится порядка единицы, так что появляются области нормальной фазы.

2. СВЕРХПРОВОДНИКИ С ИНВЕРСНЫМ РАСПРЕДЕЛЕНИЕМ КВАЗИЧАСТИЦ

а) Сверхпроводящее спаривание в системах с отталкиванием

До сих пор рассматривалось влияние избыточной концентрации квазичастиц на состояние сверхпроводников, которые являются сверхпроводящими и в равновесном состоянии из-за притяжения между электронами. Как было показано выше, сверхпроводимость в этом случае подавляется с ростом степени неравновесности.

С другой стороны, из уравнения (6) для параметра порядка Δ видно, что формально это уравнение может иметь решение с $\Delta \neq 0$ в случае отталкивательного взаимодействия ($\lambda > 0$), если в некотором интервале энергий μ ФРК $n(\varepsilon)$ превышает значение $1/2$, т. е. если их распределение становится инверсным в интервале энергий $\varepsilon < \mu$. Решение для Δ имеет в случае, когда $n(\varepsilon) = 1$ для $\varepsilon < \mu$ и $n(\varepsilon) = 0$ для $\varepsilon > \mu$, следующий вид:

$$\Delta = \frac{2\mu^2}{\omega} e^{-1/\lambda}, \quad (118)$$

где $\tilde{\omega}$ — порядка плазменной частоты системы. Таким образом, с ростом интенсивности накачки и, следовательно, с ростом величины μ параметр порядка Δ возрастает.

Как известно⁸⁹, основанием для введения параметра порядка Δ , описываемого уравнением (6), является рассмотрение вопроса об амплитуде рассеяния электрона на электроне в нормальном состоянии. Оказывается, что эта амплитуда содержит для температуры $T = 0$ мнимый полюс, указывающий на неустойчивость нормальной фазы относительно спаривания электронов вблизи поверхности Ферми в случае сколь угодно слабого притяжения.

Рассмотрим аналогичный вопрос для случая, когда часть электронных состояний в слое μ ниже энергии Ферми E_F переведена в состояние слоя μ выше энергии Ферми (рис. 13). При таком инверсном заполнении имеются три скачка в функции распределения. Легко убедиться (см.³), что в амплитуде рассеяния электронов на электроне в этом случае возникает при сколь угодно слабом межэлектронном отталкивании мнимый полюс, указывающий на спаривание электронов и возникновение вблизи уровня Ферми E_F (точка 2 на рис. 13) щели Δ . Это и указывает на то, что в таком сверхпроводящем состоянии имеются электронные возбуждения над щелью и дырочные возбуждения под щелью.

б) Создание инверсного распределения квазичастиц

Основная проблема в данном случае состоит в получении инверсного распределения. Как было показано в гл. 2, в случае сверхпроводников со щелью $\Delta < \omega_D$, как и, тем более, в случае нормального металла ($\Delta = 0$), величина $n(\varepsilon) < 1/2$, т. е. инверсное распределение оказывается невозможным. В работе⁹¹ для решения этой проблемы была предложена модель слоистого полупроводника с непрямой запрещенной зоной E_g . Для получения инверсного распределения необходимым условием является следующее: $E_g > \omega_D$. При этом из-за невозможности однофононной рекомбинации через щель E_g функции распределения электронов и дырок будут квазифермиевскими, т. е. возможно достижение инверсного распределения.

Однако наличие запрещенной зоны приводит к тому, что в уравнении самосогласования для Δ выпадает при интегрировании по ξ интервал E_g вблизи уровня Ферми. В результате решение для Δ имеет вид

$$\Delta = \sqrt{\Delta_0(\Delta_0 - 2E_g)}, \quad \Delta_0 = \frac{2\mu^2}{\omega_p} \exp \left[-\frac{2}{N(0)(\lambda_0 + \lambda_1)} \right], \quad (119)$$

где параметр Δ_0 соответствует величине сверхпроводящей щели при $E_g = 0$ и заданной величине инверсной населенности μ , $N(0)$ — плотность состояний вблизи краев зоны проводимости и валентной зоны, которая предполагается не зависящей от энергии, что справедливо для слоистых систем; константы взаимодействия λ_0 и λ_1 характеризуют межэлектронные внутризонное и межзонное взаимодействия отталкивателяного типа.

Из выражения (119) видно, что существует критическая величина интенсивности накачки μ_c , равная

$$\mu_c = \sqrt{\omega_p E_g} \exp \frac{1}{N(0)(\lambda_0 + \lambda_1)}, \quad (120)$$

и сверхпроводящее спаривание реализуется при $\mu > \mu_c$.

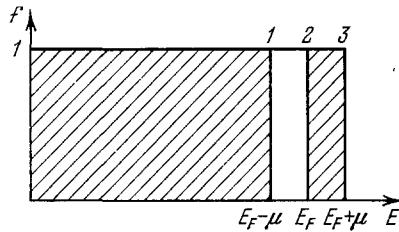


Рис. 13. Зависимость функции распределения электронов f от энергии.

Оказывается, что спаривание при отталкивательном взаимодействии и одновременно инверсное распределение квазичастиц возможны и в металлической модели⁹². Из анализа системы уравнений для Δ (6) и кинетического уравнения (9) следует, что существует нетривиальное «самоподдерживающееся» решение ($\Delta \neq 0$) при инверсном распределении ($n(\varepsilon) > 1/2$) в слое 2μ при условии

$$2\Delta > \omega_d,$$

где $\Delta = (2\mu^2/\omega_p) \exp(-1/N(0)\lambda)$, λ — константа межэлектронного взаимодействия.

Один из способов перевода системы из состояния с $\Delta = 0$, $n(\xi) < 1/2$ в сверхпроводящее состояние ($\Delta \neq 0$, $n(\xi) > 1/2$) был рассмотрен в работе⁹². Он состоит в создании затравочной щели с помощью резонансного электромагнитного поля⁷¹.

Отметим, что величина Δ всегда много меньше степени инверсного заселения μ . Поскольку с ростом температуры происходит размытие в интервале T функции $n(\varepsilon)$ вблизи квазиуровней Ферми электронов и дырок на расстоянии μ от Δ , то температура перехода в нормальное состояние определяется не величиной Δ при $T = 0$, как в случае притяжения, а величиной μ , т. е. такая сверхпроводимость должна быть высокотемпературной.

в) Исследование устойчивости сверхпроводника с инверсным распределением

Отличительной особенностью сверхпроводящих систем с отталкиванием при инверсной населенности является монотонное увеличение Δ с ростом интенсивности накачки, т. е. величины μ . Легко убедиться, что при этом однородное состояние без учета электрических и магнитных полей является устойчивым⁷⁸. Если в какой-то области параметр Δ уменьшился в результате флуктуации, то концентрация возбуждений увеличится за счет диффузии из соседних областей. Поскольку величина Δ растет с ростом числа возбуждений, то эта диффузия приведет к увеличению Δ . Таким образом, флуктуация затухает. Формально это следует из выражения для декремента затухания $\tilde{\gamma}$ (86). Как показано в⁹², величина N_s отрицательна. В данном случае отрицательным является и параметр D (определенный (83)), так как основной вклад в него вносят $\xi \sim \Delta$, при которых $n > 1/2$. Следовательно, $\tilde{\gamma}$ отрицательна, что соответствует устойчивости относительно быстрых возмущений. Можно убедиться, что из общего выражения для $\tilde{\gamma}$ (82) следует устойчивость относительно медленных (по сравнению с временем релаксации квазичастиц) возмущений.

Сверхпроводимость в рассматриваемом случае может существовать лишь при наличии квазичастиц, которые непрерывно возбуждаются источником и рекомбинируют. Процесс рекомбинации нарушает когерентность сверхпроводящего состояния. Может показаться, что он играет такую же роль, как, например, рассеяние на магнитной примеси с характерным временем τ_s , приводящее к распариванию электронов. В последнем случае, как известно, сверхпроводимость существует до тех пор, пока $\tau_s \Delta_0 > 1$ (Δ_0 — параметр в отсутствие примесей)⁹³, т. е. пока время спаривания частиц Δ_0^{-1} оказывается меньше времени разрыва пар τ_s . Время же рекомбинации τ_R , в отличие от τ_s , характеризует время ухода квазичастиц, а не пар, из когерентного состояния. Восстановление когерентного состояния происходит за время τ_Q — время восстановления населенности

электроно-подобной и дырочно-подобной ветви возбуждений⁹⁴. Дело в том, что источником накачки постоянно возбуждаются частицы и дырки с амплитудами u_p и v_p (см. (1)), равными нулю либо единице (пределный разбаланс ветвей). За время τ_Q происходит подстройка волновых функций возбуждений к когерентному состоянию.

Сверхпроводящее состояние при отталкивании будет иметь место, если время τ_Q меньше времени рекомбинации τ_R (подробнее об этом см. в⁹⁴). В пределе $\tau_Q/\tau_R \ll 1$ разбалансом ветвей можно пренебречь. Время τ_Q может быть достаточно малым в случае большой концентрации немагнитной примеси⁹⁵.

г) Электромагнитные свойства

Перейдем теперь к вопросу о поведении во внешних электрическом и магнитном полях систем со сверхпроводящим спариванием при отталкивателном взаимодействии. Рассмотрим сначала вопрос о возможности существования в такой системе незатухающих токов при наличии рассеяния. Для этого следует найти ток в переменном электрическом поле $E(t) = E_0 e^{i\omega t}$ при учете, например, упругого рассеяния на примеси. С помощью техники Келдыша¹ для тока получается выражение, совпадающее с соответствующим выражением для равновесного случая⁹⁶, но с неравновесными ФРК $n(\xi)$, подчиняющимися кинетическому уравнению и являющимися квазифермиевскими в рассматриваемом нами случае. В статическом пределе $\omega \rightarrow 0$ выражение для тока имеет вид^{3, 92}

$$\mathbf{J}(t) = \mathbf{E}(t) \sigma_N \left(2 + \frac{i\pi\Delta}{\omega} \right), \quad (121)$$

где $\sigma_N = 2e^2 n_0 v_F \tilde{l}/3m$ — нормальная проводимость, \tilde{l} — длина свободного пробега.

Из (121) видно, что система может быть описана двухжидкостной моделью сверхпроводимости. При этом первое слагаемое соответствует нормальной компоненте, и оно обусловлено рассеянием квазичастиц вблизи квазиуровней Ферми $\pm\mu$. Проводимость же сверхтекущей компоненты (второе слагаемое) обращается в бесконечность даже при наличии рассеяния. Отметим, что знак второго слагаемого противоположен знаку соответствующего члена в токе равновесного сверхпроводника.

Стандартные вычисления⁹³ линейного отклика на статическое магнитное поле \mathbf{H} приводят к следующему выражению для тока^{3, 92}:

$$\mathbf{J}_{q=0} = -\frac{e^2 n_0}{mc} N_S \mathbf{A}, \quad (122)$$

где $\text{rot } \mathbf{A} = \mathbf{H}$. Для квазифермиевского распределения n из (122) получим

$$\mathbf{J}_{q=0} = \frac{e^2 n_0}{mc} \left(\frac{2\mu}{(\mu^2 - \Delta^2)^{1/2}} - 1 \right) \mathbf{A} \approx \frac{e^2 n_0}{mc} \mathbf{A}, \quad \mu \gg \Delta,$$

т. е. ток равен току в равновесном сверхпроводнике, но с обратным знаком. Это означает, что рассматриваемая система обладает аномальным парамагнетизмом, а эффект Мейснера отсутствует.

Для более детального анализа поведения такой системы в произвольном (не слабом) магнитном поле можно получить уравнения Гинзбурга — Ландау для полупроводниковой модели. Из выражения (119) для щели Δ при интенсивности накачки, близкой к некоторой критической, когда $(\mu - \mu_c)/\mu_c \ll 1$, получим

$$\Delta = V \bar{Z} E_g \sqrt{\frac{\mu - \mu_c}{\mu_c}}. \quad (123)$$

Таким образом, зависимость параметра порядка Δ от μ вблизи μ_c имеет такой же вид, как зависимость от температуры вблизи критической T_c для равновесного сверхпроводника: Процедура, аналогичная проделанной Горьковым для равновесного случая, приводит к следующей системе уравнения ⁹⁷:

$$\left[\frac{1}{2m} \left(\frac{\partial}{\partial r} - 2ieA \right)^2 + \frac{1}{\eta_\mu} \left(\frac{\mu - \mu_c}{\mu_c} - |\psi|^2 \right) \right] \psi(r) = 0, \quad (124)$$

$$\mathbf{j}(r) = \frac{ie}{m} \left(\psi \frac{\partial \psi^+}{\partial r} - \psi^+ \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) + \frac{4e^2 |\psi|^2}{m} A, \quad (125)$$

$$\eta_\mu = \frac{\mu_c^2 + 2\mu_c E_g - 4E_g^2}{6\mu_c^2 E_g}, \quad \psi(r) = \sqrt{\frac{\mu_c^2 - 2E_g^2}{8\mu_c^2}} \frac{\Delta(r)}{E_g}.$$

Уравнение (124) для Δ полностью аналогично уравнению Гинзбурга — Ландау. Следует отметить, что из-за положительности коэффициента при члене с производной по r однородное состояние без учета магнитного поля является устойчивым. Это согласуется с выводом, сделанным на основании критерия (83) для диффузионной неустойчивости. Выражение для тока (125) по сравнению с равновесным случаем имеет противоположный знак, что также совпадает с результатом (122) для линейного отклика.

Для выяснения особенностей поведения такого сверхпроводника в магнитном поле обратим внимание на то, что уравнения (124) и (125) переходят в равновесные, если глубину проникновения $\tilde{\lambda} = \sqrt{m\mu_c/16\pi e^2}$ заменить на мнимую $\tilde{\lambda}$. При этом аналогичную замену следует проделать со всеми переменными, выражаящимися через $\tilde{\lambda}$, т. е. параметр $\kappa = \tilde{\lambda}/\xi_0$ следует заменить на $i\kappa$, r — на $-ir$, H — на iH . Такая замена соответствует появлению в решениях тригонометрических функций от координаты r вместо гиперболических в равновесном случае. В результате фазовый переход в магнитном поле для тонких пленок в рассматриваемом случае оказывается всегда фазовым переходом второго рода вместо первого рода для равновесных сверхпроводников. Для полупространства зависимость магнитного поля и параметра ψ от координаты содержит осциллирующие множители, причем период осцилляций поля равен $2\tilde{\lambda}$, а период параметра ψ равен ⁹⁷ $\pi\tilde{\lambda}$:

$$H = H_0 \cos \frac{z}{\tilde{\lambda}}$$

$$\psi = 1 - \frac{H_0^2}{\tilde{H}^2} \left(1 - \frac{\kappa^2}{\kappa^2 + 2} \cos 2 \frac{z}{\tilde{\lambda}} \right), \quad (126)$$

где H_0 — внешнее поле на границе образца, параллельное его поверхности, $\tilde{H} = 2\sqrt{\mu n/\eta_\mu} (\mu - \mu_c)/\mu_c$, z — расстояние от границы. Максимумы параметра Δ совпадают с максимумами поля H . Это объясняется тем, что сверхпроводимость разрушается непосредственно не магнитным полем, а токами, возникающими в сверхпроводнике под влиянием магнитного поля. Отличие в этом смысле от равновесного сверхпроводника, где в областях максимальных значений поля величина Δ минимальна, связано с изменением знака в выражении для тока (122).

Эти результаты получаются в предположении, что поправки к параметру Δ от магнитного поля малы. Учет этих поправок в уравнении Максвелла приводит к появлению линейной по координате z поправки к полю H ⁹⁷:

$$H = H_0 \left(\cos \frac{z}{\tilde{\lambda}} + \frac{1}{4} \frac{H_0^2}{\tilde{H}^2} \frac{z}{\tilde{\lambda}} \sin \frac{z}{\tilde{\lambda}} \right). \quad (127)$$

Это свидетельствует о неустойчивости относительно магнитных флюктуаций (см. также ⁹⁹). Из выражения (127) видно, что магнитное поле возрастает при удалении от границы, что в соответствии с выражением (126) для ψ должно приводить к исчезновению сверхпроводимости на некотором расстоянии от границы. Поскольку, с другой стороны, в области несверхпроводящей фазы вдали от границы поле H будет равно внешнему полю H_0 , которое предполагается малым, то несверхпроводящее состояние является неустойчивым. В результате система должна переходить в некоторое вихревое состояние.

Покажем теперь, что по аналогичной причине изменения знака в зависимости недиссилативной части тока от электрического поля (см. (121)) имеет место электрическая неустойчивость таких сверхпроводников. Используя уравнения Максвелла и выражения для тока (121), получим уравнение для плотности заряда ρ :

$$\frac{\partial^2 \rho}{\partial t^2} + 8\pi\sigma_N \frac{\partial \rho}{\partial t} - 4\pi^2 \Delta \sigma_N \rho = 0. \quad (128)$$

Декремент $\tilde{\gamma}$ в решении $\rho \sim \exp(\tilde{\gamma}t)$ дается выражением

$$\tilde{\gamma} = 4\pi\sigma_N \left(-1 \pm \sqrt{1 + \frac{\Delta}{4\sigma_N}} \right). \quad (129)$$

Из (129) следует, что существует положительное значение $\tilde{\gamma}$, соответствующее упоминаемой выше неустойчивости.

Таким образом, для случая однородного параметра Δ в системе должно спонтанно возникать электрическое поле, которое ускорит сверхпроводящий конденсат до критических скоростей. В результате сверхпроводимость должна исчезать. С другой стороны, в нормальном состоянии ($\Delta = 0$) электрическая неустойчивость не имеет места; поэтому такое состояние ($\Delta = 0$, $E = 0$) неустойчиво относительно возникновения сверхпроводящего спаривания.

По-видимому, устойчивым должно быть неоднородное по Δ и по E состояние. Характерный масштаб неоднородности должен определяться глубиной l_E проникновения продольного электрического поля в сверхпроводник ¹², что, как отмечалось во введении, возникает как следствие разбаланса электроноподобной и дырочноподобной ветвей квазичастиц. Детальная структура неоднородного состояния должна строиться с учетом одновременно и магнитной и электрической неустойчивостей.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящее время можно считать твердо установленным, что широкий круг новых явлений в сверхпроводниках с избыточными квазичастицами тесно связан с особенностями энергетического распределения квазичастиц. В зависимости от вида функции распределения квазичастиц возможны следующие типы неоднородных состояний в неравновесных сверхпроводниках:

Первый тип характеризуется «перегретым» распределением квазичастиц, неоднозначной зависимостью параметра порядка от параметров источника, переходом в неоднородное слоевое состояние за счет развития когерентной или пороговой неустойчивости. Диффузия квазичастиц препятствует развитию неустойчивостей, а критическая мощность источника β_c уменьшается с ростом волнового вектора. Этот тип, по всей видимости, реализуется в сверхпроводниках с тунNELЬНОЙ и оптическойнакачкой.

Второй тип характеризуется «переохлажденным» распределением квазичастиц, однозначной зависимостью параметра порядка, наличием диффузионной неустойчивости, приводящей к неоднородному состоянию (диффузионная модель). Диффузия квазичастиц вызывает развитие неустойчивости, а критическая мощность уменьшается с ростом волнового вектора. Этот тип может реализовываться в системах с электронно-дырочным спариванием⁷⁹ при $\Delta \ll \omega_d$. Электронно-дырочные корреляции оказываются ответственными за фазовый переход металл-полупроводник⁸⁰ за структурные¹⁰¹, сегнетоэлектрические¹⁰², антиферромагнитные¹⁰³ и ферромагнитные¹⁰⁴ фазовые переходы.

Третий тип относится к системам с электрон-дырочным спариванием при $2\Delta > \omega_d$ ⁷⁸. В системах этого типа распределение квазичастиц является квазифермиевским, параметр порядка оказывается неоднозначной функцией, неоднородное состояние характеризуется ненулевым вектором пар. Критическая мощность растет с волновым вектором. Все три типа устойчивы относительно возмущений электрического и магнитного полей.

Четвертый тип может реализоваться в сверхпроводниках с отталкивательным взаимодействием между электронами и с инверсным распределением квазичастиц. Этот тип характеризуется параметром порядка Δ ($2\Delta > \omega_d$), монотонно растущим с мощностью накачки, отсутствием диффузионной и когерентной неустойчивостей. Системы четвертого типа неустойчивы относительно возбуждения в них спонтанных магнитных и электрических полей, в результате чего может образоваться неоднородное состояние, типа промежуточного.

Кроме систем с чисто сверхпроводящим и электронно-дырочным спариванием, существуют системы, в которых возможно сосуществование сверхпроводящего и диэлектрического спариваний⁷, что может приводить к наличию структурного или антиферромагнитного фазовых переходов вблизи температуры T_c сверхпроводящего перехода.

Когерентные факторы в этом случае обуславливают температурную и частотную особенности таких кинетических явлений, как поглощение света¹⁰⁵, поглощение ультразвука и интенсивность ядерного магнитного резонанса¹⁰⁶.

В последней работе сделана попытка объяснить с этой точки зрения экспериментальные результаты для соединений группы A15, имеющих вблизи T_c структурное превращение.

Для таких систем описание фазового перехода в неравновесных условиях, приведенное в настоящем обзоре, необходимо дополнить включением одновременно сверхпроводящих и диэлектрических корреляций. Это может привести к целому ряду новых эффектов, поэтому большой интерес вызывает постановка экспериментов на таких веществах по исследованию фазового перехода в неравновесных условиях.

Следует отметить, что изучение неравновесных состояний в обычных сверхпроводниках нельзя считать законченным. В частности, необходимы детальная экспериментальная проверка теорий неоднородного состояния при оптической накачке и при тунNELНОЙ инжекции с большими напряжениями, определение коэффициентов размножения квазичастиц, исследование влияния электрон-электронных столкновений на энергетическое распределение квазичастиц и др.

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Келдыш Л. В.— ЖЭТФ, 1964, т. 47, с. 1515.
2. Елесин В. Ф.— ЖЭТФ, 1970, т. 59, с. 602.
3. Елесин В. Ф., Кохаев Ю. В., Тимерев Р. Х.— ЖЭТФ, 1973, т. 65, с. 2343.
4. Горьков Л. П., Элиашберг Г. М.— ЖЭТФ, 1968, т. 54, с. 612.
5. Элиашберг Г. М.— ЖЭТФ, 1971, т. 61, с. 1274; Письма ЖЭТФ, 1970, т. 11, с. 186.
6. Дмитриев В. М., Христенко Е. В.— ФНТ, 1978, т. 4, с. 821.
7. Гицбург В. Л., Киржниц Д. А. и др. Проблема высокотемпературной сверхпроводимости.— М.: Наука, 1977.
8. Langenberg D. N.— LT-14, 1975, v. 5, p. 223.
9. Bardeen J., Cooper L. N., Schrieffer J. R.— Phys. Rev., 1957, v. 108, p. 1175.
10. Богоявленов Н. Н.— ЖЭТФ, 1958, т. 34, с. 73.
11. Tinkham M.— Phys. Rev. Ser. B, 1972, v. 6 p. 1747.
12. Артеменко С. Н., Волков А. Ф.— УФН, 1979, т. 128, с. 3.
13. Гицбург В. Л.— ЖЭТФ, 1944, т. 14, с. 177.
14. Гицбург В. Л., Жарков Г. Ф.— УФН, 1978, т. 125 с. 19.
15. Clarke J., Fjordbyе B. R., Sindelof P. E.— Phys. Rev., 1979, v. 43, p. 793.
16. Testardi L. R.— Ibid. Ser. B, 1971, v. 4, p. 2189.
17. Sait-Halasz C. A., Chi C. C., Denstein A., Langenberg D. N.— Phys. Rev. Lett., 1974, v. 33, p. 215.
18. Hu P., Dynes R. C., Narayanamurti W.— Phys. Rev. Ser. B, 1974, v. 10, p. 2786.
19. Головашкин А. И., Мицен К. В., Мотулевич Г. П.— ЖЭТФ, 1975, т. 68, с. 1408.
20. Головашкин А. И., Иваненко О. М., Мицен К. В., Мотулевич Г. П., Шубин А. Л.— ЖЭТФ, 1978, т. 75, с. 1515.
21. Головашкин А. И., Иваненко О. М., Мицен К. В., Мотулевич Г. П., Елесин В. Ф.— В кн. Материалы 20-го Всесоюзного совещания по физике низких температур.— М., 1979.— Т. 3, с. 201.
22. Головашкин А. И., Елесин В. Ф., Иваненко О. И., Мицен К. В., Мотулевич Г. П.— ФТТ, 1980, т. 21, с. 105.
23. Iguchi I.— Phys. Rev. Ser. B, 1977, v. 16, p. 1954.
24. Fuchs J., Eppelrein P. W., Welte M., Eisenmerger W.— Phys. Rev. Lett., 1977, v. 38, p. 919.
25. Dynes R. C., Narayanamurti C. J., Carpo J. P.— Ibid., 1977, v. 39, p. 229.
26. Gray K. E., Willemsen H.— J. Low Temp. Phys., 1978, v. 31, p. 911.
27. Мицен К. В.— ФТТ, 1979, т. 21, с. 3475.
28. Chang J. J., Scalapino D. J.— Phys. Rev. Lett., Ser. B, 1977, v. 15, p. 2651.
29. Аронов А. Г., Спивак Б. З.— ФНТ, 1978, т. 4, с. 1365.
30. Owen C. S., Scalapino D. J.— Phys. Rev. Lett., 1972, v. 28, p. 1559.
31. Parker W. H.— Phys. Rev. Ser. B, 1975, v. 12, p. 3667.
32. Барданян Р. А., Ивлев Б. И.— ЖЭТФ, 1973, т. 52, с. 1556.
33. Елесин В. Ф.— ЖЭТФ, 1974, т. 66, с. 1755.
34. Елесин В. Ф.— ЖЭТФ, 1976, т. 71, с. 1490.
35. Gray K. E.— Sol. State Comm., 1978, v. 26, p. 633.
36. Аронов А. Г., Спивак Б. З.— ФТТ, 1976, т. 18, с. 541.
37. Елесин В. Ф.— ЖЭТФ, 1979, т. 76, с. 2218.
38. Schön A., Tremblay M.— Phys. Rev. Lett., 1979, v. 42, p. 1086.
39. Кемоклидзе М. П., Питаевский Л. П.— ЖЭТФ, 1967, т. 52, с. 1556.
40. Аронов А. Г., Гуревич В. Л.— ЖЭТФ, 1973, т. 65, с. 1111.
41. Chang J. J., Scalapino D. J.— Phys. Rev. Ser. B, 1974, v. 10, p. 4047.
42. Бару В. Г., Суханов А. А.— Письма ЖЭТФ, 1975, т. 21, с. 209.
43. Елесин В. Ф.— ЖЭТФ, 1977, т. 72, с. 365.
44. Eckern V., Shmid A., Smutz M., Schön G.— J. Low. Temp. Phys., 1979, v. 36, p. 643.
45. Елесин В. Ф., Кондратов В. Е., Сухих А. С.— ФТТ, 1979, т. 21, с. 3225.
46. Елесин В. Ф., Кондратов В. Е., Левченко Е. Б., Сухих А. С.— ФТТ, 1980, т. 22, с. 1571.
47. Елесин В. Ф., Левченко Е. Б.— ФТТ, 1978, т. 20, с. 2454.

48. А б р и к о с о в А. А., Х а л а т н и к о в И. М.— УФН, 1958, т. 65, с. 551.
49. Л а р к и н А. И., Х м е л ь н и ц к и й Д. Е.— ЖЭТФ, 1968, т. 55, с. 2345.
50. К и р и ч е н к о И. К., П е ск о в ац к и й С. А., С е м и н о ж е н к о В. П.— Препринт ИРЭ АН УССР, № 74.— Киев, 1976.
51. К и р и ч е н к о И. К., С е м и н о ж е н к о В. П.— ФНТ, 1977, т. 3, с. 987.
52. R o t w o r f F. A., T a u l o r B. N.— Phys. Rev. Lett., 1967, v. 19, p. 25.
53. Р ы в к и н С. М. Фотоэлектрические явления в полупроводниках.— М.: Физматгиз, 1963.
54. L o n g A. R., A d k i n s C. J.— Phil. Mag., 1973, v. 27, p. 865.
55. K a p l a n S. B., L a n g e n b e r g D. N., C h a n g J. J., J a f a r e y S., S c a l a p i n o D. J.— Phys. Rev. Ser. B, 1976, v. 14, p. 4854.
56. Е л е с и н В. Ф.— ФТТ, 1977, т. 19, с. 2977.
57. Е л е си н В. Ф., К онд раш ов В. Е., Ш амраев Б. Н.— Ibid., с. 1525.
58. Е л ес ин В. Ф., К онд раш ов В. Е., Ш амраев Б. Н., С у -
х и х А. С.— Ibid., с. 3702.
59. C h a n g J. J., S c a l a p i n o D. J.— Phys. Rev. Ser. B, 1977, v. 15, p. 2651.
60. L a m b e r t D., S a l i n D., J o f f i n T.— J. de Phys. Lett., 1977, t. 38,
p. 368.
61. W i l l e m s e n H. W., G r e y K. E.— Phys. Rev. Lett., 1978, v. 41, p. 812.
62. K a p l a n S. B., K i r t e y J. R., L a n g e n b e r g D.— Ibid., 1977, v. 39,
p. 291.
63. I g u c h i I.— Phys. Lett. Ser. A, 1978, v. 64, p. 415.
64. D a y e m A., W i e g a n d J.— Phys. Rev. Ser. B, 1972, v. 5, p. 4390.
65. K i n d e r H.— Phys. Rev. Lett., 1972, v. 28, p. 1564.
66. D y n e s R. C., N a r a g a n a m u r t i u — Phys. Rev. Ser. B, 1972, v. 6,
p. 143.
67. F o r k e l W., W e l t e M., E i s e n m e n g e r W.— Phys. Rev. Lett., 1973,
v. 31, p. 215.
68. Д е Ж е н П.— Сверхпроводимость металлов и сплавов.— М.: Мир, 1968.
69. Е л ес ин В. Ф.— ФТТ, 1980, т. 22, с. 3097.
70. C h a n g J. J., S c a l a p i n o D. J.— Bull. Am. Phys. Soc., 1976, v. 21, p. 102.
71. Е л ес ин В. Ф.— ЖЭТФ, 1975, т. 69, с. 572.
72. П е ск о в ац к и й С. А., С е м и н о ж е н к о В. П.— ФНТ, 1976, т. 2,
с. 943.
73. И в л е в Б. И., Л и си цы н С. Г., Э ли аш бер г Г. М.— J. Low Temp.,
1973, v. 10, p. 449.
74. Y e h J. J., L a n g e n b e r g D. N.— Bull. Am. Phys. Soc., 1976, v. 21, p. 404.
75. А и д р о н о в А. А., В и т т А. А., Х айкин С. Э. Теория колебаний.—
М.: Физматгиз, 1959.
76. Б асс Ф. Г., Б очко в В. С., Гуре вич Ю. Г.— ЖЭТФ, 1970, т. 58,
с. 1815.
77. В олков А. Ф., К о га н Ш. М.— УФН, 1968, т. 96, с. 633.
78. Е л ес ин В. Ф., К апаев В. В., К о паев Ю. В.— ЖЭТФ, 1976, т. 71,
с. 714.
79. Е л ес ин В. Ф.— ФТТ, 1979, т. 21, с. 2868.
80. К ел дыш Л. В., К о паев Ю. В.— ФТТ, 1964, т. 6, с. 2791.
81. S m i t h L. N.— J. Low. Temp. Phys., 1977, v. 28, p. 519.
82. F u l d e P., F e g g e l H. A.— Phys. Rev. Ser. A, 1964, v. 135, p. 550.
83. Л ар ки н А. И., О вчиннико в Ю. Н.— ЖЭТФ, 1964, т. 47, с. 1136.
84. С агдаев Р. З.— В сб. Вопросы теории плазмы.— М.: Атомиздат, 1964.—
Т. 4, с. 20.
85. Л андау Л. Д., Л ивш иц Е. М. Механика сплошных сред.— М.: Гостех-
издат, 1953.
86. К ел дыш Л. В.— Вестн. Моск. ун-та, Серия физ., астрон., 1978, т. 19, с. 86.
87. H i d a K.— J. Low. Temp. Phys., 1978, v. 32, p. 881.
88. S c a l a p i n o D. J., H u b e r g e n a n B. A.— Phys. Rev. Lett., 1977, v. 39,
p. 1365.
89. А б р ик ос о в А. А., Г орько в Л. П., Д зялоши нский И. Е.
Методы квантовой теории поля в статистической физике.— М.: Физматгиз, 1962.
90. I a m i S. Preprint.— 1980.
91. К ир жиц Д. А., К о паев Ю. В.— Письма ЖЭТФ, 1973, т. 17, с. 379.
92. Г алицкий В. М., Е л ес ин В. Ф., К о паев Ю. В.— Письма ЖЭТФ,
1973, т. 18, с. 50.
93. А б р ик ос о в А. А., Г орько в Л. П.— ЖЭТФ, 1958, т. 35, с. 1158.
94. C l a r k e I.— Phys. Rev. Lett., 1972, v. 28, p. 1363.
95. S chmid A., S h ö n G.— Ibid., 1979, v. 43, p. 793.
96. M a t t i s D. C., B a r d e e n J.— Phys. Rev., 1958, v. 111, p. 412.

97. Идлис Б. Г., Ко паев Ю. В.— ЖЭТФ, 1976, т. 71, с. 2305.
98. А брикосов А. А.— ЖЭТФ, 1957, т. 32, с. 1142.
99. А ронов А. Г., С пивак Б. З.— ФТТ, 1975, т. 17, с. 2806.
100. Г алицкий В. М., Гореславский С. П., Е лесин В. Ф.— ЖЭТФ, 1969, т. 57, с. 207.
101. Ко паев Ю. В.— Тр. ФИАН СССР, 1975, т. 86, с. 3.
102. Е лесин В. Ф., Ко паев Ю. В.— Письма ЖЭТФ, 1976, т. 24, с. 78.
103. Ко злов А. Н., Максимов Л. А.— ЖЭТФ, 1965, т. 48, с. 1184.
Fedders R. A., Martin P. C.— Phys. Rev. 1965, v. 143, p. 245.
104. В олков Б. А., Ко паев Ю. В., Р усинов А. И.— ЖЭТФ, 1975, т. 68, с. 1899.
105. Г орбадевич А. А., Ко паев Ю. В., М олотков С. Н.— ФТТ, 1979, т. 21, с. 2351.
106. Ко паев Ю. В., М ен яйленко В. В., М олотков С. Н.— ЖЭТФ, 1979, т. 77, с. 352.