

УСПЕХИ ФИЗИЧЕСКИХ НАУК

538.57

**НЕЛИНЕЙНЫЕ ЭФФЕКТЫ В МЕТАЛЛАХ
В УСЛОВИЯХ АНОМАЛЬНОГО СКИНА***В. Т. Долгополов*

СОДЕРЖАНИЕ

1. Введение	241
2. Источники и оптимальные условия наблюдения нелинейности	243
а) Система уравнений (243). б) Случай анизотропной добавки к функции распределения (244). в) О возможности разогрева электронной системы в металлах (246). г) Условия наблюдения (248).	
3. Нелинейный размерный эффект	249
а) Качественное рассмотрение (249). б) Структура всплесков постоянного тока (251). в) Экспериментальное наблюдение нелинейного размерного эффекта (252).	
4. «Токовые» состояния	255
а) Общие соображения (255). б) Расчет величины выпрямленного тока (257). в) Экспериментальное наблюдение «токовых» состояний в висмуте (260). г) Эксперименты на олове (265).	
5. Автоколебания	267
а) Устойчивость «токовых» состояний (267). б) Нарастающие колебания магнитного момента (269). в) Экспериментальное наблюдение автоколебаний магнитного момента (271).	
6. Поверхностный импеданс при больших амплитудах переменного поля	272
а) О возможности описания нелинейных эффектов в металлах при помощи поверхностного импеданса (272). б) Экспериментальное наблюдение зависимости поверхностного импеданса от амплитуды переменного поля (274).	
7. Заключение	276
Цитированная литература	277

1. ВВЕДЕНИЕ

Появление заметной нелинейности в электрических свойствах нормальных металлов до недавнего времени считалось невозможным. Исключение составляла лишь тривиальная нелинейность, обусловленная разогревом всего металла как целого. Основание для такого взгляда состояло в том, что в металлах из-за высокой концентрации носителей тока и, как следствие большой проводимости электронная система получает значительную энергию уже при небольшой напряженности электрического поля. В статическом режиме в чистых металлах при этом не возникает даже перегрева электронной системы относительно решетки, так как электроны гораздо чаще обмениваются энергией с фононами, чем между собой. Единственным итогом увеличения напряженности поля будет разогрев всего металла. Именно так интерпретировались, например, экспериментальные результаты Е. С. Боровика, обнаружившего отклонения от закона Ома в висмуте¹. Нелинейность рассматривалась как результат незначительного перегрева электронной системы относительно кристаллической решетки, возникавшего в процессе разогрева всего металла^{2, 3}.

Ситуация изменилась с появлением металлов высокой чистоты. Особую роль в таких металлах приобрела магнитная компонента электромагнит-

ной волны. Магнитное поле волны, которое внутри металла гораздо больше электрического, приводит к нелинейности благодаря зависимости проводимости чистых металлов от величины магнитного поля. Первые сообщения о наблюдении нелинейности такого типа появились в работах ⁴⁻⁶, в которых сообщалось о зависимости поверхностного импеданса металлов от амплитуды переменного поля. Позднее были обнаружены генерация второй гармоники и детектирование металлами электромагнитных волн радиочастотного диапазона ⁷⁻⁹, также связанные с влиянием магнитного поля волны.

Как известно ¹⁰, в чистых металлах, помещенных в постоянное магнитное поле, возможно распространение слабозатухающих электромагнитных волн. Введенная внутрь металла электромагнитная волна не может сильно исказить функцию распределения у всех электронов проводимости. Однако движение малой группы электронов, отвечающих за поглощение волны, может быть заметно изменено. Поэтому при достаточно большой амплитуде как величина затухания Ландау, так и величина циклотронного затухания становятся функциями амплитуды волны ¹¹⁻¹². Коэффициент затухания геликона, например, может быть уменьшен с ростом амплитуды в несколько раз.

В чистых полуметаллах, где число электронов проводимости не так велико, как в типичном металле, появилась возможность создать в сравнительно слабых полях высокие дрейфовые скорости носителей тока. В результате был обнаружен излом вольт-амперной характеристики висмута ^{13, 14}, обусловленный черенковским излучением фононов при превышении дрейфовой скорости электронов значения скорости звука.

Упомянем, наконец, о нелинейности, имеющейся в квантующем магнитном поле, когда амплитуда радиоволны превышает период квантовых осцилляций ¹⁵⁻¹⁷.

Как видно из этого перечисления, проявления нелинейности в нормальных металлах разнообразны и нетривиальны. Поэтому количество работ, посвященных их изучению, постоянно возрастает. Тем не менее на сегодняшний день в области изучения нелинейных свойств металлов, пожалуй, поставлено больше вопросов, чем дано ответов. Существуют эксперименты ¹⁸⁻²¹, для которых предложено несколько равно возможных вариантов теоретического объяснения ²²⁻²⁴. Существуют эксперименты ^{25, 26}, не имеющие интерпретации, и ряд теоретических предсказаний ²⁷⁻²⁸, не проверенных экспериментально.

В обзоре рассмотрены причины, вызывающие нелинейный отклик металла на внешнее электромагнитное воздействие, и возможные проявления нелинейности в тех условиях, где достигнута достаточная ясность. К их числу относится малость частоты ω радиоволны $\omega\tau \ll 1$ (τ — время релаксации электронов по импульсу) и условие $\delta/l \ll 1$, где δ — глубина скин-слоя, а l — длина свободного пробега носителей тока. Последнее условие накладывает ограничение на частоту ω снизу. Оно является одновременно условием аномальности скин-эффекта. Случай аномального скина представляет особый интерес, поскольку радиоволна в этом случае взаимодействует не со всеми электронами проводимости, а лишь с небольшой их группой, движение которой может быть сильно изменено полем волны. Благодаря малому числу взаимодействующих с волной электронов заметная нелинейность появляется при сравнительно малой амплитуде радиоволн, а проявления нелинейности многочисленны и необычны.

Экспериментальные измерения сделаны в основном на висмуте, который является очень удобным модельным объектом. Малость циклотронных масс у электронов этого металла позволяет наблюдать нелинейные эффекты при минимальных амплитудах переменного поля. Дополнительные удоб-

ства связаны со сравнительной простотой ферми-поверхности и с тем обстоятельством, что линейные свойства висмута исследованы исключительно детально. Отдельные измерения относятся к типичным металлам — олову, галлию. Вообще нет никаких ограничений для того, чтобы наблюдать рассматриваемые ниже эффекты в металлах с большой концентрацией носителей тока. Требуется лишь наличие большой ($l \gg \delta$) длины свободного пробега электронов — свойство, присущее любому чистому и совершенному металлическому кристаллу при низких температурах.

2. ИСТОЧНИКИ И ОПТИМАЛЬНЫЕ УСЛОВИЯ НАБЛЮДЕНИЯ НЕЛИНЕЙНОСТИ

а) Система уравнений

Система уравнений, описывающих поведение металла в электромагнитном поле, состоит из уравнений Максвелла и материального уравнения, характеризующего свойства среды. Последнее задает связь между величиной приложенного поля и возникающим в металле током. Оно само должно быть получено из микроскопического рассмотрения, например, путем решения уравнения Больцмана:

$$\mathbf{v} \frac{\partial f}{\partial \mathbf{r}} + e \left(\mathbf{E} + \frac{1}{c} [\mathbf{v} \mathbf{H}] \right) \frac{\partial f}{\partial \mathbf{p}} = -J(f); \quad (1)$$

здесь f — функция распределения электронов, \mathbf{E} и \mathbf{H} — напряженности электрического и магнитного полей соответственно, $J(f)$ — интеграл столкновений ($J(f_0) = 0$, где $f_0 = (\exp[(\epsilon - \epsilon_F)/k_B T] + 1)^{-1}$ — фермиевская функция, соответствующая температуре решетки). Поле \mathbf{H} включает в себя как постоянное поле, так и поле электромагнитной волны.

Уравнение Больцмана является нелинейным интегро-дифференциальным уравнением. Обычно (см., например, ²⁹) нелинейные эффекты предполагаются слабыми и производится линеаризация этого уравнения. Считают, что функция распределения мало изменена по отношению к своему равновесному значению $f = f_0 + g$ ($g \ll 1$) и, представив уравнение (1) в виде

$$e\mathbf{E} \frac{\partial f_0}{\partial \mathbf{p}} + \mathbf{v} \frac{\partial g}{\partial \mathbf{r}} + e \left\{ \mathbf{E} + \frac{1}{c} [\mathbf{v} (\mathbf{H}_\sim + \mathbf{H})] \right\} \frac{\partial g}{\partial \mathbf{p}} = -J(f), \quad (2)$$

опускают ответственные за нелинейность члены $e\mathbf{E} \partial g / \partial \mathbf{p}$ и $(e/c) [\mathbf{v} \mathbf{H}_\sim^2]$, а вместо точной записи интеграла столкновений, также являющегося источником нелинейности, вводит его модельную запись $J(f) = g/\tau$. При этом плотность электрического тока $\mathbf{j} \sim \int e \mathbf{v} g d^3 p$ пропорциональна величине электрического поля E .

Стандартный путь решения уравнения (2) с нелинейными членами состоит в разложении электромагнитных полей и добавки к функции распределения в ряд по гармоникам основной частоты:

$$\begin{aligned} E &= E_1(\omega) + E_2(2\omega) + \dots, \\ H_\sim &= H_1(\omega) + H_2(2\omega) + \dots, \\ g &= g_1(\omega) + g_2(2\omega) + \dots, \\ (E_1(\omega) &\sim \cos \omega t \sim (e^{i\omega t} + e^{-i\omega t})). \end{aligned}$$

При этом $g_n \sim E_n \sim H_n \sim E_1^n$, поэтому можно использовать для решения метод последовательных приближений, выделяя в уравнении члены, соответствующие все более высоким гармоникам частоты ω . Заметим, что g_2 содержит и добавку, относящуюся к выпрямленному току, поскольку в g_2

имеется член g_0 , не зависящий от ω , пропорциональный произведению $e^{i\omega t} e^{-i\omega t}$. Этот член в дальнейшем будет представлять для нас особый интерес, так как большая часть рассматриваемых ниже эффектов связана с детектированием переменного тока в металлах.

Удобно в уравнении для n -й гармоники удерживать не все ответственные за нелинейность члены, а только те из них, которые являются основными источниками нелинейности. С этой целью можно оценить их относительную величину и выбрать наибольшие. (В дальнейшем нас будет интересовать лишь уравнение для второй гармоники частоты ω , поэтому все оценки будем делать для этого уравнения.) Сравнение относительных величин различных членов следует производить достаточно аккуратно, поскольку может оказаться, что тот или иной член преобладает для небольшой электронной группы, но сама эта группа не вносит заметного вклада в ток соответствующей гармоники. Кроме того, член, связанный с магнитным полем, вообще не действует на изотропную часть $g = g(\epsilon)$ добавки к функции распределения т. е. часть, зависящую только от энергии. Ниже мы обсудим вопрос о возможности создания в металлах большой изотропной добавки к функции распределения («разогрева» электронной системы), пока же будем предполагать, что добавка к функции распределения в основном анизотропна.

б) Случай анизотропной добавки к функции распределения

Произведем оценку величин трех ответственных за нелинейность членов в уравнении Больцмана. Сравним сначала $a_1 = eE_1 \partial g_1 / \partial p$ и $a_2 = (e/c) [vH_1] \partial g_1 / \partial p$. В случае нормального скин-эффекта электронное

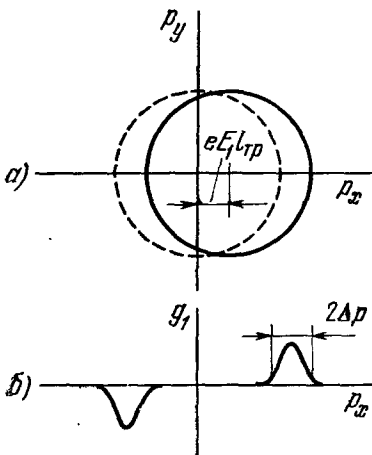


Рис. 1. Изменение функции распределения электронов в скин-слое в случае нормального скин-эффекта.

а) График $f(\epsilon) = \text{const} < 1$; б) добавка к равновесной функции распределения $g_1(p_x)$ при $p_y = 0$.

распределение периодически сдвигается так, как это показано на рис. 1. Добавка к функции распределения на первой гармонике по порядку величины равна $g_1 \sim (\partial f_0 / \partial \epsilon) \Delta \epsilon \sim eE_1 l_{tr} / k_B T$ ($l_{tr} = v\tau_{tr}$ — транспортная длина свободного пробега электронов). В импульсном пространстве g_1 спадает до нуля на расстоянии (см. рис. 1) порядка $\Delta p \sim k_B T / (\partial \epsilon / \partial p) \sim k_B T / v$ (v — фермиевская скорость). Поэтому $a_1 \sim (eE_1 l_{tr} / k_B T)^2 \tau_{tr}^{-1}$. В a_2 входит компонента $\partial g_1 / \partial p$, перпендикулярная к скорости электрона, по порядку величины равная g_1 / mv , где m — масса электрона. Отношение a_1 / a_2 поэтому равно $a_1 / a_2 \sim (c/v) (E_1 / H_1) \epsilon_\phi / k_B T \sim (\omega \delta / v) \epsilon_\phi / k_B T$, где учтено, что $E_1(\omega) \sim (\omega / c) \delta H_1$.

Согласно этой оценке в типичном металле при $\epsilon_\phi \sim 10$ эВ вклады в нелинейность от электрического и магнитного поля волны сравниваются (при температурах порядка 1 К) на частотах $\omega \sim 10^9$. На более низких частотах превалирует вклад от магнитного поля волны.

В условиях аномального скин-эффекта заметное изменение функции распределения имеется лишь в узком угловом интервале α вблизи тех точек ферми-поверхности, на которых скорость электрона параллельна поверхности образца (рис. 2). Эти «эффективные» электро-

ны вносят основной вклад в проводимость. При отсутствии постоянного магнитного поля угловой интервал α имеет порядок δ/l . (Здесь $l=vt$ — длина пробега по отношению к малоугловому рассеянию. Если рассеяние электронов происходит в основном на примесях или вакансиях, то l и $l_{\text{тр}}$ совпадают. Если же превалирует рассеяние на фононах, то при низких температурах $l < l_{\text{тр}}$). В магнитном поле величина $\alpha \sim \sqrt{\delta/r}$, где $r = vmc/eH$ — радиус ларморовской орбиты электрона ($\delta \ll r \ll l$). Из-за малости α величина a_2 при аномальном скин-эффекте дополнительно возрастает. Отношение a_1/a_2 в этом случае еще более уменьшается: $a_1/a_2 \sim \sim \alpha \epsilon_{\text{ф}} \omega \delta / vk_{\text{Б}} T$. При $\omega t \ll 1$ отношение $a_1/a_2 \ll 1$ вплоть до температур порядка 0,1 К. Вообще температурная зависимость в этой оценке имеет случайный характер и связана с тем, что мы оцениваем отношение отдельных членов в кинетическом уравнении, а не отношение соответствующих токов.

Несколько сложнее оценить вклад в нелинейные эффекты от интеграла столкновений. Этот вклад возникает как следствие принципа Паули. Интеграл столкновений имеет вид

$$J = \frac{2}{(2\pi\hbar)^3} \int [(1 - f_{\mathbf{p}'}) f_{\mathbf{p}} w_{\mathbf{p}\mathbf{p}'} - f_{\mathbf{p}'} (1 - f_{\mathbf{p}}) w_{\mathbf{p}'\mathbf{p}}] d^3 p'. \quad (3)$$

Если $w_{\mathbf{p}\mathbf{p}'} = w_{\mathbf{p}'\mathbf{p}}$, как в случае рассеяния на примесях и дефектах, из интеграла столкновений выпадают произведения $f_{\mathbf{p}'} f_{\mathbf{p}}$. Поэтому рассеяние на таких центрах не приводит к нелинейной зависимости интеграла столкновений от приложенных полей. Иначе дело обстоит при рассеянии электронов на фононах. Так как вероятность поглотить фотон с волновым вектором \mathbf{q} пропорциональна числу фононов $N(\mathbf{q})$, а вероятность испустить такой фотон пропорциональна $N(\mathbf{q}) + 1$, $w_{\mathbf{p}\mathbf{p}'} \neq w_{\mathbf{p}'\mathbf{p}}$, и интеграл столкновений на фононах содержит член зависящий от произведения $g(\mathbf{p})g(\mathbf{p}')$:

$$a_3 \sim \frac{\Delta^2 g(\mathbf{p})}{8\pi^2 N_{\text{а}} M_{\text{а}} s} \int g g(\mathbf{k}') \delta(\epsilon_{\mathbf{k}'} - \epsilon_{\mathbf{k}'+\mathbf{q}} + \hbar q s) d^3 k' \sim \frac{g_1^2}{\tau_{\text{эф}}} \alpha, \quad (4)$$

где $N_{\text{а}}$ — число атомов в единице объема, $M_{\text{а}}$ — масса атомов, s — скорость звука, α — угловой интервал в p -пространстве, в котором $g_1(p)$ отлично от нуля, Δ — деформационный потенциал.

Время $\tau_{\text{эф}}$ является полным временем электрон-фононного рассеяния и связано с транспортным временем релаксации соотношением $\tau_{\text{эф}} = \tau_{\text{эф}}^{\text{тр}} (T/\theta)^2$, где θ — температура Дебая. Экспериментально $\tau_{\text{эф}}$ может быть измерено при изучении температурной зависимости таких эффектов, как циклотронный резонанс или радиочастотный размерный эффект, в которых существенно рассеяние электронов на небольшие углы.

В реальных металлах при температурах около 4 К $\tau_{\text{эф}}$ порядка $\tau^{\text{зо}}$. Это означает, что при нормальном скин-эффекте $a_3 \sim a_1$, а в условиях аномального скина $a_3 \ll a_1$. Мы не рассматриваем случай электрон-электронного рассеяния, поскольку во всех металлах, за исключением, быть может, переходных $\tau_{\text{ее}} \gg \tau_{\text{эф}}$.

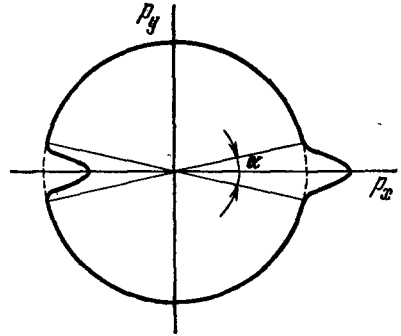


Рис. 2. Функция распределения электронов в скин-слое для случая аномального скин-эффекта. График $f(\epsilon) = \text{const} < 1$.

в) О возможности разогрева
электронной системы в металлах

Для получения «теплой» электронной системы в металле, т. е. возмущенной электронной системы, у которой изотропная часть добавки к функции распределения $g(\epsilon)$ превышает анизотропную, необходимо, чтобы релаксация электронов по импульсу происходила гораздо быстрее, чем по энергии. Потеря энергии электронной системой при низких температурах происходит за счет испускания акустических фононов. В типичном металле электрон в каждом акте испускания фонона полностью теряет избыток энергии, который делал его нетепловым. Действительно, максимальный импульс, который может быть у излучаемого фонона, равен фермиевскому, а энергия такого фонона порядка $k\theta$, поэтому меньшие энергии электрон может терять в одном акте испускания фонона. В результате время релаксации по энергии τ_ϵ по порядку величины совпадает со временем электрон-фононного рассеяния $\tau_{\epsilon\phi}(\epsilon)$ и в чистых металлах равно или даже меньше, чем время релаксации по импульсу.

Релаксацию электронов по импульсу можно ускорить за счет введения в металл примесных атомов. Поскольку рассеяние на примеси упруго, релаксация электронной системы по энергии от введения примеси не изменится, и будет выполнено условие $\tau_\epsilon \sim \tau_{\epsilon\phi} \gg \tau$. В переходных металлах время электрон-электронного рассеяния является достаточно коротким (см., например, ³¹), $\tau_{ee} \ll \tau_\epsilon$. Интенсивный обмен энергией между электронами приведет в этом случае к установлению теплового равновесия в электронной системе. У остальных металлов соотношение времен обратное, $\tau_\epsilon \sim \tau_{\epsilon\phi} \ll \tau_{ee}$, поэтому тепловое равновесие в электронной системе не устанавливается. Тем не менее в дальнейшем для оценок по порядку величины мы будем использовать электронную температуру T_e , имея в виду, что в низкочастотных полях заметное возмущение электронной системы существует лишь вблизи ферми-уровня и изотропная часть функции распределения приближенно может быть представлена в виде $f_0 + (\pi^2/6)(k_B T_e)^2 \partial^2 f_0 / \partial \epsilon^2$.

В полуметаллах, где размеры ферми-поверхности невелики, релаксация по энергии может происходить значительно медленнее, чем по импульсу даже при отсутствии примеси. Если характерный размер ферми-поверхности равен p_ϕ , то при $k_B T_e \gtrsim k_B T > p_\phi s$ охлаждение электронной системы происходит за счет испускания фононов с энергией порядка $p_\phi s$. При температурах $k_B T \gg p_\phi s$ потеря энергии электронами затруднена из-за выравнивания вероятностей поглощения и испускания фононов ³².

Действительно, число фононов с энергией порядка $p_\phi s$ пропорционально функции распределения Бозе — Эйнштейна

$$N \sim (e^{-p_\phi s / k_B T} - 1)^{-1} \sim \frac{k_B T}{p_\phi s} \gg 1. \quad (5)$$

Поэтому вероятность испустить фонон с энергией $p_\phi s$, пропорциональная $N+1$, почти совпадает с вероятностью поглотить такой же фонон, пропорциональной N . Другими словами, один акт потери энергии электронной системой в среднем приходится на $(2N+1)$ актов рассеяния электронов на фононах с потерей импульса. Энергия, теряемая электронной системой в единице объема и за единицу времени, имеет вид $p_\phi s (p_\phi s / k_B T) \times \times k_B [(T_e - T) / \tau_{\epsilon\phi}^{\frac{1}{2}}] n / \epsilon_\phi$, где учтено, что доля электронов, способных терять энергию излучением фононов, порядка $k_B (T_e - T) / \epsilon_\phi$ от общего числа n электронов в единице объема. Потерю энергии электронной системой можно представить в виде $\delta \epsilon / \tau_\epsilon$; здесь $\delta \epsilon \sim k_B^2 (T_e^2 - T^2) n / \epsilon_\phi$. Приравняв два выражения для мощности, теряемой электронами, найдем

$\tau_a \sim (k_B T / p_{\text{ф}} s)^2 \tau_{\text{эф}} \gg \tau_{\text{эф}}$. Более строго это соотношение получено Грином³³.

Если рассматриваемый участок ферми-поверхности имеет вид длинного тонкого эллипсоида, то в квантующем магнитном поле подобное соотношение между временами релаксации по импульсу и по энергии может быть сохранено вплоть до очень низких температур порядка Ps/k , где P — минимальный размер эллипсоида. Чтобы в этом убедиться, будем считать электронный спектр металла квадратичным, $\epsilon = (p_x^2 + p_y^2)/2m + (p_z^2/2M)$, а эффективные массы m и M сильно различающимися, $M \gg m$. Ферми-поверхность при этом имеет вид эллипсоида вращения, вытянутого вдоль оси z . Вдоль этой оси направлено магнитное поле H . В квазиклассическом приближении разрешенные состояния в импульсном пространстве располагаются на цилиндрических трубках, оси которых параллельны магнитному полю (рис. 3).

Ограничимся рассмотрением электронов только на той трубке, которая касается исходной ферми-поверхности при $p_z = 0$. На ней заняты состояния в пределах $2\Delta p \sim 2\sqrt{2k_B T_e M}$. Поскольку наличие квантования предполагает, что $\hbar\Omega = \hbar(eH/mc) \gg k_B T_e$, переходы с одной трубки на другую без изменения p_z невозможны вследствие принципа Паули. Рассеяние электронов могло бы происходить вдоль ферми-поверхности. Будем однако считать, что расстояние до ближайшей трубки p_1 , найденное из условия $p_1^2/2M = \hbar\Omega$ ($p_1 \gg \Delta p$), может значительно превышать импульс фонона $p_1 \gg k_B T_e/s$. Другими словами, будем предполагать выполненной следующую цепочку неравенств:

$$\epsilon_{\text{ф}} \gg \hbar\Omega \gg \frac{(k_B T_e)^2}{Ms^2} \gg \frac{m}{M} \epsilon_{\text{ф}}, \quad T_e \gg T. \quad (6)$$

При выполнении этих неравенств электроны рассеиваются лишь в пределах одной цилиндрической трубки, характерные размеры которой малы по сравнению с импульсом теплового фонона. По причинам, обсуждавшимся выше, и в этом случае следует ожидать $\tau_a \sim (k_B T / Ps)^2 \tau_{\text{эф}}$. Более подробно этот вопрос рассмотрен в³⁴.

В реальных металлах, кроме участков с малыми размерами ферми-поверхности, имеются большие участки поверхности, на которых релаксация электронов по энергии происходит быстро. Поэтому перемешивание электронов различных групп, т. е. переходы между разными участками ферми-поверхности, даже если они происходят в результате рассеяния на примеси и сохраняют энергию рассеивающегося электрона, способны уменьшить время релаксации по энергии у электронов рассматриваемой группы.

До сих пор предполагалось, что температура фононной системы остается неизменной. Выясним теперь, в каких условиях фононная система сможет играть роль термостата. Оценим характерное время релаксации фононной системы $\tau_{\text{ф}}$. В типичном металле энергия, отдаваемая электроном в одном акте испускания фонона, порядка $k_B T_e$, поэтому в единице объема в фононную систему перекачивается мощность $k_B T_e n [k_B (T_e - T) / \epsilon_{\text{ф}} \tau_{\text{эф}}] = u$. Эта мощность расходуется на увеличение температуры фононной системы $u = k_B n (T/\theta)^3 dT/dt \sim k_B n (T/\theta)^3 (T_e - T) / \tau_{\text{ф}}$. Отсюда³

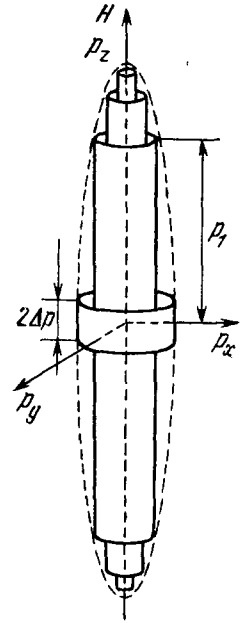


Рис. 3. Электронный спектр в квантующем магнитном поле.

$\tau_\phi \sim \tau_{e\phi} (\epsilon_\phi/k_B\theta) (T/\theta)^2$. На частотах $\tau_a \ll \omega^{-1} \ll \tau_\phi$ фононная система имеет лишь средний нагрев, определяемый тепловым балансом кристалла, в то время как температура электронной системы осциллирует на частотах, кратных ω . При $\tau_\phi \ll \omega^{-1}$ может осциллировать температура всего кристалла как целого.

В полуметаллах, где число электронов n мало по сравнению с количеством атомов кристаллической решетки в единице объема N_a , $\tau_\phi \sim (N_a/n)\tau_{e\phi} (\epsilon_\phi/k_B\theta) (T/\theta)^2$. Поэтому $\tau_\phi \gg \tau_a$ вплоть до температур ~ 1 К.

Оценим теперь возможный вклад разогрева электронной системы в нелинейные эффекты. Будем предполагать, что $\tau \ll \tau_a \ll \omega^{-1} \ll \tau_\phi$. Поскольку нас интересует лишь оценка изотропной части добавки и функции распределения, вместо решения системы (2) уравнений для изотропной и анизотропной части g^{35} воспользуемся балансом энергии, поступающей и уходящей из электронной системы. Через единицу площади поверхности в образец поступает мощность $\sim \delta \omega H_1^2/4\pi$. Среднее расстояние, на котором электрон теряет свою энергию, равно $l_a \sim l\sqrt{\tau_a/\tau}$ при отсутствии постоянного магнитного поля и $l_a \sim (v/\Omega)\sqrt{\tau_a/\tau}$ в сильном магнитном поле, где $\Omega\tau \gg 1$. В простейшей ситуации нормального скин-эффекта, когда выполнено условие $l_a \ll \delta$, полученная электронной системой энергия передается фононам в пределах скин-слоя. Условие баланса энергий дает тогда:

$$\omega \delta \frac{H_1^2}{4\pi} = \frac{\partial n}{\partial \epsilon} \frac{k_B^2 (T_e^2 - T^2)}{\tau_a} \delta. \quad (7)$$

Отсюда при $T_e - T \ll T$ имеем $T_e - T \sim k_B^{-1}(3/8\pi) (H_1^2/n) (\epsilon_\phi^*/k_B T) \times \times \omega \tau_a$. В уравнении для анизотропной части функции распределения появится член $a_4 = v \partial g_\pi / \partial r \sim v (\partial f_0 / \partial T) \nabla T_e \sim (e E_1 l_{tr} / k_B T)^2 \tau_{tr}^{-1} (\tau_a / \tau_{tr}) \times \times (l_{tr} / \delta)$. Отношение $a_4/a_2 \sim \omega \tau_a \epsilon_\phi / k_B T$ может быть большим на сравнительно низких частотах, так что в условиях нормального скин-эффекта при $l_a \ll \delta$ учет влияния разогрева оказывается существенным при изучении нелинейных свойств.

При нормальном скин-эффекте возможно иное соотношение между l_a и δ : $l \ll \delta \ll l_a$. По отношению к разогреву электронной системы этот случай ни чем не отличается от аномального скин-эффекта. В правой части равенства (7) вместо δ будет теперь стоять l_a , а при заданном H_1 разница в температурах электронов и решетки уменьшится в l_a/δ раз, кроме того, уменьшится в то же количество раз градиент температуры. В результате $a_4/a_2 \sim \omega \tau (\epsilon_\phi/k_B T) (\delta/l) \delta/l_a \ll 1$, и проявления разогрева электронной системы в этих условиях будут слабыми.

г) У с л о в и я н а б л ю д е н и я

Итог предыдущего рассмотрения состоит в том, что при $\omega\tau \ll 1$ в чистых металлах основным источником нелинейности является магнитное поле волны. Попытаемся теперь найти условия, в которых нелинейные явления можно наблюдать при наименьшей амплитуде радиоволн. С этой целью найдем для разных случаев характерную амплитуду падающей на металл радиоволны h , начиная с которой нелинейность становится заметной. (В случае слабой нелинейности поля и токи могут быть представлены в виде ряда по H_1/h .)

1) Слабое постоянное магнитное поле $H < H_1$. В условиях нормального скин-эффекта нелинейность возникает как следствие влияния магнитного поля волны на проводимость. Зависимость про-

водимости от магнитного поля становится сильной, когда $\Omega\tau_{\text{тр}} = (eH_1/mc)\tau_{\text{тр}} \gg 1$, откуда характерное значение амплитуды переменного поля

$$h_{\text{н}} = \frac{mc}{e\tau_{\text{тр}}}. \quad (8)$$

При аномальном скин-эффекте влияние магнитного поля волны проявляется, как только длина пути эффективного электрона внутри скин-слоя становится меньше длины свободного пробега и эффективные электроны успевают вылететь из скин-слоя в промежутке между двумя актами рассеяния. Длина пути электрона в скин-слое равна $2\sqrt{2\delta\nu/\Omega}$. Приравнявая эту величину длине свободного пробега l , получим

$$h_a = 8 \frac{mc}{e\tau} \frac{\delta_l^2}{l}. \quad (9)$$

2) К в а н т у ю щ е е м а г н и т н о е п о л е. Вследствие эффекта Шубникова — де Гааза проводимость металла осциллирует при изменении магнитного поля. Можно ожидать появления заметной нелинейности, когда амплитуда волны сравнима с периодом осцилляций. Минимальный период найдем из условия разрешенности квантовых уровней $\hbar\Omega \sim 2\pi^2 k_B T$. Отсюда

$$h_{\text{н}} \sim \frac{mc}{e\hbar} \frac{(\hbar\Omega)^2}{e\phi} \sim \frac{mc}{e\hbar} \frac{(\pi^2 k_B T)^2}{e\phi}. \quad (10)$$

Численная оценка приведенных характерных значений h по формулам (8)—(10) показывает, что наиболее слабые требования на амплитуду переменного поля при $T \sim 1$ К наложены в малом постоянном магнитном поле при аномальном скин-эффекте. Именно этому случаю посвящено все дальнейшее изложение.

Величина h_a не велика. Приведем в качестве примера цифры, относящиеся к висмуту. Наиболее легкая масса носителей $m \sim 10^{-29}$ г, длина свободного пробега носителей при гелиевых температурах $l \sim 10^{-1}$ см, $v \sim 10^8$ см/с, а глубина скин-слоя на частоте в 1 мГц порядка 10^{-3} см, поэтому $h_a \sim 10^{-2}$ Э. В типичном металле при прочих равных условиях эффективные массы электронов в сто раз больше, но зато глубина скин-слоя на порядок меньше из-за увеличения числа носителей тока, поэтому $h_a \sim 10^{-1}$ Э.

3. НЕЛИНЕЙНЫЙ РАЗМЕРНЫЙ ЭФФЕКТ

а) Качественное рассмотрение

Рассмотрим сначала простейший случай нелинейности в условиях аномального скин-эффекта, а именно тот случай, когда амплитуда переменного поля на поверхности металла мала по сравнению с величиной внешнего постоянного магнитного поля H_0 . При этом электронные траектории сформированы постоянным магнитным полем, а магнитное поле волны лишь слабо искажает их внутри скин-слоя. Будем предполагать выполненными неравенства $\omega\tau \ll 1 < \Omega\tau$, $\delta \ll r = v/\Omega$. В таких условиях можно считать, что движение электронов происходит в квазистатическом, но пространственно сильно неоднородном электромагнитном поле. Поскольку сдвиг фаз между переменным электрическим $E_1(\omega)$ и магнитным $H_1(\omega)$ полями отличен от $\pi/2$, собственное магнитное поле волны, наложенное на постоянное магнитное поле H_0 , приводит к неэквивалентности двух полупериодов переменного тока. Неэквивалентность полупери-

одов обусловлена изменением длины пути эффективных электронов в скин-слое. В результате у поверхности образца появляется электрический ток, пропорциональный произведению $H_1 E_1$ и имеющий постоянную составляющую. Выпрямленный ток пространственно неоднороден, он затухает на расстоянии порядка δ от поверхности. Легко получить оценку для плотности постоянного тока j_2 , если поле H_0 параллельно поверхности металла.

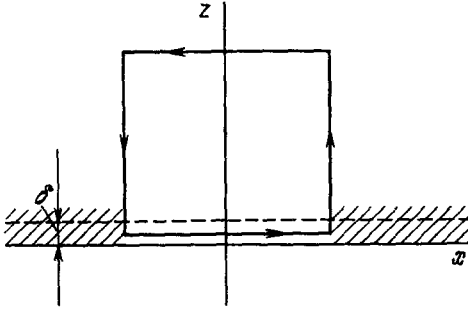


Рис. 4. Контур интегрирования в (11).

Электроны экстремальных сечений ферми-поверхности. Можно ожидать, что наличие постоянного тока, сосредоточенного у поверхности образца, аналогичным образом приведет к возникновению в толще образца всплесков постоянного тока. Вообще всякое неоднородное распределение полей может переноситься электронами. Недавно, например, обнаружен перенос по цепочке траекторий неоднородных деформаций в металлах³⁷⁻³⁹. Перенос неоднородного постоянного тока, однако, обладает некоторой спецификой. Дело в том, что появление всплеска постоянного тока в общем случае не сопряжено с появлением постоянного электрического поля. Чтобы в этом убедиться, достаточно представить металлический образец занимающим полупространство $z > 0$ и применить одно из уравнений Максвелла в интегральном виде:

$$\oint \mathbf{E} d\mathbf{r} = -c^{-1} \frac{\partial}{\partial t} \int H_n df. \quad (11)$$

Контур интегрирования показан на рис. 4. Поскольку в толще металла $E = 0$ и среднее значение от производной магнитного потока по времени, взятое за времена, большие по сравнению с ω^{-1} , также обращается в нуль, сразу же получаем, что неоднородный постоянный ток в этих условиях не сопряжен с появлением постоянного электрического поля. Отсутствие электрического поля во всплеске приводит к тому, что всплеск может быть перенесен лишь на то расстояние, куда непосредственно доходят побывавшие в нем электроны. Другими словами, не может возникнуть цепочки всплесков постоянного тока за счет переноса постоянного тока по цепочке орбит. Тем не менее цепочки всплесков постоянного тока существуют. Это происходит из-за переноса по цепочке орбит тока первой гармоники и нелинейных эффектов в глубинных всплесках тока первой гармоники.

Происходит это так. В магнитном поле, параллельном поверхности металла, электроны экстремального сечения ферми-поверхности, побывавшие в скин-слое, при своем движении по траектории вновь сфокусируются на глубине $2r$ и воспроизведут на этой глубине всплеск постоянного тока. На этом же расстоянии от поверхности имеется всплеск полей H_1 и E_1 , приводящий к появлению постоянного тока на глубине $2r$ и $4r$, и так далее.

Высокочастотный ток $j(\omega)$ пропорционален $\sigma_0 E_1 \delta r^{-1}$, где σ_0 — статическая проводимость. Учет влияния магнитного поля волны следующим способом: $j_2 \sim \sim H_1 dj_1/dH_0$. Используя оценку $H_1 \sim cE_1/\omega\delta$, получим $j_2 \sim \sim \sigma_0 E_1 (\omega\tau)^{-1} eE_1 l e_{\Phi}^{-1}$.

Как известно³⁶, при наличии постоянного магнитного поля в условиях аномального скин-эффекта в толще металла могут возникать всплески высокочастотного тока, появление которых обусловлено баллистическим движением элект-

Из приведенных соображений ясно, что аналогичная система всплесков возникнет и для тока \tilde{j}_2 на частоте 2ω .

В образце ограниченных размеров наличие системы всплесков постоянного тока, расстояние между которыми определяется величиной внешнего магнитного поля H_0 , должно привести к появлению нелинейного размерного эффекта, подобного радиочастотному размерному эффекту³⁶. Нелинейный размерный эффект проявляется как особенность магнитного момента пластины при достижении внешним магнитным полем значений $H_N = N2\hbar mc/ed$, где d — толщина пластины, а N — целое число. Сам магнитный момент возникает в результате детектирования переменного поля в скин-слое и глубинных всплесках в толще образца.

Выход всплеска постоянного тока в противоположный скин-слой является не единственной причиной, приводящей к нелинейному размерному эффекту. В том магнитном поле, где диаметр орбиты электронов сравнивается с толщиной образца, вклад в размерный эффект на токе j_2 , пропорциональный $E_1(0)E_1(1)$ (где $E_1(N)$ — амплитуда высокочастотного поля в N -м всплеске), дает изменение числа возвращений электронов в скин-слой, связанное с рассеянием электронов на противоположной стороне пластины. Величина этого вклада определяется степенью зеркальности рассеяния электронов на поверхности образца. Однако отсечка электронных орбит не может давать вклада в нелинейный размерный эффект в полях, соответствующих совпадению толщины образца с несколькими диаметрами электронных орбит.

Добавочный постоянный ток в скин-слое, пропорциональный $E_1(0)E_1(N)$, появляется также при выходе на поверхность очередного всплеска высокочастотного поля. Вклады в нелинейный размерный эффект, вносимые выходом на поверхность всплесков высокочастотного и постоянного тока, одинаковы по порядку величины и экспериментально не различимы. В любом случае ширина линии нелинейного размерного эффекта будет определяться глубиной скин-слоя на частоте ω , поэтому увеличение частоты переменного поля должно приводить к сужению линий.

б) Структура всплесков постоянного тока

Расчет распределения постоянного тока во всплесках основан на использовании метода последовательных приближений так, как это изложено в п. а) гл. 2. Соответствующие уравнения для добавок к функции распределения, ответственных за ток первой гармоники и постоянный ток, имеют вид

$$v_z \frac{\partial f_1}{\partial z} + \Omega \frac{\partial f_1}{\partial \varphi} + \tau^{-1} f_1 = e E_1 v, \quad (12)$$

$$v_z \frac{\partial f_2}{\partial z} + \Omega \frac{\partial f_2}{\partial \varphi} + \tau^{-1} f_2 = -\frac{e}{2mc} \operatorname{Re} \left(H_1 \frac{\partial f_1^*}{\partial \varphi} \right), \quad (13)$$

где звездочка означает комплексное сопряжение, $g_1(\omega) = f_1 \partial f_0 / \partial \varepsilon$, $\varphi = \Omega t$ — безразмерное время движения электрона по орбите. Предполагается, что металл занимает полупространство $z > 0$, электрическое поле E_1 ориентировано вдоль оси x , а постоянное магнитное поле H_0 — вдоль оси y . Решение уравнения (12) хорошо известно (см., например,^{40,36}). Электрическое поле $E_1(z)$ проникает в глубь образца, образуя всплески при значениях z , кратных $2r = D$.

Уравнение (13) решено для случая цилиндрической ферми-поверхности с осью цилиндра, параллельной внешнему магнитному полю, в работе⁹. В результате довольно громоздких выкладок получено следующее

выражение для плотности тока:

$$j_2(z) = \frac{\sigma_0 e}{2\pi\omega r} \operatorname{Im} \{ 2E_1(z) \tilde{E}_1^*(z) + E_1(z) [E_1(z-2r) - E_1^*(z+2r)] \}, \quad (14)$$

$$\tilde{E}_1(z) = \pi^{-1} \int_0^\infty \sin(qz) E_1(q) dq, \quad r = \frac{v}{\Omega},$$

где $E_1(q)$ — фурье-компонента поля первой гармоники. Величина тока j_2 совпадает с оценкой, полученной ранее качественным способом. Распределение постоянного тока по

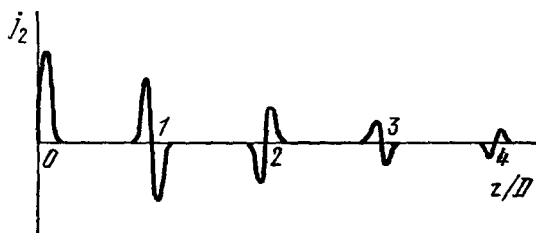


Рис. 5. Зависимость плотности постоянного тока j_2 от расстояния до поверхности металла.

толщине образца при произвольных z можно найти, используя приведенную в ⁴⁰ зависимость $E_1(z)$. Такое распределение схематически изображено на рис. 5.

При значениях z , кратных $D = 2r$, возникают антисимметричные всплески постоянного тока. Амплитуда всплесков при больших номерах N убывает по закону $N^{-2/3}$, а знаки всплесков чередуются. Постоянного

электрического поля не возникает, однако ток j_2 вызывает появление постоянного магнитного поля \mathcal{H} , величина которого с точностью до численного множителя порядка единицы равна $H_1^2(0)/(2\pi)^3 H_0$, а направление противоположно направлению внешнего магнитного поля H_0 .

Как видно из структуры формулы (14), величина выпрямленного тока в N -м всплеске чувствительна лишь к величине электрического поля у ближайших соседей. Это как раз и соответствует отсутствию переноса всплесков постоянного тока по цепочке электронных траекторий.

в) Экспериментальное наблюдение нелинейного размерного эффекта

Полуметалл — висмут является пока единственным объектом, на котором наблюдали нелинейный размерный эффект, хотя нет никаких оснований думать, что в металлах с большой концентрацией носителей тока наблюдать его сколько-нибудь труднее. Дело в том, что выделяемая в образце мощность, пропорциональна $H_1^2 \delta \sim H_1^2 n^{-1/3}$, поэтому при том же перегреве образца относительно гелиевой ванны поле H_1 может быть увеличено в $n^{1/6}$ раз. Так как магнитный момент образца порядка H_1^2/H_0 , а поле H_0 , в котором наблюдаются линии размерного эффекта, пропорционально $n^{1/3}$, в этом поле можно получить магнитный момент той же величины, что и в висмуте, не увеличивая перегрева образца.

Наиболее прямым методом наблюдения нелинейного размерного эффекта было бы непосредственное измерение магнитного поля в толще образца в зависимости от величины внешнего магнитного поля. Реальные измерения⁹, однако, сделаны иначе. В них использована модуляционная техника, позволяющая значительно повысить чувствительность экспериментальных устройств.

Образец, имевший форму плоскопараллельной пластины, был помещен внутрь системы из трех катушек индуктивности так, как это показано на рис. 6. Система катушек индуктивности вместе с образцом помещалась непосредственно в гелиевую ванну. Одна из катушек (катушка 3 на рис. 6)

использовалась для создания переменного электромагнитного поля в диапазоне частот 0,5—2,5 Мгц с амплитудой $H_1(0)$ вплоть до 5 Э. При таких амплитудах магнитного поля перегрев образца относительно гелиевой ванны не превышал 0,2 К. Две другие катушки составляли мостовую схему, работавшую на частотах от 100 до 1000 Гц. На частотах ниже 1000 Гц переменное магнитное поле было практически однородным по толщине образца. Амплитуда низкочастотного переменного поля H_M составляла 0,1 Э.

Сигнал с приемной катушки поступал на фильтр, подавлявший высокую частоту, а затем, после узкополосного усиления и синхронного детектирования, на y -координату самопишущего потенциометра. На x -координату потенциометра подавалось напряжение, пропорциональное величине постоянного магнитного поля H_0 . Магнитное поле H_0 было направлено параллельно плоскости образца.

Радиочастотный размерный эффект на электронах у образцов висмута с толщинами порядка 10^{-1} см наблюдается в полях $H_0 \sim 1$ Э. Напомним, что ферми-поверхность висмута состоит из трех электронных и одной дырочной поверхностей, по форме весьма близких к эллипсоидам. Дырочный эллипсоид вытянут вдоль тригональной оси C_3 , а большие оси электронных поверхностей лежат в плоскостях симметрии и наклонены по отношению к плоскости, перпендикулярной к C_3 на угол в $6^\circ 23'$. Электронный эллипсоид сильно вытянут. Его максимальный размер превышает минимальный в 13,9 раз. Минимальная циклотронная масса у электронов порядка $10^{-2} m_e$. Более подробные данные о ферми-поверхности висмута можно найти в обзорах ⁴¹⁻⁴⁴, специально посвященных этому вопросу.

Небольшая величина магнитного поля, в котором наблюдается размерный эффект, требовала компенсации земного магнитного поля. Точность компенсации составляла 1%.

Поскольку оси низкочастотных катушек были взаимно перпендикулярны, в отсутствие высокочастотного электромагнитного поля не было и сигнала с приемной катушки. Включение высокочастотного поля приводило согласно (14) к появлению постоянного тока в скин-слое и возникновению в толще образца всплесков постоянного тока. В результате у образца появлялся макроскопический магнитный момент, величина и направление которого определялись суммой полей $H_0 + H_M \sin \omega_M t$. В общем случае направление постоянного магнитного поля не совпадало с осью какой-либо из низкочастотных катушек, и модуляция осуществлялась как по величине, так и по направлению магнитного поля. Модуляция поля вызывала изменение величины и направления макроскопического магнитного момента образца, которое в свою очередь создавало э.д.с. индукции в приемной катушке. В результате сигнал, регистрируемый в эксперименте, представлял собой смесь производных от проекции макроскопического магнитного момента образца M на ось приемной катушки по величине магнитного поля и азимутальному углу.

Типичная экспериментальная кривая приведена на рис. 7. Для сравнения на том же рисунке показана запись линейного радиочастотного размерного эффекта, выполненная при достаточно малой амплитуде перемен-

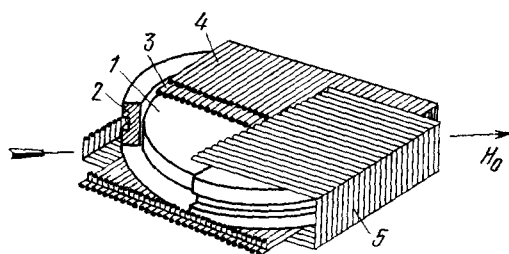


Рис. 6. Схема размещения измерительных катушек.

1 — образец, 2 — поворачивающаяся подложка, 3 — высокочастотная катушка индуктивности, 4 и 5 — низкочастотные катушки.

ного поля ($H_1 \leq 0,1$ Э). Как видно из рисунка, примерно при тех же значениях магнитного поля, где расположены линии линейного размерного эффекта, наблюдается немонотонное поведение макроскопического магнитного момента образца. Легко заметить, что ширина линий линейного и нелинейного размерного эффекта практически не отличается, хотя частоты, на которых были сделаны записи ω и ω_M , отличаются в $2 \cdot 10^3$ раза. Именно это обстоятельство позволяет с уверенностью утверждать, что экспериментально наблюдаются изменения магнитного момента образца, обусловленные всплесками постоянного тока.

При некоторых ориентациях магнитного поля относительно кристалло-

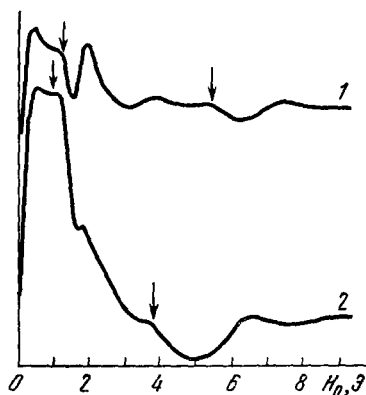


Рис. 7. Записи линий радиочастотного размерного эффекта (кривая 1, $H = 0,1$ Э) и нелинейного размерного эффекта (кривая 2). Тригональная ось образца параллельна нормали к плоскости пластины, $H_1 \parallel C_1$.

$H_0 \parallel C_2 = 13^\circ$, $H_1 = 2,3$ Э, $d = 0,58$ мм. Стрелками отмечено начало линий. Линии от двух различных электронных эллипсоидов на кривой 2 имеют разные знаки.

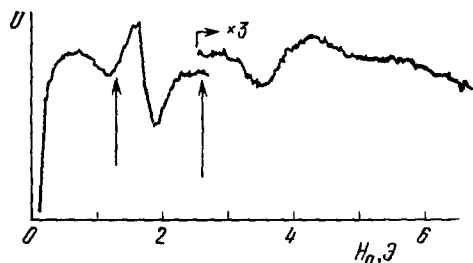


Рис. 8. Нелинейный размерный эффект. Зависимость напряжения на приемной катушке U от величины внешнего магнитного поля H_0 ; $H_0 \parallel C_2$, $C_3 \parallel n$, $H_1 \parallel C_1$, $d = 0,58$ мм. Вертикальными стрелками отмечено расчетное значение для начала линий размерного эффекта. Горизонтальная стрелка показывает место, где усиление увеличено в три раза.

графических осей образца на кривой $U(H_0)$ наблюдалась линия в удвоенном поле (рис. 8), т. е. линия, положение которой, отсчитанное по левому краю, приблизительно соответствовало выполнению условия $2D = d$. Наиболее интенсивной эта линия была при направлениях H_0 , близких к бинарной оси C_2 . Несмотря на приближенное выполнение условия $d = 2D$, нет сомнений, что наблюдаемая линия соответствует выходу на противоположную сторону образца всплеска тока с $N = 2$. Действительно, при $H_0 \parallel C_2$, линии размерного эффекта от двух электронных эллипсоидов совпадают, а линия от третьего расположена в гораздо более сильном магнитном поле.

Форма линии в удвоенном поле повторяла форму линии в одинарном поле (для которой $D = d$), но, в соответствии с предсказанием расчета, линия в удвоенном поле имела противоположный знак. Как видно из рис. 7, знаком отличались и линии от различных эллипсоидов. Знак линии определялся тем, как ориентирована в skin-слое скорость «эффективных» электронов, принадлежащих данному эллипсоиду^{9, 45}.

В соответствии с предсказаниями теории, увеличение напряженности переменного поля приводило к возрастанию амплитуды наблюдаемых линий, пропорциональному H_1^2 , вплоть до $H_1 \sim 2$ Э (рис. 9). Одновременно возрастала ширина линий. Увеличение частоты при фиксированном H_1 , как и следовало ожидать, вызывало сужение линий. Повышение температуры гелиевой линии приводило к резкому уменьшению амплитуды линий

нелинейного размерного эффекта, так что при 4,2 К на образцах толщиной 0,6 мм линии уже не наблюдались.

Сдвиг экспериментально наблюдавшихся линий относительно линий линейного радиочастотного эффекта, зарегистрированных при малых H_1 , несомненно, связан с наличием в толще образца магнитного поля, созданного выпрямленным током. В принципе, величина сдвига могла бы послужить для измерения этого поля. Порядок величины измеренного таким образом поля согласуется с оценкой, полученной из формулы (14), хотя в экспериментах не были строго выполнены условия $H_1 \ll H_0$, $\Omega\tau \gg 1$. Величина сдвига увеличивалась при возрастании H_1 . Для непосредственного измерения величины магнитного поля, созданного выпрямленным током, может быть использован и линейный размерный эффект, наблюдаемый при больших амплитудах радиоволн⁴⁶.

В целом экспериментальные результаты вполне соответствуют теории. Некоторые отклонения, отклонение зависимости амплитуды линий от H_1^2 , например, наблюдаются там, где теория уже неприменима. Единственным серьезным расхождением между теорией и экспериментом является то обстоятельство, что начало линий размерного эффекта с $N = 1$, находилось в той области, где вектор магнитного момента параллелен внешнему магнитному полю. (Об экспериментальном измерении зависимости $M(H_0)$ см. ниже.)

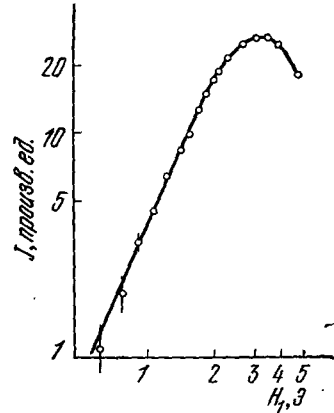


Рис. 9. Зависимость амплитуды линий нелинейного размерного эффекта J от величины H_1 .

$$C_2 \parallel n, \widehat{H_0 C_1} = 5^\circ, H_1' \parallel C_1 \cdot \vec{H}$$

4. «ТОКОВЫЕ» СОСТОЯНИЯ

а) Общие соображения

В предыдущей главе предполагалось, что амплитуда переменного поля значительно меньше постоянного магнитного поля в образце. Теперь мы рассмотрим обратный случай, когда постоянное поле мало по сравнению с амплитудой переменного. Скин-эффект, по-прежнему аномальный, следовательно, характерные размеры электронных орбит гораздо больше размеров скин-слоя. Последнее условие ограничивает величину амплитуды переменного поля сверху.

В пространственно-неоднородном поле, являющемся суммой магнитного поля волны и постоянного магнитного поля H , электронные траектории теперь сильно искажены. Более того, вид траектории эффективных электронов зависит от взаимной ориентации полей H_1 и H , а значит, и от фазы волны. В тот полупериод, когда H_1 и H параллельны, траектории подобны изображенной на рис. 10, а, а при антипараллельных полях — на рис. 10, б. Угол, под которым вылетает эффективный электрон из скин-слоя, порядка $\sqrt{\delta e H_1 / m c v}$. Пока этот угол мал $\sqrt{\delta e H_1 / m c v} \ll 1$, длина пути электрона между двумя возвратами в скин-слой различна при движении по траекториям рис. 10, а и 10, б. Электрон между двумя актами рассеяния успеет совершить больше заходов в скин-слой при антипараллельных H_1 и H , чем при параллельных полях. Величина тока в скин-слое пропорциональна количеству возвратов эффективного электрона в скин-

слой, поэтому токи в различные полупериоды будут неодинаковы и у поверхности образца возникает выпрямленный ток. Его направление противоположно направлению выпрямленного тока при $H_1 < H$. Магнитное поле, созданное выпрямленным током, при увеличении H изменяет знак: в слабых полях, где $H_1 < H$, оно направлено вдоль H , в сильных полях — противоположно H .

Рассмотренный механизм выпрямления существует, когда длина пути эффективного электрона внутри скин-слоя меньше длины свободного пробега, т. е., если амплитуда переменного поля превышает введенное в п. г) гл. 2 поле h_a .

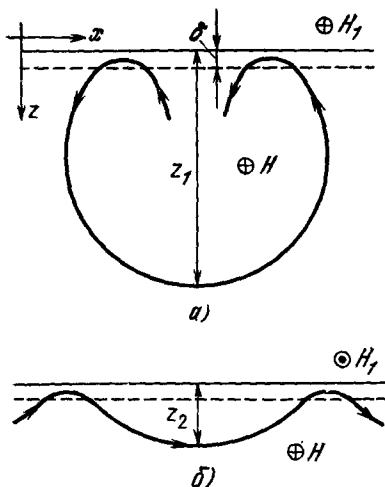


Рис. 10. Траектории эффективных электронов в различные полупериоды переменного поля.

Количество возвратов эффективных электронов в скин-слой определяется величиной постоянного магнитного поля вне скин-слоя, там, где уже нет тока. Поэтому можно считать, что поле H составлено из внешнего поля H_0 и поля \mathcal{H} , созданного самим выпрямленным током. Другими словами, поле выпрямленного тока есть функция суммы полей $H_0 + \mathcal{H}$: $\mathcal{H} = f(H_0 + \mathcal{H})$. Поскольку в слабых полях $H < (v/l)mc/e$, длина пути между двумя возвратами в скин-слой при движении эффективного электрона по орбите рис. 10, а больше длины свободного пробега, можно считать, что увеличение числа возвратов при росте H происходит только в случае, соответствующем рис. 10, б. Эффективность выпрямления и поле выпрямленного тока определяются двумя параметрами: амплитудой высокочастотной волны и величиной

полного магнитного поля, а функция f быстро возрастает с увеличением H . Если $\partial f / \partial H > 1$, то поле \mathcal{H} становится неоднозначной функцией внешнего магнитного поля. Рисунок 11 иллюстрирует это утверждение. На нем представлено графическое решение системы уравнений

$$\mathcal{H} = f(H). \quad (15)$$

$$H = H_0 + \mathcal{H}$$

Как видно из рисунка, при $\partial f / \partial H > 1$ существуют области полей, в которых несколько значений \mathcal{H} соответствуют одной и той же величине внешнего магнитного поля.

Легко догадаться, что при больших амплитудах переменного поля в принципе возможно появление ненулевых значений \mathcal{H} при нулевом внешнем поле H_0 . Графическое решение уравнений (15) для $H_0 = 0$ изображено на рис. 12. Штрих-пунктирные линии отсекают на оси абсцисс отрезки, равные полям H_0 , при которых происходит скачкообразное изменение поля \mathcal{H} внутри металла. Чтобы нашлись ненулевые решения (15) при $H_0 = 0$, необходимо выполнить неравенство $f(H_{\max}) > H_{\max}$, где H_{\max} — поле, соответствующее максимуму функции $f(H)$. В этом случае у металла появляется возможность приобретать под влиянием радиочастотного облучения магнитный момент в нулевом внешнем магнитном поле. Подобные состояния металла с ненулевым магнитным моментом, названные «токовыми», экспериментально обнаружены на висмуте^{47, 48} и олове⁴⁹.

В металлах со сложным электронным спектром имеется несколько групп эффективных электронов, расположенных на разных участках ферми-поверхности. Как уже говорилось, вклад в выпрямленный ток от электронов отдельной группы зависит от проекции их скорости в скин-слой на направление высокочастотного тока и числа их возвратов в скин-слой за время между соударениями. Последнее определяется не только величиной, но и направлением магнитного поля в толще металла, поэтому в таких металлах в общем случае направление выпрямленного тока может не совпадать с направлением высокочастотного тока. Это означает,

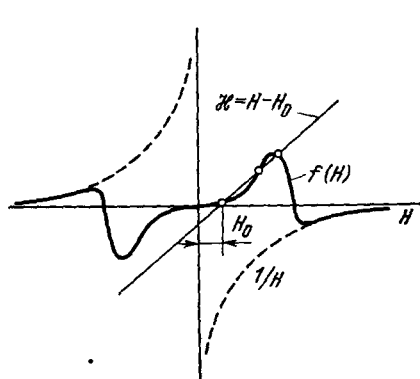


Рис. 11. Графическое решение системы уравнений (15).

Кружками отмечены возможные состояния во внешнем поле H_0 .

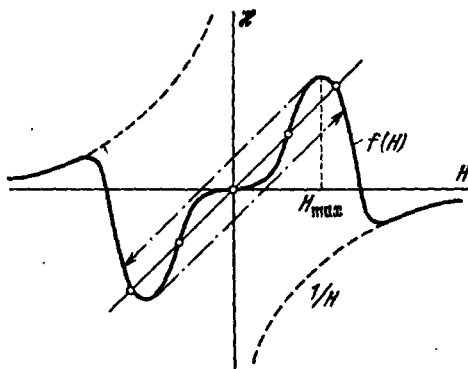


Рис. 12. Графическое решение системы (15) в случае, когда возможны состояния с ненулевым магнитным моментом в нулевом внешнем магнитном поле.

что при наличии нескольких групп эффективных электронов могут иметься «токовые» состояния, соответствующие различным направлениям магнитного момента образца.

Наличие «токовых» состояний приводит к гистерезисному поведению всех зависящих от магнитного поля в толще образца свойств металла. В металлах со сложной ферми-поверхностью изменение вкладов в выпрямление одной из электронных групп влияет на эффективность выпрямления за счет других групп электронов. Благодаря этому зависимость ширины и положения гистерезисных петель от направления внешнего магнитного поля может стать довольно сложной. В частности, возможно появление гистерезисных петель в сравнительно сильных магнитных полях. Экспериментально подобные петли наблюдали на висмуте ^{47, 48}.

Подчеркнем, что, в отличие от гистерезисных явлений, наблюдаемых в ферромагнетиках, переход от одного значения магнитного момента образца к другому при наличии «токовых» состояний происходит не постепенно, а скачком, при определенных значениях внешнего магнитного поля.

б) Расчет величины выпрямленного тока

Чтобы убедиться в возможности появления «токовых» состояний, необходимо рассчитать форму кривой $\mathcal{H}(H)$ в слабом магнитном поле H . Будем использовать для расчета простейшую модель ферми-поверхности в виде цилиндра с осью вдоль направления y , а поля будем считать ориентированными так, как это показано на рис. 10.

Для отыскания величины выпрямленного тока теперь неудобно использовать метод последовательных приближений, поскольку ток обусловлен качественным изменением вида электронных орбит. Восполь-

зуемся, чтобы найти ток квазистатичностью полей E_1 и H_1 . При заданных E_1 и H_1 плотность электрического тока согласно ⁵⁰ определяется выражением:

$$j_x = (1 - e^{-T/\tau})^{-1} \left\langle e^2 v_x \int_{-T}^t e^{(t'-t)/\tau} v(t') E \left(z + \int_t^{t'} v_z(t_1) dt_1 \right) dt' \right\rangle, \quad (16)$$

где угловые скобки означают усреднение по поверхности Ферми. Зависимость плотности тока от магнитного поля в (16) сосредоточена в первом сомножителе ⁵⁰. Поэтому полный ток, протекающий по скин-слою, равен

$$J = \int_0^\infty j(z) dz \sim (1 - e^{-T/\tau})^{-1} \int_0^\infty j_0(z) dz, \quad (17)$$

где j_0 — плотность тока в отсутствие магнитного поля. Строго говоря, переход от (16) к (17) справедлив лишь в случае однородного магнитного поля. Если же магнитное поле неоднородно, период движения электронов T становится функцией от z и положения электрона на ферми-поверхности. В нашем случае магнитное поле составлено из постоянного поля и поля волны H_1 , и, следовательно, пространственно неоднородно. Тем не менее, мы будем использовать для приближенных вычислений выражение (17), имея в виду, что основной вклад в проводимость вносят «эффективные» электроны, для которых T зависит от z довольно слабо. В качестве величины T будем использовать период движения тех электронов, которые движутся параллельно поверхности при $z = 0$. Из-за этого упрощения все дальнейшие вычисления приобретают качественный характер.

Чтобы найти величину выпрямленного тока, достаточно усреднить (17) по периоду переменного поля. Для поля \mathcal{H} получим тогда

$$\mathcal{H} = \frac{H_1}{2\pi} \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \sin \left(\varphi - \frac{\pi}{6} \right) (e^{T(\varphi)\tau} - 1)^{-1} d\varphi = f(H_1, \mathcal{H}), \quad (18)$$

где учтено, что траектория рис. 10, б, ответственная за возникновение «токовых» состояний, существует, пока $\int_0^\infty H_1(z) dz = H_1(0)\delta \sin \varphi > H\delta$, т. е. пока фаза φ лежит в пределах

$$\varphi_1 = \arcsin \frac{H}{H_1} \leq \varphi \leq \pi - \arcsin \frac{H}{H_1} = \varphi_2. \quad (19)$$

Кроме того, в (18) опущены возвраты электронов в скин-слой по траектории рис. 10, а ($\tau e H / mc \ll 1$) и пренебрегается зависимостью поверхностного импеданса металла от поля электромагнитной волны. Последнее возможно при $\mathcal{H}/H_1 \ll 1$, поскольку относительная поправка к импедансу порядка \mathcal{H}/H_1 .

Для вычисления величины \mathcal{H} осталось определить период движения эффективных электронов. Заметим, что векторный потенциал магнитного поля, зависящего только от z -координаты и направленного вдоль оси y , может быть представлен в виде

$$A_x = \int_0^z H(z) dz \quad A_x = A_y = 0.$$

При таком виде векторного потенциала гамильтониан электрона не содержит x -координаты и проекция обобщенного импульса на ось сохраняется:

$$p_x + \frac{e}{c} A_x = \text{const.} \quad (20)$$

Нас интересует движение электронов, у которых скорость параллельна поверхности при $z = 0$, т. е. тех, у которых при $A_x = 0$ импульс равен $p_x = \sqrt{2m\varepsilon_\Phi}$, $p_z = 0$. Магнитное поле не производит работы над заряженной частицей⁵¹, поэтому сохраняется и кинетическая энергия электрона:

$$(2m)^{-1} (p_x^2 + p_z^2) = \varepsilon_\Phi. \quad (21)$$

С учетом (20) закон сохранения энергии можно переписать в виде

$$(2m)^{-1} \left[p_z^2 + \left(\sqrt{2m\varepsilon_\Phi} - \frac{e}{c} A(z) \right)^2 \right] = \varepsilon_\Phi. \quad (22)$$

Как видно из этого равенства, движение электрона вдоль z -координаты подобно движению частицы, обладающей энергией ε_Φ в одномерной потенциальной яме с потенциалом $\Pi(z) = (2m)^{-1} [\sqrt{2m\varepsilon_\Phi} - \frac{e}{c} A(z)]^2$. Период такого движения согласно⁵² определяется выражением

$$T(\varepsilon_\Phi) = \sqrt{2m} \int_{z_0}^{z_1} \frac{dz}{\sqrt{\varepsilon_\Phi - \Pi(z)}}, \quad (23)$$

где $z_{0,1}$ — точки поворота электрона, являющиеся корнями уравнения $\varepsilon_\Phi = \Pi(z)$. Векторный потенциал выбран таким образом, что $z_0 = 0$.

Период легко вычислить, считая закон спада поля в скин-слое экспоненциальным, угол вылета электрона из скин-слоя малым $\sqrt{\frac{eH_1\delta}{mvc}} \ll 1$, а $H_1 \gg H$. При выполнении этих условий период для случая антипараллельных H_1 и H равен

$$T(\varphi) = \tau h_a^{1/2} [(H_1 \sin \varphi)^{-1/2} + (H_1 \sin \varphi)^{1/2} H^{-1}]. \quad (24)$$

Если $H_1 \sim H$, выражение (24) приобретает оценочный характер. Заметим, что период движения электронов имеет наглядную структуру. Первый член в квадратных скобках относится ко времени, за которое электрон будет выброшен полем H_1 из скин-слоя, а второй — тому времени, за которое он вернется обратно под воздействием поля H .

Зависимость $\mathcal{E}(H)$ при различных значениях амплитуды переменного поля, полученная по формулам (18), (19), (24), представлена на рис. 13, а аналогичная зависимость для производной $\partial \mathcal{E} / \partial H$ — на рис. 14. Состояния с ненулевым магнитным моментом у образца в нулевом внешнем поле появляются уже при $H_1 \sim 50 h_a$. Гистерезисная петля, возникающая при $\partial \mathcal{E} / \partial H \geq 1$, существует, согласно рис. 14, в еще более слабом переменном поле $H_1 \geq 30 h_a$.

Сформулируем теперь те основные черты явления, которые не зависят от использованной для расчета модели и легко могут быть проверены экспериментально:

1. Пороговый характер. Появление гистерезисных петель можно ожидать лишь после того, как амплитуда переменного поля достигнет некоторого критического значения H_1^c .

2. Скачкообразный переход из одного состояния в другое. Поскольку время перехода определяется затуханием токов Фуко в образце, на толстых образцах и у металлов с более высокой проводимостью это время будет больше.

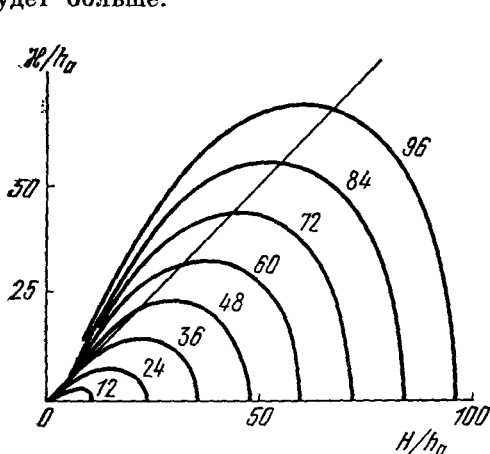


Рис. 13. Расчетная зависимость поля H от величины постоянного магнитного поля в толще образца.

Рядом с каждой кривой поставлена амплитуда переменного поля в единицах h_a .

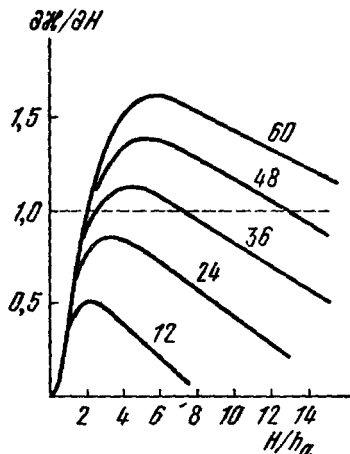


Рис. 14. Производная $\partial H / \partial H (H)$. Цифры рядом с кривыми — величина H_1/h_a .

3. Наличие характерного масштаба полей h_a . Величина критической амплитуды H_1^c пропорциональна h_a , следовательно, $H_1^c \sim \delta$. Если глубина скин-слоя сама не зависит от амплитуды переменного поля, то $H_1^c \sim \omega^{-1/2}$.

в) Экспериментальное наблюдение «токовых» состояний в висмуте

Для изучения «токовых» состояний может быть использована та же самая система из трех катушек индуктивности, что и в случае нелинейного размерного эффекта (см. рис. 6). Наиболее простой способ наблюдения состоит в том, чтобы изменять внешнее магнитное поле по закону $H_0 = H_M \sin \omega_M t$ и следить за сигналом с любой из приемных катушек 4, 5. Магнитное поле в толще образца H_0 должно быть однородным, поэтому частота модуляции невелика, $\omega_M \lesssim 100$ Гц. Амплитуда модуляции H_M может достигать нескольких эрстед. Поскольку сигнал с приемной катушки пропорционален $\partial M / \partial t$, где M — проекция магнитного момента образца на ось катушки, следует ожидать появления резких выбросов принимаемого сигнала при скачкообразных изменениях магнитного момента образца. В общем случае магнитный момент будет изменять как величину, так и направление, поэтому в качестве приемной может быть использована любая из катушек 4, 5.

Результаты подобных экспериментов на образце висмута показаны на рис. 15, 16. В простейшем случае (рис. 15) выбросы сигнала наблюдаются только на одной из приемных катушек. Имеются два ярко выраженных всплеска, соответствующих перевороту магнитного момента. В более сложной ситуации (рис. 16) сигналы с приемных катушек подобны, а их структура является более сложной.

По ширине всплесков, приведенных на рис. 15, 16, легко оценить время, за которое происходит изменение магнитного момента у образца.

Порядок величины этого времени 10^{-3} с, что вполне согласуется с временем затухания вихревых токов в висмуте.

Пользуясь фотографиями с экрана осциллографа, можно оценить величину магнитного поля \mathcal{H} , созданного выпрямлением высокочастотного тока. Для этого необходимо сравнить сигнал, возникающий за счет синусоидального изменения внешнего магнитного поля $H_0 = H_M \sin \omega_M t$, с сигналом, соответствующим перевороту магнитного момента образца.

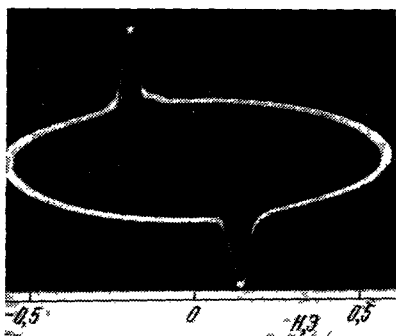


Рис. 15 Фотография с экрана осциллографа.

Сигнал с приемной катушки индуктивности, ось которой совпадает с направлением

H_1 ; $d = 0,4$ мм, $C_3 \parallel n$, $j_1 C_1 = 4^\circ$, $j_1 H_0 = 95^\circ$, $H_1 = 22 \text{ Э}$, $\omega_M / 2\pi = 76$ Гц. Видны скачкообразные изменения магнитного момента у образца висмута.

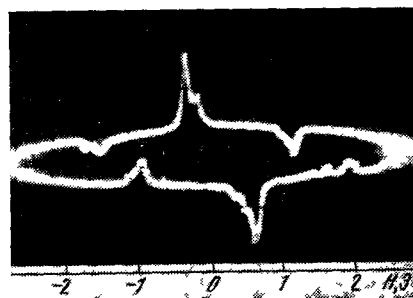


Рис. 16. Скачки магнитного момента у образца висмута при $H_1 = 15 \text{ Э}$.

$\omega_M / 2\pi = 37$ Гц, $d = 0,4$ мм, $j_1 H_0 = 24^\circ$.

При использовании параметров рис. 15 подобное сравнение дает 46 : $\mathcal{H} = 0,7-1,4 \text{ Э}$. Большая величина погрешности связана с тем, что не очень точно известна часть магнитного потока, созданного выпрямленным током, замыкается внутри приемной катушки.

Для более точных измерений размеров гистерезисных петель удобно применить модуляционную методику, записывая кривые $\partial M / \partial H_1 (H_0)$. С этой целью достаточно модулировать амплитуду переменного поля с частотой ω_M и регистрировать зависимость от магнитного поля низкочастотной составляющей сигнала с приемных катушек. В принципе для измерений можно использовать любую величину, зависящую от магнитного момента образца. В первых опытах 47 , например, регистрировались производные от поверхностного импеданса образца.

Зависимость $\partial M / \partial H_1 (H_0)$, типичная для образцов висмута с тригональной осью, направленной вдоль нормали и плоскости пластины, показана на рис. 17. Наличие нескольких состояний наблюдается в двух областях по магнитному полю, размеры которых отмечены на рисунке буквами A и B . Одна из областей захватывает точку $H_0 = 0$. Увеличение амплитуды электромагнитного поля приводит к расширению этой области, причем начальный участок зависимости $A (H_1)$ близок к линейному (рис. 18). Экстраполируя линейную зависимость к нулевому размеру гистерезисной петли, можно получить величину H_1^c . У большинства образцов минимальное значение H_1^c при температуре $1,3 \text{ К}$ составляло примерно 4 Э . При повышении температуры H_1^c возрастает. На висмуте величина H_1^c , полученная экстраполяцией прямой $A (H_1)$, зависит от того, при каком направлении внешнего магнитного поля производилась запись гистерезисной петли: H_1^c минимально при $H_0 \perp j_1$ и максимально при $H_0 \parallel j_1$ 47 .

Зависимость размера A от направления внешнего магнитного поля показана на рис. 19. Угловой интервал, где проставлены точки, меньше π из-за того, что при малых углах между высокочастотным током и магнитным полем две области, в которых существует несколько состояний, накладываются друг на друга. Как видно из рисунка, по мере приближения вектора H_0 к направлению высокочастотных токов размер A увеличивается.

Вторая область, в которой существует несколько состояний, возникает при значениях H_1 , больших, чем область, захватывающая начало координат (см. рис. 17). Еще до ее возникновения на кривой $\partial M / \partial H_1 (H_0)$ появляется особенность. Увеличение амплитуды переменного поля вызывает возрастание величины этой особенности и удаление ее от начала координат.

Отметим, что в области, захватывающей начало координат, магнитный

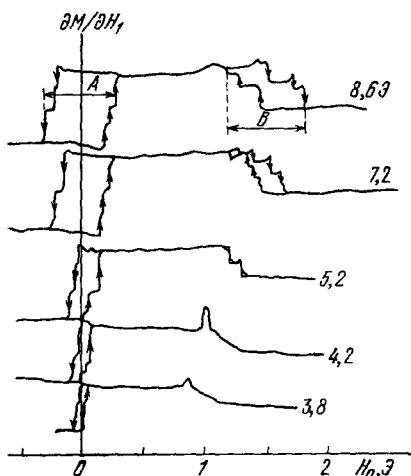


Рис. 17. Кривые $\partial M / \partial H_1 (H_0)$ при различных значениях амплитуды переменного поля.

Ось приемной катушки параллельна H_1 , $d = 0,4$ мм, $\widehat{J_1 H_0} = 15^\circ$, $\widehat{J_1 C_1} = -4^\circ$. Амплитуда H_1 указана рядом с кривой.

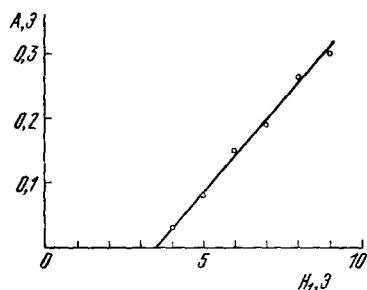


Рис. 18. Ширина гистерезисной петли A в зависимости от H_1 .

$d = 0,4$ мм, $\widehat{J_1 C_1} = 2^\circ$, $\widehat{J_1 H_0} = 95^\circ$, $T = 1,3 K$.

момент образца увеличивается, если магнитное поле возрастает, и уменьшается при уменьшении магнитного поля, а во второй области знаки $\partial H_0 / \partial t$ и $\partial M / \partial t$ противоположны.

На образцах с осью C_3 , близкой к нормали, вторая область наблюдается лишь в том случае, если магнитное поле лежит внутри углового интервала в 60° между теми бинарными осями, которые образуют наименьшие углы с направлением высокочастотных токов (рис. 20). При повороте образца внутри системы измерительных катушек изменяется и положение этого шестидесятиградусного интервала.

Возникает вопрос, можно ли в рамках модели, использованной ранее для расчета, понять появление второй гистерезисной петли и интерпретировать угловые зависимости ширины и положения петель. Для ответа необходимо произвести расчет, используя более реалистическую модель ферми-поверхности, и учесть взаимное влияние различных электронных групп. Следуя ⁵³, будем использовать модель электронной части ферми-поверхности висмута, состоящую из трех цилиндрических поверхностей. Пренебрегая шестиградусным наклоном, будем считать, что оси цилиндров лежат в одной плоскости и угол между ними равен 120° . В соответствии с экспериментальными условиями направим высокочастотный ток вдоль оси одного из цилиндров. Тогда электроны этого цилиндра вообще не

будут давать вклад в ток (скорость электронов перпендикулярна к направлению тока), а вклады от двух других цилиндров равны по величине

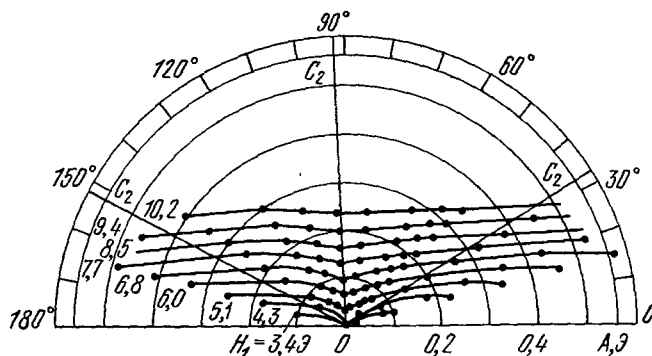


Рис. 19. Зависимость размера A от направления внешнего магнитного поля (полярные координаты).

За начало отсчета принято направление высокочастотных токов, $d = 0,4$ мм, $j_1 \hat{C}_1 = 2^\circ$.

и слабо, пока $eH\tau/mc \lesssim 1$, зависят от H_0 . Обозначим постоянные поля, возникающие за счет изменения электронных траекторий разных цилиндров, через \mathcal{H}_1 и \mathcal{H}_2 . Эти поля, направленные вдоль осей цилиндров, можно найти из системы уравнений:

$$\mathcal{H}_1 = \beta f \left(H_1 \frac{\sqrt{3}}{2}, H_0 \cos \left(\frac{\pi}{3} - \psi \right) + \mathcal{H}_1 - \frac{\mathcal{H}_2}{2} \right), \quad (25)$$

$$\mathcal{H}_2 = \beta f \left(H_1 \frac{\sqrt{3}}{2}, H_0 \cos \left(\frac{\pi}{3} + \psi \right) + \mathcal{H}_2 - \frac{\mathcal{H}_1}{2} \right);$$

здесь f — функция, задающая согласно (18) связь между \mathcal{H} и H в случае одного цилиндра, угол ψ отсчитывается от направления высокочастотного тока. Коэффициент β учитывает вклад дырок в высокочастотную проводимость. (В пренебрежении вкладом дырок $\beta = 2/3$.)

В работе ⁵³ приведены результаты численного решения уравнений (25). Получена зависимость ширины захватывающей начало координат гистерезисной петли от направления внешнего магнитного поля. Вид расчетных кривых лишь качественно согласуется с экспериментальными зависимостями. Имея в виду обилие сделанных при расчете упрощающих предположений, на большее трудно рассчитывать.

Появление второй гистерезисной петли легко объяснить, если учесть, что проекция суммарного поля $H = H_0 + \mathcal{H}_1 + \mathcal{H}_2$ на ось одного из электронных эллипсоидов может изменить знак в сравнительно большом

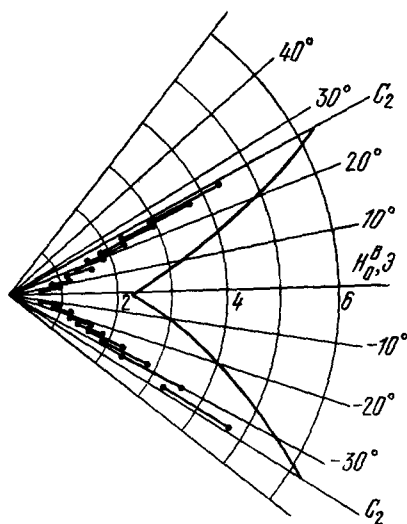


Рис. 20. Положение области B в зависимости от направления постоянного магнитного поля.

Длина черты отмечает ширину области B , $d = 0,4$ мм, $H_1 = 7,2$ Э. Сплошная кривая — расчет по формулам (27); $h_a = 0,06$ Э, что соответствует $\delta = 2 \cdot 10^{-3}$ см, $\tau = 5 \cdot 10^{-10}$ с, $\beta = 2/3$.

внешнем магнитном поле H_0^B . Заменяв эллипсоидальную ферми-поверхность цилиндрической, можно считать число возвратов электрона в скин-слой зависящим только от проекции суммарного магнитного поля на ось цилиндра, поэтому для электронов на одном из цилиндров поле H_0^B не отличается от нулевого.

Величину поля H_0^B найдем, положив в (25) $\mathcal{H}_2 = 0$:

$$\begin{aligned}\mathcal{H}_1 &= 2H_0^B \cos\left(\frac{\pi}{3} + \psi\right), \\ \mathcal{H}_1 &= \beta f\left(H_1 \frac{\sqrt{3}}{2}, H_0^B \cos\left(\frac{\pi}{3} - \psi\right) + \mathcal{H}_1\right).\end{aligned}\quad (26)$$

Результат вычислений по формулам (26) в пренебрежении вкладом дырок в высокочастотную проводимость показан на рис. 20. Расчетное значение в среднем в два раза превышает экспериментальное.

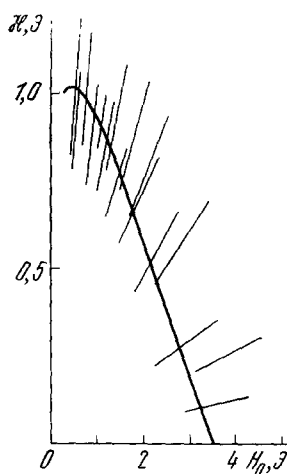


Рис. 21. Зависимость $\mathcal{H}(H_0)$, построенная по результатам двух независимых экспериментов:

$C||n$, $d = 0,4$ мм, $j_1 || C_1$, $H_1 = 7,2$ Э.

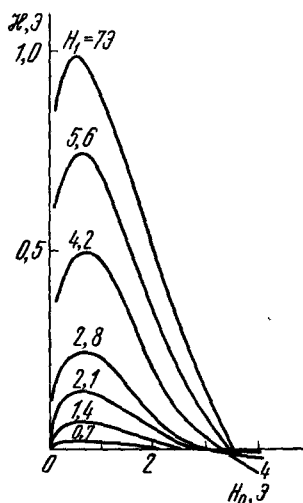


Рис. 22. Поле выпрямленного тока в зависимости от внешнего магнитного поля при различных H_1 .

Для подгонки расчета под эксперимент можно было бы использовать величину β как свободный параметр. В⁵³ поставлена иная задача: построение функции $f(H_0)$ по известной из эксперимента зависимости $H_0^B(\psi)$ в соответствии с первым из равенств (26). Зависимость

$$\mathcal{H}(H_0) = 2\beta f\left(H_1 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}, H_0 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \mathcal{H} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}\right),$$

построенная по экспериментальным точкам, соответствующим рис. 20, изображена на рис. 21. Там же приведена сплошная кривая, полученная экспериментально иным, независимым способом. Для ее построения использовались записи кривых $H_1 \partial \mathcal{H} / \partial H_1(H_0)$, отвечающие различным амплитудам переменного поля. (Сигнал, пропорциональный $H_1 \partial \mathcal{H} / \partial H_1$, возникает на приемной катушке индуктивности при неглубокой низкочастотной модуляции переменного поля, если намагниченность образца изменяется при изменении H_0 только по величине, а не по направлению. Последнее условие выполнено при $H_0 \perp j_1 \parallel C_1$.) Имея набор кривых,

пропорциональных $H_1 \partial \mathcal{E} / \partial H_1$, можно было численным интегрированием найти зависимость $\mathcal{E}(H_0)$, правда, с точностью до неизвестного численного множителя. Как видно из рис. 21, кривую, найденную таким способом, можно в пределах погрешности уложить на точки, полученные по угловой зависимости положения гистерезисной петли. Это, во-первых, оправдывает принятое приближение, и, во-вторых, дает калибровочный коэффициент. Точность калибровки около 10%. Зависимость $\mathcal{E}(H_0)$ для нескольких значений амплитуды переменного поля, построенная с найденным калибровочным коэффициентом, показана на рис. 22. В соответствии с соображениями, высказанными в п. а гл. 4, поле \mathcal{E} изменяет знак при возрастании H_0 .

Один из экспериментальных результатов, полученных на висмуте⁴⁸, оказался неожиданным. Было обнаружено отсутствие частотной зависимости как у H_1^c , так и у ширины гистерезисной петли $A(H_1)$ при фиксированном H_1 . Отсутствие какой-либо заметной зависимости от частоты было проверено⁴⁹ в широком диапазоне частот от $275 \cdot 10^3$ до $5 \cdot 10^6$ Гц. В этом же диапазоне частот глубина скин-слоя в образцах того же качества изменялась пропорционально $\omega^{-1/3}$ ⁵⁴. Возможно, что отсутствие частотной зависимости связано с влиянием амплитуды переменного поля на величину поверхностного импеданса образца, которое само может быть различным на разных частотах. Не вполне понятно и происхождение некоторой асимметрии кривых $\partial M / \partial H_1(H_0)$. Эта асимметрия заметна на рис. 17: скачкообразные изменения магнитного момента наблюдаются при различных значениях магнитного поля, в зависимости от того, с какой стороны происходит приближение к нулю внешнего поля H_0 .

г) Эксперименты на олове]

Олово обладает значительно более сложной поверхностью Ферми, чем висмут, и количество электронов проводимости в нем типично для металла, а значит, превышает число электронов проводимости в висмуте на пять порядков. Поэтому эксперименты на олове могут рассматриваться как тест, проверяющий общность явления для сред с различной проводимостью.

В простейшей модели изотропного квадратичного закона дисперсии величина H_1^c весьма слабо зависит от концентрации электронов проводимости, $H_1^c \sim h_a \sim n^{1/3}$. Мощность, выделяемая в образце при достижении переменным полем критического значения, $w \sim \delta (H_1^c)^2$, от концентрации электронов проводимости вообще не зависит.

Результаты, полученные на оловянных пластинах, имевших вдоль нормали ось четвертого порядка, в общих чертах совпадают с экспериментальными результатами на висмуте. При больших амплитудах переменного поля на зависимости $\partial M / \partial H_1(H_0)$ наблюдаются характерные гистерезисные петли (рис. 23). Размер петли A линейно возрастает с увеличением H_1 . Зависимость ширины петли от направления внешнего магнитного поля относительно кристаллографических осей показана на рис. 24. Изображенная на этом рисунке зависимость соответствует поляризации высокочастотных токов вдоль направления $[100]$. Изменение поляризации высокочастотных токов на угол $\pm 15^\circ$ не влияет на вид зависимости ширины гистерезисной петли от направления внешнего магнитного поля. В отличие от висмута, найденное экстраполяцией прямой $A(H_1)$ к нулевому размеру гистерезисной петли критическое значение амплитуды переменного поля не зависело от того, при каком направлении постоянного магнитного поля производилась запись гистерезисной петли. Другое отличие состояло в том, что изменение частоты влияло на величину H_1^c

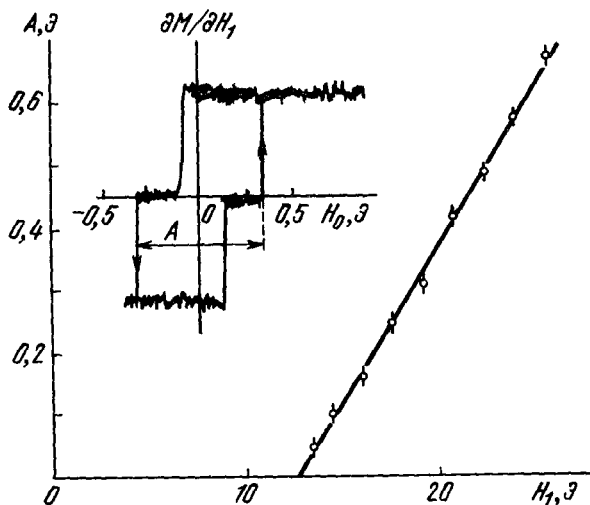


Рис. 23. Ширина гистерезисной петли в олове как функция амплитуды переменного поля.

$a \parallel [100]$, $d = 0,6$ мм, $T = 4,15$ К, $H_0 \parallel [100]$, $\widehat{H_0 H_1} = 10^\circ$, $\omega/2\pi = 1,7$ МГц. Запись dM/dH_1 показана для $H_1 = 25,5$ Э.

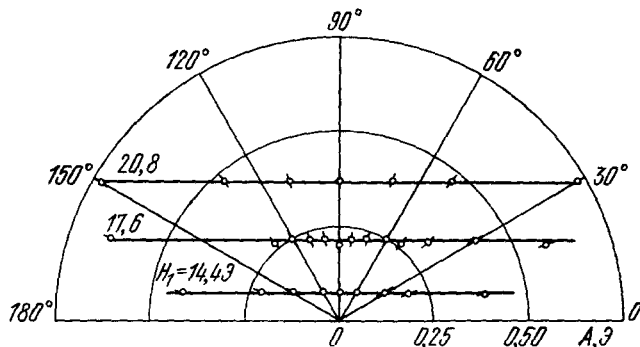


Рис. 24. Зависимость размера A от направления внешнего магнитного поля.

Олово, $d = 0,6$ мм, $T = 4,15$ К, $H_1 \parallel [100]$, $a \parallel [001]$.

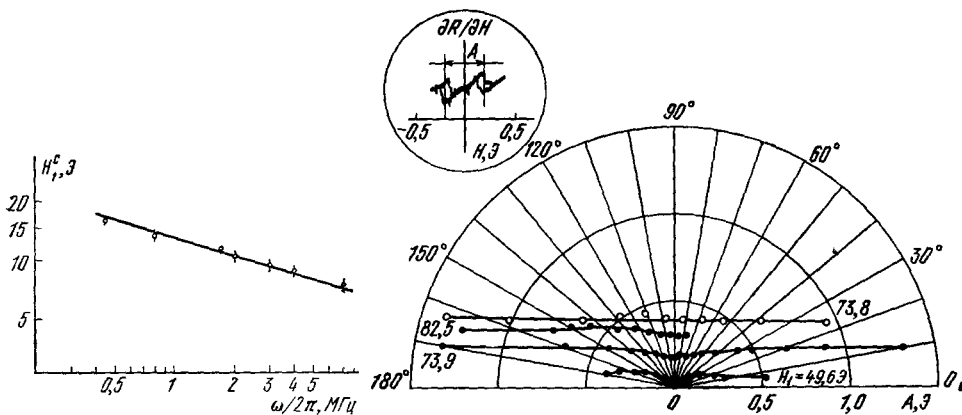


Рис. 25. Зависимость H_1^c от частоты переменного поля на олове.

Прямая линия соответствует $H_1^c \sim \omega^{-1/3}$.

Рис. 26. Величина размера A при различных направлениях внешнего магнитного поля.

Олово, $d = 0,4$ мм, $a \parallel [110]$, $T = 3,75$ К, точки соответствуют случаю $J_1 \parallel [-110]$, кружки — $J_1 \parallel [001]$. Размер A для последнего случая показан на вставке. Угол отсчитывается от направления высокочастотного тока.

в олове (рис. 25). Положение экспериментальных точек описывается кривой ω^{-k} , где $k = 0,38 \pm 0,05$. Следовательно, полученные на олове результаты не противоречат зависимости $H_1^0 \sim \omega^{-1/3}$, предсказываемой теорией. Отметим, что в исследованном диапазоне частот изменение частоты не влияло на наклон прямых A (H_1).

Угловая зависимость ширины гистерезисной петли на образцах с осью [001] по нормали (см. рис. 24) была такой, как если бы основной вклад в выпрямление вносили электроны с цилиндрического участка ферми-поверхности. У олова действительно имеются подобные участки в 4-й и 5-й зонах⁵⁵. Как видно из рис. 26, похожая угловая зависимость наблюдается и на образцах с осью [110] по нормали. Если высокочастотный ток направлен вдоль [110], начальный участок зависимости A (H_1) линеен (рис. 27), однако, при некотором значении амплитуды переменного поля происходит излом линейной зависимости. Амплитуда, соответствующая точке излома кривой A (H_1), не зависит от того, при каком направлении магнитного поля измерялась эта кривая. Появление излома, по-видимому, связано с тем, что при амплитудах, превышающих амплитуду переменного поля, отвечающую излому, появляется еще одна группа электронов, движущихся по орбите типа изображенной на рис. 10, б. Если высокочастотный ток поляризован вдоль [001], то при небольших H_1 появляются две отдельные гистерезисные петли, симметрично расположенные относительно начала координат. При дальнейшем увеличении H_1 они сливаются в одну петлю, захватывающую точку $H_0 = 0$. Изменения расстояния между центрами этих петель (см. вставку на рис. 26), в зависимости от направления постоянного магнитного поля, показано на рис. 26. И в этом случае угловая зависимость такова, как будто основной вклад в выпрямление связан с электронами цилиндрических участков ферми-поверхности.

Перевоорот магнитного момента на образцах олова происходил за времена порядка 10^{-2} с. Это в несколько раз больше соответствующих времен, относящихся к висмуту.

Вся совокупность данных, полученных на олове, свидетельствует о том, что «токовые» состояния в этом металле обязаны своим происхождением не электронам малых замкнутых кусков ферми-поверхности, как в висмуте, а связаны с изменением полем волны траекторий электронов на больших участках ферми-поверхности.

5. АВТОКОЛЕБАНИЯ

а) Устойчивость «токовых» состояний

Перейдем к вопросу об устойчивости различных «токовых» состояний⁵³. Как было показано ранее (п. б), гл. 4), даже в случае простейшей цилиндрической ферми-поверхности в нулевом магнитном поле имеются не два, а четыре возможных состояния с отличным от нуля магнитным

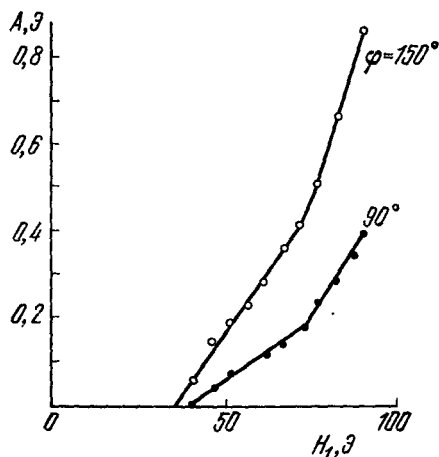


Рис. 27. Ширина гистерезисной петли в зависимости от амплитуды переменного поля.

Олово, $d = 0,4$ мм, $n \parallel [110]$, $J_1 \parallel [-110]$, $T = 3,75$ К, угол отсчитывается от направления высокочастотного тока.

моментом. В двух из них производная $\partial \mathcal{H} / \partial H > 1$. Такие состояния экспериментально никогда не наблюдались. Ниже будет показано, что они неустойчивы по отношению к длинноволновым возмущениям магнитного поля.

В вычислениях, сделанных в п. 6, гл. 4, не были учтены возвраты электронов в скин-слой по большой орбите. Их учет не может заметно изменить величины поля \mathcal{H} , но он оказывается существенным при исследовании вопроса об устойчивости «токовых» состояний. Действительно, в этом случае величина выпрямленного тока зависит от значений магнитного поля в двух характерных точках, обозначенных на рис. 10 через z_1 и z_2 . Одна из них удалена от поверхности на расстояние, примерно равное диаметру ларморовской орбиты, вторая — является характерным размером незамкнутой орбиты, возникающей, когда направление переменного магнитного поля противоположно направлению постоянного поля.

Изменение магнитного поля в любой из этих точек проявляется в эффективности выпрямления практически мгновенно, через времена порядка времени релаксации электронов $\tau \ll \omega^{-1}$. Изменение же выпрямленного тока сказывается на величине поля в точках $z_{1,2}$ через времена порядка $\tau_{1,2} \sim \sigma z_{1,2}^3 / c^2 r$, которые значительно превышают τ и сильно различаются между собой: $\tau_1 \gg \tau_2$. В этих условиях можно ожидать появления автоколебаний выпрямленного тока, а вместе с ним и магнитного момента образца на таких частотах $\tilde{\omega}$, для которых велика разность фаз $\tilde{\omega} (\tau_1 - \tau_2) \gg 1$ и могут быть выполнены любые фазовые соотношения.

Рассмотрим сначала устойчивость по отношению к длинноволновым возмущениям магнитного поля. Будем считать, что возвратами электронов в скин-слой по большой орбите можно пренебречь вследствие одной из следующих причин: либо полное магнитное поле в толще образца H является слабым $l/z_1 \ll 1$, либо сам образец, имеющий форму пластины толщиной $2d$, тонок: $(H_1/H) \delta \ll d \ll v m c / e H \approx z_1$.

Предположим, что в образце, занимающем область $|z| \leq d$ и обладающем за счет выпрямления магнитным моментом, возникает неоднородная добавка $\delta \mathcal{H}$ к полю \mathcal{H} , причем поле $\delta \mathcal{H}$ слабо изменяется на расстояниях порядка характерного размера электронных траекторий z_2 . Найдем зависимость $\delta \mathcal{H}$ от времени. Для упрощения снова будем использовать цилиндрическую модель ферми-поверхности.

В результате возмущения магнитного поля изменение периода движения эффективных электронов согласно (23) равно

$$\delta T = - \frac{\partial}{\partial \epsilon_\Phi} \sqrt{2m} \int_{z_0}^{z_2} dz \delta \Pi (\epsilon_\Phi - \Pi_0(z))^{-1/2}, \quad (27)$$

(в $\Pi_0(z)$ возмущающее поле $\delta \mathcal{H}$ отсутствует). Вариации по пределам интегрирования в (27) обращаются в нуль, поскольку

$$\frac{\partial}{\partial \epsilon_\Phi} \sqrt{\epsilon_\Phi - \Pi_0(z)} \Big|_{z_2} \delta z_2 = 0.$$

Считая, что зависимость от времени определяется множителем $e^{i\tilde{\omega}t}$ и для $\delta \mathcal{H}$ выполнены условия нормального скин-эффекта, получим

$$\delta \mathcal{H} = \delta \mathcal{H}(d) \frac{\text{ch } kz}{\text{ch } kd}, \quad (28)$$

где $c^2 k^2 / 4\pi\sigma = i\tilde{\omega}$.

На расстояниях порядка z_2 от поверхности образца можно пользоваться разложением $\delta \mathcal{H} \approx \delta \mathcal{H}(d) (1 + kz \text{ th } kd)$. Тогда

$$\delta T \approx \frac{\partial T}{\partial H} \delta \mathcal{H}(d) + \alpha k z_2 \delta \mathcal{H}_1'(d) \text{ th } kd; \quad (29)$$

здесь $\partial T/\partial H < 0$, а α — положительное число. Вычислим изменение выпрямленного тока J , обусловленное возмущением магнитного поля. Поскольку нас будет интересовать только начальный участок кривой $J(H)$, положим в (19) $\varphi_1 = 0$, $\varphi_2 = \pi$ и используем равенство (29):

$$\delta J = \frac{c}{4\pi} [f' \delta \mathcal{H}(d) - b k z_2 \delta \mathcal{H}(d) \operatorname{th}(kd)], \quad b > 0. \quad (30)$$

Как и следовало ожидать, изменение величины выпрямленного тока определяется значением магнитного поля в точке z_2 . Ток δJ создает в точке $z = (d - \delta)$ магнитное поле $\delta \mathcal{H}^2(d - \delta) \approx \delta \mathcal{H}(d)$, поэтому

$$\delta \mathcal{H}(d) = [f' - b k z_2 \operatorname{th}(kd)] \delta \mathcal{H}(d),$$

или

$$(f' - 1) b^{-1} \frac{d}{z_2} = kd \operatorname{th}(kd). \quad (31)$$

На рис. 28 показано графическое решение уравнения (31). Как видно из рисунка, при $f' > 1$ у этого уравнения имеются корни при действительных k . Эти решения экспоненциально растут со временем, что соответствует возникновению неустойчивости. Имеется, кроме того, бесконечный набор решений для чисто мнимых k , существующий как при $f' > 1$, так и при $f' < 1$. Эти решения затухают со временем в полном соответствии с решениями для обычных токов Фуко.

Таким образом, в рассматриваемом случае устойчивыми будут лишь те состояния, в которых $f' < 1$. Поэтому неудивительно, что состояния с $f' > 1$ не наблюдались экспериментально. В случае, когда нужно учитывать возвраты электронов в скин-слой по большой орбите, устойчивыми по отношению к длинноволновым возмущениям магнитного поля оказываются состояния с любыми значениями f' , за исключением узких областей $1 - \sqrt{z_2/z_1} \leq f' \leq 1$. Однако, как будет показано ниже, при $f' > 1$ в таких условиях образец неустойчив по отношению к возникновению автоколебаний магнитного момента.

б) Нарастающие колебания магнитного момента

В системах, получающих энергию из внешнего источника высокочастотного поля, например, возможно появление автоколебаний. Подобный вывод следует из работ Гуревича и Иоффе²⁷, рассматривавших случай слабо затухающего потока энергии. В металле при аномальном скин-эффекте осуществляется противоположный случай, волна затухает на расстояниях, малых по сравнению с размерами образца. Тем не менее, за счет большой длины свободного пробега электронов как проводимость на первой гармонике частоты ω , так и нелинейные свойства чувствительны к изменению магнитного поля в глубине металла.

Перейдем к рассмотрению возмущений на таких частотах $\tilde{\omega}$, скин-эффект на которых является аномальным. Поскольку предполагается, что все возможные решения затухают на расстоянии $k^{-1} \ll d$, ограничимся случаем, когда образец занимает полупространство $z > 0$. Будем считать

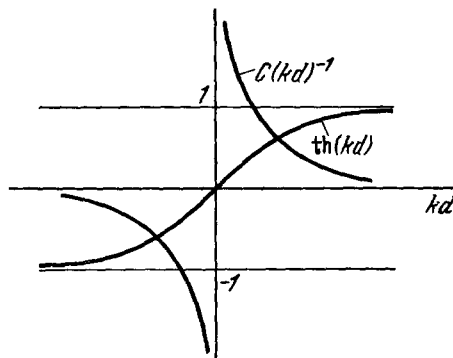


Рис. 28. Графическое решение уравнения (31) при действительных K .

Видно, что решения существуют при $C = (f' - 1) b^{-1} d/z_2 > 0$.

выполненными условия $z_1 \gg k^{-1} \gg z_2$, позволяющие легко вычислить изменение периодов движения электронов, вызванное неоднородным возмущением магнитного поля $\delta \mathcal{H}$. В таких условиях вклад в величину выпрямленного тока от больших орбит, уходящих на глубину $z_1 \sim 2r$, и орбит, вьющихся у поверхности (рис. 10, б), носит существенно различный характер. Вклад от орбит второго типа соответствует формуле (30) при $kd \rightarrow \infty$:

$$\delta J_2 = \left(\frac{4\pi}{c} \right)^{-1} [f' - bkz_2] \delta \mathcal{H}(0). \quad (32)$$

Чтобы учесть вклад орбит первого типа, необходимо вычислить изменение соответствующего им периода T в сильно неоднородном магнитном поле.

При вычислениях можно пренебречь влиянием переменного поля частоты ω на период движения. Подставляя в (27)

$$\delta \Pi = m^{-1} \left(\sqrt{2m\epsilon_F} - \frac{e}{c} zH \right) \frac{e}{c} \frac{\delta \mathcal{H}(0)}{k} (1 - e^{-kz}),$$

что соответствует возмущению магнитного поля $\delta \mathcal{H} = \delta \mathcal{H}(0)e^{-kz}$, $\text{Re } k > 0$, и вычисляя интеграл (27) в пределах от 0 до z_1 , получим

$$\frac{\delta T}{T} \sim - \frac{\delta \mathcal{H}}{\mathcal{H}} e^{-kz_1} [I_0(kz_1) - I_1(kz_1)]. \quad (33)$$

Соответствующий вклад в величину выпрямленного тока будет поэтому равен $\delta J_1 = -\delta \mathcal{H}(0) \left(\frac{4\pi}{c} \right)^{-1} a (kz_1)^{-3/2}$, где a — положительное число порядка $(z_2/z_1)^{1/2}$. Знак минус показывает, что увеличение числа возвратов в рассматриваемый полупериод уменьшает выпрямленный ток. Поскольку $\delta \mathcal{H}(0) = 4\pi/c (\delta J_1 + \delta J_2)$, то

$$1 = f' - bkz_2 - a (kz_1)^{-3/2}. \quad (34)$$

Поскольку характер пространственной неоднородности соответствует условиям аномального скин-эффекта, зависимость от времени определяется множителем $e^{i\tilde{\omega}t}$, где $\tilde{\omega}$ удовлетворяет соотношению

$$\tilde{\omega} = - \frac{c^2 k^3 r}{3\pi^2 \sigma}, \quad (35)$$

а величина k должна быть найдена из (34). Здесь использовано приближенное выражение для эффективной проводимости в сильном магнитном поле. Хотя это выражение не пригодно в случае цилиндрической ферми-поверхности³⁷, его использование можно оправдать наличием в реальных металлах на цилиндрических участках ферми-поверхности, вносящих значительный вклад в формирование структуры скин-слоя.

Введем новую переменную $kz_1 = \rho^{i\varphi}$, где $0 < \varphi < \pi/2$, и величину $\tilde{b} = bz_2/z_1$. Отделяя в уравнении (34) действительную и мнимую части, получим

$$\tilde{b}\rho \sin \varphi - a\rho^{-3/2} \sin \frac{3\varphi}{2} = 0, \quad (36)$$

$$\tilde{b}\rho \cos \varphi + a\rho^{-3/2} \cos \frac{3\varphi}{2} = f' - 1. \quad (37)$$

Если найдется решение системы уравнений (36), (37), соответствующее «правильному» закону дисперсии (35) при действительных $\tilde{\omega}$, это будет означать, что в системе на таких частотах $\tilde{\omega}$ возможны незатухающие колебания. Согласно (35) при действительной положительной $\tilde{\omega}$ фаза $\varphi = \pi/3$. При этом из (36) найдем $\rho_0 = [2a/\sqrt{3\tilde{b}}]^{2/5}$, а из (37) получим

соотношение

$$f' - 1 = \tilde{b} \frac{\rho_0}{2}, \quad (38)$$

определяющее характерное значение амплитуды переменного поля H_1^* , при превышении которого могут возникнуть автоколебания магнитного момента. При $\rho_0 < \rho_0$ колебания будут затухать, при $\rho > \rho_0$ — нарастать.

Полученное решение удовлетворяет сделанным ранее предположениям:

$$kz_1 \sim \left(\frac{z_1}{z_2} \right)^{1/5} \gg 1, \quad (39)$$

$$kz_2 \sim \left(\frac{z_2}{z_1} \right)^{4/5} \ll 1. \quad (40)$$

Частота незатухающих колебаний равна:

$$\tilde{\omega} \sim \frac{c^2}{3\pi^2 \sigma z_1^{7/5} z_2^{3/5}}. \quad (41)$$

Поскольку $\tilde{b}\rho_0/2 \ll 1$, условие (38) практически совпадает с условием появления неустойчивости по отношению к длинноволновым возмущениям, полученным ранее. При $f' > 1$ в образце может возникнуть либо апериодическое возмущение, переводящее образец в одно из устойчивых состояний, либо нарастающие осцилляции магнитного момента. Вопрос о существовании в образце стационарных колебаний должен быть решен экспериментально, тем более, что условие (39) экспериментально выполнить невозможно.

в) Экспериментальное наблюдение автоколебаний магнитного момента

Автоколебания наблюдали на большом числе образцов висмута⁵³, имевших в основном ориентацию $C_3 \parallel n$, где n — нормаль к плоскости пластины. Частоты колебаний лежали в пределах от 1 до 10 кГц. Диапазон частот совпадает с тем, что можно ожидать из предыдущего рассмотрения. Действительно, в экспериментах $z_1 \sim 10^{-1}$ см, $z_2 \sim 10^{-2}$ см, поэтому из (41) следует $\tilde{\omega} \sim 10^4$ с⁻¹.

Колебания, как правило, не были монохроматическими. Пример их спектра приведен на рис. 29. Как видно из рисунка, по мере увеличения амплитуды переменного поля частоты колебаний возрастают. Такое поведение было характерным для всех образцов. На некоторых образцах автоколебания наблюдались в двух областях по H_1 , и в каждой из них при повышении амплитуды частота возрастала. По-видимому, возрастание

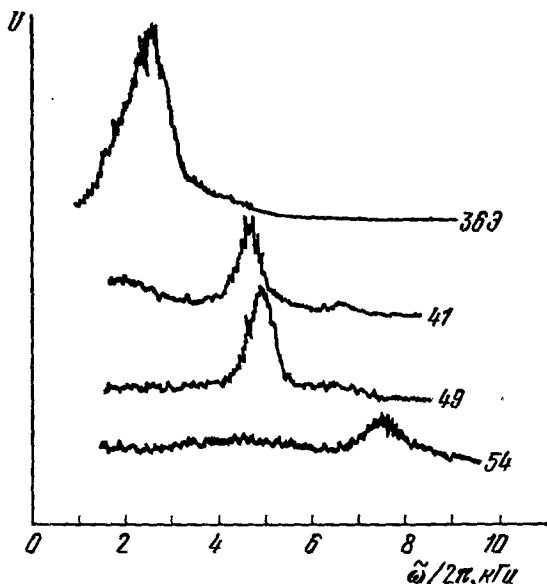


Рис. 29. Спектр автоколебаний на образце висмута.

$d = \text{мм}, j_1 \parallel C_1, \omega/2\pi = 1,6 \cdot 10^4$ Гц. Амплитуда переменного поля в Э проставлена рядом с кривой.

частоты связано с увеличением поля \mathcal{H} и уменьшением характерных размеров z_1, z_2 .

Частота зависела не только от амплитуды переменного поля, но и от температуры и ориентации кристаллографических осей образца относительно высокочастотного и постоянного полей. Особо следует отметить зависимость частоты колебаний от предыстории образца. Последнее означает, что частота при всех фиксированных параметрах зависела от

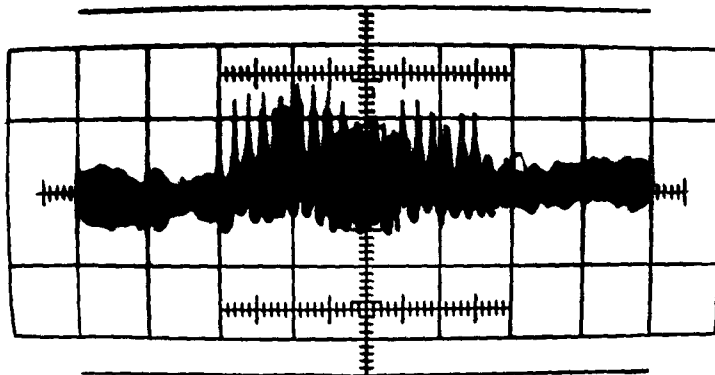


Рис. 30. Фотография с экрана осциллографа.

Образец висмута, $d = 0,54$ мм, $\omega/2\pi = 2 \cdot 10^8$ Гц, $H_0 = 1,15 \sin \omega_M t$, $\omega_M/2\pi = 40$ Гц, $H_1 = 37,5$ Э.
Видны автоколебания, которые подавляются при увеличении магнитного поля.

того, как было установлено то значение поля H_0 , в котором производится измерение. Другими словами, частота автоколебаний зависела от величины и направления собственного магнитного момента образца.

Введением слабого магнитного поля автоколебания можно было подавить (рис. 30), однако при больших амплитудах переменного поля колебания наблюдались не только в нулевом внешнем поле, но и в области боковой, удаленной от начала координат гистерезисной петли.

У всех образцов величина H_1^k превышала значение переменного поля H_1^c , в котором возникают «токовые» состояния. Измерения на образцах разных толщин и одного качества показали, что по мере уменьшения толщины образца поле H_1^k возрастает. Возрастание, видимо, связано с отсечкой противоположной стороной образца орбит, уходящих на большое ~ 2 г расстояние от поверхности. При учете возможности отсечки электронных орбит следует ожидать появления автоколебаний, когда амплитуда переменного поля удовлетворяет условию $\mathcal{H} (H_1^k) \geq vmc/ed$. При таких амплитудах диаметр электронной орбиты меньше толщины образца за счет влияния магнитного поля, созданного самим выпрямленным током.

6. ПОВЕРХНОСТНЫЙ ИМПЕДАНС ПРИ БОЛЬШИХ АМПЛИТУДАХ ПЕРЕМЕННОГО ПОЛЯ

а) О возможности описания нелинейных эффектов в металлах при помощи поверхностного импеданса

Поверхностный импеданс является наружной характеристикой среды, позволяющей судить об амплитуде и фазе отраженной волны, не интересуясь внутренними микроскопическими процессами. Если среда линейна, то поверхностный импеданс равен отношению напряженностей перемен-

ных электрического и магнитного полей на поверхности: $Z = E_1/H_1$ и, в общем случае, представляет собой комплексное число. У металлов $|Z| \ll 1$.

Волна, отраженная от нелинейной среды, не является монохроматической. Ее спектр, кроме основной частоты, содержит кратные частоты. Хотя описание в терминах поверхностного импеданса в этом случае не является полным, оно часто используется⁵⁶. Для его применимости необходимо, чтобы амплитуда отраженной волны на основной частоте существенно превышала амплитуду гармоник. Именно так дело обстоит в металлах⁵⁷.

Рассмотрим отражение электромагнитной волны от поверхности металла более подробно. На основной частоте ω имеются падающая на поверхность металла и отраженная волны, в которых амплитуда электрического поля равна амплитуде магнитного, и затухающая в глубь металла волна, у которой амплитуда электрического поля много меньше амплитуды магнитного. Для удовлетворения граничных условий, требующих непрерывности тангенциальных компонент электрического и магнитного полей, нужно, чтобы электрическое поле в отраженной волне было в противофазе с полем падающей волны, а по модулю электрические составляющие были почти равны. (Отношение их разности к полю падающей волны порядка отношения глубины скин-слоя к длине электромагнитной волны в вакууме.) Магнитные составляющие отраженной и падающей волн должны быть в фазе.

На каждой из кратных частот имеются две волны в металле и отраженная волна. В отраженной волне амплитуда магнитной и электрической составляющей равны друг другу, а внутри металла электрическое поле много меньше магнитного. Поскольку граничное условие сводится к равенству электрической и магнитной компонент на поверхности, для магнитного поля внутренней волны поверхность металла почти совпадает с узловой поверхностью. Поэтому магнитное поле волн на кратных частотах внутри металла ведет себя монотонно. Оно возрастает в глубь металла^a в пределах глубины затухания электромагнитного поля на основной частоте и лишь затем обнаруживает экспоненциальный спад. Из-за того, что магнитное поле на кратных частотах имеет на поверхности металла почти узел, амплитуды отраженных волн на кратных частотах не превышают величины электрического поля в волне первой гармоники, прошедшей внутрь металла. Другими словами, условие применимости описания при помощи импеданса сводится к требованию малости импеданса, которое в металлах всегда выполнено.

Таким образом, в металлах и в нелинейном случае отражение и поглощение электромагнитной энергии можно характеризовать единственной величиной — поверхностным импедансом. Такое описание является основным приближением по параметру $|Z| \ll 1$. Импеданс определяется отношением электрической и магнитной компонент электромагнитного поля на первой гармонике частоты ω . Отличие от линейного случая состоит в том, что поверхностный импеданс зависит от амплитуды падающей на металл волны. Возможность использования поверхностного импеданса вовсе не означает малости его изменения при изменении амплитуды переменного поля. Иными словами, условие применимости импеданса не совпадает с условием применимости метода последовательных приближений. Если последний все-таки применим, то максимальная поправка к импедансу возникает при решении уравнений, содержащих E_3 и H_3 .

Зависимость поверхностного импеданса металла от амплитуды падающей электромагнитной волны в условиях аномального скин-эффекта изучалась в работах⁴⁻⁶. Теоретических работ на эту тему пока нет.

б) Экспериментальное наблюдение зависимости
поверхностного импеданса от амплитуды
переменного поля

Зависимость импеданса от величины переменного поля измеряли на висмуте⁴ и галлии^{5,6}. Эксперименты состояли в изучении зависимости частоты генератора, в катушке колебательного контура, которого находился образец, от амплитуды радиочастотного поля. Для повышения чувствительности использовалась модуляционная методика. Регистрировалась не сама частота, а ее производная по величине постоянного магнитного поля $\partial\omega/\partial H_0 \sim \partial X/\partial H_0$, где $X = \text{Im } Z$.

Образцы висмута имели форму диска, поэтому были приняты меры для уменьшения искажения радиочастотного поля самим образцом. С целью

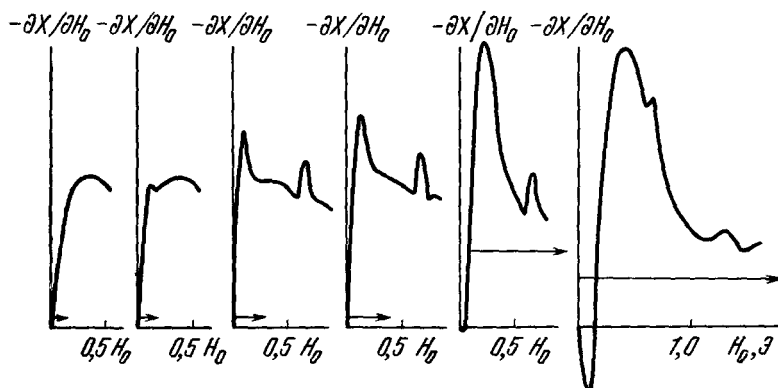


Рис. 31. Зависимость поверхностного импеданса висмута от амплитуды радиоволны. $d = 1,2$ мм, $\omega/2\pi = 4,1$ МГц, $T = 1,57$ К, $n \parallel C_2$, $H_0 \parallel H_1 \parallel C_2$. Стрелками показаны амплитуды волн.

увеличения однородности переменного магнитного поля длина катушки индуктивности была сделана превышающей диаметр диска. Магнитное поле H_0 было параллельно плоскости образца.

На рис. 31 показана зависимость $-\partial X/\partial H_0 (H_0)$ при различных амплитудах переменного поля на поверхности висмута. Как видно из рисунка, уже при $H_1 \sim 0,2$ Э на кривых появляется дополнительный максимум, быстро возрастающий при дальнейшем увеличении амплитуды переменного поля. При $H_1 \sim 1$ Э зависимость $\partial X/\partial H_0 (H_0)$ становится немонотонной. На кривых появляется минимум вблизи точки $H_0 = 0$ (рис. 31).

В экспериментах на висмуте частота ω изменялась от 1 до 10 МГц, но существенного влияния частоты на форму кривых отмечено не было. Вид кривых определялся только амплитудой переменного магнитного поля. Изменение качества поверхности путем травления, напротив, сильно изменяло вид кривых. От качества поверхности зависело и то значение поля, при котором появлялся дополнительный максимум. При нагартровке образца зависимость $X (H_0)$ вообще исчезала. Влияние качества поверхности было сильнее влияния ориентации кристаллографических осей образца относительно поверхности.

Картина, подобная приведенным на рис. 31, 32, сохранялась и при поляризации $H_0 \perp H_1$, хотя дополнительный пик смещался при этом в сторону больших полей. Если постоянное магнитное поле было ориентировано перпендикулярно к плоскости диска, то нелинейный эффект исчезал.

Температурная зависимость величины дополнительного максимума была столь же сильной, как и у линий радиочастотного размерного эффекта.

Можно было бы думать, что изменение поверхностного импеданса, наблюдавшееся в ⁴, обусловлено теми же эффектами, которые приводят к появлению нелинейного размерного эффекта или «токовых» состояний.

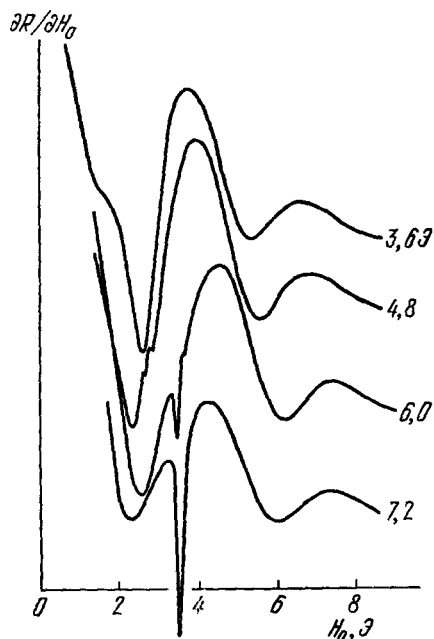


Рис. 32. Пример записи кривых $\frac{\partial X}{\partial H_0}(H_0)$.

Образец висмута, $d=0,4$ мм, $T=1,3$ К, $\omega/2\pi=1,27$ МГц, $j_1 \parallel C_1$, $j_2 H_0=28^\circ$. Амплитуда переменного поля указана на рисунке.

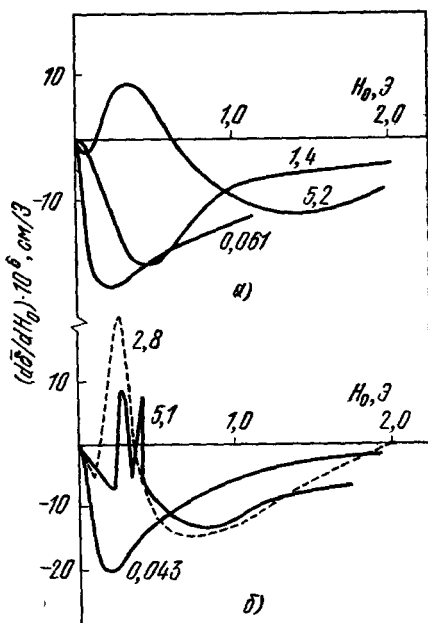


Рис. 33. Зависимость поверхностного импеданса галлия от амплитуды переменного поля.

а) Образец толщиной 0,394 мм с осью А по нормали и $H_0 \parallel C$, $T=4,2$ К. б) Образец с осью В по нормали, $H_0 \parallel A$, $d=0,406$ мм, $T=1,6$ К.

Однако и в том и в другом случае величина нелинейности весьма чувствительна к ориентации кристаллографических осей образца и внешнего магнитного поля, а качество поверхности сказывается слабо. Возможно, что результаты экспериментов объясняются наличием поверхностных уровней ⁵⁸, структура которых перестраивается под влиянием магнитного поля волны. Во всяком случае, нелинейность, связанная с поверхностными уровнями, будет очень чувствительной к качеству поверхности.

Измерения в ⁴ выполнены при сравнительно небольших амплитудах переменного поля $H_1 < 2$ э. Увеличив амплитуду поля, удастся заметить возникновение токовых состояний по изменению поверхностного импеданса образца ⁴⁷. Эти измерения были сделаны с помощью двойного Т-образного моста, позволявшего регистрировать любую из производных $\partial R/\partial H_0(H_0)$ или $\partial X/\partial H_0(H_0)$. Скачки импеданса, соответствующие изменению магнитного момента образца, наблюдались на любой из этих кривых. Особенности производных поверхностного импеданса появлялись еще до возникновения гистерезисных петель. Особенно наглядно это видно в условиях, относящихся к зарождению боковой гистерезисной петли (рис. 32).

В висмуте электроны в скин-слое приобретают значительную дрейфовую скорость V_D в сравнительно слабом переменном поле. По порядку

величины плотность тока $j_1 = (c/4\pi\delta) H_1$. Поскольку $j_1 \sim ne V_D$, то

$$V_D \sim \frac{cH_1}{4\pi ne}. \quad (42)$$

Эта величина при $n \sim 3 \cdot 10^{17} \text{ см}^{-3}$ и $\delta \sim 10^{-3} \text{ см}$ сравнивается со скоростью звука, если амплитуда поля составляет $H_1 \approx 30 \text{ э}$. Можно ожидать изменения зависимости поверхностного импеданса образца от амплитуды переменного поля после достижения электронами дрейфовой скорости, равной скорости звука, благодаря дополнительному торможению электронов из-за черенковского излучения фононов^{13,14,59,60}. Экспериментально, однако, никаких изломов на кривых $R(H_1)$ и $X(H_1)$ не обнаружено.

В галлии зависимость $\partial X/\partial H_0(H_0)$ измеряли на частоте в 2 МГц и $H_1 \leq 10 \text{ Э}^{5,6}$. При некоторых H_0 производная $\partial X/\partial H_0(H_0)$ изменяла знак с увеличением H_1 , а в определенных условиях (рис. 33) на кривых появлялись узкие экстремумы. Не исключено, что эти экстремумы предшествоуют появлению гистерезисных петель, связанных с «токовыми» состояниями подобно тому, как это происходит в висмуте.

Исходя из того, что на величину импеданса влияет только магнитная компонента волны, авторы⁶ произвели расчет зависимости $\partial X/\partial H_0(H_0)$.

С этой целью вычисляли величину $\bar{\delta}(H_0) = T^{-1} \int_0^T \delta(H_0 + \tilde{H}_1 \sin \omega t) dt$,

где $\delta(H_0)$ — экспериментальная зависимость, полученная при малых H_1 , а \tilde{H}_1 — эффективное значение амплитуды переменного поля $\tilde{H}_1 = kH_1$. Величина k использовалась как подгоночный параметр. Кривые $\partial \bar{\delta}/\partial H_0 \sim \partial \bar{X}/\partial H_0$ сравнивались с экспериментальными. Для некоторых кривых таким путем удается достичь качественного согласия, однако и для них нет детального совпадения расчета с экспериментом. Следует отметить, что подобная процедура усреднения глубины скин-слоя сама по себе сомнительна, поскольку δ не является мгновенной характеристикой.

7. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Как следует из изложенного выше, нелинейность в металлах приводит к появлению разнообразных эффектов даже в том простейшем случае, когда она обусловлена исключительно влиянием магнитного поля волны на траектории электронов. Учет этого влияния позволяет понять механизмы детектирования переменного тока металлами и качественно предсказать зависимость магнитного момента металла, облучаемого радиоволной, от величины внешнего магнитного поля. Теория позволяет описать и более тонкие проявления нелинейности, такие как автоколебания или появление дополнительных боковых гистерезисных петель в висмуте. Все расчеты, правда, сделаны для простейшей цилиндрической модели ферми-поверхности и не могут быть прямо применены для большинства металлов, у которых ферми-поверхность значительно сложнее. Однако трудности, связанные с учетом реальной ферми-поверхности, носят скорее технический, чем принципиальный характер.

Тем не менее задачу описания нелинейных свойств металлов даже в условиях аномального скин-эффекта нельзя считать окончательно решенной. Остаются совершенно неясными роль качества поверхности и возможный вклад магнитных поверхностных уровней в нелинейные эффекты. Непонятны и причины немонотонного изменения поверхностного импеданса с увеличением амплитуды переменного поля. Ситуация еще более усложняется при повышении частоты электромагнитного поля в результате под-

ключения других механизмов нелинейности. Поэтому исследование какого-либо одного эффекта в широком частотном диапазоне, вероятно, позволило бы определить диапазоны частот, в которых преобладают различные источники нелинейности. Пока, однако, измерения в более высоких частотах, в частности, на СВЧ, носят фрагментарный характер.

Остается пока открытым очень важный вопрос о возможности использования нелинейных свойств металлов для экспериментальных или практических целей. По-видимому, для исследовательских целей можно было бы использовать то обстоятельство, что величина магнитного момента у образца и ширина гистерезисной петли в «токовых» состояниях определяются параметрами электронных групп в небольшой окрестности выделенных точек на ферми-поверхности.

Большинство нелинейных эффектов в металлах обусловлено только наличием большой длины свободного пробега у носителей тока и является общим для любой длиннопробежной плазмы. При этом по мере увеличения длины свободного пробега носителей тока величина переменного поля, начиная с которой нелинейные эффекты становятся существенными, уменьшается, а величина эффектов при фиксированном поле растет. Очевидно, роль нелинейных эффектов будет возрастать по мере увеличения частоты и совершенства металлических кристаллов. Поэтому дальнейшее изучение нелинейностей, особенно на более высоких частотах и в предельно чистых металлах, остается актуальным.

Автор выражает искреннюю благодарность Г. И. Бабкину и В. Ф. Гантмахеру за многочисленные полезные обсуждения и критические замечания.

Институт физики твердого тела АН СССР,
Черноголовка (Московская обл.)

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Боровик Е. С. — ДАН СССР, 1953, т. 91, с. 771.
2. Каганов М. И., Лифшиц И. М., Танатаров Л. В. — ЖЭТФ, 1956, т. 31, с. 232.
3. Каганов М. И., Песчанский В. Г. — ЖЭТФ, 1957, т. 33, с. 1261.
4. Гантмахер В. Ф. — Письма ЖЭТФ, 1965, т. 2, с. 557.
5. Cochran J. F., Shiffman C. A. — Bull. Am. Phys. Soc., 1965, т. 10, с. 110.
6. Cochran J. F., Shiffman C. A. — Phys. Rev. Ser. A, 1965, v. 140, p. 1678.
7. Bate R. T., Wisseman W. R. — Ibid., 1969, v. 181, p. 763.
8. Wisseman W. R., Bate R. T. — Phys. Rev. Lett., 1968, v. 26, p. 1492.
9. Бабкин Г. И., Долгополов В. Т. — ЖЭТФ, 1974, т. 66, с. 1461.
10. Канер Э. А., Скобов В. Г. — УФН, 1966, т. 89, с. 367.
11. Вугальтер Г. А., Демиховский В. Я. — ЖЭТФ, 1976, т. 70, с. 1419; — Письма ЖЭТФ, 1975, т. 22, с. 454.
12. Волошин И. Ф., Вугальтер Г. А., Демиховский В. Я., Фишер Л. М., Юдин В. А. — ЖЭТФ, 1977, т. 73, с. 1503.
13. Esaki L. — Phys. Rev. Lett., 1962, v. 8, p. 4.
14. Hopfield J. J. — Ibid., p. 311.
15. Азбель М. Я., Дубовский Л. Б. — Письма ЖЭТФ, 1967, т. 5, с. 414.
16. Дубовский Л. Б. — ЖЭТФ, 1970, т. 52, с. 2110.
17. Божко В. И., Вольский Е. П. — ЖЭТФ, 1977, т. 72, с. 257.
18. Buchsbaum S. I., Smith G. E. — Phys. Rev. Lett., 1962, v. 9, p. 342.
19. Хайкин М. С., Якубовский А. Ю. — ЖЭТФ, 1971, т. 60, с. 2214.
20. Хайкин М. С., Семенчинский С. Г. — Письма ЖЭТФ, 1972, т. 15, с. 81.
21. Яшин Э. Г. — ЖЭТФ, 1975, т. 68, с. 1127.
22. Каганов М. И., Пешков В. П. — ЖЭТФ, 1972, т. 63, с. 2288.
23. Гуревич Л. Э., Мезрик О. А. — ФТТ, 1974, т. 16, с. 773.
24. Роган Ш. М. — ЖЭТФ, 1975, т. 64, с. 1071.
25. Левиев Г. И., Яшин Э. Г. — Письма ЖЭТФ, 1972, т. 15, с. 81.
26. Яшин Э. Г. — ФТТ, 1977, т. 19, с. 1188.
27. Гуревич Л. Э., Иоффе И. В. — ЖЭТФ, 1970, т. 58, с. 2047; т. 59, с. 1409; 1971, т. 61, с. 1133.
28. Слуцкий А. А., Кадигробов А. М. — Письма ЖЭТФ, 1978, т. 28, с. 219.

29. Ziman J. M.— Principles of the Theory of Solids.— Cambridge, Univ. Press, 1964.— Перевод: Займан Дж. Принципы теории твердого тела.— М.: Мир, 1966.
30. Gantmakher V. F.— Rept. Progr. Phys., 1974, v. 37, p. 317.
31. Гаспаров В. А., Волошин И. Ф., Фишер Л. М.— В кн. Материалы 20-го Всесоюзного совещания по физике низких температур.— Москва, 1979.— ч. 1, с. 5.
32. Гинзбург В. Л., Шабанский В. П.— ДАН СССР, 1955, т. 100, с. 445.
33. Греев Р. Ф.— J. Electr. Control, 1957, v. 3, p. 387.
34. Бабкин Г. И., Долгополов В. Т.— ФНТ, 1979, т. 5, с. 1158.
35. Басс Ф. Г., Гуревич Ю. Г.— Горячие электроны и сильные электромагнитные волны в плазме полупроводников и газового разряда.— М.: Наука, М., 1975.
36. Канер Э. А., Гантмахер В. Ф.— УФН, 1968, т. 94, с. 193.
37. Филь В. Д., Бурма Н. Г., Безуглый П. А.— Письма ЖЭТФ, 1976, т. 23, с. 428.
38. Богачек Э. Н., Рожавский А. С., Шехтер Р. И.— Ibid., с. 432.
39. Богачек Э. Н., Рожавский А. С., Шехтер Р. И.— ФНТ, 1978, т. 4, с. 603.
40. Канер Э. А.— ЖЭТФ, 1963, т. 44, с. 1036.
41. Boyle W. S., Smith G. E.— Progr. Semicond., 1963, v. 7, p. 1.
42. Фальковский Л. А.— УФН, 1968, т. 94, с. 3.
43. Edelman V. S.— Adv. Phys., 1976, v. 25, p. 555.
44. Эдельман В. С.— УФН, 1978, т. 125, с. 257.
45. Эдельман В. С., Вольский Е. П., Хайкин М. С.— ПТЭ, 1966, № 3, с. 179.
46. Heß S., Müller H. U., Schmidt J., Herrmann R.— Доклад на симпозиуме «Чистые вещества в науке и технике», Дрезден, 1975.
47. Долгополов В. Т., Марголин Л. Я.— Письма ЖЭТФ, 1973, т. 17, с. 233.
48. Долгополов В. Т.— ЖЭТФ, 1975, т. 68, с. 356.
49. Долгополов В. Т., Мурзин С. С.— Письма ЖЭТФ, 1976, т. 23, с. 213.
50. Лифшиц И. М., Азбель М. Я., Каганов М. И. Электронная теория металлов.— М.: Наука, 1971.
51. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теория поля.— М.: Физматгиз, 1962.
52. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Механика.— М.: Наука, 1965.
53. Бабкин Г. И., Долгополов В. Т., Чупров П. Н.— ЖЭТФ, 1978, т. 75, с. 1801.
54. Gantmacher V. F.— Progr. Low. Temp. Phys., 1967, v. 5, p. 381.
55. Grashnell A. P., Wong K. C. The Fermi-surface. Clarendon Press, Oxford: 1973.— Перевод Крекнелл А., Уонг К. Поверхность Ферми.— М.: Атомиздат, 1978.
56. Бланкьер О. Анализ нелинейных систем.— М.: Мир, 1969.
57. Дубовский Л. Б. Автореферат канд. диссертации.— Москва: ИТФАН СССР, 1971.
58. Хайкин М. С.— УФН, 1968, т. 96, с. 409.
59. Богод Ю. А.— ФНТ, 1978, т. 4, с. 629.
60. Богод Ю. А., Валеев Р. Г.— ФНТ, 1976, т. 2, с. 897.