

533.9

СТОЛКНОВИТЕЛЬНАЯ ДИФфуЗИЯ ЧАСТИЧНО ИОНИЗОВАННОЙ ПЛАЗМЫ В МАГНИТНОМ ПОЛЕ***А. П. Жилинский, Л. Д. Цендин*****СОДЕРЖАНИЕ**

1. Введение	343
2. Исходные уравнения. Униполярная диффузия	344
3. Развитие представлений о влиянии самосогласованного электрического поля на диффузию	347
4. Диффузия в отсутствие магнитного поля	351
5. Расплывание возмущения концентрации безграничной плазмы в магнитном поле	354
а) Малые возмущения без внешнего тока (354). б) Эволюция нелинейного возмущения (358). в) Учет внешнего тока (360). г) Расплывание шнура плазмы (362). д) Эксперименты в ионосферной плазме (364).	
6. Диффузия плазмы в ограниченном объеме	366
а) Эффективные граничные условия (366). б) Диффузия в диэлектрическом приборе (367). в) Диффузия в приборе с проводящими стенками (372). г) Диффузия при более сложных граничных условиях (375). д) Диффузионный зонд в магнитном поле (378).	
Цитированная литература	382

1. ВВЕДЕНИЕ

Диффузия заряженных частиц в присутствии квазистационарного магнитного поля остается одной из центральных проблем современной физики плазмы. В данном обзоре мы ограничимся анализом диффузии слабоионизованной плазмы, в которой давление заряженных частиц намного меньше, чем давление нейтрального газа и магнитное давление $H^2/8\pi$. При этом магнитное поле и концентрацию нейтрального газа будем считать однородными и стационарными. Круг практических задач, связанных с рассматриваемыми явлениями диффузии, весьма широк. К ним следует отнести ряд проблем газовой ¹⁻⁶ и полупроводниковой ⁷⁻⁹ электроники, МГД-преобразования энергии ^{3, 10}, физики ионосферы ¹¹⁻¹³ и т. д. Сходные процессы имеют место в пристеночных областях установок с горячей плазмой для управляемого термоядерного синтеза.

В последние годы достигнут существенный прогресс в создании общей картины эволюции неоднородной слабоионизованной плазмы в магнитном поле. Он был связан в первую очередь с тем, что в ряде экспериментов удалось отделить эффекты, связанные с турбулентностью плазмы, от явлений, обусловленных границами и столкновительным переносом в объеме. С другой стороны, для простейших задач был проведен последовательный теоретический анализ. Таким образом, появилась возможность однозначного сопоставления теории столкновительной (классической) и турбулентной диффузии с экспериментом.

В обзоре на простейших примерах разобраны основные механизмы, которые определяют эволюцию плазменных неоднородностей в магнитном

поле и диффузию ограниченной плазмы к стенкам. Оказывается, что диффузионные процессы в магнитном поле в первую очередь определяются протеканием вихревых токов, возникающих под действием самосогласованного электрического поля. Поэтому, например, амбиполярная диффузия, при которой электронные и ионные потоки равны в каждой точке и вихревой ток отсутствует, может реализоваться лишь в относительно редких случаях.

Основные физические представления, описанные ниже, основаны лишь на различии и анизотропии коэффициентов диффузии и подвижностей электронов и ионов. Поэтому сходные явления должны возникать в турбулентной плазме (по крайней мере до тех пор, пока движение частиц носит характер малых случайных блужданий), а также в полупроводниках, в которых анизотропия коэффициентов переноса может иметь место даже в отсутствие магнитного поля. Однако мы почти не будем касаться вопросов, связанных с количественным анализом диффузии заряженных частиц в этих условиях. Заметим только, что в случае турбулентной плазмы значения аномальных коэффициентов переноса определяются характеристиками турбулентности (см., например, ¹⁴⁻¹⁸), а сам характер неустойчивости и возникающей при ее развитии турбулентности в значительной степени зависит от свойств равновесного состояния. Поэтому его анализ является, по существу, первым шагом в решении проблемы аномального переноса в конкретных условиях.

2. ИСХОДНЫЕ УРАВНЕНИЯ. УНИПОЛЯРНАЯ ДИФФУЗИЯ

Выпишем диффузионные уравнения для простейшего случая слабоионизованной плазмы с однозарядными ионами одного сорта (такую трехкомпонентную плазму, состоящую из электронов (e), ионов (i) и атомов (a), будем называть простой). Если столкновения между заряженными частицами несущественны (слабоионизованная плазма), то в системе координат, связанной с нейтральным газом, эти уравнения имеют вид

$$\frac{\partial n_{\alpha}}{\partial t} + \nabla \Gamma_{\alpha} = I_{\alpha}, \quad (1)$$

$$\Gamma_{\alpha} = n_{\alpha} u_{\alpha} = -\hat{D}_{\alpha} \nabla n_{\alpha} \pm n_{\alpha} \hat{b}_{\alpha} E, \quad (2)$$

$$\nabla E = 4\pi e (n_i - n_e); \quad (3)$$

здесь индекс α соответствует ионам (i) или электронам (e); Γ_{α} — потоки частиц; члены I_{α} описывают рождение и рекомбинацию заряженных частиц, в рассмотренных в обзоре примерах они не учитываются. Движение нейтрального газа будем считать заданным. Вопросы, связанные с обратным влиянием движения плазмы на нейтральный газ, обсуждаются, например, в ^{11, 19, 20}. Если распределение частиц по энергии максвелловское, то униполярные тензоры подвижности и диффузии \hat{b}_{α} , \hat{D}_{α} связаны между собой соотношениями Эйнштейна

$$\hat{D}_{\alpha} = \frac{\hat{b}_{\alpha} T_{\alpha}}{e}. \quad (4)$$

В дальнейшем мы для простоты ограничимся этим случаем. Значения коэффициентов переноса, определяемые парными соударениями частиц, принято называть классическими. Их вид наиболее прост в случае, когда транспортные частоты столкновений заряженных частиц с нейтральными ν_{α} не зависят от скоростей. При этом в постоянном магнитном поле,

направленном вдоль оси z ,

$$\left. \begin{aligned} D_{\alpha zz} &\equiv D_{\alpha \parallel} = \frac{T_{\alpha}}{m_{\alpha} v_{\alpha}}, \\ D_{\alpha xx} &= D_{\alpha yy} \equiv D_{\alpha \perp} = D_{\alpha \parallel} \left[1 + \left(\frac{\Omega_{\alpha}}{v_{\alpha}} \right)^2 \right]^{-1}, \\ D_{\alpha xy} &= -D_{\alpha yx} \equiv D_{\alpha d} = D_{\alpha \parallel} \frac{\Omega_{\alpha}}{v_{\alpha}} \left[1 + \left(\frac{\Omega_{\alpha}}{v_{\alpha}} \right)^2 \right]^{-1}, \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

где $\Omega_{\alpha} = eH/cm_{\alpha}$ — циклотронная частота. В общем случае в выражения для компонент тензоров \hat{D}_{α} входят значения $v_{\alpha}(v)$, различным образом усредненные по распределению частиц. Значения \hat{D}_{α} , \hat{b}_{α} при различных законах взаимодействия частиц, степенях ионизации и напряженностях магнитного поля приведены в большом числе обзоров и монографий (см. например, ^{5, 20, 21}). При грубых расчетах часто пользуются так называемой элементарной теорией ^{22, 23}, когда в формулах (5) используются значения $v_{\alpha}(v)$, усредненные по максвелловскому распределению; ошибка, вносимая при этом, как правило, невелика ²². Ниже мы также будем пользоваться элементарной теорией.

Компоненты $D_{\alpha d}$ описывают диамагнитный ток, который не связан с перемещением ведущих центров ларморовских орбит. Поэтому дивергенция соответствующих потоков тождественно равна нулю. Недиagonальные же составляющие подвижности $b_{\alpha d}$ определяют холловские потоки, которые могут приводить к перераспределению частиц в пространстве.

Если концентрация частиц настолько мала, что дебаевские радиусы ($r_D = \sqrt{T_{\alpha}/4\pi n_{\alpha} e^2}$) намного превышают размер системы, то самосогласованное электрическое поле, согласно уравнению Пуассона (3), несущественно. Тогда в отсутствие внешнего электрического поля имеет место униполярная (свободная) диффузия заряженных частиц, которая описывается уравнениями

$$\frac{\partial n_{\alpha}}{\partial t} = \nabla \cdot (\hat{D}_{\alpha} \nabla n_{\alpha}). \quad (6)$$

Другими словами, происходит просто диффузия частиц в анизотропной среде. Униполярная диффузия электронов и ионов в магнитном поле исследовалась экспериментально в работах ²⁴⁻²⁷. В них было убедительно показано, что этот процесс целиком определяется парными столкновениями и хорошо описывается уравнениями (5), (6). На рис. 1 приведена сводка экспериментальных данных для случая униполярной диффузии электронов и ионов в гелии.

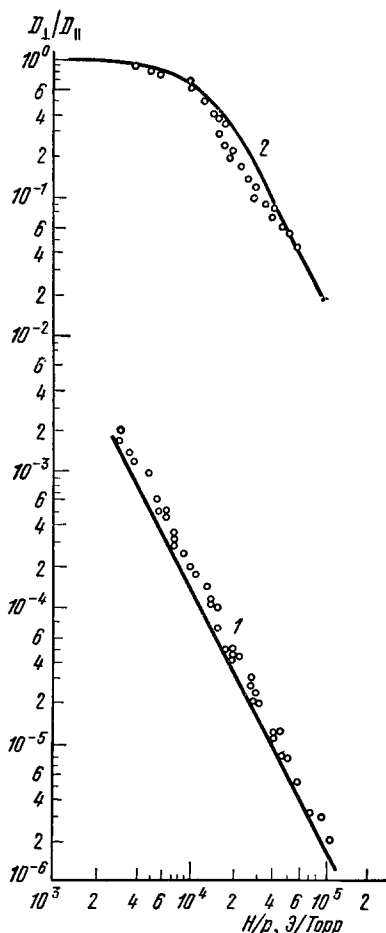


Рис. 1. Влияние магнитного поля на поперечную диффузию заряженных частиц.

1 — электроны ^{24, 25}, 2 — ионы ^{26, 27}. Линии — теоретический расчет, кружки — эксперимент.

Таким образом, классическая диффузия заряженных частиц в магнитном поле резко анизотропна. Причина состоит в том, что значения продольной и поперечной компонент \vec{D}_α определяются шагом случайных блужданий. Вдоль магнитного поля шаг равен свободному пробегу частиц λ_α ; следовательно, $D_{\alpha\parallel} \sim \lambda_\alpha^2 \nu_\alpha$ и $D_{e\parallel} \gg D_{i\parallel}$. Поперек сильного магнитного поля H , когда ларморовский радиус ρ_α становится меньше, чем λ_α , шаг равен ρ_α . Поэтому поперечные коэффициенты резко ($\sim H^{-2}$) падают с ростом поля и при условии

$$\rho_e \rho_i < \frac{\lambda_e \lambda_i T_i}{T_e} \quad (7)$$

поперечная диффузия электронов становится меньше ионной. Везде ниже мы будем считать магнитное поле достаточно сильным, так что неравенство (7) выполняется.

В безграничных задачах удобно ввести характерные униполярные масштабы распыливания возмущения вдоль и поперек магнитного поля для частиц рассматриваемого сорта:

$$\Lambda_{\alpha\parallel}^2 = 4D D_{\alpha\parallel} t, \quad \Lambda_{\alpha\perp}^2 = 4D D_{\alpha\perp} t, \quad (8)$$

а для плазмы ограниченных размеров $(\Lambda_{\parallel}, \Lambda_{\perp})$ — характерные времена жизни (диффузии до стенок):

$$\tau_{\alpha\parallel} = \frac{\Lambda_{\parallel}^2}{D_{\alpha\parallel}}, \quad \tau_{\alpha\perp} = \frac{\Lambda_{\perp}^2}{D_{\alpha\perp}}. \quad (9)$$

При условии (7)

$$\left(\frac{\Lambda_{\parallel e}}{\Lambda_{\parallel i}}\right)^2 \sim \frac{T_e m_i \nu_i}{T_i m_e \nu_e} \gg 1, \quad \left(\frac{\Lambda_{\perp e}}{\Lambda_{\perp i}}\right)^2 \sim \frac{T_e m_e \nu_e}{T_i m_i \nu_i} \left(1 + \frac{\rho_i^2}{\lambda_i^2}\right) \ll 1; \quad (10)$$

$$\frac{\Lambda_{\parallel e}}{\Lambda_{\perp e}} \sim \frac{\lambda_e}{\rho_e} \gg 1,$$

и соответственно

$$\tau_{e\parallel} \ll \tau_{i\parallel}, \quad \tau_{i\perp} \ll \tau_{e\perp}. \quad (11)$$

С ростом степени ионизации на коэффициенты переноса начинают влиять столкновения заряженных частиц друг с другом. Если энергии частиц $\lesssim 10$ эВ, то кулоновские сечения обычно намного превосходят газокинетические и эти процессы необходимо учитывать уже при сравнительно низких степенях ионизации плазмы. В случае $\nu_{e1} \ll (m_i/m_e)\nu_i$ ионные коэффициенты, по-прежнему, определяются согласно (4), (5), а для электронов при $\Omega_e \gg \nu_e + \nu_{e1}$, $n_e = n_i$, например,

$$b_{e\perp} \approx \frac{mc^2}{eH^2} \left[\nu_e + \frac{\nu_{e1}}{1 + (\Omega_i^2/\nu_i^2)} \right], \quad (12)$$

$$D_{e\perp} \approx \frac{mc^2}{e^2 H^2} T_e \left[\nu_e + \nu_{e1} \left(1 + \frac{T_i}{T_e} \frac{\Omega_i^2}{\Omega_i^2 + \nu_i^2} \right) \right]. \quad (13)$$

Значения парциальных температур T_e и T_i должны в принципе определяться самосогласованным образом через соответствующие уравнения баланса энергии. При этом наряду с полевыми и диффузионными потоками могут оказаться существенными термодиффузия и теплопроводность. Само протекание диффузионных потоков может приводить к возникновению неоднородности парциальных температур за счет диффузионного термоэффекта и диффузионного охлаждения²⁸⁻³⁰. Возникающие сложные и разнообразные явления сравнительно мало исследованы. Мы не будем касаться этих вопросов, полагая, что температуры частиц не зависят от координат и времени.

3. РАЗВИТИЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЙ О ВЛИЯНИИ САМОСОГЛАСОВАННОГО ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ НА ДИФФУЗИЮ

Когда дебаевские радиусы становятся меньше размеров неоднородности (прибора), движение заряженных частиц существенно меняет свой характер. Это связано с возникновением в плазме самосогласованного поля, оказывающего сильное, а зачастую и определяющее, влияние на движение частиц. Действительно, вследствие различия в скоростях диффузии и дрейфа электронная и ионная компоненты неоднородности всегда стремятся разделиться. Однако уже малая декомпенсация зарядов приводит к образованию электрического поля, препятствующего дальнейшему разделению компонент. В результате неоднородность движется и расплывается таким образом, что концентрации электронов и ионов в ней почти одинаковы — имеет место квазинейтральность.

Эволюция произвольного начального распределения с $n_e \neq n_i$ при этом происходит в две стадии. Сначала быстро устанавливается квазинейтральное состояние. Если столкновения происходят достаточно часто, так что максвелловские времена $\tau_m(\mathbf{k}) = [4\pi\sigma(\mathbf{k})]^{-1}$ ($\sigma(\mathbf{k})$ — проводимость плазмы по соответствующему направлению) больше времен между столкновениями, то это происходит за времена $\sim \tau_m$ ²⁰. В обратном случае установление квазинейтральности может сопровождаться колебаниями. Образовавшийся так или иначе квазинейтральный профиль концентрации является начальным условием для более медленной диффузионной стадии эволюции. На этом этапе существенные нарушения квазинейтральности могут иметь место лишь вблизи ограничивающих плазму поверхностей. Так как нас интересуют диффузионные процессы, то при этом в объеме плазмы можно положить $n_e = n_i$ и отбросить уравнение Пуассона. Электрическое поле определяется условием квазинейтральности

$$\nabla(\Gamma_e - \Gamma_i) = 0. \quad (14)$$

Другими словами, электрическое поле подстраивается так, чтобы не возникало существенного разделения зарядов.

Обычно диффузионные процессы происходят сравнительно медленно и практически всегда поле можно считать потенциальным. Решение задачи о диффузии простой слабоионизованной плазмы в отсутствие магнитного поля было получено Шоттки еще в 1924 г.³¹ При этом оказалось, что условие квазинейтральности приводит к амбиполярности диффузии — электрическое поле можно исключить из системы (1, 2), сведя ее к уравнению

$$\frac{\partial n}{\partial t} = D_{a\parallel} \Delta n, \quad (15a)$$

где

$$D_{a\parallel} = \frac{D_{e\parallel}b_{i\parallel} + D_{i\parallel}b_{e\parallel}}{b_{e\parallel} + b_{i\parallel}} \approx \left(1 + \frac{T_e}{T_i}\right) D_{i\parallel} \quad (15b)$$

— коэффициент амбиполярной диффузии. При этом профиль концентрации не зависит от тока, протекающего через плазму, и (15a), (15b) можно получить, просто приравняв $\Gamma_e = \Gamma_i$. Амбиполярная диффузия определяется наиболее медленными частицами (ионами) так, что

$$\tau_{a\parallel} \approx \tau_{i\parallel} \left(1 + \frac{T_e}{T_i}\right)^{-1}. \quad (15в)$$

Влияние электрического поля сводится к множителю $1 + (T_e/T_i)$ в (15b), (15в). Следует отметить некоторый разнобой в терминологии. Ряд авторов под амбиполярной понимает диффузию, при которой выполняется условие квазинейтральности (14). Мы будем называть диффузию амбиполярной

лишь в том случае, когда потоки удовлетворяют условиям $\Gamma_{||} - \Gamma_{e||} = j_{||}/e = \text{const}$, $\Gamma_{\perp} - \Gamma_{e\perp} = j_{\perp}/e = \text{const}$ (j — плотность сквозного тока; при $j = 0$, $\Gamma_{e||, \perp} = \Gamma_{||, \perp}$).

В магнитном поле простейшие одномерные задачи также сводятся к уравнению амбиполярной диффузии³²⁻³⁴. Так, при диффузии вдоль \mathbf{H} применимы формулы (15), а для поперечной диффузии имеем соответственно

$$D_{a\perp} \approx \left(1 + \frac{T_i}{T_e}\right) D_{e\perp}, \quad \tau_{a\perp} \approx \tau_{e\perp} \left(1 + \frac{T_i}{T_e}\right)^{-1}, \quad (16)$$

так как менее подвижными частицами в этом случае оказываются электроны. Полученные таким образом результаты послужили основой многочисленных попыток (см., например,³⁵⁻³⁸) свести неоднородные задачи к линейному уравнению амбиполярной диффузии в анизотропной среде. При этом амбиполярное условие $\Gamma_{e||, \perp} = \Gamma_{||, \perp}$ удовлетворяет требованию квазинейтральности (14) и позволяет исключить электрическое поле из исходной системы уравнений. Однако нетрудно убедиться⁵, что в общем случае невозможно построить потенциальное электрическое поле, удовлетворяющее этому условию. Другими словами, электрическое поле, которое во всех направлениях тормозит более подвижные частицы (вдоль \mathbf{H} — электроны, поперек — ионы) и уравнивает потоки в каждой точке, в общем случае не реализуется. При этом протекающие по плазме вихревые токи определяющим образом влияют на эволюцию профиля концентрации плазмы. Уравнения, описывающие диффузионное распыление неоднородности, оказываются нелинейными и не сводятся к обычному уравнению диффузии в анизотропной среде — процесс является гораздо более сложным. Протекание глобального тока сквозь неоднородность в этих условиях приводит к ряду новых явлений — возмущение концентрации может двигаться и деформироваться, расщепляясь на отдельные сгустки плазмы; выравнивание концентрации при этом происходит значительно быстрее, чем без тока²⁰.

Вихревые токи могут протекать как целиком по плазме^{20, 39}, так и частично замыкаться по проводящим поверхностям, ограничивающим плазму⁴⁰. Механизм неамбиполярной диффузии, обусловленной вихревыми токами, впервые был рассмотрен Саймоном⁴⁰ на примере диффузии плазмы в проводящей камере. Если длина ее (вдоль \mathbf{H}) не слишком велика, то электроны должны быстро уходить на торцы прибора. Плазма при этом будет заряжаться положительно относительно стенок и электрическое поле не будет препятствовать уходу ионов поперек \mathbf{H} . Таким образом возникает вихревой ток, который переносится вдоль \mathbf{H} электронами, поперек — ионами и замыкается по стенкам прибора. Это явление было названо эффектом короткого замыкания. Время жизни плазмы (τ_{sc}) при этом резко уменьшается по сравнению с амбиполярным и оказывается порядка наибольшего из «быстрых» времен $\tau_{e||}$, $\tau_{i\perp}$. Различие между τ_a и τ_{sc} , как следует из (10, 11), может превышать три порядка.

Однако попытки получить однозначное доказательство существования эффекта до последнего времени не имели успеха. Более или менее строгое аналитическое^{41, 42} или численное⁴³ решение задачи Саймона сталкивалось с весьма значительными математическими трудностями. Они были связаны, во-первых, с постановкой граничных условий, так как плазменные уравнения неприменимы вблизи стенок — там, где задаются граничные условия на потенциал, а во-вторых, с нелинейностью системы уравнений (1, 2). Результаты же экспериментальных исследований были неоднозначны и даже противоречивы. Наиболее просты для интерпретации эксперименты в безграничной плазме. Однако в лабораторных усло-

виях, насколько нам известно, такие исследования не проводились. При экспериментах же в ионосфере (например, с бариевыми облаками) обычно фиксировалось поведение «меченых» ионов, а не суммарной концентрации плазмы. Трудности лабораторных опытов с ограниченной плазмой были в первую очередь связаны с тем, что газоразрядная плазма в магнитном поле подвержена многочисленным неустойчивостям. Возникающее при этом турбулентное состояние характеризуется гораздо меньшими значениями времени жизни плазмы, чем «классические» (обусловленные парными столкновениями). В неустойчивой плазме трудно однозначно отделить возрастание диффузии (по сравнению с амбиполярной) из-за турбулентности от возрастания, связанного с протеканием вихревых токов. Все это привело к тому, что на основании некоторых экспериментов высказывались сомнения относительно реализуемости эффекта короткого замыкания ⁴⁴. С другой стороны, предполагалось ⁴⁵, что анизотропная неоднородная диффузия плазмы даже в диэлектрическом баллоне вообще не бывает амбиполярной. Наконец, в ⁴¹, ⁴⁶ утверждалось, что на поздней стадии эволюции механизм переноса в объеме полностью определяется граничными условиями, так что в диэлектрической камере, боковые стенки которой параллельны **H**, диффузия обязательно амбиполярна (см. ниже, гл. 6), а в металлической — должен иметь место (и наблюдался ⁴¹) эффект короткого замыкания.

Таким образом, крайне необходимо было прямое экспериментальное доказательство влияния вихревых токов на диффузию. Чтобы выделить этот эффект, следовало получить спокойную плазму. В сильном магнитном поле, пожалуй, впервые такую плазму удалось создать в *Q*-машинах ⁴⁷⁻⁴⁹. Однако из-за конструктивных особенностей *Q*-машин в них до настоящего времени исследовалась лишь одномерная диффузия поперек **H**. Проблема разделения влияния вихревых токов и турбулентности на диффузию была решена в ⁵⁰, где в металлических баллонах для широкого диапазона условий была получена спокойная распадающаяся плазма. Было показано, что, подавая разность потенциалов между торцевой и боковой проводящими стенками, можно менять время жизни спокойной плазмы в соответствии с теоретическими представлениями почти на три порядка — от значения, соответствующего короткому замыканию, до времени, превосходящего амбиполярное. Изменение граничных условий сильно меняло время жизни и в случае неустойчивой плазмы, когда поперечная диффузия определялась турбулентностью. В работах ⁵¹ было изучено влияние неустойчивости на диффузию, установлены условия, при которых в диэлектрической камере имеет место амбиполярная диффузия, изучено влияние более сложных граничных условий ⁵², ⁵³. Однозначное экспериментальное разграничение основных механизмов переноса дает твердую основу для развития теоретических представлений о диффузии плазмы в самых разных системах.

Последовательный теоретический подход к задачам неоднородной диффузии в магнитном поле и анализ влияния вихревых токов был впервые осуществлен в работах ²⁰, ⁵⁴, ⁵⁵. Исследовалось расплывание малой точечной неоднородности на фоне безграничной плазмы. Было показано, что задача принципиально не сводится к амбиполярной. В частности, даже в отсутствие внешнего тока форма поверхностей постоянной концентрации не имеет ничего общего с эллипсоидами, характерными для диффузии в анизотропной среде. Численный расчет показал, что размеры возмущенной области определяются не наименьшими, как было бы при амбиполярном механизме, а скорее наибольшими коэффициентами диффузии в соответствующих направлениях. Наличие внешнего тока радикально меняет всю картину эволюции, приводя к разделению исходного возмущения на несколько движущихся и расплывающихся по достаточно сложному зако-

ну сгустков. Асимптотика возмущения является не гауссовой, как естественно было бы ожидать для диффузионной задачи, а степенной ($\sim t/r^5$ в отсутствие тока и $\sim t/r^4$ при его наличии).

В работах ⁵⁶ было показано, что механизм влияния вихревых токов на диффузионное расплывание неоднородности в неограниченной плазме, по существу, сходен с эффектом Саймона. Инжектированные в неограниченную плазму «пробные» электроны (в отсутствие внешнего тока) диффундируют в основном вдоль, а ионы — поперек магнитного поля. Квазинейтральность обеспечивается за счет движения фоновой плазмы. Последняя в силу своей высокой проводимости в известном смысле аналогична проводящим стенкам. Электроны фоновой плазмы также движутся в основном вдоль, а ионы — поперек магнитного поля, и в определенных местах образуются области обеднения. Вихревой ток приводит к уходу из них частиц плазмы. Это явление можно назвать эффектом короткого замыкания по фоновой плазме. С уменьшением плотности фоновой плазмы ее проводимость уменьшается, и в конце концов механизм короткого замыкания становится неэффективным. Поэтому при общей постановке задача является существенно нелинейной. Анализ простейших нелинейных задач диффузии в неограниченной плазме приведен в работах ⁵⁷, ⁵⁸. В работах ¹¹, ^{59–68}, анализирующих эволюцию плазменных возмущений, в той или иной степени не учитывались упомянутые выше эффекты. Результаты их поэтому имеют ограниченную область применимости.

Диффузия ограниченной плазмы теоретически рассматривалась в многочисленных работах ^{41–43}, ^{69–74}. При приближенном решении задачи о распаде плазмы в металлической камере, проведенном в ⁴¹, ⁴², а также в численном решении ⁴³, профиль потенциала был, по существу, постулирован. Это не позволило найти правильный профиль потенциала в объеме, а граничным условиям удалось удовлетворить лишь в четырех точках. В работах ⁷⁴ при анализе стационарной задачи был постулирован профиль концентрации и использованы нереалистические граничные условия. В работе ^{71–73} было предложено формально свести исходную систему уравнений для концентрации и потенциала к системе уравнений для потоков. Но на этом пути не было получено принципиально новых результатов. Влияние вихревых токов на эволюцию профиля концентрации в диэлектрическом приборе было проиллюстрировано в ⁷⁵ на примере релаксации малых отклонений от основной диффузионной моды. На первой (быстрой) стадии вихревые токи приводят к перераспределению плотности в объеме, так что в дальнейшем имеет место амбиполярная диффузия. Релаксация вихревых токов в диэлектрической камере с временами, существенно меньшими, чем амбиполярное, была обнаружена также в численных расчетах ⁶⁹.

Решение некоторых простейших диффузионных задач для ограниченной плазмы приведено в ⁷⁶. При этом использовались сформулированные в ⁷⁷ граничные условия для плазмы в магнитном поле. Оказалось, что не только характер граничной поверхности (металл, диэлектрик), но и тип пристеночного слоя (диффузионный или пролетный) существенно влияют на электрическое поле в объеме плазмы, на характер эволюции ее профиля и время жизни.

Ряд диффузионных задач возникает также при анализе потоков заряженных частиц на твердое тело, помещенное в плазму. Большое внимание привлекает, в частности, задача о диффузионном зонде в магнитном поле. В одномерном случае влияние магнитного поля не принципиально, и профиль концентрации плазмы определяется уравнением амбиполярной диффузии. Такая задача для цилиндрического зонда, ориентированного вдоль магнитного поля, рассматривалось, например, в ⁷⁸. В случае зонда конечных размеров выражения для токов насыщения были получены

Бомом ⁷⁹. В работах ^{80, 81} был подробно теоретически рассмотрен режим токов насыщения на зонд в форме эллипсоида вращения, ориентированного вдоль магнитного поля. Экспериментальное исследование токов насыщения на зонд конечных размеров и проверка теории Бома были выполнены в ⁸². Результаты опыта хорошо согласуются с теорией. В работах ⁸³ были получены значения электронного тока насыщения, существенно превосходящие теоретические. Причина расхождения, как отмечают авторы, возможно, связана со сложной геометрией опыта или с генерацией заряженных частиц в призондовой области. Более сложен анализ переходного участка вольт-амперной характеристики, формулы для которого пытался получить ряд авторов ^{84, 85}. Численные расчеты, выполненные в ⁸⁶, показывают, что при небольших значениях зондового потенциала профиль потенциала в плазме имеет квадрупольный характер, что соответствует картине короткого замыкания. Однако весьма малые значения напряженности магнитного поля, использованные при расчете, не дали авторам возможности исследовать качественно новые особенности вольт-амперной характеристики, обусловленные магнитным полем. Решение этой задачи предложено в ⁸⁷.

4. ДИФФУЗИЯ В ОТСУТСТВИЕ МАГНИТНОГО ПОЛЯ

В отсутствие магнитного поля коэффициенты \hat{b}_α и \hat{D}_α являются скалярами *). Исключив электрическое поле из (1, 2), получим уравнение амбиполярной диффузии (15а):

$$\frac{\partial n}{\partial t} = D_a \Delta n.$$

Электрическое же поле $E = -\nabla\varphi$ определяется из соотношения (14)

$$\nabla (b_e + b_i) n \nabla \varphi = (D_e - D_i) \Delta n. \quad (17)$$

Отметим несколько замечательных свойств системы (15), (17). Во-первых, уравнения для концентрации n и потенциала φ разделились, так что профиль концентрации может быть найден независимо от профиля потенциала, т. е. $n(r, t)$ не зависит от токов, протекающих через плазму. Во-вторых, уравнение (15а) для $n(r, t)$ можно получить, просто приравняв $\Gamma_e = \Gamma_i$, так что если, например, на диэлектрических границах равны нормальные к границе составляющие Γ_e, Γ_i , то во всем объеме $\Gamma_e = \Gamma_i$. В-третьих, уравнение амбиполярной диффузии (15а) и уравнение для поля (17) (при заданном профиле $n(r, t)$) являются линейными.

Нетрудно, однако, убедиться, что эти свойства имеют весьма специальный характер. Рассмотрим простейший пример, когда в однородную плазму без магнитного поля с концентрацией n_0 в малую область размером l_0 инжектируется N_0 «меченых» частиц. Пусть для простоты подвижность их равна подвижности фоновых частиц, $T_e = T_i$, и случай является одномерным. Уравнения для меченых $n_\alpha^{(p)}$ и фоновых $n_\alpha^{(f)}$ частиц совпадают (1, 2), а условие квазинейтральности сводится к

$$n_e^{(p)} + n_e^{(f)} = n_i^{(p)} + n_i^{(f)}. \quad (18)$$

*) Если электроны в плазме греются за счет протекания внешнего тока, то b_α, D_α являются тензорами даже в отсутствие магнитного поля ⁸⁸, и явления, подобные описанному ниже, возможны и в этом случае. Однако различие продольных и поперечных (по отношению к току) компонент тензоров обычно невелико (порядка единицы); учитывать их здесь мы не будем. В полупроводниках тензорный характер b_α, D_α может быть обусловлен анизотропией кристалла.

Эволюция суммарного профиля концентрации плазмы $n(x, t)$, по-прежнему, описывается уравнением (15а) и сводится к диффузии с коэффициентом $D_a = 2D_1$. Решение (15а) через промежуток времени $t \gg l_0^2/D_a$ имеет вид

$$n_{\text{amb}}(x, t) = n^{(p)} + n^{(f)} - n_0 = \frac{N_0}{\sqrt{4\pi D_a t}} \exp\left(-\frac{x^2}{4D_a t}\right), \quad (19)$$

$$\frac{e\varphi}{T} = \ln\left(1 + \frac{n_{\text{amb}}}{n_0}\right). \quad (20)$$

Однако этот суммарный амбиполярный диффузионный профиль с эффективной шириной $\sim \Lambda_{||}$ достаточно сложным образом формируется за счет диффузионных и полевых потоков меченых и фоновых частиц. Линейность уравнения (14) для суммарной концентрации есть результат точной компенсации нелинейных эффектов. Если $n_\alpha^{(p)} \ll n_0$, то возмущенное электрическое поле мало и обратным его влиянием на движение пробных частиц можно пренебречь — они дрейфуют в невозмущенном электрическом поле и диффундируют с униполярными коэффициентами диффузии

$$n_\alpha^{(p)} = \frac{N_0}{\sqrt{4\pi D_\alpha t}} \exp\left[-\frac{(x \pm b_\alpha E_0 t)^2}{4D_\alpha t}\right]. \quad (21)$$

Рассмотрим сначала случай, когда внешний ток отсутствует. Электрическое поле и концентрация ионов возмущены в области шириной $\sim \Lambda_{||}$. Профиль $n_i^{(p)}(x, t)$ определяется формулой (21), а $n_i^{(f)} = n_{\text{amb}} + n_0 - n_i^{(p)}$ согласно (19, 21). При этом концентрация фоновых ионов при $x = 0$ меньше, чем n_0 , так как

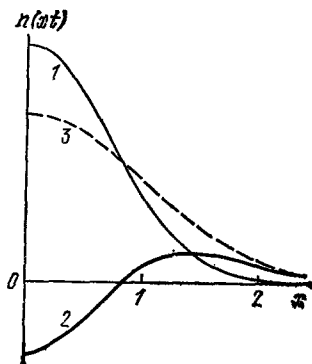


Рис. 2. Распределение пробных (1) и фоновых (2) ионов и суммарная концентрация плазмы (3 — амбиполярный профиль) при точечном мгновенном источнике.

Координата $x = \sqrt{4D_1 t}$; возмущение малое.

они вытягиваются оттуда электрическим полем, образуя область обеднения и формируя ионную компоненту возмущения на крыльях суммарного профиля (рис. 2). Если $n_i^{(p)} \gg n_0$, то задача становится нелинейной для пробных частиц. Так как общее число фоновых ионов в возмущенной области не может превышать $\sim n_0 \sqrt{4D_a t}$, то профиль (19) формируется в основном из меченых ионов; влияние электрического поля на них сводится к уширению гауссова контура (20) в $\sqrt{2}$ раз. Пока $N_0 \ll n_0 \Lambda_e$, для меченых электронов также имеет место соотношение (21). При этом N_0 инжектированных электронов распределены в большой области $\sim \Lambda_e$ и вклад их в суммарный профиль (19) незначителен. Он состоит почти полностью из фоновых электронов, удерживаемых электрическим полем и собранным за счет униполярной диффузии из областей обеднения шириной также $\sim \Lambda_e$. Максимальное количество фоновых

электронов, которые могут за счет диффузии собраться в возмущение, равно $\sim n_0 \Lambda_e$. Если N_0 превышает $n_0 \Lambda_e$, то ситуация для пробных электронов становится сильно нелинейной. При этом происходит, по существу, амбиполярная диффузия меченых частиц. В условиях же, когда

$$n_0 \Lambda_1 \ll N_0 \ll n_0 \Lambda_e, \quad (22)$$

нелинейность для пробных электронов является промежуточной. Электрическое поле в пределах амбиполярного профиля, согласно (20), велико. Диффузия фоновых и пробных электронов происходит существенно мед-

леннее униполярной и они распределены здесь по Больцману. Хотя перепад потенциала в этой области велик и обратное влияние поля на движение пробных электронов здесь существенно, доля их в амбиполярном профиле в этом режиме промежуточной нелинейности мала (рис. 3). Основная масса пробных электронов локализована в области с униполярным размером $\sim \Lambda_e$, где электрическое поле отсутствует.

В присутствии внешнего тока ситуация существенно меняется. На рис. 4 изображено поведение профиля суммарной концентрации плазмы (вверху) и меченых инжектированных ионов, подвижность которых равна фоновой, в плазме с током. Величина параметра A характеризует нелинейность начального профиля. При малых A имеет место (19) и возмущение концентрации плазмы состоит целиком из фоновых частиц — пробные электроны и ионы сносится током в разные сто-

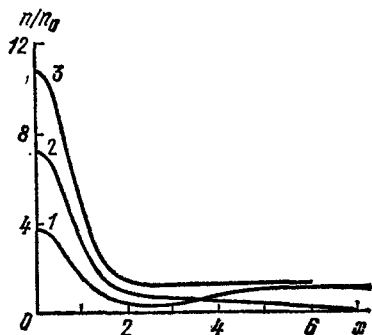


Рис. 3. Распределение пробных (1) и фоновых (2) электронов в режиме сильной нелинейности при точечном мгновенном источнике.

$D_e = 25 D_a$, $n_{amb}(0,0) = 11n_0$; 3 — концентрация плазмы (амбиполярный профиль). Координата $x = \sqrt{4D_a t}$.

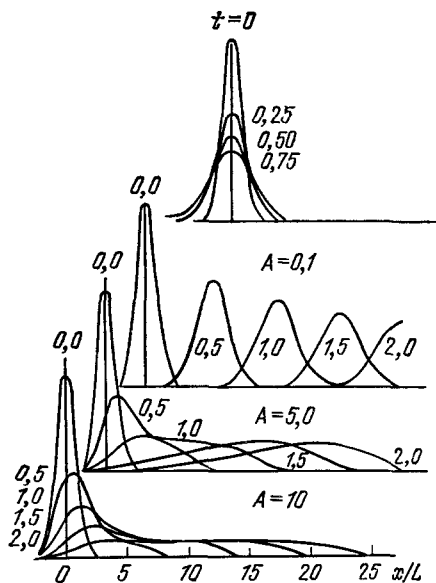


Рис. 4. Эволюция профиля меченых ионов в присутствии тока ⁸⁹.

Начальный профиль — гауссов,

$$n_1^{(p)} = A n_0 \exp [-(x/L)^2].$$

Цифры у кривых — время в ед. L^2/D_1 ; $eE_0 = 10AT/L$. Время, начиная с которого меченые ионы начинают существенно сноситься током, есть, согласно (23), $t_{(1)} \sim 5A$. Верхнее семейство кривых — амбиполярный суммарный профиль.

роны согласно (21), причем возмущение их концентрации в точности компенсируется фоновой плазмой. Если $n_{amb}(0, t) \geq n_0$, то возмущение электрического поля становится значительным. При

$$n_0 b_e E_0 t \gg 2N_0 \gg n_0 b_i E_0 t \quad (23)$$

возмущение концентрации плазмы состоит из меченых ионов и фоновых электронов (промежуточная нелинейность). Такая ситуация изображена на рис. 4 (внизу). При этом лишь малая доля меченых ионов сносится током; если же $2N_0 > n_0 b_e E_0 t$, то имеет место амбиполярная диффузия меченых частиц — сильная нелинейность. Если инжектированные в плазму с током частицы имеют другую подвижность, чем фоновые, то в случае малого сигнала возникают два возмущения плазмы — неподвижный амбиполярный сгусток и сигнал, движущийся со скоростью дрейфа пробных ионов. Его появление обусловлено тем, что вследствие различия подвижностей фоновая плазма не целиком экранирует возмущение пробных ионов. Если

фоновая плазма является многокомпонентной, то количество сигналов возрастает: в общем случае число их равно $(K - 2)$ (K — число компонент плазмы). Распространение сигнала при $K = 3$ часто встречается в физике полупроводников (электроны, дырки и неподвижные заряженные центры); оно носит название амбиполярной подвижности^{90, 91}. Диффузия и рекомбинация приводят к затуханию возмущения.

5. РАСПЛЫВАНИЕ ВОЗМУЩЕНИЯ КОНЦЕНТРАЦИИ БЕЗГРАНИЧНОЙ ПЛАЗМЫ В МАГНИТНОМ ПОЛЕ

В магнитном поле даже в случае простой плазмы с одним сортом ионов возмущения концентрации пробных и фоновых частиц не компенсируются, так что суммарная концентрация плазмы и потенциал возмущены в большом объеме, соответствующем распространению наиболее подвижных в данном направлении частиц. При этом уход фоновых частиц также не компенсируется и в определенных областях уменьшается суммарная концентрация плазмы. Разделение нелинейности на сильную и промежуточную (22, 23), связанное с сильным или слабым обеднением фоновой плазмы, также сохраняется в магнитном поле.

Рассмотрим сначала эволюцию возмущения концентрации на фоне безграничной однородной плазмы.

а) М а л ы е в о з м у щ е н и я б е з в н е ш н е г о т о к а

Наиболее прост случай, когда начальный профиль представляет собой синусоиду с волновым вектором \mathbf{k}^{20} . При этом из (1), (2), (14) получим

$$\delta n(\mathbf{r}, t) \sim \exp[i\mathbf{k}\mathbf{r} - D(\mu^2)k^2t], \quad (24)$$

где μ — косинус угла между \mathbf{k} и \mathbf{H} , а

$$D(\mu^2) = \frac{[b_{e\parallel}\mu^2 + b_{e\perp}(1-\mu^2)][D_{i\parallel}\mu^2 + D_{i\perp}(1-\mu^2)] + [b_{i\parallel}\mu^2 + b_{i\perp}(1-\mu^2)][D_{e\parallel}\mu^2 + D_{e\perp}(1-\mu^2)]}{(b_{e\parallel} + b_{i\parallel})\mu^2 + (b_{e\perp} + b_{i\perp})(1-\mu^2)}. \quad (25)$$

В магнитном поле, удовлетворяющем условию (7),

$$D(\mu^2) = \begin{cases} \left(1 + \frac{T_e}{T_i}\right) [D_{i\parallel}\mu^2 + D_{i\perp}(1-\mu^2)] & \text{при } \mu \gg \mu_0, \\ \left(1 + \frac{T_i}{T_e}\right) [D_{e\parallel}\mu^2 + D_{e\perp}(1-\mu^2)] & \text{при } \mu \ll \mu_0, \end{cases} \quad (26)$$

где $\mu_0 = \sqrt{b_{i\perp}/b_{e\parallel}} \ll 1$, т. е. $D(\mu^2)$ совпадает с наименьшим из униполярных коэффициентов по направлению μ . При $\mu > \mu_0$, например, расплывание определяется ионами, поток которых направлен под углом $\tan \gamma = \sqrt{D_{i\perp}/D_{i\parallel}} \tan(\mathbf{k}, \mathbf{H})$ к \mathbf{H} . Электронный диффузионный поток вдоль магнитного поля намного превосходит Γ_i , так что области с максимальной концентрацией плазмы заряжаются положительно и возникающее электрическое поле обеспечивает квазинейтральность; по плазме вдоль поверхностей постоянной концентрации течет ток (перпендикулярный к вектору \mathbf{k}). При $\mu = \mu_0$ электрическое поле вообще отсутствует. Таким образом, уже в этой простейшей задаче диффузия плазмы оказывается существенно не амбиполярной. Приравняв потоки $\Gamma_{e\parallel, \perp} = \Gamma_{i\parallel, \perp}$, мы получили бы вместо (26)

$$\bar{D}(\mu^2) \approx \left(1 + \frac{T_e}{T_i}\right) D_{i\parallel}\mu^2 + \left(1 + \frac{T_i}{T_e}\right) D_{e\perp}(1-\mu^2). \quad (27)$$

Этот коэффициент значительно меньше, чем (26); различие особенно существенно при $\mu \sim \mu_0$. Отметим также, что для реализации амбиполярного выражения (27) потребовалось бы непотенциальное электрическое поле. Другими словами, даже если концентрация плазмы зависит от одной координаты, задача не является одномерной — потоки частиц не текут вдоль \mathbf{k} и возникает вихревой ток.

В случае произвольного малого возмущения применимо разложение Фурье, и результат формально есть суперпозиция выражений (24). При этом, однако, возникает качественно новый эффект, связанный с неоднородностью задачи. Рассмотрим его на примере диффузии малого точечного возмущения концентрации $\delta n(\mathbf{r}, t)$ (это соответствует функции Грина диффузионной задачи)²⁰. Граничные и начальные условия сводятся к

$$\delta n(\infty, t) = n(\infty, t) - n_0 = 0, \quad \varphi(\infty, t) = 0, \quad \delta n(\mathbf{r}, 0) = N_0 \delta(\mathbf{r}). \quad (28)$$

Инжектированные в плазму пробные электроны стремятся занять эллипсоид с полуосями $\sim \Lambda_{e\parallel}, \Lambda_{e\perp}$; полуоси ионного эллипсоида равны соответственно $\Lambda_{i\parallel}, \Lambda_{i\perp}$. Возникающее электрическое поле вблизи начала координат тормозит наиболее подвижные в соответствующем направлении частицы: вдоль \mathbf{H} — электроны, поперек — ионы, т. е. при $\mathbf{r} = 0$ потенциал имеет седловую точку. При $\mathbf{r} \rightarrow \infty$ возмущение потенциала должно обращаться в нуль. Поэтому при $z = \pm z_0$ должны образоваться два симметричных минимума потенциала, а в плоскости $z = 0$ при $\rho = \rho_0$ (ρ — координата поперек \mathbf{H}) — кольцевой максимум, т. е. поле должно иметь квадрупольный характер (рис. 5). Поток фоновых электронов вдоль \mathbf{H} под действием электрического поля при $z > z_0$ направлен в ту же сторону, что и диффузионный поток пробных частиц; при $\rho > \rho_0$ электрическое поле аналогичным образом увеличивает диффузионный поток наиболее подвижных поперек \mathbf{H} частиц — ионов. Таким образом, в отличие от диффузии в изотропной плазме (гл. 4), когда полевые и диффузионные потоки наиболее подвижных частиц (электронов) вне амбиполярной области в точности компенсировались, в магнитном поле такая компенсация невозможна. Возмущение плазмы занимает, грубо говоря, область, которая имеет вид двух эллипсоидов, характерные масштабы которых $\Lambda_{\alpha\parallel, \perp}$, определяются униполярными коэффициентами диффузии электронов и ионов (рис. 6). Другими словами, диффузионный сигнал распространяется почти так же, как если бы требования квазинейтральности вообще не было. В области, лежащей вне «электронного» и «ионного» эллипсоидов, электрическое поле вызывает противоток фоновых частиц. Поток ионов направлен поперек \mathbf{H} — внутрь электронного эллипсоида, а поток фоновых электронов вдоль \mathbf{H} — внутрь ионного (рис. 7). Квазинейтральность обеспечивается за счет протекания вихревого тока по фоновой плазме. Под углом $\sim \mu_0$ к \mathbf{H} возмущение потенциала обращается в нуль; отсюда уходят фоновые частицы под действием электрического

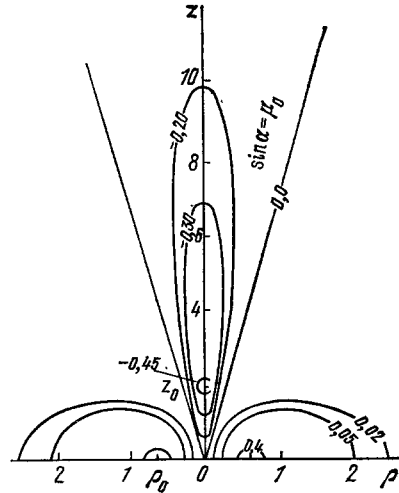


Рис. 5. Профиль потенциала $\Phi = e\varphi n_0/TN_0G(0, t)$ при распылении точечного мгновенного возмущения в изотермической плазме.

Координата — в единицах $\sqrt{8D_{i\parallel}t}$, $\Omega_e/\nu_e = 30$, $\Omega_i/\nu_i = 0,3$, α — угол между \mathbf{r} и \mathbf{H} .

поля и образуется область обеднения. Число частиц, ушедших из областей обеднения, порядка полного числа частиц, инжектированных в плазму. Численные расчеты, выполненные в ⁵⁴, ⁵⁶, подтверждают эту картину.

Эффективный объем, занятый возмущением, в отсутствие магнитного поля был порядка $V_{amb} \sim \{D_{||} t [1 + \frac{T_e}{T_i}]\}^{3/2}$. В магнитном же поле объем электронного эллипсоида составляет $V_e \sim \Lambda_{e||} \Lambda_{e\perp}^2 \sim D_{e||}^{1/2} D_{e\perp} t^{3/2} [1 + (T_i/T_e)]^{3/2}$, а ионного — $V_i \sim \Lambda_{i||} \Lambda_{i\perp}^2 \sim D_{i||}^{1/2} D_{i\perp} [1 + (T_e/T_i)]^{3/2}$. Отношение

$$\frac{V_e + V_i}{V_{amb}} \sim \left(\frac{v_e}{\Omega_e}\right)^{1/2} \left(\frac{v_i}{\Omega_i}\right)^{3/2} + \frac{v_i^2}{\Omega_i^2 + v_i^2}. \quad (29)$$

характеризует изменение эффективного объема, занятого возмущением плазмы, при включении магнитного поля. Несмотря на то, что коэффициенты переноса при этом уменьшаются, объем, занятый возмущением,

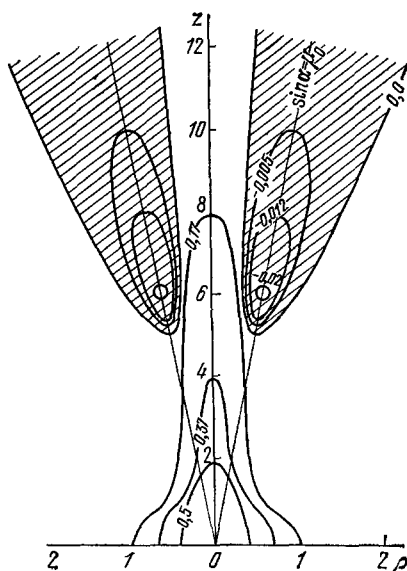


Рис. 6. Профиль возмущения концентрации от точечного мгновенного источника (функция Грина $G(r, t)$), отнесенный к значению возмущения в начале координат.

Обозначения те же, что и для рис. 5; область обеднения заштрихована.

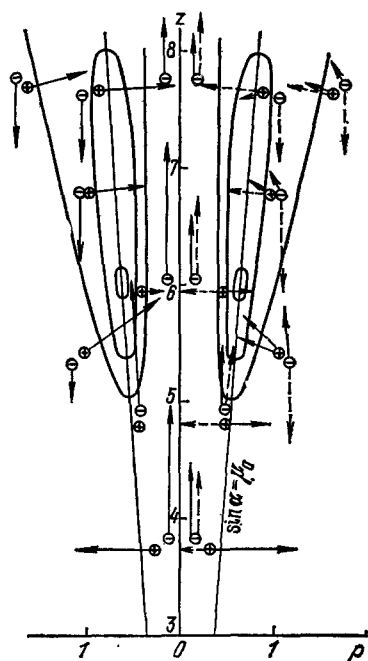


Рис. 7. Полевые и диффузионные потоки частиц в окрестности области обеднения (см. рис. 6).

В правой части рисунка штриховыми стрелками показаны полевые потоки, а сплошными — диффузионные, $D_{\alpha} \nabla n$; в левой половине — суммарные потоки.

может существенно возрасти. Концентрация в начале координат меняется по закону ⁵⁴:

$$\frac{\delta n(0, t)}{n_0} \approx \frac{N_0}{n_0} (4\pi D_{||} t)^{-3/2} \left(1 + \frac{T_e}{T_i}\right)^{3/2} \left[1 + \left(\frac{\Omega_i}{v_i}\right)^2 + \left(\frac{\Omega_e}{v_e}\right)^{1/2} \left(\frac{\Omega_i}{v_i}\right)^{3/2}\right]. \quad (30)$$

Это отношение порядка $(V_i^{-1} + V_e^{-1}) N_0/n_0$, т. е. концентрация в области перекрытия эллипсоидов определяется объемом наименьшего эллипсоида. На рис. 8 изображены профили концентрации вдоль лучей, исходящих из начала координат. На границе области перекрытия и большего (в данном

случае ионного) эллипсоида возникает относительно резкий (с масштабом $\sim \Lambda_{e\perp}$) градиент концентрации плазмы и электрическое поле, тормозящее более подвижные частицы (ионы). Иными словами, профиль концентрации в области перекрытия является амбиполярным — спадает по гауссову закону с коэффициентом диффузии $D_{e\perp} [1 + (T_i/T_e)]$. В области, соответствующей электронному и ионному эллипсоидам, концентрация плазмы и потенциал равны

$$\delta n(r, t) \approx n^{(e)} + n^{(i)}, \quad (31)$$

$$e\varphi(r, t) \approx T_e \ln \left(\frac{n^{(i)}}{n_0} + 1 \right) - T_i \ln \left(\frac{n^{(e)}}{n_0} + 1 \right), \quad (32)$$

где

$$n^{(e)} = \frac{N_0 \exp \left\{ -\frac{z^2}{4D_{e\parallel}t[1+(T_i/T_e)]} - \frac{\rho^2}{4D_{e\perp}t[1+(T_i/T_e)]} \right\}}{\{4\pi t[1+(T_i/T_e)]\}^{3/2} D_{e\perp} D_{e\parallel}^{1/2}} \sim n_0 h \frac{D_{i\perp}}{D_{e\perp}}, \quad (33)$$

$$n^{(i)} = \frac{N_0 \exp \left\{ -\frac{z^2}{4D_{i\parallel}t[1+(T_e/T_i)]} - \frac{\rho^2}{4D_{i\perp}t[1+(T_e/T_i)]} \right\}}{\{4\pi t[1+(T_e/T_i)]\}^{3/2} D_{i\perp}^{1/2} D_{i\parallel}} \sim n_0 h \sqrt{\frac{D_{e\parallel}}{D_{i\parallel}}}.$$

Будем считать $T_e = T_i$, $D_{e\perp} \ll D_{i\perp}$. Согласно ⁵⁶ асимптотика возмущения концентрации в этом случае имеет вид

$$\delta n(r, t) = N_0 (G_1 + G_2),$$

$$G_1(r, t) =$$

$$\frac{t D_{i\perp}}{2r^5 \mu_0^4} \cos^4 \alpha \frac{(9 \sin^4 \alpha / 2 \mu_0^4) - (36 \sin^2 \alpha / \mu_0^2) + 12}{[1 + (\sin^2 \alpha / \mu_0^2)]^{5/2}},$$

$$G_2(r, t) =$$

$$\frac{9t D_{i\perp}}{2\pi r^5} \left(\frac{\mu_0 \cos^2 \alpha}{\sin^3 \alpha} + \frac{\mu_0}{\sin \alpha} \right) - \text{при } \sin \alpha > \mu_0^*,$$

(34)

а асимптотика потенциала $\varphi = (T/e) N_0 \times (\Phi_1 + \Phi_2)$

$$\Phi_1 = \frac{(\sin^2 \alpha / \mu_0^2) - 2}{4\pi r^3 \mu_0^2 n_0 [(\sin^2 \alpha / \mu_0^2) + 1]^{5/2}}, \quad (35)$$

$$\Phi_2 = \frac{\mu_0}{4\pi n_0 r^3} - \text{при } \sin \alpha > \mu_0$$

— имеет квадрупольный характер. В интервале $\sin \alpha \sim \mu_0$ имеется область обеднения (см. рис. 6, 7). Относительная глубина ее h порядка отношения числа пробных частиц к числу фоновых частиц в обедненной области (объем же ее, — порядка $\Lambda_{e\parallel} \Lambda_{i\perp}$, — намного превосходит объем эллипсоидов):

$$\frac{\delta n}{n_0} \sim N_0 [16 \sqrt{2} \pi^{3/2} t^{3/2} D_{e\parallel}^{1/2} D_{i\perp} n_0]^{-1} \equiv h. \quad (36)$$

*) Формулы для G_2 , Φ_2 выписаны лишь для $\sin \alpha > \mu_0$, так как вне этого интервала они малы по сравнению с G_1 , Φ_1 .

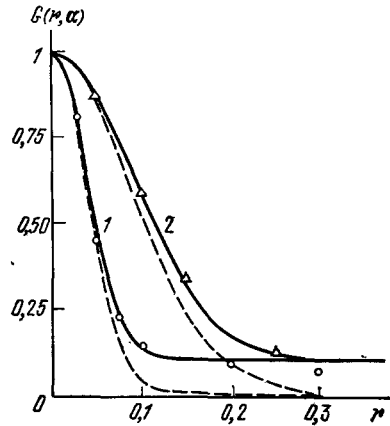


Рис. 8. Профили концентрации вдоль прямых, направленных под углом α к магнитному полю, при $T_e = T_i$.

1 — $\cos \alpha = 0$, 2 — $\cos \alpha = 0.9$. Сплошные кривые — приближенный расчет ⁵⁶, значки — численный расчет ⁵⁴, штриховые линии — амбиполярный гауссов профиль. Расстояние в единицах $\sqrt{8 D_{i\parallel} t}$, $\Omega_i / \nu_i = 1$, $\Omega_e / \nu_e = 10^3/3$, $V_e / V_i \approx 0.11$. Граница области перекрытия и ионного (большого) эллипсоида соответствует $0 < \cos \alpha < 1 - D_{e\perp} / 2 D_{i\parallel} \approx 0.999$.

Эти выражения справедливы вне электронного и ионного эллипсоидов. Так как потенциал пропорционален r^{-3} , то полевые потоки $\Gamma_f \sim r^{-4}$. Возмущение концентрации, обусловленное ими согласно $\partial n/\partial t \sim \nabla \Gamma_f$, пропорционально t/r^5 , т. е. соответствует (34). Диффузионные потоки при

этом $\sim r^{-6}$ малы по сравнению с полевыми. Следовательно, возмущение концентрации вдали от источника вызвано перераспределением фоновых частиц, связанным с протеканием вихревого тока проводимости.

Коэффициент $D(\mathbf{k})$, определенный согласно (25), зависит только от $\mu = \cos(\mathbf{k}, \mathbf{H})$, а значит, при $\mathbf{k} = 0$ он не определен и имеет особенность²⁰. Наличие этой особенности и приводит к негустовой асимптотике с областями обеднения (34), (35). Так как фурье-компонента возмущения с $\mathbf{k} = 0$ соответствует изменению полного числа частиц плазмы, то эффекты эти отсутствуют, если возмущение концентрации не сопровождается изменением числа частиц. Так, например, если начальное возмущение

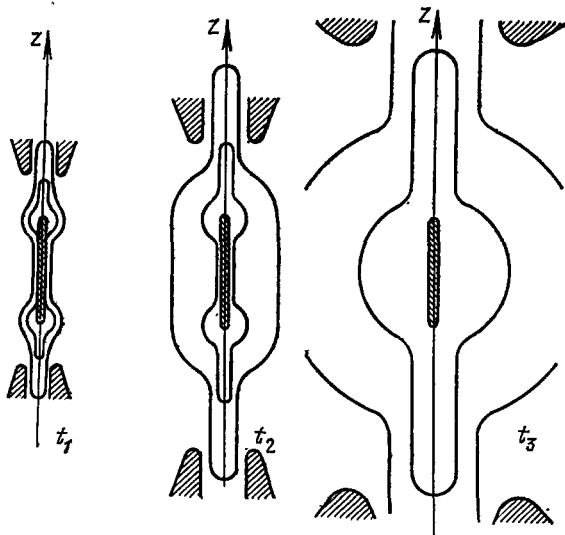


Рис. 9. Расплывание линейного возмущения плазмы, сильно вытянутого вдоль магнитного поля ($L_{||}/L_{\perp} \gg \sqrt{D_{e||}/D_{e\perp}}$).

Начальное возмущение заштриховано. $t_1 < t_2 < t_3$.

концентрации имеет вид гауссова волнового пакета $\exp[i\mathbf{k}_0 \mathbf{r} - (\Delta \mathbf{k}, \mathbf{r})^2]$, $\Delta k \ll k_0$ — т. е. возмущение полного числа частиц мало, $\sim \exp[-(k_0/\Delta k)^2]$, то и глубина областей обеднения и асимптотика (34), (35), пропорциональны этому малому множителю⁵⁶. Сам же пакет затухает как $\exp[-D(\mathbf{k}_0)k_0^2 t]$.

Если возмущение имеет конечные размеры, то в определенных областях может быть существен одномерный амбиполярный механизм. Так, например, если начальное возмущение вытянуто вдоль магнитного поля, то вихревой ток по фоновой плазме приводит к быстрому униполярному расплыванию концов возмущения. Средняя же часть расплывается амбиполярно — ее ширина растет как $\sqrt{D_{e\perp} t}$. Возмущение приобретает форму гантели, причем, если

$$\frac{L_{||}}{L_{\perp}} > \sqrt{\frac{D_{e||}}{D_{e\perp}}}, \quad (37)$$

то диффузионные униполярные сигналы от крайних областей не успевают слиться раньше, чем станет существенна одномерная амбиполярная диффузия (рис. 9).

б) Эволюция нелинейного возмущения

В линейном случае возмущение концентрации в объеме электронного и ионного эллипсоидов намного (в $D_{i\perp}/D_{e\perp}$ и $\sqrt{D_{e||}/D_{i||}}$ раз соответственно) превышает максимальное значение возмущения в других областях, так что нелинейные эффекты должны в первую очередь проявляться

в эллипсоидах. В этой области решение имеет вид ⁵⁷

$$\delta n = n - n_0 = n^{(e)} + n^{(i)} + h n_{\text{amb}}, \quad (38)$$

где $n^{(e)}$, $n^{(i)}$ определяются выражениями (33), а

$$n_{\text{amb}}(\mathbf{r}, t) = N_0 \exp\left(-\frac{z^2}{4D_{\parallel}t} - \frac{\rho^2}{4D_{\perp}t}\right) (16\sqrt{2}\pi^{3/2}t^{3/2}D_{\parallel}^{1/2}D_{\perp})^{-1} = \\ = h n_0 \frac{D_{\perp}}{D_{\parallel}} \sqrt{\frac{D_{\parallel}}{D_{\perp}}} \exp\left(\frac{z^2}{4D_{\parallel}t} - \frac{\rho^2}{4D_{\perp}t}\right) \quad (39)$$

— амбиоплярное решение.

Вне эллипсоидов возмущение концентрации мало, и имеет место линейное решение. Область применимости выражения (38) ограничена лишь условием $h \ll 1$. Поэтому оно правильно описывает не только малые ($\delta n \ll n_0$) возмущения, но и сравнительно большие неоднородности плазмы, когда концентрация в эллипсоидах немного превышает n_0 — режим промежуточной нелинейности. В области перекрытия эллипсоидов имеется амбиоплярный пик с $n \sim n_0 h^2 (D_{\perp}/D_{\parallel}) \sqrt{D_{\parallel}/D_{\perp}}$, содержащий малую долю (порядка h) от полного числа инжектированных частиц. В нем диффузия определяется амбиоплярным механизмом, так что потоки электронов и ионов равны в каждой точке. Вне его в электронном и ионном эллипсоидах выражения для потоков, а следовательно, и профиль концентрации (38), такие же, как и в линейном случае. Таким образом, пока относительная глубина областей обеднения остается малой, по-прежнему эффективен механизм замыкания потоков по фоновой плазме. Он дает возможность инжектированным частицам расплываться с униоплярной скоростью за счет прихода электронов и ионов из областей обеднения. Когда фоновая плазма обедняется значительно (сильная нелинейность $h > 1$), характер решения должен существенно измениться. При этом число частиц в центральном пике становится близким к полному числу частиц, инжектированных в плазму, а концентрация дается выражением (39), т. е. возмущение в основном эволюционирует амбиоплярно. Лишь небольшая доля частиц расплывается в электронный и ионный эллипсоиды за счет механизма короткого замыкания. Концентрацию в эллипсоидах можно оценить, зная характерные размеры области, откуда могут придти недостающие частицы для обеспечения квазинейтральности. В электронный эллипсоид поперек магнитного поля могут приходить ионы фоновой плазмы с расстояний порядка Λ_{\perp} , так что число ионов, собранных в объем электронного эллипсоида, есть $\sim n_0 \Lambda_{\parallel} \Lambda_{\perp}^2$, а концентрация плазмы в нем

$$\delta n^{(e)} \sim \frac{n_0 D_{\perp}}{D_{\parallel}}. \quad (40)$$

Концентрация плазмы в ионном эллипсоиде оценивается аналогично:

$$\delta n^{(i)} \sim n_0 \sqrt{\frac{D_{\parallel}}{D_{\perp}}}. \quad (41)$$

Собранные в электронном эллипсоиде фоновые ионы удерживаются в нем сильным поперечным электрическим полем, спадающим с характерным масштабом Λ_{\perp} . Это приводит к сильному обеднению фоновой плазмы вблизи эллипсоида, а поперечная диффузия увеличивает размер обедненной области до Λ_{\perp} . Движение фоновых электронов происходит аналогично. Расплывание нелинейных возмущений конечных размеров исследовалось численно в ⁵⁸.

Асимптотическая зависимость $\delta n \sim t/r^5$ и $\varphi \sim r^{-3}$ применима вне эллипсоидов. При этом для $h > 1$ возмущение концентрации на границе этой области должно быть порядка n_0 , так что асимптотика есть

$$\delta n(r, t) \sim \frac{\delta n_{lin}(r, t)}{h},$$

где δn_{lin} — соответствующее выражение в линейном случае.

В случае возмущения произвольной формы, намного превышающего n_0 , влияние фоновой плазмы несущественно. Однако механизм короткого замыкания может быть эффективен внутри самого плазменного сгустка. Сравнительно быстро он должен привести к установлению профиля $n_1(z) n_2(\rho)$, являющегося начальным условием для амбиполярной диффузии (аналогично эволюции профиля в диэлектрическом баллоне; см. ниже).

Выше было рассмотрено положительное возмущение концентрации плазмы. Для отрицательных же возмущений малых размеров механизм короткого замыкания эффективен всегда, так как $|\delta n|/n_0 \ll 1$.

Ряд нелинейных эффектов может быть связан с зависимостями \hat{D}_e и \hat{b}_e от концентрации плазмы за счет электрон-ионных столкновений (12), (13); рассматривать их мы не будем.

в) Учет внешнего тока

Пусть на бесконечности задана пространственно-однородная плотность тока \mathbf{j} (или поле \mathbf{E} , так что $\mathbf{j} = (\hat{b}_e + \hat{b}_i) n_0 \mathbf{E}$). Протекание внешнего тока в магнитном поле (так же, как и присутствие ионов различных сортов; гл. 4) приводит к тому, что малое возмущение с волновым вектором \mathbf{k} в изотермической плазме распространяется с фазовой скоростью

$$V(\mu^2) = \frac{e}{T} \frac{[D_{e||}\mu^2 + D_{e\perp}(1-\mu^2)] \hat{D}_i \mathbf{E} - [D_{i||}\mu^2 + D_{i\perp}(1-\mu^2)] \hat{D}_e \mathbf{E}}{(D_{e||} + D_{i||})\mu^2 + (D_{e\perp} + D_{i\perp})(1-\mu^2)}. \quad (42)$$

Эту величину называют скоростью амбиполярного дрейфа^{20, 54}; см. также^{11, 92}. Волновой пакет соответственно распространяется с групповой скоростью

$$V_{gr}(\mu^2) = \frac{\partial}{\partial \mathbf{k}} (\mathbf{k} V(\mathbf{k})), \quad (43)$$

расплываясь из-за диффузии с коэффициентом $D(\mu^2)$. Значения V_{gr} и V (так же, как и D) зависят только от $\mu = \cos(\mathbf{k}, \mathbf{H})$, так что при $\mathbf{k} = 0$ они не определены. Поэтому фурье-компонента возмущения, соответствующая $\mathbf{k} = 0$ (т. е. возмущению полного числа частиц плазмы), ведет себя совершенно иначе. Так же, как и без тока, инжекция частиц приводит к протеканию вихревых токов по плазме и к образованию областей обеднения, однако картина процессов при этом намного сложнее^{20, 56}. На начальных этапах эволюции возмущения определяется диффузией, так что картина совпадает с рассмотренной в начале параграфа. Однако затем становится существен дисперсионный механизм распылывания неоднородности — зависимость фазовой скорости (42) от волнового вектора \mathbf{k} ²⁰. Он приводит к двум эффектам: разделению возмущения на несколько сгустков и увеличению скорости их распылывания по сравнению с диффузионной. Возмущение максимально вдоль кривой экстремумов^{20*}),

*) В отсутствие электрон-ионных столкновений с точностью до малых членов $\sim D_{e\perp}/D_{i\perp}$, $D_{i||}/D_{e||}$ эта кривая является прямой.

определяемой уравнением

$$\mathbf{r} = V(\mu_m^2) t, \quad (44)$$

где μ_m пробегает все значения от нуля до единицы. Вблизи точек

$$\mu_m^2 = 0, \quad \mu_m^2 = 1 \quad \text{и} \quad \mu_m^2 = \frac{\mu_0^4 E_\perp^2}{E_\parallel^2 + \mu_0^4 E_\perp^2} \quad (45)$$

имеются три сгустка плазмы (рис. 10, сгустки A , B , C). Количество избыточной плазмы в каждом из них порядка полного числа частиц, инжектированных в плазму. Для первого составляющие скорости вдоль магнитного поля и в направлении $[E, H]$ с точностью до малых членов совпадают со

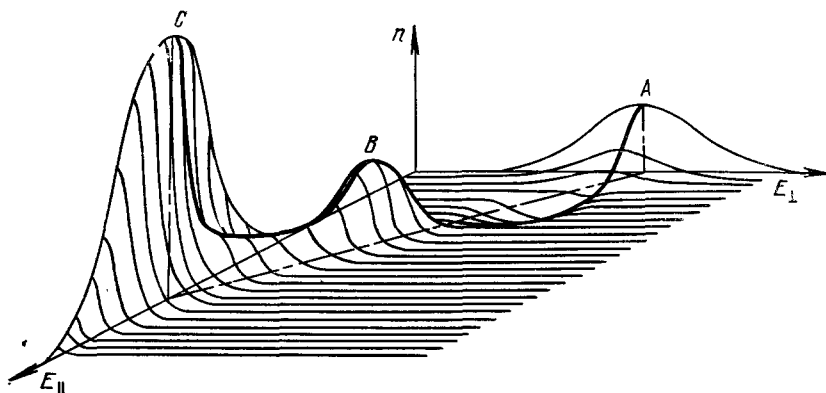


Рис. 10. Схематическая картина распыливания малого точечного возмущения концентрации плазмы с внешним током вблизи прямой экстремумов.

B — электронный сгусток, C — ионный. Ось z — вдоль магнитного поля (на рисунке не изображено движение сгустков в направлении $[E_\perp, H]$).

скоростью движения электронов, поэтому его условно можно назвать электронным. Скорость второго сгустка поперек H близка к ионной, так что его можно назвать ионным. Отметим, однако, что ни скорость, ни тем более размеры сгустков не совпадают со скоростями и размерами сгустков пробных частиц. Положение третьего сгустка соответствует касанию поверхности групповой скорости $\mathbf{r} = V_{gr}(\mu^2) t$ и прямой экстремумов. Между первым и третьим сгустком возмущение на прямой экстремумов положительно, а между вторым и третьим — отрицательно (см. рис. 10). Если $E \parallel H$ или $E \perp H$, то сгусток A сливается с B или C . Процесс «деления» диффузионного профиля на движущиеся сгустки плазмы для случаев $E \parallel H$ и $E \perp H$ исследован численно в ^{20, 56}.

Возмущение потенциала имеет дипольный характер $\phi \sim r^{-2}$, так что асимптотика возмущения концентрации, пропорциональная t/r^4 , обусловлена перераспределением фоновых частиц под действием возмущенного электрического поля.

Если, как это имеет место, например, в случае бариевых облаков в ионосфере, подвижности инжектированных и фоновых ионов различны, то противоток фоновых ионов не компенсирует целиком возмущение концентрации в области, куда приходят пробные меченые частицы. Тогда здесь имеется еще один экстремум концентрации плазмы ⁵⁶.

Рост $\delta n/n_0$ приводит к ряду нелинейных эффектов. Проще всего находится решение плоской задачи, когда возмущение зависит только от одной координаты ξ . При этом, независимо от величины возмущения,

уравнение для концентрации является линейным:

$$\frac{\partial n}{\partial t} = D(\tilde{\mu}^2) \frac{\partial^2 n}{\partial \xi^2} - V_{\xi}(\tilde{\mu}^2) \frac{\partial n}{\partial \xi}, \quad (46)$$

где $\tilde{\mu}$ — косинус угла между \mathbf{H} и ξ , V_{ξ} — проекция (42) на ξ , $D(\mu^2)$ определено согласно (25).

В случае нелинейного возмущения конечных размеров ситуация существенно различна в зависимости от того, насколько эффективен механизм короткого замыкания потоков по фоновой плазме. Если начальные размеры возмущения малы, то единственным существенным параметром является относительная глубина областей обеднения:

$$h \sim \{D_{e\parallel}(E_{\parallel} + E_{\Delta})^2 D_{i\perp} [D_{i\perp}(E_{\parallel} + E_{\perp}) + (D_{ed} - D_{id})E_{\perp}] t^3\}^{-1} \frac{N_0}{n_0}. \quad (47)$$

При $h < 1$ профиль концентрации такой же, как и в линейном случае, хотя возмущенная концентрация может существенно превышать n_0 . Возмущение же потенциала в окрестности максимумов A, B, C есть

$$\varphi(\mathbf{r}, t) = \varphi_{lin}(\mathbf{r}_j, t) \frac{n_0}{\delta n_{lin}(\mathbf{r}_j, t)} \ln \frac{n(\mathbf{r}, t)}{n_0}. \quad (48)$$

\mathbf{r}_j — соответствуют координатам максимумов (45). При этом выражения для полевых потоков совпадают с результатами линейной теории: $n_0 \nabla \varphi_{lin} = n \nabla \varphi$. Амбиоплярный пик отсутствует.

Если же $h > 1$, то потоки по фоновой плазме несущественны, а распывание определяется в основном амбиоплярной диффузией — концентрация фоновой плазмы недостаточна для реализации короткого замыкания, и инжектированные частицы занимают эллипсоид с полуосями $\Lambda_{i\parallel}$, $\Lambda_{e\perp}$ вблизи начала координат — внешнее поле практически полностью экранируется плазмой. Небольшая же доля (порядка h^{-1}) частиц, впрыснутых в плазму, может по-прежнему двигаться униполярно, образуя «рукава» OA, OB, AC .

г) Распывание шнура плазмы

В случае малого возмущения концентрации решение является двумерным аналогом рассмотренной выше задачи о точечном источнике. Возмущение концентрации (в плоскости xOz' , перпендикулярной к шнуру) значительно в области, представляющей собой суперпозицию двух эллипсов — электронного, с полуосями $\Lambda_{e\perp}$, $\tilde{\Lambda}_{e\parallel}$, и ионного — с полуосями $\Lambda_{i\perp}$, $\tilde{\Lambda}_{i\parallel}$. Величины $\tilde{\Lambda}_{\alpha}$ определены согласно (8), с заменой $D_{\alpha\parallel}$ на

$$\tilde{D}_{\alpha} = D_{\alpha\parallel} \sin^2 \vartheta + D_{\alpha\perp} \cos^2 \vartheta, \quad (49)$$

где ϑ — угол между осью шнура и магнитным полем. Асимптотику возмущения и положение областей обеднения можно получить из (34)⁹³. Форма шнура схематически изображена на рис. 11. Если угол наклона ϑ мал (меньше, чем $\mu_0 = \sqrt{D_{i\perp}/D_{e\parallel}}$), то $\tilde{\Lambda}_{e\parallel} < \tilde{\Lambda}_{i\parallel}$, области обеднения исчезают и диффузия становится амбиоплярной (как в линейном, так и в нелинейном случае). Размеры возмущенной области при этом резко сокращаются (до $\tilde{\Lambda}_{e\parallel}$, $\Lambda_{e\perp}$).

В случае сильного возмущения концентрации наряду с рассмотренными выше нелинейными эффектами могут оказаться существенными холловские потоки в электрическом поле, возникающем в процессе диффузии. Так как потоки эти в сильных магнитных полях $\sim H^{-1}$ (а коэф-

коэффициент диффузии поперек магнитного поля $\sim H^{-2}$), то высказывалось мнение, что они могут сильно ускорить перенос поперек \mathbf{H} ⁷⁰. Однако на самом деле явление значительно сложнее. При $\vartheta > \min [v_1/\Omega_1, \sqrt{\mu_0}]$ холловские потоки «закорачиваются» электронным потоком вдоль \mathbf{H} и ионным — поперек \mathbf{H} , и картина по-прежнему аналогична случаю точечного возмущения. При $h = N_0/(8\pi n_0 \sqrt{D_{\perp\perp} \bar{D}_{\parallel\parallel}}) < 1$ (N_0 — число инжектированных частиц на единицу длины шнура) эффективен механизм короткого замыкания, а при $h \gg 1$ имеет место амбиполярная диффузия. Действительно, в электронном и ионном эллипсах поверхности равной

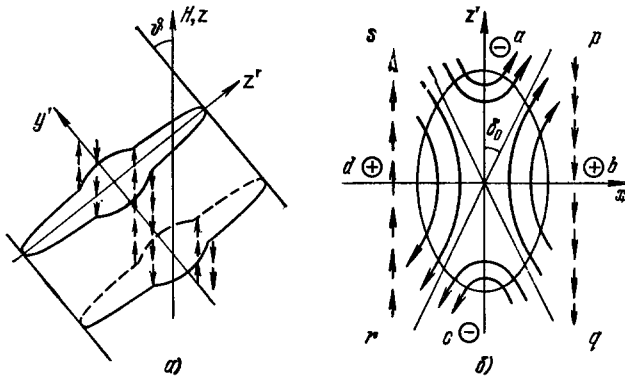


Рис. 11. Расплывание шнура плазмы при $\vartheta > \min [\sqrt{\mu_0}, v_1/\Omega_1]$.

Маленькими стрелками показаны электронные потоки вдоль \mathbf{H} , замыкающие холловский ток. На рис. б изображен амбиполярный эллипс; s, q — положительный объемный заряд, p, r — отрицательный.

концентрации и потенциала совпадают, так что холловские потоки не приводят к изменению концентрации плазмы. Вне же их возмущение и концентрации и потенциала малы. Поэтому влияние холловских потоков может оказаться существенно лишь в области перекрытия эллипсов — в амбиполярном эллипсе. Без учета этих потоков плазма поляризовалась бы квадрупольно ($abcd$ на рис. 11, б). Дивергенция холловского потока в этом поле (тонкие линии на рис. 11, б) максимальна в направлениях, составляющих угол $\delta_0 = \sqrt{D_{\perp\perp}/\bar{D}_{\parallel\parallel}}$ с осью z' (угол между потоками и линиями равной концентрации здесь близок к прямому) и составляет $\sim b_{\perp}(\Omega_e/v_e)n(0)\varphi(0)/(\Lambda_{\perp}\tilde{\Lambda}_{\parallel})$. Поляризация ($pqrs$), возникающая при этом, приводит к потоку электронов вдоль \mathbf{H} и ионов — поперек \mathbf{H} . Дивергенция электронного потока, например, обусловленного потенциалом $\delta\varphi$ такой полярности, равна $\sim b_{\parallel} n \delta\varphi^2 / \tilde{\Lambda}_{\parallel}^2$. Поэтому при $\vartheta > \sqrt{\mu_0}$, $\Omega_1 < v_1$ достаточно малого возмущения $\delta\varphi \sim \varphi(0) \mu_0 / \vartheta^2$ для того, чтобы скомпенсировать дивергенцию электронного холловского потока. Ионный холловский поток аналогично закорачивается поперек \mathbf{H} при $\Omega_1 > v_1$.

Лишь при углах $\mu_0 < \vartheta < \vartheta_0 = \min [v_1/\Omega_1, \sqrt{\mu_0}]$ дрейф в скрещенных полях должен приводить к существенному изменению характера эволюции нелинейного возмущения. Процессы, происходящие при этом, напоминают широко известное явление восстановления проводимости поперек магнитного поля в условиях, когда холловский ток запрещен. Поляризация ($pqrs$) (см. рис. 11, б) теперь не может «закоротиться» вдоль \mathbf{H} , и в этом поле возникают новые холловские потоки. Дивергенция этих потоков на масштабе амбиполярного эллипса $\sim e \delta\varphi D_{\text{ед}} / (T \Lambda_{\perp} \tilde{\Lambda}_{\parallel})$ (при

$\Omega_i < v_i$) мала по сравнению с $\text{div } \Gamma_{e||}$, но превышает $\text{div } \Gamma_{i\perp}$. Поэтому электрическое поле поперек **H** должно изменить знак, и поперечный масштаб сильного возмущения возрастает от $\Lambda_{e\perp}$ до $\Lambda_{i||}$. Профиль потенциала при этом в первом приближении должен соответствовать больцмановскому распределению для электронов, так что холловские токи текут вдоль поверхностей постоянной концентрации. Малый же «перекос» поляризации (*pqr*s) определяется тем условием, чтобы электронный холловский поток был равен $\Gamma_{i\perp} - \delta\varphi \sim (T/e)D_{i||}/D_{ed}$. При $\Omega_i > v_i$ холловский поток ионов в этом поле немного (на величину порядка $\sim v_i^2/\Omega_i^2$) меньше электронного. Поэтому диффузионный поток ионов поперек **H** должен скомпенсировать только эту малую разность. Поперечный масштаб при этом также оказывается равным $\Lambda_{i||}$.

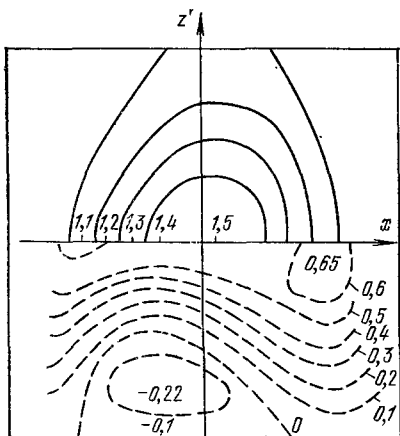


Рис. 12. Численный расчет распыливания шнура плазмы, ориентированного под углом $\phi = 1^\circ 50'$ к **H**.

Параметры соответствуют ионосфере на высоте 102 км. Начальный профиль — гауссов: $\delta n(r, 0) = 2n_0 \exp[-0.6(x^2 + y^2)/R^2]$. Координата в единицах R , $t = R^2/2D_{i||}$. Верхняя половина — профиль концентрации $\delta n/n_0$; нижняя половина — профиль потенциала в единицах $T/10e$.

детельствует о малой роли холловских потоков. При малых же ϕ (рис. 12) наблюдался существенный «перекос» профилей концентрации и потенциала.

Так как влияние холловских потоков может быть существенно лишь в областях, где возмущенная концентрация значительно превышает фоновую, «перекос» профилей в периферийных областях был мал. Значение μ_0 было близко к 1° , а $\phi_0 \sim 7^\circ$. Скорость убывания концентрации на оси резко возрастала при переходе от $\phi = 0$ к $\phi = 1^\circ$. Рост замедлялся при $1^\circ < \phi < 5^\circ$. Изменение же ϕ от 5° до 90° практически не влияло на скорость спада концентрации. Это согласуется с изложенной картиной.

д) Эксперименты в ионосферной плазме

Плазменным объектом, в котором описанные выше эффекты играют существенную роль, является ионосфера. Действительно, в магнитном поле Земли $\rho_e < \lambda_e$, начиная с высот $\lesssim 80$ км, а $\rho_e \rho_1 < \lambda_e \lambda_1$ — выше ~ 95 км; влияние столкновений между заряженными частицами на диффузию несущественно вплоть до высот ~ 300 км. Как раз в этой области интенсивно исследуются метеорные следы, бариевые облака, эволюция естественных неоднородностей плазмы, следов ракет и спутников и т. д. В целом ряде случаев влияние неоднородности фоновой плазмы и границ мало существенно. К сожалению, информация о возмущениях плазмы при этих явлениях весьма неполна. В частности, при исследовании бариевых облаков обычно фиксируется лишь поведение «меченых» ионов бария; меж-

ду тем из вышеизложенного следует, что возмущение фоновой плазмы имеет гораздо более сложную структуру и занимает намного больший объем. Совместное исследование эволюции «меченых» ионов и фоновой плазмы может, в принципе, дать существенно большую информацию о состоянии ионосферы. Косвенные подтверждения изложенной выше картины замыкания вихревых токов по фоновой плазме можно усмотреть в ряде экспериментальных фактов. Так, например, на рис. 13 приведена зависимость от времени полного числа ионов бария, определенного по фотометрированию изображения облака⁹⁴. Резкий спад, зарегистрированный при $t_0 \sim 400$ с, можно интерпретировать следующим образом. Концентрация ионов Ba^+ на начальной стадии расплывания в ~ 20 раз превышала фоновую, что соответствует промежуточной нелинейности. Ионы были замагничены и на начальных стадиях имела место одномерная амбиполярная диффузия ионов Ba^+ вдоль H . Поперечное же движение ионов Ba^+ могло быть связано лишь с внешним электрическим полем E в системе координат, движущейся с нейтральным газом. Так как подвижности электронов и ионов различны, возникает разделение зарядов. Инжектированное облако плотной плазмы может двигаться в направлении $[EH]$, лишь если поток фоновых ионов может скомпенсировать это различие. Такое движение, сопровождаемое сильным увеличением объема облака и снижением концентрации ионов Ba^+ из-за дисперсионного механизма расплывания²⁰ становится возможным, только если смещение фоновых ионов вдоль E_{\perp} сравнивается с начальным поперечным размером. Взяв $E_{\perp} \sim 2$ мВ/м, а поперечный размер $l_0 \sim 1$ км, получим $t_0 = l_0/b_{\perp}E_{\perp} \sim 400$ с. При $t > t_0$ исходное облако, имевшее вначале форму амбиполярного эллипсоида, приобретает «язык», вытянутый в направлении $[EH]$, размеры которого быстро растут со временем⁹⁵.

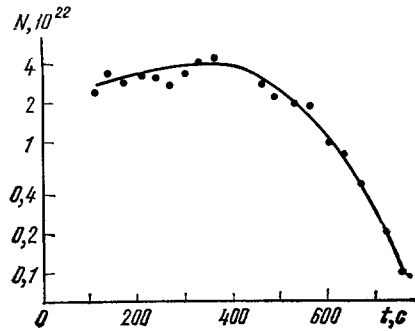


Рис. 13. Изменение со временем полного количества ионов Ba^+ в облаке.

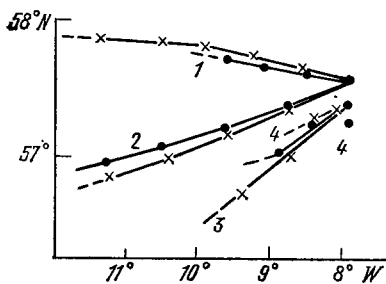


Рис. 14. Траектории облаков нейтрального (кружки) и ионизованного (крестики) бария по данным⁹⁶.

Интервал между наблюдениями — 4 мин.

ионов Ba^+ (рис. 14). В трех облаках начальное количество ионов бария оценивалось в $(0,7-2) \cdot 10^{23}$ (концентрация в 30—100 раз превышала фоновую). Эти облака двигались почти вместе с облаками нейтралей. Отличие скоростей не превышало 10%, причем было наименьшим для самого большого облака (2). Оно двигалось вместе с нейтральным в течение всего времени наблюдения (~ 16 мин). Два меньших облака 1,3 наблюдались более короткое время (5—12 мин.). В конце периода наблюдения траектория одного из них резко отклонилась от траектории нейтрального. Четвертое же содержало по грубой оценке $(0,4-1,2) \cdot 10^{22}$ ионов, что соответствовало начальной концентрации в центре $(2-6) \cdot 10^6$ см⁻³, не сильно превышающей фоновую на этих высотах. Скорость его с самого начала не имела ничего

При запусках⁹⁶, выполненных со значительными бариевыми зарядами ($> 1,8$ кг), характер эволюции сильно зависел от числа

общего со скоростью нейтрального облака. Эти факты качественно согласуются с изложенной выше картиной. Возможно, что наблюдавшиеся в ^{97, 98} резкие изменения направления движения ионных облаков (вплоть до обратного) также связаны с рассмотренными явлениями и обусловлены тем, что облако большой плотности, двигавшееся сначала вместе с ветром, при «включении» механизма замыкания начинает двигаться в направлении [Е, Н].

6. ДИФФУЗИЯ ПЛАЗМЫ В ОГРАНИЧЕННОМ ОБЪЕМЕ

а) Эффективные граничные условия

При анализе диффузии ограниченной плазмы необходимо задать граничные условия на концентрацию и потенциал. Если толщина слоя объемного заряда, в котором нарушается квазинейтральность, мала по сравнению с размерами плазмы, то целесообразно рассматривать решение в нем как эффективное граничное условие для плазменных квазинейтральных уравнений. Геометрию пристеночной области можно считать плоской, а число частиц в ней — малым, так что накопление частиц и ионизация в ней несущественны. Тогда нормальные к границе потоки электронов и ионов в пристеночной области сохраняются. Выразив их через перепад потенциала в этой области, можно получить соотношения, связывающие значения потоков частиц (т. е. нормальных к границе производных от потенциала и концентрации) с самими значениями потенциала и концентрации на некоторой поверхности, находящейся в плазме достаточно близко от стенки. Пусть, например, поверхность стенки поглощает все падающие на нее частицы, эмиссия отсутствует, а потенциал стенки относительно плазмы отрицателен. Если толщина слоя меньше, чем λ_e (пролетный слой), то при максвелловском распределении поток электронов на стенку, перпендикулярную к **Н**, есть

$$\Gamma_{e\parallel} = \frac{1}{4} n(\Delta) \bar{v}_e \exp\left(-\frac{e\phi(\Delta)}{T_e}\right); \quad (50)$$

здесь $\bar{v}_e = \sqrt{8T_e/\pi m_e}$; $n(\Delta)$, $\phi(\Delta)$ — значения концентрации и потенциала в любой точке $z = \Delta$ пристеночной области, где геометрию можно считать одномерной. Вблизи стенки профиль концентрации линейен, причем если выбрать координату условной граничной поверхности $\Delta \gg \lambda_e, \lambda_i$, то концентрацию на границе слоя можно считать нулевой ¹⁰⁰, и из (2) получим:

$$n(\Delta) = -\frac{\Gamma_{e\parallel} b_{i\parallel} + \Gamma_{i\parallel} b_{e\parallel}}{D_{e\parallel} b_{i\parallel} + D_{i\parallel} b_{e\parallel}} \Delta. \quad (51)$$

Подробно структура слоя и решение в переходной области обсуждаются в ^{101, 102}. Условия (50), (51) связывают значения функций n и ϕ и их нормальных производных $\Gamma_{e\parallel}$, $\Gamma_{i\parallel}$ на поверхности в плазме, отстоящей на расстояние Δ от стенки, т. е. представляют собой два смешанных нелинейных граничных условия для квазинейтральной системы уравнений. В магнитном поле время пребывания электрона на орбитах, с которых возможен уход на стенку, параллельную **Н**, мало — порядка Ω_e , а заполнение их происходит за счет относительно редких столкновений ¹⁰³. Поэтому орбиты эти практически пусты (с точностью до $(\Omega_e/\nu_e)^{-1}$) и поток электронов на стенку равен числу столкновений, переводящих электроны с занятых орбит на свободные. Следовательно, ν_e в формуле (50) необходимо заменить на $\tilde{\rho}_e \tilde{\nu}_e$, где $\tilde{\rho}_e = \sqrt{2e\Delta\phi_W/m_e}$ — ларморовский радиус

электрона с энергией $e\Delta\varphi_w$, \tilde{v}_e — надлежащим образом усредненная частота столкновений электронов ^{77, 104}, $\Delta\varphi_w$ — перепад потенциала в слое объемного заряда:

$$\Gamma_{e\perp} = \frac{1}{4} n(\Delta) \tilde{\rho}_e \tilde{v}_e \exp\left(-\frac{e\varphi(\Delta)}{T_e}\right). \quad (50a)$$

Если толщина слоя превосходит λ_α (или ρ_α), то диффузионные уравнения применимы и внутри слоя, причем на стенке $n_e = n_i = 0$. Численное решение этой задачи приведено в ^{105, 106}, а простые аналитические выражения, для случая, когда перепад в слое значительно превышает T_e , T_i , получены в ⁷⁷. Явления, связанные с зависимостью ионной подвижности от напряженности электрического поля и с немаксвелловостью электронной функции распределения в пристеночной области, подробно обсуждаются в ^{101, 102}.

б) Д и ф ф у з и я в д и э л е к т р и ч е с к о м п р и б о р е

При обсуждении механизмов диффузии ограничимся простейшей задачей о распаде двумерно-неоднородной плазмы в цилиндрическом баллоне, боковые стенки которого параллельны магнитному полю. При этом холловские потоки текут вдоль поверхностей постоянной концентрации и на диффузию не влияют. Представляет интерес случай, когда для быстрых и медленных временных масштабов (9, 11) выполняются неравенства $\tau_{e\parallel} \ll \tau_{e\perp}$, $\tau_{i\parallel} \gg \tau_{i\perp}$. В противном случае имеет место просто амбиполярная диффузия, так как процессы короткого замыкания, которым соответствует наибольшее из быстрых времен $\tau_{e\parallel}$, $\tau_{i\perp}$, не успевают произойти за время амбиполярной диффузии (наименьшее из медленных). Будем считать, что характерные масштабы начального возмущения $n_0(r, z)$ порядка размеров прибора (расплывание мелкомасштабных возмущений происходит так же, как и в неограниченной плазме). Покажем, что эволюция произвольного начального профиля происходит в две стадии. Сначала имеет место быстрое перераспределение плотности за время порядка, наибольшего из быстрых времен. Затем начинается вторая (амбиполярная) стадия, при которой потоки электронов и ионов равны во всем объеме.

Анализ легко выполнить для предельных случаев, когда $\tau_{e\parallel} \ll \tau_{i\perp}$ (короткий прибор) или $\tau_{e\parallel} \gg \tau_{i\perp}$ (длинный прибор). Электрическое поле в коротком приборе соответствует бoльцмановскому распределению электронов вдоль \mathbf{H} :

$$\varphi(r, z, t) = \frac{T_e}{e} [\ln n(r, z, t) + \psi(r, t)]. \quad (52)$$

Пренебрегая продольной диффузией ионов и интегрируя уравнение для ионов по длине прибора, получим

$$\frac{\partial N_1}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r D_{i\perp} \left[\left(1 + \frac{T_e}{T_i}\right) \frac{\partial N_1}{\partial r} + N_1 \frac{T_e}{T_i} \frac{\partial \psi}{\partial r} \right], \quad (53)$$

где $N_1(r, t)$ — число частиц плазмы в цилиндрическом слое единичного сечения, параллельном \mathbf{H} и упирающемся в торцы прибора. Граничное условие требует равенства нормальных компонент потоков на стенку $\Gamma_{en} = \Gamma_{in}$. Поэтому уход частиц определяется медленными временами, и на быстрой стадии можно считать $\partial N_1 / \partial t = 0$, $\Gamma_{i\perp}|_w = 0$.

При этом из (53) следует

$$\frac{\partial \psi}{\partial r} = -\frac{\partial}{\partial r} [\ln N_1(r, 0)] \left(1 + \frac{T_i}{T_e}\right), \quad (54)$$

и уравнение для концентрации плазмы на быстрой стадии приобретает вид

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \left(1 + \frac{T_e}{T_i}\right) D_{1\perp} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \left[\frac{\partial n}{\partial r} - n \frac{\partial \ln N_1(r, 0)}{\partial r} \right]. \quad (55)$$

Стационарное решение его есть

$$n(r, z, t) = N_1(r, 0) N_2(z, 0), \quad e\varphi(r, z, t) = T_e \ln N_2(z, 0) - T_i \ln N_1(r, 0); \quad (56)$$

здесь $N_2(z, t)$ — число частиц в слое, перпендикулярном к \mathbf{H} и ограниченном боковыми стенками. На это решение асимптотически выходит профиль концентрации в конце быстрой стадии в результате замыкания вихревых токов по плазме. Характерное время этой стадии $\sim \tau_{1\perp}$. Простой пример быстрой стадии приведен на рис. 15. Быстрая релаксация малого отклонения от амбиполярного профиля (56) рассмотрена в ⁵³. После установления профиля (56) из исходной системы можно исключить потенциал и получить обычное уравнение анизотропной диффузии с амбиполярными коэффициентами вдоль и поперек магнитного поля:

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \left(1 + \frac{T_e}{T_i}\right) D_{1\parallel} \frac{\partial^2 n}{\partial z^2} + \left(1 + \frac{T_i}{T_e}\right) \frac{D_{e\perp}}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial n}{\partial r}. \quad (57)$$

Оно описывает эволюцию профиля плазмы с медленными временами. Для основной диффузионной моды, например,

$$n(r, z, t) = A \cos\left(\frac{z}{\Lambda_{\parallel}}\right) J_0\left(\frac{r}{\Lambda_{\perp}}\right) e^{-t/\tau}, \quad \Lambda_{\parallel} = L/\pi, \quad \Lambda_{\perp} = \frac{R}{2.405}, \quad (58)$$

$$\frac{1}{\tau} = \frac{1}{\tau_{a\parallel}} + \frac{1}{\tau_{a\perp}} =$$

$$+ \left(1 + \frac{T_i}{T_e}\right) \frac{D_{e\perp}}{\Lambda_{\perp}^2} + \left(1 + \frac{T_e}{T_i}\right) \frac{D_{1\parallel}}{\Lambda_{\parallel}^2}. \quad (59)$$

Рис. 15. Вихревые токи при быстрой стадии диффузии.

Начальный профиль соответствует амбиполярному $n(x, z, 0) = N_1(x) \times N_2(z)$, на который наложены сгущения (заштрихованы) и разрежения (показаны точками) плазмы.

В случае длинного ($\tau_{e\parallel} \gg \tau_{1\perp}$) прибора быстрая стадия диффузии, приводящая к амбиполярному профилю (56), происходит за время $\sim \tau_{e\parallel}$. Долгое время попытки обнаружить на опыте амбиполярный режим диффузии затруднялись тем обстоятельством, что при $\rho_e \rho_i < \lambda_e \lambda_i$, когда влияние магнитного поля на поперечную амбиполярную диффузию становится существенным, плазма в диэлектрических приборах становится неустойчивой. Время жизни плазмы оказывается при этом существенно меньше классического значения (59). Однозначное доказательство реализуемости классического амбиполярного режима диффузии было получено в экспериментах ⁵⁰ на примере распадающейся плазмы. В приборах с проводящими боковыми стенками (рис. 16) удалось получить как спокойную, так и турбулентную изотермическую плазму*). Оба состояния обладали определенным запасом устойчивости. С помощью контролируемого внешнего воздействия плазму можно было перевести из одного состояния в другое в любой заданный момент времени. Переход из спокой-

*) Большинство описанных ниже опытов было выполнено в распадающейся плазме. Поэтому все экспериментальные кривые соответствуют $T_e = T_i = 300$ К.

СТОЛКНОВИТЕЛЬНАЯ ДИФФУЗИЯ ПЛАЗМЫ

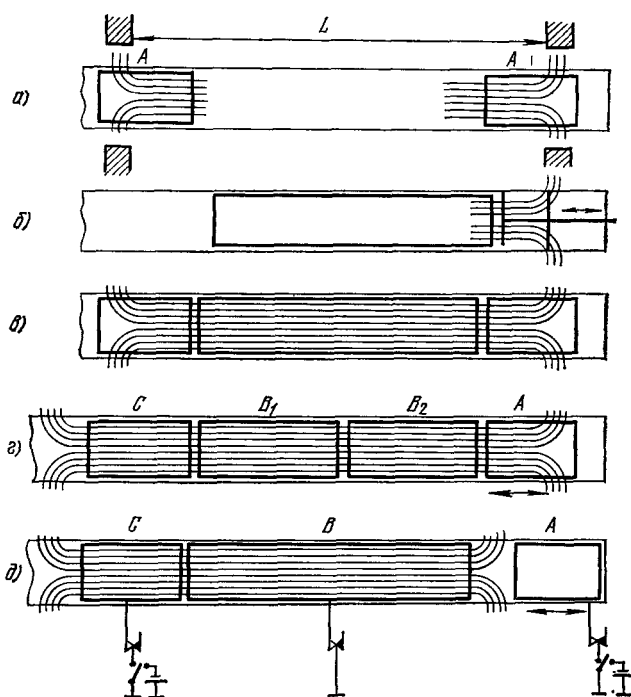


Рис. 16. Схема экспериментов по диффузии плазмы⁵⁰; A, B, C — металлические цилиндры. Тонкие линии — силовые линии магнитного поля. В приборах рис. б, д электрод A — подвижный. Цилиндр A мог заменяться на плоский торцевой электрод.

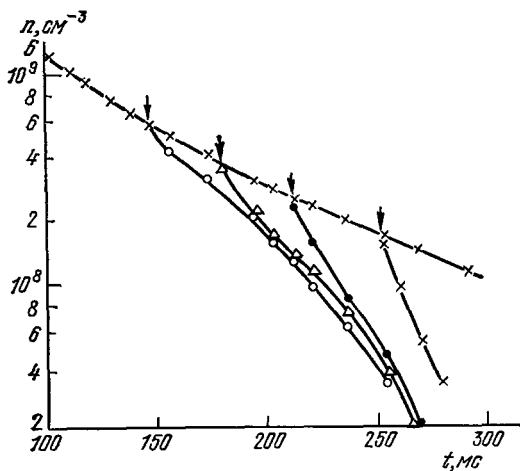


Рис. 17. Спад концентрации плазмы на оси прибора при разомкнутых торцевом и боковом электродах.

Стрелками показан переход в турбулентное состояние при подаче импульсного напряжения на зонд.

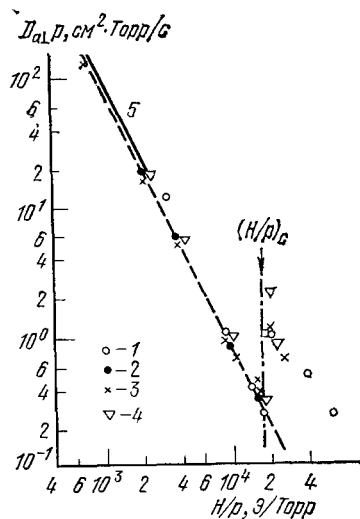


Рис. 18. Зависимость поперечного коэффициента амбиполярной диффузии в гелиевой плазме от магнитного поля.

Штриховая линия соответствует классической теории $R = 2$ см, $L = 75-80$ см. Давление (Торр): $5 \cdot 10^{-2}$ (1), $9 \cdot 10^{-2}$ (2), 0,3 (3) и 0,16 (4)⁵⁰; 5 — данные⁷³. Резкое увеличение при $H > H_c$ обусловлено возникновением неустойчивости.

ного состояния в турбулентное показан стрелками на рис. 17. В первом режиме время жизни определялось классическими коэффициентами переноса. На рис. 18 приведена величина $D_{a\perp}$, вычисленная по измеренным значениям времени жизни согласно формуле $D_{a\perp} = \Lambda_{\perp}^2 (\tau^{-1} - D_{a\parallel}/\Lambda_{\perp}^2)$; продольный коэффициент амбиоплярной диффузии полагался классическим. Видно хорошее согласие расчета с экспериментом. Наличие проводящих стенок (торцевая стенка в различных вариантах опытов⁵⁰ была как проводящей, так и диэлектрической) должно привести к некоторому изменению электрического поля в плазме по сравнению с (56) (см. ниже, п. в.)). Так, например, при $\tau_{e\parallel} > \tau_{i\perp}$ и пролетном боковом слое продольное электрическое поле для основной диффузионной моды (58) должно отсутствовать. Поэтому во втором слагаемом в (59) следует опустить множитель $1 + (T_e/T_i)$. Соответствующие поправки к (59) в условиях экспериментов⁵⁰ не превосходят двойки. Так как реальный профиль концентрации плазмы мог несколько отличаться от (58), то учет этих поправок был бы, по-видимому, превышением точности.

В последние годы появился ряд работ (см., например, ¹⁰⁷⁻¹¹²), в которых теоретически исследовалась аномальная диффузия, обусловленная случайными электрическими полями крупномасштабных термодинамически равновесных флуктуаций (конвективных ячеек). В них утверждалось,

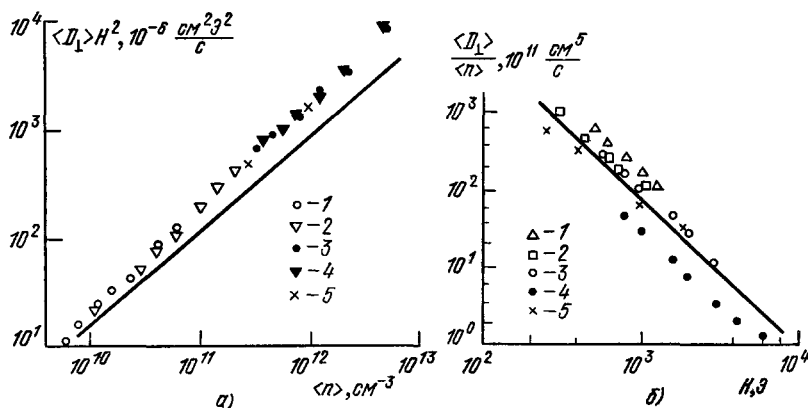


Рис. 19. а) зависимость $\langle D_{a\perp} \rangle$ от средней по сечению концентрации плазмы: 1, 2 — данные ⁴¹, 3—5 — ^{118,119}. H (кЭ)=0,5 (1,3); 1,0 (2,4) 3,0 (5). б) Зависимость усредненного по сечению коэффициента поперечной амбиоплярной диффузии, определяемой электрон-ионными столкновениями, от магнитного поля^{50,117,118} (I — He, $\langle n \rangle = 3 \cdot 10^{11} - 3 \cdot 10^{12}$ см⁻³, $R = 4$ см; 2 — He, $\langle n \rangle = 2 \cdot 10^{10} - 10^{11}$ см⁻³, $R = 0,8$ см; 3 — He, $\langle n \rangle = 3 \cdot 10^{11} - 3 \cdot 10^{12}$ см⁻³, $R = 0,5$ см; 4 — He, $\langle n \rangle = 3 \cdot 10^{11} - 3 \cdot 10^{12}$ см⁻³, $R = 0,25$ см; 5 — Ar, $\langle n \rangle = 2 \cdot 10^{10} - 10^{11}$ см⁻³, $R = 0,8$ см; прямая линия соответствует классическим значениям $D_{a\perp}$; $\langle n \rangle$ — средняя по сечению концентрация);

что при $\omega_{pe} \lesssim \Omega_e$ основной вклад в перенос частиц должен давать именно этот механизм. Экспериментальные данные, полученные в ^{111, 112}, качественно соответствовали такой модели. Упомянутые выше опыты⁵⁰ были выполнены в широком диапазоне концентраций вплоть до $n \sim 10^7$ см⁻³, при которых отношение $\omega_{pe}/\Omega_e \lesssim 10^{-2}$ и влияние равновесных флуктуаций, в соответствии с ¹⁰⁷⁻¹¹⁰, должно быть существенным. Однако заметных отклонений от классических коэффициентов переноса в спокойной плазме не наблюдалось. Этот результат согласуется с наиболее последовательными расчетами ¹¹³⁻¹¹⁵, которые показывают, что тепловые флуктуации должны приводить лишь к сравнительно небольшим поправкам к классическим значениям.

При переходе плазмы в металлической камере в неустойчивое состояние поперечная диффузия плазмы увеличивалась и практически совпадала с ее значениями в диэлектрическом приборе. Основным фактором, приводящим к неустойчивости в условиях этих экспериментов, являлось нарушение квазинейтральности в мелкомасштабных колебаниях дрейфового типа ^{51, 116}. Поэтому в плазме достаточно высокой концентрации, когда

дебаевский радиус мал, колебания существовали лишь у самой стенки и поперечная диффузия практически во всем приборе была близка к классической. При низкой же плотности наблюдалось значительное увеличение поперечной диффузии. Результаты экспериментов иллюстрируются рис. 19, 20. Из них видно, что расчетные

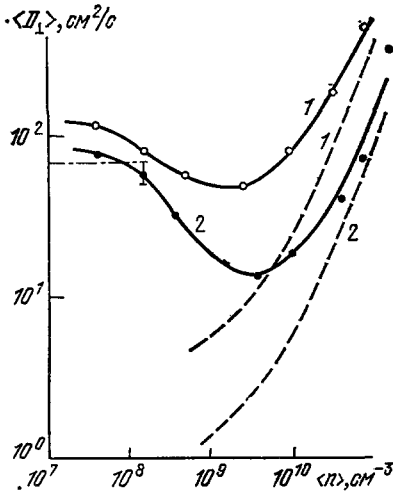


Рис. 20. Зависимость $\langle D_{a\perp} \rangle$ от $\langle n \rangle$ в диэлектрическом приборе ^{41, 46}. $R = 2$ см, $L = 80$ см, $p = 3 \cdot 10^{-2}$ Торр, газ — He. Кривая 1 — $H = 1$ кЭ, 2 — $H = 2$ кЭ. Штриховые кривые — классический коэффициент диффузии, штрих-пунктирная — коэффициент диффузии Бома.

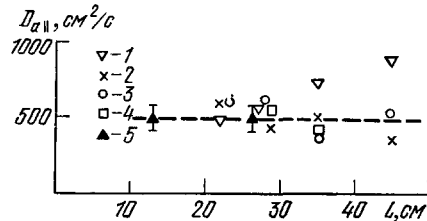


Рис. 21. Коэффициент продольной амбиполярной диффузии в гелии ^{41, 46, 50}. 1 — $R = 0,8$ см, $p = 8 \cdot 10^{-2}$ Торр, $H = 1$ кЭ, 2 — $R = 0,8$ см, $p = 5 \cdot 10^{-2}$ Торр, $H = 2$ кЭ; 3 — $R = 0,8$ см, $p = 5 \cdot 10^{-2}$ Торр, $H = 2,4$ кЭ; 4 — $R = 0,5$ см, $p = 0,1$ Торр, $H = 2$ кЭ; 5 — $R = 0,5$ см, $p = 0,1$ Торр, $H = 4$ кЭ. Штриховая линия — классическое значение $D_{a\parallel} = 2D_{i\parallel}$.

значения коэффициента амбиполярной диффузии поперек H при большой концентрации близки к экспериментально измеренным. Результат практически не зависел от радиуса трубки, рода и давления газа, так как диффузия определялась в основном электрон-ионными столкновениями. С уменьшением концентрации неустойчивый слой плазмы у стенки расширялся и в конце концов охватывал весь объем прибора. Вычисленный по времени жизни коэффициент поперечной диффузии при этом приближался к коэффициенту диффузии Бома ($D_{\perp} \sim D_B = eT/16eH$) ⁷⁹.

Диффузия вдоль магнитного поля во всех условиях была близка к классической. На рис. 21 приведены значения продольного коэффициента диффузии, определенные по измеренным значениям диффузионного времени жизни плазмы в приборах переменной длины:

$$D_{a\parallel} = \Lambda_{\parallel}^2 [\tau^{-1}(\Lambda_{\parallel}) - \tau^{-1}(\Lambda_{\parallel} \rightarrow \infty)]. \quad (60)$$

Влияние искажения электрического поля по сравнению с амбиполярным из-за проводящих стенок могло быть существенно лишь при $\tau_{e\parallel} \sim \tau_{i\perp}$; однако даже в этом случае в условиях эксперимента поправка к (60) не превосходила двойки.

Если боковые стенки камеры наклонены к магнитному полю под углом α , то согласно (25), (46) даже в одномерном приборе с диэлектрическими стенками диффузия не является амбиполярной и происходит существенно быстрее. Качественная картина протекания потоков элек-

тронов и ионов при этом показана на рис. 22, а. Видно, что $\Gamma_{\text{el}, \perp} \neq \Gamma_{\text{il}, \perp}$ ни в одной точке прибора, и нейтральность стенки обеспечивается приходом электронов и ионов из разных областей плазмы. Этот эффект

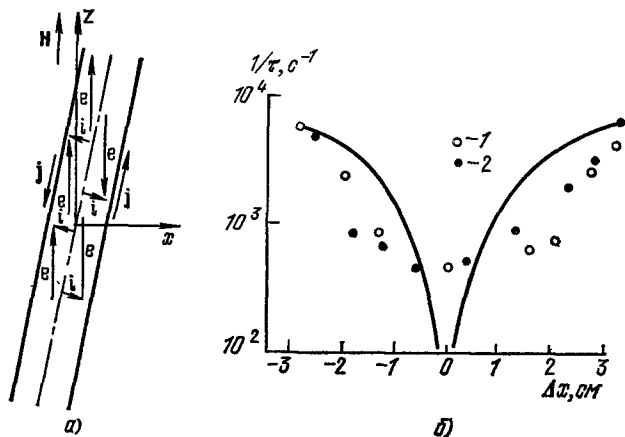


Рис. 22. а) Потоки частиц при диффузии в диэлектрическом приборе с осью под углом к магнитному полю; б) влияние перекоса диэлектрической трубки на время жизни плазмы⁵².

Эксперимент в He в трубке длиной $L = 90$ см и радиусом $R = 0,8$ см, $H = 1$ кЭ, $p = 0,1$ Торр. Угол между осью трубки и магнитным полем равен $\alpha = \Delta x/L$ (1, 2 — перекосы трубки в двух взаимно перпендикулярных направлениях). Сплошная линия — расчет по (61) для бесконечно длинного прибора. В качестве Λ_ξ взято значение $R/2,4$.

был обнаружен и объяснен в^{46, 52}. Постоянная распада для одномерного профиля $n = n_0 \cos(\xi/\Lambda_\xi)e^{-t/\tau}$, согласно (46) равна

$$\tau^{-1} = \frac{D(\bar{\mu}^2)}{\Lambda_\xi^2}. \quad (61)$$

Результаты эксперимента удовлетворительно согласуются с теорией (см. рис. 22, б). В ограниченном по длине приборе картина диффузии оказывается более сложной⁵². В частности, на разных участках длины прибора время жизни плазмы должно быть неодинаковым. На поздней стадии распад должен снова замедляться, что и наблюдалось экспериментально.

в) Д и ф ф у з и я в п р и б о р е с п р о в о д я щ и м и с т е н к а м и

В этом случае имеет место эффект короткого замыкания (гл. 3). В коротком ($\tau_{\text{el}} \ll \tau_{\perp}$) приборе быстрый уход электронов вдоль H на торцы зарядит стенки отрицательно. Если слой объемного заряда, прилегающий к торцевой стенке, является пролетным, то потенциал точки в плазме относительно торца согласно (50) есть

$$\varphi(r, z, t) = -\frac{T_e}{e} \ln \frac{4\Gamma_{\text{el}}^s(r, t)}{nv_e}, \quad (62)$$

где $\Gamma_{\text{el}}^s(r, t)$ — плотность потока электронов на торец. Почти во всем объеме прибора (кроме небольших областей, прилегающих к боковой стенке) потенциал определяется формулой (62), а

$$\left| \frac{\partial N_1(r, t)}{\partial t} \right| = 2\Gamma_{\text{el}}^s(r, t).$$

Поэтому

$$\varphi = -\frac{T_e}{e} \ln \frac{2 |\partial N_1 / \partial t|}{n v_e}, \quad (63)$$

и уравнение для концентрации имеет вид

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} D_{\perp} r \left[\left(1 + \frac{T_e}{T_i} \right) \frac{\partial n}{\partial r} - \frac{T_e}{T_i} n \frac{\partial^2 N_1}{\partial r \partial t} \left(\frac{\partial N_1}{\partial t} \right)^{-1} \right]. \quad (64)$$

Оно имеет частное решение вида

$$n(r, z, t) = A J_0 \left(\frac{r}{\Lambda_{\perp}} \right) f(z) e^{-t/\tau_{\perp}}, \quad (65)$$

соответствующее распаду со временем короткого замыкания $\tau_{sc} \approx \tau_{\perp}$ (для длинного прибора $\tau_{sc} \approx \tau_{\parallel}$). Перепад потенциала между точкой в плазме и торцевым электродом определяется движением электронов вдоль **H** — отношением скорости ухода на торец $\partial N_1(r, t) / \partial t$ к концентрации в данной точке $n(r, z, t)$ согласно (63). Для профиля (65) зависимости этих величин от r совпадают, так что потенциал в плазме от r не зависит и поперечное (к магнитному) электрическое поле отсутствует. Для диффузионного торцевого слоя наличие поперечного поля приводит к значению времени распада, равному $\tau_{\perp} [1 + (T_e/3T_i)]^{-1}$. В любом случае потенциал в объеме плазмы «привязан» к торцевому электроду и поперечное электрическое поле определяется скоростью ухода электронов вдоль **H**. Ситуация меняется лишь на расстояниях порядка $\Lambda_{\parallel} v_e / \Omega_e$ от боковой стенки, где движение электронов нельзя больше считать одномерным ⁷⁶. В длинном ($\tau_{\parallel} \gg \tau_{\perp}$) приборе электрическое поле вдоль **H** определяется слоем, прилегающим к боковой стенке. В ^{5, 41} из качественных соображений было приведено значение времени распада в коротком приборе, равное $\tau_{\perp} [1 + (T_e/T_i)]^{-1}$; отличие особенно существенно в неизотермической плазме при $T_e \gg T_i$.

Характер диффузии, определяемый уравнением (64), сильно зависит от вида профиля концентрации. Если в коротком приборе на фоне профиля с характерными масштабами, определяемыми размерами прибора Λ_{\parallel} , Λ_{\perp} , имеются мелкомасштабные возмущения $\tilde{\Lambda}_{\parallel}$, $\tilde{\Lambda}_{\perp}$ (которым соответствуют времена $\tilde{\tau}_{\alpha\perp}$, $\tilde{\tau}_{\alpha\parallel}$), то влияние границ на релаксацию гармоник с $\tilde{\tau}_{\perp} < \tau_{\parallel}$ несущественно — они, вообще говоря, распыляются так же, как и в безграничной плазме. Эволюция неоднородностей с $\tilde{\tau}_{\perp} > \tau_{\parallel}$ приводит (так же, как и в диэлектрическом приборе) к установлению профиля вида $N_1(r) N_2(z)$ за время $\sim \tilde{\tau}_{\perp}$. В дальнейшем, несмотря на то, что профиль концентрации остается изрезанным с масштабом $\tilde{\Lambda}_{\perp}$, диффузия определяется размером прибора и происходит с большим характерным временем $\tau_{\perp} > \tilde{\tau}_{\perp}$ ⁷⁶. Причина состоит в том, что с точностью до медленной поперечной электронной диффузии $N_1(r, t) = \int_0^L n(r, z, t) dz$ может только

убывать за счет ухода электронов на торцы. А при профиле вида $N_1(r) N_2(z)$ для выравнивания концентрации за время $\sim \tilde{\tau}_{\perp}$ в двух соседних столбиках, параллельных **H** и отстоящих друг от друга на $\tilde{\Lambda}_{\perp}$, требовалось бы, чтобы в одном из них концентрация возрастала.

Эксперименты по диффузии квазистационарной плазмы в замкнутых металлических приборах проводились в ^{79, 121–125}. При этом горячий плазменный шнур существовал только в центральной части камеры, а остальной объем плазма заполняла в результате диффузии из приосевых областей. Электронная температура на периферии была намного меньше,

чем в центре. Основной поток электронов на металлическую стенку должен был течь вдоль \mathbf{H} из приосевой области и создавать большой отрицательный перепад потенциала между камерой и плазмой, практически полностью запирающий электроны на периферии. Пространственное распределение концентрации здесь должно определяться диффузией ионов. Эти соображения Жаринова были подтверждены экспериментально^{122, 123}. Таким образом, в этой работе впервые была продемонстрирована возможность неамбиполярной диффузии электронов и ионов в магнитном поле. Однако она лишь косвенно свидетельствует о возможности короткого

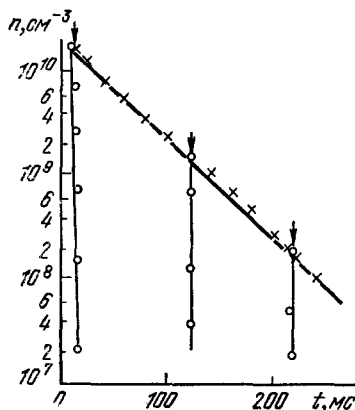


Рис. 23. Распад гелиевой плазмы в металлической камере¹²⁸.

$R = 2$ см, $p = 0,1$ Торр, $H = 2$ кЭ. Торцевой электрод имитировался цилиндром в слабом поле. Момент соединения торцевого и бокового электродов показан стрелкой.

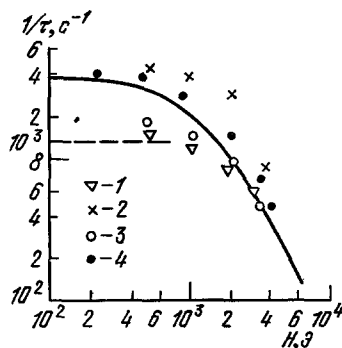


Рис. 24. Время диффузионного распада плазмы при коротком замыкании¹²⁹.

Гелий, $R = 1,9$ см, $L = 65$ см, $p = 0,1$ Торр. Сплошная кривая — τ_{\perp}^{-1} , штриховая — τ_{\parallel}^{-1} . Значки: 1 — с одностороннее замыкание, 1 — с плоским торцом, 2 — с цилиндрическим торцом в области слабого поля, 3 — с цилиндрическим торцом и корректировкой; 4 — двустороннее замыкание с плоским и цилиндрическим торцами и корректировкой.

замыкания для всего объема плазмы. В¹²⁶ была предпринята попытка обнаружить этот эффект в квазистационарной системе при равномерном заполнении плазмой всего поперечного сечения камеры. По существу, она не привела к положительному результату. Причина этого кроется, по-видимому, в некорректной методике измерения коэффициентов диффузии.

Во второй группе работ^{41, 44-46, 70, 127} объектом исследования была распадающаяся плазма. В⁴¹ было впервые прямыми измерениями обнаружено влияние короткого замыкания на время жизни всей плазмы в целом. Однако наблюдавшаяся на опыте скорость диффузии оказалась существенно меньше, чем предсказанная теорией. В ряде последующих работ были получены противоречивые данные. Ускорение диффузионного распада в металлической камере отмечалось Гейсслером^{45, 70}. В работе же⁴⁴ эффект короткого замыкания вообще не был зарегистрирован.

Тщательное экспериментальное исследование эффекта короткого замыкания удалось выполнить лишь после того, как было обнаружено стабилизирующее действие проводящих боковых стенок на неустойчивость распадающейся плазмы⁵⁰ и выяснены границы области параметров, при которых плазма является спокойной. В этих опытах проводящая боковая цилиндрическая поверхность была юстирована вдоль магнитного поля, а торцевые электроды представляли собой плоские пластины, перпендикулярные или наклонные к \mathbf{H} , или имитировались отрезками цилиндров,

коаксиальных с боковым, помещенными в область слабого магнитного поля (см. рис. 16). Оба торцевых электрода (или один из них) могли электрически соединяться с боковым в любой момент распада. До соединения реализовался амбиполярный распад, описанный выше, а после — режим короткого замыкания. Как в том, так и в другом режиме характер распада был близок к экспоненциальному (рис. 23); скорость же диффузии резко возрастала (время жизни при этом уменьшалось более, чем на два порядка). На рис. 24 приведены наблюдаемые значения времени жизни плазмы. При двустороннем коротком замыкании в условиях эксперимента для основной диффузионной моды $\tau_{e||} < \tau_{i\perp}$, поэтому время жизни должно быть близко к $\tau_{i\perp}$ (кривая на рис. 24). При магнитном поле $H < 1,5$ кЭ и одностороннем замыкании $\tau_{e||} \approx (2L/\pi)^2/D_{e||} > \tau_{i\perp}$. Следовательно, в этом случае при слабых полях время жизни должно быть $\approx \tau_{e||}$, а с ростом поля — приближаться к $\tau_{i\perp}$. Как вид зависимости от магнитного поля, так и сами значения времени жизни согласуются с расчетом; расхождения обусловлены, по-видимому, отличием профиля концентрации от основной диффузионной моды (58). Возможно также, что напряжение, которое подавалось при корректировке между торцевым и боковым электродами для компенсации неизвестной контактной разности потенциалов, несколько изменяло электрическое поле в плазме.

Так как при коротком замыкании электроны уходят в основном на торцевой электрод, а ионы — на боковой, то, регистрируя ток, который протекает между ними, можно измерять скорость диффузии и концентрацию плазмы. Сравнение полученных таким методом данных с результатами СВЧ резонаторных измерений приведено на рис. 25.

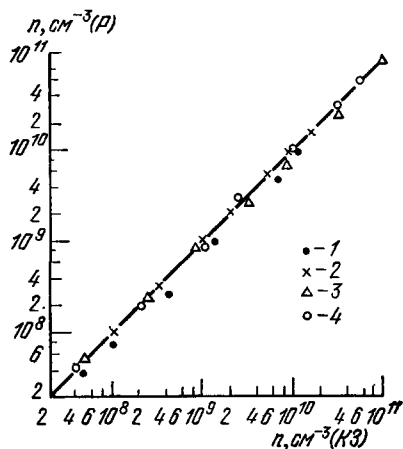


Рис. 25. Концентрация частиц, полученная резонаторным методом — $n(P)$ и методом короткого замыкания — $n(KЗ)$ в гелиевой плазме в трубке с $R = 1$ см, $p = 0,1$ Торр¹³⁰. H (кЭ) — 0,2 (1), 0,45 (2), 1,0 (3) и 1,8 (4).

г) Д и ф ф у з и я п р и б о л е е с л о ж н ы х г р а н и ч н ы х у с л о в и я х

Рассмотрим несколько простых примеров. Если в описанной выше схеме (см. рис. 16, б, в) изменять разность потенциалов между торцевым и боковым электродами Φ_c , то распад плазмы в коротком ($\tau_{e||} \gg \tau_{i\perp}$) приборе, по-прежнему, описывается уравнениями (63, 64). Перепад потенциала между центральной областью плазмы и стенкой при коротком замыкании с профилем (65) и пролетным слоем есть, согласно (63)

$$e\varphi(z) = -T_e \ln \frac{2 \int_0^L f(z) dz}{\tau_{i\perp} \bar{v}_e f(z)} \sim T_e \ln \frac{\tau_{i\perp} \bar{v}_e}{L}. \quad (66)$$

Поперечное к магнитному электрическое поле в основной части объема плазмы отсутствует и перепад потенциала (66) сосредоточен в тонком слое толщиной порядка $\delta = LG_{e\perp}/G_{e||}$ у боковой стенки, в котором существенно поперечное движение электронов. Если приложить к боковой стенке

отрицательный относительно торца потенциал Φ_c , то ситуация изменится несущественно — потенциал будет, по-прежнему, «привязан» к торцу соотношением (66), а дополнительный перепад потенциала Φ_c будет сосредоточен в слое толщиной $\sim \delta$ у боковой стенки. При положительных значениях $\Phi_c \approx \Phi_{c1}^0 = T_e/e \ln(\tau_{1\perp} \bar{v}_e/L)$ разность потенциалов между центром и боковой стенкой обратится в нуль. Дальнейший рост Φ_c приводит к запираанию поперечного движения ионов и в плазме появляется поперечное к \mathbf{H} электрическое поле. Согласно п. а) ионный поперечный поток станет существенно меньше диффузионного, если перепад потенциала в плазме поперек \mathbf{H} станет $\gg \Phi_{c2}^0 = (T_i/e) \ln[R/\min(\rho_1, \lambda_i)]$, т.е. при

$$\Phi_c \gg \Phi_c^0 = (\Phi_{c1}^0 + \Phi_{c2}^0). \quad (67)$$

Начиная с таких значений время диффузионного распада будет расти с ростом Φ_c . В этих условиях (так же, как и в диэлектрическом приборе) можно выделить быструю стадию диффузии, которая не сопровождается

уходом частиц на стенки и за счет протекания вихревых токов по плазме приводит к установлению профиля (65). Чтобы оценить характерное время для медленной стадии τ , учтем, что при этом электрическое поле запирает движение ионов поперек \mathbf{H} и электронов — вдоль \mathbf{H} . Скорость ухода электронов на торец пропорциональна $\tau_{1\perp}^{-1} \exp \times [-e(\Phi_{c1} - \Phi_{c1}^0)/T_i]$, а ионов на боковую стенку — $\tau_{1\perp}^{-1} \exp [-e(\Phi_{c2} - \Phi_{c2}^0)/T_i]$, где Φ_{c1} — перепад потенциала между центром плазмы и торцом, а Φ_{c2} — между боковой стенкой и центром. Так как скорости эти должны быть равны, а $\Phi_c = \Phi_{c1} + \Phi_{c2}$, то время жизни плазмы есть

$$\tau \approx \tau_{1\perp} \exp \left(\frac{e\Phi_c - e\Phi_c^0}{T_e + T_i} \right). \quad (68)$$

При временах, превышающих τ , распад плазмы становится экспоненциальным, $\sim \exp(-t/\tau)$. Радиальное электрическое поле на этой стадии согласно (63) должно отсутствовать. Так как движение ионов поперек \mathbf{H} тоже заперто (происходит за время $\tau \ll \tau_{1\perp}$), то по той же причине в основном объеме плазмы $E_z = 0$. Поэтому эволюция определяется только диффузионными потоками, причем $\Gamma_{e\parallel} \ll D_{e\parallel} n_0 / \Lambda_{\parallel}$, $\Gamma_{i\perp} \ll D_{i\perp} n_0 / \Lambda_{\perp}$, т.е. в основном объеме плазмы концентрация почти постоянна; зависящие от координат малые добавки обеспечивают протекание потоков $\Gamma_{e\parallel}, \Gamma_{i\perp}$. Экспоненциальный рост $\tau(\Phi_c)$ в таком режиме «отрицательных торцов» продолжается до тех пор, пока τ не сравняется с $\tau_{1\perp}$. С этого момента включается не учитывавшийся при выводе (68) медленный процесс — продольная ионная диффузия, и движение плазмы вдоль \mathbf{H} становится амбиполярным.

В длинном приборе ($\tau_{e\parallel} \gg \tau_{i\perp}$) потенциал «привязан» к боковой стенке, так что при $\Phi_c < \Phi_{c2}^0$ отсутствует продольное электрическое поле. Изменяя Φ_c , можно увеличить диффузионное время жизни до $\tau_{e\parallel}$.

На рис. 26 приведено сравнение экспериментальных значений $\tau(\Phi_c)$ с теоретическими⁷⁶. Кривые 2, 3 рассчитывались по (68), а 1 — по анало-

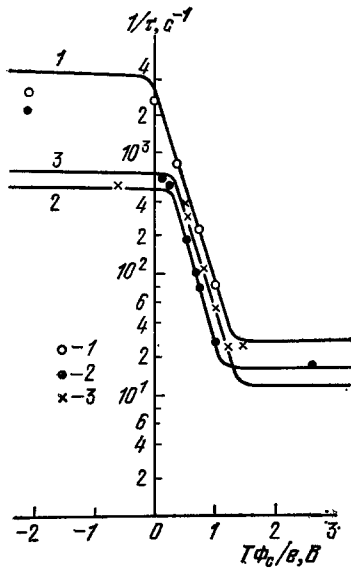


Рис. 26. Зависимость $\tau(\Phi_c)$ диффузионного времени жизни⁷⁶.

Эксперимент: гелий в трубке $R = 1,9$ см, $L = 75$ см; 1 — $H = 0,5$ кЭ, $p = 0,05$ Торр; 2 — $H = 2$ кЭ, $p = 0,05$ Торр; 3 — $H = 2$ кЭ, $p = 0,08$ Торр.

гичной формуле для длинного прибора. Так как контактная разность потенциалов была неизвестна, то одна экспериментальная точка совмещалась с расчетной кривой. Различие при больших τ обусловлено наблюдавшимися в этом режиме неустойчивостями; различие в области малых τ связано, возможно, с отличием профиля концентрации от основной диффузионной моды.

После того как диффузия вдоль H становится амбиполярной, поток электронов на торец не может больше уменьшаться с ростом Φ_c . Дальнейший рост Φ_c приводит лишь к экспоненциальному уменьшению $\Gamma_{1\perp}$. Диффузия поперек магнитного поля при $\tau_{1\parallel} \sim \tau_{e\perp}$ может оказаться даже существенно медленнее, чем амбиполярная. На рис. 27 приведен пример такого медленного распада плазмы.

Использование разнообразных граничных условий открывает пути для управления локальными значениями времени жизни и концентрации плазмы. Так, например, если проводящей является лишь часть боковой

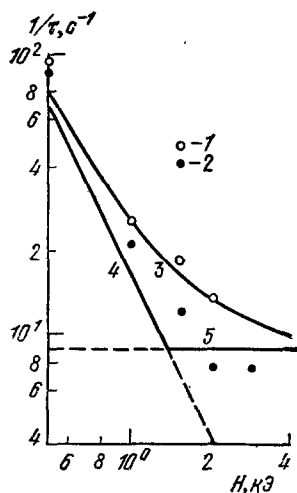


Рис. 27. Время распада в режиме отрицательных торцов в He^{75} .
 $R = 1,9$ см, $L = 70$ см, $p = 0,12$ Торр.
 1 — торцы под плавающим потенциалом (амбиполярный режим); 2 — отрицательные торцы ($\Phi_c = 2,5$ В). Расчетные кривые: 3 — τ_a^{-1} , 4 — $\tau_{a\perp}^{-1}$, 5 — $\tau_{a\parallel}^{-1}$.

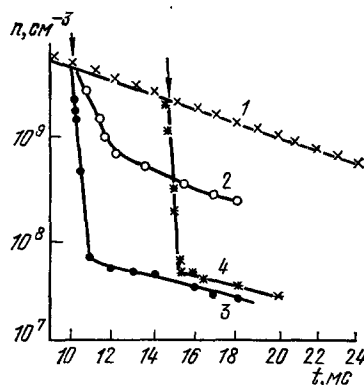


Рис. 28. Распад плазмы в малом цилиндре в He :
 $R = 1$ см, $L = 80$ см, $L_B = 5$ см, $p = 0,1$ Торр, $H = 1,8$ кЭ, 1 — замыкание отсутствует; 2 — $\Phi_c = 0$; 3, 4 — $\Phi_c = -15$ В. Стрелки соответствуют моменту замыкания.

поверхности трубки, то закорачивание ее с торцом приведет к быстрому уходу плазмы лишь из этой части объема. На рис. 28 приведена зависимость концентрации распадающейся плазмы внутри малого проводящего цилиндра длиной L_B от времени при замыкании его с торцевым электродом (см. рис. 16, г). На быстрой стадии значения $\tau \approx \tau_{1\perp}$ (длинный прибор); медленный спад концентрации на конечной стадии соответствует амбиполярной диффузии вдоль H из основной плазмы в объем цилиндра L_B .

Так как в газоразрядных условиях концентрация плазмы самосогласованно связана с электрическим полем и температурой электронов, то использование эффекта короткого замыкания дает возможность управлять локальными параметрами плазмы (см., например, ¹³²).

Наличие эмиттирующих электродов должно приводить к целому ряду интересных явлений. Рассмотрим, например, диффузию в коротком приборе с диэлектрической боковой стенкой и термоэмиттером в качестве торцевого электрода.

Так как эффективный эмиттер обеспечивает практически любой поток электронов вдоль H , то область шириной порядка $\delta = LD_{e\perp}/D_{e\parallel}$, прилегающая к боковой стенке, может играть роль проводящей границы. Электронный поток в ней направлен в основном поперек магнитного поля, и поперечная диффузия близка к амбиполярной. В основном же объеме $r \ll R - \delta$ плазмы реализуется эффект короткого замыкания — ионы

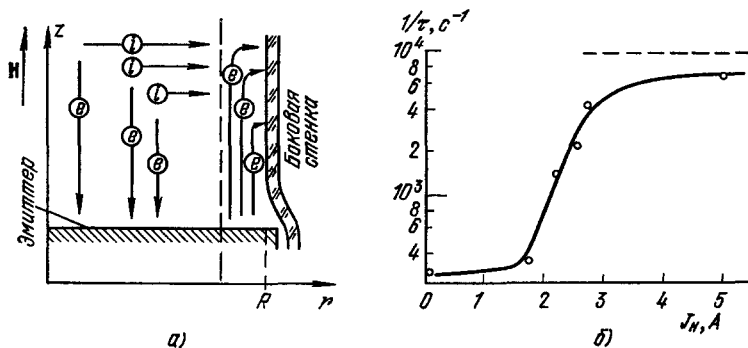


Рис. 29. Диффузия в присутствии эмиттирующего электрода⁵³.

а) Схема протекания вихревых токов по плазме. б) время распада плазмы в коротком приборе в зависимости от тока накала термоэмиттера; $p = 0,1$ Торр, $R = 0,6$ см, $L = 30$ см, $H = 2,5$ кЭ, $\varphi = 10$ В. Штриховая линия — постоянная распада при коротком замыкании. ($\tau_{sc} = (R/2,4)^2/2D_{i\perp}$). Газ — гелий.

уходят поперек H , а электроны — на эмиттер (рис. 29, а). Перепад концентрации между центром плазмы и границей амбиполярной области можно оценить следующим образом. Поперечный поток ионов $\Gamma_{i\perp} \sim (n_0 - n_1) D_{i\perp}/R$, а электронов — $\Gamma_{e\perp} \sim n_1 D_{e\perp}/\delta$. Приравняв их, получим

$$\frac{n_0}{n_1} - 1 \sim \frac{L}{R} \frac{\tau_{i\perp}}{\tau_{e\parallel}} \gg 1. \quad (69)$$

Такая смешанная диффузия действительно наблюдалась на опыте в условиях, когда между торцевыми электродами было приложено некоторое напряжение φ ⁵³. Из рис. 29, б видно, что скорость диффузии в диэлектрическом приборе с эмиттирующим электродом может быть близка к значениям, соответствующим короткому замыканию.

д) Д и ф ф у з и о н н ы й з о н д в м а г н и т н о м п о л е

В рассмотренных выше задачах граничные поверхности окружали плазму снаружи. Часто встречается обратная ситуация, когда твердое тело помещено в плазму. В качестве примера такой задачи обсудим проблему диффузионного электростатического зонда в слабоионизованной покоящейся плазме без внешнего тока. Наиболее распространены цилиндрические зонды, ориентированные вдоль магнитного поля (a — радиус, $2b$ — длина). Рассмотрим только те аспекты, которые имеют прямое отношение к проблеме диффузии плазмы. Диффузионное движение частиц оказывает существенное влияние на вольт-амперную характеристику зонда, если толщина слоя (r_s) или радиус a становятся больше шага случайных блужданий частиц. Поэтому в магнитном поле такие эффекты наиболее существенны для электронов. Будем для простоты считать $r_s \ll a$, а вместо цилиндрического зонда рассмотрим зонд в форме эллипсоида вращения с полуосями a , b .

Если на зонд подан большой положительный потенциал, то на него течет электронный ток насыщения. Электрическое поле в плазме при этом

тормозит движение ионов, $e\varphi = -T_i \ln(n/n_0)$. Профиль концентрации $n^{(e)}(r)$ и зондовый ток определяются анизотропным уравнением диффузии

$$\frac{D_{e\perp}}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial n^{(e)}}{\partial r} + D_{e\parallel} \frac{\partial^2 n^{(e)}}{\partial z^2} = 0 \quad (70)$$

с нулевым граничным условием на поверхности зонда, $n^{(e)}(\infty) = 1$. Если

$$a\Omega_e > b v_{e\parallel}, \quad (71)$$

то значение электронного тока насыщения (бюмковского тока) равно^{80, 81} (n_0 — концентрация невозмущенной плазмы):

$$J_e^{(B)} = \frac{4n_0 e [1 + (T_i/T_e)] D_{e\perp} \sqrt{a^2 \Omega_e^2 - b^2 v_{e\parallel}^2}}{v_e \arctg \sqrt{a^2 \Omega_e^2 / b^2 v_{e\parallel}^2 - 1}}, \quad (72)$$

и практически не зависит от b . Концентрация плазмы при этом возмущена в объеме электронного эллипсоида с полуосями $\sim a$, $a\Omega_e^2/v_e$, намного превышающем объем самого зонда.

Экспериментальная проверка формулы (72) проводилась в^{82, 83, 133}. Наблюдавшаяся в^{83, 133} зависимость электронного тока насыщения от n была близка к теоретической. Количественное согласие с формулой (72)

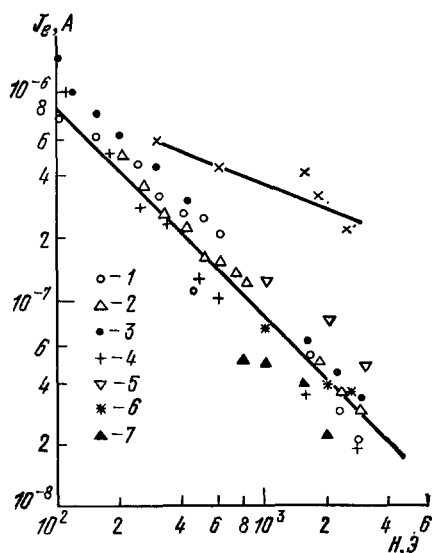


Рис. 30. Зависимость электронного тока насыщения от магнитного поля при $n = 8 \cdot 10^8 \text{ см}^{-3}$.

Нижняя прямая — расчет по формуле (72) с классическими значениями $D_{e\perp}$, верхняя — с аномальными значениями, определенными через время жизни плазмы в приборе. Значки 1—4 — эксперименты в Ag в приборе с диэлектрическими стенками, $R = 1,2 \text{ см}$, $L = 80 \text{ см}$, p (Торр) = 0,02 (1), 0,06 (2), 0,1 (3) и 0,4 (4); 5 — He, $R = 1,2 \text{ см}$, $L = 35 \text{ см}$, $p = 0,3 \text{ Торр}$; 6—7 — He, прибор с проводящими стенками, $R = 2 \text{ см}$, $L = 75 \text{ см}$, 6 — $p = 0,1 \text{ Торр}$, 7 — $p = 0,16 \text{ Торр}$.

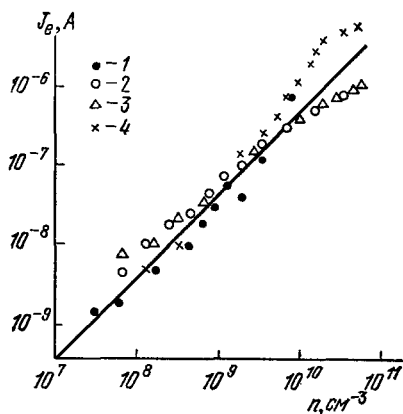


Рис. 31. Зависимость электронного тока насыщения на зонд от концентрации плазмы в Ag.

Диэлектрический прибор, $R = 1,2 \text{ см}$, $L = 80 \text{ см}$, $H = 2,4 \text{ кЭ}$. Прямая — расчет по (72) с классическими значениями $D_{e\perp}$. p (Торр) = 0,01 (1), 0,06 (2), 0,1 (3) и 0,4 (4).

было получено в работе⁸². Зонд имел форму квадратика из тонкой фольги со сторонами $2a' = 0,3 \text{ мм}$, ориентированного перпендикулярно к магнитному полю. Концентрация распадающейся изотермической плазмы измерялась независимо СВЧ резонаторным методом и методом короткого замыкания (см. выше). При расчете использовалось значение $a = 2a' / \sqrt{\pi}$. Из рис. 30, 31 видно, что в широком диапазоне концентраций плазмы

и магнитных полей в приборах с диэлектрическими и проводящими стенками, в различных газах экспериментальные и теоретические значения электронного тока насыщения согласуются с удовлетворительной точностью. Зависимость тока на зонд от времени при переходе от электронного

тока насыщения к ионному также хорошо описывается диффузионной теорией¹³⁴.

Следует особо отметить, что ток на зонд в экспериментах определялся классическими коэффициентами переноса как в устойчивой, так и в турбулентной плазме, в которой время поперечной диффузии в масштабах всего прибора уменьшалось по сравнению с классическим более, чем на порядок (см. кривые 1 и 2 на рис. 30). С другой стороны, в работах^{79, 83, 122, 125}, выполненных в газоразрядной плазме с $T_e \gg T_i$, наблюдались значения электронного тока насыщения, существенно превосходящие бомовский. Возможно, что это обусловлено генерацией плазмы в призондовой области (см. также¹³⁶).

Вычислим теперь зависимость электронного и ионного токов J_e , J_i от потенциала зонда φ_p . В частности, определим, какой точке вольт-амперной характеристики

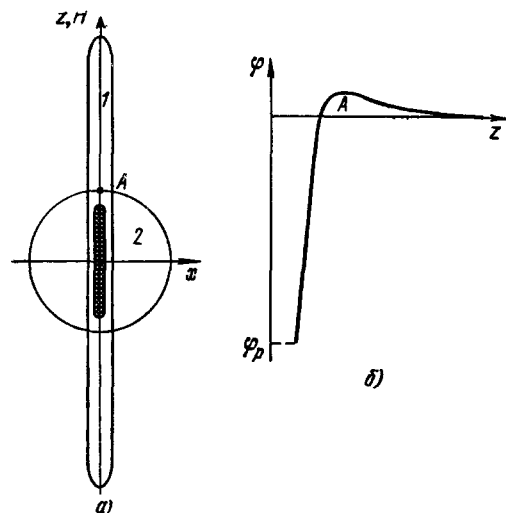


Рис. 32. а) Электронный (1) и ионный (2) эллипсоиды при диффузионном движении частиц и $a \sqrt{1 + (\Omega_i^2/v_i^2)} < b < a \Omega_e/v_e$ (зонд заштрихован); б) профиль потенциала вдоль z при $J_e < J_e^{(B)}$ (точка А соответствует границе области перекрытия электронного и ионного эллипсоидов).

соответствует потенциал пространства φ_s . Будем считать слой объемного заряда пролетным, а движение как электронов, так и ионов на зонд — диффузионным (другие случаи рассмотрены в⁸⁷). Ионный ток насыщения при условии $\gamma = b \sqrt{1 + (\Omega_i^2/v_i^2)}/a > 1$, например, равен^{80, 81}

$$J_i^{(B)} = \frac{8\pi e n_0 [1 + (T_e/T_i)] D_{i\parallel} \sqrt{\gamma^2 - 1}}{\sqrt{1 + (\Omega_i^2/v_i^2)} \ln [(\gamma + \sqrt{1 - \gamma^{-2}})/(\gamma - \sqrt{1 - \gamma^{-2}})]}. \quad (73)$$

При этом поле в плазме тормозит электроны: $e\varphi = T_e \ln(n/n_0)$. Соответствующий профиль концентрации $n^{(1)}$ определяется уравнением, аналогичным (70). Плазма возмущена в эллипсоиде с полуосями b , $b \sqrt{1 + (\Omega_i^2/v_i^2)}$. Обратим внимание на следующее обстоятельство, общее для большинства рассмотренных нами задач. При больших значениях φ_p электроны и ионы приходят на зонд, удовлетворяющий условию (71), из разных областей пространства (рис. 32). Это свойство должно сохраниться и при промежуточных значениях φ_p . Рассмотрим, например, движение частиц в электронном эллипсоиде. В отсутствие электрического поля практически все электроны, находящиеся в этом эллипсоиде, при диффузионном движении попадут на поглощающую поверхность зонда. Движение ионов поперек \mathbf{H} происходит гораздо быстрее, а вдоль — гораздо медленнее электронного. Поэтому ионы из этого эллипсоида не могут при диффузионном движении достичь зонда. Электрическое поле не изменяет ситуацию, так как поле E_z не может превышать $(T_e/e) \partial n / \partial z$ (в противном случае возник бы большой поток электронов от зонда).

Таким образом, если электронный ток на зонд значителен (составляет заметную долю бомовского), то он должен собираться из электронного эллипсоида. Профиль же потенциала в нем должен соответствовать больцмановскому распределению для ионов. Концентрация в этой области по-прежнему описывается уравнением анизотропной диффузии. Решение его есть

$$n(\mathbf{r}) = n_0 \left[1 - \frac{J_e}{J_e^{(B)}} (1 - n^{(e)}) \right]. \quad (74a)$$

В ионном же эллипсоиде реализуется обратная ситуация. Имеет место больцмановское распределение электронов и

$$n(\mathbf{r}) = n_0 \left[1 - \frac{J_i}{J_i^{(B)}} (1 - n^{(i)}) \right], \quad (74b)$$

Таким образом, при совместном протекании ионного и электронного токов на зонд поле имеет квадрупольный характер и реализуется замыкание тока по плазме. Профиль (74) может нарушаться лишь в небольшой области вблизи зонда (в области перекрытия эллипсоидов), где становится возможным уход ионов и электронов на зонд вдоль и поперек \mathbf{H} соответственно. Согласно (74a) концентрация плазмы $n(A)$ на границе электронного эллипсоида в области перекрытия есть $[1 - (J_e/J_e^{(B)})] n_0$. Так как на поверхности зонда должно выполняться условие $n|_w = 0$, то перепад концентрации в области перекрытия относительно велик и электрическое поле должно тормозить электроны. Поток электронов в ней сохраняется, а движение их является одномерным вдоль \mathbf{H} . Профиль потенциала при движении вдоль оси z к зонду изображен схематически на рис. 32, б *). Перепад потенциала в электронном эллипсоиде есть $-(T_1/e) \ln [1 - (J_e/J_e^{(B)})]$, а в области перекрытия согласно (50) он равен $(T_e/e) \ln (4\Gamma_{e\parallel}/n(A) \bar{v}_e)$. Таким образом, электронная ветвь характеристики описывается выражением

$$\varphi_p = -\frac{T_1}{e} \ln \left(1 - \frac{J_e}{J_e^{(B)}} \right) - \frac{T_e}{e} \ln [\pi e n_0 a^2 \bar{v}_e (J_e^{-1} - J_e^{(B)-1})]. \quad (75)$$

Значение зондового потенциала φ_e , при котором J_e составляет заметную долю (для определенности $1/e$) от тока насыщения, является (при $T_1 \ll T_e$) отрицательным и большим по абсолютной величине; если $\varphi_p > \varphi_e$, то электронный ток близок к бомовскому. Ионную ветвь характеристики нетрудно получить аналогично (75). Например, при $\Omega_i > v_i$, $a \Omega_i \Omega_i < b v_i$ с помощью (50a) получим

$$\varphi_p = \frac{T_e}{e} \ln \left(1 - \frac{J_i}{J_i^{(B)}} \right) + \frac{T_1}{e} \ln [4\pi e n_0 a b \hat{\rho}_1 \tilde{v}_i (J_i^{-1} - J_i^{(B)-1})]. \quad (76)$$

Чтобы запереть ионный ток, на зонд надо подать значительный положительный потенциал φ_1 (при $T_e \sim T_1$). Формулы (75), (76) описывают полную вольт-амперную характеристику. Она имеет довольно сложный вид, схематически изображенный на рис. 33. Отличительной особенностью такой характеристики является наличие плато — в определенном интервале значений φ_p на зонд текут практически оба тока насыщения. Ширина

*) Сходный немонотонный профиль потенциала для случая зонда в полностью ионизованной плазме получен в работе Санмартина¹³⁵.

плато для рассмотренного выше случая равно

$$\varphi_1 - \varphi_e = \frac{T_1}{e} \ln \frac{22en_0ab\tilde{\rho}_1\tilde{v}_1}{J_i^{(B)}} - \frac{T_e}{e} \ln \frac{5,5en_0a^2\tilde{v}_e}{J_e^{(B)}} + \frac{(T_e + T_1) \ln 0,64}{e}. \quad (77)$$

Наиболее отчетливо плато должно быть выражено при $J_e^{(B)} \sim J_i^{(B)}$.

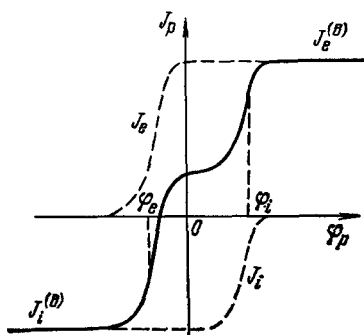


Рис. 33. Схематический вид ВАХ диффузионного зонда при $J_e^{(B)} \sim J_i^{(B)}$.

Потенциалы φ_e , φ_1 соответствуют записанию электронного (ионного) тока. Они определены согласно (75), (76) условием $J_{e,1}(\varphi_p = \varphi_{e,i}) = J_{e,i}^{(B)}/e$.

Такая кривая содержит богатую информацию о параметрах плазмы и позволяет определить их несколькими различными независимыми способами⁸⁷. Имеющиеся экспериментальные данные, которые подтверждают приведенные соображения, обсуждаются в работах^{137, 138}. Отметим только, что четко выраженные плато на характеристиках, насколько нам известно, экспериментально не наблюдались. Причина, по-видимому, состоит в том, что в условиях опытов ширина плато, как показывают оценки, была сравнительно невелика, а $J_e^{(B)} \gg J_i^{(B)}$.

Выше предполагалось, что парциальные температуры не возмущаются из-за отбора зондового тока. Между тем энергообмен между электронами и тяжелой компонентой плазмы затруднен. Поэтому отбор электронного тока может сопровождаться значительным искажением

функции распределения электронов в призондовой области. Условия, при которых необходимо учитывать эти эффекты, обсуждаются в работах^{104, 137}.

Ленинградский политехнический институт
им. М. И. Калинина

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Грановский В. Л. Электрический ток в газе. Т. 2 — М.: Наука, 1974.
2. Голант В. Е., Жилинский А. П., Сахаров И. Е. Основы физики плазмы. — М.: Атомиздат, 1977.
3. Митчнер М., Кругер Ч. Частично ионизованные газы. — М.: Мир, 1976.
4. Габович М. Д. Физика и техника плазменных источников ионов. — М.: Атомиздат, 1972.
5. Голант В. Е. — УФН, 1963, т. 79, с. 377; In: VIII ICIPG. — Vienna, 1967. — Р. 447.
6. Boeschotten F. — Plasma Phys., 1964, v. 6, p. 339.
7. Стафеев В. И., Каракушан Э. И. Магнитодиоды. — М.: Наука, 1975.
8. Вайсс Г. Физика гальваномагнитных полупроводниковых приборов и их применения. — М.: Энергия, 1974.
9. Suhl H., Schoskley W. — Phys. Rev., 1949, v. 75, p. 1617, v. 76, p. 180.
10. Роза Р. МГД преобразование энергии. — М.: Мир, 1970.
11. Гершман Б. Н. Динамика ионосферной плазмы. — М.: Наука, 1974.
12. Ратклифф Дж. Введение в физику ионосферы и магнитосферы. — М.: Мир, 1975.
13. Бауэр З. Физика планетных ионосфер. — М.: Мир, 1976.
14. Кадомцев Б. Б. — В кн. Вопросы теории плазмы. — М.: Атомиздат, 1964. — Вып. 4, с. 188.
15. Галеев А. А., Сагдеев Р. З. — Ibid. — Вып. 7, с. 3.
16. Кадомцев Б. Б. Коллективные явления в плазме. — М.: Наука, 1976.
17. Цытович В. Н. Теория турбулентной плазмы. — М.: Атомиздат, 1971.
18. Веденов А. А. Теория турбулентной плазмы. — М.: ВИНТИ, 1965.
19. Докучаев В. П. — Изв. АН СССР. Сер. геофиз., 1959, т. 5, с. 783.

20. Гуревич А. В., Цедилина Е. Е.— УФН, 1967, т. 91, с. 609.
21. Шкаровский И., Джонстон Т., Бачинский М. Кинетика частиц плазмы.— М.: Атомиздат, 1969.
22. Гинзбург В. Л., Гуревич А. В.— УФН, 1960, т. 70, с. 201.
23. Гинзбург В. Л. Распространение электромагнитных волн в плазме.— М.: Наука, 1967.
24. Bailey V. A.— Phil. Mag., 1930, v. 9, p. 360.
25. Bickerton R. Y.— Proc. Phys. Soc. Ser. B, 1957, v. 70, p. 305.
26. Голант В. Е., Жилинский А. П., Терентьева М. В.— См. 5.
27. Пасечник Л. Л., Ягола В. В.— ЖТФ, 1970, т. 40, с. 108; УФЖ, 1968, т. 13, с. 1564.
28. Biondi M. A.— Phys. Rev., 1954, v. 93, p. 1136.
29. Жилинский А. П., Ливенцева И. Ф., Цендин Л. Д.— ЖТФ, 1977, т. 47, с. 304.
30. Бакшт Ф. Г., Коробова И. Л., Мойжес Б. Я.— ЖТФ, 1970, т. 40, с. 843.
31. Schottky W.— Phys. Zs., 1924, Bd. 25, S. 329.
32. Biondi M. A., Brown S. C.— Phys. Rev., 1949, v. 75, p. 1700.
33. Townsend I. S.— Phil. Mag., 1938, v. 25, p. 429.
34. Голубев В. С., Грановский В. Л.— Радиотехн. и электрон., 1962, т. 7, с. 663.
35. Holway L. W.— J. Geophys. Res., 1965, v. 70, p. 3635; Phys. Fluids, 1965, v. 8, p. 1207.
36. Гершман Б. Н.— Радиотехн. и электрон., 1956, т. 1, с. 720.
37. Докучаев В. П.— Изв. вузов. Сер. радиофиз., 1960, т. 3, с. 50.
38. Allis W. P.— In: Handbuch der Physik. V. 21.— Berlin: Springer-Verlag, 1956.
39. Гуревич А. В.— ЖЭТФ, 1963, т. 44, с. 1302.
40. Simon A.— Phys. Rev., 1955, v. 98, p. 317.
41. Голант В. Е., Жилинский А. П.— ЖТФ, 1962, т. 32, с. 411, 1313.
42. Чекмарев И. Б.— ЖТФ, 1972, т. 42, с. 253.
43. Чекмарев И. Б.— Изв. АН СССР. Сер. «Механика жидкости и газа», 1977, № 1, с. 92.
44. Takeda S., Minami K., Uno T.— Phys. Rev. Lett., 1967, v. 18, p. 829.
45. Geissler K. H.— Phys. Fluids, 1970, v. 13, p. 935.
46. Ганичев А. А., Голант В. Е., Жилинский А. П. и др.— ЖТФ, 1964, т. 34, с. 77.
47. Анджело Н. Д. В кн. Физика высокотемпературной плазмы.— М.: Мир, 1972,— с. 214.
48. Motley R. W. Q-machines. N.Y.: Acad. Press. 1975.
49. Бучельникова Н. С. In: VIII ICIPG. Vienna, 1967.— P. 433.
50. Жилинский А. П., Кутеев Б. В.— ЖТФ, 1975, т. 45, с. 255, 2092.
51. Буланин В. В., Жилинский А. П.— ЖТФ, 1971, т. 41, с. 1374, 2469; 1972, т. 42, с. 1839.
52. Жилинский А. П., Смирнов А. С.— ЖТФ, 1977, т. 47, с. 2079.
53. Жилинский А. П., Кутеев Б. В.— ЖТФ, 1978, т. 48, с. 2047.
54. Гуревич А. В., Цедилина Е. Е.— Геомагн. и аэроном., 1965, т. 5, с. 251; 1966, т. 6, с. 255.
55. Цедилина Е. Е.— Ibid., 1965, т. 5, с. 679.
56. Рожанский В. А., Цендин Л. Д.— Физ. плазмы, 1975, т. 1, с. 904; ЖТФ, 1977, т. 47, с. 2017.
57. Рожанский В. А., Цендин Л. Д.— Ibid., 1977, т. 3, с. 382.
58. Воскобойников С. П. и др.— Ibid., 1980, т. 6, с. 730.
59. Новиков Г. Г., Цыганков С. Ф., Рубцов Л. Н.— Изв. вузов. Сер. «Радиофизика», 1975, т. 19, с. 171.
60. Lloyd K. H., Haerendel G. H.— J. Geophys. Res., 1973, v. 78, p. 7389.
61. Haerendel G., Scholer M.— Space Research VII, Amsterdam: North-Holland, 1974.
62. Giles M., Martelli G.— Planet. and Space Sci., 1967, v. 15, p. 357.
63. Giles M.— J. Plasma Phys., 1973, v. 10, p. 317.
64. Simon A.— J. Geophys. Res., 1970, v. 75, p. 6287.
65. Zabusky N. J., Doles J. H., Perkins F. W.— Ibid., 1973, v. 78, p. 711.
66. Goldman S. R., Ossakow S. L., Book D. L. et al.— Ibid., 1974, v. 79, p. 1471.
67. Scannapicco A. J., Ossakow S. L., Book D. L. et al.— Ibid., 1975, v. 80, p. 2879.
68. Book D. L., Ossakow S. L., Goldman S. R.— Ibid., 1974, v. 79, p. 2913.
69. Doles J. H., Zabusky N. J., Perkins F. W.— Ibid., 1976, v. 81, p. 5987.

69. Чекмарев И. Б., Симкина Т. Ю., Юферев В. С., *Plasma Phys.*, 1976, Bd. 19, S. 15.
70. Geissler K. H.— *Phys. Rev.*, 1968, v. 171, p. 179; *Plasma Phys.*, 1970, v. 10, p. 127.
71. Whitehouse D. R., Wollman H. B.— *Phys. Fluids*, 1963, v. 6, p. 1470.
72. Монрое R. L.— *Can. J. Phys.*, 1973, v. 51, p. 564; 1974, v. 52, p. 94.
73. Гурин А. А.— *Физ. плазмы*, 1974, т. 2, с. 422.
74. Tonks L.— *Phys. Fluids*, 1960, v. 3, с. 758.
75. Жилинский А. П., Кутеев Б. В.— *Письма ЖТФ*, 1976, т. 2, с. 412.
76. Жилинский А. П., Рожанский В. А., Цендин Л. Д.— *Физ. плазмы*, 1978, т. 4, с. 586.
77. Рожанский В. А., Цендин Л. Д.— *Физ. плазмы*, 1978, т. 4, с. 388. Рожанский В. А.— In: XIV ICIPG. Grenoble, 1979.— P. C7-515.
78. Бакшт Ф. Г., Дюжев Г. А., Циркель Б. И. и др.— *ЖТФ*, 1977, т. 47, с. 1630.
79. Bohm D.— In: *The Characteristics of Electrical Discharges in Magnetic Fields*/Ed. A. Guthrie, R. Wakerling.— N.Y.: 1949— Ch. I, IV.
80. Cohen I. M.— *Phys. Fluids*, 1969, v. 12, p. 2536.
81. Cohen I. M.— *AIAA Journ.*, 1967, v. 5, p. 63.
82. Жилинский А. П., Кутеев Б. В., Сахаров Н. В. и др.— *Физ. плазмы*, 1972, т. 3, с. 1028.
83. Бакшт Ф. Г., Дюжев Г. А., Циркель Б. И. и др.— *ЖТФ*, 1977, т. 47, с. 2289; *Препринт ФТИ АН СССР № 533*.— Ленинград, 1977.
84. Sato M.— *Phys. Fluids*, 1972, v. 15, p. 2427.
85. Sugawara M.— *Ibid.*, 1966, v. 9, p. 797.
86. Nyogi K., Cohen I. M.— *Ibid.*, 1973, v. 16, p. 69.
87. Рожанский В. А., Цендин Л. Д.— *ЖТФ*, 1978, т. 48, с. 1647.
88. Хаксли Л., Кромптон Р. Диффузия и дрейф электронов в газах.— М.: Мир, 1977.
89. Scholer M., Haerendel H.— *Planet. and Space Sci.*, 1971, v. 19, p. 915.
90. Ламперт М., Марк П. Инжекционные токи в твердых телах.— М.: Мир, 1973.
91. Бонч-Бруевич В. Л., Калашников С. Г. *Физика полупроводников*.— М.: Наука, 1977.
92. Kaiser T. R., Pickering W. M., Watkins C. D.— *Planet. and Space Sci.*, 1969, v. 17, p. 519. Pickering W. M.— *Ibid.*, 1973, v. 21, p. 1671.
93. Рожанский В. А., Цендин Л. Д.— *Геомagn. и аэрон.*, 1977, т. 17, с. 1002.
94. Аношкин В. С., Жилинский А. П., Петров Г. Г. и др.— *Геомagn. и аэрон.*, 1979, т. 19, с. 1058; *Препринт ФТИ АН СССР № 600*.— Ленинград, 1979.
95. Жилинский А. П. и др.— В кн. II Всесоюзное совещание по неоднородн. ионосфере.— Ашхабад, 1979.
96. Baxter A. J.— *Planet. and Space Sci.*, 1975, v. 23, p. 973.
97. Förpl H., Haerendel G., Haser L. et al.— *J. Geophys. Res.*, 1968, v. 73, p. 21. Haerendel G., Lust R.— In: *Particles and Fields in Magnetosphere*. Dordrecht.— Reidel, 1970.
98. Wescott M., Stolarik J. D., Herrner J. P.— *J. Geophys. Res.*, 1969, v. 74, p. 3469.
99. Langmuir I.— *Phys. Rev.*, 1929, v. 28, p. 727.
100. Грановский В. Л.— *ДАН СССР*, 1939, т. 23, с. 880.
101. Термоэмиссионные преобразователи и низкотемпературная плазма/Под ред. Б. Я. Мойжеса, Г. Е. Пикуса.— М.: Наука, 1973.
102. Бакшт Ф. Г., Юрьев В. Р.— *ЖТФ*, 1979, т. 49, с. 905.
103. Литвинов И. И.— *ПМТФ*, 1977, № 1, с. 52.
104. Бакшт Ф. Г.— *ЖТФ*, 1978, т. 48, с. 1782.
105. Su C. H., Lam S. H.— *Phys. Fluids*, 1963, v. 6, p. 1479.
106. Cohen I. M.— *Ibid.*, v. 6, p. 1492; 1965, v. 8, p. 2097.
107. Taylor J. B., McNamara B.— *Ibid.*, 1971, v. 14, p. 1492.
108. Vahala G.— *Ibid.*, 1973, v. 16, p. 1876.
109. Okuda H., Dawson J. M., Hooke W. M.— *Phys. Rev. Lett.*, 1972, v. 29, p. 1658.
110. Okuda H.— *Phys. Fluids*, 1974, v. 17, p. 375.
111. Gurnee M. N., Hooke W. M. et al.— *Phys. Rev. Ser. A*, 1972, v. 5, p. 158.
112. Tamana T., Prater R., Ohkawa T.— *Phys. Rev. Lett.*, 1973, v. 30, p. 431.
113. Ishimaru S., Rosenbluth M. N.— *Phys. Fluids*, 1970, v. 13, p. 2778

114. Ishimaru S., Tange T.— J. Phys. Soc. Japan, 1974, v. 36, p. 603.
115. Ишимару С. Основные принципы физики плазмы.— М.: Атомиздат, 1975.
116. Жилинский А. П.— ЖТФ, 1972, т. 42, с. 925.
117. Анисимов А. И., Виноградов Н. И., Голант В. Е. и др.— ЖТФ, 1964, т. 34, с. 89.
118. Анисимов А. И., Виноградов Н. И., Голант В. Е. и др.— ЖТФ, 1963, т. 33, с. 1370.
119. Анисимов А. И., Будников В. Н., Виноградов Н. И. и др.— Nucl. Fusion Suppl., 1962, pt. III, p. 1230.
120. Анисимов А. И., Виноградов Н. И. и др.— ЖТФ, 1962, т. 32, с. 1197.
121. Simon A. Доклад № 366 на II Женевской конференции по мирному использованию атомной энергии, 1958.
122. Жаринов А. В.— АЭ, 1959, т. 7, с. 215; 1961, т. 10, с. 368.
123. Елизаров Л. И., Жаринов А. В.— Яд. синтез, дополн., 1962, ч. II, с. 699.
124. Власов М. А.— Письма ЖЭТФ, 1963, т. 2, с. 274, 293; ЖЭТФ, 1966, т. 51, с. 715.
125. Schwirzke F.— Zs. Naturforsch., 1963, Bd. 18a, S. 889, Phys. Fluids, 1966, v. 9, p. 2244, 2250; 1967, v. 10, p. 183.
126. Пасечник Л. Л., Наумов В. Г., Попович А. С.— АЭ, 1971, т. 31, с. 275.
127. Васильева И. А., Грановский В. Л., Черноволенко А. Ф.— Радиотехн. и электрон., 1960, т. 5, с. 1516.
128. Жилинский А. П., Кутеев Б. В.— ЖТФ, 1975, т. 45, с. 2083.
129. Жилинский А. П., Кутеев Б. В., Смирнов А. С.— ЖТФ, 1978, т. 48, с. 707.
130. Жилинский А. П., Кутеев Б. В.— Ibid., с. 610.
131. Жилинский А. П., Кутеев Б. В.— Письма ЖТФ, 1976, т. 2, с. 412.
132. Иванов А. А. и др.— Физ. плазмы, 1979, т. 5, с. 1029.
133. Dote T., Atemiya H.— Japan J. Appl. Phys., 1964, v. 3, p. 789.
134. Воронов В. М., Жилинский А. П., Кутеев Б. В. и др.— Физ. плазмы, 1977, т. 3, с. 1037.
135. Sammartin J.— Phys. Fluids, 1970, v. 13, p. 103.
136. Жилинский А. П., Кутеев Б. В., Рожанский В. А. и др.— В кн.: Труды II Всесоюзной школы по диагностике плазмы.— Ташкент, 1979.
137. Кутеев Б. В., Рожанский В. А.— Письма ЖТФ, 1978, т. 4, с. 118.
138. Кутеев Б. В., Рожанский В. А., Цендин Л. Д.— Beitrage Plasmaphys., 1979, Bd. 19, S. 123.