1981 г. Октябрь Том 135, вып. 2

УСПЕХИ ФИЗИЧЕСКИХ НАУК

621 378 325

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ЭЛЕКТРОНОВ С ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫМ ПОЛЕМ В ЛАЗЕРАХ НА СВОБОДНЫХ ЭЛЕКТРОНАХ

М. В. Федоров

СОДЕРЖАНИЕ

1. ВВЕДЕНИЕ

Лазеры на свободных электронах (ЛСЭ) привлекают в последнее время весьма значительное внимание. Связано это, по-видимому, с первыми успехами в экспериментах по ЛСЭ и с надеждами на создание на этом пути источников излучения, перестраиваемых в широком диапазоне частот — вплоть до ультрафиолетового и мягкого рентгеновского диапазонов. Число работ по ЛСЭ, публикуемых в настоящее время, весьма велико. В основном это работы теоретического характера. Число экспериментов по ЛСЭ значительно меньше, и основные результаты существующих экспериментальных работ будут описаны ниже. Что касается теоретических исследований ЛСЭ, то, как правило, они направлены либо на выдвижение тех или иных предложений о модификации известных схем, об использовании новых принципов усиления и т. п., либо на выяснение физической природы процессов в ЛСЭ.

Используемые теоретические методы весьма многообразны. Теория ЛСЭ строится как на основе классического, так и квантового подходов, с использованием результатов численного решения уравнений и с помощью аналитических методов, в приближениях слабого и сильного полей, на основе одночастичного описания электронов и исходя из теории физики плазмы и т. д. Ввиду разнообразия используемых методов и подходов представляется целесообразным сделать попытку в какой-то мере суммировать идеи, лежащие в основе ЛСЭ, и дать единое теоретическое описание физики процессов, приводящих к усилению и насыщению в ЛСЭ. Именно этим задачам и посвящена настоящая работа, которую представляется целесообразным начать с описания существующих экспериментов.

Одна из наиболее популярных схем ЛСЭ — это лазер на релятивистских электронах, распространяющихся вдоль оси ондулятора (Oz), поле которого стационарно и периодически зависит от продольной координаты z. Спонтанное излучение электронов в ондуляторе рассматривалось еще в 1947 г. Гинзбургом [1] и в 1951 г. Мотцем [2]. Впоследствии это явление неоднократно наблюдалось экспериментально, и оно широко исследовано теоретически, что отражено, например, в обзорной статье [3]. Вынужденное ондуляторное излучение (или поглощение) возникает в том случае, когда параллельно электронному пучку вдоль оси ондулятора распространяется внешняя электромагнитная волна, которая может усиливаться или поглощаться. В нерелятивистском диапазоне энергий приборы, основанные на вынужденном ондуляторном излучении, известны как убитроны, и они относятся, по-видимому, к числу наиболее мощных источников излучения сантиметрового и миллиметрового диапазона длин волн [4, 5].

Переход к релятивистским энергиям электронов безусловно связан с некоторыми качественно новыми особенностями вынужденного ондуляторного излучения и, прежде всего, с возможностью значительного

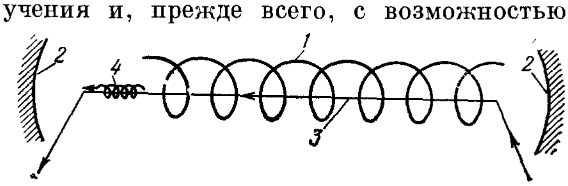

Рис. 1. Схема эксперимента [8].
1 — спиральный магнит, *2* — зеркала, *3* — электронный пучок, *4* — усиливаемая волна.

увеличения частоты генерации по сравнению с убитроном. Одним из первых экспериментов по вынужденному ондуляторному излучению на релятивистских электронах была работа [6]. Однако энергия электронного пучка, использованного в этой работе, была не слишком велика ($\sim$700 кэВ). Согласно интерпретации авторов работы [6], в ней наблюдалось усиление волны, распространяющейся навстречу пучку, в то время как в ультрарелятивистском случае наиболее интенсивным является излучение релятивистского электрона вперед, и именно при этом возможно получение высокой частоты генерации. Усиление в [6] осуществлялось при однократном прохождении излучения через ондулятор.

Усиление пробной волны в релятивистском ондуляторе при энергии электронов $\varepsilon = 24$ МэВ и частоте излучения $\omega = 2\cdot 10^{14}$ с$^{-1}$ ($\lambda = 10{,}6$ мкм) наблюдалось в работе [7]. В следующей работе этой же группы [8] при близких условиях была зарегистрирована генерация, то есть был создан первый лазер на свободных электронах. Схема эксперимента [8] приведена на рис. 1. Энергия электронов в пучке составляла 43 МэВ. Как электронный пучок, так и усиливаемая электромагнитная волна представляли собой последовательность импульсов длительностью $\sim 3\cdot 10^{-12}$ с (длина цуга $\sim 10^{-1}$ см). Процесс генерации состоял в усилении цуга электромагнитного излучения в области локализации электронного сгустка за время его прохождения через ондулятор. Благодаря зеркалам цуг электромагнитного излучения удерживался в резонаторе до прихода следующего электронного сгустка, который подходил ко входу в ондулятор одновременно с электромагнитным импульсом, после чего усиление повторялось.

Плотность электронов в пучке, оцененная по величине тока $J_{\max} = 2{,}6$ А [8], при диаметре пучка $d \sim 0{,}3$ см, составляет $N_e = 5\cdot 10^{10}$ см$^{-3}$. Период магнита в [8] был равен $\lambda_0 = 3{,}2$ см при общей его длине $L = 5$ м и напряженности спирального магнитного поля $B_0 = 2{,}4\cdot 10^3$ Гс.

Частота генерации в [8] была равна $\omega = 5{,}5\cdot 10^{14}$ с$^{-1}$ ($\lambda = 3{,}4\cdot 10^{-4}$ см$^{-1}$). Максимальная мощность излучения вне резонатора была равна 7 кВт, а внутри — 500 кВт. Это позволяет оценить напряженность поля в ондуляторе: при поперечном размере каустики $d \sim 0{,}3$ см, $E_0 \sim 3\cdot 10^4$ В/см.

В работе [9] было сообщено о создании ЛСЭ несколько иного типа. В этом эксперименте энергия электронов была значительно ниже, чем в [8], $\varepsilon = 1{,}2$ МэВ, но величина тока была значительно больше, $I = 25$ кА. Генерация осуществлялась на длине волны $\lambda = 0{,}5$ мм при шаге периодичности $\lambda_0 = 8$ мм. Мощность излучения, достигавшая в эксперименте [9] величины $P = 1$ МВт, значительно выше выходной мощности в ЛСЭ [8].

Механизм генерации, согласно интерпретации авторов работы [9], состоял в индуцированном комбинационном рассеянии эквивалентных фотонов, соответствующих периодическому магнитному полю, на продольных плазменных колебаниях плазмы плотного электронного пучка с испусканием фотонов генерируемого излучения.

Эксперимент близкого типа был описан в работе [10], в которой вместо ондулятора использовалась мощная волна накачки, распространявшаяся навстречу электронному пучку. Механизмом излучения было, по-видимому, вынужденное комбинационное рассеяние накачки на плазменных волнах пучка. Энергия электронов в [10] была невелика ($\sim$600 кэВ) при сравнительно большой величине тока $J = 4{,}2$ кА. Ввиду малости энергии преобразование частоты накачки в [10] было небольшим — частота увеличивалась примерно в 3 раза.

Термин ЛСЭ в настоящем обзоре используется, как правило, в узком смысле слова для обозначения лазеров на ондуляторе. Следует отметить, что существует и много других идей об использовании электронных пучков для создания лазеров на свободно-свободных переходах, которые иногда также включаются в понятие ЛСЭ. Некоторые из предложений такого рода — это: а) комптоновский лазер [11], в котором электрон и усиливаемая волна взаимодействуют не с магнитным полем ондулятора, а с волной накачки, распространяющейся навстречу электронному пучку (см. гл. 6), б) лазеры, основанные на эффекте Черенкова при распространении электронов в волноводе, заполненном диэлектрической средой [12–14], в) лазеры, основанные на эффекте Смита — Парселла [15, 16], т. е. на генерации при распространении электронов над поверхностью дифракционной решетки, г) лазеры, основанные на распространении электронов в гофрированном волноводе [17, 18], и т. д. Не останавливаясь на деталях всех этих механизмов рассеяния электронов, подробно рассмотренных, например, в обзоре [19], отметим, что между ними существует очень большое сходство. Вообще, если иметь в виду рассеяние электронов на периодических структурах в поле усиливаемой волны, то, по-видимому, конкретный механизм реализации периодической структуры не играет большой роли. Поэтому, в частности, многие выводы, формулируемые ниже для ЛСЭ на ондуляторе, справедливы в действительности и для других механизмов рассеяния электронов на периодических структурах.

Гораздо большее значение, чем конкретный механизм рассеяния, имеет соотношение между плотностью пучка и энергией электронов.

Сравнение экспериментов [6, 9, 10] и [8] указывает на существование двух различных взаимно дополняющих тенденций в развитии ЛСЭ. Эксперименты первой группы направлены на использование сильноточных электронных пучков с целью получения большой мощности ЛСЭ при сравнительно низкой частоте генерации. Эксперимент [8], напротив, преследует цель продвижения в область высоких частот генерации за счет использования электронных пучков большой энергии, но сравнительно низкой плотности. Очевидны как преимущества, так и недостатки каждого из этих направлений. Очевидно также, что создание новых ЛСЭ как первого, так и второго типа представляет большой интерес как с физической точки зрения, так и для приложений.

Физическое различие между ЛСЭ на сильноточных низкоэнергетических и на слаботочных, но высокоэнергетических пучках состоит в том, что в первом случае существенную роль могут играть коллективные эффекты в плазме пучка, в то время как во втором случае взаимодействие электронов с полем имеет принципиально одночастичный характер. Отсюда следует и различие в теоретических подходах. Для построения теории ЛСЭ на плотных пучках необходимо использовать уравнения среды — уравнение Больцмана или уравнение Навье — Стокса [20–23]. С другой стороны, теория ЛСЭ типа [8] должна строиться на основе одночастичных уравнений движения электрона. В рамках этого приближения могут быть поняты как механизм усиления в ЛСЭ типа [8], так и характер протекающих в нем многофотонных переходов, физическая природа насыщения и сам характер усиления в режиме насыщения. Именно в такой постановке задачи (т. е. применительно к ЛСЭ типа [8]) ниже и рассматриваются сформулированные проблемы.

Количественный критерий того, при каких плотностях и энергиях необходимо учитывать коллективные эффекты, а при каких нет, в типичных условиях определяется параметром [24, 25] $\varkappa = \omega_b t \gamma^{-3/2}$, где $\omega_b = \sqrt{4\pi e^2 N_e/m}$ — плазменная частота пучка, t — время пролета электрона через ондулятор, $\gamma = \varepsilon/mc^2$ — релятивистский фактор. В системе покоя пучка этот параметр равен $\omega_b' t'$ (где штрихованные величины относятся к движущейся системе координат). Это значит, что плазменная частота ω_b', характеризующая максимальный инкремент развития неустойчивостей в плазме, сравнивается с обратным временем взаимодействия t'^{-1}. Следует отметить также, что характерное время развития процесса усиления в ЛСЭ может определяться не длиной ондулятора, а некоторыми другими факторами. При большом усилении в ЛСЭ эффективное время $t_{\text{эфф}}$ равно обратному инкременту нарастания поля в ЛСЭ $1/cg$, где g — коэффициент усиления на единицу длины. Наконец, как будет показано ниже в гл. 2,6, характер усиления существенно зависит от соотношения между числом периодов ондулятора $N = L/\lambda_0$ и разбросом электронов по энергиям в пучке, определяемым параметром $\zeta = N\Delta\varepsilon/\varepsilon$, где $\Delta\varepsilon$ — ширина функции распределения электронов $f(\varepsilon)$. При $\zeta < 1$ эффективное время взаимодействия $t_{\text{эфф}}$, входящее в определение параметра $\varkappa$, равно $t/\zeta = (\lambda_0/c)\,\varepsilon/\Delta\varepsilon$ [26]. С учетом всех рассмотренных возможностей параметр $\varkappa$, разделяющий области одночастичного и коллективного взаимодействия с электронами, может быть представлен в виде

$$\varkappa = \omega_B \gamma^{-3/2} \min\left\{t, \frac{1}{cg}, \frac{\lambda_0}{c}\frac{\varepsilon}{\Delta\varepsilon}\right\}.$$

Если параметр $\varkappa$ велик, $\varkappa > 1$, то коллективные эффекты в плазме пучка могут играть существенную роль, и механизмом усиления является вынужденное комбинационное рассеяние фотонов, эквивалентных магнитному полю ондулятора (см. гл. 2) или волны накачки на плазменных колебаниях пучка. По этим причинам приборы, относящиеся к области $\varkappa > 1$, не являются лазерами на свободных электронах в строгом смысле слова (как по частотному диапазону, так и по коллективному характеру усиления). Такие приборы во многих отношениях близки к циклотронным мазерам [27], основанным на использовании циклотронной неустойчивости в электронной плазме.

Напротив, при $\varkappa < 1$ в принципе возможно достижение высокой частоты генерации, и усиление осуществляется по механизму одночастичного рассеяния свободных электронов. Оба эти критерия указывают на то, что именно приборы, относящиеся к области $\varkappa < 1$, в наибольшей мере заслуживают наименования «лазеры на свободных электронах».

Критерий $\varkappa < 1$ выполняется практически всегда при больших энергиях электронов, когда $\gamma \gg 1$. В частности, этот критерий хорошо выполняется и в условиях эксперимента [8].

Наиболее близкая аналогия существует между ЛСЭ на ондуляторе и комптоновским лазером (см. ниже гл. 6). В связи с этим, по-видимому, первой теоретической работой по лазерам на релятивистских свободных электронах следует считать статью Пантелла и др. [11], в которой была сформулирована идея об использовании вынужденного комптоновского рассеяния для создания лазера и при некоторых условиях во втором порядке квантовой теории возмущений был оценен коэффициент усиления.

Следующим шагом в теории ЛСЭ явились работы Мэйди [28, 29], в которых был использован метод эквивалентных фотонов по отношению к магнитному полю ондулятора (см. гл. 2). В этих работах были получены выражения для частоты генерации и в случае гауссового распределения электронов по энергии и эквивалентных фотонов по частоте был найден коэффициент усиления в слабом поле.

Рассмотрение индуцированного излучения релятивистского электрона в ондуляторе, основанное на классических уравнениях движения, по-видимому, впервые было дано в работе [30].

Результаты, близкие или эквивалентные результатам работ Мэйди [28, 29], впоследствии получались заново очень многими авторами различными способами [31–37]. В большинстве этих работ [31, 34–37] используется чисто классическое описание движения электрона. Попытки построения квантовой теории содержатся в работах [32, 33, 38]. Прямое квантовомеханическое вычисление коэффициента усиления в ЛСЭ (в приближении слабого сигнала), в котором не используются переход в систему покоя пучка и метод эквивалентных фотонов и которое значительно проще, чем процедура, использованная Мэйди [28, 29], было дано в работах [39–41]. В работах [42–44] результаты линейной теории обобщаются на случай, когда не выполняется приближение заданного поля, т. е. усиление за один проход электронов через магнит не мало. Такая ситуация типична для лазеров на электронах малой энергии [6, 9, 10]. Однако уже при энергии электронов ~ 10—10^2 МэВ коэффициент усиления за один проход в реальных условиях не превышает нескольких процентов. Это позволяет при расчете коэффициента усиления в ЛСЭ за один проход использовать приближение заданного поля.

Эффекты нелинейности в ЛСЭ качественно обсуждались в работах [36, 37]. Работа [45], посвященная этому вопросу, по-видимому, ошибочна, так как в ней необоснованно обрывается цепочка уравнений. В работах [36, 43, 46–48] содержатся численные решения классических уравнений движения электрона в ондуляторе в сильном поле. В аналитическом виде описание многофотонных процессов и насыщения коэффициента усиления в ЛСЭ на основе квантовой теории было дано в работах [49, 50]. Впоследствии некоторые из результатов этих работ иным методом были получены заново и подтверждены в работах [51, 52]. В работах [53, 54] аналитические выражения для коэффициента усиления, найденные в [49, 50], были получены, исходя из классических уравнений движения электрона.

Заканчивая обзор литературы по ЛСЭ, следует отметить ряд работ, в которых содержатся предложения об оптимизации условий усиления в ЛСЭ. Увеличение коэффициента усиления может быть достигнуто за счет введения диэлектрической среды в ондулятор [55], за счет наложения дополнительного продольного магнитного поля [56], при использовании ондулятора с переменным шагом или (и) амплитудой напряженности поля B_0 [57–61]. В работе [62] была предложена двухступенчатая схема ондуляторно-комптоновского лазера, в котором сперва, как в обычном ЛСЭ, генерируется излучение промежуточной частоты, которое затем вновь рассеивается на том же электронном пучке, что приводит к усилению и генерации на высокой частоте. ЛСЭ, в которых используются два связанных ондулятора, обсуждались в работах [63, 64]. Один из возможных способов оптимизации коэффициента усиления в комптоновском лазере состоит в выборе наиболее выгодной геометрии эксперимента [65, 66] (см. ниже гл. 6). Некоторые практически важные оценки коэффициента усиления для реально существующих ускорителей были сделаны в работе [67].

Следует отметить, что число публикуемых работ по ЛСЭ очень быстро возрастает. Тенденции этого роста можно проследить, сопоставляя обзор литературы в настоящей статье с обзором [68]. В следующих параграфах настоящей работы основное внимание уделяется физической интерпретации усиления в ЛСЭ, физике многофотонных процессов и насыщения, усилению в комптоновском лазере. Все дальнейшее рассмотрение основано на одночастичном описании и поэтому относится к лазерам на электронах большой энергии, для которых $\gamma \gg 1$, $\varkappa \ll 1$. Противоположный случай, $\varkappa > 1$, рассматривался во многих цитированных выше оригинальных статьях, а также в работе обзорного характера [69].

2. ФИЗИЧЕСКАЯ ИНТЕРПРЕТАЦИЯ УСИЛЕНИЯ

Известно несколько подходов к интерпретации явлений в ЛСЭ. В работе Пантелла и др. [11] использованы результаты квантово-электродинамического расчета в низшем (втором) порядке теории возмущений. Подход, сформулированный Мэйли [28, 29], основан на аналогии процессов в ЛСЭ с вынужденным комптоновским (томсоновским) рассеянием на покоящемся электроне. Идея метода состоит в том, что осуществляется переход в систему центра инерции невозмущенного релятивистского пучка электронов. При этом потенциал магнитного поля, движущегося по отношению к покоящемуся электрону со скоростью, близкой к скорости света, преобразуется в выражение, близкое к потенциалу плоской волны с частотой $\Omega = q_0/\sqrt{1-v_0^2} = \gamma q_0$, где $q_0 = 2\pi/\lambda_0$, v_0 — скорость пучка электронов, $\gamma = \varepsilon/m$, ε, m — энергия и масса электрона, $\varepsilon \gg m$, $\hbar = c = 1$.

Это позволяет в системе центра инерции электрона заменить потенциал электромагнитного поля движущегося ондулятора потенциалом эквивалентной плоской волны частоты Ω. Частота усиливаемой электромагнитной волны в результате такого преобразования претерпевает доплеровский сдвиг и становится равной $\omega' = \omega\sqrt{(1-v_0)/(1+v_0)} \approx \approx \frac{\omega}{2}\sqrt{1-v_0^2} = \omega/2\gamma$. Процесс взаимодействия электрона с двумя волнами с частотами Ω и ω' можно рассматривать как индуцированное томсоновское рассеяние фотона частоты Ω на покоящемся электроне. Такой процесс, очевидно, возможен, если $\omega' \approx \Omega$. Это условие определяет резонансную частоту $\omega_{\text{рез}}$, вблизи которой (при $\omega \approx \omega_{\text{рез}}$) возможно вынужденное излучение или поглощение фотонов усиливаемой волны:

$$\omega_{\text{рез}} = 2q_0\left(\frac{\varepsilon}{m}\right)^2 \tag{1}$$

(из дальнейшего будет видно, почему оправдано наименование «резонансная частота»). Использование метода эквивалентных фотонов по отношению к полю движущегося ондулятора [70] позволяет найти и плотность эквивалентных фотонов и коэффициент усиления в ЛСЭ [28, 29].

Другой подход к описанию ЛСЭ основан на интерпретации протекающих в них процессов в терминах вынужденного тормозного излучения и поглощения [39–41]. Такая интерпретация возможна, поскольку стационарное магнитное поле можно рассматривать как частную реализацию внешнего потенциала, на котором рассеиваются электроны. Основная особенность ондулятора состоит в том, что в силу пространственной периодичности магнитного поля выполняется не только закон сохранения энергии, но и закон сохранения импульса [39]:

$$\varepsilon' - \varepsilon = \mp\omega, \quad p' - p = \mp(\omega + q_0), \tag{2}$$

где ε' и p' — энергия и импульс электрона после рассеяния (считаем, что импульс электрона направлен строго вдоль оси ондулятора Oz).

Законы сохранения (2) определяют как импульс рассеянного электрона p', так и один из параметров, характеризующих излучение или падающий электронный пучок. Например, из формул (2) следуют более точные значения частот ω_e и ω_a, при которых возможно излучение и поглощение фотона при заданной энергии или соответствующие значения энергии $\varepsilon_{e,\,a}$ при заданной частоте ω:

$$\omega_{e,\,a} = \omega_{\text{рез}}\left(1 \mp \frac{\omega_{\text{рез}}}{\varepsilon}\right), \quad \varepsilon_{e,\,a} = \varepsilon_0 \pm \frac{\omega}{2}, \quad \varepsilon_0 \equiv m\sqrt{\frac{\omega}{2q_0}}. \tag{3}$$

При большой величине напряженности магнитного поля B_0 в формулах типа (3) необходимо учитывать сдвиг массы электрона в сильном магнитном поле, $\delta m^2 = e^2B_0^2/q_0^2$. При этом, например, выражение для длин волн излучаемых и поглощаемых фотонов записывается в виде

$$\lambda_{e,\,a} = \frac{\lambda_0}{2\gamma^2}\left(1 + \frac{r_0B_0^2}{mq_0^2}\right)\left(1 \pm \frac{\omega_{\text{рез}}}{\varepsilon}\right), \tag{4}$$

где $r_0 = e^2/m$ — классический радиус электрона.

Для циркулярно поляризованного магнитного поля ондулятора сдвиг массы — единственный эффект, возникающий при $\delta m^2 \gtrsim m^2$. В случае линейной поляризации магнитного поля при $\delta m^2 \gtrsim m^2$ наряду с этим возникает также возможность усиления на гармониках частоты $\omega_{\text{рез}}$ и существенно меняется коэффициент усиления [71, 72].

Сечения вынужденного излучения σ_e и поглощения σ_a фотона могут быть найдены с помощью прямого квантовоэлектродинамического расчета [39] по теории возмущений во втором порядке: в первом по потенциалу магнитного поля $A_{\text{н}}$ и в первом по потенциалу электромагнитной волны $A_{\text{эм}}$,

$$\mathbf{A}_{\text{н}} = \frac{B_0}{\sqrt{2}\,q_0}(\mathbf{a}e^{iq_0z} + \text{к. с.}), \qquad \mathbf{A}_{\text{эм}} = \frac{E_0}{\sqrt{2}\,\omega}(\mathbf{e}e^{i\omega(z-t)} + \text{к. с.}), \tag{5}$$

где $\mathbf{a}$ и $\mathbf{e}$ — единичные векторы поляризации.

Сечения $\sigma_{e,\,a}$, вообще говоря, должны быть усреднены по функции распределения электронов по энергиям $f(\varepsilon)$. Нетрудно убедиться, что $\bar\sigma_{e,\,a} \sim f(\varepsilon_{e,\,a})$. Коэффициент усиления определяется полным сечением излучения фотона, $\bar\sigma_{\text{т}} = \bar\sigma_e - \bar\sigma_a \sim f(\varepsilon_e) - f(\varepsilon_a)$. Разлагая аргументы функций распределения по малой разности энергий $\varepsilon_e - \varepsilon_a$, в результате такого расчета находим коэффициент усиления за один проход:

$$G = N_eL\bar\sigma_{\text{т}} = \frac{\sqrt{2}\,\pi^2e^4B_0^2\,|\,\mathbf{ea}\,|^2\,N_eL}{m\omega^{1/2}q_0^{5/2}}\left.\frac{df}{d\varepsilon}\right|_{\varepsilon=\varepsilon_0}. \tag{6}$$

Эта формула допускает интерпретацию в терминах инверсной заселенности: усиление имеет место, если энергия ε_0 (3) такова, что $df/d\varepsilon > 0$, т. е. если значение ε_0 отвечает возрастающей части функции распределения $f(\varepsilon)$.

Контуры спектральных линий вынужденного излучения ($\backsim \bar{\sigma}_e(\omega)$) и поглощения ($\backsim \bar{\sigma}_a(\omega)$) фотонов в соответствии с соотношениями (3) слегка сдвинуты относительно контура линии спонтанного излучения в разные стороны.

Отсюда следует, что коэффициент усиления G, пропорциональный разности $\bar{\sigma}_e(\omega) - \bar{\sigma}_a(\omega)$, определяется производной от контура линии спонтанного излучения, интенсивность которого пропорциональна $f(\varepsilon)$. Это соотношение между вынужденным и спонтанным излучением прекрасно согласуется с результатами экспериментальных измерений [7] (рис. 2).

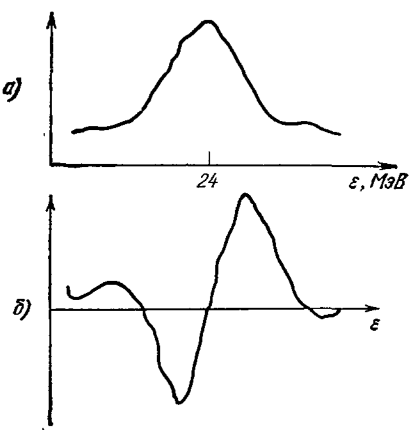

Рис. 2. Экспериментально измеренные спектральная интенсивность спонтанного излучения (*а*) и коэффициента усиления G (*б*) в лазере на свободных электронах в зависимости от частоты излучения [7].

Если степень моноэнергетичности электронного пучка достаточно высока, величина коэффициента усиления может определяться не разбросом электронов по энергиям, а конечной длиной магнита L. Формула (6) неприменима, если $\Delta\varepsilon < \varepsilon/N$, где $N = L/\lambda_0$ — число периодов магнита.

В этом случае коэффициент усиления при $\mathbf{e} = \mathbf{a}^*$ имеет вид [30–37, 39]

$$G=\frac{2\sqrt{2}\,\pi N_e e^4 B_0^2 q_0^{1/2} t^3}{m^3\omega^{3/2}}\,\frac{d}{du}\,\frac{\sin^2 u}{u^2}, \tag{7}$$

где $u = -m^2\omega t\Delta/2\varepsilon^3$, $\Delta = \varepsilon - m\sqrt{\omega/2q_0}$ — расстройка резонанса, $t \approx L$ — длительность взаимодействия.

Отметим, что спектральная ширина функции $G(\Delta)$ в этом приближении равна $\Gamma_t = 2\varepsilon^3/m^2\omega t$, т. е. определяется обратной длительностью взаимодействия.

Наконец, еще одна интерпретация усиления в ЛСЭ, развивавшаяся во многих работах, основана на использовании классических уравнений электрона в полях (5), которые, согласно [35–37, 42, 43, 47, 48, 54], могут быть сведены к уравнению математического маятника [73] для фазы $\varphi \equiv (\omega + q_0)z - \omega t$:

$$\frac{d^2\varphi}{d\mu^2} = \sin\varphi, \tag{8}$$

где $\mu = (et/\varepsilon)\sqrt{2E_0B_0}$ — безразмерное время.

Начальные условия к уравнению (8) следуют из определения фазы φ и параметра μ и имеют вид

$$\varphi(\mu=0)=\varphi_0, \quad \left.\frac{d\varphi}{d\mu}\right|_{\mu=0}=\frac{\Delta}{\Delta_m}, \tag{9}$$

где

$$\Delta_m=\frac{e\varepsilon}{m}\sqrt{\frac{E_0B_0}{q_0\omega}} \tag{10}$$

— величина, задающая характерный масштаб расстроек и имеющая смысл полевой ширины резонансной кривой $G(\Delta)$ в диапазоне сильных полей (см. об этом ниже в гл. 5), φ_0 — начальная фаза.

Как хорошо известно [73], уравнение математического маятника (8) имеет первый интеграл, выражающий закон сохранения энергии, который с учетом начальных условий (9) может быть записан в виде

$$\left(\frac{d\varphi}{d\mu}\right)^2 + 2(\cos\varphi - \cos\varphi_0) = \frac{\Delta^2}{\Delta_m^2}; \qquad (11)$$

здесь $(d\varphi/d\mu)^2$, $2\cos\varphi$ и $2\cos\varphi_0 + (\Delta^2/\Delta_m^2)$ — эффективные кинетическая, потенциальная и полная энергия маятника (рис. 3).

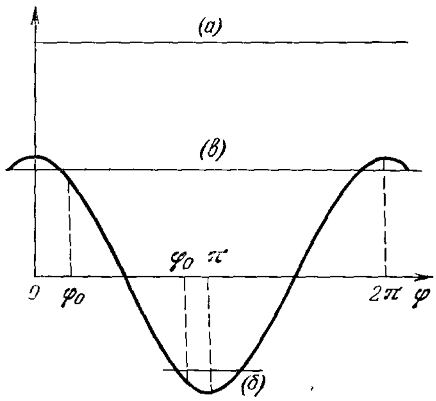

Рис. 3. Эффективная потенциальная энергия маятника, как функция фазы φ. Горизонтальные линии изображают уровень полной энергии: *а*) при $|\Delta| > \Delta_m$ (приближение слабого сигнала); *б*) при $|\Delta| < \Delta_m$ и при начальной фазе φ_0, близкой к π; в) при $|\Delta| < \Delta_m$ и при значениях φ_0, близких к 0 или 2π.

Энергия, излучаемая электроном за один проход, определяется как работа, совершаемая полем электромагнитной волны [74]:

$$\Delta\mathscr{E}(t) = -e\int^{t} dt\mathbf{E}_{\text{эм}}\mathbf{v}_\perp, \qquad (12)$$

где $\mathbf{E}_{\text{эм}}$ — напряженность электрического поля, отвечающая потенциалу $\mathbf{A}_{\text{эм}}$ (5). Скорость классического движения электрона в направлениях, перпендикулярных к оси ондулятора, $\mathbf{v}_\perp$, определяющая $\Delta\mathscr{E}$ (12), может быть найдена в явном виде, если учесть, что поскольку потенциалы $\mathbf{A}_\text{н}$ и $\mathbf{A}_{\text{эм}}$ (5) поперечны и зависят только от z и t, существует интеграл движения $\mathbf{p}_\perp + \left(\frac{e}{c}\right)(\mathbf{A}_\text{н} + \mathbf{A}_{\text{эм}}) = \text{const}$. Находя отсюда явные выражения для $\mathbf{v}_\perp$, подставляя их в уравнение (12), интегрируя и учитывая определение фазы φ, можно найти, что существует следующая связь между излучаемой энергией $\Delta\mathscr{E}$ и скоростью изменения фазы $d\varphi/d\mu$ [43, 53, 54]:

$$\Delta\mathscr{E} = \Delta - \Delta_m\frac{d\varphi}{d\mu}. \qquad (13)$$

Поскольку продольный размер электронных сгустков в эксперименте [8] ($\sim$3 мм) значительно превосходил длину волны света ($\sim 10^{-4}$ см), все физические величины (такие, как, например, излучаемая энергия $\Delta\mathscr{E}$) должны быть усреднены по начальной фазе φ_0.

Тот факт, что классические уравнения движения электрона в ЛСЭ сводятся к уравнению математического маятника, отражает, в частности, аналогию с радиотехническими приборами типа ЛБВ. Известно, что в приближении заданного поля уравнения ЛБВ также имеют вид, подобный уравнению (7) [75]. Однако физический смысл параметров μ, Δ и Δ_m, входящих в уравнения (8) — (13), в случаях ЛСЭ и ЛБВ различен. Поэтому различны и физические следствия из этих уравнений в случаях ЛСЭ и ЛБВ.

Приближение слабого сигнала в ЛСЭ отвечает малым значениям параметров μ и Δ_m: μ, $\Delta_m \to 0$ (но отношение μ/Δ_m при этом может быть любым). Движение электрона по фазе φ в этом случае инфинитно, так как $|\Delta| \gg \Delta_m$ и эффективная полная энергия маятника значительно больше, чем его потенциальная энергия. Поэтому слагаемое $2(\cos\varphi - \cos\varphi_0)$ в уравнении (11) может быть учтено методом итераций.

Решение нулевого порядка по μ, Δ_m

$$\varphi^{(0)}=\varphi_0+\Delta\frac{\mu}{\Delta_m}\tag{14}$$

при подстановке в (13) компенсируется. Решение первого порядка

$$\frac{d\varphi^{(1)}}{d\mu}=\frac{\Delta_m}{\Delta}\left[\cos\varphi_0-\cos\left(\varphi_0+\mu\frac{\Delta}{\Delta_m}\right)\right]\tag{15}$$

зануляется после усреднения по φ_0. Только во втором порядке итераций уравнения (11) по μ, Δ_m получается отличное от нуля среднее значение скорости изменения фазы

$$\overline{\frac{d\varphi^{(2)}}{d\mu}}=\left(\frac{\Delta_m}{\Delta}\right)^3\left(\cos\frac{\mu\Delta}{\Delta_m}-1+\frac{1}{2}\frac{\mu\Delta}{\Delta_m}\sin\frac{\mu\Delta}{\Delta_m}\right).\tag{16}$$

Подстановка этого выражения в (13) и вычисление коэффициента усиления $G=4\pi N_e\overline{\Delta\mathscr{E}}/E_0^2$ вновь приводят к формуле (7).

В рамках классического описания усиление в ЛСЭ часто интерпретируется как результат пространственно-периодической группировки пучка в процессе прохождения через ондулятор и последующего когерентного излучения модулированного пучка [76]. Следует подчеркнуть, что модуляция пучка при этом возникает автоматически. Первоначально же, на входе в ондулятор пучок является однородным (на масштабе порядка длины волны излучения $\sim 10^{-4}$ см).

Качество ЛСЭ, как и всякой усиливающей системы, помимо коэффициента усиления G, характеризуется также коэффициентом полезного действия. Последний определяется как отношение энергии $\overline{\Delta\mathscr{E}}$, излучаемой электроном за один проход, к начальной энергии электрона ε. В приближении слабого сигнала, исходя из формул (13), (16) или непосредственно из (7), нетрудно убедиться, что к. п. д., отвечающий той расстройке Δ, при которой коэффициент усиления $G(\Delta)$ максимален, $\Delta\sim\Gamma_f=2\Delta_m/\mu$, равен $\mu^1/64\pi N$. С ростом поля E_0 к. п. д. растет $\propto E_0^2$. Как будет видно из дальнейшего, параметр μ имеет смысл параметра насыщения, которое достигается при $\mu\sim 1$. При этом к. п. д. достигает $1/64\pi N$, определяемого обратным числом периодов ондулятора и являющегося максимальным возможным значением к. п. д. в области применимости приближения слабого сигнала. Численно к. п. д. ЛСЭ мал, поскольку должно быть $N\gg 1$. Эти выводы были сформулированы в работе [35].

Исследование пределов применимости формул (6), (7), (16) требует выхода за рамки расчетов в низшем порядке квантовой теории возмущений и за рамки приближения слабого сигнала в классическом подходе.

Следует отметить, что на первый взгляд совпадение результатов классического и квантового расчетов свидетельствует о полной эквивалентности приближения однофотонных переходов в квантовой механике и приближения слабого сигнала в классике. На этом основании иногда высказывается мнение, что ЛСЭ на ондуляторе и комптоновский лазер — это одно- и двухквантовые приборы [77]. Иногда это утверждение не формулируется явно, но по существу используется при выводе коэффициента усиления с помощью расчетов в одно- (двух-) квантовом приближении [11, 28, 29 35, 39]. Однако, как показывает анализ [49, 50], в действительности нет эквивалентности между одноквантовым приближением и приближением слабого сигнала в классике. Условия применимости этих приближений существенно различны, и, как правило, всегда усиление в ЛСЭ имеет многоквантовый характер. Для полного анализа соотношения между квантовым и классическим описанием процессов в ЛСЭ и, в частности, для описания многофотонных переходов необходимо исходить из квантового подхода, основные результаты которого изложены ниже в гл. 3. Для нахождения коэффициента усиления в ЛСЭ (с учетом нелинейности), как показывает результат [49, 50], можно исходить как из квантовых, так и из классических уравнений движения электрона (гл. 4). Каждый из этих подходов позволяет выявить некоторые новые физические особенности усиления сильной волны в ЛСЭ, и поэтому квантовое и классическое описание ЛСЭ в сильном поле являются взаимно дополнительными.

3. КВАНТОВОЕ ОПИСАНИЕ МНОГОФОТОННЫХ ПРОЦЕССОВ И НАСЫЩЕНИЯ

Пренебрегая малыми спиновыми поправками [70], исходим из уравнения Клейна — Гордона в полях $\mathbf{A}_\text{Н}$ и $\mathbf{A}_\text{ЭМ}$ (5). Квадратичные слагаемые $e^2\mathbf{A}_\text{Н}^2$ и $e^2\mathbf{A}_\text{ЭМ}^2$ в этом уравнении при круговой поляризации полей $\mathbf{e} = \mathbf{a}^* = \frac{1}{\sqrt{2}}(\mathbf{x} - i\mathbf{y})$ постоянны и определяют сдвиг массы электрона, который будем предполагать учтенным в обозначении m; $\mathbf{x}$, $\mathbf{y}$ — единичные векторы вдоль осей Ox, Oy. Рассматривая только одномерное движение электрона вдоль оси Oz, исходим, следовательно, из уравнения

$$\left\{\frac{\partial^2}{\partial t^2} - \frac{\partial^2}{\partial z^2} + 2e^2\mathbf{A}_\text{Н}\mathbf{A}_\text{ЭМ} + m^2\right\}\Psi = 0. \tag{17}$$

Начальное условие к уравнению (17) имеет вид $\Psi\,(t = 0) \backsim e^{ipz}$: согласно [49, 50], включение взаимодействия при $t = 0$ можно считать мгновенным, поскольку в реальных условиях время включения Δt, по порядку величины равное времени прохождения электроном расстояния λ_0, значительно меньше периода собственных осцилляций в системе $\sim L/v_0 \approx L$. При рассмотрении начальной задачи формально можно не учитывать пространственную ограниченность области взаимодействия, учитывая ее фактически заданием конечной длительности взаимодействия $t \approx L$. В этих условиях в силу закона сохранения импульса состояние электрона с импульсом p связано только с состояниями с импульсом $p \pm (\omega + q_0)$.

Поэтому все связанные друг с другом состояния можно пронумеровать дискретным целочисленным индексом $n = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$, так что

$$p_n = p + n\,(\omega + q_0), \qquad \varepsilon_n = \sqrt{p_n^2 + m^2}, \tag{18}$$

где p — начальный импульс электрона.

В силу законов сохранения задача о переходах в континууме сводится к эквивалентной задаче о резонансном возбуждении системы дискретных уровней ε_n (18). Возбуждение системы на уровень ε_n соответствует поглощению (при $n > 0$) или излучению (при $n < 0$) $|n|$ фотонов.

Из (18) следует, что волновая функция $\Psi\,(z,\ t)$ в произвольный момент времени имеет вид суперпозиции

$$\Psi = \sum_n a_n\,(t) \exp\,[i\,(p_n z - (\varepsilon + n\omega)\,t)], \tag{19}$$

где $\varepsilon \equiv \varepsilon_0$ — начальная энергия электрона.

Коэффициенты $a_n\,(t)$ являются медленными функциями времени. Поэтому в уравнениях для $a_n\,(t)$ может быть опущена их вторая производная $\ddot{a}_n$ [50].

Энергия ε_n может быть разложена в ряд по степеням n, что дает

$$i\dot{a}_n + \left[n\left(\frac{m^2\omega}{2\varepsilon^3} - q_0\right) - n^2\frac{m^2\omega^2}{2\varepsilon^3}\right]a_n = \frac{e^2E_0B_0}{2q_0\omega\varepsilon}\,(a_{n+1} + a_{n-1}) \tag{20}$$

с начальным условием $a_n\,(0) = \delta_{n,0}$.

Очевидна аналогия уравнений (20) с квантовомеханическими уравнениями, описывающими возбуждение ангармонического осциллятора резонансным полем [78]. Роль собственной частоты системы, по отношению к которой электромагнитное поле является резонансным, играет частота $\omega_{\text{рез}}$ (1).

Коэффициенты $a_n(t)$ определяют энергию $\Delta\mathscr{E}$, излучаемую электроном за время взаимодействия t, и коэффициент усиления за один проход G:

$$\Delta\mathscr{E} = -\omega \sum_n n\,|a_n|^2, \qquad G = \frac{4\pi N_e \Delta\mathscr{E}}{E_0^2}. \tag{21}$$

Система уравнений (20) характеризуется четырьмя основными параметрами: энергией взаимодействия электрона с полями A_H и $A_{\text{эм}}$ $\mathscr{E}_{\text{вз}} = e^2E_0B_0/2q_0\omega\varepsilon$, энергией ангармонизма $\mathscr{E}_{\text{анг}} = m^2\omega^2/2\varepsilon^3$, расстройкой резонанса $\Delta = \varepsilon - m\sqrt{\omega/2q_0}$ и временем взаимодействия t. Удобно ввести безразмерные параметры

$$\eta = t\mathscr{E}_{\text{вз}}, \qquad \beta = t\mathscr{E}_{\text{анг}}, \qquad \rho = \frac{\eta}{\beta} = \frac{\mathscr{E}_{\text{вз}}}{\mathscr{E}_{\text{анг}}}, \tag{22}$$

а также параметр насыщения $\mu = 2\sqrt{\eta\beta} = 2t\sqrt{\mathscr{E}_{\text{вз}}\,\mathscr{E}_{\text{анг}}}$, совпадающий с безразмерным временем, фигурирующим в классическом уравнении маятника (8). Как было показано в работах [49, 50], параметры $\sqrt{\rho}$ и η определяют степень многофотонности процесса рассеяния электронов в ЛСЭ, $n_{\max} = \min(\eta, \sqrt{\rho})$, параметр μ — условие перехода к насыщению ($\mu \sim 1$) и параметр β — малые квантовые поправки к коэффициенту усиления.

Численные значения этих параметров в условиях эксперимента [8] были равны $n_{\max} \sim \sqrt{\rho} \sim \eta \sim 10^5$, $\mu \approx 5$, $\beta \sim 10^{-5}$.

Решение уравнений (20) по теории возмущений в первом порядке по $\mathscr{E}_{\text{вз}}$ позволяет вычислить отличные от нуля амплитуды вероятности переходов $a_{\pm 1}$ и с их помощью коэффициент усиления, совпадающий с (7). Критерием применимости теории возмущений является условие $|a_{\pm 1}| < 1$, которое нарушается уже в очень слабых полях, поскольку $|a_{\pm 1}|_{\max} \sim \eta$, и, например, в условиях эксперимента [8] $\eta \sim 10^5 \gg 1$. При $\eta \gg 1$ в процессе возбуждения поглощается и излучается большое число фотонов и возбуждается большое число уровней ε_n эквивалентной системы с дискретным спектром, $|n| \leqslant n_{\max} \gg 1$. Это значит, что квантовое описание ЛСЭ, основанное на расчетах в низшем порядке теории возмущений [11, 28, 29], строго говоря, некорректно. Решение задачи о резонансном возбуждении многоуровневой системы в соответствии с уравнениями (20) было найдено в работах [49, 50] и впоследствии в [51, 52] при двух характерных соотношениях параметров:

$$\sqrt{\rho} \gg \eta \gg 1 \quad (\mu \ll 1) \quad \text{и} \quad \eta \gg \sqrt{\rho} \gg 1 \quad (\mu \gg 1).$$

При $\mu < 1$, но $\eta \gg 1$ явный вид распределения электронов по энергетическим уровням ε_n после прохождения через ондулятор в низшем порядке по малому параметру β (22) определяется выражением [79]

$$|a_n|^2 = J_n^2\left(2\,\frac{\rho\omega}{\Delta}\sin\frac{\beta\Delta}{\omega}\right) = J_n^2\left(\frac{e^2E_0B_0\lambda_0^2}{4\pi^2\hbar\omega\Delta}\sin\frac{m^2c^4\omega t\Delta}{\varepsilon^3}\right). \tag{23}$$

При характерной величине расстройки $\Delta \sim \Gamma_t$, отвечающей ширине кривой $G(\Delta)$ (7), аргумент функций Бесселя по порядку величины равен η, и таким образом подтверждается вывод о том, что при $\eta \gg 1$, $\mu < 1$ степень многофотонности процесса рассеяния есть $n_{\max} = \eta \gg 1$, и теория возмущений неприменима для расчета вероятностей многофотонных переходов $|a_n|^2$.

Однако коэффициент усиления, найденный с помощью уравнений (20), (21) в результате суммирования по n, в приближении $\eta \gg 1$, $\mu < 1$ оказывается равным коэффициенту усиления в приближении слабого сигнала (7) [50]. Это значит, что параметром нелинейности коэффициента усиления является классический параметр μ, а не квантовый параметр η. Причина, по которой столь сильно различаются параметры нелинейности для амплитуд рассеяния $a_n(t)$ и для коэффициента усиления G, состоит в значительной компенсации вкладов высших порядков в сумме по n (21), определяющей $\Delta\mathscr{E}$ и G. Этот эффект, очевидно, имеет ту же природу, что и эффект компенсации в многофотонном тормозном поглощении сильной волны при рассеянии электрона на кулоновском потенциале [80].

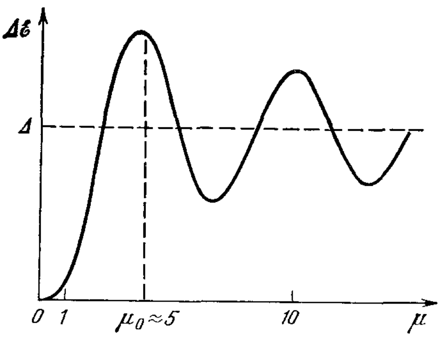

Рис. 4. Зависимость энергии, излучаемой электроном в ЛСЭ за один проход от параметра насыщения μ.

$\mu \approx 5$ соответствует условиям эксперимента [8]. Эта же кривая изображает зависимость коэффициента усиления G от времени взаимодействия t или от длины магнита L.

Вероятности многофотонных переходов $|a_n|^2$ (23) определяют, например, моменты числа излучаемых фотонов, т. е. средние значения степеней излучаемой энергии. Легко видеть, что, например,

$$\overline{\Delta\mathscr{E}^2} = \sum_n (n\hbar\omega)^2 |a_n|^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{e^2E_0B_0\lambda_0^2}{4\pi^2\Delta}\right)^2 \sin^2\frac{m^2c^4\omega t\Delta}{\varepsilon^3}.$$

При $\Delta \sim \Gamma_t$ $\overline{\Delta\mathscr{E}^2} \sim (32/\mu^4)\,\overline{\Delta\mathscr{E}}^2 \gg \overline{\Delta\mathscr{E}}^2$, где $\overline{\Delta\mathscr{E}}$ определяется формулами (13), (16). Столь сильное различие между $\overline{\Delta\mathscr{E}^2}$ и $\overline{\Delta\mathscr{E}}^2$ вновь является отражением сильной компенсации в знакопеременной сумме по n, определяющей $\overline{\Delta\mathscr{E}}$ (21).

В работе [81] было обращено внимание на аналогию эффекта компенсации вероятностей многофотонных переходов в теории ЛСЭ с устранением хорошо известной инфракрасной расходимости сечения спонтанного тормозного излучения мягкого фотона [70]. Формулы (7), (23) были получены в [81] в результате рассмотрения взаимодействия классического электронного тока с полем квантованной электромагнитной волны, усиливаемой в ондуляторе.

В диапазоне сильных полей, когда велик параметр насыщения μ ($\mu > 1$), энергия $\Delta\mathscr{E}$, излучаемая электроном, найденная с помощью решений уравнения (20) [49, 50], имеет вид

$$\Delta\mathscr{E} = \Delta\left\{1 - \sqrt{\frac{2}{\pi\mu}}\left[\cos\mu\left(1 - \frac{\Delta^2}{16\Delta_m^2}\right) + \sin\mu\left(1 - \frac{\Delta^2}{16\Delta_m^2}\right)\right]\right\}. \quad (24)$$

График зависимости $\Delta\mathscr{E}(\mu)$ изображен на рис. 4. С ростом поля E_0 (или времени взаимодействия t, т. е. длины ондулятора L) излучаемая энергия выходит на уровень насыщения, равный Δ, совершая при этом затухающие по амплитуде осцилляции. Условием применимости формулы (24) помимо сделанного предположения $\mu > 1$ является ограничение на величину расстройки $|\Delta| < \Delta_m$, где Δ_m определяется формулой (10). Физические следствия из формулы (24) будут обсуждены в гл. 5. Пока отметим лишь, что как само выражение (24), так и условия его применимости не зависят от постоянной Планка, что свидетельствует о классической природе насыщения коэффициента усиления. В гл. 4 обсуждается, каким образом и вследствие каких конкретных причин возникает насыщение в рамках классического описания ЛСЭ.

4. ИНТЕРПРЕТАЦИЯ НАСЫЩЕНИЯ НА ОСНОВЕ КЛАССИЧЕСКОГО ОПИСАНИЯ

Хорошо известно [65], что решения уравнения маятника (8) в общем случае могут быть записаны в неявном виде через эллиптические интегралы. Однако в общем виде найти явный вид решений $\varphi(\mu, \varphi_0)$ и произвести их усреднение по φ_0 аналитически невозможно. В работах [53, 54] было показано, что в асимптотике сильного поля $\mu > 1$ не все электроны вносят одинаковый вклад в среднюю скорость изменения фазы: при $\mu > 1$, $|\Delta| < \Delta_m$ основной вклад в $\overline{d\varphi/d\mu}$ вносят электроны, начальная фаза которых φ_0 близка к значению $\varphi_0 = \pi$, отвечающему устойчивому положению равновесия маятника. С ростом μ интервал значений начальной фазы $\delta\varphi_0$, дающих существенный вклад в $\overline{d\varphi/d\mu}$, убывает, что и приводит к уменьшению амплитуды осцилляций, т. е. к затуханию $\overline{d\varphi/d\mu}$ и к насыщению $\Delta\overline{\mathscr{E}}(\mu)$. При $|\Delta| < \Delta_m$ и $|\varphi_0 - \pi| < 1$ уравнение маятника (8) упрощается, превращаясь в уравнение классического ангармонического осциллятора с малым ангармонизмом для смещения фазы относительно положения равновесия $x = \varphi - \pi$:

$$\frac{d^2x}{d\mu^2} + x - \frac{x^3}{6} = 0. \tag{25}$$

С учетом начальных условий $x(0) = x_0 \equiv \varphi_0 - \pi$, $\dot{x}(0) = \Delta/\Delta_m$ и с учетом поправок к частоте осцилляций за счет малого ангармонизма [73] решение уравнения (25) имеет вид

$$x(\mu) = x_0 \cos\left[\mu\left(1 - \frac{\Delta^2}{16\Delta_m^2} - \frac{x_0^2}{16}\right)\right] + \frac{\Delta}{\Delta_m}\sin\left[\mu\left(1 - \frac{\Delta^2}{16\Delta_m^2} - \frac{x_0^2}{16}\right)\right]. \tag{26}$$

Решение (26) позволяет найти вклад в среднюю скорость изменения фазы $\overline{d\varphi/d\mu}$, или в разность $\overline{\Delta\mathscr{E}} - \Delta$ (13) от малого интервала значений x_0, $\Delta x_0 < 1$, вблизи точки $x_0 = 0$ (или $\varphi_0 = \pi$):

$$(\overline{\Delta\mathscr{E}} - \Delta)_\pi = -\frac{\Delta}{2\pi}\,\mathrm{Re}\left(e^{i\mu[1-(\Delta^2/16\Delta_m^2)]}\int\limits_{-\Delta x_0/2}^{\Delta x_0/2} dx_0 e^{-i\mu x_0^2/16}\right). \tag{27}$$

Характерный интервал значений x_0, вносящих вклад в интеграл (27), есть $\delta x_0 \sim 1/\sqrt{\mu} < 1$. При $\delta x_0 < \Delta x_0$ пределы интегрирования в (27) могут быть заменены на $\mp\infty$, что вновь приводит к формуле (24) для $\Delta\overline{\mathscr{E}}$. Из оценки интервала значений начальной фазы δx_0, дающих вклад в интеграл (27), следует, что с ростом μ этот интервал сужается. При $|x_0| > \delta x_0$ разность $\Delta\mathscr{E} - \Delta$ как функция x_0 быстро осциллирует, в результате чего вклад соответствующих областей в $\overline{\Delta\mathscr{E}} - \Delta$ зануляется. Как было показано в работе [54], при $\mu > 1$ не вносят вклада в $\Delta\overline{\mathscr{E}} - \Delta$ также и другие области значений начальной фазы φ_0, отвечающие неустойчивым положениям равновесия $\varphi_0 = 0$, 2π. Поэтому при $\mu > 1$ формула (27) представляет собой не только оценку парциального вклада в $\Delta\overline{\mathscr{E}} - \Delta$ электронов, близких к дну потенциальной ямы, но определяет также и полную среднюю энергию, излучаемую электронным пучком в целом, в пределе $\Delta x_0 \to \infty$, переходящую в выражение (24).

5. АСИМПТОТИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ЛСЭ В СИЛЬНОМ ПОЛЕ

Таким образом, в режиме насыщения $\mu > 1$, $|\Delta| < \Delta_m$ энергия $\Delta\mathscr{E}$, излучаемая электронами за один проход через резонатор, определяется выражением (24). Этот результат приводит к ряду интересных следствий относительно характера усиления в ЛСЭ при большой величине параметра насыщения μ.

Если рассматривать коэффициент усиления G (21) как функцию времени взаимодействия t (или длины магнита L), то он характеризуется той же кривой, что и излучаемая энергия $\Delta\mathscr{E}$ (рис. 4). С ростом длины L коэффициент усиления сперва растет, а затем, осциллируя, выходит на постоянное значение.

При очень большой расстройке $|\Delta| > \Delta_m$ независимо от величины параметра μ справедливо приближение слабого сигнала, и формула (24)

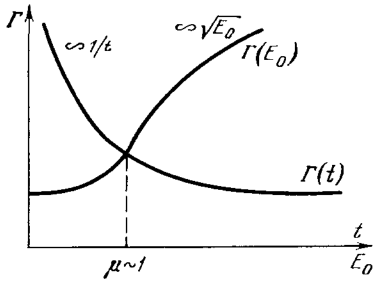

Рис. 5. Спектральная ширина Г коэффициента усиления, как функция времени взаимодействия t и напряженности поля E_0.

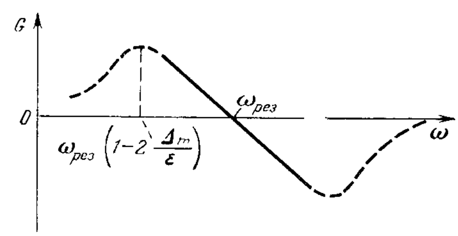

Рис. 6. Спектральная зависимость коэффициента усиления $G(\Delta)$ в режиме насыщения $\mu > 1$.

заменяется на выражение (7), которое при этом описывает убывание коэффициента усиления G с ростом $|\Delta|$. Следовательно, величина Δ_m, определяемая формулой (10), есть спектральная ширина коэффициента усиления Г в асимптотике сильного поля $\mu > 1$ (в приближении слабого сигнала $\mu < 1$ $\Gamma = \Gamma_t = 2\Delta_m/\mu$). В зависимости от времени взаимодействия t спектральная ширина коэффициента усиления Г сперва убывает с ростом t (в области $\mu < 1$), а затем выходит на постоянное значение Δ_m (рис. 5). Напротив, в зависимости от напряженности поля волны E_0 спектральная ширина Г остается постоянной, пока $\mu < 1$, а при $\mu > 1$ растет как $\sqrt{E_0}$.

Зависимость $G(\Delta)$ при заданном μ качественно изображена на рис. 6.

Частота ω, при которой достигается максимальное значение коэффициента усиления, при $\mu > 1$ с ростом E_0 убывает:

$$\omega = \omega_{\text{рез}}\left(1 - 2\frac{e}{m}\sqrt{\frac{E_0 B_0}{q_0 \omega}}\right). \tag{28}$$

Сдвиг частоты ω относительно $\omega_{\text{рез}}$, оцененный в условиях эксперимента [8], по порядку величины равен $10^{-3}\,\omega_{\text{рез}}$. Максимальные (по частоте ω или расстройке Δ) значения излучаемой энергии и коэффициента усиления при $\mu > 1$ равны $\Delta\mathscr{E}$ ($\Delta = \Delta_m$) и G ($\Delta = \Delta_m$).

Зависимости этих величин от напряженности E_0, следующие из уравнений (10), (21), (24), изображены на рис. 7.

С ростом E_0 $\Delta\mathscr{E}_{max}$, осциллируя, в среднем растет как $\sqrt{E_0}$, а G_{max} осциллируя убывает как $E_0^{-3/2}$. Уменьшение коэффициента усиления G_{max} с ростом E_0 может быть механизмом, определяющим стационарные условия генерации в ЛСЭ: если G_{max} уменьшается до уровня потерь, то дальней ший рост E_0 прекращается. Горизонтальные штрихпунктирные линии на рис. 7,*б* характеризуют уровень потерь в различных условиях. Осцилляторная зависимость $G_{max}(E_0)$ может быть причиной того, что при малых потерях (см. рис. 7, *б*, 2) генерация, вообще говоря, может осуществляться в нескольких диапазонах значений напряженности поля E_0, где G_{max} больше уровня потерь. Коэффициент полезного действия равен $\Delta\mathscr{E}(\mu)/\varepsilon$ и ведет себя подобно $\Delta\mathscr{E}(\mu)$. При величине расстройки Δ, отвечающей максимальному коэффициенту усиления, $\Delta \approx \Delta_m$, в условиях насыщения $\mu > 1$ к. п. д. по порядку величины равен

$$\frac{\mu}{4\pi N}\left[1-\sqrt{\frac{2}{\pi\mu}}(\cos\mu+\sin\mu)\right], \tag{29}$$

где, по-прежнему, N — число периодов ондулятора.

Так же, как и $\Delta\mathscr{E}_{max}$, к. п. д. (29) с ростом поля E_0, осциллируя, в среднем растет $\sim\sqrt{E_0}$ (см. рис. 7, *а*). Отмеченное в [35, 43] убывание к. п. д. после прохождения максимума есть, в действительности, лишь временный спад, связанный с осцилляциями $\Delta\mathscr{E}_{max}(\mu)$, который затем вновь заменяется на подъем, если только при этом не прекращается рост E_0 (или μ) за счет уменьшения G_{max}.

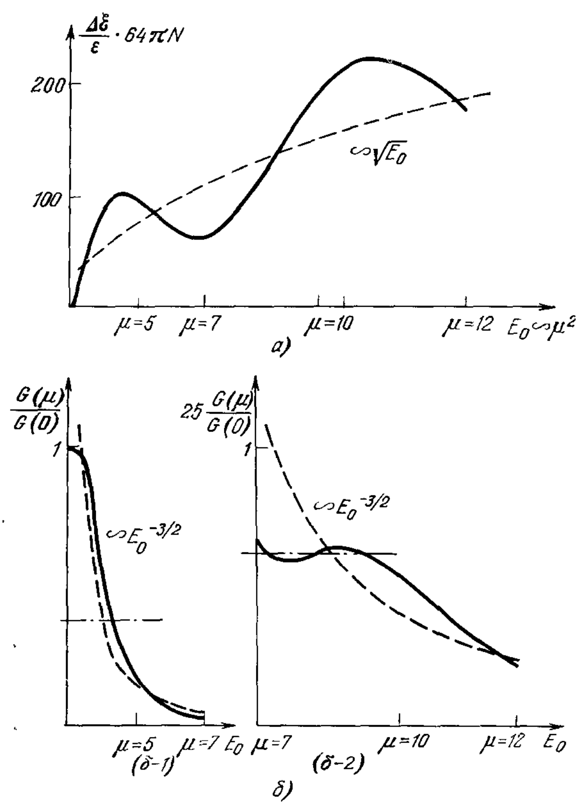

Рис. 7. Зависимость от напряженности поля E_0 максимальных (по спектру) коэффициента усиления G_{max} (*б*) и излучаемой энергии $\Delta\mathscr{E}_{max}$ (*а*) (при $\Delta \approx \Delta_m$).

Условиям эксперимента [8] соответствует значение параметра насыщения $\mu \approx 5$, что отвечает началу области насыщения (рис. 4), где уже неприменимо приближение слабого сигнала, но численные различия между оценками по формулам (7) и (24) еще не слишком велики. С этой точки зрения для проверки теоретических предсказаний представляет несомненный интерес постановка экспериментов в области более глубокого насыщения.

Как уже отмечалось, уравнение маятника (8) применительно к теории ЛСЭ в работах [36, 43, 46–48] решалось численно. Результаты численных расчетов находятся в очень хорошем согласии с приведенными выше аналитическими формулами работ [49, 50]. В работе [46] были численно построены графики зависимости $G(\Delta)$ при различных значениях параметра насыщения μ. Эти кривые подобны той, которая изображена на рис. 4. Максимальные значения коэффициента усиления, найденные по этим кривым, не противоречат зависимости $E_0^{-3/2}$, хотя число точек, удовлетворяющих условиям асимптотики сильного поля, в численных расчетах [47] было очень невелико (2—3). Положение максимума кривых $G(\Delta)$ также с этой оговоркой хорошо согласуется с определением (10) и формулой (28). При этом следует заметить, что непосредственно в работах [46–48] при численном решении задачи зависимости, описываемые формулами (24), (28), (29), не рассчитывались, хотя это и представляло бы несомненный интерес.

Сравнение аналитических и численных результатов позволяет более точно оценить пределы применимости асимптотических формул (24), (28), (29). Хотя формально при их выводе сделаны предположения, определяемые сильными неравенствами $\mu \gg 1$ и $|\Delta| \ll \Delta_m$, численные расчеты показывают, что асимптотические формулы хорошо применимы уже при $\mu \geqslant 2$.

6. КОМПТОНОВСКИЙ ЛАЗЕР НЕКОЛЛИНЕАРНАЯ СХЕМА УСИЛЕНИЯ

Как отмечалось выше, идея комптоновского лазера была впервые выдвинута Пантеллом [11]. Впоследствии возможности усиления в комптоновском лазере теоретически исследовались в ряде работ [65, 66, 82–87], однако экспериментально эта идея до настоящего времени не реализована.

Согласно [11] в комптоновском лазере навстречу релятивистскому пучку электронов должна распространяться низкочастотная электромагнитная волна (волна накачки частоты ω_1). При этом в рамках коллинеарной схемы, рассмотренной в [11], возможно усиление на частоте ω_2 отраженной волны, распространяющейся параллельно пучку электронов

$$\omega_2 \approx \omega_{2\,\text{рез}} = 4\left(\frac{\varepsilon}{m}\right)^2 \omega_1. \tag{30}$$

Частота $\omega_{2\text{рез}}$ подобна резонансной частоте в ондуляторе (1), и выражение (30), так же как и формула (1), следует из законов сохранения энергии и импульса, характеризующих процесс вынужденного комптоновского рассеяния во втором порядке теории возмущений. В работе [11] во втором порядке теории возмущений был найден и коэффициент усиления в комптоновском лазере. Общие уравнения, описывающие многофотонные переходы и нелинейное усиление в комптоновском лазере, в большой степени подобны рассмотренным выше уравнениям для ЛСЭ на ондуляторе (20). Отсюда следует, в частности, что применительно к процессу вынужденного комптоновского рассеяния в этой простейшей геометрии справедливы все приведенные выше соображения и выводы о насыщении коэффициента усиления, о роли многофотонности и о параметрах нелинейности [79]. В уравнениях (10), (21), (22), (24) при этом E_0 и B_0 заменяются на напряженности полей накачки и генерируемого излучения E_1 и E_2, а параметры q_0 и ω — на ω_1 и ω_2. В широком диапазоне значений параметров, определяемом условием $\eta > 1$, процесс вынужденного комптоновского рассеяния имеет многофотонный характер. При этом расчеты в низшем порядке квантовой теории возмущений, строго говоря, неприменимы (хотя они и дают правильные выражения для коэффициента усиления). Значение параметра многофотонности $\eta \approx 1$, например, при $\lambda_1 = 3{,}2$ см, $\varepsilon = 50$ Мэв соответствует напряженностям $E_1 \approx E_2 \approx 3\cdot 10^3$ В/см. Условия насыщения коэффициента усиления комптоновского лазера, по-прежнему, определяются соотношением $\mu \sim 1$, что соответствует $E_1 \approx E_2 \approx 10^5$ В/см. Интересно сравнить эти оценки с теми значениями напряженности поля, при которых проявляется многофотонный характер поглощения при спонтанном комптоновском рассеянии в поле одной сильной волны [70, 88, 89]. Хорошо известно, что комптоновское рассеяние электрона в поле одной сильной волны частоты $\omega \ll m$ приобретает многофотонный характер при $eA \sim m$, где A — векторный потенциал волны, или при $v_E \sim c$, где $v_E = eE_0/m\omega$ — амплитуда осцилляций электрона в поле волны. Численно условие $v_E \sim c$ при $\omega = 3 \cdot 10^{15}$ с$^{-1}$ соответствует напряженности поля $E_0 \sim 5 \cdot 10^9$ В/см. Сравнение приведенных оценок показывает, что в поле двух волн многофотонность рассеяния возникает значительно раньше, чем в поле одной сильной волны.

Вероятности многофотонного вынужденного комптоновского рассеяния в поле двух волн при $\mu < 1$ определяются формулами (23) [71].

Коэффициент усиления в комптоновском лазере в рамках традиционной коллинеарной схемы, предложенной в [11], при $\mu < 1$ определяется практически теми же выражениями (6), (7), что и линейный коэффициент усиления в ЛСЭ на ондуляторе.

Так, например, при относительно малой длине L области взаимодействия $(\Delta\varepsilon/\varepsilon)(L/\lambda_1) \ll 1$ (где $\lambda_1 = 2\pi/\omega_1$ — длина волны накачки) коэффициент усиления на частоте ω_2 может быть записан в виде

$$G = \frac{16\pi N_e E_1^2 e^4 L^3 \omega_1^{1/2}}{m^3 \omega_2^{3/2}} \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}u} \frac{\sin^2 u}{u^2}, \qquad u = \frac{t(\omega_2 - \omega_{2\,\text{рез}})}{2\gamma^2}, \tag{31}$$

где E_1 – амплитуда напряженности электрического поля волны накачки, $c = \hbar = 1$.

В условиях насыщения ($\mu > 1$) все закономерности поведения коэффициента усиления определяются результатами гл. 5. При $E_2 \approx E_1$ в области $\mu \gg 1$ коэффициент усиления $G_{\max}$ убывает $\backsim E_1^{1/2} E_2^{-3/2} \approx E_1^{-1}$.

Рассмотрим, далее, одну из возможностей оптимизации условий усиления в комптоновском лазере, связанную с выходом за рамки коллинеарной схемы. Эта возможность была исследована в работах [65, 66]. Следует отметить, что некоторые соображения об усилении в неколлинеарной схеме были высказаны в работе [86]. Однако анализ, выполненный в [86], относится только к нерелятивистскому случаю и не позволяет найти оптимальные условия генерации. Эти вопросы, так же как и анализ зависимости коэффициента усиления от геометрии, рассматриваются ниже в основном в соответствии с [65, 66].

Векторные потенциалы двух взаимодействующих волн в общем случае могут быть представлены в виде

$$\mathbf{A}_{1,2} = \frac{E_{1,2}}{2\omega_{1,2}} (\mathbf{e}_{1,2} e^{i(\omega_{1,2} t - \mathbf{k}_{1,2}\mathbf{r})} + \text{к.с.}), \tag{32}$$

где $\mathbf{e}_{1,2}$ — единичные векторы поляризации, $\mathbf{k}_{1,2}$ — волновые векторы, $|\mathbf{k}_{1,2}| = \omega_{1,2}$.

Согласно [65, 66], наибольший интерес представляет случай малого отклонения от коллинеарной схемы, когда волна накачки распространяется навстречу электронному пучку, а усиливаемая волна — под малым углом θ по отношению к направлению импульса электронов. При этом соотношение между частотами ω_1 и ω_2 имеет вид

$$\omega_2 = \frac{4\gamma^2 \omega_1}{1 + \gamma^2 \theta^2}. \tag{33}$$

При $\gamma\theta \ll 1$ формула (33) переходит в (30), а при $\gamma\theta \gg 1$ частота ω_2 почти не зависит от энергии электрона, но зависит от угла θ: $\omega_2 \approx 4\omega_1/\theta^2$.

Как и в одномерной схеме, в неколлинеарной геометрии коэффициент усиления может определяться либо конечностью длины взаимодействия $l \approx t$, либо разбросом электронов по энергиям $\Delta\varepsilon$. Параметр ζ, разделяющий эти две области, в неколлинеарной схеме при $\theta \ll 1$, согласно [65, 66], равен

$$\zeta = \frac{\Delta\varepsilon}{\varepsilon}\frac{2\sqrt{2}\omega_2 t}{1+\gamma^2\theta^2}. \qquad (34)$$

Если $\zeta > 1$, то необходимо учитывать разброс электронов по энергиям, и коэффициент усиления имеет вид [65]

$$G = \frac{4\pi^2 e^4 N_e t E_1^2 f'(\varepsilon)\,\varepsilon^3}{m^4\omega_1\omega_2^2}\left(\frac{(\gamma\theta)^2-1}{(\gamma\theta)^2+1}\right)^2. \qquad (35)$$

Как функция угла θ коэффициент усиления сперва убывает, обращаясь в нуль при $\gamma\theta = 1$, а затем возрастает при $\gamma\theta > 1$ за счет уменьшения частоты ω_2 (33) ($\omega_2 \backsim \theta^{-2}$).

Фактор $(\gamma\theta)^2 - 1/(\gamma\theta)^2 + 1$ в формуле (36) обусловлен интерференцией матричных элементов второго порядка, возникающих из квадратичного ($e^2\mathbf{A}_1^2$) и линейного ($2e\mathbf{pA}$) по полю слагаемых в энергии взаимодействия в неодномерном уравнении Клейна — Гордона. При $\gamma\theta \gg 1$ отличие коэффициента усиления $G(\theta)$ от $G(\theta = 0)$ определяется фактором $(\gamma\theta)^4$.

На первый взгляд может показаться неожиданным, что коэффициент усиления $G(\theta)$ растет вне релятивистского конуса $\gamma\theta > 1$. В самом деле, спектральная интенсивность спонтанного комптоновского рассеяния вне релятивистского конуса убывает. В рассматриваемой геометрии она имеет вид [64]

$$\frac{d\mathscr{E}_{\text{сп}}}{d\omega_2 d\Omega_{\mathbf{k}_2}} = \frac{1}{2\pi}\frac{e^4 t E_1^2 \varepsilon^3 f(\varepsilon)}{m^4\omega_1(1+\gamma^2\theta^2)}\left(\frac{(\gamma\theta)^2-1}{(\gamma\theta)^2+1}\right)^2, \qquad (36)$$

где $d\Omega_{\mathbf{k}_2}$ — элемент телесного угла в направлении $\mathbf{k}_2$. Как легко видеть, при $\gamma\theta > 1$ спектральная интенсивность (36) убывает как θ^{-2} с ростом угла θ. Помимо убывания интенсивности по абсолютной величине, при этом происходит еще и сужение спектральной линии спонтанного излучения. Ширина спектральной линии (36) определяется функцией распределения $f(\varepsilon)$. Однако, согласно (33), при $\gamma\theta > 1$ зависимость частоты ω_2 от энергии ε ослабляется. Поэтому изменению энергии ε на величину $\Delta\varepsilon$ соответствует все меньшее изменение частоты ω_2, $\Delta\omega_2$, т. е. как функция частоты ω_2 линия спонтанного излучения сужается:

$$\Delta\omega_2 \approx \frac{8\omega_1}{\gamma^2\theta^4}\frac{\Delta\varepsilon}{\varepsilon}. \qquad (37)$$

Коэффициент усиления G при $\zeta > 1$ пропорционален производной от спектральной интенсивности спонтанного излучения:

$$G = \frac{16\pi^3 N_e}{\varepsilon\omega_2}\frac{d}{d\omega_2}\left(\frac{d\mathscr{E}_{\text{сп}}}{d\omega_2 d\Omega_{\mathbf{k}_2}}\right). \qquad (38)$$

Сужение линии спонтанного излучения при $\gamma\theta \gg 1$ приводит к росту производной от спектральной интенсивности по частоте и, следовательно, к росту коэффициента усиления.

Рост коэффициента усиления $G(\theta)$, разумеется, не безграничен. Ограничение связано с тем, что если при некоторых значениях $\theta > 1/\gamma$, $\zeta(\theta) > 1$, то при больших θ знак неравенства меняется и параметр ζ становится мал, $\zeta(\theta) < 1$. При этом можно пренебречь разбросом электронов по энергиям, учитывая вместо этого конечность времени взаимодействия, что дает [65]

$$G = \frac{2\pi t^3 e^4 E_1^2 N_e}{\varepsilon^3\omega_1}\left(\frac{\gamma^2\theta^2-1}{\gamma^2\theta^2+1}\right)^2\frac{d}{du}\frac{\sin^2 u}{u^2}, \qquad (39)$$

где

$$u = \frac{t}{2\gamma^2}\left[(1+\gamma^2\theta^2)\,\omega_2 - 4\gamma^2\omega_1\right].$$

В общем случае произвольных ζ коэффициент усиления G определяется минимальной из величин (35) и (39). Следует иметь в виду, что само время взаимодействия t (или длина l) может зависеть от угла θ. Если d — поперечный размер электронного пучка, то $l = d/\theta$. Отсюда следует, что в области, где $\zeta(\theta) > 1$, коэффициент усиления G (35) растет как θ^3: $G \backsim l\theta^4 = d\theta^3$. Напротив, при $\zeta(\theta) < 1$ коэффициент усиления убывает как θ^{-3}: $G \backsim l^3 = d^3/\theta^3$.

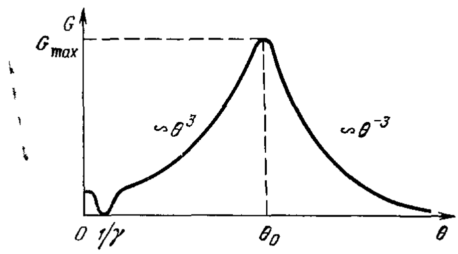

Рис. 8. Зависимость коэффициента усиления G в комптоновском лазере от угла θ между направлениями распространения электронов и усиливаемой волны. θ — оптимальный угол.

Качественно характер зависимости $G(\theta)$ изображен на рис. 8.

Оптимальные условия генерации в комптоновском лазере определяются как условия перехода от одного из двух рассмотренных механизмов определения коэффициента усиления к другому, т. е. из соотношения $\zeta(\theta) \approx \sqrt{2\pi}$. Это равенство определяет оптимальный угол

$$\theta_0 \approx 2^{2/3}\pi^{1/6}\left(\frac{1}{\gamma^2}\frac{d}{\lambda_1}\frac{\Delta\varepsilon}{\varepsilon}\right)^{1/3}. \tag{40}$$

Максимальный коэффициент усиления, достижимый при $\theta \approx \theta_0$, по порядку величины равен

$$G_{\max} \approx \pi\,\frac{l_0^3 e^4 E_1^2 N_e}{\varepsilon^3\omega_1}, \tag{41}$$

где $l_0 = d/\theta_0$. Подстановка l_0 и θ_0 в уравнение (41) преобразует оптимальный коэффициент усиления $G_{\max}$ к виду

$$G_{\max} = 10^{-14}\,\frac{\lambda_1^2 I_1\,(\text{Вт/см}^2)\,J\,(\text{А})}{(\Delta\varepsilon/\varepsilon)\,\gamma}, \tag{42}$$

где I_1 — интенсивность излучения волны накачки, J — ток в электронном пучке.

Согласно (42), вся зависимость $G_{\max}$ от параметров волны накачки сосредоточена в множителе $\lambda_1^2 I_1$. Это значит, что при увеличении длины волны накачки λ_1 интенсивность I_1, необходимая для достижения заданного коэффициента усиления, убывает $\backsim \lambda_1$. Следует отметить также, что в неколлинеарной схеме оптимальный коэффициент усиления (42) зависит от полного тока J, а не от плотности тока, и не зависит от поперечного размера пучка электронов.

Приведем оценку, иллюстрирующую возможности усиления в комптоновском лазере в неколлинеарной схеме эксперимента. При параметрах электронного пучка $J_{\max} = 1$ кА, $d = 0{,}5$ см, $\gamma = 20$, $\Delta\varepsilon/\varepsilon = 10^{-3}$ и волны накачки $\hbar\omega_1 = 0{,}1$ эВ, $E_1 = 5\cdot 10^7$ В/см имеем $l_0 = 5$ см, $\theta_0 = 0{,}2$, $G \sim 1\,\%$. Этот результат указывает на возможность достижения заметного усиления в ультрафиолетовом диапазоне частот ($\hbar\omega_2 = 10$ эВ) при использовании излучения CO_2-лазера в качестве накачки. Если принять, что для параметра насыщения μ в неколлинеарной схеме сохраняется то же выражение, что и в одномерном случ предельная достижимая напряженность поля E_2 генерируемого из ия при приведенных выше численных значениях параметров комп ского лазера по порядку величины равна $E_2 \sim 3 \cdot 10^4$ В/см.

7. ЗАКЛЮ НИЕ

Подводя итог обсуждению лазеров на свободных электронах, целесообразно обратить внимание на те основные направления, в которых возможна и целесообразна постановка экспериментов по ЛСЭ. Разумеется, большой интерес представляют развитие классической высокочастотной электроники [90] и переход к релятивистским пучкам большой плотности. При этом трудно ожидать очень больших энергий электронов и больших коэффициентов преобразования частоты. Однако мощность соответствующих источников излучения может быть весьма большой при использовании сильноточных ускорителей электронов [91]. По существу этот круг проблем не обсуждался в обзоре, так как основное внимание было уделено ЛСЭ на электронах с большой энергией.

При энергии электронов порядка нескольких десятков МэВ становится возможным создание ЛСЭ, работающих в инфракрасном диапазоне частот. Создание таких лазеров может представлять большой интерес для физики взаимодействия излучения с молекулами. В этом диапазоне энергий электронов в типичных условиях механизмом усиления в ЛСЭ является подробно рассмотренное выше одночастичное рассеяние электронов.

Создание ЛСЭ возможно как в традиционной ондуляторной схеме, так и, в принципе, на основе вынужденного комптоновского рассеяния. В качестве накачки в этом случае следует использовать мощные источники СВЧ излучения, например магнетрон. Оценки показывают, что для достижения приемлемых величин коэффициента усиления необходимо использовать источники СВЧ-излучения мощностью порядка $10—10^2$ МВт/см^2, что, по-видимому, возможно в импульсном режиме.

Наконец, очень большой интерес может представлять переход к ультрафиолетовому диапазону частот излучения. В этом случае при энергии электронов несколько десятков МэВ вряд ли можно рассчитывать на создание магнитного ондулятора с необходимым малым шагом периодичности ($\sim 10^{-3}—10^{-4}$ см). Согласно результатам и оценкам предыдущего параграфа в этих условиях можно рассчитывать на создание коптоновского лазера, если использовать в качестве накачки излучение мощного CO_2-лазера, работающего в пикосекундном режиме.

Совершенно самостоятельный круг проблем открывается при анализе возможностей создания источников излучения при каналировании частиц в кристаллах. Эта проблематика вызывает в последнее время заметно возрастающий интерес [92, 93]. Однако по своей физической природе каналирование частиц, несомненно, существенно отличается от рассмотренного в настоящем обзоре усиления при прохождении электронов через ондулятор или при вынужденном комптоновском рассеянии, хотя физически эта область явлений примыкает к ЛСЭ и представляет несомненный интерес.

Наконец, с точки зрения исследования физики процессов в ЛСЭ представляет интерес экспериментальное изучение нелинейных зависимостей коэффициента усиления в области насыщения, обсуждавшихся в гл. 5. В этом плане весьма интересно сообщение об эксперименте [94], в котором в СВЧ-диапазоне исследовалась зависимость коэффициента усиления в ЛСЭ на ондуляторе от различных параметров системы. В частности, была обнаружена немонотон имость коэффициента усиления от длины ондулятора, что может оинтерпретировано как возникновение осцилляционной зависим и переходе к насыщению (первая осцилляция на рис. 4). Постан одобных экспериментов, и в особенности, в инфракрасном и опти м диапазонах частот представляется весьма интересной для изучени изики усиления в ЛСЭ.

В целом, по-видимому, можь утверждать, что основными направлениями развития ЛСЭ, представляющими наибольший интерес, являются увеличение частоты генерации, повышение мощности ЛСЭ, исследование и использование новых схем и принципов усиления.

Автор благодарен М. И. Петелину и В. П. Попонину за обсуждения и полезные замечания.

Физический институт им. П. Н. Лебедева
АН СССР

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Гинзбург В. Л.— Изв. АН СССР. Сер. физ., 1947, т. 11, с. 165.
2. Motz H.— J. Appl. Phys., 1951, v. 92, p. 527.
3. Алферов Д. Ф., Башмаков Ю. А., Бессонов Ю. Г.— Тр. ФИАН СССР, 1975, т. 80, с. 100.
4. Enderby C. E., Phillips R. M.— Proc. IEEE, 1965, v. 53, p. 1648.
5. Phillips R. M.— IRE Trans., 1960, v. ED-17, p. 231.
6. Кременцов С. И., Райзер М. Д., Сморгонский А. В.— Письма ЖЭТФ, 1976, т. 2, с. 453.
7. Elias L. R., Fairbank W. M., Madey J. M. J., Raiman G. J., Schwettman H. A., Smith T. I.— Phys. Rev. Lett., 1976, v. 36, p. 771; Opt. Comm., 1976, v. 18, p. 413.
8. Deacon D. A., Elias L. R., Madey J. M. J., Raiman G. J., Schwettman H. A., Smith T. I.— Phys. Rev. Lett., 1977, v. 38, p. 892.
9. McDermott D. B., Marshall T. C., Schlessinger S. P., Parker P. K., Granatstein V. L.— Ibid., 1978, v. 41, p. 1368.
10. Жуков П. Г., Иванов В. С., Рабинович М. С., Райзер М. Д., Рухадзе А. А.— ЖЭТФ, 1979, т. 76, с. 2065.
11. Pantell R. H., Soncini G., Puthoff H. E.— IEEE J. Quantum. Electron., 1968, v. QE-4, p. 905.
12. Dekker H.— Phys. Lett. Ser. A, 1976, v. 59, p. 369.
13. Walsh J. F., Marshall T. C., Schlessinger S. P.— Phys. Fluids, 1977, v. 20, p. 709.
14. Gover A., Yariv A., Yeh P.— Opt. Comm., 1976, v. 18, p. 222.
15. Smith S. J., Parsell E. M.— Phys. Rev., 1953, v. 92, p. 1069.
16. Watchell J. M.— J. Appl. Phys., 1979, v. 50, p. 49.
17. Yariv A., Shin C.-C.— Opt. Comm., 1978, v. 24, p. 233.
18. Ковалев Н. Ф., Петелин М. И., Райзер М. Д., Сморгонский А. В., Цопп Л. Э.— Письма ЖЭТФ, 1973, т. 18, с. 232.
19. Gover A., Yariv A.— Appl. Phys., 1978, v. 16, p. 121.
20. Kroll N. M., McMullin W. A.— Phys. Rev. Ser. A, 1978, v. 17, p. 30.
21. AlAbavi H., Hopf F. A., Meystre P. A.— Ibid., 1977, v. 16, p. 666.
22. Bernstein I. B., Hirshfield J. L.— Phys. Rev. Lett., 1978, v. 10, p. 761.
23. Kwan T., Dawson J. M., Lin A. T.— Phys, Fluids, 1977, v. 20, p. 581.
24. Louisell W. H., Lam J. F., Copeland D. A.—Phys. Rev. Ser. A, 1978, v. 18, p. 655.
25. Shih Ch.-Ch., Yariv A.— Ibid., 1980, v. 22, p. 2717.
26. Poponin V. P.— In: 2nd Intern. Conference on Multiphoton Processes. Abstracts of Contributed Papers.— Budapest: Central Research Institute for Physics, 1980.— F-7.
27. Гапонов А. В., Петелин М. И., Юлпатов В. И.— Изв. вузов, Сер. «Радиофизика», 1967, т. 10, с. 1414.
28. Madey J. M. J.— J. Appl. Phys., 1971, v. 42, p. 1906.
29. Madey J. M. J.— Trans. Nucl. Sci., 1973, v. 20, p. 980.
30. Петелин М. И., Сморгонский А. В.— Изв. вузов. Сер. «Радиофизика», 1973, т. 16, с. 294.

31. Hopf F. A., Meystre P., Scully M. O., Louisell W. H.— Opt. Comm., 1976, v. 18, p. 413.
32. Colson W. B.— Phys. Lett. Ser. A, 1976, v. 59, p. 187.
33. Mayer G.— Opt. Comm., 1977, v. 20, p. 200.
34. Bambini A., Renieri A.— Nuovo Cimento Lett., 1978, v. 21, p. 399.
35. Коломенский А. А., Лебедев А. Н.— Квант. электрон., 1973, т. 5, с. 1543.
36. Baier V. N., Milstein A. I.— Phys. Lett. Ser. A, 1978, v. 65, p. 317.
37. Алферов Д. Ф., Бессонов Е. Г.— ЖТФ, 1979, т. 49, с. 777.
38. Becker W.— Phys. Lett. Ser. A, 1978, v. 65, p. 317.
39. Мак Ивер Дж., Федоров М. В.— Письма ЖТФ, 1979, т. 5, с. 607.
40. Bambini A., Stenholm S.— Opt. Comm., 1979, v. 30, p. 391.
41. Becker W., Mitter H.— Zs. Phys. Ser. B, 1979, Bd. 35, p. 399.
42. Colson W. B.— Phys. Lett. Ser. A, 1978, v. 64, p. 190.
43. Братнер В. Л., Гинзбург Н. С., Петелин М. И.— Письма ЖЭТФ, 1978, т. 28, с. 207; ЖЭТФ, 1979, т. 76, с. 930.
44. Байер В. Н., Мильштейн А. И.— ДАН СССР, 1980, т. 250, с. 1364.
45. Hopf F. A., Meystre P., Scully M. O., Louisell W. H.— Phys. Rev. Lett., 1976, v. 37, p. 1342.
46. Planner C. W.— Phys. Lett. Ser. A, 1978, v. 67, p. 363.
47. Louisell W. H., Lam J. F., Copeland D. A., Colson W. B.— Phys. Rev. Ser. A, 1979, v. 19, p. 288.
48. Bambini A., Renieri A., Stenholm S.— Ibid., p. 2013.
49. Fedorov M. V., McIver J. K.— Phys. Lett. Ser. A, 1979, v. 72, p. 83.
50. Мак Ивер Дж. К., Федоров М. В.— ЖЭТФ, 1979, т. 76, с. 1996.
51. Becker W.— Phys. Lett. Ser. A, 1979, v. 74, p. 66.
52. Becker W.— Zs. Phys. Ser. B, 1980, Bd. 38, p. 287.
53. Fedorov M. V., McIver J. K.— Optica Acta, 1979, v. 26, p. 1121.
54. Мак Ивер Дж. К., Федоров М. В.— Квант. электрон., 1980, т. 7, с. 309.
55. Cooke W. J.— Opt. Comm., 1978, v. 28, p. 123.
56. Sprangle P., Granatstein V. L.— Phys. Rev. Ser. A, 1978, v. 17, p. 192.
57. Louisell W. H.— Цит. в [26] сб.— F-6.
58. Szöke A., Proznitz D., Neil V. K.— Ibid.— F-8.
59. Sprangle P., Tang Ch.-M., Manheimer W. H.— Phys. Rev. Ser. A, 1980, v. 21, p. 302.
60. Moore G. T., Scully M. O.— Ibid., p. 2000.
61. Bonifacio R., Meystre P., Moore G. T., Scully M. O.— Ibid, p. 2009.
62. Elias L. R.— Phys. Rev. Lett., 1979, v. 42, p. 977.
63. Бессонов Е. Г. Препринт ФИАН СССР, № 50.— Москва, 1978.
64. Artamonov A. S., Vinokurov N. A., Voblyi P. D., Gluskin E. S., Kornyukhin G. A., Kochubei V. A., Kulipanov G. N., Litvinenko V. N., Mezentsev N. A., Skrinsky A. N.— Nucl. Instr. and Meth., 1980, v. 177, p. 247.
65. Зарецкий Д. Ф., Нерсесов Э. А., Федоров М. В.— ЖЭТФ, 1981, т. 80, с. 999.
66. Fedorov M. V., Nersesov E. A., Zaretsky D. F.— Phys. Lett. Ser. A, 1981, v. 82, p. 227.
67. Варфоломеев А. А., Зарецкий Д. Ф. Препринт ИАЭ-3340/14.— Москва, 1980.
68. Кузнецов В. Л.— УФН, 1979, т. 129, с. 541.
69. Райзер М. Д., Рухадзе А. А. Препринт ФИАН СССР, № 101.— Москва, 1980.
70. Берестецкий В. Б., Лифшиц Е. М., Питаевский Л. П. Релятивистская квантовая теория, ч. 1— М.: Наука, 1968.
71. Becker W.— Zs. Phys., 1981.
72. Зарецкий Д. Ф., Нерсесов Э. А.— ЖЭТФ, 1981, т. 81, вып. 2.
73. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Механика.— М.: Физматгиз, 1958.
74. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теория поля.— М.: Физматгиз, 1960.
75. Советов Н. М. Основы теории ламп бегущей волны с учетом релятивистских эффектов.— Саратов: Изд-во Сарат. ун-та, 1966.
76. Кондратенко А. М., Саладин Е. Л.— ДАН СССР, 1979, т. 249, с. 843.
77. Тернов И. М., Халилов В. Р., Багров В. Г., Никитин М. М.— Изв. вузов. Сер. «Физика», 1980, № 2, с. 5.
78. Федоров М. В.— ЖЭТФ, 1977, т. 73, с. 134.
79. Fedorov M. V., McIver J. K.— Opt. Comm., 1980, v. 32, p. 179.
80. Бункин Ф. В., Казаков А. Е., Федоров М. В.— УФН, 1972, т. 107, с. 559.

81. Becker W.— Opt. Comm., 1980, v. 33, p. 69.
82. Sukhatme V. P., Wolf P. E.— J. Appl. Phys., 1973, v. 44, p. 2331; IEEE J. Quantum. Electron., 1974, v. QE-10, p. 970.
83. Hasegawa A., Mima K.— Appl. Phys. Letts., 1979, v. 29, p. 542.
84. Chan Y. W.— Phys. Rev. Lett., 1979, v. 42, p. 92.
85. Цикин Б. Г., Дубровский В. А.— Радиотехн. и электрон., 1972, т. 17, с. 1433.
86. Дубровский В. А., Лернер Н. Б., Цикин Б. Г.— Квант. электрон., 1975, т. 2, с. 2292.
87. Дубровский В. А., Цикин Б. Г.— Квант. электрон., 1977, т. 4, с. 1473.
88. Никишов А. И., Ритус В. И.— ЖЭТФ, 1964, т. 46, с. 776; т. 47, с. 1130; 1967, т. 52, с. 1707.
89. Brown L. S., Kibble T. W. B.— Phys. Rev. Ser. A, 1964, v. 133, p. 705.
90. Братман В. Л., Гинзбург Н. Г., Петелин М. И.— Изв. АН СССР, Сер. физич., 1980, т. 44, с. 1593.
91. Валлис Г., Зауэр К., Зюндер Д., Росинский С. Е., Рухадзе А. А., Рухлин В. Г.— УФН, 1974, т. 113, с. 435.
92. Кумахов М. А.— ДАН СССР, 1976, т. 230, с. 1077; ЖЭТФ, 1977, т. 72, с. 1489.
93. Базылев В. А., Глебов В. И., Жеваго Н. К.— ЖЭТФ, 1980, т. 78, с. 62.
94. Диденко А. Н., Жерлицын А. Г., Кожевников А. В., Мельников Г. В., Фоменко Г. П., Штейн Ю. Г.— В кн.: Тезисы докладов X Всесоюзной конференции по когерентной и нелинейной оптике. Киев. Ч. II.— Москва, 1980.— С. 286.