1980 г. Июнь Том 131, вып. 2

УСПЕХИ ФИЗИЧЕСКИХ НАУК

МЕТОДИЧЕСКИЕ ЗАМЕТКИ

539.128.5:533.132

БОЗЕ-КОНДЕНСАЦИЯ ДВИЖУЩИХСЯ РОТОНОВ

С. В. Иорданский, Л. П. Питаевский

Обычно считается, что подчиняющиеся бозевской статистике частицы делятся на два класса. Первый — это частицы, подобные атомам He^4, число которых сохраняется. В системе таких частиц может происходить бозе-эйнштейновская конденсация. Другой класс составляют частицы, подобные фотонам, фононам и другим элементарным возбуждениям. Число этих частиц (или «квазичастиц») само определяется условиями термодинамического равновесия, и бозе-эйнштейновская конденсация в состоящей из них системе не происходит. Цель настоящей заметки — показать, что это не так. Оказывается, в системе квазичастиц может происходить своеобразная бозе-эйнштейновская конденсация в состояние с конечным (а не равным нулю) импульсом.

Напомним прежде всего обычную теорию бозе-эйнштейновской конденсации. Равновесная функция распределения бозонов имеет вид

$$n(\mathbf{p})=\left[\exp\left(\frac{\varepsilon-\mu}{T}\right)-1\right]^{-1}, \tag{1}$$

где μ — химический потенциал. Из этой формулы видно, что должно быть $\mu<0$, иначе в некотором интервале импульсов функция n была бы отрицательна, что невозможно. В системе с сохранением числа частиц μ определяется из условия нормировки — равенства плотности числа частиц заданному «начальному» значению N:

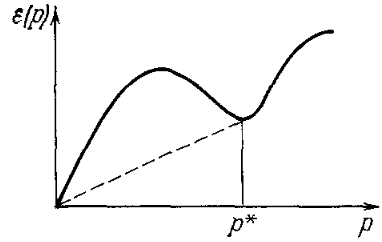
$$N=\int n(\mathbf{p})\,\frac{d^3p}{(2\pi\hbar)^3}. \tag{2}$$

Легко видеть, однако, что левая часть равенства (2) есть монотонно убывающая функция $|\mu|$, достигающая своего максимального значения $N_c(T)$ при $\mu=0$. Если же плотность $N>N_c$, то уравнение (2) для μ не имеет решений. Выход из этого противоречия был найден Эйнштейном [1], который показал, что при $N>N_c$ часть частиц находится в состоянии с импульсом, равным нулю, а остальные распределены по функции распределения (1) с $\mu=0$. Таким образом, при $N>N_c(T)$ функция распределения имеет вид

$$n(\mathbf{p})=N_0\delta(\mathbf{p})+\left[\exp\left(\frac{\varepsilon}{T}\right)-1\right]^{-1}, \tag{3}$$

причем уравнение (2) определяет теперь «плотность конденсата» N_0. Если же число частиц в системе не сохраняется, химический потенциал равен нулю всегда, уравнение (2) определяет равновесную плотность частиц и оснований для конденсации нет.

Именно такая ситуация имеет место для элементарных возбуждений в жидком гелии. Положение изменится, однако, если мы примем в расчет *возможность движения газа возбуждений как целого*. (Здесь существенно, что речь идет именно о возбуждениях в жидкости, а не, скажем, о фотонах в вакууме. Для частиц в вакууме движение как целое эквивалентно просто переходу к другой галилеевой системе отсчета и не может изменить статистические свойства системы.) Будем рассматривать жидкость в системе координат, в которой сверхтекучая часть жидкости покоится. Тогда равновесная функция распределения возбуждений имеет вид



Спектр элементарных возбуждений жидкого He^4.

Конденсация ротонов происходит в состояние с импульсом p^*.

$$n(\mathbf{p}) = \left[\exp\left(\frac{\varepsilon - \mathbf{pu}}{T}\right) - 1\right]^{-1}, \qquad (4)$$

причем скорость движения нормальной части $\mathbf{u}$ определяется начальным распределением возбуждений. Если обозначить их начальный импульс, отнесенный к единице объема, как $\mathcal{P}$, то $\mathbf{u}$ должно определяться из уравнения

$$\vec{\mathcal{P}} = \int \mathbf{p} n(\mathbf{p}) \frac{d^3p}{(2\pi\hbar)^3}. \qquad (5)$$

При этом важно, что для элементарных возбуждений в однородной жидкости существует строгий закон сохранения импульса. Поэтому наши рассуждения не относятся, например, к возбуждениям в твердом теле, сохранение квазиимпульса которых нарушается процессами переброса.

Положительность выражения (4) требует, чтобы скорость удовлетворяла известному условию сверхтекучести Ландау [2]

$$\varepsilon - \mathbf{pu} \geqslant 0 \quad \text{или} \quad u \leqslant v_c, \qquad (6)$$

где v_c есть минимальное значение отношения $\varepsilon(p)/p$ на кривой спектра. На рисунке v_c есть тангенс угла наклона касательной (штриховая линия), проведенной из начала координат к кривой $\varepsilon(p)$. Уравнение (5) можно, по определению, написать в виде равенства $\vec{\mathcal{P}} = \rho_n \mathbf{u}$, где $\rho_n(T, u)$ — определенная по Ландау плотность нормальной части жидкости. Теперь ясно, что $\mathcal{P}_c = \rho_n(T, v_c)\, v_c$ — максимальное значение, которое может принимать правая часть уравнения (5). При $\mathcal{P} > \mathcal{P}_c$ это уравнение не имеет решений для $\mathbf{u}$. Между тем величина $\mathcal{P}$ зависит от начальных условий и произвольна. *Что произойдет, если* $\mathcal{P} > \mathcal{P}_c$? Те же рассуждения, которые привели Эйнштейна к распределению (3), показывают, что в этом случае произойдет конденсация ротонов с импульсом $\mathbf{p} = \mathbf{p}^*$ (p^* — абсцисса точки касания на рисунке, а направление $\mathbf{p}^*$ определяется начальными условиями)*). Иными словами, функция распределения будет теперь иметь вид

$$n(\mathbf{p}) = N_0 \delta(\mathbf{p} - \mathbf{p}^*) + \left[\exp\left(\frac{\varepsilon(p) - \mathbf{p}\mathbf{v}_c}{T}\right) - 1\right]^{-1}, \qquad (7)$$

причем плотность конденсата N_0 определяется из уравнения (5). Заметим, что при наличии конденсации при любом $\mathcal{P} > \mathcal{P}_c$ возбуждения движутся относительно сверхтекучей части жидкости со скоростью, равной точно v_c. Это означает, в частности, что рассматриваемая конденсация нарушает сверхтекучесть жидкости. При течении жидкости по трубке с $v_s > v_c$

*) Ротонной называется часть кривой спектра элементарных возбуждений в гелии вблизи ее минимума.

появится диссипация энергии, т. е. сила взаимного трения между трубкой и сверхтекучей частью. Действительно, диссипация отсутствует, только если нормальная часть неподвижна относительно трубки. Между тем в «закритическом» течении это невозможно, так как относительная скорость нормальной и сверхтекучей частей должна быть равна v_c.

Изложенные рассуждения являются вполне строгими для спектра, изображенного на рисунке. В реальном гелии, как известно, кроме ротонов и фононов, существует еще ветвь спектра, связанная с вихревыми кольцами, для которых условие сверхтекучести (во всяком случае, в неограниченной жидкости) всегда нарушается. Ввиду этого применимость изложенных соображений к проблеме критических скоростей в гелии требует дальнейшего исследования.

Институт теоретической физики им. А. Д. Ландау
АН СССР, Черноголовка (Московская обл.)
Институт физических проблем
АН СССР

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Эйнштейн А. Собрание научных трудов. Т. 3.— М.: Наука, 1966.— Статья 63.
2. Ландау Л. Д. Собрание трудов. Т. 1.— М.: Наука, 1969.— Статья 44.