

539,184

КОЛЛЕКТИВНОЕ СПОНТАННОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ (СВЕРХИЗЛУЧЕНИЕ ДИКЕ)

А. В. Андреев, В. И. Ежельянов, Ю. А. Ильинский

СОДЕРЖАНИЕ

1. Введение	653
2. Сверхизлучение систем с размерами меньше длины волны излучения	657
3. Сверхизлучение протяженных систем	660
а) Общие соображения (660). б) Одномодовая модель сверхизлучения (661). в) Квантовая многомодовая теория сверхизлучения (662). 1) Условия возникновения эффекта (663); 2) Анализ решения системы уравнений многомодового сверхизлучательного распада (666); 3) Сверхизлучение в слабоусиливающих средах (667); 4) Осцилляторный режим сверхизлучения (669); 5) Сверхизлучение неоднородно уширенных систем (670); 6) Конкуренция коллективных и спонтанных процессов (672). г) Полуклассическая теория сверхизлучения. Учет пространственного изменения огибающей поля (673). д) О роли флуктуаций при сверхизлучательном распаде (блотовское представление) (674).	
4. Сверхизлучение в коротковолновом диапазоне	676
а) Сверхизлучение в гамма-диапазоне (676). б) Сверхизлучение в рентгеновском диапазоне (677).	
5. Экспериментальное исследование сверхизлучения	678
а) Сверхизлучение на вращательных переходах молекул (679). б) Сверхизлучение на оптических переходах атомов (680).	
6. Сверхизлучение при комбинационном рассеянии света (многомодовая теория) Основные уравнения теории СИКР и анализ их решения (684)	683
7. Заключение	691
Дополнение. Фазовый переход в равновесной системе двухуровневых атомов, взаимодействующих через электромагнитное поле	692
Цитированная литература	693

1. ВВЕДЕНИЕ

В своей основополагающей работе ¹ Дике в 1954 г. показал, что система N инвертированных двухуровневых атомов может спонтанно перейти в основное состояние за время, обратно пропорциональное числу атомов $\tau_c \sim 1/N$. Этот эффект обусловлен наведением корреляций между моментами перехода пространственно разделенных излучателей, взаимодействующих друг с другом через поле излучения. В результате атомы, находящиеся в макроскопически большом объеме, излучают когерентно. Поскольку полная энергия, излучаемая коллективом N атомов, равна $N\hbar\omega_0$, где ω_0 — частота перехода, то интенсивность излучения $I \sim N\hbar\omega_0/\tau_c \sim N^2$. Такое излучение получило название коллективного спонтанного излучения или сверхизлучения (СИ) Дике *). В случае обычного спонтанного

*) В зарубежной литературе помимо этого названия используется также термин «суперфлуоресценция».

излучения, когда атомы распадаются независимо друг от друга со временем спонтанного распада T_1 , не зависящим от числа излучателей, интенсивность пропорциональна числу излучателей: $I \sim N\hbar\omega_0/T_1 \sim N$. (Современный обзор теории спонтанного излучения см. в книге ⁸²).

Эффективное самонаведение корреляций между дипольными моментами возможно лишь в том случае, когда время развития этого процесса (τ_c) меньше времени релаксации дипольного момента атома T_2 , а также меньше T_1 (обычно $T_2 < T_1$). Поэтому с точки зрения динамики атомной подсистемы СИ представляет собой нестационарный процесс, протекающий на временах, меньших T_1 и T_2 . Следует подчеркнуть, что установление корреляций между излучателями происходит самопроизвольно в процессе излучения. Этим СИ принципиально отличается от других когерентных,

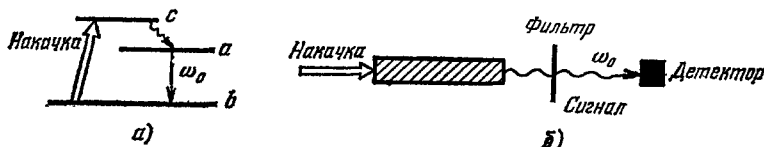


Рис 1. Схемы рабочих уровней (а) и экспериментальной установки (б) в типичном эксперименте по наблюдению СИ.

а, в — рабочие уровни, с — промежуточный уровень.

нестационарных процессов типа затухания свободной оптической индукции ⁷⁸, самоиндуцированной прозрачности ⁷⁸ или фотонного эха ⁷⁹, где отдельные излучатели сфазированы и интенсивность излучения также пропорциональна N^2 , но эта фазировка обусловлена внешней когерентной накачкой.

СИ по своим характеристикам и по условиям наблюдения качественно отличается как от обычного спонтанного излучения, так и от стимулированного излучения. Рассмотрим характерные отличия СИ на примере типичного эксперимента по наблюдению СИ ²⁴. Пусть внутри макроскопически большого, вытянутого и открытого с обоих концов цилиндра длиной L , площадью основания A ($L \gg \sqrt{A}$, $V = AL$, $n = N/V$), находятся N двухуровневых атомов. В начальный момент все атомы переводятся в верхнее состояние достаточно коротким ($\tau_{\text{имп}} < \tau_c$) импульсом накачки так, чтобы начальное состояние системы было некогерентным (т. е. таким, в котором корреляции между дипольными моментами рабочих переходов различных атомов отсутствуют) (рис. 1). Затем начинается свободный распад системы инвертированных атомов, характер которого зависит от соотношения временных параметров T_1 , T_2 , τ_c , а также $\tau = L/c$ — времени пролета фотона через среду (c — скорость света). Пусть плотность атомов настолько мала, что выполняется неравенство

$$T_1 = \left(\frac{4}{3} \frac{d^2 \omega_0^3}{\hbar c^3} \right)^{-1} \ll \tau_c \sim \left(\frac{2\pi n d^2 \omega_0}{\hbar \tau^{-1}} \right)^{-1}$$

(где d — дипольный матричный элемент перехода); тогда каждый атом распадается независимо от других и излучение запасенной в атомной системе энергии происходит с характерным временем T_1 изотропно по направлениям (рис. 2, б).

Пусть теперь выполняется условие

$$\tau \ll \tau_c \ll T_2, T_1. \quad (1.1)$$

Правое неравенство означает, что коллективные процессы протекают быстрее, чем релаксационные процессы в индивидуальных атомах. Левое неравенство означает, что фотоны покидают объем за время, меньшее времени

стимулированного излучения (протекающего на временах $\sim \tau'_c$). Отметим, что в литературе для обозначения процесса усиления спонтанного излучения также часто используется термин «сверхизлучение» (или «суперлюминесценция»). СИ как коллективный спонтанный процесс отличается от него в том принципиальном отношении, что в формировании СИ вынужденные переходы атомов не играют роли. Поясним отличие СИ от стимулированного излучения на примере однопроходного беззеркального лазера, геометрия которого и расположение рабочих уровней такие же, как и в рассматриваемом выше случае СИ (рис. 1, а). Однако теперь накачка действует стационарно. При больших коэффициентах усиления $\mu L = 2\pi n d^2 \omega_0 L / \hbar T_2^{-1} c \gg 1$ система двухуровневых атомов будет находиться в состоянии насыщения (населенности верхнего и нижнего рабочих уровней равны друг другу и равны $N/2$). В этом состоянии максимальная часть энергии, запасенной в атомной среде, преобразуется в энергию излучения. Поскольку скорость накачки атомов на верхний рабочий уровень пропорциональна $N/2$, то интенсивность излучения такого лазера (в стационарном режиме) также пропорциональна N . Поэтому, если, например, изменять давление рабочего газа, то интенсивность усиленного спонтанного излучения будет изменяться пропорционально давлению, в то время как интенсивность СИ изменяется пропорционально квадрату давления. Это обстоятельство используется для экспериментальной идентификации СИ.

Изучение эффекта СИ представляет как общефизический, так и прикладной интерес. С физической точки зрения эффект СИ является примером кооперативного поведения системы N частиц ($N \gg 1$), взаимодействующих с электромагнитным полем. Вопросы о формировании сверхизлучательного, скоррелированного состояния в такой системе многих тел, выяснение роли геометрии среды в формировании пространственной когерентности СИ, а также связи явления СИ с неравновесными фазовыми переходами представляют общий интерес.

С прикладной точки зрения эффект СИ интересен как один из методов получения когерентного излучения в беззеркальных системах. Трудности создания отражающих зеркал в рентгеновском и гамма-диапазонах не дают возможности использовать для целей генерации коротковолнового излучения обычные процессы вынужденного излучения. Поэтому СИ (и это подтверждается теоретическими оценками⁴⁸⁻⁵²) может оказаться возможным механизмом генерации когерентного излучения в указанных диапазонах.

Эффект СИ может дать также спектроскопическую информацию^{57, 58}, использоваться для генерации ультракоротких импульсов и т. д.

После работы Дике довольно долгое время теория СИ развивалась эпизодически. Новый этап интенсивного развития теоретических и экспериментальных исследований эффекта СИ начался в последнее время после первого экспериментального наблюдения СИ в оптическом диапазоне²⁴. К настоящему моменту выполнено уже довольно большое число экспериментов по наблюдению эффекта СИ. Экспериментальное изучение СИ показало, что существующие теории в ряде важных пунктов не дают удовлетворительного согласия с экспериментом. Это стимулировало дальнейшее развитие теории СИ протяженных систем (с размерами, много большими длины волны излучения). К теоретическим вопросам, разработанным в последнее время, относятся: учет многомодовости СИ, эффект СИ в слабоусиливающих средах, осцилляторный режим СИ. Дальнейшее развитие теория СИ получила при обобщении ее на случай двухфотонных процессов (сверхизлучение при комбинационном рассеянии в молекулярных и атомных средах^{62, 64, 22}). В работе⁸⁰ указано на принципиальную возможность наблюдения СИ и в случае многофотонных процессов.

Необходимо отметить, что в литературе существует несколько теоретических подходов к описанию явления СИ, отличия которых в значительной мере определяются теми допущениями, которые используются при исходной формулировке задачи. Такая ситуация обусловлена сложностью задачи в ее общей постановке (нелинейностью и распределенностью атомной системы, необходимостью учета геометрии среды и др.). Учитывая одну сторону явления, различные подходы могут не описывать другие важные черты СИ. Поэтому в настоящем обзоре изложены или кратко обсуждаются все основные подходы к описанию СИ и проводится сравнение теоретических и экспериментальных результатов.

2. СВЕРХИЗЛУЧЕНИЕ СИСТЕМ С РАЗМЕРАМИ МЕНЬШЕ ДЛИНЫ ВОЛНЫ ИЗЛУЧЕНИЯ

Рассмотренная выше система двухуровневых атомов, взаимодействующая с полем излучения, описывается следующим гамильтонианом:

$$H = \frac{\hbar\omega_0}{2} R_3 + \sum_{\mathbf{k}} \hbar\omega_{\mathbf{k}} a_{\mathbf{k}}^{\dagger} a_{\mathbf{k}} + \sum_{\mathbf{k}} (g_{\mathbf{k}} R_{\mathbf{k}}^{\dagger} a_{\mathbf{k}} + g_{\mathbf{k}}^* a_{\mathbf{k}}^{\dagger} R_{\mathbf{k}}^{-}) = H_0 + \sum_{\mathbf{k}} H_{\mathbf{k}}, \quad (2.1)$$

где $a_{\mathbf{k},\lambda}^{\dagger}$ ($a_{\mathbf{k},\lambda}$) — оператор рождения (уничтожения) кванта поля в моде $(\mathbf{k}, \lambda)$ с волновым вектором $\mathbf{k}$, частотой $\omega_{\mathbf{k}}$ и поляризацией $\mathbf{e}_{\lambda}$. Константа связи $g_{\mathbf{k},\lambda}$ равна

$$g_{\mathbf{k},\lambda} = \sqrt{\frac{2\pi\hbar}{V\omega_{\mathbf{k}}}} \langle + | \mathbf{j}^+ \mathbf{e}_{\lambda} | - \rangle, \quad (2.1a)$$

где $\mathbf{j}^+$ — оператор плотности тока перехода (в дипольном приближении $\mathbf{j}^+ = i\omega_0 \mathbf{d}$), $| + \rangle$, $| - \rangle$ — соответственно волновые функции возбужденного и основного состояния атома. Далее индекс поляризации λ будем опускать, обозначая $\mathbf{k} \equiv (\mathbf{k}, \lambda)$.

Коллективные атомные операторы $R_{\mathbf{k}}^{\pm}$, R_3 выражаются через спиновые операторы Паули $\sigma_{\pm} = (\sigma_1 \pm i\sigma_2)/2$ отдельных атомов:

$$R_{\mathbf{k}}^{\pm} = \sum_{i=1}^N \sigma_{\pm}^{(i)} \exp(\pm i\mathbf{k}\mathbf{r}_i), \quad R_3 = \sum_{i=1}^N \sigma_3^{(i)}, \quad (2.2)$$

и удовлетворяют следующим коммутационным соотношениям:

$$[R_{\mathbf{k}}^{\dagger}, R_{\mathbf{k}'}^{-}] = R_{3, \mathbf{k}-\mathbf{k}'}, \quad [R_{\mathbf{k}}^{\pm}, R_3] = \mp 2R_{\mathbf{k}}^{\pm}, \quad (2.3)$$

где

$$R_{3\mathbf{k}} = \sum_{i=1}^N \sigma_3^{(i)} \exp(i\mathbf{k}\mathbf{r}_i).$$

Интенсивность излучения в направлении $\mathbf{k}$ в единичный телесный угол выражается через корреляторы коллективных, гейзенберговских операторов ¹:

$$\frac{d}{dt} \langle a_{\mathbf{k}}^{\dagger} a_{\mathbf{k}} \rangle = I_{\mathbf{k}}(t) = I_{\text{сп.}} \langle R_{\mathbf{k}}^{\dagger}(t) R_{\mathbf{k}}^{-}(t) \rangle, \quad (2.4)$$

где $I_{\text{сп.}} = 1/4\pi T_1$ — интенсивность изотропного спонтанного распада в единичный телесный угол, а скобки $\langle \rangle$ обозначают квантово-статистическое усреднение. Здесь и далее интенсивность измеряется в квантах за секунду.

Прежде чем переходить к рассмотрению динамики корреляторов $\langle R_{\mathbf{k}}^{\dagger} R_{\mathbf{k}}^{-} \rangle$ в общем случае протяженных систем, рассмотрим сначала, для прояснения основных идей, простейший случай, когда объем системы $V \ll \lambda^3$, где λ — длина волны излучения. Тогда для каждого атома в (2.1)

$k r_i \ll 1$, и формально это можно учесть, устремляя в (2.2) — (2.3) $k \rightarrow 0$, а также заменяя в (2.4) $R_k^\pm \rightarrow R_0^\pm$.

Введем коллективный оператор

$$R^2 = \frac{1}{2} (R_0^+ R_0^- + R_0^- R_0^+) + \frac{1}{4} R_3^2 \quad (2.5)$$

и будем описывать атомную систему с помощью собственных функций оператора R^2 (состояния Дике ¹⁾):

$R^2 |r, m\rangle = r(r+1) |r, m\rangle$, $R_3 |r, m\rangle = 2m |r, m\rangle$,
где $m = (N_a - N_b)/2$ — полуразность населенностей ($N_a + N_b = N$),
 $0 \leq r \leq N/2$, $|m| \leq r$. При радиационных переходах кооперационное число r не меняется, поскольку R^2 коммутирует с гамильтонианом (2.1) (где $k = 0$).

Интенсивность излучения в момент $t = 0$, в соответствии с (2.4), зависит от того, в каком начальном состоянии находится атомная система. Пусть в момент $t = 0$ атомы инвертированы, $m = r = N/2$. Интенсивность излучения из такого состояния равна

$$I_k = I_{\text{сп}} \langle r, m | R_0^+ R_0^- | r, m \rangle = I_{\text{сп}} (r+m)(r-m+1) = I_{\text{сп}} N,$$

т. е. каждый атом начинает распадаться независимо от других и интенсивности отдельных излучателей складываются.

Пусть теперь система находится в состоянии $r = N/2$, $m = 0$ (населенности верхнего и нижнего уровней равны друг другу). Интенсивность излучения в таком состоянии

$$I_k = \left\langle \frac{N}{2}, 0 | R_0^+ R_0^- | \frac{N}{2}, 0 \right\rangle = I_{\text{сп}} \frac{N}{2} \left(\frac{N}{2} + 1 \right) \approx I_{\text{сп}} \frac{N^2}{4}.$$

Таким образом, распад системы N атомов из диковского состояния с $r = N/2$, $m = 0$ происходит кооперативным образом, и интенсивность излучения максимальна и пропорциональна N^2 (сверхизлучательное состояние).

СИ состояние может быть создано при облучении системы атомов, находящихся в основном состоянии ($r = N/2$, $m = -N/2$), достаточно интенсивным импульсом резонансного излучения, выравнивающим населенности на временах $t \ll T_2$.

Здесь нас будет интересовать, однако, другой процесс: распад полностью инвертированной в начальный момент системы N атомов (при $t = 0$, $r = m = N/2$) с самопроизвольным переходом ее в состояние СИ.

Чтобы описать этот процесс, используем то обстоятельство, что оператор (2.5) коммутирует с гамильтонианом (2.1) (где $R_k^\pm \rightarrow R_0^\pm$) и, следовательно, на временах $t < T_2$ среднее его значение сохраняется:

$$\langle R^2 \rangle_t = \frac{1}{2} \langle R_0^+ R_0^- + R_0^- R_0^+ \rangle_t + \frac{1}{4} \langle R_3^2 \rangle_t = \langle R^2 \rangle_{t=0} \equiv r^2, \quad (2.6)$$

где

$$r^2 = \frac{N}{2} \left(\frac{N}{2} + 1 \right).$$

Равенство (2.6) известно под названием закона сохранения длины блоховского вектора. Используя далее правила коммутации (2.3) и выражение для интенсивности (2.4), а также пренебрегая среднеквадратичной флуктуацией $\langle \delta R_3^2 \rangle$ (в момент $t = 0$ при полной некогерентной инверсии $\langle \delta R_3^2 \rangle = 0$), из (2.6) получаем

$$T_1 4\pi I_k + \frac{\langle R_3 \rangle^2}{4} - \frac{\langle R_3 \rangle}{2} = \frac{N}{2} \left(\frac{N}{2} + 1 \right). \quad (2.7)$$

Одну из переменных $I_k(t)$ или $\langle R_3(t) \rangle$ можно исключить, если воспользоваться законом сохранения энергии при излучении, который с учетом (2.4) (где $R_k^\pm \rightarrow R_0^\pm$) можно записать в виде

$$\frac{d}{dt} \left\langle \frac{R_3}{2} + \sum_k a_k^\dagger a_k \right\rangle = \frac{d\langle R_3 \rangle}{2dt} + 4\pi I_k = 0. \quad (2.8)$$

Тогда из (2.8) и (2.7) получаем уравнение, описывающее динамику разности населенностей атомных уровней:

$$\frac{d\langle R_3 \rangle}{dt} = -\frac{2}{T_1} \left(\frac{N^2}{4} - \frac{\langle R_3 \rangle^2}{4} + \frac{N + \langle R_3 \rangle}{2} \right) \quad (2.9)$$

с начальным условием $\langle R_3 \rangle_{t=0} = N$. Решение его (с точностью до $1/N$) имеет вид

$$\langle R_3 \rangle_t = -N \operatorname{th} \frac{t - t_0}{2\tau_c}, \quad (2.10)$$

где

$$\tau_c = \frac{T_1}{N}, \quad (2.11)$$

$$t_0 = \frac{T_1}{N} \ln N = \tau_c \ln N. \quad (2.12)$$

В момент $t = t_0$ населенности верхнего и нижнего уровней выравниваются.

Для интенсивности излучения в единичный телесный угол из (2.7) и (2.10) получим следующее выражение:

$$I_k(t) = \frac{I_{\max}}{4\pi} \operatorname{sech}^2 \frac{t - t_0}{2\tau_c}, \quad (2.13)$$

где

$$I_{\max} = \frac{\Lambda^2}{4T_1}.$$

Система N атомов излучает в произвольно выбранном направлении $\mathbf{k}$, импульс излучения, максимум интенсивности которого $I_{\max}/4\pi \sim N^2$ (сверхизлучение), наблюдается в момент времени t_0 (время задержки), а длительность импульса равна τ_c . Поскольку $N \gg 1$, то в (2.12) $\ln N \gg 1$ (в реальных условиях может быть $\ln N \approx 20$), поэтому $t_0 \gg \tau_c$, так что именно значение t_0 определяет характерный временной интервал, на котором происходит высвечивание системы. Формула (2.12) для t_0 впервые была получена в работе ². Напомним, что при получении (2.13) мы использовали закон сохранения длины блоховского вектора (2.6) ($t < T_2$), следовательно, одним из условий сверхизлучения является неравенство $t_0 < T_2$.

Выше мы кратко коснулись вопроса о волновой функции системы N атомов, соответствующей СИ состоянию. В работах ^{3,4}, где был развит теоретико-групповой подход к проблеме СИ, базирующийся на использовании группы перестановок, показано, что СИ состоянию отвечает полностью симметричная по перестановкам частиц волновая функция системы N тождественных атомов. Полностью антисимметричная по перестановкам частиц волновая функция соответствует состоянию, скорость распада которого равна нулю, т. е. в таком состоянии происходит пленение излучения.

В работе Шелепина ⁵ проблема СИ впервые была рассмотрена для случая многоуровневых систем. Позже развитию теории СИ на случай многоуровневых систем был посвящен целый цикл работ. Состояние этого вопроса на сегодняшний день достаточно полно отражено в ⁶.

Следует отметить, что до сих пор эффект СИ в системах с размерами, значительно меньшими длины волны излучения, не наблюдался. Возможной причиной этого является то, что диполь-дипольные взаимодействия настолько уширяют линию, что условие $t_0 < T_2$ в сосредоточенной системе не может быть выполнено. Действительно, в СИ состоянии диполь-дипольная ширина уровня $(1/T_2)_{\text{дип}} \sim Nd^2/\hbar r_{\text{ср}}^3$, где $r_{\text{ср}}$ — средний линейный размер системы, в то же время из (2.12) получаем, что $1/t_0 = -N/T_1 \ln N \approx \approx [(2\pi^3) N/\ln N] d^2/\hbar \lambda^3 \ll (1/T_2)_{\text{дип}}$, если $r_{\text{ср}} \ll \lambda$. Вопрос о влиянии формы образца на скорость дипольной релаксации в системах с $V \ll \lambda^3$ обсуждался в работах ^{7, 8}.

Возможность наблюдения СИ в образцах с размерами, сравнимыми с длиной волны излучения, показана в экспериментах ⁹, где эффект наблюдался на ридберговских уровнях атома натрия (при переходе с уровня nS со значением главного квантового числа $n = 25$). Излучение имело длину волны $\lambda = 1,5$ мм, при этом активная область имела размеры $L = 5$ мм, $d = 1$ мм.

3. СВЕРХИЗЛУЧЕНИЕ ПРОТЯЖЕННЫХ СИСТЕМ

а) Общие соображения

Развитие квантовой электроники вызвало новый бурный интерес к проблеме СИ, поскольку появление источников мощных когерентных импульсов света с длительностями, меньшими времени релаксации атомных переходов, дало возможность осуществить в оптической области такие эффекты, как фотонное эхо, оптические нутации, оптическая адиабатическая инверсия, которые наблюдались ранее только в микроволновой области спектра. Общим для всех упомянутых выше эффектов является возникновение макроскопического индуцированного момента перехода вследствие фазировки излучателей. Возникновение корреляций между моментами переходов излучателей в макроскопических объемах в процессе распада лежит, как отмечено выше, и в основе эффекта СИ. Для оценки возможности наблюдения эффекта СИ в оптической области появилась необходимость обобщить теорию на случай больших излучающих объемов. Решению указанной проблемы был посвящен целый ряд статей. Так, в работе Афанасьева и Кагана ¹⁰ обсуждалась возможность наблюдения эффекта в гамма-диапазоне и была оценена максимальная интенсивность излучения. Развитие во времени процесса СИ в протяженных системах было описано в работах ¹¹⁻¹⁶, где, основываясь на различных подходах, были получены сходные уравнения динамики сверхизлучающих систем.

В случае протяженных систем гамильтониан системы N двухуровневых атомов, взаимодействующих с электромагнитным полем, определяется формулой (2.1).

По аналогии со случаем сосредоточенной системы введем оператор

$$R_{\mathbf{k}}^2 = \frac{1}{2} (R_{\mathbf{k}}^+ R_{\mathbf{k}}^- + R_{\mathbf{k}}^- R_{\mathbf{k}}^+) + \frac{1}{4} R_3^2. \quad (3.1)$$

Возможность СИ, как это было выяснено ранее, связана с возникновением корреляций $\langle R_{\mathbf{k}}^+ R_{\mathbf{k}}^- \rangle = \sum_{i \neq j} e^{i\mathbf{k}(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j)} \langle \sigma_i^+ \sigma_j^- \rangle$, т. е. корреляторы отдельных излучателей $\langle \sigma_i^+ \sigma_j^- \rangle$ должны быть отличны от нуля в макроскопически больших областях объема. Важную роль в определении корреляторов играет геометрия объема, заполненного атомами. Действительно, пусть объем имеет изотропную форму, так что все моды поля $\mathbf{k}$ эквива-

лентны, т. е. $\langle R_k^+ R_k^- \rangle$ не зависят от направления $\mathbf{k}$. Ввиду однородности среды $\langle \sigma_+^{(i)} \sigma_-^{(j)} \rangle = f(\mathbf{r}_{ij})$, $\mathbf{r}_{ij} = \mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j$, следовательно, $\langle R_k^+ R_k^- \rangle \sim \int d\mathbf{r}_{ij} f(\mathbf{r}_{ij}) \exp(i\mathbf{k}\mathbf{r}_{ij})$, откуда следует, что коррелятор

$$\langle \sigma_+^{(i)} \sigma_-^{(j)} \rangle \sim \int d\mathbf{k} e^{-i\mathbf{k}\mathbf{r}_{ij}} \langle R_k^+ R_k^- \rangle \sim \frac{\sin(kr_{ij})}{kr_{ij}},$$

т. е. спадает обратно пропорционально расстоянию между излучателями. Однако, если дискриминировать моды излучения, например, путем придания образцу вытянутой цилиндрической формы, так что определяющую роль в высвечивании будут играть моды с волновыми векторами, направленными вдоль оси цилиндра (см. ниже, формулу (3.14)), то корреляции между излучателями будут охватывать макроскопически большие области.

Действительно, в предельном случае одной моды $\mathbf{k}$, отдельные излучатели будут скоррелированы в пределах области, продольный размер которой в направлении $\mathbf{k}$ — $l_{\text{эфф}}$ определяется неопределенностью волнового вектора $\Delta k = 2\pi/l_{\text{эфф}}$. Расстройка Δk может быть обусловлена несколькими причинами; прежде всего она может быть обусловлена неоднородной или однородной шириной линии излучения $l_{\text{эфф}1} = cT_2$; во-вторых, поскольку квант испускается в пределах области L (L — длина образца), то он имеет неопределенность импульса $\Delta k = 2\pi/L$ и соответствующее $l_{\text{эфф}2}$ равно $l_{\text{эфф}2} = L$; далее, если в результате распада системы возникает импульс излучения длительностью τ_c , то соответствующее $l_{\text{эфф}3} = c\tau_c$ (см. ¹⁶). Таким образом, максимальный размер области когерентности — области, в пределах которой может осуществляться фазировка излучателей, определяется длиной образца. Это максимальное значение достигается в системах с $L/c < \tau_c$, T_2 .

Как показано в работе ¹⁷, одномодовый случай приблизительно реализуется в цилиндрических образцах с числами Френеля $F = A/\lambda L \sim 1$. Одномодовая модель ввиду ее простоты широко используется при описании СИ в протяженных системах ^{14, 18, 19}. Рассмотрим основные результаты, получаемые с помощью этой модели.

б) Одномодовая модель сверхизлучения

Теорию СИ в одномодовом приближении (когда в (2.1) оставляется одна выделенная мода $\mathbf{k}$) можно построить в полной аналогии со случаем сосредоточенной системы. Действительно, коммутатор оператора R_k^2 (3.1) с гамильтонианом (2.1) равен

$$[R_k^2, H] = -2i \sum_{\mathbf{k}'} \sum_{i \neq j} [g_{\mathbf{k}'} \sigma_+^{(i)} \sigma_3^{(j)} a_{\mathbf{k}'} \exp\left(i \frac{\mathbf{k}}{2} \mathbf{r}_{ij} + i \frac{\mathbf{k}'}{2} \rho_{ij}\right) - \\ - g_{\mathbf{k}'}^* a_{\mathbf{k}'}^+ \sigma_3^{(j)} \sigma_-^{(i)} \exp\left(-i \frac{\mathbf{k}}{2} \mathbf{r}_{ij} - i \frac{\mathbf{k}'}{2} \rho_{ij}\right)] \sin \frac{\mathbf{k} - \mathbf{k}'}{2} \mathbf{r}_{ij},$$

где

$$\mathbf{r}_{ij} = \mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j, \quad \rho_{ij} = \mathbf{r}_i + \mathbf{r}_j.$$

Отсюда следует, что в одномодовом приближении ($g_{\mathbf{k}'} = g_{\mathbf{k}} \delta_{\mathbf{k}\mathbf{k}'}$) R_k^2 коммутирует с $H_{\mathbf{k}}$ и является сохраняющейся (на временах $t < T_2$) величиной.

Таким образом, мы получаем для R_k^2 аналог закона сохранения длины блоховского вектора снова в форме (2.6), где надо заменить $R_{\mathbf{k}}^{\pm} \rightarrow R_{\mathbf{k}}^{\pm}$. Далее, в уравнении (2.8) надо учесть, что излучение теперь происходит не в телесный угол 4π , а в малый дифракционный телесный угол $\Delta\Omega_{\mathbf{k}} \simeq \simeq \lambda^2/A$ вдоль направления оси цилиндра (совпадающей с направлением

к), т. е.

$$\frac{d}{dt} \frac{\langle R_3 \rangle}{2} + \Delta\Omega_k I_k = 0. \quad (3.2)$$

Это означает, что уравнение (2.9) остается справедливым и для протяженной системы в одномодовом случае, если в нем произвести замену

$$\frac{1}{T_1} \rightarrow \frac{1}{T_1} \frac{\Delta\Omega_k}{4\pi}. \quad (3.2')$$

Повторяя далее те же рассуждения, что и в случае сосредоточенной системы, получаем, что интенсивность излучения в телесный угол $\Delta\Omega_k$ равна

$$I(t) = I_k \Delta\Omega_k = \frac{N}{4\tau_c} \operatorname{sech}^2 \frac{t-t_0}{2\tau_c}, \quad (3.3)$$

где

$$\tau_c = \frac{4\pi A}{\lambda^2} \frac{T_1}{N}, \quad (3.4)$$

$$t_0 = \tau_c \ln N. \quad (3.5)$$

Таким образом, в случае протяженной системы длительность импульса τ_c и время задержки t_0 возрастают в $4\pi A/\lambda^2 \gg 1$ по сравнению со случаем сосредоточенной системы (ср. с (2.11) и (2.12)). Более строгий вывод формулы (3.3), приведенной в работе ¹⁴⁶, показывает, что она справедлива лишь при условии $l_c = c\tau_c > L$, когда изменением огибающей импульса СИ вдоль среды можно пренебречь.

Отметим, то в полуклассическом приближении выражение для R_k^z (3.1) заменой переменных $R_k^+ = R_x + iR_y$, $R_k^- = R_x - iR_y$, $\frac{1}{2}R_z = R_z$ приводится к виду $R_k^2 = R_x^2 + R_y^2 + R_z^2$. Сохранение величины R_k^2 на временах $t < T_2$ дает возможность формально описывать СИ распад как движение вектора постоянной длины с компонентами R_x , R_y , R_z (блоховский вектор) по поверхности сферы радиуса r . Вводя новую переменную θ (азимутальный угол) по формуле $R_z = -r \cos \theta$, из (2.9), пренебрегая там членом $(N + R_3)/2$ и с учетом замены (3.2'), получаем

$$\frac{d\theta}{dt} + \frac{1}{\tau_c} r \sin \theta = 0. \quad (3.6)$$

Это часто используемое уравнение не описывает СИ распад лишь вблизи начального состояния полной инверсии $\theta_{t=0} = \theta_0 = \pi$. Более полный обзор описания СИ в блоховском представлении проводится в разделе д) гл. 3.

в) К в а н т о в а я м н о г о м о д о в а я т е о р и я с в е р х и з л у ч е н и я

Одномодовая модель СИ, рассмотренная выше, обладает простотой, наглядностью и близкой аналогией со случаем сосредоточенной системы. Вместе с тем она не дает возможности получить целый ряд важных характеристик СИ (включая и само условие применимости одномодового приближения). Сюда относятся, в частности, такие важные вопросы, как влияние на время задержки СИ несохранения длины блоховского вектора на малых временах, угловая структура СИ, выяснение роли геометрии среды в формировании СИ, связь явления СИ с неравновесными фазовыми переходами. Поэтому полное описание СИ может быть проведено лишь в рамках многомодовой теории.

наведения межатомных корреляций, так что стимулированными процессами во время развития СИ можно пренебречь. Условия (1.1) определяют режим СИ. При выполнении этих условий система N атомов излучает импульс СИ, пиковая интенсивность которого на несколько порядков превосходит интенсивность спонтанного излучения (примерно на 10 порядков в эксперименте ²⁴). При этом основная часть энергии излучается в малые телесные углы вдоль направления наибольшей вытянутости объема (рис. 2, в). Такая направленность СИ обусловлена интерференцией различных излучателей и определяется геометрией среды. При условии $\tau \sim \tau_c$

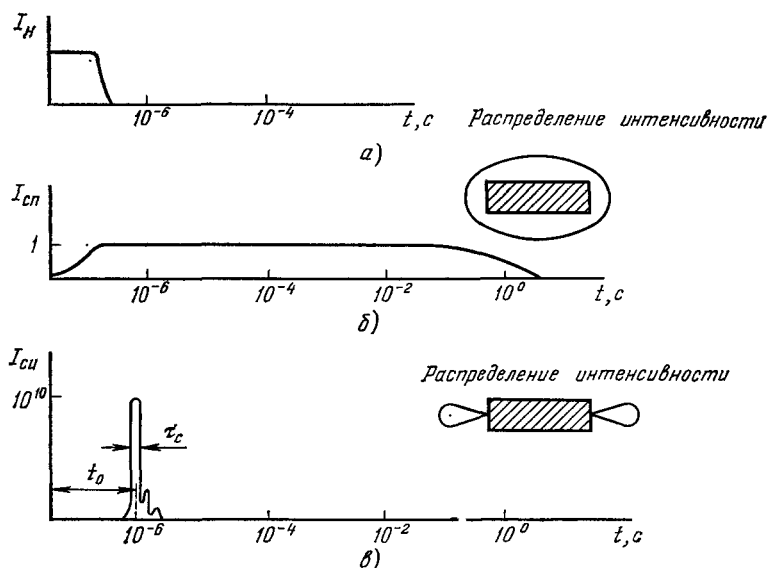


Рис. 2. Сравнение СИ и некогерентного спонтанного излучения ²⁴.

Время отложено в логарифмическом масштабе. а) Импульс накачки, инвертирующей рабочий переход $a \rightarrow e$; б) интенсивность излучения в случае некогерентного спонтанного распада ($T_1 \sim 1$ с); медленный экспоненциальный распад с изотропным распределением интенсивности по направлениям; в) наблюдаемый остро направленный сигнал СИ (газ HF ²⁴); пиковая интенсивность $I_{СИ}$ примерно в 10^{10} раз превосходит $I_{СП}$.

часть излученной энергии снова впускается в атомную подсистему, и излучение формируется в виде последовательности импульсов с уменьшающимися амплитудами (см. рис. 2, в) («осцилляторный режим СИ»). Важной характеристикой СИ импульса является время задержки t_0 , определяемое по моменту наблюдения максимума импульса (см. рис. 2, в), которое примерно на порядок превосходит длительность самого импульса ($t_0 \sim \tau_c \cdot \ln N$). Такая задержка СИ объясняется тем, что процесс распада начинается с изотропной спонтанной эмиссии и лишь постепенно, благодаря взаимодействию атомов через поле излучения, в системе происходит нарастание корреляций дипольных моментов атомов, величина которых достигает максимального значения как раз в момент $t = t_0$ (населенности верхнего и нижнего рабочих уровней перехода в момент t_0 равны друг другу). Направленность СИ, происходящего в направлении наибольшей вытянутости объема, напоминает свойство усиленного спонтанного излучения в беззеркальных системах. В нестационарном случае этот режим в отличие от СИ определяется условием $T_2 < \tau_c = (2\pi\hbar d^2 \omega_0 / \hbar T_2^{-1})^{-1} \ll \tau$. Левое неравенство означает, что поляризация быстро подстраивается под поле, а правое — то, что фотоны остаются внутри среды в течение времени τ , достаточного для развития процесса лавинообразного нарастания

Многомодовая теория может быть сформулирована как в атомно-полевом представлении, когда используются уравнения динамики и атомной и полевой подсистем, взаимодействующих друг с другом, так и в чисто атомном представлении, когда полевая переменная исключается путем решения пространственно-временного уравнения Максвелла^{15,17,22}.

В настоящем разделе мы изложим первый подход, который обычно используется в квантовой теории излучения. Второй подход, более удобный, в частности, для выяснения связи СИ с неравновесными фазовыми переходами, мы рассмотрим в разделе 6 на примере СИ при двухфотонных процессах (КР).

1) Условия возникновения эффекта. Гамильтониан (2.1) с учетом релаксационных членов, а также коммутационных соотношений (2.3) и правил коммутации операторов $a_k^\dagger$ и a_k определяет следующую систему уравнений в модовом представлении для атомно-полевой системы, взаимодействующей с окружением^{18, 20}:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dn_k}{dt} + \frac{n_k}{\tau_k} &= F_k, \\ \frac{dF_k}{dt} + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\tau_k} + \frac{1}{T_2} \right) F_k &= P_k + \frac{1}{T_k^2} (S_0 + S_k) + i(\omega_k - \omega_0) G_k, \\ \frac{dG_k}{dt} + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\tau_k} + \frac{1}{T_2} \right) G_k &= i(\omega_k - \omega_0) F_k, \\ \frac{dS_k}{dt} + \frac{S_k}{T_2} &= F_k R_3, \\ \frac{dR_3}{dt} + \frac{N + R_3}{T_1^*} &= -2 \sum_k F_k, \end{aligned} \right\} \quad (3.7)$$

где $n_k = \langle a_k^\dagger a_k \rangle$ — число квантов в моде k , $\tau_k = L_k/c$, L_k — длина образца в направлении вектора моды k (член n_k/τ_k эффективно учитывает выход излучения из объема),

$$\frac{1}{T_k^2} = \frac{2|g_k|^2}{\hbar^2}, \quad R_3 = \langle R_3 \rangle, \quad F_k = \frac{2i}{\hbar} (g_k \langle a_k^\dagger R_k^- \rangle - g_k^* \langle a_k R_k^+ \rangle), \quad (3.8)$$

$$P_k = \frac{2}{\hbar^2} \sum_{k'} [g_k g_{k'}^* \langle a_k^\dagger a_{k'} \rangle R_{3, k-k'} + g_{k'} g_k^* \langle a_k^\dagger a_k \rangle R_{3, k'-k}],$$

$$S_0 = \sum_{i=1}^N \langle \sigma_+^{(i)} \sigma_-^{(i)} \rangle, \quad S_k = \sum_{i \neq j} \langle \sigma_+^{(i)} \sigma_-^{(j)} \rangle \exp(ikr_{ij}),$$

$1/T_1^*$ — скорость безызлучательной релаксации разности населенностей. Формула для G_k получается из (3.8) изменением знака перед g_k^* .

Если атомная система уширена однородно, то $\omega_k \approx \omega_0$ и $G_k = 0$, что мы и будем предполагать в дальнейшем всюду, за исключением раздела д) гл. 3. Система (3.7) значительно упрощается в тех случаях, когда справедливо равенство

$$R_{3, k-k'} = R_3 \delta_{k, k'}. \quad (3.9)$$

Последнее с хорошей степенью точности выполняется, если амплитуда поля слабо меняется в пределах длины образца, т. е. длительность импульса τ_c должна быть много больше времени пролета τ . Действительно, в этом случае $\langle \sigma_3^{(i)} \rangle \approx \langle \sigma_3^{(j)} \rangle$ при любых i и j , следовательно, $\langle R_{3, k-k'} \rangle =$

$= N \langle \sigma_3 \rangle \delta_{\mathbf{k}\mathbf{k}'}$, поскольку $\sum_i \exp [i (\mathbf{k} - \mathbf{k}') r_i] = \delta_{\mathbf{k}\mathbf{k}'}$. Таким образом, в системах, удовлетворяющих условию $\tau \ll \tau_c$, второе уравнение системы (3.7) принимает вид

$$\frac{dF_{\mathbf{k}}}{dt} + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\tau_{\mathbf{k}}} + \frac{1}{T_2} \right) F_{\mathbf{k}} = \frac{1}{T_{\mathbf{k}}} (n_{\mathbf{k}} R_3 + S_0 + S_{\mathbf{k}}). \quad (3.10)$$

Рассмотрим подробнее правую часть уравнения (3.10). Переменная $F_{\mathbf{k}}$ есть скорость передачи энергии, запасенной в атомной системе, в $\mathbf{k}$ -ю моду поля (или обратно, в зависимости от знака $F_{\mathbf{k}}$). Указанный обмен энергией осуществляется посредством процессов индуцированного излучения ($n_{\mathbf{k}} R_3$), процессов спонтанного распада, описываемых членом $S_0 = \sum_{i=1}^N \langle \sigma_+^{(i)} \sigma_-^{(i)} \rangle = (N + R_3)/2$, равным числу атомов в возбужденном состоянии, и процессов коллективного спонтанного излучения, описываемых членом $S_{\mathbf{k}}$. Действительно, член $S_{\mathbf{k}}$ обусловлен корреляцией отдельных излучателей, возникающих в процессе высвечивания системы. Именно эта корреляция, при определенных условиях, может привести к кооперативному распаду системы.

Как видно из первых двух уравнений системы (3.7), (3.10), временная эволюция $n_{\mathbf{k}}(t)$ определяется правой частью уравнения (3.10), т. е. суммарным вкладом от индуцированных, спонтанных и коллективных процессов. Сравним вклад индуцированных и коллективных процессов в интенсивность высвечивания. Из первого и четвертого уравнений системы (3.7), (3.10) имеем

$$n_{\mathbf{k}} R_3 + S_{\mathbf{k}} = \int_0^t F_{\mathbf{k}}(t') \left\{ R_3(t) \exp \left[-\frac{t-t'}{\tau} \right] + R_3(t') \exp \left[-\frac{t-t'}{T_2} \right] \right\} dt'. \quad (3.11)$$

Следовательно, в системах с $\tau = L/c \ll T_2$ основной вклад в интенсивность высвечивания вносят коллективные процессы ($S_{\mathbf{k}}$) (поскольку в этом случае первый член в фигурных скобках на временах $t > \tau$ много меньше второго), а в системах с $\tau \gg T_2$ — индуцированные.

Итак, мы определили уже два условия, необходимых для наблюдения эффекта СИ: во-первых, длина образца должна удовлетворять условию $L \ll cT_2$ (размеры области когерентности максимальны, когда наряду с последним условием выполняется условие $L \ll l_c$), и, во-вторых, как было выяснено ранее, необходима дискриминация мод излучения.

Для выяснения того, как можно осуществить эту дискриминацию, рассмотрим кинетику возникновения сверхизлучательных состояний в полностью возбужденной и некоррелированной в начальный момент системе двухуровневых атомов. В этом случае к системе (3.7), (3.10) необходимо добавить следующие начальные условия:

$$n(0) = 0, \quad F(0) = 0, \quad S(0) = 0, \quad R_3(0) = N. \quad (3.12)$$

Совокупность собственных чисел линейной на начальном этапе, когда $N - R_3 \ll R_3$, системы (3.7)–(3.10) имеет вид $(n_{\mathbf{k}}(t) \sim e^{\lambda_{\mathbf{k}} t})$

$$\lambda_{1,\mathbf{k}} = -\frac{1}{2} \left(\frac{1}{\tau_{\mathbf{k}}} + \frac{1}{T_2} \right), \quad \lambda_{2,3\mathbf{k}} = \lambda_{1,\mathbf{k}} \pm \sqrt{\frac{1}{4} \left(\frac{1}{\tau_{\mathbf{k}}} - \frac{1}{T_2} \right)^2 + \frac{2N}{T_{\mathbf{k}}^2}}. \quad (3.13)$$

Таким образом, экспоненциально нарастающие решения возникают только при выполнении условия

$$\mu_0 L_{\mathbf{k}} \equiv \frac{2N\tau_{\mathbf{k}}T_2}{T_{\mathbf{k}}^2} = \frac{\lambda^2}{4\pi} \frac{N}{V} \frac{T_2}{T_1} L_{\mathbf{k}} > 1. \quad (3.14)$$

Следовательно, упомянутую выше дискриминацию мод можно осуществить, выбирая образец в виде тонкой иглы. Основную роль в этом случае будут играть приосевые моды, для которых $L_k \approx L$, где L — длина образца.

Пусть число приосевых (рабочих) мод будет κ_0 . Проводя в (3.7) раздельное суммирование по рабочим и боковым модам, получим систему уравнений, в которой рабочие и боковые моды связаны посредством только уравнения для разности населенностей:

$$\frac{dR_3}{dt} + \frac{N+R_3}{T_1^*} = -2(F^{(1)} + F^{(2)}), \quad (3.15)$$

где $F^{(1)}$ и $F^{(2)}$ — сумма F_k по рабочим и боковым модам, соответственно. В правой части уравнения для $F^{(2)}$ основную роль будет играть член с S_0 . Действительно, в системах с $\tau \ll T_2$, согласно (3.11), индуцированный член много меньше коллективного. Сравним порядок величины членов $\sum_{\mathbf{k}'} S_0$ и $\sum_{\mathbf{k}'} S_{\mathbf{k}'}$, где $\mathbf{k}'$ — волновые векторы боковых мод. Первый из них равен произведению числа боковых мод (в вытянутых образцах практически совпадающего с полным числом мод, см. (3.44)) на N_2 :

$$\sum_{\mathbf{k}'} S_0 \sim \frac{V k^2}{2\pi L_{\text{эфф}}} N,$$

где $L_{\text{эфф}}$ — эффективная длина образца для боковых мод. Оценка второго члена имеет вид

$$\sum_{\mathbf{k}'} S_{\mathbf{k}'} \ll \sum_{ij} \frac{\sin kr_{ij}}{kr_{ij}} \sim \left(\frac{N}{V}\right)^2 \cdot \frac{4\pi V}{k^3}.$$

Следовательно, в системах с $N/V \sim 10^{10} \text{ см}^{-3}$ (что обычно и имеет место в экспериментах по наблюдению СИ, см. гл. 5, табл. I) при $\lambda \lesssim 10^{-2} \text{ см}$, имеем

$$\sum_{\mathbf{k}'} S_{\mathbf{k}'} \ll \sum_{\mathbf{k}'} S_0.$$

Тогда несложно убедиться, что выражение для $F^{(2)}$ имеет вид

$$F^{(2)} = \frac{S_0}{T_1'}, \quad (3.16)$$

где $1/T_1'$ — скорость изотропного спонтанного распада в телесный угол 4π (за вычетом вклада рабочих мод), и систему уравнений (3.15) можно переписать теперь в виде

$$\left. \begin{aligned} \frac{dn}{dt} + \frac{n}{\tau} &= F, \\ \frac{dF}{dt} + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\tau} + \frac{1}{T_2} \right) F &= \frac{1}{T_2^2} (nR_3 + \kappa_0 S_0 + S), \\ \frac{dS}{dt} + \frac{S}{T_2} &= FR_3, \\ \frac{dR_3}{dt} + \frac{N+R_3}{T_{1\text{эфф}}} &= -2F, \end{aligned} \right\} \quad (3.17)$$

где $1/T_{1\text{эфф}} = (1/T_1^*) + (1/T_1')$ — эффективная скорость некогерентного распада, и все переменные относятся к рабочим модам, $\frac{1}{T_2^2} = \sum_{\mathbf{k} \neq 0} (1/T_{\mathbf{k}}^2)$, $\mathbf{k}_{\kappa_0}$ — волновые векторы рабочих мод.

Для определения числа рабочих мод просуммируем величину $S_{\mathbf{k}}$, фигурирующую в (3.7) и определяющую в соответствии с (2.4) угловую

направленность излучения:

$$\sum_{\mathbf{k}} S_{\mathbf{k}} = \sum_{\mathbf{k}} \sum_{i \neq j} \langle \sigma_+^{(i)} \sigma_-^{(j)} \rangle e^{i\mathbf{k} \cdot (\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j)} = \sum_{i \neq j} C_{ij} \langle \sigma_+^{(i)} \sigma_-^{(j)} \rangle, \quad (3.18)$$

где $C_{ij} = \sin k_0 r_{ij} / k_0 r_{ij}$ — матрица взаимодействия, $k_0 = \omega_0 / c$.

Определим число мод, дающих эффективный вклад в (3.18). Для этого, следуя работе ¹⁷, введем собственные функции $\psi_{\lambda}(\mathbf{r}_i)$ и собственные значения λ матрицы C_{ij} :

$$\sum_{j=1}^N C_{ij} \psi_{\lambda}(\mathbf{r}_j) = \lambda \psi_{\lambda}(\mathbf{r}_i). \quad (3.19)$$

Функции $\psi_{\lambda}(\mathbf{r}_i)$ удовлетворяют условию полноты и ортонормированности

$$\sum_{i=1}^N \psi_{\lambda}(\mathbf{r}_i) \psi_{\lambda'}(\mathbf{r}_i) = \delta_{\lambda\lambda'}, \quad \sum_{\lambda} \psi_{\lambda}(\mathbf{r}_i) \psi_{\lambda}(\mathbf{r}_j) = \delta_{ij}. \quad (3.20)$$

Из (3.19) и (3.20) получаем

$$C_{ij} = \sum_{\lambda} \lambda \psi_{\lambda}(\mathbf{r}_i) \psi_{\lambda}(\mathbf{r}_j). \quad (3.21)$$

Используя это выражение в (3.18), имеем

$$\sum_{\mathbf{k}} S_{\mathbf{k}} = \sum_{\lambda} \lambda \langle R^+(\lambda) R^-(\lambda) \rangle,$$

где

$$R^{\pm}(\lambda) = \sum_{i=1}^N \sigma_{\pm}^{(i)} \psi_{\lambda}(\mathbf{r}_i).$$

Собственные функции ψ_{λ} и соответствующие собственные значения были определены в работе ¹⁷ для объема цилиндрической формы в предельных случаях малых и больших чисел Френеля $\mathcal{F} = A/L\lambda$. Все наибольшие значения λ_0 вырождены с кратностью κ и равны

$$\begin{aligned} \lambda_0 &= \frac{N\pi}{k_0 L}, \quad \kappa = \frac{1}{\mathcal{F}} \gg 1 \quad \text{для } \mathcal{F} \ll 1 \\ \lambda_0 &= \frac{N\pi}{k_0^2 A}, \quad \kappa = 2\mathcal{F} \gg 1 \quad \text{для } \mathcal{F} \gg 1. \end{aligned} \quad (3.22)$$

Остальные $\lambda \ll \lambda_0$. Собственные функции имеют вид

$$\psi_{\lambda}(\mathbf{r}_i) \approx \frac{1}{\sqrt{N}} (\cos \mathbf{k}_0 \mathbf{r}_i + \sin \mathbf{k}_0 \mathbf{r}_i), \quad (3.23)$$

где $\mathbf{k}_0 = \omega_0 / c \hat{\mathbf{k}}_0$, $\hat{\mathbf{k}}_0$ — единичный вектор, направленный вдоль оси цилиндра.

Из системы (3.7) следует, что величина $(2\tau/T_0^2) \lambda$ определяет скорость СИ распада в данную моду λ , определяемую формой образца. Таким образом, число рабочих мод в (3.17) определяется равенствами (3.22), т. е. $\kappa_0 = \kappa$.

Отметим, что физический смысл введения функций $\psi_{\lambda}(\mathbf{r}_i)$ состоит в переходе от плоских мод объема квантования к собственным модам объема образца.

2) Анализ решения системы уравнений многомодового сверхизлучательного распада. Решение системы (3.17) зависит от соотношения характерных времен релаксации

τ , T_2 , $T_{1\text{эфф}}$ и времени коллективного распада τ_c . В разреженных газах, где наблюдается СИ, T_2 , $T_1' \ll T_1^*$ (T_1^* — порядка времени столкновений между атомами), так что $\frac{1}{T_{1\text{эфф}}} \approx 1/T_1'$. Если пренебречь процессами поперечной и продольной релаксации и положить в двух последних уравнениях (3.7) $T_2 = T_{1\text{эфф}} = \infty$, то из них следует закон сохранения:

$$\frac{1}{2} \sum_{\mathbf{k}_\kappa} (R_{\mathbf{k}}^+ R_{\mathbf{k}}^- + R_{\mathbf{k}}^- R_{\mathbf{k}}^+) + \frac{1}{4} R_3^2 = \frac{N}{2} \left(\frac{N}{2} + \kappa \right), \quad (3.24)$$

который служит обобщением закона сохранения блоховского вектора (3.4) на случай многомодового СИ. Его выполнение связано с выполнением равенства (3.9). Используя (3.24), можно получить следующее выражение для интегральной интенсивности излучения в рабочие моды:

$$I = \frac{n}{\tau} = \frac{N}{4\tau_c} \operatorname{sech}^2 \frac{t-t_0}{2\tau_c}, \quad (3.25)$$

где теперь

$$t_0 = \tau_c \ln \frac{N}{\kappa}, \quad (3.26)$$

$$\tau_c = \frac{2\tau(N+\kappa)}{T_0^2}. \quad (3.27)$$

Следует отметить, что хотя $T_2 \ll T_1'$, тем не менее в системах с $\tau_c \ll T_2$ роль релаксационного члена с временем релаксации T_1' оказывается часто более существенной, чем роль поперечной релаксации. Это объясняется тем, что СИ распад начинается из некогерентного спонтанного распада, и поэтому процессы, обуславливающие T_1' , могут значительно повлиять на время задержки импульса СИ. Действительно, из системы (3.17) в случае чистого СИ ($\tau_c \gg \tau$) несложно получить следующее уравнение²²:

$$\frac{d^2 R_3}{dt^2} - \frac{1}{2N\tau_c} \frac{dR_3^2}{dt} + \frac{1}{T_1} \frac{dR_3}{dt} = \frac{1}{T_1\tau_c} \frac{(N+R_3)R_3}{N}, \quad (3.28)$$

где $1/T_1' = (1/T_1') + (1/T_{1\kappa})$ — полная вероятность спонтанного распада, $1/T_{1\kappa}$ — вероятность спонтанного распада в рабочие моды.

Учет релаксации с временем T_1 приводит к нарушению закона сохранения длины блоховского вектора, определяемого равенством (3.24). В этом смысле уравнение (3.28) заменяет равенство (3.24).

Впервые важность процессов, не сохраняющих $R_{\mathbf{k}}^2$, была отмечена в цикле работ²¹, где была получена следующая формула для момента перехода от состояния изотропного спонтанного распада (когда $R_{\mathbf{k}}$ не сохраняется) к состоянию коррелированного излучения, где основными процессами являются процессы, сохраняющие $R_{\mathbf{k}}^2$:

$$t_1 = \tau_c \ln \frac{1-(\lambda_0/N)}{\lambda_0/N}.$$

Подробнее вопрос о влиянии несохранения длины блоховского вектора на параметры импульсов СИ, исследованный в²², будет обсужден в разделе 6.

3) **Сверхизлучение в слабоусиливающих средах.** Проанализируем теперь влияние процессов поперечной релаксации на СИ. Решение системы (3.17) с начальными условиями (3.12) можно разбить на три этапа: на первом этапе происходит формирование коррелированных состояний из полностью некоррелированных в начальный

момент; на этом этапе $N - R_3 \ll N$ и система (3.17) линеаризуется. Совокупность собственных чисел задачи на этом этапе имеет вид (3.13), где все $\tau_k \simeq L/c$. Система (3.17) линеаризуется также на третьем этапе, где $N - |R_3| \ll N$. На этом этапе происходит затухание коррелированных состояний. В зависимости от параметров системы затухание либо экспоненциальное, либо сопровождается осцилляциями. Таким образом, такие параметры системы, как время задержки t_0 и частота осцилляций, могут быть получены на основе анализа совокупности собственных чисел линеаризованной системы. Так, с помощью (3.13) несложно получить следующую форму для времени задержки импульса СИ:

$$t_0 = 2\tau \ln \left(\frac{N}{\kappa} \right) \left[\sqrt{\left(1 - \frac{\tau}{T_2}\right)^2 + 4 \frac{\tau}{\tau_c}} - \left(1 + \frac{\tau}{T_2}\right) \right]^{-1}. \quad (3.29)$$

Промежуточный — второй — этап характеризуется тем, что на этом этапе происходит формирование импульса СИ. Этот этап описывается существенно нелинейными уравнениями. Однако и в этом случае возможны упрощения, допускающие аналитическое решение задачи. Так, для систем с $\tau \ll \tau_c$ имеем $d^2 R/dt^2 \ll 1/\tau dR/dt$. В этом случае $R(t)$ определяется следующим выражением:

$$R(t) = \frac{N\tau_c}{T_2} - N \sqrt{\left(1 - \frac{\tau_c}{T_2}\right)^2 + \frac{4\kappa}{N}} \operatorname{th} \left[\frac{1}{2} \left(\frac{1}{\tau_c} - \frac{1}{T_2} \right) (t - t_0) \right], \quad (3.30)$$

а интенсивность излучения определяется выражением²³

$$I = \frac{N}{4\tau_c} \left(1 - \frac{\tau_c}{T_2}\right)^2 \operatorname{sech}^2 \left[\frac{1}{2} \left(\frac{1}{\tau_c} - \frac{1}{T_2} \right) (t - t_0) \right], \quad (3.31)$$

где

$$t_0 = \left(\frac{1}{\tau_c} - \frac{1}{T_2} \right)^{-1} \ln \left[\frac{N}{\kappa} \left(1 - \frac{\tau_c}{T_2}\right) \right]. \quad (3.32)$$

Формула (3.31) показывает, что обычно оговариваемое¹ условие СИ $T_2 \gg t_0$, т. е.

$$\mu_0 L > \ln N,$$

не является в действительности необходимым условием наблюдения СИ. Действительно, из (3.31) имеем следующую зависимость максимальной интенсивности излучения от коэффициента усиления среды:

$$I_{\max} = \frac{N}{4\tau_c} \left(1 - \frac{1}{\mu_0 L}\right)^2. \quad (3.33)$$

Из последней формулы следует, что условие СИ распада имеет вид

$$\mu_0 L > 1. \quad (3.34)$$

Из формул (3.30)–(3.32) видно, что если в сильноусиливающих средах происходит фазировка всех N излучателей, то в слабоусиливающих средах фазировка лишь некое эффективное число излучателей $N_{\text{эфф}} = N [1 - (1/\mu_0 L)]$, и только они участвуют в процессе кооперативного распада, поэтому разность населенностей сразу же после импульса СИ имеет вид

$$R_0 = -N \left(1 - \frac{2}{\mu_0 L}\right). \quad (3.35)$$

Сравним формулы для времени задержки (3.29) и (3.32). Первая получена путем приравнивания суммы κ экспонент со степенью роста (3.13) их максимальному значению, равному N . Вторая получена из приближенного решения нелинейной системы (3.17); как показывает численное решение (3.17), в области $\tau \ll \tau_c$ это приближенное решение практически совпадает с точным. Таким образом, проведенный выше анализ

показывает, что наиболее общей формулой для времени задержки будет формула (3.29), если заменить в ней N под логарифмом на $N_{\text{эфф}} = N [1 - (1/\mu_0 L)]$. Действительно, несложно видеть, что множитель перед логарифмом в (3.32) следует из соответствующего множителя (3.29) при $\tau \ll \tau_c T_2$.

На рис. 3 приведен график зависимости максимальной интенсивности, нормированной на максимальную интенсивность в сильноусиливающих средах $I_0 = N/4\tau_c$, от усиления среды. Из графика видно,

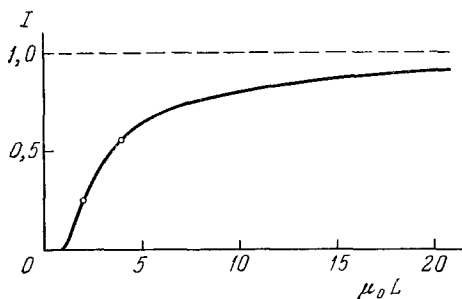


Рис. 3. Зависимость максимальной интенсивности излучения от усиления среды.

Интенсивность нормирована на максимальную интенсивность сильноусиливающих сред. Кругами отмечены результаты численного решения системы (3.17) (см рис. 4)

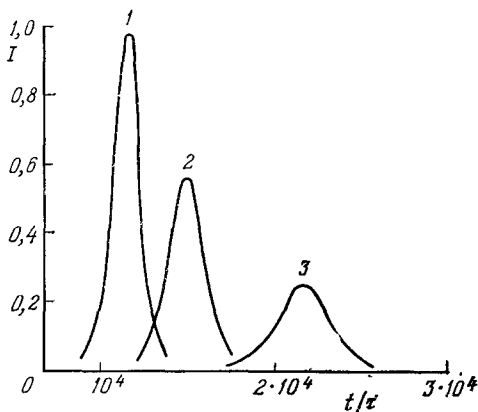


Рис. 4. Зависимость формы импульса СИ от усиления среды³¹.

$\tau/\tau_c = 2 \cdot 10^{-3}$, $\mu_0 L = 200(1)$, $1(2)$ и $2(3)$

что при $\mu_0 L \approx 3$ интенсивность излучения всего лишь вдвое меньше интенсивности, вычисленной по формулам для сильноусиливающих сред. Ясно, что представленная на рис. 3 зависимость не есть реальная зависимость интенсивности от усиления среды, поскольку само значение I_0 зависит от $\mu_0 L$. На рис. 4 показана зависимость формы импульса СИ от усиления среды; кривые получены с помощью численного решения уравнений (3.17) для систем с $\tau/\tau_c = 2 \cdot 10^{-3}$.

4) О с и л л я т о р н ы й р е ж и м с в е р х и з л у ч е н и я. Значительная волна интереса к проблеме СИ возникла после того, как были выполнены успешные эксперименты²⁴, в которых были зарегистрированы основные черты эффекта — высокая направленность излучения, квадратичная зависимость интенсивности от плотности излучающих частиц. Интересной чертой интенсивности распада была ее осцилляторная структура. Типичные осциллограммы импульсов СИ представлены на рис. 5, воспроизведенном из работы²⁴. Выводу кинетических уравнений, описывающих осцилляторный режим СИ, и выяснению условий возникновения осцилляций были посвящены работы^{18-20, 24, 26-32}. В²⁹⁻³² был проведен численный анализ уравнений осцилляторного режима СИ. В¹⁸⁻²⁰ получено аналитическое выражение для частоты осцилляций, и определен порог осцилляторного режима СИ.

Причину появления осцилляций понять несложно. Действительно, в случае, когда $\tau_c < \tau$, кооперативное высвечивание возникает лишь в пределах областей с размерами порядка $l_c = \sigma \tau_c$. При распространении излучения из центральных областей образца через соседние «области

когерентности» возможен процесс перекачки энергии из поля обратно в среду, т. е. поле индуцирует переходы высветившихся атомов в возбужденное состояние (в полной аналогии с тем, как это происходит при

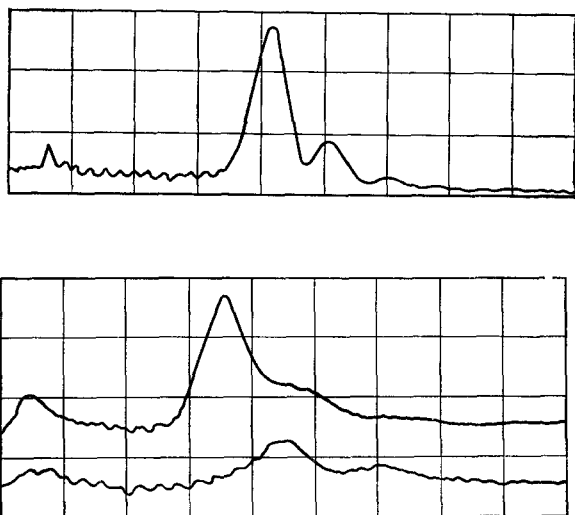


Рис. 5. Осциллограммы импульсов СИ (газ HF, $\lambda = 84$ мкм)²⁴.

распространении излучения в резонансно поглощающей среде³³). Последующий распад этих вторично возбужденных атомов и приводит к появлению дополнительных пиков.

Совокупность собственных чисел задачи на третьем этапе имеет вид^{18, 20}

$$\lambda_1 = -\frac{1}{2} \left(\frac{1}{\tau} + \frac{1}{T_2} \right), \quad \lambda_{2,3} = \lambda_1 \pm \sqrt{\frac{1}{4} \left(\frac{1}{\tau} - \frac{1}{T_2} \right)^2 + \frac{2R_0}{T_0^2}}. \quad (3.36)$$

Из (3.36) видно, что при $R_0 < 0$ на этом этапе возможен режим с осцилляциями. Условие возникновения осцилляций имеет вид

$$\mu_0 L > \frac{1}{4} \left(6 + \frac{\tau}{T_2} + \frac{T_2}{\tau} \right). \quad (3.37)$$

Частота осцилляций равна

$$\Omega = \sqrt{\frac{2|R_0|}{T_0^2} - \frac{1}{4} \left(\frac{1}{\tau} - \frac{1}{T_2} \right)^2}. \quad (3.38)$$

5) Сверхизлучение неоднородно уширенных систем. Ранее мы предполагали, что атомы подвержены только однородному уширению и потому считали, что энергия кванта $\hbar\omega_k$ совпадает с энергией возбуждения атома: $\hbar\omega_k = \hbar\omega_0$. Следовательно, учитывая поперечную многомодовость, т. е. зависимость n_k от направления $\mathbf{k}$, мы не учитывали продольную многомодовость, т. е. зависимость n_k от величины вектора $|\mathbf{k}| = \omega_k/c$. Введем среднюю частоту атомного перехода $\bar{\omega}_0 = \sum_{i=1}^N \omega_{0i}/N$, возникающие в системе кванты имеют теперь частоты $\omega_k = \bar{\omega}_0 + \Delta\omega_k$. Из системы (3.7) вместо (3.17) будем теперь иметь

следующую систему уравнений:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dn}{dt} + \frac{n}{\tau} &= F, \\ \frac{d^2 F}{dt^2} + \left(\frac{1}{\tau} + \frac{1}{T_2} \right) \frac{dF}{dt} + \left[\frac{1}{4} \left(\frac{1}{\tau} + \frac{1}{T_2} \right)^2 + \overline{\Delta\omega^2} \right] F &= \\ &= \frac{1}{T_0^2} \left[\frac{d}{dt} (nR + \kappa S_0 + S) + \left(\frac{1}{\tau} + \frac{1}{T_2} \right) (nR + \kappa S_0 + S) \right], \\ \frac{dS}{dt} + \frac{S}{T_2} &= FR_3, \quad \frac{dR_3}{dt} + \frac{N + R_3}{T_{1\text{эфф}}} = -2F, \end{aligned} \right\} \quad (3.39)$$

где

$$\overline{\Delta\omega^2} = \frac{\sum_k \Delta\omega_k^2 F_k}{\sum_k F_k}.$$

Система (3.39) имеет следующие собственные значения на начальном этапе:

$$\begin{aligned} \lambda_{1,2} &= -\frac{1}{2} \left(\frac{1}{\tau} + \frac{1}{T_2} \right) \pm \sqrt{v_1 + v_2}, \\ \lambda_{3,4} &= -\frac{1}{2} \left(\frac{1}{\tau} + \frac{1}{T_2} \right) \pm i \sqrt{v_2 - v_1}, \end{aligned} \quad (3.40)$$

где

$$\begin{aligned} v_1 &= \frac{1}{2} \left[\frac{1}{4} \left(\frac{1}{\tau} - \frac{1}{T_2} \right)^2 + \frac{2N}{T_0^2} - \overline{\Delta\omega^2} \right], \\ v_2 &= \sqrt{v_1^2 + \frac{\overline{\Delta\omega^2}}{4} \left(\frac{1}{\tau} - \frac{1}{T_2} \right)^2}. \end{aligned}$$

Таким образом, нарастающее решение существует при выполнении условия

$$\mu_0 L > 1 + 4\tau^2 \overline{\Delta\omega^2} \left(1 + \frac{\tau}{T_2} \right)^{-2}. \quad (3.41)$$

Рассмотрим системы с $\tau \ll T_2 \ll T_{1\text{эфф}}$. В этом случае из (3.39) нетрудно получить следующее выражение:

$$S(t) = \frac{N^2}{4} \left(1 - \frac{1}{\mu L} \right)^2 - \frac{1}{4} \left(R(t) - \frac{N}{\mu L} \right)^2, \quad (3.42)$$

где

$$\mu = \mu^0 \left[1 + 4\tau^2 \overline{\Delta\omega^2} \left(1 + \frac{\tau}{T_2} \right)^{-2} \right]^{-1}.$$

Используя (3.42), несложно показать, что все формулы предыдущих двух разделов сохраняют свой прежний вид при замене μ_0 на μ . Так, например, максимальная интенсивность излучения определяется теперь формулой

$$I = \frac{N}{4\tau_c} \left(1 - \frac{1}{\mu L} \right)^2. \quad (3.43)$$

Существенной особенностью неоднородно уширенных систем является то обстоятельство, что интенсивность излучения всегда будет осциллирующей функцией, поскольку два собственных значения (3.40) всегда комплексны. Однако причина возникновения осцилляций будет иметь здесь двойкую природу. Один механизм возникновения осцилляций был объяснен в предыдущем разделе. Вторая причина заключена в продольной многомодовости излучения. И если первый механизм приводит

к осцилляциям, возникающим после достижения максимума интенсивности излучения, то второй приводит к осцилляциям, возникающим сразу же после окончания импульса накачки. Такая структура осцилляций действительно видна на рис. 5.

Изменения, аналогичные указанным выше, произойдут и на третьем этапе развития импульса СИ.

Таким образом, основные изменения, вносимые в динамику СИ распада процессами, ответственными за неоднородное уширение, состоят в следующем. В системах с $\overline{\Delta\omega^2} \ll 1/\tau^2$ основные черты явления останутся неизменными, произойдет лишь незначительное изменение параметров импульсов, особенностью распада таких систем будет лишь появление дополнительных мелкомасштабных осцилляций, частота которых, как показано в ²⁰, будет в этом случае выше, чем Ω . Значительное влияние процессов неоднородного уширения проявится в системах с $\overline{\Delta\omega^2} \sim 1/\tau^2$. В этом случае даже в системах, не удовлетворяющих условиям осцилляторного режима СИ (3.37), будет происходить разбиение импульса высвечивания на последовательность импульсов со сравнимой интенсивностью (см. ниже, рис. 9, 11). Значительно изменяются в этом случае параметры импульсов СИ, а пороговое условие наблюдения эффекта примет вид $\mu L > 1$.

6) Конкуренция коллективных и спонтанных процессов. Исследуем теперь распад слабоанизотропных систем. При распаде вытянутых систем мы отдельно суммировали (3.7) по рабочим и боковым модам. В случае почти изотропных систем все моды будут эквивалентны, и уравнение (3.7) нужно суммировать теперь по всем модам. Величина κ в (3.17) теперь будет определяться числом всех мод, а $T_{1\text{эфф}}$ будет равно T_1^* . Значение κ несложно вычислить:

$$\kappa = 8\pi \frac{V\omega^2}{(2\pi c)^3} \Delta\omega = \frac{V\omega^2}{2\pi c^3 \tau}. \quad (3.44)$$

С другой стороны, вероятность спонтанного распада равна

$$\frac{1}{T_1} = \frac{2\pi}{\hbar} |g|^2 \rho(\hbar\omega) = \frac{2\pi\kappa}{T_1^*}, \quad (3.45)$$

где $\rho(\hbar\omega)$ — плотность конечных состояний. Следовательно,

$$\frac{\kappa}{\tau_c} = \frac{N}{T_1}.$$

Таким образом, в полностью изотропных системах, где $\kappa = N$, коррелированное излучение полностью пропадает. Если же $\kappa \ll N$, то в системе может наблюдаться слабая корреляция. Используя (3.44), (3.45), из (3.17) несложно получить следующую формулу ²⁰:

$$R(t) = N\alpha - N\beta \operatorname{th} \frac{\beta(t-t_0)}{2\tau_c}, \quad (3.46)$$

где

$$\alpha = \frac{\tau_c}{T_2} + \frac{\tau_c}{T_1}, \quad \beta = \sqrt{\left[1 - \left(\frac{\tau_c}{T_2} - \frac{\tau_c}{T_1}\right)\right]^2 + \frac{4\tau_c^2}{T_2 T_1}}, \quad (3.47)$$

$$t_0 = \frac{\tau_c}{\beta} \ln \frac{\beta + (1-\alpha)}{\beta - (1-\alpha)}.$$

Максимальная интенсивность излучения определяется выражением

$$I_{\text{макс}} = \frac{N}{2T_1} \left(1 + \frac{\tau_c}{T_2} + \frac{\tau_c}{T_1}\right) + \frac{N}{4\tau_c} \left[\left(1 - \frac{\tau_c}{T_2}\right)^2 - \left(\frac{\tau_c}{T_1}\right)^2\right], \quad (3.48)$$

где первое слагаемое описывает интенсивность некогерентного спонтанного распада, второе — когерентного. Следовательно, когерентная составляющая излучения пропадает, когда $T_1 = [(1/\tau_c) - (1/T_2)]^{-1}$; формула для интенсивности излучения принимает в этом случае вид $I = N/T_1$, т. е. в таких системах идет чисто спонтанный распад. Заметим, что время t_0 , определяемое выражением (3.47), обращается при этом в ноль.

Заметим, что распад систем с $\tau_c \sim T_2 \sim T_1$ уже не может быть назван сверхизлучением, поскольку интенсивности когерентной и некогерентной составляющих излучения в таких системах, как следует из (3.48), становятся сравнимыми и, следовательно, I перестает быть пропорциональной n^2 .

г) Полуклассическая теория сверхизлучения. Учет пространственного изменения огибающей поля

Полуклассическая система уравнений для медленно меняющейся амплитуды поля $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{A}(x, t) e^{i(\omega t - kx)} + \text{к. с.}$, поляризации $\mathbf{P}$ и плотности разности населенностей $\langle R_3 \rangle$ широко используется в исследованиях по лазерной кинетике. Без учета доплеровского уширения эта система имеет вид

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} + c \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial x} &= i2\pi k \mathbf{P}, \\ \left(\frac{\partial}{\partial t} + \frac{1}{T_2} \right) \mathbf{P} &= \frac{d^2 \langle R_3 \rangle}{\hbar} \mathbf{A} + \xi_{\mathbf{P}}, \\ \frac{\partial}{\partial t} \langle R_3 \rangle + \frac{1}{T_1} \langle R_3 \rangle &= -\frac{1}{\hbar} \text{Re}(\mathbf{A}^* \mathbf{P}), \end{aligned} \right\} \quad (3.49)$$

где $P \sim R^+$, $\xi_{\mathbf{P}}$ — источник флуктуаций. Поскольку в (3.49) используется приближение плоской волны, то область применимости системы уравнений ограничена случаем больших чисел Френеля: $\mathcal{F} \gg 1$.

Применительно к проблеме СИ уравнения (3.49) использовались в работах ^{24, 25, 34}. Их особенностью является учет источника флуктуаций $\xi_{\mathbf{P}}$, важного на начальном этапе СИ. В работе ²⁴ $\xi_{\mathbf{P}}$ определялся, исходя из дополнительных соображений, как источник поляризационного шума. В ³⁴ был проведен квантовомеханический вывод полуклассических уравнений и получено выражение для источника $\xi_{\mathbf{P}}$ в уравнении для P , обусловленного нулевыми флуктуациями поля, выражение для которого отличается от использованного в ²⁴.

В отличие от предыдущих подходов, где использовалось расщепление тройных корреляций вида

$$\langle a_k^+ a_k R_3 \rangle = \langle a_k^+ a_k \rangle \langle R_3 \rangle, \quad \langle a_k^+ R_k^- R_3 \rangle = \langle a_k^+ R_k^- \rangle \langle R_3 \rangle \quad (3.50)$$

или

$$\langle \sigma_+^{(i)} \sigma_-^{(j)} \sigma_3^{(l)} \rangle = \langle \sigma_+^{(i)} \sigma_-^{(j)} \rangle \langle \sigma_3^{(l)} \rangle, \quad \langle \sigma_3^{(i)} \sigma_3^{(j)} \rangle = \langle \sigma_3^{(i)} \rangle \langle \sigma_3^{(j)} \rangle, \quad (3.51)$$

в полуклассических уравнениях используется расщепление двойных корреляций

$$\langle a^+ R^- \rangle = \langle a^+ \rangle \langle R^- \rangle, \quad \langle a^+ a \rangle = \langle a^+ \rangle \langle a \rangle, \quad (3.52)$$

что несколько огрубляет рассмотрение начального этапа зарождения лавины. Сравнительный анализ полуклассического и квантового подходов был проведен в работе ³⁵. Одним из основных достоинств полуклассического подхода является возможность учета изменения огибающей

поля по длине образца. Это изменяет результаты по сравнению с результатами других подходов. Так, вместо уравнения (3.6), полуклассический метод приводит к следующему уравнению ²⁴:

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial x \partial t} + \frac{1}{L\tau_c} \sin \theta = 0, \quad (3.53)$$

где

$$R_3(x, t) = -R_0 \cos \theta, \quad \langle R^+ \rangle = R_0 \sin \theta.$$

Асимптотическое решение (3.53), удовлетворяющее граничному условию $\theta(x=0, t) = \theta_0$, имеет вид ³⁶

$$\theta = \pi - \frac{C}{\sqrt{\eta}} \cos \left(\eta - \frac{\pi}{4} + \frac{C^2}{16} \ln \eta + \varphi_0 \right) + O(\eta^{-3/2}),$$

где $\eta = 2\sqrt{xt/L\tau_c}$, C , φ_0 — константы.

Уравнение (3.53) определяет следующее время задержки импульса СИ:

$$t_0 = \frac{\tau_0}{2} \ln \frac{\pi}{2\theta_0}, \quad (3.54)$$

где $\tau_0 = (\tau_c/2) \ln(\pi/2\theta_0)$ — время, на котором интенсивность уменьшается по сравнению с максимальным значением в e раз. Значение θ_0 зависит от того, какой источник флуктуаций используется при расчетах (см. ^{24, 34}).

Недавно были проведены эксперименты ³⁷ по прямому определению θ_0 . В этих экспериментах ячейка с парами цезия сразу же после импульса накачки облучалась импульсом СИ, получаемым от точно такой же ячейки, причем интенсивность этого импульса варьировалась с помощью аттенюатора. Если площадь падающего импульса $\theta_{\text{имп}}$ больше θ_0 , то такой импульс вызывает уменьшение времени задержки импульса распада облучаемой ячейки. Если же $\theta_{\text{имп}} < \theta_0$, то такой импульс не должен влиять на величину времени задержки импульса второй ячейки. Полученные в этих экспериментах результаты достаточно хорошо согласуются с результатами теоретических расчетов ³⁴.

д) О роли флуктуаций при сверхизлучательном распаде (блеховское представление)

Как отмечалось в предыдущем разделе, замкнутые уравнения кинетики СИ могут быть получены только при использовании приближений вида (3.50), (3.51), т. е. при пренебрежении флуктуациями числа квантов. Учет флуктуаций приводит к системе зацепляющихся уравнений, которые слишком сложны для анализа, не только аналитического, но и численного ²⁷. В ⁴⁰ было показано, что решение задачи об ограничении системы зацепляющихся уравнений имеет наиболее ясную физическую интерпретацию в так называемом блеховском представлении, использованном для описания СИ в работах ³⁸⁻⁴⁰. Блеховское, или когерентное, атомное представление было введено независимо в работах ^{41, 42}. Введение этого представления основано на сохранении вектора R^2 с компонентами R_x , R_y , R_z , квадрат длины которого определяется выражением (2.6). Если в диковского представлении состояние атомной системы определяется заданием кооперационного числа r и полуразности населенностей m , то в блеховском представлении состояние системы определяется заданием азимутального θ и полярного φ углов вектора $\mathbf{R}$ в пространстве псевдоспина. Переход от волновых функций в представлении Дике к волновым функциям в

когерентном атомном представлении совершается следующим образом ³⁸:

$$\begin{aligned} |\theta, \varphi\rangle &= \sum_{m=-r}^r |r, m\rangle \langle r, m | \theta, \varphi\rangle = \\ &= \sum_{m=-r}^r |r, m\rangle \left(\frac{2r}{m+r} \right)^{1/2} \left(\sin \frac{\theta}{2} \right)^{r+m} \left(\cos \frac{\theta}{2} \right)^{r-m} e^{-i(r+m)\varphi}. \end{aligned} \quad (3.55)$$

В ⁴² была показана аналогия между когерентным атомным представлением и когерентным представлением электромагнитного поля, введенным Глаубером ⁴³. В частности, состояние системы атомов с заданными (θ, φ) обладает минимальной неопределенностью, т. е. произведение средних квадратов отклонений канонически сопряженных величин имеет минимум в этих состояниях. Эта формальная аналогия послужила основой дальнейшего использования указанного представления. Так, выражая собственные значения оператора плотности атомной подсистемы через векторы когерентных состояний (3.55), можно вычислить нормально упорядоченные произведения операторов R^+ , R^- с помощью следующих правил соответствия:

$$\begin{aligned} (R^+)^l (R^-)^l &\rightarrow (r \sin \theta)^{2l}, \\ R_3^n &\rightarrow (-r \cos \theta)^n. \end{aligned}$$

Пусть $\rho_A(t)$ есть матрица плотности атомной подсистемы. В диагональном представлении ⁴² имеем

$$\rho_A(t) = \int d\Omega P(\theta, \varphi, t) |\theta, \varphi\rangle \langle \theta, \varphi|, \quad (3.56)$$

где $d\Omega = \sin \theta d\theta d\varphi$, весовая функция $P(\theta, \varphi, t)$ имеет смысл, аналогичный плотности вероятности распределения значений θ, φ на блоховской сфере (θ, φ) . В ³⁸ было получено уравнение для функции

$$Q(\theta, t) = \sin \theta \int_0^{2\pi} d\varphi P(\theta, \varphi, t).$$

Оно имеет вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} Q(\theta, t) &= \frac{2g^2\tau}{\hbar^2} \left\{ \frac{\partial}{\partial \theta} \left[\left(r \sin \theta + \frac{\sin \theta}{2(1+\cos \theta)} \right) Q(\theta, t) \right] + \right. \\ &\quad \left. + \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \left[\frac{1-\cos \theta}{2} Q(\theta, t) \right] \right\}. \end{aligned} \quad (3.57)$$

Уравнение Фоккера—Планка (3.57) описывает изменение функции $Q(\theta, t)$ на блоховской сфере. Член с первой производной в правой части (3.57) описывает движение максимума функции $Q(\theta, t)$, диффузионный член со второй производной описывает распределение функции $Q(\theta, t)$ на блоховской сфере. Вдали от состояния полной инверсии $\theta = \pi$ основную роль играет первый член в скобках при первой производной. Он дает обычное классическое описание сверхизлучения. Действительно, оставляя в уравнении (3.57) только этот член, получим следующее уравнение эволюции угла θ :

$$\frac{d\theta}{dt} = -\frac{2g^2\tau}{\hbar^2} r \sin \theta, \quad (3.58)$$

которое совпадает с уравнением (3.6). Второе слагаемое в члене при первой производной учитывает спонтанные источники. Анализ уравнения (3.57) показал ³⁸, что среднее произведение $\langle R^+{}^l R_3^n R^-{}^l \rangle$ факторизуется в виде произведения $\langle R^+ R^- \rangle^l \langle R_3 \rangle^n$ всюду, за исключением области вблизи

состояния полной инверсии $\theta = \pi$. В ³⁹ было показано, что чем меньше отстройка начального состояния от состояния $\theta = \pi$, тем менее справедливо классическое описание, а при отстройке, равной нулю, величина максимальной интенсивности и времени задержки при вычислениях по формуле (3.57) могут на 20% отличаться от классических результатов. В работе ⁴⁰ было показано, что важную роль может играть также еще один фактор, неучтенный в (3.57), а именно, в члене со второй производной в правой части (3.57) необходимо учитывать слагаемое $2g^2\tau^2r^2 \sin \theta/\hbar^2$, т. е. в (3.57) необходима замена

$$\frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \left[\frac{1 - \cos \theta}{2} Q(\theta, t) \right] \rightarrow \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \left[\frac{1 - \cos \theta}{2} + \frac{2g^2\tau^2r^2}{\hbar} \sin^2 \theta \right].$$

Этот новый член описывает флуктуации, имеющие коллективную природу, в то время как член $(1 - \cos \theta)/2$ возникает в результате процессов спонтанного распада одиночных атомов. Действительно, $N(1 - \cos \theta)/2$ — не что иное, как число атомов в возбужденном состоянии. Разница между этими двумя членами состоит также в том, что если член, пропорциональный $(1 - \cos \theta)$, важен только вблизи $\theta = \pi$, то второй член важен в течение всего процесса формирования импульса СИ.

4. СВЕРХИЗЛУЧЕНИЕ В КОРОТКОВОЛНОВОМ ДИАПАЗОНЕ

а) Сверхизлучение в гамма-диапазоне

Ввиду сложности создания резонаторов для электромагнитных волн рентгеновского и гамма-диапазонов наиболее перспективной становится схема однопроходного гамма-лазера, где направленность излучения создается использованием иглообразных активных кристаллов. Это обстоятельство привело к тому, что еще в первых работах с предложениями по созданию гамма-лазеров обсуждалась возможность осуществления сверхизлучательных состояний системы возбужденных ядер. В работах ^{44, 45} предполагалось, что указанной цели можно достичь если подобрать решетку, удовлетворяющую условию

$$\mathbf{k}_\gamma^2 = 2\mathbf{b}_\gamma^2 \quad (4.1)$$

где $\mathbf{k}$ — волновой вектор γ -кванта, $\mathbf{b}$ — вектор обратной решетки. Естественно, однако, что не любая система возбужденных ядер, удовлетворяющая условию (4.1), в результате распада придет в сверхизлучающее состояние. Действительно, дальнейшее развитие теории СИ позволило определить условия СИ распада. Следует отметить, что периодичность кристаллической решетки, тем не менее, должна играть центральную роль в возможном наблюдении сверхизлучательного распада ядер. Это объясняется тем, что именно аномальное прохождение γ -квантов по брэгговским направлениям приводит к обсуждавшейся выше дискриминации мод (3.14), необходимой для возникновения макроскопической поляризации ⁴⁶. Следовательно, условие (4.1), соответствующее частному случаю брэгговской дифракции, не является необходимым для наблюдения эффекта соотношением между длиной волны излучения и периодом кристаллической решетки.

В последнее время возможность сверхизлучения в гамма-диапазоне обсуждалась в работах ^{19, 23, 46-49}, где этот вопрос был рассмотрен в свете последних достижений теории сверхизлучения. Один из основных выводов работ ^{19, 47, 48}, заключался в предположении, что система возбужден-

ных ядер придет в сверхизлучательное состояние, если выполнено условие $\mu L > \ln N$. Однако достижение высоких коэффициентов усиления в коротковолновом диапазоне весьма проблематично, поэтому показанная в ²³ возможность сверхизлучения в слабоусиливающих средах $1 < \mu L < \ln N$ открыла более реалистические перспективы. В работе ⁴⁹ было показано, что относительная узость линий мессбауэровских переходов в сочетании с высокими сечениями фотопоглощения γ -квантов мессбауэровской области энергий приводит к тому, что основную роль в процессе генерации когерентного мессбауэровского γ -излучения должны играть процессы коллективного спонтанного излучения.

В качестве иллюстрации того, к чему приводят условия СИ распада системы возбужденных ядер, оценим необходимые критические плотности числа ядер. Характерные времена жизни низлежащих мессбауэровских уровней простираются от 10^{-9} с до нескольких часов. Для изомеров с временами жизни $T_1 < 10^{-5}$ с ширина линии совпадает с естественной, для изомеров с $T_1 > 10^{-5}$ с $\Gamma = 1/T_2 \sim 10^5$ Гц. Сильное фотопоглощение γ -квантов мессбауэровской области энергий приводит к тому, что длина пробега γ -кванта в твердом теле $l_{\text{abs}} \lesssim 0,1$ см. Поскольку длина когерентности меньше или равна длине пробега, то невыгодно брать кристалл с размерами большими, чем l_{abs} . Эффект Бормана может привести к тому, что l_{abs} увеличивается до $l_{\text{abs}} \sim 1$ см. Таким образом, время пролета $\tau \sim l_{\text{abs}}/c$ в мессбауэровской области всегда меньше, чем T_2 . Так, для изотопа Ag^{107}_{47} $T_1 = 44,3$ с, $T_2 = 10^{-5}$ с, $l_{\text{abs}} = 0,05$ см, $\hbar\omega = 93,1$ кэВ, $\left(\frac{N}{V}\right)_{\text{крит}} = 10^{20}$ ГТ₁ см⁻³. Следовательно, при использовании несуженной γ -линии критическая плотность числа ядер выходит за пределы плотности твердого тела.

Отметим, что возможность СИ в гамма-диапазоне является более нетривиальной, чем в оптическом диапазоне, поскольку расстояние между излучателями здесь сравнимо с длиной волны излучения. Действительно, если в оптическом диапазоне дискриминация мод, т. е. подавление боковых максимумов, возникающих в результате пространственного распределения излучателей, создается путем придания образцу иглообразной формы, то в γ -диапазоне удовлетворить условию равенства единице числа Френеля практически невозможно. А именно, это условие определяет оптимальную форму образца. Поэтому в γ -диапазоне СИ можно наблюдать только в случае регулярного расположения ядер, например, в кристаллической решетке, поскольку в этом случае существуют направления, вдоль которых наблюдаются интерференционные максимумы — брэгговские направления. Однако наличие интерференционных максимумов само по себе не приводит к анизотропии пороговых условий, и только наличие эффекта Бормана ^{46, 49}, т. е. эффекта резкого увеличения длины пробега γ -квантов по брэгговским направлениям, приводит к необходимой для возникновения СИ анизотропии диаграммы направленности излучения.

б) Сверхизлучение в рентгеновском диапазоне

При исследовании возможности генерации когерентного рентгеновского излучения возникает такая же, как и в гамма-диапазоне, проблема, связанная с отсутствием отражающих зеркал. Другая, специфическая для рентгеновского диапазона, проблема заключена в отсутствии долгоживущих изомерных уровней. Последнее обстоятельство, накладывая очень жесткие требования на интенсивность накачки, заставляет

исследователей искать новые типы источников накачки. Таким новыми типами накачки стали накачка бегущей волны, поперечная накачка электронным пучком, накачка сканирующим ионным пучком (см. обзор ⁵⁰). В этих случаях атомы оказываются в возбужденном состоянии как раз в тот момент, когда излучение, испускаемое предварительно возбужденными атомами, достигает их. Ясно, что свойства таких систем будут сильно отличаться от свойств обычных лазерных систем. Вторая интересная особенность метода ионных пучков заключена в том, что в этом случае устраняется доплеровское уширение линий, и в результате время поперечной релаксации определяется теперь временем распада разности населенностей. Таким образом, можно надеяться, что на кинетику распада окажут влияние эффекты, связанные с фазовой памятью системы. Такая возможность была¹ проанализирована в работе ⁵¹.

В недавней работе ⁸¹ проанализирована возможность получения когерентного рентгеновского излучения, возникающего в результате доплеровского сдвига при переходе $2P \rightarrow 1S$ одноэлектронных атомов, ускоренных в высокоэнергетических ускорителях. Как показано в ⁸¹, здесь также возможным механизмом генерации когерентного излучения могут быть процессы СИ.

В работе ⁵² развитая в ^{24, 25} теория была применена к анализу возможности сверхизлучения в рентгеновском диапазоне. Здесь так же, как и в предыдущем разделе, можно отметить, что показанная в ²³ возможность сверхизлучения в слабоусиливающих средах снимает более жесткие условия $\mu L > \ln N$, выдвинутые в ⁵² в качестве необходимых для наблюдения эффекта.

Возможность осуществления условий СИ распада в рентгеновском диапазоне может быть продемонстрирована на примере L_α линии натрия с $\lambda = 372 \text{ \AA}$; механизм создания инверсии населенностей на этом переходе обсуждался в ⁵³. В этой системе положено $P = 0,02$ тор, $T_1 = 4 \cdot 10^{-10}$ с, $T_2^* \simeq 0,17 \cdot 10^{-10}$ с, $l_{\text{abs}} = 9,3 \cdot 10^4$ см, следовательно, в образцах, длина которых меньше $L < T_2^* c = 0,5$ см, выполняется одно из необходимых условий СИ распада.

Условия $\mu L > 1$ и $\tau_{\text{имп}} < \tau_c$, где $\tau_{\text{имп}}$ — длительность импульса накачки, определяют требуемую мощность накачки. В условиях ⁵³, где в среде поглощается 0,3% накачки с $\hbar\omega = 50$ эВ, мощность импульса накачки должна быть $I = 4$ Гвт/см².

5. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ СВЕРХИЗЛУЧЕНИЯ

В настоящее время выполнен целый ряд успешных экспериментов по наблюдению СИ в инфракрасной области спектра. Параметры импульсов СИ, наблюдавшихся в этих экспериментах, приведены в табл. I.

Таблица I

Сводка характерных параметров сверхизлучающих сред и временных характеристик импульсов СИ

Газ	λ , мкм	L , см	τ , нс	T_2 , нс	$\frac{N}{V}$, см ⁻³	t_0 нс	Литература
Tl	1,3	15	0,5	1	$2 \cdot 10^{15}$	12	59
Na	2,21	14	0,47	1,1	$6 \cdot 10^9 - 2 \cdot 10^{10}$	2—5	60
Ca	2,9	5	0,17	5	$2 \cdot 10^{10}$	15	55
Na	3,4	14	0,47	1,7	$6 \cdot 10^9 - 2 \cdot 10^{10}$	2—7	60
HF	84	100	3,3	220	10^{12}	400	24
CH ₃ F	496	600	20	($T_1 = 60$)	$3 \cdot 10^{12}$	100	54

а) Сверхизлучение на вращательных переходах молекул^{24, 54}

Первым экспериментом по наблюдению СИ в инфракрасной области спектра был эксперимент²⁴, где эффект наблюдался на парах HF. Экспериментальная установка состояла из следующих основных компонентов: 1) в качестве лазера накачки использовался HF-лазер, генерирующий импульсы длиной волны $\lambda = 2,5$ мкм и длительностью 50—100 нс; 2) кювета, содержащая пары HF при комнатной температуре, имела размеры от 30 до 100 см с внутренним диаметром от 12 до 28 мм; давление паров HF было порядка 1—2 милитор. Поскольку первый возбужденный колебательный уровень молекулы HF при комнатной температуре лежит на $20 k_B T$ выше, чем основной, то все его вращательные подуровни практически не заселены. Поэтому оптический импульс накачки, переводящий молекулу из основного состояния ($v = 0$) на один из вращательных подуровней первого колебательного состояния ($v = 1$), создавал практически полную инверсию между двумя связанными вращательными подуровнями в $v = 1$ -состоянии. Схема энергетических уровней HF изображена на рис. 6.

Аналогично можно получать импульсы СИ на других вращательных переходах уровня $v = 1$. Сводка соответствующих длин волн переходов, на которых в²⁴ наблюдалось СИ, представлена в табл. II.

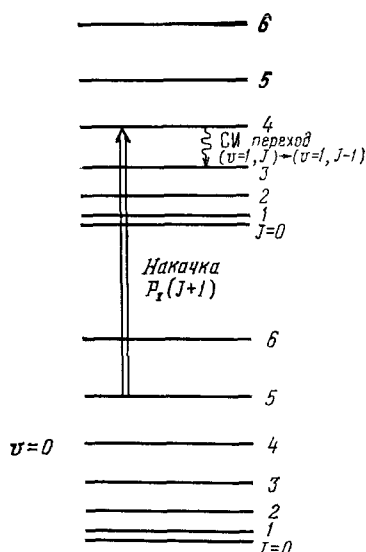


Рис. 6. Схема энергетических уровней молекулы HF.

Таблица II

Сводка вращательных переходов HF, на которых в²⁴ наблюдалось СИ

Накачка				СИ переход	
$R_1(J)$	λ , мкм	$P_1(J)$	λ , мкм	$J_v \rightarrow J_n$	λ , мкм
$R_1(0)$	2,50	$P_1(2)$	2,58	1—0	252,7
$R_1(1)$	2,48	$P_1(3)$	2,61	2—1	126,4
$R_1(2)$	2,45	$P_1(4)$	2,64	3—2	84,4
$R_1(3)$	2,43	$P_1(5)$	2,67	4—3	63,4
$R_1(4)$	2,41	$P_1(6)$	2,71	5—4	50,8
$R_1(J)$ обозначает переход $(v=1, J+1) \rightarrow (v=0, J)$, $P_1(J)$ обозначает переход $(v=1, J-1) \rightarrow (v=0, J)$.					

При давлении ниже 5 милитор импульсы СИ задержаны относительно импульса накачки на 500—2000 нс. С уменьшением давления увеличивается время задержки и длительность импульса и уменьшается его интенсивность. При указанных давлениях излучение имеет осцилляторную структуру т. е. возникает последовательность импульсов с умень-

шающейся амплитудой (см. рис. 5, а). При давлениях выше 10 милитор возникает одиночный импульс СИ (см. рис. 5, б).

Пренебрегая релаксацией молекул с двух вращательных уровней, между которыми происходят СИ переходы, можно рассматривать такую схему генерации СИ как трехуровневую. Аналогичная схема генерации СИ использовалась в ⁵⁴. Здесь СИ наблюдалось при чисто вращательных переходах молекулы CH_3F . Оптическая накачка осуществлялась импульсом CO_2 ТЕА-лазера с $\lambda = 9,55$ мкм, при этом возбуждалась $\nu_3^Q Q(12,2)$ -мода CH_3F . Длина кюветы с CH_3F варьировалась от 2,3 м до 9,7 м, давление газа изменялось в пределах от 0,08 до 0,8 тор. При длине кюветы меньше 6,3 м импульсы СИ, испускаемые в оба конца кюветы, имели одинаковую форму. Следовательно, в этом случае осуществлялся режим с однородной накачкой. При больших длинах образца форма импульсов СИ, выходящих с разных концов кюветы, начинала отличаться. Это соответствовало переходу к режиму с бегущей накачкой. Зависимость параметров импульсов СИ от давления и длины образца в области малых длин не отличалась от таких зависимостей в экспериментах ²⁴.

б) Сверхизлучение на оптических переходах атомов

На процесс СИ существенное влияние может оказывать вырожденность уровней. Особенно ярко это было продемонстрировано в экспериментах ^{55, 56}, где эффект наблюдался при электронных переходах в парах атомов цезия. Схема экспериментальной установки ^{55, 56} представлена на рис. 7. Пары цезия либо находились в ячейке длиной от 1 до 10 см при 30—100 °С, либо распылялись через щель с размерами $0,5 \times 3$ мм² от печи, содержащей несколько граммов цезия и имевшей температуру 200—300 °С. Схематическая диаграмма уровней Cs показана на рис. 8. В ⁵⁵ эффект наблюдался в двух различных условиях эксперимента. В первом эксперименте импульсом N_2 -лазера, имевшем спектральную ширину 400—500 МГц, с одного из подуровней сверхтонкой структуры (СТС) $6\text{S}_{1/2}$ -состояния возбуждался подуровень СТС 7P-состояния, который в результате СИ распада высвечивался на один из подуровней СТС 7S-состояния. Поскольку детектор не разрешал биения, возникающие из-за СТС 7S-состояния (порядка 2 ГГц), то наблюдавшиеся биения были целиком обусловлены СТС 7P-уровня. Осциллограммы импульсов СИ, для случая возбуждения $7\text{P}_{1/2}$ -уровня, приведены на рис. 9. Наблюдавшиеся биения имели частоту 400 МГц, что соответствует СТС $7\text{P}_{1/2}$ -уровня. Во втором эксперименте к образцу прикладывалось поперечное магнитное поле 2,8 кэ и возбуждение производилось импульсом линейной σ -поляризации.

Диаграмма уровней Cs в магнитном поле изображена на рис. 10. Подуровень $M = -5/2$ 7P-состояния мог возбуждаться независимо от $M = -3/2$ подуровня, в этом случае импульс СИ наблюдался без биений. Когда же интенсивность возбуждающего импульса была такова, что частота нутаций превосходила расщепления основного уровня 1,3 ГГц, то возникали биения (рис. 11). Следует отметить, что эти биения нельзя наблюдать в спонтанном распаде, поскольку подуровни 7P состояния возбуждались из различных подуровней основного уровня и распадались на различные подуровни конечного состояния.

В ⁵⁶ наблюдались одиночные импульсы СИ, условия наблюдения соответствовали условиям второго эксперимента ⁵⁵, однако в широких пределах варьировались плотность паров и параметры ячеек. Результаты экспериментов представлены на рис. 12.

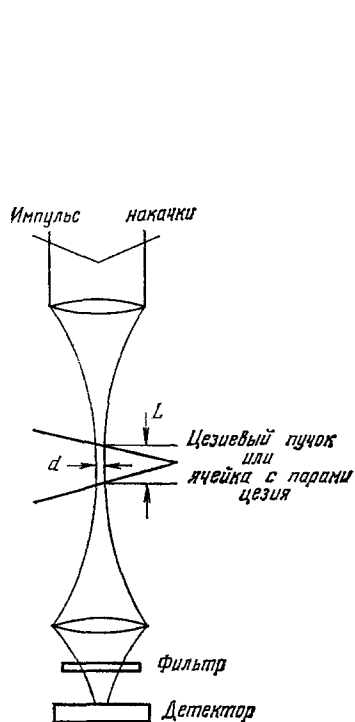


Рис. 7. Схема экспериментальной установки ⁵⁶.

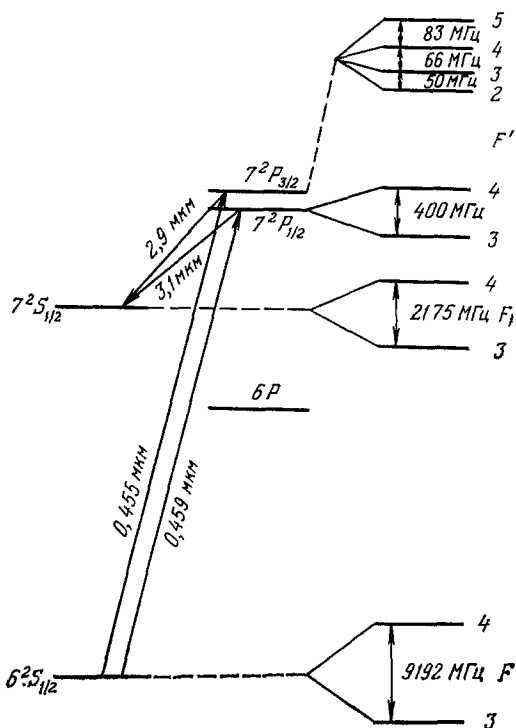


Рис 8 Схематическая диаграмма уровней атома цезия.

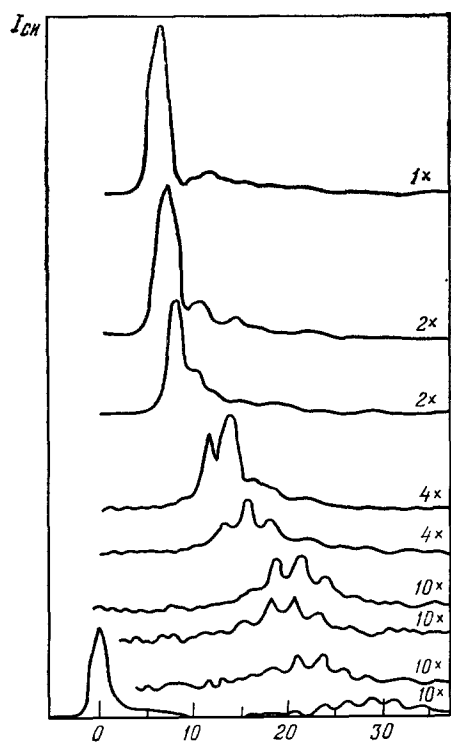


Рис. 9. Квантовые биения интенсивности СИ, обусловленные наличием сверхтонкой структуры $7P_{1/2}$ -уровня атома цезия ⁵⁵. По оси абсцисс — время в наносекундах.

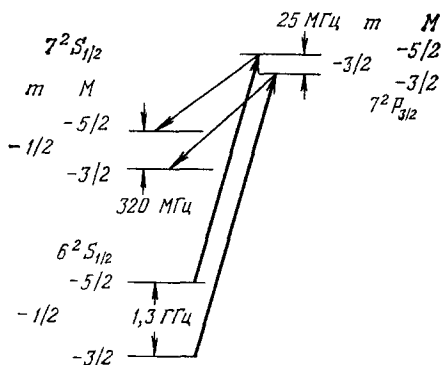


Рис. 10. Схема энергетических уровней цезия в магнитном поле 2,8 кЭ.

Весьма интересным продолжением СИ экспериментов с цезием явились эксперименты ⁵⁷. Здесь наблюдались биения, обусловленные взаимодействием двух групп атомов с различными скоростями, лежащими в пределах доплеровского контура (500 Мгц). В отличие от ⁵⁵, ⁵⁶ возбуждение подуровней $7P_{1/2}$ состояния в ⁵⁷ осуществлялось импульсом N_2 -лазера

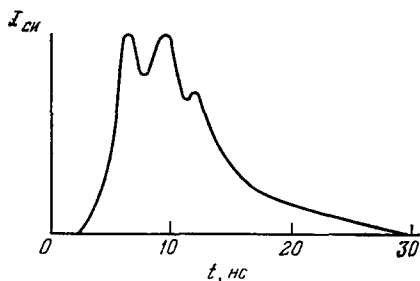


Рис. 11. Квантовые биения интенсивностей СИ в магнитном поле 2,8 кЭ ⁵⁵.

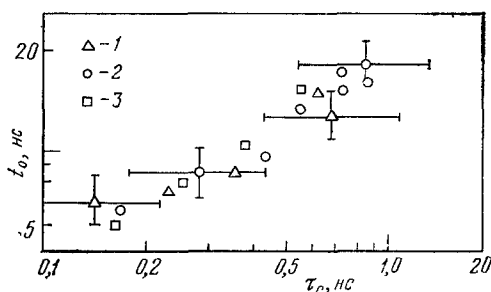


Рис. 12. Зависимость времени задержки t_0 от времени когерентности τ_c ⁵⁶.

1 — пучок: $L = 2$ см, $R = 273$ мкм, $T_2^* = 32$ нс;
2 — пучок: $L = 3,6$ см, $R = 366$ мкм, $T_2^* = 18$ нс;
3 — ячейка: $L = 5$ см, $R = 432$ мкм, $T_2^* = 5$ нс.

с полосой 100 Мгц, т. е. меньшей, чем расстояние между подуровнями СТС $7P_{1/2}$ -состояния. Поэтому в $7P_{1/2}$ -состояние возбуждались атомы, скорости которых v_F ($v_{F'}$) удовлетворяли условиям

$$v_{gF} = v_L - k_L v_F, \quad v_{gF'} = v_L - k_L v_{F'},$$

где v_L и k_L — средняя частота и волновой вектор возбуждающего импульса, v_{gF} ($v_{gF'}$) — разность частот верхнего (нижнего) подуровня $7P_{1/2}$ -состояния и одного из подуровней $6S_{1/2}$ -состояния. Таким образом, возбуждаются две группы атомов, имеющие различные скорости и потому испускающие импульсы с различными частотами $v_{IF} + k_{SR} v_F$ и $v_{IF'} + k_{SR} v_{F'}$, соответственно, где v_{IF} ($v_{IF'}$) — разность частот верхнего (нижнего) подуровня $7P_{1/2}$ -состояния и одного из подуровней $7S_{1/2}$ -состояния, k_{SR} — средний волновой вектор квантов СИ распада. Таким образом, следует ожидать, что СИ импульсы будут промодулированы с частотой

$$\nu = v_{FF} \left(1 - \frac{k_{SR}}{k_L} \right),$$

где

$$v_{FF'} = v_{gF} - v_{gF'} = v_{IF} - v_{IF'}.$$

Для излучения в направлении возбуждающего поля ($k_{SR}/k_L > 0$) будет наблюдаться красный сдвиг частоты, для противоположных k_{SR} и k_L — голубой. Такой сдвиг был экспериментально наблюден в ⁵⁷. Важная особенность экспериментов ⁵⁷ заключается в том, что биения здесь возникают не в результате создания когерентной суперпозиции состояний одного атома, а возникает когерентная суперпозиция состояний физически различных атомов. Аналогичную методику можно применить для измерения изотопического сдвига.

В экспериментах ⁵⁸ СИ наблюдалось на парах рубидия. Поперечная накачка атомных пучков обеспечивала малость доплеровской ширины. Исследование поляризационных зависимостей импульсов СИ позволило выявить ряд новых особенностей СИ распада, по сравнению с изотропным

спонтанным распадом системы атомов, что может найти в будущем применение в спектроскопических исследованиях.

В ^{59}Si наблюдалось в парах таллия. В этих экспериментах получено СИ с наименьшей на сегодняшний день длиной волны $\lambda = 1,7$ мкм.

В ^{60}Si наблюдалось в парах натрия. Здесь впервые было зарегистрировано СИ при каскадных переходах атомов.

В заключение данного раздела проведем краткое сравнение теоретических и экспериментальных результатов. Как мы отмечали выше, режим «чистого» одноимпульсного СИ наблюдался в экспериментах 56 , где были предприняты, кроме того, специальные меры для выполнения условий, при которых справедлива одномодовая модель.

Естественно сравнить поэтому результаты теоретических исследований эффекта именно с этими экспериментами. Результаты такого сравнения представлены в таблице III. Экспериментальные данные табл. III

Таблица III

Сравнение теоретических и экспериментальных результатов
для времени задержки

Эксперимент 56				Теория t_0 , нс		
$\frac{N}{V} 10^{-10},$ (см $^{-3}$)	$\mu_0 L$	τ_c , нс	t_0 , нс	Формулы		
				(3.5)	(3.32)	(3.29)
6,7	31,3	0,16	6 ± 1	3,2	3,3	5,5
4,3	20	0,25	8 ± 1	4,9	5,0	7,6
2,0	13,5	0,37	10 ± 2	7,1	7,6	10,3
1,9	8,9	0,56	15 ± 3	10,5	11,7	14,3
Примечание: формула (3.5): $t_0 = \tau_c \ln N$, формула (3.32): $t_0 = \left(\frac{1}{\tau_c} - \frac{1}{T_2} \right)^{-1} \ln \frac{N}{\kappa} \left(1 - \frac{\tau_c}{T_2} \right)$, формула (3.29): $t\tau = 2_0 \left[\sqrt{\left(1 - \frac{\tau}{T_2} \right)^2 + 4 \frac{\tau}{\tau_c} - \left(1 + \frac{\tau}{T_2} \right)} \right]^{-1} \ln \frac{N}{\kappa}$.						

соответствуют серии измерений, обозначенной на рис. 12 квадратами. Из таблицы прежде всего видно, что в 56 эффект наблюдался и в слабо-усиливающих средах, поскольку в условиях экспериментов 56 $\ln N \approx 19$. Согласно данным табл. III наилучшее согласие с результатами приведенной серии экспериментов достигается при вычислении по формуле (3.29). Это и не удивительно, поскольку формула (3.32), как мы отмечали ранее, следует из (3.29) при $\tau \ll \tau_c$. В свою очередь формула (3.5) следует из (3.32) при $\mu L \gg \ln N$, в то время как для приведенных в таблице значений параметров $\mu L \lesssim \ln N$, как мы отмечали выше, и $\tau \sim \tau_c$.

6. СВЕРХИЗЛУЧЕНИЕ ПРИ КОМБИНАЦИОННОМ РАССЕЯНИИ СВЕТА (МНОГОМДОВАЯ ТЕОРИЯ)

Рассмотренные в предыдущих разделах вопросы относились к случаю однофотонного СИ, при котором частота излученного света равна частоте перехода $\omega = \omega_0$. Естественно, представляет интерес теоретическое и экспериментальное исследование аналогичного эффекта при двухфотонных (и в общем случае многофотонных) процессах. Первый шаг в этом направлении был сделан при изучении сверхизлучательного комбинационного рассеяния (СИКР) света в молекулярных и атомных

системах, которое представляет собой пример двухфотонного процесса, в котором квант накачки ω_L порождает квант стоксова рассеянного излучения ω_S (рис. 13).

Как и при однофотонном СИ, при СИКР возможны два способа создания сверхизлучательных состояний. В первом из них среда предвари-

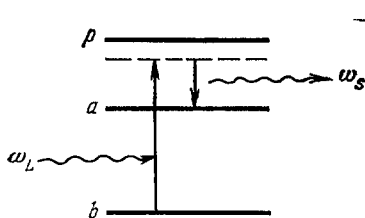


Рис. 13. Схема внутримолекулярных переходов при СИКР.

a, b — рабочие уровни, p — промежуточный уровень. $\omega_L = \omega_{ab} + \omega_S$, $\hbar\omega_L$ — квант накачки, $\hbar\omega_S$ — квант стоксова СИКР.

тельно возбуждается когерентным полем. Наводимая этим полем макроскопическая поляризация приводит к возникновению нестационарного КР, интенсивность которого пропорциональна квадрату числа рассеивающих частиц^{61,62}. Межатомные взаимодействия, обусловленные полем излучения самих атомов, при этом несут существенный вклад. Экспериментально такого типа эффект наблюдался в⁶³. Второй процесс, который и будет нас здесь интересовать, — это возникновение СИКР в первоначально некогерентной системе атомов благодаря спонтанному наведению межатомных корреляций в процессе рассеяния^{64,22}.

Используемый ниже подход²² к описанию многомодового СИКР автоматически дает также результаты и для случая однофотонного СИ (в этом смысле он является альтернативным подходом, использованному в разделе в) гл. 3). Основными его достоинствами является наглядность физической интерпретации формирования СИ состояния, описание угловой структуры СИ, а также выявление связи явления СИ с неравновесными фазовыми переходами.

Основные уравнения теории СИКР и анализ их решения

Пусть на систему N многоуровневых атомов (молекул), заключенных в объем произвольной геометрической формы, действует плоская электромагнитная волна накачки

$$E_L(r_j, t) = E_{Lj}^-(t) + E_{Lj}^+(t) = e_L \{ E_L \exp[-i(\omega_L t - \mathbf{k}_L \mathbf{r}_j)] + \text{к. с.} \}, \quad (6.1)$$

где $E_L = 0$ при $t < 0$ и $E_L = \text{const}$ при $t > 0$.

В начальный момент все атомы находятся в основном состоянии (b) , а средняя поляризация среды равна нулю. В результате КР в среде возникает стоксово поле на частоте $\omega_S = \omega_L - \omega_{ab}$, где $\omega_{ab} > 0$ — частота перехода выделенной пары уровней:

$$E_S(r_j, t) = E_{Sj}^-(t) + E_{Sj}^+(t) = E_{Sj}^- e^{-i\omega_S t} + E_{Sj}^+ e^{i\omega_S t}. \quad (6.2)$$

Для описания СИКР мы вводим операторы напряженностей полей $E(r_j, t)$ вместо операторов рождения и уничтожения квантов $a_k, a_k^\dagger$, использованных ранее. Связь между ними дается формулой (6.6). Такое описание является традиционным для ВКР и облегчает сравнение теории СИКР с теорией нестационарного ВКР⁶⁵.

Уравнения для атомных переменных, описывающих разность населенностей и дипольный момент выделенной пары уровней a, b , запишутся в виде²²

$$\frac{d\sigma_3^{(j)}}{dt} = -\frac{i r_{ab}}{\hbar} (E_{Lj}^-(t) E_{Sj}^+(t) \sigma_+^{(j)} + \sigma_+^{(j)} E_{Lj}^-(t) E_{Sj}^+(t)) + \text{к. с.}, \quad (6.3)$$

$$\frac{d\sigma_+^{(j)}}{dt} - \left(i\omega_{ab} - \frac{1}{T_2} \right) \sigma_+^{(j)} = -\frac{i r_{ba}}{2\hbar} [\sigma_3^{(j)} E_{Sj}^-(t) E_{Lj}^+(t) + E_{Sj}^-(t) E_{Lj}^+(t) \sigma_3^{(j)}], \quad (6.4)$$

где

$$r_{ba} = \frac{1}{\hbar} \sum_p \left[\frac{(d_{bp} e_L) d_{pa}}{\omega_{bp} + \omega_L} + \frac{d_{bp} (d_{pa} e_L)}{\omega_{bp} - \omega_S} \right].$$

Рассеянное стоксово поле с помощью решения уравнения Максвелла можно выразить через сумму вкладов от индивидуальных дипольных моментов атомов на стоксовой частоте $\mathbf{P}_{Si} = \mathbf{d}_S \sigma_i^+ e^{-i(\omega_L t - \mathbf{k}_L \mathbf{r}_i)} + \text{э. с.}$; $\mathbf{d}_S = r_{ab} E_L$ в вакуумное поле $\mathbf{E}_{S0}$:

$$\mathbf{E}_{Sj}^+ = \frac{\omega_S^2}{c^2} \sum_i \frac{1}{r_{ij}} \rho_{ij}^{(+)}(t') [[\mathbf{d}_S^* \mathbf{n}_{ij}] \mathbf{n}_{ij}] \exp \left(-i \frac{\omega_S}{c} r_{ij} \right), \quad (6.5)$$

где

$$\rho_{ij}^{(+)}(t') = \sigma_{ij}^{(+)} \exp [i(\omega_{ab} t' - \mathbf{k}_L \mathbf{r}_i)], \quad t' = t - \frac{r_{ij}}{c}, \quad \mathbf{n}_{ij} = \frac{\mathbf{r}_{ij}}{r_{ij}},$$

$$\mathbf{E}_{S0}(\mathbf{r}_j, t) = i \sum_{\mathbf{k}} \sqrt{\frac{2\pi\hbar k c}{V}} \mathbf{e}_{\mathbf{k}} a_{\mathbf{k}} \exp [-i(kct - \mathbf{k} \mathbf{r}_j)] + \text{э. с.} \quad (6.6)$$

здесь $a_{\mathbf{k}}^+$, $a_{\mathbf{k}}$ — операторы рождения и уничтожения квантов поля, удовлетворяющие условиям

$$\langle a_{\mathbf{k}} a_{\mathbf{k}'}^+ \rangle = \delta_{\mathbf{k} \mathbf{k}'}, \quad \langle a_{\mathbf{k}}^+ a_{\mathbf{k}'} \rangle = 0. \quad (6.7)$$

Скобки здесь и далее означают усреднение операторов по вакуумному полю и ансамблю.

В силу (6.5) исследование рассеянного поля $\mathbf{E}_{Sj}^+$ сводится к рассмотрению динамики поляризации атомной системы, которая, в свою очередь, определяется динамикой разности населенностей σ_3 и полями E_L и E_{S0} . Для дальнейшего удобно ввести величину

$$S_{ij} = \langle \rho_{ij}^{(+)} \rho_{ij}^{(+)} \rangle + \langle \rho_{ij}^{(+)} \rho_{ij}^{(-)} \rangle$$

и полную разность населенностей $R_3 = \sum_j \langle \sigma_3^{(j)} \rangle$. Подставляя (6.5) в (6.3) и (6.4), используя для $\mathbf{E}_{S0}$ разложение (6.6) и усредняя полученные уравнения по вакуумному состоянию и ансамблю (подробнее см. ²²), получим следующую систему уравнений:

$$\frac{dR_3}{dt} = \frac{1}{T_{1S}} \sum_{i,j} C_{ij} S_{ij} + \frac{1}{T_{1S}} (N - R_3), \quad (6.8)$$

$$\left(\frac{d}{dt} + \frac{1}{T_2} \right) S_{ij} = \frac{1}{2T_{1S}} C_{ij} \{ \langle \sigma_3^{(i)} \rangle - 1 \} \langle \sigma_3^{(j)} \rangle + \langle \sigma_3^{(i)} \rangle - 1 \} \langle \sigma_3^{(j)} \rangle \} -$$

$$- \frac{1}{2T_{1S}} \sum_{\mathbf{k} \neq i \neq j} C_{ki} S_{kj} \langle \sigma_3^{(i)} \rangle - \frac{1}{2T_{1S}} \sum_{\mathbf{k} \neq i \neq j} C_{kj} S_{ik} \langle \sigma_3^{(j)} \rangle; \quad (6.9)$$

здесь $C_{ij} = \sin(\omega_S r_{ij}/c) \left/ \frac{\omega_S}{c} r_{ij} \right.$ — матрица эффективного взаимодействия между атомами, возникающего за счет излучения на стоксовой частоте. При выводе (6.8), (6.9) мы пренебрегли временным запаздыванием в медленной части матрицы плотности, положив в (6.5) $t' = t - r_{ij}/c \approx t$, что справедливо при условии $L/c \ll \tau_c$:

$$\frac{1}{T_{1S}} = 2\omega_S^2 |r|^2 |E_L|^2 (5\hbar c^3)^{-1}, \quad |r| = \frac{1}{\hbar} \left| \sum_p \left(\frac{d_{bp} d_{pa}}{\omega_{bp} + \omega_L} + \frac{d_{bp} d_{pa}}{\omega_{bp} - \omega_S} \right) \right|. \quad (6.9')$$

Уравнение (6.8) описывает динамику полной разности населенностей. В момент времени $t = 0$, $S_{ij} = 0$, $R_3(0) \doteq -N$. Начало процесса временной эволюции R_3 определяется спонтанным КР, которому соответствует

последний член в (6.8). Первый член в правой части (6.9) описывает наведение межатомных корреляций за счет спонтанного испускания одним атомом стоксова фотона и реакции на него другого атома. Если бы этого члена не было, то, как видно из (6.9), при заданных начальных условиях ($S_{ij} = 0$ при $t = 0$) во все моменты времени $S_{ij} = 0$, и сверхизлучение отсутствовало бы. Поскольку по предположению пространственный размер импульса СИКР $\sigma_c > L$, то можно считать, что в (6.9) все разности населенностей одинаковы $\langle \sigma_i^{(j)} \rangle = R_3/N$.

Отметим, что учет движения населенностей является принципиальным моментом, отличающим режим СИКР от режима нестационарного ВКР, при описании которого обычно пренебрегают изменением населенностей⁶⁵.

Уравнение (6.9) позволяет установить связь теории СИ с теорией фазовых переходов. Действительно, если в уравнении для S_{ij} положить $\frac{d}{dt} S_{ij} = 0$, то это уравнение совпадает по форме с известным из теории равновесных фазовых переходов уравнением Орнштейна — Цернике для парной корреляционной функции⁶⁶. С этой точки зрения СИ выступает как неравновесный фазовый переход, описываемый нестационарным уравнением. Представляет интерес более глубокое исследование этой аналогии, которое до сих пор не было проведено.

Для нахождения решений уравнений (6.3), (6.9) используем собственные функции ψ_λ и собственные значения матрицы λ , определенные формулами (3.19)–(3.20).

Переходя в (6.8), (6.9) к коллективной величине $S(\lambda, t) = \sum_{i \neq j} S_{ij}(t) \psi_\lambda(r_i) \psi_\lambda(r_j)$ и используя свойства (3.20), получим систему

$$\frac{dR_3}{dt} = \frac{1}{T_{1S}} [\lambda_0 \kappa S(\lambda_0, t) + (N - R_3)], \quad (6.10)$$

$$\frac{dS(\lambda_0, t)}{dt} = -\frac{1}{T_{1S}} \frac{R_3(N - R_3)}{N^2} \lambda_0 - \frac{1}{T_{1S}} \frac{R_3}{N} \lambda_0 S(\lambda_0, t). \quad (6.11)$$

При выводе (6.10), (6.11) использовано соотношение $\sum_\lambda \lambda S(\lambda, t) \approx \kappa \lambda_0 S(\lambda_0, t)$ и положено $1/T_2 = 0$.

Исключая $S(\lambda_0, t)$, получим уравнение для $R_3(t)$:

$$\frac{d^2 R_3}{dt^2} + \frac{\lambda_0}{2T_{1S}N} \frac{dR_3^2}{dt} - \frac{1}{T_{1S}} \frac{d(N - R_3)}{dt} = \frac{1}{T_{1S}^2} \frac{R_3(R_3 - N)}{N} \lambda_0 \left(1 - \frac{\lambda_0 \kappa}{N}\right) \quad (6.12)$$

с начальными условиями $R_3(0) = -N$, $dR_3^{(0)}/dt = 2N/T_{1S}$. При замене $R_3 \rightarrow -R_3$, $T_{1S} \rightarrow T_1$ уравнение (6.12) описывает сверхизлучательную динамику разности населенностей системы первоначально инвертированных двухуровневых атомов (ср. с (3.28)). Оно содержит два существенных обобщения по сравнению с уравнением (2.9), полученным для случая сосредоточенной системы. Уравнение (6.12) соответствует (2.9), если правую часть в (6.12) положить равной нулю. Тогда точное решение его имеет вид

$$R_3(t) = N \left[\left(1 + \frac{1}{\xi}\right) \operatorname{th} \frac{t - t_0^*}{2\tau_c} - \frac{1}{\xi} \right], \quad (6.13)$$

$$\tau_c = \frac{T_{1S}}{\lambda_0}, \quad t_0^* = \tau_c \ln \lambda_0, \quad \xi \equiv \lambda_0, \quad (6.14)$$

что соответствует удлинению длительности импульса распределенной системы τ_c в N/λ_0 раз по сравнению со случаем сосредоточенной системы (ср. с (2.11)).

Из (6.10), (6.11) в пренебрежении спонтанными членами получаем аналог закона сохранения длины блоховского вектора:

$$R_3^2 + 2N\kappa S(\lambda_0, t) \approx N^2, \quad (6.15)$$

откуда, с учетом (6.13), имеем

$$S(\lambda_0, t) = \frac{N}{2\kappa} \left\{ 1 - \left[\left(1 + \frac{1}{\xi} \right) \operatorname{th} \frac{t-t_0^*}{2\tau_c} - \frac{1}{\xi} \right]^2 \right\} \approx \frac{N}{2\kappa} \operatorname{sech}^2 \frac{t-t_0^*}{2\tau_c}. \quad (6.16)$$

В момент $t = t_0^*$, $R_3(t_0) = 0$, $S(\lambda_0, t_0) = \max$ и система находится в сверхизлучательном состоянии. Получить аналитическое решение полного уравнения (6.12) не представляется возможным. Однако из его общего вида следует, что время задержки t_0 на самом деле должно быть большим, чем это предсказывается формулой (6.14), поскольку правая часть (6.12) обращается в нуль при увеличении спонтанной затравки в (6.11) (первого члена в правой части) в $N/\lambda_0\kappa \gg 1$ раз. Легко проверить, что при таком увеличении спонтанного члена начальная скорость нарастания S , следующая из (6.11), совпадает с соответствующим выражением, задаваемым законом сохранения (6.15), с учетом (6.10). Таким образом, увеличение времени задержки t_0 связано с невыполнением закона сохранения (6.15) на малых временах.

Приближенно t_0 можно оценить следующим образом. Полагая для $0 < t \leq t_0$, $R_3(t) \approx -N$, найдем из (6.11), (6.16)

$$S(\lambda_0, t_0) = 2 \left(\exp \frac{\lambda_0 t_0}{T_{1S}} \right) \approx \frac{N}{2\kappa}.$$

Отсюда

$$t_0 = \frac{T_{1S}}{\lambda_0} \ln \frac{N}{\kappa}. \quad (6.17)$$

Из (6.17) (3.22) и (6.9') следует, что время задержки импульса СИКР t_0 (а также длительность импульса τ_c) в случае $\mathcal{F} \gg 1$ обратно пропорционально произведению плотности числа рассеивающих частиц $n = N/V$ на интенсивность накачки $|E_L|^2$ и на длину среды L .

Выражение для t_0 можно с учетом (6.12), (6.13) представить в виде

$$t_0 = \frac{T_{1S}}{\lambda_0} \left(\ln \lambda_0 + \ln \frac{\omega S L}{c} \right), \quad \mathcal{F} \gg 1,$$

$$t_0 = \frac{T_{1S}}{\lambda_0} \left(\ln \lambda_0 + \ln \frac{\omega_S^2 R^2}{\pi c^2} \right), \quad \mathcal{F} \ll 1,$$

т. е. $t_0 > t_{0,2}^*$

Отметим, что если $\kappa \simeq 1$, то используя в (6.17) $\lambda_0 = N\pi/k_s^2 A$, получаем, что результат (6.17) совпадает с формулой (3.5), справедливой для одномодовой модели. Таким образом, условием справедливости одномодового приближения при описании СИКР является условие $\kappa \simeq 1$, т. е. $\mathcal{F} \simeq 1$. Численное решение системы (6.10), (6.11) подтверждает оценку (6.17). На рис. 14, 15 представлены графики $S(\lambda_0, t)$ и $R_3(t)$, полученные численным решением (6.10), (6.11) в сравнении с графиками $S(\lambda_0, t)$, R_3 , соответствующими формулам (6.13), (6.16).

Как следует из вывода, полученные выше результаты справедливы при условии $t_0 \ll T_2$. Если же $t_0 \gtrsim T_2$, то в правую часть (6.11) надо добавить член $-T_2^{-1} S(\lambda_0, t)$. Тогда из (6.11), (6.16), аналогично тому, как это делалось при выводе (6.17), получим

$$t_0 = \tau_c \left(1 - \frac{\tau_c}{T_2} \right)^{-1} \ln \frac{N}{\kappa} \left(1 - \frac{\tau_c}{T_2} \right).$$

Таким образом, СИКР возможно также и в случае $t_0 \gg T_2$, но $\tau_c < T_2$. Это соответствует случаю резонансного сверхизлучения в слабоусиливающих средах (см. раздел в), 3) гл. 3).

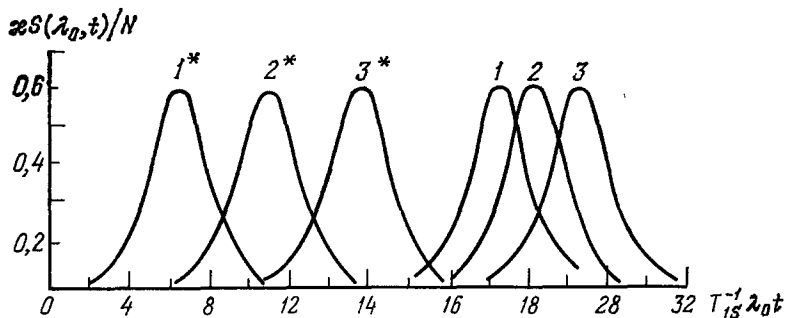


Рис. 14. Форма импульса СИКР; сравнение времен задержки t_0 и t_0^* . Кривые 1—3 — численное решение (6.10), (6.11), 1*—3* — расчет по формуле (6.16). Принято $L = 10$ см, $A = 1$ см², $N = 10^{14}$. Для случаев 1, 1* $\lambda_g = 2\pi\omega_g/c = 10^{-5}$ см; для 2, 2* $\lambda_g = 10^{-4}$ см, для 3, 3* $\lambda_g = 10^{-3}$ см.

Перейдем теперь к рассмотрению формы импульса СИКР и угловой направленности излучения. Используя (6.5), выразим энергию, рассеиваемую в единицу времени в единичный телесный угол, в направлении

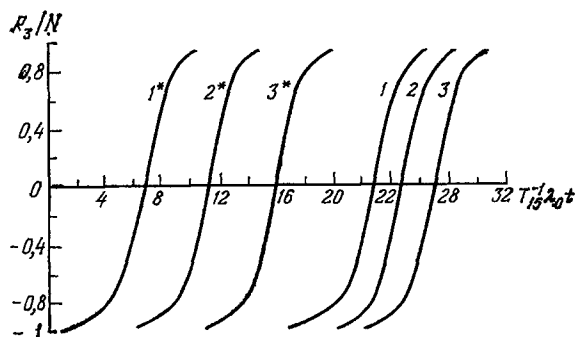


Рис. 15. Динамика разности населенностей при СИКР. Параметры и обозначения те же, что и на рис. 14.

единичного вектора $\hat{k}$ через S_{ij} и R_{32} , а затем перейдем к коллективной величине $S(\lambda, t)$. Тогда получим²²

$$I_{S, \hat{k}}(t) = \frac{\hbar\omega_S}{4\pi T_{1S}} \left[\frac{N - R_3(t)}{2} + \frac{1}{2} \sum_{\lambda} S(\lambda, t) \sum_{i \neq j} \psi_{\lambda}(\mathbf{r}_i) \psi_{\lambda}(\mathbf{r}_j) e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}_{ij}} \right]$$

В предельных случаях $\mathcal{F} \ll 1$ и $\mathcal{F} \gg 1$ с использованием (3.23) находим $I_{S, \hat{k}}$ в явном виде

$$I_{S, \hat{k}} = \frac{\hbar\omega_S}{4\pi T_{1S}} \left[\frac{N - R_3(t)}{2} + \frac{N}{2} xS(\lambda_0, t) \Gamma(\hat{k}) \right], \quad (6.18)$$

где $R_3(t)$, $S(\lambda_0, t)$ задаются формулами (6.13), (6.16) (с заменой $t_0^* \rightarrow t_0$), а фактор угловой направленности СИКР равен

$$\Gamma(\hat{k}) = \frac{1}{2N^2} \sum_{i \neq j} [\exp(i(\mathbf{k}_0 + \mathbf{k}) \mathbf{r}_{ij}) + \exp(i(\mathbf{k}_0 - \mathbf{k}) \mathbf{r}_{ij})] =$$

$$= 2 \sum_{(\pm)} \left[\frac{\sin \frac{1}{2} H (1 \mp \cos \varphi)}{\frac{1}{2} H (1 \mp \cos \varphi)} \right]^2 \left(\frac{J_1(h \sin \varphi)}{h \sin \varphi} \right)^2, \quad (6.19)$$

здесь $H = \omega_S L/c$, $h = \omega_S R/c$, $\cos \varphi = \mathbf{k} \mathbf{k}_0 / k^2$ (напомним, что $\mathbf{k}_0$ направлен вдоль оси цилиндра, $|\mathbf{k}| = |\mathbf{k}_0|$), J_1 — функция Бесселя первого рода.

Первый член в (6.18) описывает изотропное спонтанное КР, возникающее с момента $t = 0$, второй член описывает коллективное излучение, формирующееся в виде импульса, максимум которого достигается в момент t_0 . Как следует из (6.18), (6.19), излучение при СИКР происходит в малые телесные углы в противоположных направлениях вдоль оси цилиндра. Из (6.16), (6.18) видно, что в момент t_0 мощность рассеяния максимальна и $I_{S, \hat{k}}(t_0) \sim N^2$. Отметим, что при замене $\omega_S \rightarrow \omega_0$, $T_{1S} \rightarrow T_1$, $R_3 \rightarrow -R_3$ формулы (6.18), (6.19) описывают форму импульса и угловую направленность СИ в системе некогерентно инвертированных в начальный момент двухуровневых атомов. Используя для R_3 и $S(\lambda_0, t)$ формулы (6.13), (6.16), имеем для этого случая

$$I_{\hat{k}} = \frac{\hbar \omega_0 N}{4\pi T_1} (1 + \xi) \frac{1}{e^{\frac{t}{T_1} + \xi}} \left[1 + N \frac{e^{\frac{t}{T_1} - 1}}{e^{\frac{t}{T_1} + \xi}} \Gamma(\hat{k}) \right]. \quad (6.20)$$

Если положить $\xi = \lambda_0$, то (6.20) совпадает по форме с известным результатом Эберли и Релера¹³, полученным для случая среды, предварительно возбужденной коротким импульсом когерентного излучения с волновым вектором $\mathbf{k}_0$, когда СИ происходит в одном направлении вдоль $\mathbf{k}_0$. Отличие состоит в том, что формула для $\Gamma(\hat{k})$ (6.19) содержит два члена, описывающих симметричное формирование СИ в противоположных направлениях вдоль оси цилиндра, а $\mathbf{k}_0$ теперь — волновой вектор собственной функции матрицы взаимодействия (3.23). Если же учесть, что на самом деле в (6.13), (6.16) следует сделать замену $t_0^* \rightarrow t_0$ и $\xi \rightarrow N/\kappa$, то формула (6.20) остается в силе, если в ней положить $\xi = N/\kappa$, что соответствует увеличению времени задержки импульса СИ до значения t_0 (6.17).

Формула (6.20) ясно показывает, как меняется интенсивность и угловая направленность СИ (и аналогично СИКР) со временем. В момент $t = 0$

$$I_{\hat{k}}(0) = \frac{\hbar \omega_0^2}{4\pi T_1} N,$$

что соответствует изотропному спонтанному рассеянию. В момент $t = t_0 = \tau_c \ln N/\kappa$

$$I_{\hat{k}}(t_0) = \frac{\hbar \omega_0}{4\pi T_1} \frac{1 + \xi}{2\xi} \left[1 + N \frac{\xi - 1}{2\xi} \Gamma(\hat{k}) \right] \approx \frac{\hbar \omega_0}{8\pi T_1} N^2 \Gamma(\hat{k}). \quad (6.21)$$

(При получении последнего равенства использовано, что $\xi = N/\kappa \gg 1$.) Таким образом, в момент t_0 система излучает в противоположных направлениях вдоль оси цилиндра, для которых $\Gamma(\hat{k}) \simeq 1$, со скоростью в N^2 большей, чем скорость спонтанного испускания отдельного атома (см. рис. 16).

Проведенное рассмотрение показывает, что в приближении заданного поля накачки задача описания СИКР оказывается вполне аналогичной задаче описания однофотонного СИ. Соответственно, в этом приближении условие наблюдения СИКР оказывается аналогичным условию СИ $L/c \ll \tau_c \ll T_2$ ($\tau_c \sim 1/n$). Это означает, что при заданной интенсивности

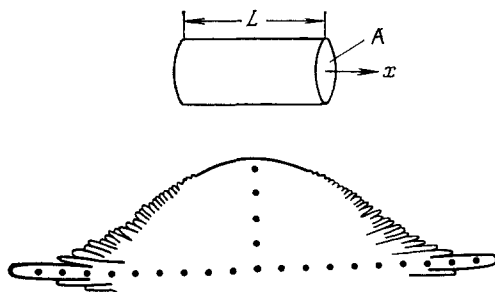


Рис. 16. Пространственное распределение СИ из среды цилиндрической формы (по формуле (6.20)).

Ось цилиндра совпадает с осью x . График получен симметризацией по отношению к двум направлениям вдоль оси x графика из работы ¹³ (численный расчет). Число Френеля $\mathcal{F} = A/\lambda L$, где λ — длина волны, объем цилиндра $V = \frac{10^3 \lambda^3}{8\pi^2}$, а плотность активных атомов $61,2/\lambda^3$. Шкала радиально-логарифмическая: каждая точка вдоль осей указывает порядок величины интенсивности. Видно, что в состоянии СИ интенсивность излучения вдоль оси цилиндра примерно на шесть порядков превосходит интенсивность излучения в перпендикулярном направлении. Этот график дает одновременно и распределение интенсивности при сверхизлучательном комбинационном рассеянии.

накачки I_L^a существует ограничение на плотность среды снизу, т. е. $n > n_{\min}(I_L)$.

Для наглядности условия наблюдения СИКР в приближении заданного поля накачки можно выразить через коэффициент усиления стационарного ВКР $G = 2\pi n d_s^2 \omega_s / \hbar T_2^{-1} c$. Используя выражение для τ_c (6.14), где λ_0 задается (3.22), имеем

$$\frac{L}{c} \ll \frac{T_2}{GL} \ll T_2. \quad (6.22)$$

Отметим, что в режиме нестационарного ВКР, протекающего как и СИКР, на временах, меньших T_2 , нарастание амплитуды стоксовой волны на длине L среды пропорционально $\exp \sqrt{GL^2/T_2 c}$. В силу левого неравенства (6.22) в режиме СИКР $\sqrt{GL^2/T_2 c} \ll 1$, и процессами вынужденного усиления можно пренебречь.

Поле накачки можно считать заданным, если подводимая за время излучения $2\tau_c$ энергия больше, чем энергия, отбираемая из поля накачки, т. е.

$$\frac{|E_L|^2 c 2\tau_c A}{2\pi} > n \hbar \omega_L A L,$$

откуда, с учетом (6.14), (3.22) и выражения для T_{1S}^{-1} — (6.9'), получаем

$$n < n_{\max} = \frac{c/L}{\pi \sqrt{2\omega_s \omega_L} |r|}. \quad (6.23)$$

Таким образом, истощение накачки приводит к дополнительному условию сверху на плотность числа рассеивающих частиц. При $L \sim 1$ см,

$\omega_S \sim \omega_L \sim 10^{15}$ сек $^{-1}$, $|r| \sim 10^{-24}$ CGSE, получаем $n_{\max} \sim 10^{19}$ см $^{-3}$. Проведенный в работе ⁶⁷ расчет процесса СИКР в одномодовой модели с учетом истощения накачки подтверждает оценку (6.23).

СИКР, по-видимому, впервые наблюдалось в работе ⁶⁸. В этих экспериментах исследовалась Q_{01} (1)-линия комбинационного рассеяния в водороде H_2 , $T_2 \sim 7,5 \cdot 10^{-9}$ с · атм, $T_1 \gg T_2$. Длина волны накачки $\lambda_L = 694,3$ нм, $\lambda_S = 976$ нм, длина кюветы $L = 30$ см, $n \sim 7,2 \cdot 10^{19}$ см $^{-3}$. Энергия возбуждающего излучения составляла $W = 0,2-0,5$ Дж, длительность импульса 50 нсек, с передним фронтом 2—3 нс (рис. 17), излучение фокусировалось в пятно диаметром 0,2 мм. Основным результатом экспериментов заключается в обнаружении значительной задержки импульсов стоксова и антистоксова КР относительно максимума возбуждающего импульса. При $P = 2,7$ атм, $W = 0,35$ Дж величина задержки составляла 17 ± 5 нс и уменьшалась при увеличении мощности накачки и давления приблизительно обратно пропорционально произведению $n |E_L|^2$. Импульсы имели осцилляторную структуру (см. рис. 17).

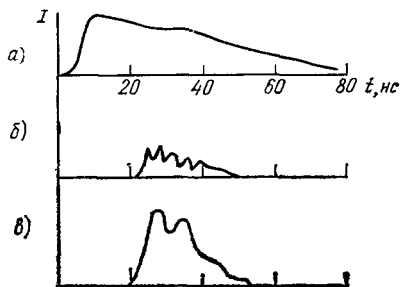


Рис. 17. Осциллограммы импульсов возбуждающего излучения (а), антистоксова (б) и стоксова (в) СИКР ⁶⁸.

7. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Основными чертами СИ, как отмечено выше, являются высокая направленность излучения, квадратичная зависимость максимальной интенсивности и обратно пропорциональная зависимость длительности импульса от плотности частиц. Эти особенности СИ и определяют возможное применение эффекта в качестве источника высокоинтенсивных импульсов когерентного излучения, интенсивность и длительность которых могут достаточно просто регулироваться в значительных пределах. Более того, если в инфракрасном, видимом и ультрафиолетовом диапазонах они могут дополнить уже существующие лазерные источники когерентного излучения, то в вакуумном ультрафиолете, рентгеновском и гамма диапазонах, как отмечено выше, они могут явиться единственно возможным типом когерентных источников. Эффект двухфотонного СИ может представлять интерес для проблемы создания перестраиваемого по частоте лазера, основанного на двухфотонном излучении в инвертированной среде.

В настоящее время продолжаются дальнейшие интенсивные исследования эффекта СИ, и число работ, посвященных ему постоянно растет.

Задача создания полной теории СИ требует дальнейшей разработки таких вопросов, как учет влияния распространения поля в квантовой модели при произвольной геометрии среды как в случае однофотонных, так и для многофотонных переходов, исследование пространственной и временной когерентности СИ, связи эффекта СИ с неравновесными фазовыми переходами и других. Экспериментальное исследование эффекта СИ, в основном, ограничивалось до настоящего времени случаем однофотонных переходов в оптической области спектра. Здесь представляет интерес реализация возможностей наблюдения СИ при многофотонных переходах, экспериментальное исследование пространственной и временной когерентности СИ, а также расширение спектрального диапазона, в котором наблюдается СИ в коротковолновую область.

В этом обзоре мы интересовались эффектом электромагнитного СИ. Методы, использующие эффекты, близкие к СИ (например, фотонное эхо^{78, 79}), широко применяются в настоящее время в спектроскопии.

Большое развитие получили аналогичные методы в акустике (см. обзоры^{75, 76}). Они нашли применение при решении таких задач, как создание новых типов акустических генераторов, позволили более детально объяснить процессы релаксации примесных центров, существенно расширили возможности исследования металлов, примесных центров, удачно дополнив методы радиоспектроскопии.

Эффективным методом исследования молекулярных кристаллов и полупроводников обещает стать метод экситонного СИ (см.⁷⁷).

Эти успехи позволяют надеяться на то, что оптическое СИ также найдет широкое применение в спектроскопических исследованиях, где оно может стать эффективным методом усиления отклика систем на переходах, имеющих малые дипольные моменты.

ДОПОЛНЕНИЕ

ФАЗОВЫЙ ПЕРЕХОД В РАВНОВЕСНОЙ СИСТЕМЕ ДВУХУРОВНЕВЫХ АТОМОВ, ВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩИХ ЧЕРЕЗ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЕ ПОЛЕ

Рассмотренный выше эффект СИ представляет собой процесс установления равновесия в первоначально сильно неравновесной системе двухуровневых атомов, взаимодействующих с полем излучения. Представляет интерес рассмотрение и равновесных свойств этой же системы.

В работе⁶⁹ (см. также⁷⁰) было обнаружено, что в равновесной системе с гамильтонианом (2.1), взятым в одномодовом приближении, возможен фазовый переход с появлением при температуре ниже некоторой критической $T < T_{кр}$ среднего значения числа заполнения фотонной моды $\langle a_k^\dagger a_k \rangle \sim N$ — числу атомов (бозе-конденсация фотонов). При $T > T_{кр}$ $\langle a_k^\dagger a_k \rangle$ определяется планковской формулой и не зависит от N . Необходимым условием фазового перехода является неравенство $8\pi n d^2 / \hbar \omega_0 > 1$, где d — дипольный матричный элемент, n — плотность атомов.

Следует отметить, что принципиально важный вопрос о том, на какой частоте происходит бозе-конденсация, в исходных работах^{69, 70} не обсуждался, а в некоторых последующих работах высказывалось утверждение о конденсации фотонов с частотой ω_k или с частотой перехода атомов ω_0 (фазовый переход в «сверхизлучательное состояние»). Критический анализ возможности равновесного фазового перехода в СИ состояние и более полный список литературы см. в работах^{71, 72}.

Вопрос о частоте бозе-конденсата был рассмотрен в работах^{73, 74}. В работе⁷⁴ использовалась модель с гамильтонианом в приближении Дике¹. В работе⁷³ рассмотрение проведено для протяженных систем на основе полного гамильтониана и выяснена связь приближения Дике с концепцией действующего поля. В этих работах было показано, что в спектре коллективных возбуждений рассматриваемой системы имеется мягкая мода, частота которой обращается в нуль при $T = T_{кр}$. Это означает, что частота бозе-конденсата равна нулю и при фазовом переходе спонтанно возникает макроскопическая поляризация на нулевой частоте, или постоянное электрическое поле $E = \lim_{k \rightarrow 0} \sqrt{(2\pi\omega_k \hbar / V) \langle a_k^\dagger a_k \rangle}$, т. е. происходит сегнетоэлектрический фазовый переход.

Авторы выражают благодарность С. А. Ахманову, по инициативе которого написана эта статья, за критические замечания и ценные советы.

Московский государственный университет
им. М. В. Ломоносова

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- 1 Dicke R H — Phys Rev, 1954, v 93, p 99
- 2 Файн В М — УФН, 1958, т 64 с 273
- 3 Круглик Г С, Апанасевич П А — Изв АН СССР, Сер физ, 1963, т 27 с 483
- 4 Круглик Г С Коллективные явления в квантовых генераторах — Минск: Наука и техника, 1970
- 5 Шечепин Л А — ЖЭТФ 1968 т 54, с 1463
- 6 Шечепин Л А — Тр ФИАН СССР, 1976, т 87, с 3
- 7 Friedberg R, Hartmann S R, Manassah J G — Phys Lett. Ser A, 1972, v 5, p 365
- 8 Friedberg R, Hartmann S R — Opt Comm, 1974, v 10 p 298.
- 9 Gross M, Gouy P, Fabre C Haroche S Raimond J M — Phys Rev Lett, 1979 v 43 p 343
- 10 Афанасьев А М Казан Ю М — Письма ЖЭТФ, 1965, т 2, с 130
- 11 Нагибаров В Р Конвиллем У Х — ЖЭТФ, 1968, т 54, с 132
- 12 Ernst V, Stehle P — Phys Rev 1968, v 176 p 1456
- 13 Eberly T H, Rehler N E — Phys Lett Ser A, 1969, v 29, p 142, Phys Rev Ser A 1970 v 2, p 1607, 1971 v 3 p 1735
- 14 а) Bonifacio R, Schwendimann P — Lett Nuovo Cimento 1970, v 3, p 509 p 512
б) Bonifacio R, Schwendimann P Haake F — Phys Rev Ser A, 1971 v 4, p 302, 854
- 15 Agarwal G S — Ibid, 1970, v 2, p 2038, v 3, p 1783, v 4, p 1791
- 16 Arecchi F T, Courtens E — Ibid, 1970 v 2, p 1730
- 17 Ressayre E Tallet A — Ibid, 1977, v 15, p 2410
- 18 Андреев А В — ЖЭТФ, 1977, т 72, с 1397
- 19 Емельянов В И, Климонтович Ю Л — Опт и спектр 1976, т 41, с 933
- 20 Андреев А В — Квант электр 1978, т 5, с 830
- 21 Lee C T — Phys Rev Ser A, 1975, v 12 p 575; 1976, v 13 p 1657, v 14, p 1926
- 22 Емельянов В И, Семинюгов В Н — ЖЭТФ 1979 т 76 с 34
- 23 Андреев А В — Письма ЖТФ, 1977, т 3 с 779
- 24 Skribanowitz N, Hermann I P, Mac Gillivray I C, Feld M S — Phys Rev Lett, 1973, v 30 p 309
Skribanowitz N, Hermann I P, Mac Gillivray I C, Feld M S — In Laser Spectroscopy — N Y Plenum Press, 1975 — P 379.
- 25 Mac Gillivray I C, Feld M S — Phys Rev Ser A, 1976, v 14, p 1169.
- 26 Picard R H, Willis C R. — Ibid, 1973, v 8 p 1536
- 27 Bonifacio R, Lugiato L A — Ibid, 1975 v 11, p 1507, v 12, p 587.
- 28 Banfi G, Bonifacio R — Ibid 1975, v 12, p 2068
- 29 Bonifacio R, Lugiato L A, Crescentini A A — Ibid, 1976, v 13, p 1648
- 30 Трифонов Е Д, Зайцев А И — ЖЭТФ, 1977, т 72, с 1407
- 31 Андреев А В, Галкин В Я, Тихомиров О Ю — В кн Обработка и интерпретация физических экспериментов — М Изд во Моск унта, 1977, Вып 6, с 3
- 32 Gronchi M, Lugiato L A, Butera P — Phys Rev Ser A, 1978, v 18, p 689
- 33 Burnham D C, Chiao R Y — Phys Rev, 1969 v 188, p 667
- 34 Polder D, Schuurmans M F H, Vrehen Q H F — Ibid Ser A, 1979, v 19, p 1192
- 35 Трифонов Е Д, Зайцев А И Маликов Р Ф — ЖЭТФ, 1979, т 76 с 65
- 36 Su J Y — Nuovo Cimento, 1975, v 25B, p 59
- 37 Vrehen Q H F, Schuurmans F H — Phys Rev Lett, 1979, v 42, p 224
- 38 Narducci L M, Coulter C A, Bowden C M — Phys Rev Ser A, 1974 v 9, p 829
- 39 Glauber R J, Haake F — Ibid, 1976, v 13 p 357
- 40 Gronchi M, Lugiato L A — Ibid, p 830, v 14, p 502
- 41 Radcliffe J M — J Phys Ser A, 1971 v 4, p 313
- 42 Arecchi F T, Courtens E Gilmore R Thomas H — Phys Rev Ser A, 1972, v 6, p 2211
- 43 Glauber R J — Phys Rev 1963, v 131, p 2766
- 44 Terhune J H, Baldwin G S — Phys Rev Lett 1965, v 14, p 589
- 45 Зарецкий Д Ф, Ломоносов В В — ЖЭТФ, 1965, т 48, с 368

46. Андреев А. В., Арутюнян Р. В., Ильинский Ю. А.— Вестн. МГУ, Сер. «Физика», 1979, т. 20, с. 47.
47. Круглик Г. С. В кн. Квантовая электроника и лазерная спектроскопия.— Минск: Наука и техника, 1974.— С. 275.
48. Trammell G. T., Hannon I. P.— Opt. Comm., 1975, v. 15, p. 325.
49. Андреев А. В., Ильинский Ю. А., Хохлов Р. В.— ЖЭТФ, 1977, т. 73, с. 1296.
50. Уэйнант Р., Элтон Р.— ТИИЭР, 1976, т. 64, с. 44.
51. Hopf F. A., Meystre P., Scully M. O., Seely J. F.— Phys. Rev. Lett., 1975, v. 35, p. 511.
52. Mac Gilliveray J. C., Feld M. S.— Appl. Phys. Lett., 1977, v. 31, p. 74.
53. Duguay M. A., Rentzepis P. M.— Ibid. 1967, v. 10, p. 350.
54. Rosenberger A. T., Detple T. A., Bowden C. M., Sung C. C.— J. Opt. Soc. Am., 1978, v. 68, p. 700.
55. Vrehen Q. H. F., Hikspoors H. M. J., Gibbs H. M.— Phys. Rev. Lett., 1977, v. 38, p. 764.
56. Gibbs H. M., Vrehen Q. H. F., Hikspoors H. M. J.— Ibid., 1977, v. 39, p. 547.
57. Gross M., Raimond J., Haroche S.— Ibid., 1978, v. 40, p. 1711.
58. Grubellier A., Liberman S., Pillet P.— Ibid., 1978, v. 41, p. 1237.
59. Flusberg A., Mossberg T., Hartmann S. R.— Phys. Lett. Ser. A, 1976, v. 58, p. 373.
60. Gross M., Fabre C., Pillet P., Haroch S.— Phys. Rev. Lett., 1976, v. 36, p. 1035.
61. Hopf H. A., Shea R., Scully M. O.— Phys. Rev. Ser. A, 1973, v. 7, p. 2105.
62. Махвиладзе Т. М., Сарычев М. Е., Шелепин Л. А.— ЖЭТФ, 1975, т. 69, с. 499.
63. Shoemaker R. L., Brewer R. G.— Phys. Rev. Lett., 1972, v. 28, p. 1430.
64. Раутман С. Г., Черноброд Б. М.— ЖЭТФ, 1977, т. 72, с. 1342.
65. Ахманов С. А., Драбович К. Н., Сухоруков А. П., Чиркин А. С.— ЖЭТФ, 1970, т. 59, с. 485.
66. Стенли Г. Фазовые переходы и критические явления.— М.: Мир, 1973.
67. Емельянов В. И., Семиногов В. Н.— Квант. электр., 1979, т. 6, с. 635.
68. Пивцов В. С., Раутман С. Г., Сафонов В. П., Фолли К. Г., Черноброд Б. М.— Письма ЖЭТФ, 1979, т. 30, с. 342.
69. Нерр К., Lieb E. H.— Ann. d. Phys., 1973, v. 76, p. 360.
70. Wang Y. K., Hioe F. T.— Phys. Rev. Ser. A, 1973, v. 7, p. 831.
71. Knight Q. Q., Aharonov Y. A., Hsieh G. T.— Ibid., 1978, v. 17, p. 1454.
72. Bialynicki-Birula I., Rzazewski K.— Ibid., 1979, v. 19, p. 301.
73. Емельянов В. И., Климонтович Ю. Л.— IV Вавиловская конференция по нелинейной оптике, 1975: Квант. электрон., 1976, т. 3, с. 848/Емельянов V. I., Klimontovich Yu. L.— Phys. Lett. Ser. A, 1976, v. 59, p. 366.
74. Елесин В. Ф., Копаев Ю. В.— Письма ЖЭТФ, 1976, т. 24, с. 78.
75. Голенищев-Кутузов В. А., Смоляков Б. П.— Изв. АН СССР. Сер. физ., 1973, т. 37, с. 2073.
76. Koruillet U. Kh., Nagibarov V. R., Samartsev V. V., Solovarov N. K.— Adv. Mol. Relax. Proc., 1976, v. 8, p. 241.
77. Самарцев В. В.— Изв. АН СССР, Сер. физ., 1973, т. 37, с. 2155.
78. Аллен Л., Эберли Д. Оптический резонанс и двухуровневые атомы.— М.: Мир, 1978.
79. Электромагнитное сверхизлучение/Под ред. В. А. Голенищева-Кутузова, В. В. Самарцева — Казань: Татарстан, 1975.
80. Sczaniecki L., Buchert J.— Opt. Comm., 1978, v. 27, p. 463.
81. Miller L. D.— Ibid., 1979, v. 30, p. 87.
82. Agarwal G. S. Quantum Statistical Theories of Spontaneous Emission and their Relation to other Approaches: Springer Tracts in Modern Physics. V. 70 — Berlin; Heidelberg; New York: Springer-Verlag, 1977.