

# УСПЕХИ ФИЗИЧЕСКИХ НАУК

539.144.3

## АНОМАЛИИ ВРАЩАТЕЛЬНЫХ СПЕКТРОВ ДЕФОРМИРОВАННЫХ АТОМНЫХ ЯДЕР

И. М. Павличенков

### СОДЕРЖАНИЕ

1. Введение . . . . .	193
2. Свойства вращательных полос аксиально-деформированных ядер . . . . .	198
а) Вращательные уровни с $I < 10$ (198). б) Состояния с большим спином и аномалии вращательных полос (200). в) Развязанные полосы (202).	
3. Микроскопические теории аномалии вращательных спектров . . . . .	204
а) Способы описания вращательных возбуждений деформированных ядер (204). б) Уравнения ХФБ для вращающегося ядра и способы их решения (205). в) Модель изолированного $j$ -уровня (207).	
4. Квазичастичные возбуждения во вращающемся ядре . . . . .	208
а) Свойства квазичастичных термов (209). б) Пересечение вращательных полос (210). в) Экспериментальные и теоретические значения квазичастичных термов (214). г) Квазичастичные термы и структура деформированных ядер редкоземельных элементов (215).	
5. Заключение . . . . .	220
Цитированная литература . . . . .	220

### 1. ВВЕДЕНИЕ

Вращательное движение является уникальным коллективным возбуждением атомных ядер, которое привлекает к себе внимание экспериментаторов и теоретиков вот уже на протяжении почти 30 лет. Вращательное возбуждение в ядре было предсказано О. Бором и Б. Моттельсоном в 1952 г. и открыто с помощью кулоновского возбуждения в 1953 г. <sup>1</sup>. В настоящее время вращательные спектры обнаружены у большого числа ядер, начиная с самых легких и кончая трансурановыми элементами.

Вращательные уровни ядра образуют регулярную последовательность спинов и группируются во вращательные полосы. Полоса характеризуется сильными (порядка 100 одночастичных)  $E2$ -переходами между соседними уровнями и специфической зависимостью энергии возбуждения от спина ядра  $I$  (в дальнейшем  $\hbar = 1$ )

$$\mathcal{E} = \frac{I(I+1)}{2\mathcal{I}}, \quad (1)$$

где  $\mathcal{I}$  — момент инерции ядра. Даже при больших значениях [спина вращательные возбуждения являются довольно чистыми, т. е. содержат незначительную примесь состояний другой природы с тем же спином. Энергии и вероятности переходов в полосе описываются небольшим числом коллективных параметров, как-то: момент инерции, квадрупольный момент и т. д., которые плавно изменяются от ядра к ядру, а в данном ядре от одной полосы к другой. При увеличении энергии вращательного

возбуждения коллективные параметры начинают зависеть от спина уровня. Такое поведение коллективных параметров открывает широкие возможности для изучения структуры ядра.

На начальном этапе исследования энергии и спины вращательных состояний в полосе определялись с помощью кулоновского возбуждения. В настоящее время этот метод интенсивно развивается на современных ускорителях тяжелых ионов. Сейчас для кулоновского возбуждения используются ионы  $\text{Xe}^{126}$  и  $\text{Pb}^{208}$ , с помощью которых удастся возбудить вращательные уровни в полосе до  $I = 24$ . Это наиболее чистый способ возбуждения вращательных полос применяется для ядер трансурановых элементов.

Бурное развитие исследований вращательных состояний началось с открытия нового метода возбуждения вращательных полос в реакциях с тяжелыми ионами типа  $(\text{HI}, xn)$ . Этот метод начал применяться с 1963 г., когда Морианага и Гугело<sup>2</sup> впервые использовали для этой цели реакции  $(\alpha, 2n)$  и  $(\alpha, 4n)$  с энергией  $\alpha$ -частиц до 52 МэВ. В этих реакциях им удалось получить вращательные уровни со спином 10—12. В 1964 г. в Беркли группа Стефенса использовала для возбуждения вращательных состояний ионы  $\text{B}^{11}$ ,  $\text{N}^{14}$  и  $\text{F}^{19}$ <sup>3</sup>. Благодаря более тяжелым ионам и применению  $\text{Ge}(\text{Li})$  детектора для регистрации  $\gamma$ -квантов они продвинулись вверх по полосе до спинов 18—20. В 1967 г. эта же группа начала использовать пучок ионов  $\text{Ar}^{40}$  с энергией около 160 МэВ<sup>4</sup>. Более тяжелые ионы позволили не только увеличить спин, но и измерять время жизни вращательного уровня. К 1968 г. были разработаны основные методы исследования вращательных состояний ядер в реакциях с тяжелыми ионами.

Реакция  $(\text{HI}, xn)$  проходит в три стадии. На первой стадии, из-за того, что энергия тяжелого иона превышает кулоновский барьер, образуется компаунд-ядро с угловым моментом, достигающим до 80 и энергией возбуждения до 200 МэВ. (Все приводимые ниже цифры относятся к реакции с ионами  $\text{Ar}^{40}$  на ядрах с числом частиц  $A \sim 120$ .) Далее на второй стадии происходит испарение нейтронов из нагретого ядра. Это наиболее вероятный процесс для ядер редкоземельных элементов. Для более легких ядер с низким кулоновским барьером конкурентноспособным процессом является вылет протонов и  $\alpha$ -частиц. В области трансурановых элементов открывается делительный канал, который подавляет выход высокоспиновых возбужденных состояний.

Каждый нейтрон уносит незначительный угловой момент — в среднем 1,5. Поэтому после испарения нейтронов ядро остается в возбужденном состоянии с угловым моментом порядка 60 и энергией около 30 МэВ. На третьей стадии реакции ядро разряжается из этого состояния тремя каскадами  $\gamma$ -квантов. Вначале идет статистический каскад преимущественно  $E1$ -переходов со средней энергией 10 МэВ, который переводит ядро в возбужденные состояния, называемые ираст-уровнями. Это уровни ядра с наименьшей при заданном спине энергией. Статистический каскад уносит незначительный угловой момент, поэтому ираст-состояния имеют спин  $I \sim 35$  и энергию около 10 МэВ. Далее следует ираст-каскад, состоящий из  $\gamma$ -квантов  $E2$ -переходов между уровнями ираст-полосы. Этот каскад уносит и энергию и угловой момент.

При спинах  $I \sim 20$  и энергии около 5 МэВ ираст-уровни переходят в уровни полосы основного состояния. С этого момента начинается третий каскад  $\gamma$ -квантов  $E2$ -переходов в этой полосе. Время с момента образования составного ядра до момента заселения уровней основной полосы составляет в среднем 10 пс. Мы проследили наиболее вероятный путь распада компаунд-ядра с помощью  $\gamma$ -квантов. Другие пути приводят ядро на уровни основной полосы через состояния боковых полос. Заселе-

ние боковых полос вызывает ослабление интенсивности высокоспиновых переходов и затрудняет наблюдение верхних уровней в полосе основного состояния. Для того, чтобы обойти эту трудность, следует заселять ираст-уровни с большим спином. Однако увеличение энергии и массы бомбардирующих ионов не всегда дает желаемый результат. Препятствием к получению высокоспиновых состояний может служить структура спектра ядра вблизи пересечения ираст-полосы с полосой основного состояния. Так в реакции ( $\text{C}^{13}$ ,  $5n$ )<sup>5</sup> при одной и той же энергии ионов  $\text{C}^{13}$  максимальный спин, полученный в полосе основного состояния ядра  $\text{Er}^{160}$ , равен 24, а в  $\text{Er}^{158}$  — 30. Это рекордный спин, достигнутый в полосе основного состояния. С помощью реакции ( $\text{S}^{32}$ ,  $4n$ ) ираст-полосу ядра  $\text{Dy}^{152}$  удалось проследить до уровня со спином 37 и энергией 12,7 МэВ<sup>6</sup>. В настоящее время механизм заселения вращательных уровней недостаточно изучен.

В этой связи представляется интересным новый тип ядерных реакций ( $\text{HI}$ ;  $\alpha$ ,  $xn$ ) для возбуждения вращательных состояний ядер редкоземельных элементов<sup>7</sup>. Это прямая реакция, так как  $\alpha$ -частица вылетает вперед с энергией 35—41 МэВ при энергии налетающего иона ( $\text{B}^{10}$ ,  $\text{C}^{12}$ ,  $\text{N}^{14}$ ,  $\text{F}^{19}$ ,  $\text{Ne}^{20}$ ) 75—151 МэВ. Поразительная особенность  $\gamma$ -спектра ядер, полученных в этой реакции, заключается в том, что интенсивности  $\text{E2}$ -переходов для состояний с  $10 \leq I \leq 20$  практически постоянны, что указывает на иное, нежели в реакции ( $\text{HI}$ ,  $xn$ ), заселение полос.

Наблюдаемый спектр  $\gamma$ -квантов состоит из непрерывного, образованного статистическим и ираст-каскадом и дискретных линий на фоне непрерывного спектра, соответствующих переходам в полосе основного состояния. Непрерывный спектр содержит информацию об ираст-уровнях ядра со спином  $I > 30$ . Описание и интерпретация этого спектра содержится в обзоре Лидера и Райда<sup>8</sup>.

Третий каскад  $\gamma$ -квантов несет информацию, позволяющую установить энергии и спины уровней в полосе. Угловой момент компаунд-ядра ориентирован в плоскости, перпендикулярной к падающему пучку, что приводит к угловой анизотропии излучения, величина которой составляет 0,8—0,9 для верхних уровней полосы основного состояния. Измерение углового распределения  $\gamma$ -квантов дает возможность определить спины уровней и мультипольности переходов.

Для измерения времени жизни вращательного состояния, составляющего  $\leq 1$  пс, была разработана специальная методика. Ядра  $\text{Ar}^{40}$  и более тяжелые ионы имеют достаточный импульс для того, чтобы выбить составное ядро из тонкой мишени в вакуум, где его скорость может достигать до 0,02 с.  $\gamma$ -квант, испущенный этим ядром, испытывает доплеровское смещение. На пути ядра отдачи расположен поглотитель. Если ядро испустит  $\gamma$ -квант сначала попав в поглотитель, то он не будет иметь доплеровского смещения. Измеряя долю  $\gamma$ -квантов без смещения, можно, передвигая поглотитель (т. е. изменяя время пролета ядра отдачи), построить кривую распада и определить время жизни уровня.

Создание нового поколения ускорителей тяжелых ионов позволило использовать для более точного измерения времени жизни вращательного состояния обратную реакцию, в которой ядро-мишень  $\text{Mg}^{24}$  легче бомбардирующего ее иона  $\text{Xe}^{136}$ <sup>9</sup>. В этой реакции получается хорошо коллимированный пучок ядер отдачи  $\text{Dy}^{156}$  со скоростью 0,07 с, что позволяет увеличить точность измерения времени жизни в основной полосе и измерять время жизни уровней в боковых полосах. Такие измерения чрезвычайно важны, так как они позволяют получить данные об изменении квадрупольного момента ядра в основной и боковых полосах.

В первых работах по возбуждению вращательных состояний в реакциях с тяжелыми ионами последовательность  $\gamma$ -переходов в каскаде уста-

навливалась по закону  $I(I+1)$  (1) и эмпирического правила уменьшения интенсивности перехода с ростом спина. Увеличение чувствительности Ge (Li) детекторов позволило к 1970 г. создать новую методику определения последовательности  $\gamma$ -переходов с помощью  $\gamma$ - $\gamma$ -совпадений. Спектры совпадений дают временную последовательность  $\gamma$ -переходов, на основании которой можно построить схему уровней возбуждаемых полос.

В 1971 г. Джонсон<sup>10</sup>, используя эту методику в реакции  $(\alpha, xn)$ , обнаружил сильное отклонение энергий переходов в полосе основного состояния ядра Dy<sup>160</sup> от правила  $I(I+1)$ . В течение нескольких лет подобные аномалии вращательных спектров были обнаружены у большо-

го количества ядер редкоземельных элементов. Сущность явления состоит в том, что энергии  $\gamma$ -переходов в интервале спинов 12—16 не растут монотонно с ростом  $I$ , а остаются неизменными и даже уменьшаются, что соответствует резкому увеличению момента инерции ядра в этих состояниях. Последнее обстоятельство используется для наглядного изображения эффекта, так как заметить аномалию вращательного спектра по зависимости  $\mathcal{E}(I)$  не так-то просто (рис. 1). С этой целью, следуя предложению О. Бора и Моттельсона, изображают зависимость момента инерции в полосе от квадрата частоты вращения ядра  $\Omega$ . Эту зависимость можно извлечь из экспериментальных энергий вращательных уровней в полосе четно-четного ядра по формулам

$$\Omega = \frac{d\mathcal{E}}{dI}, \quad \mathcal{I} = \frac{1}{2} \left[ \frac{d\mathcal{E}}{dI(I+1)} \right]^{-1}.$$

Как видно из рисунка, получается характерная S-образная кривая, благодаря которой аномалии вращательного спектра получили в английской литературе название

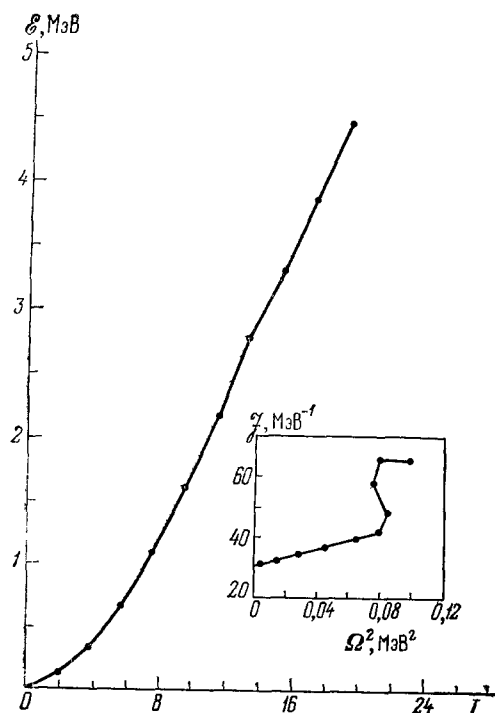


Рис. 1. Аномалия вращательного спектра в ядре Er<sup>162</sup> из работы<sup>11</sup>.

backbending (обратный загиб).

К настоящему времени аномалии вращательных спектров обнаружены у большого количества ядер редкоземельных элементов, у переходных ядер в области между редкоземельными ядрами и свинцом, у переходных ядер в районе Ва и Се и даже у совсем легких ядер Ne<sup>20, 22</sup> (см.<sup>12</sup>). Подробную информацию о полосах основного состояния ядер можно найти в работе<sup>13</sup> и обзоре<sup>8</sup>.

Все аномалии вращательных спектров объясняются чрезвычайно простым явлением — пересечением полос. Рассмотрим пересечение двух вращательных полос 1 и 2 с постоянными моментами инерции  $\mathcal{I}_1 < \mathcal{I}_2$ . В точке пересечения  $\Omega_1 > \Omega_2$ , поэтому зависимость  $\mathcal{I}(\Omega)$  для нижних частей пересекающихся полос будет иметь характерную S-образную форму, как изображено на рис. 2. Взаимодействие между полосами приводит к их отталкиванию и зависимость  $\mathcal{I}(\Omega)$  сглаживается. При увеличении взаимодействия обратный загиб исчезает.

Таким образом, вращательная полоса ядра  $\text{Er}^{162}$ , изображенная на рис. 1, в действительности состоит из двух пересекающихся полос. Верхние части полос в этом ядре не обнаружены из-за особенности возбуждения вращательных состояний в реакции  $(\text{HI}, \alpha\text{p})$ . Вероятность

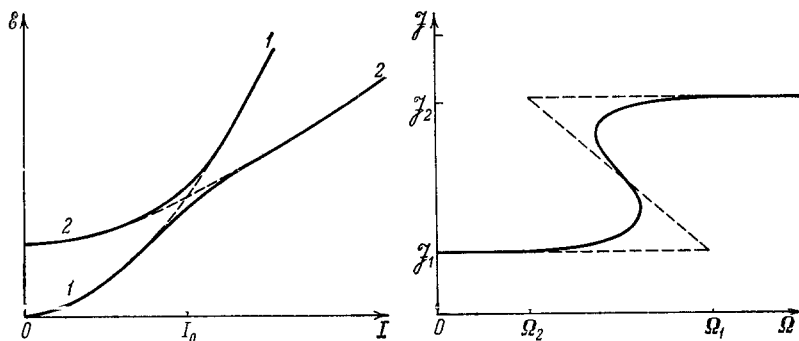


Рис. 2. Зависимость момента инерции от частоты вращения в нижней полосе, образованной двумя пересекающимися взаимодействующими (сплошные линии) и не взаимодействующими (штриховые линии) полосами.

$E2$ -перехода пропорциональна пятой степени энергии перехода, поэтому преимущественно заселяются уровни, лежащие ниже. Верхние части заселяются только в том случае, если угол между пересекающимися полосами мал, как в ядрах  $\text{Gd}^{154}$ ,  $\text{Dy}^{156}$  и  $\text{Er}^{164}$ , в которых обнаружены уровни верхних и нижних частей пересекающихся полос.

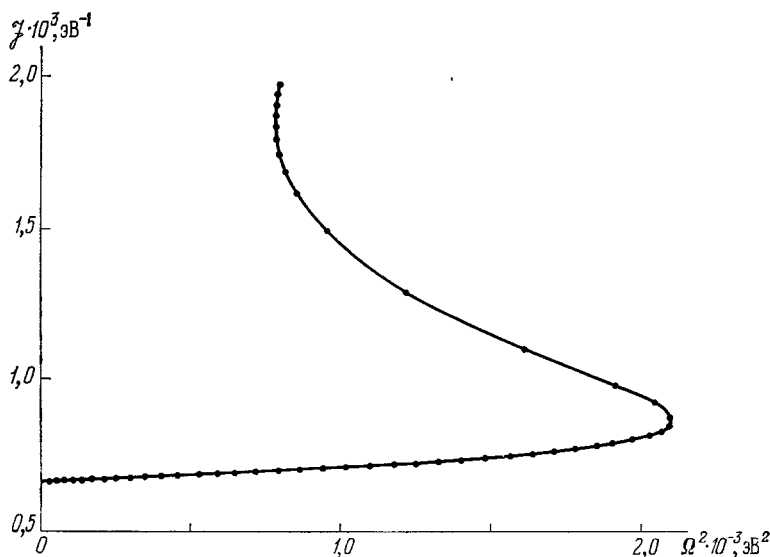


Рис. 3. Аномалии вращательного спектра в молекуле  $\text{AgH}$ .

Таким образом, аномалии вращательных спектров ядер являются следствием пересечения полос, которое наблюдается и в молекулярных спектрах <sup>14</sup>. В качестве иллюстрации сказанного на рис. 3 изображена зависимость  $\mathcal{I}(\Omega^2)$  для нижней полосы, образованной пересечением двух полос, соответствующих различным электронным термам молекулы  $\text{AgH}$ . Экспериментальные данные заимствованы из работы <sup>15</sup>. Приведенная кривая напоминает  $S$ -образную зависимость ядерного момента инерции.

Полоса, пересекающая полосу основного состояния ядра, в литературе получила название сверхполосы (superband, в дальнейшем — СП). Эта полоса не имеет единой природы для всех ядер, в которых наблюдаются вращательные аномалии. В мягких ядрах переходной области СП скорее всего соответствует возбужденному состоянию, в котором резко изменилась форма ядра. На это явление, по-видимому, указывает сильное ослабление Е2-переходов в области аномалии, наблюдаемое в изотопах Ва<sup>16</sup> и Се<sup>17</sup> и в некоторых изотопах Рт и Нг (изомерия формы). В деформированных ядрах редкоземельных элементов микроскопическое явление, ответственное за появление вращательных аномалий, напоминает бесщелевую сверхпроводимость в малом по сравнению с размером куперовской пары сверхпроводнике, помещенном в магнитное поле. СП в этих ядрах основана на специфическом двухквaziчастичном возбуждении, возникающим под действием сил Кориолиса во вращающемся ядре. Угловой момент этого возбуждения направлен вдоль оси вращения ядра, что приводит к слабому перекрытию волновых функций основного и возбужденного состояний. Поэтому взаимодействие СП с полосой основного состояния, определяемое из отношения приведенных вероятностей Е2-переходов вблизи точки пересечения полос, примерно на два порядка меньше взаимодействия между полосой основного состояния и  $\beta$ -,  $\gamma$ -вибрационными или двухквaziчастичными полосами в тех же ядрах<sup>18</sup>. Именно малость взаимодействия ответственна за появление S-образной зависимости момента инерции от  $\Omega^2$ .

## 2. СВОЙСТВА ВРАЩАТЕЛЬНЫХ ПОЛОС АКСИАЛЬНО-ДЕФОРМИРОВАННЫХ ЯДЕР

### а) Вращательные уровни с $I < 10$

Начнем с адиабатического приближения, когда движение ядра можно разделить на внутреннее, описываемое координатами нуклонов  $q$  в собственной системе  $x'$ ,  $y'$ ,  $z'$ , и вращение. Последнее задается тремя углами Эйлера  $\theta$ ,  $\varphi$ ,  $\psi$ , определяющими ориентацию собственной системы координат относительно лабораторной  $x$ ,  $y$ ,  $z$ . Волновая функция ядра в адиабатическом приближении имеет вид

$$\Psi'_{IM\lambda} = \Phi_{IMK}(\theta\varphi\psi) \psi_{\lambda K}(q),$$

где  $M$  — проекция углового момента ядра на ось  $z$ .

Внутреннее состояние ядра  $\psi_{\lambda K}$  характеризуется проекцией  $K$  суммарного момента нуклонов на ось симметрии ядра  $z'$ , четностью  $\pi$  и некоторыми другими квантовыми числами. Каждому внутреннему состоянию соответствует своя вращательная полоса.

Следствием аксиальной симметрии является инвариантность относительно поворота на  $180^\circ$  вокруг любой оси, перпендикулярной к оси симметрии ядра. Рассмотрим поворот  $\mathcal{R}_x$  вокруг оси  $x'$ . Внутреннему состоянию четно-четного ядра с  $K = 0$  соответствует собственное значение оператора  $\mathcal{R}_x$ , равное  $\pm 1$ . С другой стороны, рассматриваемый поворот означает инверсию оси симметрии ( $\theta \rightarrow \pi - \theta$ ,  $\varphi \rightarrow \pi + \varphi$ ), откуда

$$\mathcal{R}_x \Phi_{IM} = (-1)^I \Phi_{IMK}.$$

Следовательно, четным относительно  $\mathcal{R}$ -преобразования состояниям (мы будем обозначать их в дальнейшем буквой  $e$ ) отвечает вращательная полоса с четными спинами, а нечетным —  $o$ , — с нечетными. Одноквaziчастичные возбуждения в нечетном ядре характеризуются, кроме величин  $K$

и  $\lambda$ , еще тремя асимптотическими квантовыми числами  $N$ ,  $n_z$  и  $\Lambda$ . Во вращательной полосе, основанной на таком возбуждении,  $e$ -состояниям соответствуют четные значения величины  $I - 1/2$ , а  $o$ -состояниям — нечетные. В полосе четно-четного ядра, основанной на двухквaziчастичном возбуждении, состояниям с противоположной  $\mathcal{R}$ -четностью соответствуют четные спины, а состояниям с одинаковой — нечетные. Заметим, что собственное значение  $\sigma$  оператора  $\mathcal{R}_x$  иногда называется сигнатурой.

Адиабатичность вращения нарушается уже в самом начале полосы. Однако отклонения от адиабатического приближения незначительны, если спин ядра невелик. Так, энергия во вращательной полосе четно-четного ядра с  $K = 0$  с хорошей степенью точности описывается выражением

$$\mathcal{E} = \mathcal{A}I(I + 1) - \mathcal{B}I^2(I + 1)^2, \quad (2)$$

если  $I < 10$ . Для ядер редкоземельных элементов  $\mathcal{A} \sim 10$  кэВ, а  $\mathcal{B} \sim 10$  эВ. Величина этих постоянных существеннейшим образом зависит от структуры ядра.

Сильное влияние на момент инерции ( $\mathcal{A} = 1/2\mathcal{J}$ ), как было показано Беляевым и Мигдалом в 1959 г., оказывают парные корреляции сверхпроводящего типа<sup>19</sup>. В деформированном ядре пара образована нуклонами с противоположным знаком проекции момента  $m$  на ось симметрии. В четно-четных ядрах парные корреляции приводят к характерному спектру возбуждений со щелью  $2\Delta$  ( $\Delta$  — энергия корреляции пары). Парные корреляции уменьшают момент инерции ядра приблизительно вдвое по сравнению с твердотельным значением. Еще большее влияние они оказывают на величину коэффициента  $\mathcal{B}$ . Для того, чтобы понять, в чем здесь дело, разберемся в силах, действующих на нуклон во вращающемся деформированном ядре.

Прежде всего нуклон взаимодействует с деформацией. Для нуклона у поверхности Ферми энергия этого взаимодействия  $V_\beta \sim \beta \varepsilon_F$ , где  $\beta$  — параметр деформации ядра, равный по порядку величины  $A^{-1/3}$  \*) для хорошо деформированных ядер, а  $\varepsilon_F$  — энергия Ферми. Кроме того, на нуклон действует сила Кориолиса. Энергия Кориолисова взаимодействия  $V_c = (\mathbf{I}\mathbf{j})/\mathcal{J} \sim \Omega j_F$ , где  $\mathbf{j}$  — одночастичный момент нуклона, а  $j_F \sim A^{1/3}$  — максимальное значение этого момента у поверхности Ферми. В дальнейшем вращательные полосы будут рассматриваться в области спинов  $I < I_c$ , в которой парные корреляции еще не разрушены вращением.

Критическому значению спина  $I_c \sim A^{2/3}$  (см. ниже) соответствует частота вращения  $\Omega \sim \varepsilon_F/A$  и энергия Кориолиса  $V_c \sim \varepsilon_F A^{-2/3}$ . Сила Кориолиса в ядре играет более важную роль, чем в земных условиях или даже в молекулярных спектрах. В деформированных ядрах энергия Кориолиса совпадает по порядку величины с энергией корреляции пары  $\Delta$ . Параметр

$$\alpha_\Delta = \frac{iV_c}{\Delta} \sim \frac{j_F \Omega}{\Delta} \quad (3)$$

становится порядка единицы при  $I \sim I_c$ . Взаимодействие вращения с деформацией характеризуется параметром

$$\alpha_\beta = \frac{V_c}{V_\beta} \sim \frac{j_F \Omega}{\beta \varepsilon_F} \quad (4)$$

который в  $A^{1/3}$  раз меньше  $\alpha_\Delta$  для хорошо деформированных ядер. Этот параметр становится порядка единицы при спине  $I_\beta \sim A$ , при котором

\*)  $A$  — число нуклонов в ядре.

следует ожидать изменение деформации ядра за счет вращения. Малость  $\alpha_\beta$  позволяет пренебречь изменением самосогласованного поля ядра от вращения, если  $I < I_c$ . Взаимодействие вращения с колебательными степенями свободы описывается параметром

$$\alpha_\omega = \frac{V_c}{\omega} \sim \frac{\langle j \rangle \Omega}{\omega} \sim \frac{\Omega}{\omega},$$

где  $\omega$  — частота  $\beta$ - или  $\gamma$ -колебаний, равная по порядку величины  $\Delta$ . Нетрудно видеть, что  $\alpha_\omega$  также в  $A^{1/3}$  раз меньше  $\alpha_\Delta$ .

Из сказанного выше ясно, что коэффициент  $\mathcal{R}$  в ядре обязан своему происхождению парным корреляциям. Нетрудно получить оценку этой величины, связанной с уменьшением  $\Delta$  от вращения:  $\mathcal{R} \sim \varepsilon_F A^{-3}$ . Вклад в  $\mathcal{R}$  от взаимодействия вращения с колебательным движением в  $A^{2/3}$  раз меньше. Таким образом, вращательные полосы ядра отличаются от молекулярных, в которых коэффициент  $\mathcal{R}$  в разложении (2) связан с взаимодействием вращения и колебания. Это явление было обнаружено в начале 60-х годов автором совместно с Гринем<sup>20</sup>. Более поздние расчеты Маршалла<sup>21</sup>, Зелевинского и Штокмана<sup>22</sup> и Михайлова с сотрудниками<sup>23</sup> подтвердили этот результат.

#### б) Состояния с большим спином и аномалии вращательных полос

Действие силы Кориолиса в ядре аналогично действию магнитного поля, приводящего к исчезновению парной корреляции в сверхпроводниках (эффект Мейснера). Следовательно, увеличивая частоту вращения ядра, т. е. поднимаясь вверх по вращательной полосе, можно дойти до такого уровня, начиная с которого парной корреляции не будет. Спин  $I_c$  этого уровня с макроскопической точки зрения является точкой фазового перехода.

Если вращательные полосы ядра представить с помощью траекторий Редже  $\mathcal{E}(I)$ , то  $I_c$  будет соответствовать точке пересечения полосы основного состояния ( $\Delta \neq 0$  момент инерции  $\mathcal{I}$ ) с полосой, основанной на нормальном состоянии с энергией  $\rho_F \Delta^2/2$  ( $\rho_F$  — плотность уровней у поверхности Ферми). Энергия корреляции пары в этой полосе равна нулю, и ей соответствует твердотельный момент инерции  $\mathcal{I}_T > \mathcal{I}$ . Грубую оценку спина  $I_c$  можно получить из соотношения (Моттельсон, Валатин<sup>24</sup>)

$$\frac{I_c(I_c+1)}{\mathcal{I}} = \frac{I_c(I_c+1)}{\mathcal{I}_T} + \rho_F \Delta^2.$$

Имея в виду, что  $\Delta \sim \varepsilon_F A^{-2/3}$ , а  $\mathcal{I} \sim \mathcal{I}_T \sim A^{5/3}/\varepsilon_F$ , находим отсюда  $I_c \sim A^{2/3}$ .

С момента появления работы Моттельсона и Валатина было принято много попыток рассчитать величину  $I_c$ . Основанные на методе Чана и Валатина<sup>25</sup> расчеты Крумлинда<sup>26</sup> показывают, что спин  $I_{cn}$ , при котором исчезают нейтронные парные корреляции, находится в интервале  $16 < I_{cn} < 20$  для ядер редкоземельных элементов и  $20 < I_{cn} < 25$  для актинидов. Соответствующая величина для протонных корреляций  $I_{cp} \approx 1,5 I_{cn}$ . Эти цифры следует воспринимать как ориентировочные оценки, так как в методе Чана и Валатина не учитывается изменение квазичастиц во вращающемся ядре. С другой стороны, уже в расчетах по теории возмущений выяснилось, что этот эффект является одним из главных. Современное состояние техники численного решения уравнений Хартри — Фока — Боголюбова (ХФБ, см. ниже) позволяет решить эту



задачу корректно. Однако до сих пор не было произведено систематических расчетов величины  $I_c$ .

Для того чтобы обнаружить фазовый переход во вращательной полосе, экспериментаторы стали использовать метод О. Бора и Моттelsona, описанный во введении. Неудивительно поэтому, что аномалии вращательных спектров, открытые Джонсоном, интерпретировались вначале, как эффект исчезновения спаривания под действием вращения. Эти аномалии расположены несколько ниже, чем величина критического спина  $I_c$ , вычисленная теоретически.

Однако теоретики изыскивали возможность уменьшить  $I_c$  и, казалось бы, фазовый переход в ядре был найден. Но до торжества теории было еще далеко. Постепенно начали накапливаться факты, которые либо с трудом, либо вовсе не укладывались в картину фазового перехода. Эти факты следующие:

1. Момент инерции ядра за областью аномалии меньше твердотельного значения. Это не сильный аргумент, так как можно возразить, что произошел фазовый переход только в нейтронной системе.

2. В ядрах  $Gd^{154}$  и  $Dy^{156}$  были обнаружены верхние части пересекающихся полос. Это уже более сильный аргумент против фазового перехода, опровергнуть который можно, сказав, что пересечение полос в этих ядрах не имеет ничего общего с фазовым переходом, наблюдаемым у большинства других ядер.

3. Электромагнитные переходы между нормальным и сверхтекучим состоянием ядра должны быть ослаблены в ехр ( $-r_F \Delta$ )  $\sim 10^{-2}$  раз. Однако никакого запрета Е2-переходов в области аномалий обнаружено не было, хотя точность измерения была невысока.

4. Наиболее сильный аргумент против фазового перехода был выдвинут в экспериментах группы Стефенса<sup>27</sup>. Известно, что нечетная частица, уменьшая фазовый объем, ослабляет парную корреляцию в ядре. Поэтому фазовый переход во вращательной полосе нечетного ядра должен наблюдаться при меньших значениях спина, чем в четном. Однако в полосах нечетно-нейтронных ядер  $Er^{157, 159}$  аномалии вращательного спектра не были обнаружены при тех спинах, при которых они наблюдались в основной полосе соседних четно-четных ядер (рис. 4).

Эксперименты с нечетными ядрами оказались решающими в понимании явления вращательной аномалии. Они позволили локализовать причину явления. Оказалось, что нечетный протон в ядрах  $Ho^{157, 159, 161}$  не влияет на аномалии. Обратный загиб момента инерции полос, основанных на одночастичных возбуждениях этих ядер, наблюдается при той же частоте вращения, что и в соседних четно-четных ядрах  $Er$ . Полосы ядер  $Er^{157, 159}$  основаны на возбужденных состояниях нечетного нейтрона из подболочки  $i_{13/2}$ . Это так называемые развязанные полосы, сильно искаженные кориолисовым взаимодействием. К сожалению, других полос

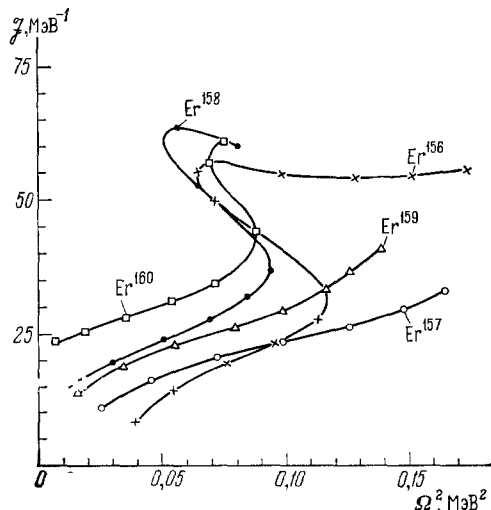


Рис. 4. Моменты инерции вращательных полос четных и нечетных изотопов  $Er$ .

с большим спином в этих ядрах возбудить не удалось. Однако в нечетных изотопах вольфрама наряду с развязанными полосами возбуждаются и нормальные. Так, в ядре  $W^{175}$  в полосе, основанной на состоянии  $1/2^-$  [521], обратный загиб момента инерции обнаружен при несколько меньших частотах, чем в  $W^{174}$ , а в развязанной полосе, основанной на состоянии  $7/2^+$  [633] из подболочки  $i_{13/2}$  его нет<sup>28</sup>. Аналогичная картина наблюдается и в  $W^{179}$ , где удалось возбудить две полосы — развязанную на состоянии  $9/2^+$  [624] из подболочки  $i_{13/2}$  и обыкновенную  $7/2^-$  [514]<sup>29</sup>. Интересно, что в ядре  $W^{173}$  аномалия не наблюдается ни в развязанной полосе  $7/2^+$  [633], ни в обыкновенной  $1/2^-$  [521]<sup>28</sup>, нет ее и в основной полосе четно-четного ядра  $W^{172}$ .

Развязанные полосы основаны на состояниях из подболочки с большим угловым моментом  $j$ . Кориолисово взаимодействие в этих состояниях наибольшее. Для ядер редкоземельных элементов это подболочки  $i_{13/2}$  для нейтронов и  $h_{9/2}$  для протонов. Последняя подболочка ответственна за аномалии вращательных спектров изотопов Os. В работе<sup>30</sup> исследовались вращательные полосы ядер  $Os^{183}$  и  $Re^{181}$ . Оказалось, что в полосе, основанной на состоянии из подболочки  $i_{13/2}$  (по-видимому,  $9/2^+$  [624])  $Os^{183}$  обратный загиб момента инерции наблюдается приблизительно при той же частоте вращения, что и в соседнем  $Os^{182}$ . То же самое происходит и в полосах, основанных на состояниях  $5/2^+$  [402] и  $9/2^-$  [514] в  $Re^{181}$ . Однако в развязанной полосе из подболочки  $h_{9/2}$  в этом ядре аномалии не найдено. Можно сформулировать эмпирическое правило: вращательная аномалия отсутствует в развязанной полосе нечетного ядра из той подболочки с большим  $j$ , которая ответственна за явление. Ниже мы увидим, что это нестрогое правило. Однако связь явления вращательной аномалии с развязанными полосами экспериментами установлена довольно надежно.

### в) Развязанные полосы

Рассмотрим более подробно взаимодействие нечетного нуклона с деформацией и вращением. Для этой цели используем широко распространенную модель частицы, связанной с аксиально-деформированным остовом ядра. Гамильтониан такой системы имеет вид

$$H = H_{\text{сф}} + \frac{(I-j)^2}{2\mathcal{J}} + V, \quad (5)$$

где  $H_{\text{сф}}$  — сферически-симметричное среднее поле, а  $V$  — энергия взаимодействия нуклона с деформацией, пропорциональная параметру  $\beta$ . В приближении сильной связи, когда взаимодействие Кориолиса мало по сравнению с  $V$ , энергия ядра равна

$$\mathcal{E}_{I\kappa} = \frac{[I(I+1) - K^2]}{2\mathcal{J}} + \epsilon_{I\kappa},$$

где  $\epsilon_{I\kappa}$  — энергия нуклона в подболочке  $j$  деформированного остова. Как следует из схемы связи (рис. 5, а), сохраняющейся величиной в этом случае является проекция  $K$ .

В другом предельном случае, когда  $V \ll (Ij)/\mathcal{J}$ , сила Кориолиса отрывает угловой момент нуклона от оси симметрии и стремится ориентировать его вдоль оси вращения. Произойдет изменение схемы сложения моментов (рис. 5, б). Полный спин ядра будет равен  $I = R + j$ , где  $R$  — момент вращения остова. Подобное явление наблюдается и в молекулярных спектрах, в которых дело ограничивается отрывом только спина электрона (случай связи в) по Хунду<sup>31</sup>). Уровни энергии развязанной полосы вырождены, так как момент  $R$ , входящий в выражение для энер-

гии  $\mathcal{E} = R(R+1)/2\mathcal{J}$ , определяется из правила сложения моментов. В результате образуется система полос (рис. 6), причем для нижней полосы момент  $\mathbf{j}$  направлен либо параллельно  $\mathbf{R}$  ( $I = R + j$ ), либо антипараллельно ( $I = j - R$ ). Первая полоса называется выстроенной (favoured band), вторая — антивыстроенной. В остальных полосах вектор  $\mathbf{j}$  занимает промежуточное положение. Сохраняющейся величиной для этой схемы связи является проекция  $\alpha$  углового момента нуклона на ось вращения ядра.

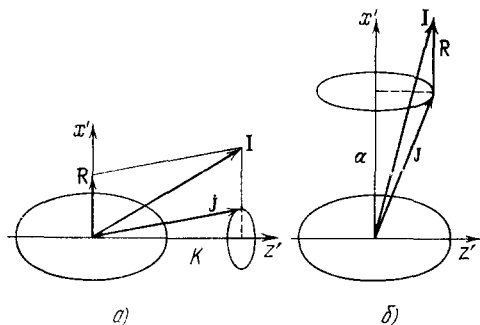


Рис. 5. Две схемы сложения угловых моментов нуклона и остова.

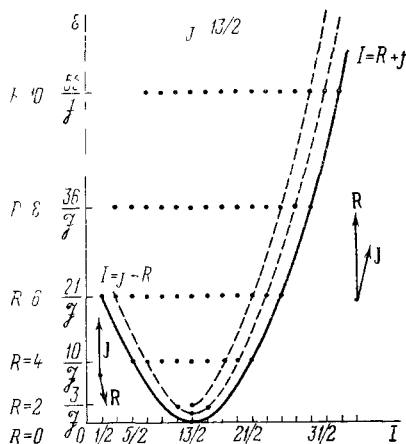


Рис. 6. Развязанные полосы для подболочки с  $j = 13/2$ .

Точная диагонализация гамильтониана (5) выполнена в работах Фогеля<sup>32</sup> и Стефенса<sup>33</sup>. Взаимодействие нуклона с деформацией искажает рассмотренную выше картину полного развязывания тем сильнее, чем меньше  $\alpha$ . Поэтому выстроенные и антивыстроенные полосы в нечетных ядрах при не слишком больших спинах ( $I \leq 20$ ) могут существовать, когда взаимодействие Кориолиса велико. Для этого нужно, чтобы деформация ядра была как можно меньше, а нечетный нуклон находился в состоянии с большим  $j$  и малой проекцией момента на ось симметрии ядра. Такие ядра встречаются среди изотопов La ( $\beta \leq 0,2$ ), у которых протоны начинают заполнять подболочку  $h_{9/2}$ , или среди легких изотопов Gd, Dy и Er ( $\beta \approx 0,2$ ), у которых нейтроны начинают заполнять подболочку  $i_{13/2}$ . Выстроенные полосы в нечетных изотопах этих элементов действительно были обнаружены в экспериментах группы Стефенса<sup>34</sup>. Расстояния между соседними уровнями в этих полосах совпадают с соответствующими расстояниями в основной полосе четно-четного ядра. Анализ выстроенных полос нечетных ядер на основе модели частицы, связанной с аксиально-деформированным остовом, содержится в работе Пятова с сотрудниками<sup>35</sup>.

Развязанные полосы наблюдаются у некоторых переходных ядер, расположенных между редкоземельными элементами и свинцом. Так, выстроенная полоса в  $\text{Ir}^{187}$  основана на частичном состоянии протона из подболочки  $h_{9/2}$ , в  $\text{Hg}^{193}$  — на дырочном состоянии нейтрона из подболочки  $i_{13/2}$ , а в  $\text{Au}^{195}$  — на дырочном состоянии протона из подболочки  $h_{11/2}$ . В работе Майер-тер-Вена<sup>36</sup> и Фаесслера<sup>37</sup> проведен анализ этих полос на основе модели частицы, связанной с неаксиальным остовом.

Выстроенная полоса может существовать и в четных ядрах. Величина  $j$  в этом случае будет равна угловому моменту двухквaziчастичного возбуждения. Поэтому выстроенная полоса в четно-четных ядрах редкоземельных элементов должна начинаться со спина  $I = 12$  и энергии

$2\Lambda \approx 2 \text{ МэВ}$ . Именно при этих спинах и энергиях наблюдаются ротационные аномалии. Поэтому Стефенс и Саймон<sup>38</sup> предположили, что СП — выстроенная полоса, основанная на двухкваркчастичном возбуждении. Модель Стефенса — Саймона благодаря своей простоте была чрезвычайно привлекательна для экспериментаторов, которые руководствовались ей при постановке экспериментов. Однако эта модель имеет слабые стороны. Несмотря на то, что выстроенные полосы существуют только в ядрах с малой деформацией, у которых вблизи поверхности Ферми расположены уровни с большим  $j$  и малым  $K$ , вращательные аномалии наблюдаются в изотопах  $\text{Hf}$  и  $\text{W}$ , где заканчивается заполнение подболочки  $i_{13/2}$ . У нечетных изотопов этих элементов не было обнаружено выстроенных полос. С теоретической точки зрения эта модель, рассматривающая две частицы, связанные с остовом, предельно одночастична и не учитывает различие кваркчастиц во вращающемся и покоящемся ядре.

### 3. МИКРОСКОПИЧЕСКИЕ ТЕОРИИ АНОМАЛИИ ВРАЩАТЕЛЬНЫХ СПЕКТРОВ

#### а) Способы описания вращательных возбуждений деформированных ядер

Попытаемся подойти к проблеме вращательной аномалии с более общей точки зрения. Вращение является коллективным возбуждением ядра, для описания которого в настоящее время имеется несколько микроскопических моделей. В основе любой такой модели лежит представление о ядре как о системе нуклонов, движущихся в самосогласованном потенциале и взаимодействующих друг с другом посредством остаточного взаимодействия.

Наиболее распространенной является модель принудительного вращения, предложенная в начале 50-х годов Инглисом<sup>39</sup>. В этой модели ядро вращается классически с угловой скоростью  $\Omega$ . Для того, чтобы вычислить энергию вращения, следует перейти во вращающуюся систему координат. Гамильтониан аксиально-деформированного ядра в этой системе будет иметь вид

$$H' = H - \Omega R_{x'}, \quad (6)$$

где  $H$  — гамильтониан покоящегося ядра, а  $R_{x'}$  — проекция момента вращения ядра на ось  $x'$ , перпендикулярную к оси симметрии  $z'$ . Собственное значение  $\mathcal{E}'(\Omega)$  гамильтониана (6), представляющее собой энергию ядра во вращающейся системе координат, позволяет определить его энергию в лабораторной системе  $\mathcal{E} = \mathcal{E}' - \Omega (\partial \mathcal{E}' / \partial \Omega)$  при заданном среднем значении углового момента

$$\langle R_{x'} \rangle = - \frac{\partial \mathcal{E}'}{\partial \Omega} = \sqrt{I(I+1) - \langle R_{z'}^2 \rangle}. \quad (7)$$

Таким образом, в модели принудительного вращения угловой момент ядра не является сохраняющейся величиной. Поэтому собственная функция  $H'$  является суперпозицией волновых функций с различными моментами.

Довольно долгое время условием применимости модели Инглиса считалось квазиклассичность вращения, т. е. большие  $I$ . Развитый в работе Беляева и Зелевинского<sup>40</sup> метод обобщенной матрицы плотности, в котором вращение описывается с учетом сохранения момента, позволил получить более точный критерий применимости этой модели. Оказалось, что важным условием является требование аксиальности ядра. Хотя в принципе можно и для неаксиального ядра рассматривать гамильто-

ниан, подобный (6), однако, как показал Беляев <sup>41</sup>, предельный результат квантового вращения ядра при больших  $I$  совпадает с приближением модели принудительного вращения только при аксиальной деформации. Для аксиального ядра область применимости модели не ограничивается условием  $I \gg 1$ , так как при малых  $I$  она применима в силу адиабатичности вращения.

б) У р а в н е н и я Х Ф Б д л я в р а щ а ю щ е г о я я д р а  
и с п о с о б ы и х р е ш е н и я

Обычно для деформированного ядра используется простейшее спаривательное взаимодействие, для которого энергия корреляции  $\Delta$  постоянна по объему ядра (однородное спаривание). Численные расчеты показывают, что степень неоднородности спаривания в основном состоянии деформированных ядер не превышает 5—7%, что согласуется с оценкой этого эффекта  $1/(\rho_F \Delta) \sim A^{-1/3}$ . Гамильтониан  $H$  в этом приближении имеет вид

$$H = \sum_{\lambda} (\epsilon_{\lambda} - \epsilon_F) a_{\lambda}^{\dagger} a_{\lambda} - \frac{G}{4} \sum_{\lambda, \lambda'} \gamma_{\lambda} \gamma_{\lambda'} a_{\lambda}^{\dagger} a_{\lambda'}^{\dagger} a_{\bar{\lambda}} a_{\bar{\lambda}'}, \quad \gamma_{\bar{\lambda}} = -\gamma_{\lambda}, \quad |\gamma_{\lambda}| = 1; \quad (8)$$

здесь  $a_{\lambda}^{\dagger}$  и  $a_{\lambda}$  — операторы рождения и уничтожения нуклонов в состоянии  $\lambda$  самосогласованного поля  $\hbar$  с энергией  $\epsilon_{\lambda}$ ,  $\bar{\lambda}$  — состояние, сопряженное по времени, а  $G$  — константа спаривательного взаимодействия.

Для вычисления энергии вращающегося ядра в модели принудительного вращения используется приближение ХФБ <sup>42</sup>. С этой целью вводятся операторы рождения и уничтожения квазичастиц  $\alpha_{\nu}^{\dagger}$  и  $\alpha_{\nu}$  с помощью преобразования

$$\psi(\mathbf{r}) = \sum_{\nu} \{u_{\nu}(\mathbf{r}) \alpha_{\nu} - \mathcal{H}_y^{-1} v_{\nu}(\mathbf{r}) \alpha_{\nu}^{\dagger}\},$$

где  $\psi(\mathbf{r})$  — оператор уничтожения нуклона во вторичном квантовании, а  $\mathcal{H}_y = \exp(-i\pi j_y)$  — оператор поворота собственной системы координат. Амплитуды преобразования  $u$  и  $v$  определяются из уравнений

$$\begin{cases} (\hbar - \epsilon_F - \Omega j_{x'}) u_{\nu}(\mathbf{r}) - \Delta v_{\nu}(\mathbf{r}) = E_{\nu} u_{\nu}(\mathbf{r}), \\ (\hbar - \epsilon_F + \Omega j_{x'}) v_{\nu}(\mathbf{r}) + \Delta u_{\nu}(\mathbf{r}) = -E_{\nu} v_{\nu}(\mathbf{r}), \end{cases} \quad (9)$$

где  $E_{\nu}$  — энергия квазичастицы, а  $j_{x'}$  — оператор момента нуклона.

Коллективные параметры ядра: энергия Ферми  $\epsilon_F$ , деформация, энергия корреляции  $\Delta$  и угловой момент являются самосогласованными величинами, т. е. определяются из уравнений, содержащих амплитуды  $u$  и  $v$ . Малость параметра  $\alpha_{\beta}$  (4) при частотах вращения  $\Omega \ll \epsilon_F/A$  позволяет пренебречь изменением деформации и  $\epsilon_F$  под действием вращения, так как эти величины определяются в энергетическом интервале, значительно превышающем  $\Delta$ . Зависимость  $\Delta(\Omega)$  находится из уравнения ( $n_{\nu}$  — числа заполнения квазичастиц)

$$\Delta = \frac{G}{4} \sum_{\nu} (1 - 2n_{\nu}) \frac{\partial E_{\nu}}{\partial \Delta}, \quad (10)$$

которое, как известно <sup>43</sup>, позволяет определить энергию ядра во вращающейся системе координат

$$\mathcal{E}' = \frac{1}{2} \sum_{\lambda} \epsilon_{\lambda} + \frac{\Delta^2}{G} - \frac{1}{2} \sum_{\nu} (1 - 2n_{\nu}) E_{\nu}. \quad (11)$$

В дальнейшем нам потребуется выражение для среднего значения углового момента квазичастичного возбуждения вдоль оси вращения ядра:

$$\langle j_{x'} \rangle_v = \int [u_v^*(\mathbf{r}) j_{x'} u_v(\mathbf{r}) + v_v^*(\mathbf{r}) j_{x'} v_v(\mathbf{r})] d\mathbf{r} = -\frac{\partial E_v}{\partial \Omega}. \quad (12)$$

Полный момент вращения ядра равен

$$R_{x'} = -\frac{\partial \mathcal{E}'}{\partial \Omega} = \frac{1}{2} \sum_v (1 - 2n_v) \frac{\partial E_v}{\partial \Omega}. \quad (13)$$

Отсюда с помощью уравнения (7) можно определить зависимость  $\Omega(I)$ .

Уравнения (9) инвариантны относительно преобразований  $\mathcal{R}_{x'}$  и  $T\mathcal{R}_{y'}$  ( $T$  — оператор обращения времени). Инвариантность первого типа позволяет характеризовать состояние частицы сигнатурой  $\sigma$ , что, как заметил Гудман<sup>44</sup>, вдвое уменьшает размер базисного пространства при диагонализации уравнений (9). Инвариантность относительно преобразования  $T\mathcal{R}_{y'}$  приводит к следующему соотношению для энергий квазичастиц:

$$E_{v,\sigma} = -E_{v,-\sigma}. \quad (14)$$

Так как модель сверхтекучего ядра с гамильтонианом (8) хорошо описывает низшие вращательные состояния, естественно попытаться продолжить ее в область больших моментов для того, чтобы объяснить вращательные аномалии. Это чрезвычайно сложная задача, так как параметр  $\alpha_\Delta$  (3), малый для  $I < 10$ , становится порядка единицы при больших спинах. Необходимо решать нелинейную систему уравнений ХФБ, не используя теорию возмущений. Некоторые качественные результаты можно получить из точного решения этих уравнений для модельных систем<sup>45-47</sup>.

Отсутствие малого параметра для высокоспиновых состояний заставило искать численные методы решения уравнений ХФБ. В 1973 г. Манг и Ринг<sup>48</sup> нашли решение этих уравнений, имевшее некоторое сходство с выстроенной полосой модели Стефенса — Саймона. Пересечению этой полосы с полосой основного состояния соответствовало обращение в нуль энергии двухквазичастичного возбуждения при частоте вращения, при которой парная корреляция еще не успела исчезнуть. Расчеты Манга и Ринга были повторены Гудманом<sup>49</sup> только в 1976 г. Манг и Ринг использовали в расчетах для  $\text{Er}^{162}$  и  $\text{Yb}^{166,168,170}$  гамильтониан Кумара — Баранжера с однородным спариванием и квадруполь-квадрупольным взаимодействием. Аналогичные расчеты были выполнены Фаесслером<sup>50</sup> для  $\text{Er}^{162}$ . Гудман использовал остаточное взаимодействие более общего вида с потенциалом Рида. В последних расчетах Манга и Ринга<sup>51</sup> для  $\text{Yb}^{162}$  и  $\text{Er}^{164}$  использовалось остаточное взаимодействие Скирма. Результаты этих расчетов находятся в хорошем согласии друг с другом и качественно описывают эксперимент, хотя сложность расчетов ограничивает число обчисленных ядер. Кроме того, ни один расчет не воспроизводит наблюдаемую  $S$ -образную зависимость момента инерции.

Несмотря на эти недостатки, численные расчеты выявили главный эффект — обращение в нуль энергии квазичастичного возбуждения. Это явление напоминает бесщелевую сверхпроводимость в сверхпроводнике малых размеров<sup>52</sup>. Качественные соображения о возможности такого явления во вращающемся ядре приводились в работах Лина и Гриня<sup>53</sup>. Физическую картину явления можно понять на решаемой аналитически, но вполне реалистической, модели изолированного  $j$ -уровня<sup>54</sup>.

в) Модель изолированного  $j$ -уровня

Величина силы Кориолиса, действующей на нуклон во вращающемся ядре, пропорциональна одночастичному моменту  $j$ . Поэтому сильнее всего с вращением взаимодействуют нуклоны на уровнях с максимальным  $j$  вблизи поверхности Ферми (например, подоболочки  $i_{13/2}$  для нейтронов и  $h_{9/2}$  для протонов в ядрах редкоземельных элементов). Эти уровни выделены по четности из других состояний заполняемой оболочки. Поэтому для них  $j$  является хорошим квантовым числом, ибо примесь состояний с другими  $j$ , обусловленная деформацией и вращением, соответствует переходам в соседнюю оболочку. Следовательно, состояния в подоболочке с максимальным  $j$  можно считать изолированными.

При частотах вращения ядра  $\Omega \sim \varepsilon_F/A$  пользоваться теорией возмущения по вращению для состояний в подоболочке с максимальным  $j$  у поверхности Ферми нельзя. С другой стороны, взаимодействие вращения с нуклонами на остальных уровнях можно рассматривать по теории возмущений, так как они имеют либо малые  $j$ , либо расположены далеко от поверхности Ферми. В последнем случае спариванием можно пренебречь и параметр теории возмущений равен  $\alpha_\beta$  (4). Таким образом, задача решения уравнений ХФБ в пространстве всех одночастичных состояний ядра сводится к более простой задаче о решении этих уравнений в пространстве одной подоболочки.

Найдем решения уравнений ХФБ для изолированного  $j$ -уровня с учетом гексадекапольной деформации. Если считать, что самосогласованное поле ядра имеет вид потенциальной ямы с бесконечно высокими стенками, то расщепление  $j$ -уровня за счет деформации второго и четвертого порядков имеет вид

$$\varepsilon_{njl} = \varepsilon_{njl} \left\{ 1 + \beta_2 \sqrt{\frac{5}{16\pi}} \frac{3m^2 - j(j+1)}{j(j+1)} - \frac{9\beta_4}{32\sqrt{\pi}} \left[ \frac{35m^4 - 5(6j^2 + 6j - 5)m^2}{(j-1)j(j+1)(j+2)} + 3 \right] \right\}.$$

Здесь  $\beta_2$  и  $\beta_4$  — параметры квадрупольной и гексадекапольной деформации, а  $\varepsilon_{njl}$  — энергия  $j$ -уровня в сферическом поле

$$\varepsilon_{njl} = \varepsilon_{nl} - \kappa \left[ j(j+1) - l(l+1) - \frac{3}{4} \right], \quad \varepsilon_{ni} = \frac{14.39\chi_{ni}^2}{A^{2/3}}, \quad (15)$$

где  $\chi_{ni}$  — корень соответствующей функции Бесселя, а  $\kappa = 0.37$  Мэв — константа спин-орбитального взаимодействия. Выражение для  $\varepsilon_{njl}$  позволяет записать систему уравнений ХФБ (9) для изолированного  $j$ -уровня в следующем виде:

$$\begin{cases} (\varepsilon_j + \delta j_z^2 - 4\delta' j_z^4 - \Omega j_{x'}) u - \Delta v = Eu, \\ (\varepsilon_j + \delta j_z^2 - 4\delta' j_z^4 + \Omega j_{x'}) v + \Delta u = -Ev. \end{cases} \quad (16)$$

Параметры, входящие в эти уравнения, имеют вид

$$\begin{aligned} \delta &= \delta_2 \left[ 1 + 3 \sqrt{\frac{5}{8\pi}} \beta_4 \frac{6j(j+1) - 5}{j(j+1)(j+2)} \right], \\ \delta' &= \frac{315\beta_4 \varepsilon_{njl}}{128 \sqrt{\pi} (j-1)j(j+1)(j+2)}, \\ \delta_2 &= \sqrt{\frac{45}{16\pi}} \frac{\beta_2 \varepsilon_{njl}}{j(j+1)}, \\ \varepsilon_j &= \varepsilon_{njl} - \varepsilon_F - \frac{1}{3} j(j+1) \left[ \delta_2 + \frac{38\delta' (j-1)(j+2)}{35} \right]. \end{aligned} \quad (17)$$

Уравнения (16) содержат большой параметр  $j \sim A^{1/3}$ . Поэтому для их решения можно применить квазиклассическое приближение. С этой целью используем одномерную комплексную реализацию группы  $SU(2)$  <sup>55</sup>. Операторы углового момента в этом представлении зависят от

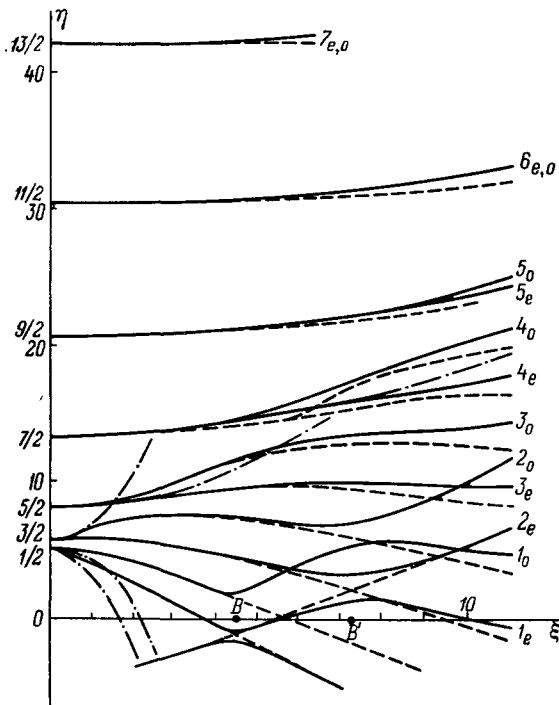


Рис. 7. Уровни квазичастиц ( $\eta = 4E/3\delta_2$ ,  $\xi = 4\Omega/3\delta_2$ ) во вращающемся ядре для  $j = 13/2$ ,  $\epsilon_j = \beta_4 = 0$ ,  $\Delta/\delta_2 = 5$  <sup>54</sup>.

Цифры слева — асимптотическое квантовое число  $K$ , справа — квантовое число  $\nu$  квазичастичного возбуждения. Сплошные линии — точные решения, штриховые — квазиклассика, штрих-пунктирные — теория возмущений.

ний. Для того, чтобы понять, насколько хорошо использовать теорию возмущений для этой цели, воспользуемся результатами численных расчетов. Максимальная частота вращения, наблюдаемая в ядрах  $Dy^{158}$ ,  $Er^{164}$ , равна 360 кэВ ( $I = 22$ ). При этой частоте уменьшение  $\Delta$  по сравнению со значением  $\Delta_0$  при  $\Omega = 0$  не превышает 18%. В среднем, по редкоземельным элементам максимальное значение  $(\Delta_0 - \Delta)/\Delta_0 = 0,11$ .

#### 4. КВАЗИЧАСТИЧНЫЕ ВОЗБУЖДЕНИЯ ВО ВРАЩАЮЩЕМСЯ ЯДРЕ

Перейдем к анализу решения уравнений ХФБ для вращающегося ядра. Как уже говорилось, это решение позволяет определить вращательный спектр ядра, а следовательно, и зависимость  $\mathcal{H}(\Omega^2)$ , которую обычно сравнивают с экспериментом. Однако главную роль в явлении вращательной аномалии играют квазичастичные возбуждения из подбололки с большим  $j$  у поверхности Ферми. При увеличении частоты вращения ядра энергия низших возбуждений из этой подбололки падает, что характерно для сверхпроводника малых размеров. Это уменьшение энер-

одной комплексной переменной. Поэтому система уравнений в частных производных (16) сводится к обыкновенному дифференциальному уравнению. Решение его может быть найдено с помощью метода, описанного в работе автора <sup>54</sup>. Оно выражается в виде условий квантования, позволяющих определить квазичастичные возбуждения в подбололке в зависимости от параметров  $\beta_2$ ,  $\beta_4$ ,  $\epsilon_F$ ,  $\Omega$  и энергии парной корреляции  $\Delta$ . Полученные решения обсуждаются в начале следующего раздела. В последних двух пунктах этой главы описано сравнение модели изолированного  $j$ -уровня с экспериментом.

Зависимость квазичастичных возбуждений из подбололки  $i_{13/2}$  от  $\Omega$  при постоянном  $\Delta$  приведена на рис. 7. Величина  $\Delta$  сама зависит от частоты вращения, хотя при  $\Omega \ll \epsilon_F/A$  эта зависимость довольно слабая. Поэтому функцию  $\Delta(\Omega)$  можно найти по теории возмущений.



гии квазичастичных возбуждений позволяет объяснить пересечение полосы основного состояния с двухквазичастичной полосой.

Имея в виду сказанное выше, мы будем сравнивать с экспериментом зависимость энергии низших квазичастичных возбуждений  $E_v$  от частоты вращения ядра  $\Omega$ . Этим наш подход отличается от традиционного метода описания вращательных аномалий. Заметим, что подобная идеология о роли квазичастичных возбуждений в явлении backbending независимо использовалась в работах <sup>56</sup>, <sup>57</sup>. В конце раздела будет показано, что квазичастичные возбуждения во вращающемся ядре имеют самостоятельный интерес для изучения структуры деформированных ядер.

#### а) Свойства квазичастичных термов

Назовем зависимость энергии квазичастицы  $E_v(\Omega)$  квазичастичным термом. Для качественного анализа поведения квазичастичных термов будем считать величину  $\Delta$  постоянной. Квазичастичные возбуждения в деформированном ядре характеризуются квантовыми числами  $K^\pi [Nn_z\Lambda]$ . Ни проекция углового момента на ось симметрии ядра, ни асимптотические квантовые числа  $N$ ,  $n_z$ ,  $\Lambda$  не являются хорошими во вращающемся ядре. В этом случае сохраняются только две величины: пространственная четность  $\pi$  и четность относительно преобразования  $\mathcal{R}_x$  с квантовым числом  $\sigma$ . Остальные квантовые числа иногда удобно использовать как асимптотические, соответствующие квазичастице в невращающемся ядре. Кроме того, в соответствии со сказанным в предыдущем разделе, для характеристики квазичастичного возбуждения можно использовать квантовое число  $j$ . Ниже мы увидим, что все квантовые числа квазичастичного терма определяются по одночастичному уровню, на котором основана вращательная полоса в нечетном ядре.

Характерной особенностью зависимости  $E_v(\Omega)$  является обращение в нуль энергии низшего квазичастичного возбуждения при некоторой частоте вращения ядра. Как уже говорилось, подобное явление наблюдается в сверхпроводнике малых размеров. Сила Кориолиса в ядре стремится ориентировать угловые моменты нуклонов в паре вдоль оси вращения ядра. При этом уменьшение энергии корреляции компенсируется за счет увеличения энергии кориолисова взаимодействия. Поэтому энергия низшего квазичастичного возбуждения приближенно равна

$$E_{1e} \approx \Delta - \Omega \langle j_x \rangle.$$

Чем больше  $j$  и меньше  $K$ , тем больше величина  $\langle j_x \rangle$ , а следовательно, энергия квазичастицы обращается в нуль при меньшей частоте вращения.

На этом, в сущности, кончается аналогия явлений во вращающемся ядре с бесщелевой сверхпроводимостью. В точке  $\Omega_0$ , где  $E_{1e} = 0$ , квазичастичный вакуум в сверхпроводнике должен быть изменен. Если этого не сделать, то при  $\Omega > \Omega_0$  энергия квазичастицы будет отрицательной. Квазичастичное возбуждение справа от точки  $\Omega_0$  можно образовать, воспользовавшись соотношением (14). При этом частица заменяется дыркой или наоборот, а следовательно, полное число частиц изменяется на единицу. Так как свойства четного и нечетного ядер принципиально различны, мы не должны смешивать состояния этих ядер. В четном ядре существуют только двухквазичастичные возбуждения, и интерес представляет изменение знака этого возбуждения. Изменение знака одноквазичастичного возбуждения в ядре не приводит ни к каким физическим следствиям из-за сохранения четности числа частиц.

Вращение расщепляет квазичастичные термы противоположной  $\mathcal{R}$ -четности. Расщепление тем больше, чем больше  $\Omega$  и меньше асимптоти-

ческое квантовое число  $K$ . Это обстоятельство можно понять, если заметить, что в невращающемся ядре волновая функция нуклона с определенной  $\mathcal{R}$ -четностью имеет вид

$$\psi_{K\epsilon, 0} = \frac{1}{\sqrt{2}} (|jK\rangle \pm e^{i\pi(j+\frac{1}{2})} |j, -K\rangle).$$

Оператор  $j_x$  смешивает состояния  $\psi_{1/2\epsilon}$  и  $\psi_{1/20}$ . Следовательно, состояния с  $K = 1/2$  расщепляются в первом порядке теории возмущений, с  $K = 3/2$  — во втором и т. д. Чем больше асимптотическое число  $K$ , тем меньше расщепление термов. Поэтому оно уменьшается, если при постоянных  $\beta$  и  $\Delta$ ,  $\epsilon_F$  увеличивается так, что у поверхности Ферми оказываются состояния с большими  $K$ . Отрицательная гексадекаполярная деформация частично компенсирует этот эффект, о чем будет сказано ниже.

Среднее значение углового момента квазичастичного возбуждения вдоль оси вращения ядра определяется выражением (12). Можно показать, что для низших квазичастичных состояний  $\langle j_x \rangle \sim j$ , если  $K$  мало. Таким образом, угловой момент квазичастичного возбуждения выстраивается вдоль оси вращения для ядер, у которых начинают заполняться уровни подоболочки с большим  $j$ . Этот предел соответствует модели Стефенса — Саймона. Следует заметить, что область применимости выражения (12) ограничена со стороны малых  $\Omega$  из-за того, что используется модель принудительного вращения. Кроме того, это выражение неприменимо в области аномалии, где смешиваются состояния с различными  $\langle j_x \rangle$ .

Пересечению квазичастичных термов соответствует пересечение вращательных полос. Поэтому чрезвычайно важно понять, что происходит вблизи точки пересечения. Из рис. 7 (точки  $B$  и  $B'$ ) видно, что точные расчеты приводят, как и следовало ожидать, к взаимодействию квазичастичных термов одинаковой  $\mathcal{R}$ -четности. Для низших термов это взаимодействие мало из-за слабого перекрытия волновых функций выстроенных состояний.

В квазиклассическом приближении взаимодействие между термами экспоненциально мало и не может быть учтено точно. Условие квантования, из которого определяется спектр квазичастиц  $E_v(\Omega)$ , без учета экспоненциально малых членов имеет вид

$$\oint p(x, E, \Omega) dx = \pi (v + \gamma). \quad (18)$$

При взаимодействии термов происходит их гибридизация, т. е. терм с квантовым числом  $v$  до точки пересечения превращается в терм с квантовым числом  $v'$  за этой точкой. Квазиклассические условия квантования (18) не могут описать это явление, так как их левая часть является адиабатическим инвариантом и каждый уровень характеризуется квантовым числом  $v$ , не зависящим от параметра  $\Omega$ . Таким образом, в квазиклассическом приближении термы могут только пересекаться.

#### б) Пересечение вращательных полос

Зависимость энергий квазичастиц от частоты вращения ядра позволяет понять причину возникновения аномалии вращательного спектра. Будем считать, что подоболочка с большим  $j$  расположена вблизи поверхности Ферми. В выражении (11) для энергии ядра во вращающейся системе координат слагаемое  $-\frac{1}{2} \sum_v E_v$  удобно рассматривать как вакуум квази-

частиц, отвечающий заполнению всех квазичастичных уровней с отрицательной энергией в основном состоянии четно-четного ядра. Полоса, основанная на этом состоянии, будет основной полосой.

Образует нижнее двухквазичастичное возбуждение из подболочки с большим  $j$  в четно-четном ядре (рис. 8). Для этого надо перенести две квазичастицы с высших вакуумных уровней на низшие квазичастичные. Полоса, основанная на этом состоянии, будет двухквазичастичной СП. Энергия ее отличается от энергии полосы основного состояния на величину  $E_{1e} + E_{1o}$ , которая при увеличении частоты вращения, уменьшаясь,

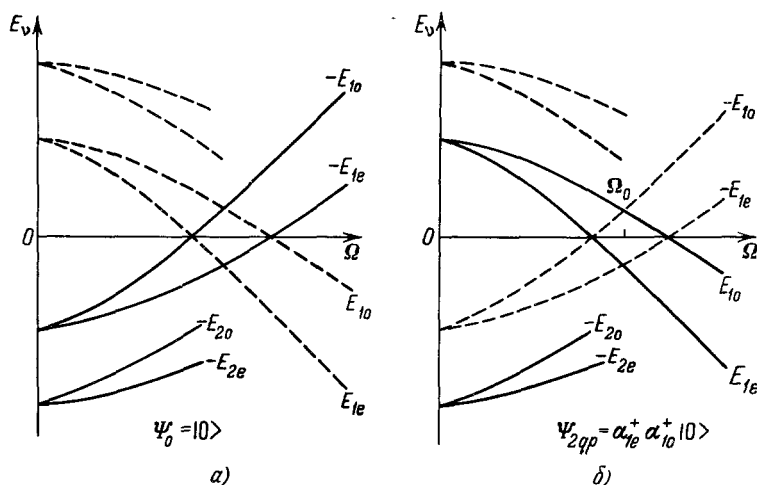


Рис. 8. Заполнение квазичастичных уровней для полосы основного состояния (а) и СП (б) в четно-четном ядре.

обращается в нуль при  $\Omega = \Omega_0$ . В этой точке полоса основного состояния  $\mathcal{E}_{gs}(\Omega)$  пересекается со СП  $\mathcal{E}_2(\Omega)$ . Так как в каждой полосе существует однозначная связь спина с частотой, определяемая выражением (7), то будут пересекаться и наблюдаемые полосы  $\mathcal{E}_{gs}(I)$  и  $\mathcal{E}_2(I)$ .

Полоса основного состояния и СП имеют разную внутреннюю структуру. Проекция углового момента нуклонов в первой полосе будет меньше, чем во второй, так как члены суммы  $\sum_v (\partial E_v / \partial \Omega)$  в выражении (13)

в значительной степени компенсируются. Угловой момент в направлении оси вращения во второй полосе в основном связан с двумя квазичастицами. Это выстроенная полоса. Интеграл перекрытия между волновыми функциями двух полос мал, что должно приводить к наблюдаемому на эксперименте слабому взаимодействию этих полос.

Каждому двухквазичастичному возбуждению из подболочки аномальной четности в четном ядре соответствует своя СП. Согласно общему правилу она содержит четные или нечетные спины в зависимости от того, противоположна или одинакова  $\mathcal{R}$ -четность квазичастичных возбуждений. Этим СП отличается от полосы, основанной на обычном двухквазичастичном возбуждении с определенным  $K$ , имеющей и четные и нечетные  $I$ . Выстроенная часть СП начинается со спина  $I = 2j - 1$ , ее состояния характеризуются малым  $K$ , точнее,  $\langle R_z \rangle$ , так как  $K$  не является хорошим квантовым числом. Поэтому не должно наблюдаться запрета для переходов между уровнями СП и полосы основного состояния.

У большинства ядер, в которых наблюдаются аномалии вращательного спектра, обнаружены только нижние части пересекающихся полос. Исключение составляют три ядра. В  $\text{Dy}^{156}$  СП пересекает  $\beta$ -полосу при  $I = 10$  и полосу основного состояния при  $I = 16$ <sup>9,58</sup>. Подобная картина пересечения полос наблюдается и в ядре  $\text{Gd}^{154}$ , с той лишь разницей, что СП пересекает полосу основного состояния при  $I = 18$ <sup>59</sup>. В ядре  $\text{Er}^{164}$  обнаружены три СП<sup>60</sup>. Нижняя СП, соответствующая возбуждению  $E_{1e} + E_{10}$ , из подболочки  $i_{13/2}$  идентифицирована для спинов  $12 \div 24$ . Она пересекает полосу основного состояния при  $I = 14$ . СП с нечетными  $I$ , соответствующая возбуждению  $E_{1e} + E_{2e}$ , и СП с четными  $I$ , соответствующая возбуждению  $E_{1e} + E_{20}$ , пересекают  $\gamma$ -полосу при  $I \sim 14$ . Максимальный спин, зарегистрированный в этих полосах, равен 21 и 18 соответственно. Кроме этих СП, в ядрах редкоземельных элементов наблюдаются полосы отрицательной четности, основанные на возбуждении из подболочки  $i_{13/2}$  и другой подболочки с меньшим  $j$  и противоположной четностью. Эти полосы будут рассмотрены ниже.

В недавних экспериментах обнаружен второй обратный загиб момента инерции в основной полосе ядер  $\text{Er}^{158}$  и  $\text{Yb}^{160}$  при  $I \sim 28$ <sup>61, 62</sup>.

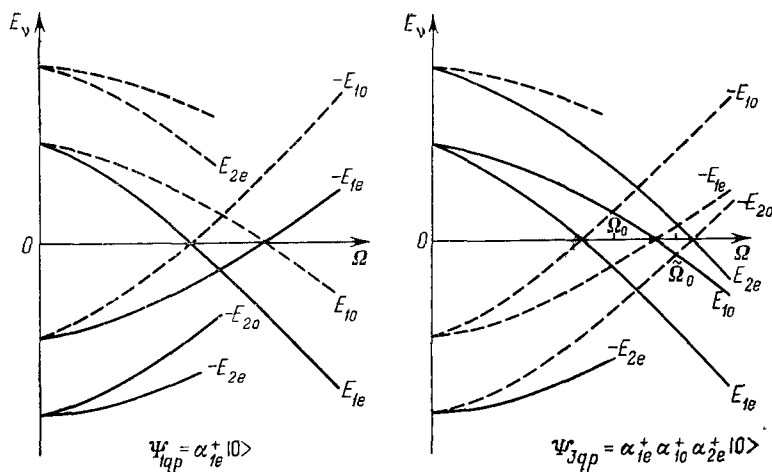


Рис. 9. Заполнение квазичастичных уровней для пересекающихся полос нечетного ядра.

Возможно, что это явление связано с СП, основанной на протонном двухквазичастичном возбуждении из подболочки  $h_{9/2}$ . В работе<sup>63</sup> вторая аномалия в  $\text{Er}^{158}$  объясняется повторным пересечением СП с полосой основного состояния.

Рассмотрим нечетное ядро, в котором нечетная частица находится на низшем квазичастичном возбуждении из подболочки аномальной четности. Это значит, что уровень  $1e$  с отрицательной энергией свободен, а  $1e$  с положительной — занят (рис. 9). Полоса, основанная на этом состоянии, будет иметь четные значения величины  $I - 1/2$ . Низшей СП в нечетном ядре соответствует полоса, основанная на низшем трехквазичастичном возбуждении. Энергия этой СП отличается от энергии исходной на величину  $E_{10} + E_{2e}$ , которая обращается в нуль при частоте  $\tilde{\Omega}_0 > \Omega_0$ . Поэтому вращательные аномалии в нечетном ядре должны наблюдаться при больших спинах.

Если нечетная частица занимает состояние из другой подоболочки, то все квазичастичные уровни с отрицательной энергией подоболочки аномальной четности заполнены. Поэтому низшую СП можно построить на низших квазичастичных возбуждениях  $1e$  и  $1o$ . Следовательно, вращательные аномалии в этой полосе должны наблюдаться при тех же спинах, что и в четном ядре. В этом состоит объяснение эмпирического правила, описанного в предыдущем разделе. Отклонения от этого правила наблюдаются как в полосах аномальной четности, так и в обычных полосах. Так, в ядрах  $Yb^{161, 163}$  аномалия в полосе, основанной на возбуждении из подоболочки  $i_{13/2}$ , найдена при несколько больших частотах, чем в соседних изотопах  $Yb^{160, 162}$ . В этих же ядрах аномалия обнаружена в полосе  $5/2^- [523]$ , однако ее нет в полосе  $3/2^- [521]$  ядра  $Yb^{163}$  <sup>64</sup>. В ядрах  $Yb^{165, 167}$  аномалии нет в полосе из подоболочки  $i_{13/2}$ , а в полосе  $5/2^- [523]$  она обнаружена <sup>64</sup> при тех же частотах, что и в соседних ядрах  $Yb^{164, 166}$ . Однако в  $Lu^{167}$  ( $Yb^{166} + \text{протон}$ ) аномалия не обнаружена в выстроенной полосе  $1/2^- [541]$  из протонной подоболочки  $h_{9/2}$ , а в полосе  $7/2^+ [404]$  она наблюдается при той же частоте, что и в  $Yb^{166}$  <sup>65</sup>. В ядре  $Tm^{165}$  ( $Yb^{166} - \text{протон}$ ) аномалии обнаружены в полосах:  $7/2^- [523]$  (выстроенная из подоболочки  $h_{11/2}$ ),  $7/2^+ [404]$  и  $1^+ [411]$  при тех же

частотах, что и в основной полосе  $Er^{164}$ , но их нет в выстроенной полосе  $1/2^- [541]$  из  $h_{9/2}$  <sup>66</sup>. Наконец, в полосе  $1/2^- [541]$  (протонная подоболочка  $h_{9/2}$ ) ядра  $Ir^{183}$  аномалии есть, а в  $Ir^{185}$  их нет <sup>67</sup>. Указанные выше отклонения относятся к переходным и близким к ним ядрам. Скорее всего, они объясняются тем, что нечетная частица в некоторых состояниях этих ядер заметно изменяет их внутреннюю структуру.

Пересечение полосы основного состояния с СП обусловлено пересечением квазичастичных термов с одинаковой сигнатурой. Следовательно, взаимодействие полос определяется взаимодействием термов. При точной диагонализации уравнений ХФБ это взаимодействие приводит к гибридизации вращательных полос при фиксированной частоте вращения, а не момента ядра. Поэтому в области пересечения полос флуктуация углового момента велика, так как одной и той же частоте в разных полосах отвечают разные моменты. Впервые на это явление обратил внимание Хамамото <sup>68</sup>, затем оно было детально исследовано в работах Маршалека <sup>69</sup>, Фаесслера <sup>70</sup> и Гудмана <sup>71</sup>. Таким образом, использовать приближение ХФБ в области гибридизации полос нельзя. В этой области требуются иные методы, учитывающие сохранение углового момента.

В модели изолированного  $j$ -уровня, основанной на квазиклассическом приближении, не происходит гибридизации полос, так как взаимодействие между квазичастичными термами отсутствует. В этом смысле модель представляется нам более последовательной, тем более, что отсутствие взаимодействия практически не влияет на точность вычисления энергии уровней в пересекающихся полосах, ибо взаимодействие настолько мало, что возмущенные энергии отличаются от невозмущенных только для двух состояний по обе стороны от точки пересечения.

Тем не менее, взаимодействие между полосами существенно для описания правильного хода кривой  $\mathcal{U}(\Omega^2)$  в области гибридизации полос и получения условия существования backbending'a. Это взаимодействие не постоянно. Оценки, проведенные в работе <sup>72</sup>, показывают, что взаимодействие между основной полосой и СП осциллирует в зависимости от заполнения подоболочки. Возможно, этим эффектом объясняется отсутствие вращательных аномалий в ядрах с числом нейтронов  $N = 98$ . Однако эта задача выходит за рамки модели принудительного вращения.

в) Экспериментальные и теоретические значения квазичастичных термов

Зависимость энергии квазичастичного возбуждения от частоты вращения ядра можно извлечь из наблюдаемых энергий вращательных полос. Для этого превратим энергию  $\mathcal{E}(I)$  в зависимость  $\mathcal{E}'(\Omega)$  с помощью следующих формул:

$$\mathcal{E}'(I) = \mathcal{E}(I) - \Omega R_{x'}(I), \quad \Omega(I) = \frac{\mathcal{E}(I) - \mathcal{E}(I-2)}{R_{x'}(I) - R_{x'}(I-2)}, \quad (19)$$

$$R_{x'}(I) = \sqrt{I(I+1) - \langle R_z^2 \rangle}.$$

Естественно, что одному и тому же значению  $I$  в разных полосах соответствуют разные  $\Omega$ .

Рассмотрим нечетное ядро, образованное из четно-четного ядра с  $N$  нейтронами (протонами) добавлением одной частицы в состояние  $\lambda$  подоболочки аномальной четности. Если  $\mathcal{E}_{e,0}$  — энергии уровней полосы с определенной последовательностью спинов (четные или нечетные  $I = 1/2$ ), отсчитанные от энергии состояния  $\lambda$ , а  $\mathcal{E}_{gs}$  — энергия уровней в полосе основного состояния четно-четного ядра, то энергию квазичастичных возбуждений можно найти из следующих выражений:

$$E_{1e} = E_\lambda + \mathcal{E}'_e(\Omega) - \mathcal{E}'_{gs}(\Omega), \quad E_{1o} = E_\lambda + \mathcal{E}'_o(\Omega) - \mathcal{E}'_{gs}(\Omega). \quad (20)$$

Величины  $\mathcal{E}'$  и  $\Omega$  определяются по формулам (19) с  $\langle R_z^2 \rangle = K^2$ , а  $E_\lambda$  — энергия квазичастицы при  $\Omega = 0$ . Если полоса основана на возбужденном состоянии нечетного ядра с энергией  $\mathcal{E}_\lambda$ , то  $E_\lambda = E_{\lambda_0} + \mathcal{E}_\lambda$ . Энергию квазичастицы, соответствующей основному состоянию, можно извлечь из энергий связи ядер<sup>73</sup>

$$E_{\lambda_0} = \mathcal{E}(N+1) - \mathcal{E}(N) - \mu(N), \quad \mu(N) = \frac{1}{2} [\mathcal{E}(N+2) - \mathcal{E}(N)].$$

В расчетах лучше использовать в качестве  $\mu(N)$  величину, усредненную по соседним ядрам с  $\Delta N = 2$ .

Таким образом, из каждой полосы нечетного ядра можно извлечь два квазичастичных терма. Выражения (20) содержат энергию четного и нечетного ядер. Поэтому при сравнении экспериментальных и теоретических энергий одноквазичастичных возбуждений надо помнить, что эти ядра могут иметь различные значения коллективных параметров: деформации, спаривания и т. д. Если этим различием пренебречь, то одноквазичастичные возбуждения в четном и нечетном ядрах совпадают.

Многоквазичастичные возбуждения естественно рассматривать в первом приближении как суперпозицию невзаимодействующих квазичастиц. Они извлекаются из вращательных полос четного или нечетного ядер, смотря по тому, четно или нечетно число квазичастиц. Так, энергия двухквазичастичного возбуждения определяется из выражения

$$E_{2qp} = \mathcal{E}'(\Omega) - \mathcal{E}'_{gs}(\Omega), \quad (21)$$

где  $\mathcal{E}'$  находится из энергий уровней в СП с определенной четностью спина  $I$ .

Как заметил О. Бор<sup>56</sup>, из эксперимента можно извлечь угловой момент квазичастичного возбуждения в направлении оси вращения ядра

$$\langle j_{x'} \rangle = R_{x'}(\Omega) - R_{x'gs}(\Omega). \quad (22)$$

Здесь  $R_{x'}$  — проекция углового момента ядра на ось вращения для полосы, основанной на квазичастичном возбуждении, а  $R_{x'gs}$  — та же величина для полосы основного состояния четно-четного ядра.

Для сравнения теоретических значений квазичастичных термов, вычисляемых в модели изолированного  $j$ -уровня, с экспериментальными, необходимо знать величины  $\Delta_0$ ,  $\epsilon_F$ ,  $\beta_2$  и  $\beta_4$ . Это параметры модели, определяемые из эксперимента. Энергия парной корреляции  $\Delta_0$  в основном состоянии определяется из энергий связи ядер. В расчетах используется не энергия Ферми, а величина  $\epsilon_j$  (17), которая извлекается из энергии возбуждения  $E_\lambda$ :

$$\epsilon_j = -\delta K^2 + 4\delta' K^4 \pm \sqrt{E_\lambda^2 - \Delta_0^2}. \quad (23)$$

Знак плюс в этом выражении соответствует частичному, а знак минус — дырочному возбуждению. Если величина  $K$  не является хорошим квантовым числом возбуждения  $\lambda$ , то выражение (23) некорректно. В этом случае  $\epsilon_F$  можно грубо определить по заполнению одночастичных уровней (см. ядро  $Dy^{157}$ ). В расчетах используются экспериментальные значения параметров деформации. Если гексадекапольная деформация неизвестна, то берутся теоретические значения величин  $\beta_2$  и  $\beta_4$ . Таким образом, теория не содержит свободных параметров. Эффект блокировки и изменение деформации при переходе от четного ядра к нечетному не учитывались. Поэтому одноквазичастичные возбуждения приписываются четным ядрам.

От вида самосогласованного поля ядра зависит расщепление уровней подоболочки, определяемое величинами  $\delta$  и  $\delta'$  (17). Все расчеты производились в модели бесконечной прямоугольной потенциальной ямы. Энергия  $j$ -уровня в сферическом потенциале  $\epsilon_{njl}$ , входящая в  $\delta$  и  $\delta'$ , вычисляется по формулам (15). Заметим, что вклад спин-орбитального расщепления в величину  $\epsilon_{njl}$  не превышает 4%. Для потенциала Саксон — Вудса параметры  $\delta$  и  $\delta'$  в среднем на 30% меньше, чем для прямоугольной ямы.

#### г) Квазичастичные термы и структура деформированных ядер редкоземельных элементов

Сравнение экспериментальных и теоретических значений квазичастичных термов позволяет понять особенности структуры деформированных ядер. Проиллюстрируем это на примере нейтронных квазичастичных возбуждений в ядрах редкоземельных элементов.

Таблица I

Ядро	$\Delta_0$ , МэВ	$\beta_2$	$\beta_4$	Полоса
$Dy^{156}$	1,14	0,30	0 74	3/2 <sup>+</sup> , 235 кэВ, $Dy^{157}$
$Dy^{158}$	1,00	0,33	0 74	5/2 <sup>+</sup> [642], 178 кэВ, $Dy^{159}$
$Dy^{160}$	0,97	0,33	0 74	5/2 <sup>+</sup> [642], gs $Dy^{161}$
$Er^{162}$	1,06	0,32	0 74	5/2 <sup>+</sup> [642], 69 кэВ, $Fr^{163}$
$Er^{164}$	1,01	0,31	0 74	5/2 <sup>+</sup> [642], 47 кэВ, $Fr^{165}$
$Yb^{166}$	1,12	0,30	0 75	5/2 <sup>+</sup> [642], 30 кэВ $Yb^{167}$

Начнем с более или менее известных фактов. На рис. 10 представлены результаты сравнения теоретических (сплошные линии) и экспериментальных значений квазичастичных термов 5/2<sup>+</sup> [642] из подоболочки  $i_{13/2}$ . Исключение представляет ядро  $Dy^{156}$ , у которого возбуждение имеет  $K = 3/2$ . В табл. I приведены значения параметров, использовавшихся при расчете, и характеристика уровня основания вращательной полосы в соседнем нечетном ядре, служившей для определения энергий квази-

частиц. Из рис. 10 видно, что энергия низшего возбуждения  $E_{1e}$  в ядрах  $Dy^{156, 158}$  обращается в нуль.

Это прямое экспериментальное подтверждение того, что ядро является сверхпроводником малых размеров. На кривых этого рисунка воспроизводятся все особенности квазичастичных термов, указанные в п. а) настоящей главы. Заметим, что согласие теории с экспериментом для изотопов Dy хуже, чем для более тяжелых ядер. Меньший экспериментальный

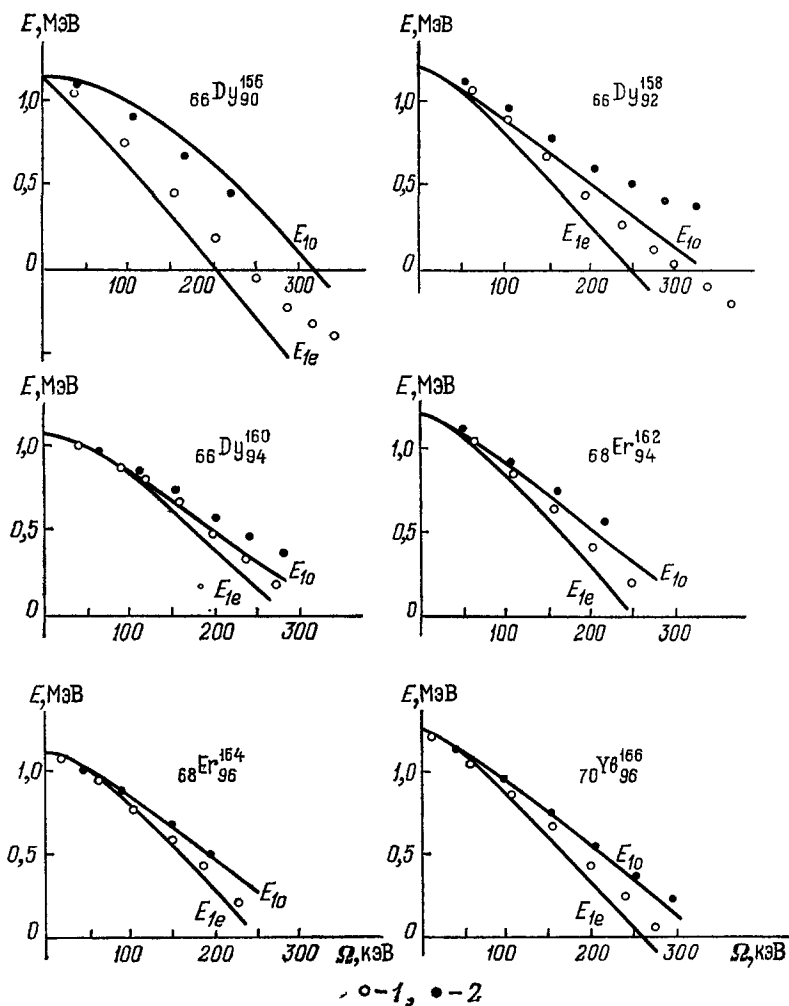


Рис. 10. Нейтронные одноквазичастичные термы  $5/2^+$  [642].

Экспериментальные точки определены из полосы нечетного ядра: 1 —  $I-1/2$  — четные, 2 —  $I-1/2$  — нечетные.

наклон квазичастичных термов можно объяснить примесью к состояниям подоболочки  $i_{13/2}$  из оболочек с  $N=6$  состояний подоболочки  $d_{3/2}$  из оболочек с  $N=4$ .

Проекция углового момента квазичастичных возбуждений на ось вращения для этих ядер, определенная согласно выражению (22), составляет 40—50 % от величины  $j$  и больше для  $\mathcal{R}$ -четных возбуждений. Теоретические значения этой величины, вычисленные по формуле (12), находятся в хорошем согласии с экспериментом.



Одночастичное состояние  $7/2^+ [633]$  наблюдается у более тяжелых ядер редкоземельных элементов (рис. 11). Если теоретические кривые

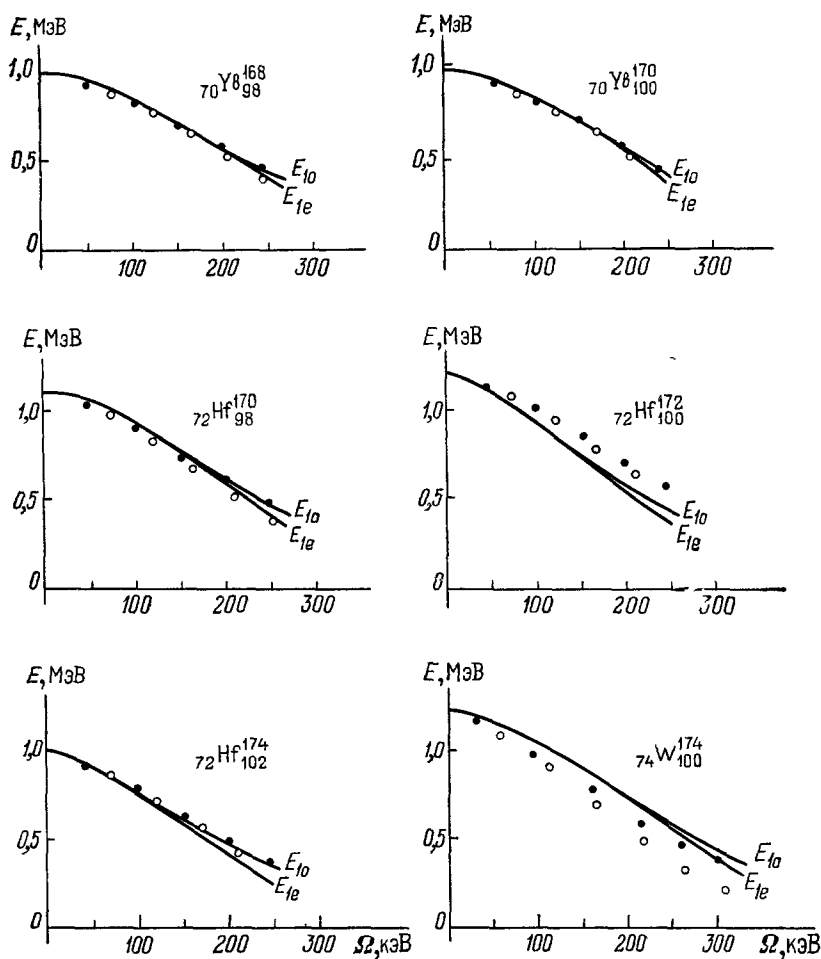


Рис. 11. Нейтронные одноквазичастичные термы  $7/2^+ [633]$ .

Обозначения как на рис. 10.

рассчитывать, как для возбуждений с  $K = 5/2$ , полагая  $\beta_4 = 0$ , то они будут расположены выше экспериментальных точек. Это расхождение обусловлено отрицательной гексадекапольной деформацией (табл. II).

Таблица II

Ядро	$\Delta_0$ , МэВ	$\beta_2$	$\beta_4$	Полоса
Yb <sup>168</sup>	0,95	0,26	0 <sup>76</sup>	7/2 <sup>+</sup> [633], gs, Yb <sup>169</sup>
Yb <sup>170</sup>	0,81	0,26	-0,02 <sup>76</sup>	7/2 <sup>+</sup> [633], 95 кэВ, Yb <sup>171</sup>
Hf <sup>170</sup>	1,02	0,28	-0,01 <sup>77</sup>	7/2 <sup>+</sup> [633], gs Hf <sup>171</sup>
Hf <sup>172</sup>	0,94	0,29	-0,01 <sup>77</sup>	7/2 <sup>+</sup> [633], 197 кэВ, Hf <sup>173</sup>
Hf <sup>174</sup>	0,74	0,30	-0,02 <sup>77</sup>	7/2 <sup>+</sup> [633], 207 кэВ, Hf <sup>175</sup>
W <sup>174</sup>	0,92	0,25	-0,02 <sup>78</sup>	7/2 <sup>+</sup> [633], 235 кэВ, W <sup>175</sup>

Гексадекапольная деформация ядер редкоземельных элементов положительна в начале области, обращается в нуль для изотопов  $\text{Er}$ ,  $\text{Yb}$  и становится отрицательной в конце области. Отрицательная гексадекапольная деформация изменяет расщепление  $j$ -уровня, уменьшая энергию состояний с не слишком большими  $m$ . При этом величина энергии расщепления подболочки практически не меняется. Поэтому вклад состояний с малыми  $m$  в энергию низшего квазичастичного возбуждения увеличивается.

Еще большая гексадекапольная деформация у ядер, в которых наблюдается состояние  $9/2^+$  [624]. Поэтому наклон квазичастичных термов и их расщепление не очень сильно отличается от случая  $K = 7/2$ .

В ядрах  $\text{Hf}^{172, 176}$  и  $\text{W}^{174, 178, 180}$  имеется заметное расхождение теории и эксперимента. Первое и самое простое объяснение этого расхождения состоит в том, что в расчетах использованы неправильные значения параметров деформации. Экспериментальная величина гексадекапольной деформации для этих ядер неизвестна, поэтому пришлось воспользоваться теоретическими значениями параметров  $\beta_2$  и  $\beta_4$  из работ <sup>77, 78</sup>. Второе объяснение более интересное. Оно состоит в том, что деформация четного и нечетного ядер различна \*). Проверка этой гипотезы чрезвычайно проста. Надо сравнить сумму квазичастичных возбуждений  $1e$  и  $1o$  с двухквазичастичным возбуждением  $E_{1e} + E_{1o}$ , извлеченным из СП в четно-четном ядре. Если эти экспериментальные величины не совпадают, значит, нечетная частица изменяет деформацию ядра. Еще большее расхождение теории и эксперимента для квазичастичного термина  $11/2^+$  [615] в ядре  $\text{Os}^{186}$ .

Результаты расчета равновесной деформации указанных выше ядер, выполненные в работах <sup>77, 78</sup>, показывают, что изотопы  $\text{Hf}^{172, 176}$  являются хорошо деформированными ядрами. Изотопы  $\text{W}^{178, 180}$  расположены ближе к переходной области. Наконец, ядра  $\text{W}^{174}$  и  $\text{Os}^{186}$  являются мягкими относительно квадрупольной деформации. По-видимому, понятие статической деформации для этих ядер лишено смысла.

На рис. 12 представлены двухквазичастичные возбуждения в ядрах, для которых СП хорошо известны. При определении энергий квазичастиц по формуле (21) — на взаимодействие полос вводилась поправка так, чтобы экспериментальные точки соответствовали невзаимодействующим полосам. Для сравнения на том же рисунке приведены низшие одноквазичастичные возбуждения.

Существует еще один тип полос, из которых можно извлечь двухквазичастичные возбуждения. Это полосы отрицательной четности с четной или нечетной последовательностью спинов, обнаруженные как в деформированных, так и в переходных ядрах. В ядрах редкоземельных элементов основанием таких полос могут служить двухквазичастичные возбуждения из подболочек с разной пространственной четностью  $i_{13/2}$  и  $h_{9/2}$  (или  $f_{7/2}$ ) для нейтронов и  $h_{9/2}$  и  $d_{5/2}$  для протонов. Возможно альтернативное описание этих вращательных состояний, как октупольных полос. Для легких ядер редкоземельных элементов октупольные вибрации с  $K = 1, 2, 3$  лежат значительно выше вибраций с  $K = 0$ . Это обстоятельство может объяснить преимущественное заселение в этих ядрах полос отрицательной четности с нечетной последовательностью спинов.

Квазичастичные термы позволяют разобраться в природе полос отрицательной четности. Так, например, в ядрах  $\text{Dy}^{156}$  и  $\text{Er}^{162}$  рассчитанные теоретически двухквазичастичные термы из ближайших нейтронных

\*) Различие в величине  $\Delta_0$  для четных и нечетных ядер мало и не может объяснить расхождение, так как квазичастичные термы слабо зависят от энергии спаривания.

подоболочек  $i_{13/2}$  и  $h_{9/2}$  имеют значительно больший наклон, чем экспериментальные. Следовательно, эти полосы основаны на коллективном возбуждении. Средний момент такого возбуждения значительно меньше  $j_F$ , что приводит к слабой зависимости энергии возбуждения от  $\Omega$ . Совершенно другая картина наблюдается в ядре  $\text{Er}^{156}$ , в котором обнаружены две

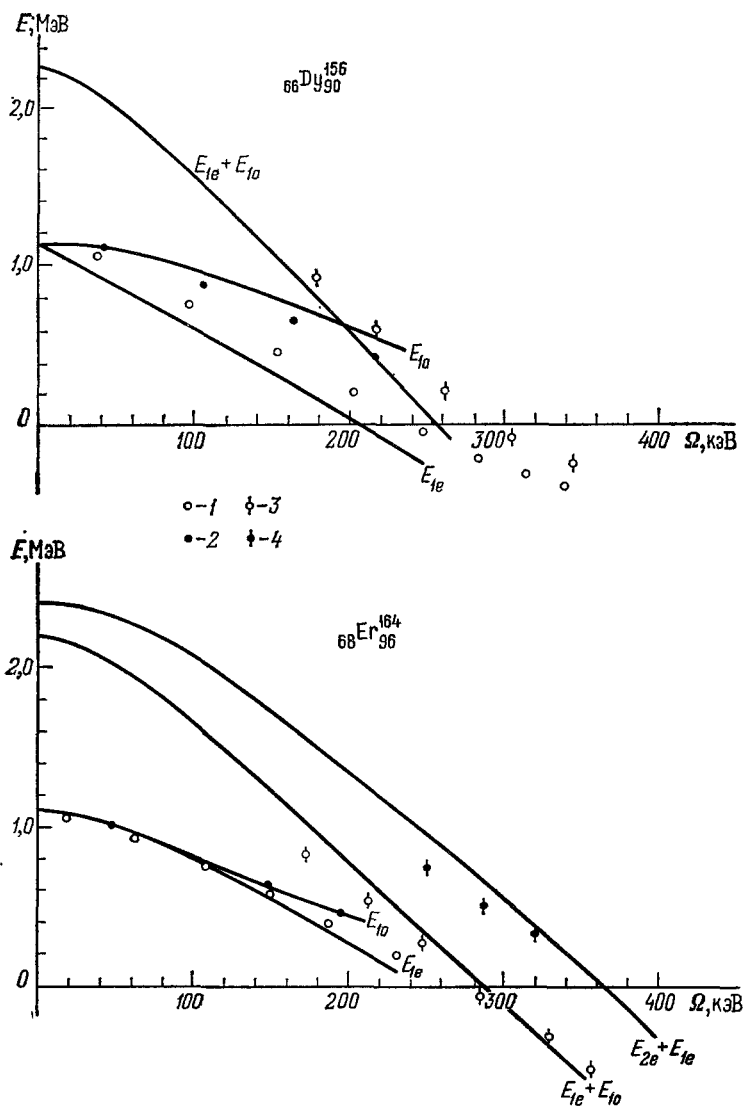


Рис. 12. Нейтронные двухквазичастичные возбуждения в ядрах  $\text{Dy}^{156}$  и  $\text{Er}^{164}$ . Экспериментальные точки определены из полос: а) в нечетном ядре: 1 —  $I - 1/2$  — четные, 2 —  $I - 1/2$  — нечетные; б) в четном ядре: 3 — низшая СП,  $I$  — четные, 4 — СП с нечетными  $I$ .

полосы с нечетными спинами и  $\pi = \pm 1$ . Соответствующие квазичастичные термы близки к нейтронным двухквазичастичным возбуждениям из подоболочки  $i_{13/2}$  и подоболочек  $i_{13/2}$  ( $\pi = +1$ ) и  $h_{9/2}$  ( $\pi = -1$ ). На квазичастичную природу полосы отрицательной четности в  $\text{Er}^{156}$  указывают расчеты Фогеля <sup>79</sup>.

## 5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В течение шести лет с 1971 г., когда впервые была обнаружена аномалия вращательного спектра в ядре  $Dy^{160}$ , и до 1977 г., когда был открыт второй backbending в полосе основного состояния  $Er^{158}$ , внимание большинства физиков-ядерщиков было обращено к вращательным возбуждениям в атомных ядрах. Исходная гипотеза о фазовом переходе, с которой началось исследование высокоспиновых вращательных уровней, была отвергнута и заменена гипотезой Стефенса — Саймона о существовании в четных ядрах особых квазичастичных возбуждений, момент которых направлен вдоль оси вращения ядра.

Эта полуколичественная теория широко использовалась экспериментаторами. С другой стороны, теоретики искали решения уравнений ХФБ, соответствующие модели Стефенса — Саймона. Такие решения впервые были найдены Мангом и Рингом с помощью численного интегрирования этих уравнений. В дальнейшем удалось получить аналитическое решение. Оказалось, что модель Стефенса — Саймона является предельным случаем сильного выстраивания углового момента квазичастичного возбуждения. К настоящему времени это направление (существуют и другие объяснения вращательной аномалии с помощью теории катастроф<sup>80</sup> или фазового перехода к более симметричной схеме связи углового момента квазичастицы<sup>81</sup>) позволило разобраться в главных чертах явления. Однако остался нерешенным ряд вопросов, на которые следует обратить внимание:

1) непонятна причина отклонений от общей картины в некоторых полосах нечетных ядер, описанных в п. б) гл. 4. Если эти отклонения связаны с изменением деформации или других коллективных параметров ядра в возбужденном состоянии, то аномалии могут помочь исследованию этого явления;

2) непонятна причина появления второго обратного загиба для функции  $\mathcal{Z}(\Omega^2)$ ;

3) аномалии вращательных полос не обнаружены в актинидах, хотя в этих ядрах начинает заполняться подболочка  $j_{15/2}$ . В этой области необходима новая экспериментальная техника для возбуждения вращательных полос.

До сих пор не существует количественной теории S-образной зависимости момента инерции и критерия ее существования. Современная теория не в состоянии описать вероятности переходов между высокоспиновыми состояниями в полосе и между полосами. Природа вращательных аномалий в переходных ядрах понятна еще в меньшей степени. Из-за мягкости этих ядер вращательное и квазичастичное возбуждения сопровождаются другими коллективными явлениями. Наконец, открытым остается вопрос, с которого началось исследование вращательных аномалий: существует ли фазовый переход из сверхтекучего состояния в нормальное во вращательной полосе деформированных ядер?

Институт атомной энергии  
им. И. В. Курчатова

## ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Бор О. — УФН, 1976, т. 120, с. 543. — Нобелевская лекция по физике.
2. Morinaga H., Gugelot P. C. — Nucl. Phys., 1963, v. 46, p. 210.
3. Stephens F. S., Lark N. L., Diamond R. M. — Phys. Rev. Lett., 1964, v. 12, p. 225.
4. Ward D., Stephens F. S., Newton J. O., — Ibid., 1967, v. 19, p. 1247.
5. Haas B., Ward D., Andrews H. R., Häusser O., Horn D. — In: Intern. Conference on Nuclear Interactions. Canberra, 1978.

6. Khoo T. L., Smither R. K., Haas B., Häusser O., Andrews H. R., Horn D., Ward D.— *Phys. Rev. Lett.*, 1978, v. 41, p. 1027.
7. Zolnowski D. R., Yamada H., Cala S. E., Kahler A. C., Sugihara T. T.— *Ibid.*, p. 92.
8. Lieder R. M., Ryde H.— In: *Advances in Nuclear Physics*/Ed. M. Baranger, E. Vogt— N. Y., 1978.— V. 10, p. 1.
9. Ward D., Andrews H. R., Häusser O., El-Masri Y., Aléonard M. M., Yang-Lee I., Diamond R. M., Stephens F. S., Butler P. A.— *Nucl. Phys. Ser. A*, 1979, v. 332, p. 433.
10. Johnson A., Ryde H., Sztarkie J.— *Phys. Lett., Ser. B*, 1971, v. 34, p. 605.
11. Johnson A., Ryde H., Hjorth S. A.— *Nucl. Phys. Ser. A*, 1972, v. 179, p. 753.
12. Szanto E. M., Szanto de Toledo A., Klapdor H.— *Phys. Rev. Lett.*, 1979, v. 42, p. 622.
13. Sayer R. O., Smith J. S., Milner W. T.— *Atomic Data and Nuclear Data Tables*, 1975, v. 15, p. 85.
14. Herzberg G., *Molecular Spectra and Molecular Structure. V. 1.*— N. Y., 1939.
15. Gerö L., Schmid R.— *Zs. Phys.*, 1943, v. 121, p. 459.
16. Seiler-Clark G., Husar D., Novotny R., Gräf H., Pelte D.— *Phys. Lett. Ser. B*, 1979, v. 80, p. 345.
17. Dehnhardt W., Mills S. J., Müller-Veggian M., Neumann U., Pelte D., Poggi G., Povh B., Taras P.— *Nucl. Phys. Ser. A*, 1974, v. 225, p. 1.
18. Павличенков И. М.— *Phys. Lett. Ser. B*, 1974, v. 53, p. 35.
19. Belyaev S. T. *Mat. Fys. Medd. Dan. Vid. Selsk.*, 1959, v. 31, p. 11. Мигдал А. Б.— *ЖЭТФ*, 1959, т. 37, с. 249.
20. Гринь Ю. Т., Павличенков И. М.— *ЖЭТФ*, 1962, т. 43, с. 465. Павличенков И. М.— *Nucl. Phys.*, 1964, v. 55, p. 225.
21. Marshalek E. R.— *Phys. Rev.*, 1965, v. 139, p. 770. 1965, v. 158, p. 993.
22. Зелевинский В. Г., Штокман М. И.— *Изв. АН СССР. Сер. физ.*, 1972, т. 34, с. 2577; *Препринт ИЯФ СО АН СССР 88-73.*— Новосибирск, 1973; *Препринт ИЯФ СО АН СССР [74-63.*— Новосибирск, 1974. Штокман М. И.— *ЯФ*, 1975, т. 22, с. 479.
23. Karadjov D., Mikhailov I. N., Nadjakov E., Piperova J.— *Nucl. Phys. Ser. A*, 1978, v. 305, p. 78, 93.
24. Mottelson B. R., Valatin J. G.— *Phys. Rev. Lett.*, 1960, v. 5, p. 511.
25. Chan K. Y., Valatin J. G.— *Phys. Lett.*, 1964, v. 11, p. 304.
26. Krumlinde J.— *Nucl. Phys. Ser. A*, 1971, v. 160, p. 471.
27. Grosse E., Stephens F. S., Diamond R. M.— *Phys. Rev. Lett.*, 1973, v. 31, p. 840; 1974, v. 32, p. 74.
28. Walker P. M., Dracoulis G. D., Johnston A., Leigh J. R., Slocombe M. G., Wright I. F.— *J. Phys. Ser. G*, 1978, v. 4, p. 1655.
29. Bernthal F., Back B. B., Bakander O., Borggreen J., Pedersen J., Sletten G., Beuscher H., Haenni D., Lieder R.— *Phys. Lett. Ser. B*, 1978, v. 74, p. 211.
30. Neskakis A., Lieder R. M., Müller-Veggian M., Beuscher H., Davidson W. F., Mayer-Böricke C.— *Nucl. Phys. Ser. A*, 1976, v. 261, p. 189.
31. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. *Квантовая механика. Нерелятивистская теория.*— М.: Физматгиз, 1963.— § 84.
32. Vogel P.— *Phys. Lett. Ser. B*, 1970, v. 33, p. 400.
33. Stephens F. S., Diamond R. M., Nilsson S. G.— *Ibid*, 1973, v. 44, p. 429.
34. Stephens F. S.— *Rev. Mod. Phys.*, 1975, v. 47, p. 43.
35. Базант М. И., Пятов Н. И., Черней М. И.— *Физ. пробл. ЭЧАЯ*, 1973, т. 4, с. 941.
36. Meyer-ter-Vehn J.— *Nucl. Phys. Ser. A*, 1975, v. 249, p. 111, 141.
37. Toki H., Faessler A.— *Nucl. Phys. Ser. A*, 1975, v. 253, p. 231.
38. Stephens F. S., Simon R. S.— *Ibid.*, 1972, v. 183, p. 257.
39. Inglis D. R.— *Phys. Rev.*, 1954, v. 96, p. 1059.
40. Беляев С. Т., Зелевинский В. Г.— *ЯФ*, 1972, т. 16, с. 1195; т. 17, с. 525.
41. Беляев С. Т. *Структура ядра: Лекции на Международной школе по структуре ядра.* Алушта, 1972.— Дубна, ОИЯИ, 1972.— с. 491.
42. Боголюбов Н. Н.— *УФН*, 1959, т. 67, с. 549.
43. Абрикосов А. А., Горьков Л. П., Дзялошинский И. Е. *Методы квантовой теории поля в статистической физике.*— М.: Физматгиз, 1962.— с. 395.

44. Goodman A. L.— Nucl. Phys. Ser. A, 1974, v. 230, p. 466.
45. Павличенков И. М. Препринт ИАЭ-2319.— Москва, 1973.
46. Krumlinde J., Szymanski Z.— Nucl. Phys. Ser. A, 1973, v. 215, p. 366.
47. Chu S. Y., Marshalek E. R., Ring P., Krumlinde J., Rasmussen J. O.— Phys. Rev. Ser. C, 1975, v. 12, p. 1017.
48. Banerjee B., Ring P., Mang H. J.— Nucl. Phys. Ser. A, 1973, v. 215, p. 366; 1974, v. 221, p. 564.
49. Goodman A. L.— Ibid., 1976, v. 265, p. 113.
50. Faessler A., Sandhya Devi K. R., Grümmer F., Schmid K. W., Hilton R. R.— Ibid., 1976, v. 256, p. 106.
51. Fleckner J., Mosel U., Ring P., Mang H. J.— Ibid., 1979, v. 331, p. 288.
52. Ларкин А. И.— ЖЭТФ, 1965, т. 48, с. 232.
53. Goswami A., Lin L., Struble G.— Phys. Lett. Ser. B, 1967, v. 25, p. 451. Grin' Yu. T.— Phys. Lett. Ser. B, 1974, v. 52, p. 135.
54. Павличенков И. М.— ЖЭТФ, 1978, т. 75, с. 1972.
55. Boyer C. P., Kalnins E. G., Miller W. J.— J. Math. Phys., 1975, v. 16, p. 512.
- Павличенков И. М. Препринт ИАЭ-279.— Москва, 1977.
56. Bohr A., Mottelson B. Preprint, Nordita 77/38. 1977.
57. Bengtsson B., Frauendorf S.— Nucl. Phys. Ser. A, 1979, v. 327, p. 139.
58. De Boer F. W., Koldewijn P., Beetz R., Maarleveld J. L., Konijn J., Janssens R., Vervier J.— Nucl. Phys. Ser. A, 1977, v. 290, p. 173.
59. Khoo T. L., Bernthal F. M., Boyno J. S., Warner R. A.— Phys. Rev. Lett., 1973, v. 31, p. 1146.
60. Johnson N. R., Cline D., Yates S. W., Stephens F. S., Riedinger L. L., Ronningen R. M.— Phys. Rev. Lett., 1978, v. 40, p. 151.
61. Lee I. Y., Alenard M. M., Deleplanque M. A., El-Masri Y., Newton J. O., Simon R. S., Diamond R. M., Stephens F. S.— Ibid., 1977, v. 38, p. 1454.
62. Beck F. A., Bozek E., Byrski T., Gehringer C., Merdinger J. C., Schutz Y., Styczen J., Vivien J. P.— Ibid., 1979, v. 42, p. 493.
63. Dracoulis C. D.— Phys. Rev. Ser. C, 1978, v. 19, p. 1568.
64. Richter L.— Zs. Phys. Ser. A, 1979, Bd. 290, S. 213.
65. Foin C., Barnéoud D.— Phys. Rev. Lett., 1974, v. 33, p. 1049.
66. Foin C., Andre S., Barnéoud D.— Phys. Rev. Lett., 1975, v. 35, p. 1697.
67. André S., Genevey-Rivier J., Treherne J., Jastrzebski J., Kaczarowski R., Lukasiak J.— Ibid., 1977, v. 38, p. 327.
68. Hamamoto I.— Nucl. Phys. Ser. A, 1976, v. 271, p. 15.
69. Marshalek E. R., Goodman A. L.— Ibid., 1978, v. 294, p. 92.
70. Grümmer F., Schmid K. W., Faessler A.— Nucl. Phys. Ser. A, 1978, v. 306, p. 134, v. 308, p. 77.
71. Goodman A. L.— Ibid., 1979, v. 325, p. 171.
72. Bengtsson B., Hamamoto I., Mottelson B.— Phys. Lett. Ser. B, 1978, v. 73, p. 259.
73. Гринь Ю. Т., Дроздов С. И., Зарецкий Д. Ф.— ЖЭТФ, 1960, т. 38, с. 222.
74. Stelson P. H., Grodzins L.— Nucl. Data Ser. A, 1965, v. 1, p. 1.
75. Bochev B., Iliev S., Kalpachieva R., Karamian S. A., Kutsarova T., Nadjakov E., Venkova Ts.— Nucl. Phys. Ser. A, 1978, v. 282, p. 159.
76. Григорьев В. П., Соловьев В. Г. Структура четных деформированных ядер.— М.: Наука, 1975.
77. Götz U., Pauli H. C., Alder K., Junker J.— Nucl. Phys. Ser. A, 1972, v. 192, p. 1.
78. Ragnarsson I., Sobiczewski A., Sheline R. K., Larsson S. E., Nerlo-Pomorska B.— Nucl. Phys. Ser. A, 1974, v. 233, p. 329.
79. Vogel P.— Phys. Lett. Ser. B, 1976, v. 60, p. 431.
80. Källman C.-G.— Phys. Scr., 1976, v. 14, p. 197.
81. Носов В. Г., Камчатнов А. М.— ЖЭТФ, 1977, т. 73, с. 785.