

**УСПЕХИ ФИЗИЧЕСКИХ НАУК**

533.9

**ИОНИЗАЦИОННЫЕ ВОЛНЫ В НИЗКОТЕМПЕРАТУРНОЙ ПЛАЗМЕ****П. С. Ланда, Н. А. Мискинова, Ю. В. Пономарев****СОДЕРЖАНИЕ**

Введение . . . . .	601
1. Природа и основные свойства страт . . . . .	602
а) Бегущие страты в инертных газах (602). 1) Ионизационно-диффузионная природа страт (603); 2) Области существования бегущих страт (605); 3) Форма страт вблизи границы самовозбуждения (606); 4) Автоколебательные свойства страт (608). б) Стоячие страты (611). 1) Области существования (611). 2) Основные характеристики стоячих страт (613).	
2. Теория бегущих и стоячих страт . . . . .	615
а) Основные теоретические предпосылки (615). б) Условия самовозбуждения бегущих страт в области средних и больших токов (619). в) Некоторые задачи нелинейной теории бегущих страт (627). г) Стоячие страты в молекулярных и инертных газах (629). 1) Стоячие страты в молекулярных газах (629); 2) Стоячие страты в инертных газах (631).	
Заключение . . . . .	632
Цитированная литература . . . . .	633

**ВВЕДЕНИЕ**

Известно, что плазма в положительном столбе газового разряда редко находится в спокойном состоянии. Чаще всего в ней развиваются различного рода неустойчивости, которые приводят к расслоению (стратификации) положительного столба. Наиболее распространенным видом неустойчивости низкотемпературной плазмы, приводящей к возбуждению страт, является так называемая ионизационная неустойчивость. Рассмотрению этой неустойчивости и посвящен настоящий обзор. Различают два вида страт, имеющих ионизационную природу, — бегущие и стоячие. Бегущие страты — это волны концентрации и температуры электронов, распространяющиеся и усиливающиеся, как правило, от катода к аноду. Отличительной особенностью этих волн является то, что их фазовая скорость противоположна по направлению групповой скорости (преимущественно в инертных газах). Стоячие страты — особый тип волн, частота которых равна нулю, а волновое число отлично от нуля.

Свойства бегущих и стоячих страт начали изучаться еще в прошлом веке <sup>1-3</sup>. С тех пор опубликовано множество работ, в которых накоплен богатый экспериментальный материал, значительная часть которого нашла отражение в обзорах <sup>4-10</sup>. Теоретическое осмысление явления стратификации положительного столба газового разряда началось лишь сравнительно недавно. Одними из первых были работы Дрюйвестейна <sup>11</sup>.

В истории изучения страт можно выделить несколько периодов, когда потребности практики стимулировали их исследование. Один из этих периодов относится к началу широкого использования газоразрядных трубок. В последние годы интерес к стратам существенно возрос в связи с применением газоразрядных трубок в лазерной технике (см., например, <sup>10, 12-17</sup>). Параметры рабочих режимов лазеров, как правило, лежат в областях возбуждения страт.

Для работы газоразрядных приборов возбуждение страт представляет собой вредное явление, на борьбу с которым тратятся значительные усилия. Чтобы эта борьба была достаточно эффективной, необходимо как можно полнее изучить природу страт и причины их возникновения. Естественные, или собственные, страты возникают в положительном столбе без какого-либо внешнего источника периодических возмущений и представляют собой автоколебания в системе с распределенными параметрами. С точки зрения общей теории колебаний страты можно рассматривать как своеобразный класс волн, у которых групповая скорость противоположна по направлению фазовой. На принципиальную возможность существования таких волн указывал Лэмб <sup>18</sup>, придумав для этого некоторые искусственные механические модели одномерных сред, обладающих этим свойством. Л. И. Мандельштам нашел реальный пример подобного рода сред <sup>19, 20</sup>. Оказывается, что при распространении в кристаллах упругих волн, частота которых сравнима с частотой колебаний решетки («оптические» ветви акустического спектра кристаллической решетки, рассмотренные М. Борном), групповая и фазовая скорости этих волн направлены навстречу друг другу.

Изучение страт представляет не только прикладной, но и общенаучный интерес. Явления, аналогичные стратам, встречаются как в различных разделах физики (например, в гидродинамике <sup>21</sup>, геофизике <sup>22</sup>, физике полупроводников <sup>23-25</sup>), так и в смежных областях науки (химии, биологии, экологии <sup>26-30</sup>). Вследствие этого результаты, полученные при исследовании страт, могут найти широкое применение.

## 1. ПРИРОДА И ОСНОВНЫЕ СВОЙСТВА СТРАТ

### а) Бегущие страты в инертных газах

Поскольку общие свойства бегущих страт достаточно подробно описаны в обзорных работах <sup>4-6</sup>, то мы остановимся только на некоторых результатах, в основном полученных в последнее время.

Как известно, бегущие страты существуют в широкой области давлений ( $10^{-3}$ — $10^2$  Торр) и токов ( $10^{-4}$ — $10^1$  А) в инертных и молекулярных газах, в парах некоторых металлов, а также в различных смесях. Фазовая скорость страт меняется в широких пределах ( $v_{\phi} \sim 10^3$ — $10^6$  см/с) и в инертных газах направлена, как правило, от анода к катоду. Групповая скорость  $v_{gr}$ , совпадая с фазовой по порядку величины, чаще всего имеет противоположное направление, в связи с чем такие волны были названы Пекареком <sup>5</sup> обратными. Однако встречаются и волны, групповая скорость которых совпадает по направлению с фазовой, и они получили название прямых <sup>5</sup>.

Поскольку возбуждение страт сопровождается колебаниями интенсивности бокового спонтанного излучения (см., например, <sup>6</sup>), то бегущие страты наиболее просто наблюдать с помощью двух фотодиодов, расположенных вдоль разрядной трубки на некотором расстоянии друг от друга. Если сигналы с фотодиодов подать на входы двухлучевого осциллографа,

то вблизи границы существования страт на экране будут наблюдаться колебания, близкие к синусоидальным. По изменению сдвига фаз колебаний при смещении одного фотодиода относительно другого можно определить длину и фазовую скорость страт.

Многочисленные эксперименты показывают, что характеристики страт достаточно хорошо подчиняются законам подобия<sup>31-34</sup>. Первоначально проверялась справедливость законов подобия, сформулированных Хольмом<sup>35</sup>. Пупп установил, что произведение частоты страт на радиус трубки и молекулярную массу газа ( $fR\mu$ ) является функцией  $pR/U_1$ . Соответствующая зависимость для He, Ne, Ar и Kr приведена Недоспасовым

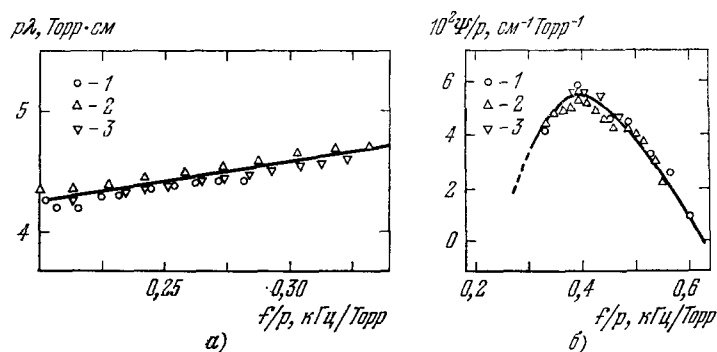


Рис. 1. Дисперсионные кривые в параметрах подобия для Ne<sup>33</sup>, полученные в трубках разного радиуса.

$R$  (см) = 0,75 (1), 1,25 (2) и 2,02 (3);  $pR = 2$  Торр·см;  $i/R$  (А/см) =  $1,67 \cdot 10^{-3}$  (а) и  $3,3 \cdot 10^{-3}$  (б).

в обзоре<sup>4</sup>. Однако законы подобия, установленные Хольмом, не охватывают такие важные для формирования страт процессы, как ступенчатое возбуждение и ионизацию.

Лишь в работе<sup>33</sup> на основе уравнения Больцмана были сформулированы более общие законы подобия, которые можно использовать и при описании многообразных процессов с парными столкновениями частиц. Существенное отличие этих законов подобия, получивших в<sup>33</sup> название Б-инвариантных законов подобия, от установленных ранее Хольмом заключается во введении в качестве внешнего параметра подобия величины  $i/R$  (в дополнение к использовавшемуся ранее параметру  $pR$ ). Наряду с внешними параметрами подобия в положительном столбе, согласно<sup>33</sup>, существуют и внутренние параметры подобия, такие как  $\lambda/R$ ,  $fR$ ,  $v_\phi$ ,  $v_{gr}$ ,  $ER$ ,  $T$ ,  $f/p$ ,  $\lambda p$ . Использование Б-инвариантных законов подобия существенно облегчает теоретическое и экспериментальное исследование страт. На рис. 1 приведены экспериментальные результаты, полученные для неона в<sup>33</sup>, с использованием параметров подобия  $\lambda p$ ,  $f/p$ ,  $\Psi/p$ ,  $pR$  и  $i/R$  ( $\Psi$  — коэффициент пространственного усиления страт). Из рисунка видно, что длина страт обычно увеличивается с ростом частоты примерно по линейному закону, а зависимость  $\Psi(f)$  имеет резонансный характер. Аналогичные зависимости наблюдаются и в других газах.

1) Ионизационно-диффузионная природа страт. В настоящее время ионизационно-диффузионная природа страт является твердо установленной. На определяющую роль процессов ионизации и диффузии в возникновении страт указывалось еще в работах 20—30-х годов<sup>11,36-39</sup>. Значительную роль в выяснении механизма воз-

никновения и развития бегущей ионизационной волны сыграли работы Ротера<sup>40,41</sup>, Воячека<sup>42</sup> и Пекарека<sup>5,9,43-45</sup>.

Используя уравнение амбиполярной диффузии для ионов и феноменологическое уравнение для температуры электронного газа, а также учитывая зависимость скорости ионизации от температуры, Пекарек показал, что введение импульсного возмущения в положительный столб приводит к появлению колебательного процесса — так называемой волны расслоения, фазовая скорость которой направлена от анода к катоду, а групповая — в обратном направлении. Однако модель, предложенная Пекареком, обладала рядом существенных недостатков, справедливая критика которых дана в обзоре Недоспасова<sup>4</sup>. Несмотря на это, в силу своей относительной простоты и наглядности модель Пекарека получила довольно широкое распространение<sup>46-54</sup>.

Качественное объяснение причин существования страт впервые было дано, по-видимому, Клярфельдом<sup>55</sup>. В своей работе Клярфельд утверждал, что на длине страты электроны набирают энергию, достаточную для ионизации атомов. Затем в результате ионизации образуется группа медленных электронов, которая, двигаясь в электрическом поле, вновь набирает энергию и т. д. Однако данное объяснение до последнего времени не было достаточно подтверждено экспериментально. Лишь в последние годы появилось несколько экспериментальных работ<sup>56-58</sup> по измерению функции распределения электронов по энергиям, позволяющих трактовать существование страт аналогично тому, как это делалось Клярфельдом. Наиболее наглядными являются результаты работы<sup>56</sup>, в которой для страт малой амплитуды в неоне приводятся графики возмущения функции распределения электронов в зависимости от фазы волны. Из этих графиков следует, что имеется группа электронов, энергия которых растет по мере изменения фазы примерно до потенциала ионизации или возбуждения (в зависимости от типа страт) — «горбик» на функции распределения перемещается в область более высоких энергий. Затем эта группа электронов растрчивает свою энергию на ионизацию или возбуждение, и в результате на кривой функции распределения появляется «горбик» в области малых энергий. Далее процесс повторяется периодически. Такая картина наблюдается для всех типов страт в области небольших токов. Вблизи верхней по току границы существования страт (границы Пуппа) функция распределения является монотонной, и здесь объяснить существование страт можно, исходя из гидродинамических представлений, аналогично тому, как это сделано, например, в<sup>5,42,59</sup>.

Согласно этим представлениям существование ионизационных волн в первую очередь обусловлено зависимостью скорости ионизации от концентрации и температуры электронов. В силу выполнения условия квазинейтральности плазмы (длина волны страт значительно больше радиуса Дебая) изменение концентрации электронов в положительном столбе описывается уравнением амбиполярной диффузии с источником, роль которого играет скорость ионизации. В это уравнение через скорость ионизации входит температура электронов, которая связана с концентрацией уравнением баланса тепла, учитывающим процессы конвективного переноса тепла и джоулева нагрева, теплопроводность электронного газа и потери энергии на соударения. К этим уравнениям необходимо добавить закон Ома, связывающий электрическое поле с током.

Рассмотрим основные процессы, которые приводят к возможности распространения в плазме положительного столба ионизационной волны. Параметры этой волны таковы, что относительное изменение концентрации электронов главным образом определяется диффузией на стенки трубки и зависимостью скорости ионизации от температуры. Соответствующее

уравнение для малых отклонений концентрации от стационарной имеет вид

$$\frac{\partial N}{\partial t} = \frac{Z_T}{\tau_n} U, \quad (1)$$

где  $N$ ,  $U$  — относительные отклонения концентрации и температуры электронов от стационарных значений ( $n_0$ ,  $T_0$ ),  $Z_T$  — логарифмическая производная от частоты ионизации по температуре,  $\tau_n$  — время жизни электронов за счет диффузии на стенки.

Перенос энергии электронов вследствие теплопроводности в основном уравнивается изменением джоулева нагрева, т. е.

$$\gamma \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} = -KW, \quad (2)$$

где  $W$  — относительное отклонение поля от стационарного значения  $E_0$ ,  $\gamma$  — коэффициент теплопроводности,  $K = v/(n_0 T_0)$ ,  $v$  — дрейфовая скорость электронов.

В свою очередь, из условия постоянства тока следует, что  $W = (T_0/E_0) \partial N/\partial x$ , т. е.

$$\gamma \frac{\partial U}{\partial x} = -K \frac{T_0}{E_0} N. \quad (3)$$

Дифференцируя (1) по координате и учитывая (2), получим замкнутое уравнение для  $N$ :

$$\gamma \frac{\partial^2 N}{\partial t \partial x} = -K \frac{T_0 Z_T}{E_0 \tau_n} N.$$

Это уравнение описывает бегущую волну, фазовая скорость которой по величине равна групповой, но противоположна по направлению.

Из (1) — (3) следует, что колебания поля и температуры электронов совпадают по фазе, в то время как колебания концентрации электронов сдвинуты относительно них на четверть волны в сторону анода (положительное направление оси  $x$  было выбрано от катода к аноду) (рис. 2).

Чтобы описать процесс возбуждения ионизационных волн, необходимо более детально рассмотреть процессы в плазме положительного столба. При этом оказывается, что необходимым условием возбуждения является зависимость частоты ионизации от концентрации электронов, возникающая, например, за счет ступенчатых процессов. Остальные процессы — амбиполярная диффузия, перенос тепла за счет теплопроводности и конвекции — вызывают затухание ионизационной волны.

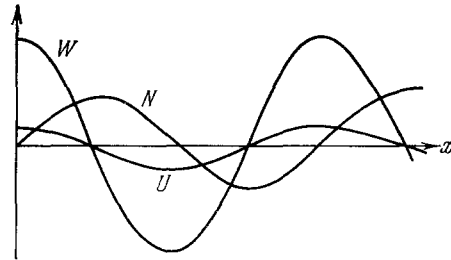


Рис. 2. Распределение концентрации ( $N$ ) и температуры ( $U$ ) электронов, а также электрического поля ( $W$ ) вдоль положительного столба.

2) О б л а с т и с у щ е с т в о в а н и я б е г у щ и х с т р а т. Наиболее детально бегущие страты исследованы в чистых инертных газах: неоне<sup>33, 60–64</sup>, аргоне<sup>64–66</sup>, гелии<sup>64, 67, 68</sup>. В последние годы большой интерес проявляется к стратам в смеси гелия с неоном, поскольку такая смесь часто используется в лазерах<sup>10, 14, 16, 17, 67–83</sup>.

Свойства положительного столба в инертных газах и их смесях являются сходными. Страты существуют в широкой области давлений и токов ниже границы Пуппа. На рис. 3 показаны границы существования страт в неоне по данным<sup>33</sup>. Аналогичная картина наблюдается для аргона<sup>64</sup>. Характерной особенностью этих газов является существование бесстрато-

вой области в районе малых давлений и средних токов. Бесстратовая область существует и в смеси гелия с неоном. Размеры и конфигурация этой области существенно зависят от соотношения компонент смеси ( $\alpha = p_{\text{He}} : p_{\text{Ne}}$ ) и длины разрядного промежутка ( $L$ )<sup>16,17</sup> (рис. 4). Из рисунка видно, что добавление гелия к неону расширяет бесстратовую область и смещает ее в сторону более низких давлений и более высоких токов. Отметим, что при  $\alpha = 7$  удалось наблюдать нижнюю границу возбужде-

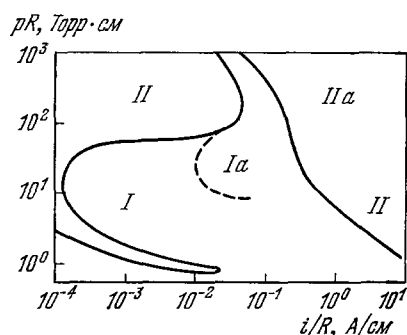


Рис. 3. Границы областей существования бегущих страт в Ne<sup>33</sup>. I — область возбуждения страт, II — области спокойного разряда, Ia, IIa — области контрагированного столба.

ния напряжения на длине страты  $U_\lambda = \lambda E$ , которое слабо меняется при изменении условий разряда (правило Новака<sup>85</sup>). Зайцевым и Савченко в работе<sup>34</sup> были исследованы три разновидности самовозбужденных страт ( $p$ ,  $r$  и  $s$ ) в неоне и две разновидности ( $p$  и  $s$ ) в аргоне в диапазоне давлений  $pR = 0,45 - 36$  Торр·см и токов  $i/R = 10^{-2} - 2$  А/см. Как правило, разновидности бегущих страт существуют отдельно одна от другой, причем для заданного значения  $pR$  страты с меньшим значением  $U_\lambda$  наблюдаются при меньших токах<sup>34</sup>. В области перехода от одного типа страт к другому возможно одновременное существование двух типов самовозбужденных страт<sup>34,86</sup>. При изменении тока и давления параметры разных типов страт меняются по-разному. Частота и фазовая скорость  $p$  и  $s'$  страт растут с увеличением тока, а  $r$  и  $s$  страт — падают<sup>84</sup>.

3) Форма страт вблизи границы самовозбуждения. Наблюдаемые вблизи границы самовозбуждения подвижные страты приближенно могут быть представлены в виде суперпозиции двух компонент: усиливающейся от катода к аноду бегущей волны (собственно ионизационной волны) и синфазной составляющей, обусловленной модуляцией тока разряда. Это видно из рис. 5, где показан наиболее характерный вид распределения интенсивности бокового спонтанного излучения  $I$  на основной частоте страт \*). Такое распределение получается, если положить

$$N = Ae^{\Psi x} \cos(\Omega t + Kx) + C \cos(\Omega t + \varphi), \quad I \sim \sqrt{N^2} \quad (4)$$

Наличие синфазной составляющей приводит к пространственной модуляции излучения с периодом, равным длине бегущей волны. Относительная амплитуда этой модуляции убывает при удалении от катода. На некотором расстоянии от катода  $I$  имеет минимум, положение которого определяется коэффициентом пространственного усиления  $\Psi$ <sup>87</sup>. Из (4) следует, что коор-

\*) Аналогичные распределения приведены в работах<sup>68-70,87</sup>.

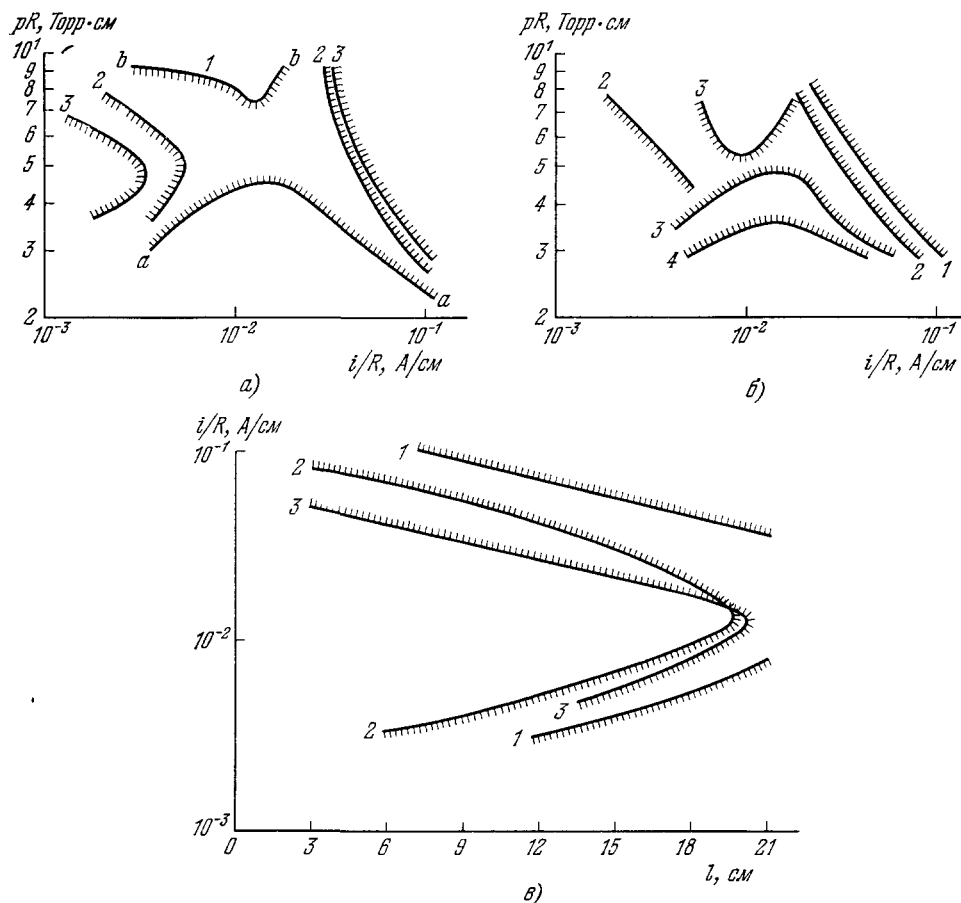


Рис. 4. Границы областей существования бегущих страт в смеси гелия и неона в зависимости от соотношения компонент смеси  $\alpha$  и длины разрядного промежутка  $L$  (область возбуждения страт заштрихована)<sup>16</sup>.  
а)  $L = 10$  см,  $\alpha = 7$  (1), 10 (2) и 15 (3); б)  $\alpha = 7$ ,  $L$  (см) = 3 (1), 6 (2), 9 (3) и 15 (4); в)  $\alpha = 10$ ,  $pR$  (Торр·см) = 3 (1), 4,5 (2) и 6 (3).

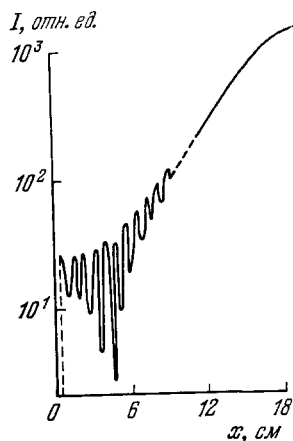


Рис. 5. Зависимость интенсивности бокового спонтанного излучения от координаты  $x$  для смеси гелия с неоном<sup>69</sup>.

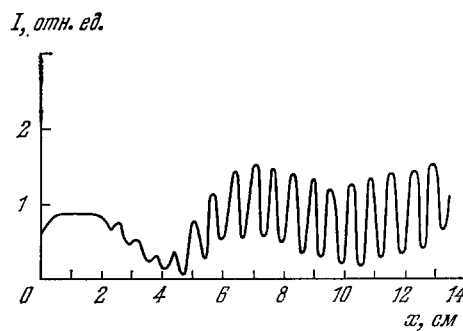


Рис. 6. Зависимость интенсивности бокового спонтанного излучения от координаты  $x$  для смеси гелия с неоном при малых токах.

дината минимума  $x_0 \approx (1/\Psi) \ln(C/A)$ , причем  $x_0 > 0$ , если  $C > A$ . Так как отношение  $C/A$  определяется только граничными условиями при  $x = 0$ , то положение минимума позволяет сделать некоторые заключения об этих условиях.

При достаточно малых токах (слева от бесстратовой области) вид распределения другой (рис. 6). Его форма может быть качественно объяснена, если представить страты в виде суммы трех компонент: двух бегущих волн с отличающимися на порядок волновыми числами и синфазной составляющей:

$$N = Ae^{\Psi x} \cos(\Omega t + Kx) + Be^{\Psi_1 x} \cos(\Omega t + K_1 x + \varphi_1) + C \cos(\Omega t + \varphi_2). \quad (5)$$

Такое представление, как будет показано ниже, вполне оправдано.

При удалении от границы самовозбуждения пространственное усиление бегущей составляющей страт растет и становится нелинейным. На некотором расстоянии от катода амплитуда бегущей компоненты достигает

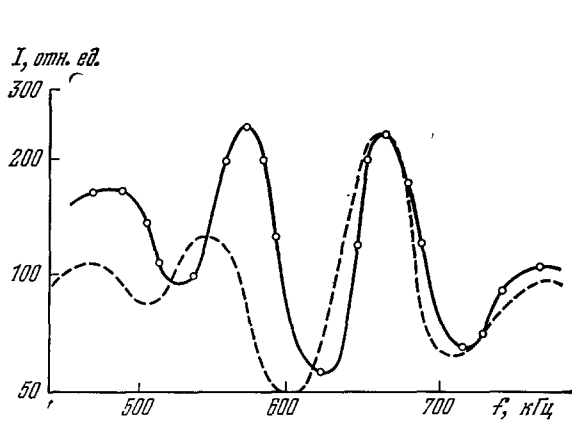


Рис. 7. Зависимость интенсивности шумовой составляющей разрядного тока от частоты вблизи порога возбуждения для смеси гелия с неоном.  $\alpha = 7$ ,  $pR = 0,4$  Торр·см,  $i = 2,5$  мА,  $R = 0,15$  см,  $L = 11$  см; штриховая кривая — расчет для интенсивности вынужденных страт при тех же параметрах.

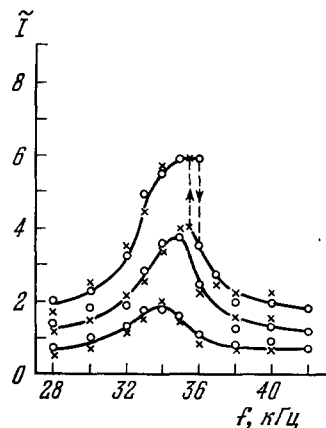


Рис. 8. Зависимость амплитуды вынужденных колебаний тока разряда от частоты внешнего воздействия вблизи частоты собственных страт  $\omega_1$ .

насыщения. Форма насыщенных страт сильно отличается от гармонической. Следует отметить, что в широком диапазоне токов режим генерации страт является одномодовым (с гармониками). Это, по-видимому, можно объяснить наличием сильной конкуренции мод в положительном столбе за счет их нелинейного взаимодействия. При значительном удалении от границы возбуждения одномодовый режим генерации сменяется многомодовым и становится турбулентным.

4) Автоколебательные свойства страт. Изучение свойств страт показывает, что положительный столб представляет собой распределенную автоколебательную систему с сильной нелинейностью. Одним из главных аргументов в пользу этого утверждения является модовая структура страт. Вблизи границы возбуждения, когда условия самовозбуждения еще не выполняются, в положительном столбе происходит усиление шума. Усиленный шум имеет резонансную структуру, показанную на рис. 7. Расстояние между ближайшими максимумами  $\Delta f$  является характерной величиной для данной трубки. В низкочастотной области спектра на частоте  $\Delta f$  также наблюдался усиленный шум, что свидетель-



ствует о сильных нелинейных свойствах положительного столба. При приближении к границе самовозбуждения интенсивность каждой компоненты шума возрастает. Аналогичная резонансная структура шума наблюдалась в работе <sup>76</sup>.

Для вынужденных (стимулированных) страт также характерна модовая структура, которая проявляется вблизи границы самовозбуждения. Зависимость амплитуды вынужденных страт от частоты имеет тот же вид, что и для шума (см. рис. 7). При удалении от границы самовозбуждения

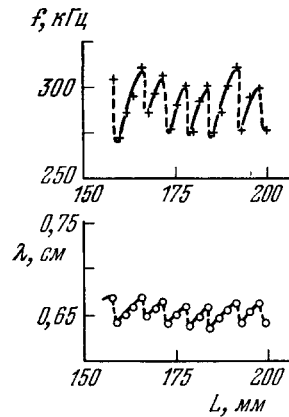


Рис. 9. Зависимость частоты и длины волны бегущих страт от длины положительного столба <sup>70</sup>.

$R = 1,75$  мм,  $\alpha = 10$ ,  $p = 3$  Торр.

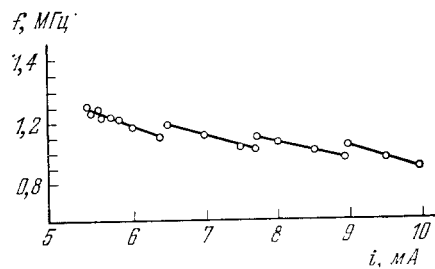


Рис. 10. Зависимость частоты бегущих страт от тока разряда <sup>77</sup>.

$\alpha = 6$ ,  $p = 2,8$  Торр,  $R = 0,9$  мм,  $L = 20$  см.

относительная ширина максимумов увеличивается, и они пропадают. Если амплитуда внешнего воздействия велика, то форма максимумов становится несимметричной (рис. 8), подобной форме резонансных кривых для колебательного контура с нелинейной емкостью <sup>88</sup>.

Самовозбужденные страты тоже проявляют модовую структуру. Так, например, в работах <sup>6,73</sup> отмечается, что изменение длины положительного столба приводит к скачкообразному изменению частоты и длины волны страт с периодом, приблизительно равным средней длине волны (рис. 9). При изменении тока разряда частота и длина волны страт испытывают скачки (см. работы <sup>6,9,67,73,89</sup> и рис. 10). В области скачка спектр разрядного тока и бокового спонтанного излучения обогащается. Отдельные составляющие спектра разделены частотным интервалом  $\Delta f$ , соответствующим расстоянию между максимумами в спектре шума на рис. 7 и сдвигу частоты страт в момент скачка. Величина  $\Delta f$  зависит от тока разряда, длины разрядного промежутка и состава газа \*). Так, в одной и той же трубке при изменении длины от 18 до 38 см  $\Delta f$  изменялось обратно пропорционально длине от 57 до 25 кГц.

В распределенных автоколебательных системах за счет потерь на границах условия самовозбуждения зависят от длины системы. То же самое наблюдается и при возбуждении страт. Подтверждением этого является зависимость размеров бесстратовой области от длины положительного столба (рис. 4, в). Эта зависимость объясняется тем, что граничный коэффициент усиления страт уменьшается при увеличении длины.

\*) Для чистого гелия скачки частоты при изменении тока разряда не наблюдаются <sup>67</sup>.

На рис. 11 представлен коэффициент усиления страт как функция тока (внутри бесстратовой области измерялся коэффициент усиления стимулированных страт, показанный пунктиром). Интересно отметить, что коэффициенты усиления страт вблизи левой и правой границы бесстратовой области различны: слева для самовозбуждения страт требуется меньший коэффициент усиления, чем справа.

Необходимым атрибутом всякой автоколебательной системы является обратная связь. В случае страт вопрос об обратной связи является сложным. Во многих работах утверждалось, что обратная связь осуществляется

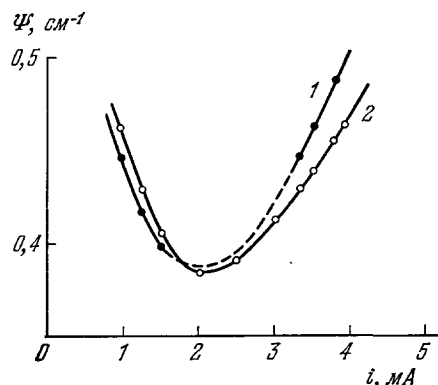


Рис. 11. Зависимость коэффициента усиления страт  $\Psi$  от тока разряда.  $\alpha = 15$ ,  $pR = 0,3$  Торр·см; 1 —  $L = 10,2$  см, 2 —  $L = 14,1$  см; штриховая линия — стимулированные страты.

через внешнюю цепь, т. е. через источник питания разряда (см. например, <sup>46, 83</sup>). Однако многочисленные попытки подавления страт путем включения в цепь питания различных фильтров приводили лишь к незначительному смещению границы самовозбуждения <sup>90</sup>. Это говорит о том, что в разряде возможна внутренняя обратная связь, обеспечивающая существование регулярных страт. На эту возможность указывалось, в частности, Пекареком <sup>5</sup>, однако вопрос о природе внутренней обратной связи оставался открытым. В работах <sup>91, 92</sup> существование внутренней обратной связи было теоретически обосновано.

На автоколебательную природу страт указывают и такие явления, как синхронизация страт внешним воздействием <sup>93</sup>, взаимная синхронизация страт в трубках с двумя разрядными промежутками <sup>77</sup>, асинхронное подавление страт как внешним воздействием <sup>51, 86, 94</sup>, так и одного типа страт другим типом <sup>86, 94</sup> и т. п.

Внешнее воздействие на частотах, близких к частоте собственных страт, приводит к их синхронизации, т. е. стратам навязывается частота внешнего воздействия. Ширина области синхронизации зависит от амплитуды воздействия. Явление синхронизации, в частности, используется для получения дисперсионных характеристик страт в области их возбуждения <sup>31</sup>.

Асинхронное подавление страт проявляется в уменьшении их амплитуды при внешнем воздействии на частотах, далеких от резонанса. Роль внешнего воздействия могут выполнять, например, модуляция тока разряда, внешнее ВЧ поле, релаксационные колебания в разряде, страты другого типа и т. п. Начиная с некоторой амплитуды внешнего воздействия, происходит полное подавление страт вследствие «синхронизации гашением», аналогично тому, как это имеет место в сосредоточенных авто-

колебательных системах<sup>95,96</sup>. Впервые явление асинхронного подавления страт при включении в цепь разряда генератора колебаний наблюдалось одновременно в группе Зайцева (см.<sup>97</sup>) и Оке и Такеда<sup>51</sup>. В работе<sup>51</sup> представлена зависимость амплитуды страт от амплитуды внешнего воздействия для разных частот. Эта зависимость носит немонотонный характер, и поэтому порогом подавления страт авторы считали значение ампли-

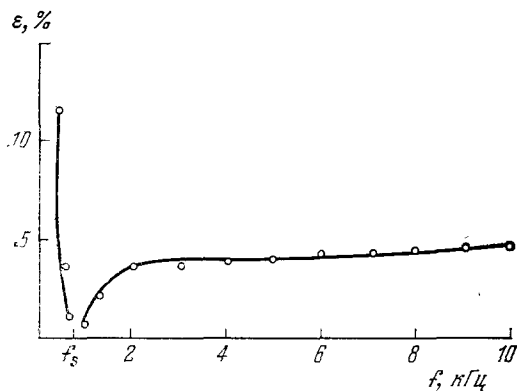


Рис. 12. Экспериментальная зависимость порогового значения амплитуды модуляции от частоты модуляции<sup>94</sup>.  
 $pR = 1,7$  Торр·см,  $R = 1,5$  см,  $i/R = 6,67 \cdot 10^{-3}$  А/см.

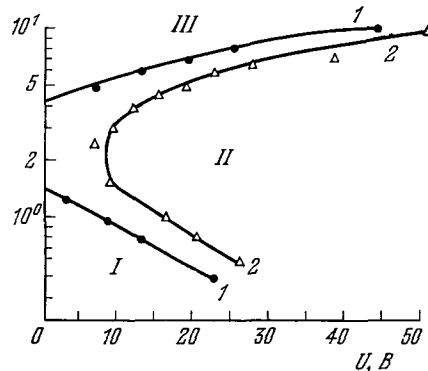


Рис. 13. Зависимость величины бесстратовой области в смеси гелия с неоном  $\alpha = 10$  от амплитуды напряжения ВЧ генератора.  
 1 —  $L = 6$  см, 2 —  $L = 8$  см.

туды внешнего воздействия, которое получается при экстраполяции падающего участка зависимости.

Более тщательные эксперименты по асинхронному подавлению страт были проведены Зайцевым, Ильинским и Савченко<sup>86,94</sup>. При определенной амплитуде внешнего воздействия ими было получено полное подавление бегущих страт в широкой области частот. Зависимость порогового значения этой амплитуды в условных единицах от частоты воздействия показана на рис. 12. Зайцевым и др. исследовалось также подавление страт одного типа стратами другого типа<sup>86,94</sup>. При этом наблюдались существенные особенности по сравнению со случаем внешней модуляции тока разряда.

Отметим, что эффект асинхронного подавления страт наиболее ярко проявляется в расширении бесстратовой области. Подобные эксперименты для смеси гелия с неоном были проведены Захарченко и Приваловым, которые измерили границы бесстратовой области в зависимости от амплитуды приложенного к разряду ВЧ поля (рис. 13).

## б) Стоячие страты

1) О б л а с т и с у щ е с т в о в а н и я. При определенных условиях разряда однородно светящийся положительный столб расслаивается на чередующиеся темные и светлые области (слои), иногда окрашенные в различные цвета. Это и есть стоячие страты. В молекулярных газах они видны, как правило, на значительном участке положительного столба, тогда как в инертных они сильно затухают, и их наблюдение затруднено.

Экспериментальное изучение и описание стоячих страт проводилось гораздо раньше, чем бегущих, поскольку для их наблюдения не требуется специальных стробоскопических устройств. Однако систематизация имеющегося экспериментального материала до настоящего времени практиче-

ски отсутствует. В обзорных работах Недоспасова, Пекарека, Олесона и Купера<sup>4-6</sup> стоячим стратам отведено довольно скромное место.

Между тем хорошо известно, что в молекулярных газах — таких, как водород, азот, воздух и др., — а также в смесях инертных газов с молекулярными стоячие страты наблюдаются в широком диапазоне параметров разряда и имеют значительную амплитуду<sup>55, 98-102</sup>. Стоячие страты могут существовать также и в разрядах чистых инертных газов<sup>43, 50, 103-107</sup>,

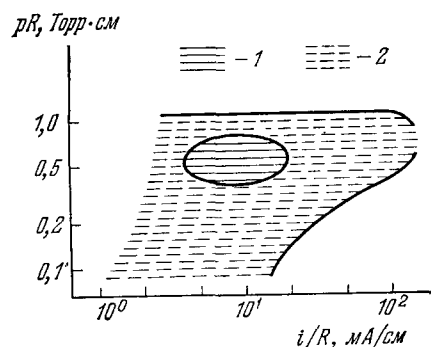


Рис. 14. Область существования стоячих страт<sup>99</sup>.

1 — резкие стоячие страты, 2 — «размытые» стоячие страты.

однако их характер несколько иной, чем в молекулярных газах. Если в последних возможно образование большого числа неподвижных страт одинаковой или слабо уменьшающейся к аноду амплитуды, то в первых обычно наблюдается несколько (от двух до шести) сильно затухающих к аноду неподвижных страт с катодной стороны положительного столба.

Стоячие страты могут наблюдаться как совместно с бегущими, так и в их отсутствие. Исследование областей существования и свойств стоячих страт представляет практический интерес в связи с получившим в последнее время широким распространением лазеров на молекулярных газах и их смесях. Авторы работы<sup>108</sup> сообщают, что слоистый положительный столб в молекулярных газах при некоторых условиях приобретает макроскопическую неустойчивость. Эта неустойчивость проявляется либо в медленном спонтанном перемещении слоистого положительного столба в сторону анода со скоростью порядка 1 см/мин, либо в медленных продольных колебаниях столба как целого. Возникновение неустойчивости вызывает в каждом сечении столба медленные синхронные изменения потенциала плазмы. Последние, в свою очередь, приводят к колебаниям температуры и концентрации электронов, а следовательно, и к колебаниям выходной мощности лазерного излучения.

Области существования стоячих страт, как и бегущих, имеют сложную форму. Для водорода и кислорода они приведены, например, в<sup>5</sup>, а для азота показаны на рис. 14 по данным<sup>99</sup>. Сравнение областей существования стоячих и бегущих страт показывает, что стоячие страты наблюдаются, как правило, при более низких давлениях и токах, чем бегущие.

Картина расслоения положительного столба в водороде обладает, по-видимому, наибольшим своеобразием. Для водорода характерно существование, по крайней мере, двух типов стоячих страт, сильно отличающихся по своим свойствам и цвету свечения и получивших название «красных» и «синих», причем последние согласно<sup>100</sup> наблюдаются при меньших  $pR$ . Наблюдаемая визуально форма страт в водороде также различна (от плоских дисков до конусов), причем они могут иметь даже двойную структуру. В азоте наиболее резкие стоячие страты существуют при токах порядка 10 мА и  $pR \sim 0,5$  Торр·см и имеют обычно форму оранжевых дисков, слегка выпуклых к катоду<sup>99</sup>.

Исследования Клярфельда<sup>55</sup> существенно расширили представления о значениях параметров разряда, при которых могут наблюдаться стоячие страты. По данным этой работы в водороде, например, стоячие страты могут существовать при изменении давления газа в пределах четырех порядков (до 1 атм) и плотности тока на восемь порядков (до 300 А/см<sup>2</sup>) в раз-

рядных трубках самых различных диаметров вплоть до капилляров диаметром порядка 0,1 мм.

В инертных газах систематические исследования областей существования стоячих страт практически отсутствуют, за исключением работы <sup>109</sup>, где приводятся некоторые данные для неона (рис. 15). Из рисунка видно, что стоячие страты в неоне существуют, в основном, внутри той области, где нет бегущих страт (при токах 1—10 мА и давлениях 0,1—1 Торр). В работе <sup>105</sup> затухающие неподвижные страты наблюдались в гелии, неоне и аргоне примерно в той же области токов и давлений, а в <sup>106, 107</sup> и при более низких давлениях (до  $10^{-2}$  Торр) и более высоких токах (до 100 мА).

Заметим, что различие результатов исследований по определению областей существования стоячих страт можно объяснить, по крайней мере, двумя обстоятельствами. Во-первых, образование стоячих страт существенно облегчается наличием даже очень малых молекулярных или иных примесей. Во-вторых, как было показано в <sup>55</sup>, на возбуждение стоячих страт, в особенности в инертных газах, сильно влияют граничные условия у электродов и различные неоднородности в столбе — сужения и расширения разрядных трубок, наличие зондов под любым потенциалом, наложение поперечного магнитного поля и т. п. <sup>109–112</sup>.

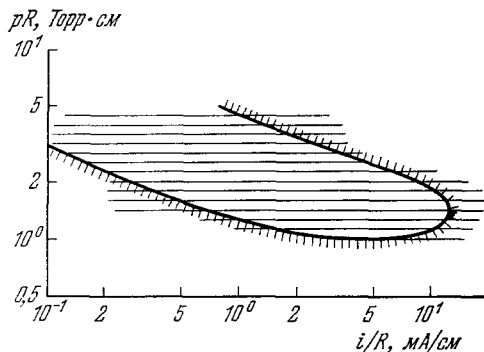


Рис. 15. Область существования стоячих страт в неоне <sup>109</sup>.

Линия со штрихами — граница возбуждения бегущих страт.

2) Основные характеристики стоячих страт. Очевидно, что с точки зрения выяснения природы стоячих страт интересен вопрос о возможных значениях их параметров — длины  $\lambda$  и коэффициента пространственного затухания  $\Psi$  в зависимости от разрядных условий. Зависимость  $\lambda$  от давления и тока в молекулярных газах исследована во многих работах, тогда как информация о значениях  $\Psi$  почти отсутствует. Длина резких стоячих страт в молекулярных газах измерялась довольно тщательно. Обобщая данные, можно сделать вывод, что:

- а) длина стоячих страт имеет порядок радиуса трубки и убывает с ростом тока, стремясь к некоторому постоянному значению <sup>99–102, 113</sup>.
- б) длина стоячих страт убывает при увеличении давления и уменьшении радиуса в соответствии с эмпирическим законом <sup>100</sup>  $\lambda (pR)^m / R = \text{const}$ , где  $m < 1$  и зависит от рода газа.

В инертных газах стоячие страты обычно значительно длиннее, чем в молекулярных, их длина превосходит диаметр в несколько раз, в особенности при низких давлениях. Так, в неоне при  $p = 0,05$  Торр и токе 200 мА в трубке диаметром 7,5 см длина стоячих страт достигала 20 см, тогда как в водороде при тех же примерно разрядных условиях она равнялась 8 см. В отличие от молекулярных, в инертных газах длина стоячих страт при увеличении тока увеличивается. Увеличивается также и коэффициент их пространственного затухания (см. рис. 16, на котором приведены данные, полученные Зайцевым и Савченко). Добавление к инертному газу молекулярной примеси укорачивает стоячие страты тем сильнее, чем выше содержание примеси <sup>114, 115</sup>. В большинстве газов длина стоячих страт несколько меньше, чем бегущих.

Зависимость коэффициента затухания стоячих страт от давления исследовалась в <sup>49,50</sup> для азота при токе 10 мА (рис. 17). Было получено, что при увеличении давления от 0,4 до 0,6 Торр затухание стоячих страт существенно возрастает.

Многие исследователи <sup>49,50,55,106,107</sup> отмечают, что ближайшая к катоду страта несколько отличается от всех последующих, являясь не только более резкой, но и наиболее длинной.

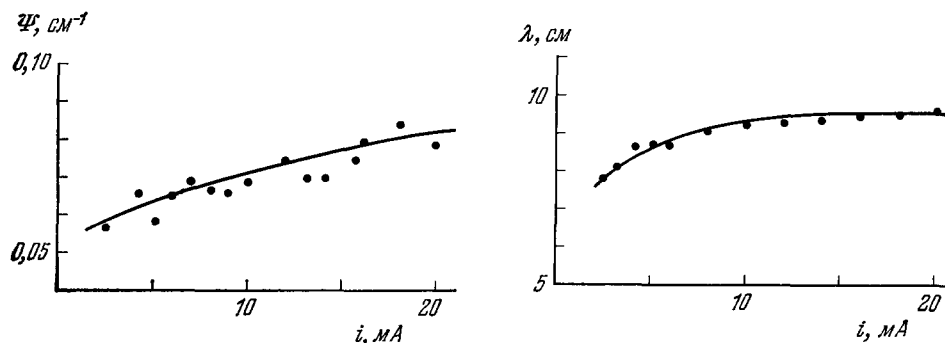


Рис. 16. Зависимость от тока  $i$  коэффициента пространственного затухания  $\Psi$  и длины  $\lambda$  стоячих страт в неоне.

$pR = 1,6$  Торр·см,  $R = 1,825$  см (данные И. А. Савченко).

Если затухание страт мало, то при изменении длины разрядной трубки они проявляют модовый характер, что выражается в скачкообразном изменении их числа на единицу <sup>116</sup> (рис. 18).

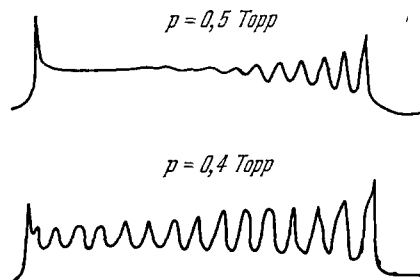


Рис. 17. Форма стоячих страт в азоте <sup>49,50</sup>

У кривых указано давление газа,  $L = 39,4$  см,  $i = 10$  мА (катод—справа).

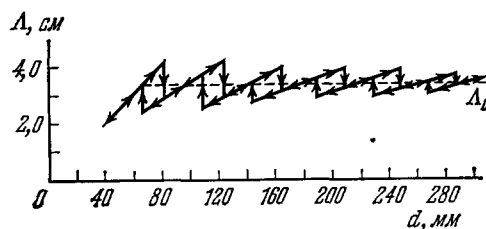


Рис. 18. Зависимость длины стоячих страт от расстояния между электродами <sup>116</sup>.

ВЧ разряд в неоне,  $p = 1,8$  Торр,  $R = 1,55$  см,  $j = 3 \cdot 10^{-3}$  А/см<sup>2</sup>.

Ясно, что слоистая структура положительного столба, обнаруживаемая по его неоднородному свечению визуально или с помощью фотоумножителей <sup>109,112</sup>, должна находить отражение в неоднородности параметров столба, таких как потенциал, поле, концентрация и температура электронов. Впервые такие измерения зондовым методом были выполнены в водороде Паулем <sup>117</sup>, а затем Бойдом и Твидди <sup>8</sup>. Аналогичные измерения были выполнены также микроволновым методом <sup>113</sup>. Следует отметить, что применение зондовой методики для изучения стоячих страт обладает тем недостатком, что изменение потенциала зонда может приводить, как уже указывалось, к изменению свойств самих страт <sup>105</sup>. Поэтому результаты <sup>113</sup> и <sup>117</sup> несколько отличаются друг от друга. Результаты измерений показали, что температура и концентрация электронов, а также интенсивность

бокового спонтанного излучения меняются вдоль страты, причем между изменениями этих величин имеется сдвиг фаз. Так, по данным разных авторов сдвиг фаз между изменениями концентрации и температуры составляет от  $(3/4)\pi$  до  $\pi$ .

## 2. ТЕОРИЯ БЕГУЩИХ И СТОЯЧИХ СТРАТ

### а) Основные теоретические предпосылки

В настоящее время наиболее развитой является линейная гидродинамическая теория страт, позволяющая на основе дисперсионного уравнения объяснить возможность усиления бегущих страт. Начала этой теории были заложены в работах Прудковской<sup>118</sup>, Ротера<sup>40,41</sup> и получили свое дальнейшее развитие в работах Воячека<sup>42</sup>, Недоспасова<sup>4,119,120</sup>, Цендина<sup>59</sup>.

Как уже отмечалось, исходными в гидродинамической теории страт при больших токах являются уравнение амбиполярной диффузии для концентрации электронов  $n$ , уравнение баланса тепла для электронного газа и закон Ома. При этом предполагается, что концентрация метастабильных атомов  $m$  успевает следить за концентрацией электронов. В области средних токов (определение этой области см. ниже) время установления концентрации метастабильных атомов сравнимо с временем установления концентрации электронов, т. е. связь между ними перестает быть алгебраической.

Указанные уравнения запишем в виде<sup>4,59</sup>

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial n}{\partial t} - \nabla(D_a \nabla n) - \gamma_1 \nabla(n \nabla T) - nv\mu_1 \nabla\left(\frac{1}{\mu_e}\right) &= nZ(n, m, T), \\ \frac{\partial m}{\partial t} - D_m \Delta m &= nP(n, m, T), \\ \frac{3}{2} \frac{\partial}{\partial t}(nT) - \zeta v n \nabla T - \gamma \nabla(\mu_e n T \nabla T) + nvE + nH(n, T) &= 0, \\ j &= -env = en\mu_e \left(E - \frac{T}{n} \nabla n - \gamma_1 \nabla T\right); \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

здесь  $\mu_e$  и  $\mu_1$  — подвижности электронов и ионов,  $D_a = \mu_1 T$  — коэффициент амбиполярной диффузии,  $T$  — температура электронов в электрон-вольтах,  $D_m$  — коэффициент диффузии метастабильных атомов,  $E$  — продольная компонента электрического поля,  $v$  — дрейфовая скорость электронов,  $j$  — плотность тока,  $\zeta$ ,  $\gamma$ ,  $\gamma_1$  — кинетические коэффициенты, значения которых зависят от вида функции распределения электронов по энергиям,  $e$  — заряд электрона,  $H(n, T)$  — энергия, теряемая электроном при столкновениях; функции  $Z(n, m, T) = Z_{0\infty} + (m/n_g) Z_{m\infty}$  и  $P(n, m, T) = Z_{0m} - (m/n_g)(Z_{m0} + Z_{m\infty})$  описывают процессы образования ионов и метастабильных атомов ( $Z_{0m}$ ,  $Z_{m0}$ ,  $Z_{0\infty}$ ,  $Z_{m\infty}$  — частоты возбуждения, девозбуждения, прямой и ступенчатой ионизации,  $n_g$  — концентрация нейтральных атомов в основном состоянии). Процессами объемной рекомбинации электронов при исследовании страт обычно пренебрегается.

Частоты процессов образования ионов и метастабильных атомов экспоненциально зависят от температуры электронного газа и чувствительны к форме хвоста функции распределения. Отличие хвоста функции распределения от максвелловского приводит к зависимости этих частот от концентрации электронов<sup>42</sup>.

В первом уравнении (6), кроме члена, описывающего амбиполярную диффузию, присутствуют термодиффузионный член и член, связанный с зависимостью подвижности электронов от температуры. Во втором уравнении (6) учитывается диффузия метастабильных атомов. Однако влияние этих членов во всех рассматриваемых ниже процессах является несущественным. В третьем уравнении — уравнении теплового баланса — учитываются процессы конвекции и теплопроводности электронного газа, а также потери энергии электронов при столкновениях с атомами. Заметим, что из-за большой подвижности электронов ( $\mu_e \gg \mu_i$ ) в области частот, характерных для страт, членом  $\partial(nT)/\partial t$  в этом уравнении можно пренебречь<sup>119</sup>.

Рассмотрение устойчивости положительного столба, как правило, проводится в одномерном приближении. При этом роль стенок учитывается введением диффузионного времени жизни электронов  $\tau_n = (R/\beta)^2/D_a$  и метастабильных атомов  $\tau_m = (R/\beta)^2/D_m$  ( $\beta \approx 2,4$ ). Учет неоднородности, проведенный в одной из работ<sup>59</sup>, показал, что отличие от результатов одномерной теории сводится к незначительному увеличению эффективного коэффициента теплопроводности электронного газа и несущественной зависимости частоты ступенчатой ионизации от радиуса разрядной трубки.

В одномерном приближении уравнения (6) без учета указанных выше несущественных членов принимают вид

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial n}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x} \left( D_a \frac{\partial n}{\partial x} \right) &= n \left( Z(n, m, T) - \frac{1}{\tau_n} \right), \\ \frac{\partial m}{\partial t} &= nP(n, m, T) - \frac{m}{\tau_m}, \\ \zeta v \frac{\partial T}{\partial x} + \gamma \frac{\mu_e}{n} \frac{\partial}{\partial x} \left( nT \frac{\partial T}{\partial x} \right) &= vE + H(n, T), \\ j &= -env = en\mu_e \left( E - \frac{T}{n} \frac{\partial n}{\partial x} - \gamma_1 \frac{\partial T}{\partial x} \right). \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

Из второго уравнения системы (7) и вида функции  $P(n, m, T)$  следует, что время жизни метастабильных атомов определяется не только диффузией на стенки, но и исчезновением их в объеме из-за процессов девозбуждения и ступенчатой ионизации. Поэтому можно ввести эффективное время жизни метастабильных атомов  $\tau_{m \text{ эфф}} = [(1/\tau_m) + (n_0/n_g)(Z_{m0} + Z_{m\infty})]^{-1}$ , которое существенно зависит от величины тока разряда. При увеличении тока  $\tau_{m \text{ эфф}}$  уменьшается, изменяясь в широких пределах. В связи с этим весь диапазон токов, в котором могут существовать страты, удобно разбить на три области: 1) область больших токов,  $\tau_n \gg \tau_{m \text{ эфф}}$ , 2) область средних токов,  $\tau_n \lesssim \tau_{m \text{ эфф}} \ll \tau_m$ , 3) область малых токов,  $\tau_{m \text{ эфф}} \sim \tau_m$ . В каждой из этих областей механизм неустойчивости положительного столба имеет свои отличительные особенности. При больших и средних токах концентрация метастабильных атомов близка к насыщению и слабо зависит от тока. В области малых токов концентрация метастабильных атомов растет при увеличении тока.

Гидродинамическое приближение в теории страт предполагает, что в положительном столбе за счет упругих соударений электронов успевает устанавливаться локальное распределение электронов по энергиям. Если электрон-электронные столкновения преобладают над электрон-атомными столкновениями, то «тело» функции распределения по энергиям, меньших потенциала возбуждения  $U_a$ , является максвелловским, а для энергий порядка  $U_a$  и больших могут наблюдаться существенные отклонения функции распределения от максвелловской<sup>108,121</sup>. Это связано с тем, что при энергиях больших или порядка  $U_a$  электрон-электронные столкновения становятся менее эффективными и начинают играть роль процессы неупру-



гих и упругих электрон-атомных столкновений и взаимодействие электронов с электрическим полем. Если средняя энергия электронов заметно меньше потенциала возбуждения атомов  $U_a$ , то основная масса электронов имеет энергию  $U < U_a$  и функция распределения близка к максвелловской<sup>42</sup>. В этом случае влияние распределения высокоэнергетических электронов на термодинамические параметры мало. Однако высокоэнергетические электроны играют основную роль в процессах возбуждения и ионизации атомов, а следовательно, и в процессе возбуждения ионизационной волны. Из-за отклонения формы хвоста функции распределения от максвелловской появляется нелинейная зависимость скорости ионизации от концентрации электронов даже при пренебрежении ступенчатыми процессами. В работах Аланакияна<sup>122,123</sup> на основе кинетических уравнений при учете только прямой ионизации получено простое выражение, позволяющее для малых длин волн ( $\lambda \ll 2\pi T_0/E_0$ ) оценить величину  $\partial Z/\partial n$  по экспериментально измеренной функции распределения. Рассмотрев устойчивость положительного столба с учетом возмущения функции распределения электронов, Аланакиян показал, что это возмущение, если оно мало, не приводит ни к каким другим дополнительным эффектам, кроме появления зависимости  $Z$  от  $n$ .

Результаты работ Аланакияна<sup>122,123</sup> и Воячека<sup>42</sup> позволяют сделать вывод о правомерности гидродинамического подхода при наличии локального распределения электронов по энергиям, если учитывать дополнительную зависимость скоростей рождения и уничтожения электронов и метастабильных атомов от концентрации электронов, возникающую из-за искажения хвоста функции распределения.

Поскольку при уменьшении тока частота электрон-электронных столкновений падает, то в области малых токов гидродинамическое приближение не должно работать. По оценкам, любезно предоставленным нам Цендиным, область токов, где гидродинамическое приближение несправедливо, определяется из условия  $(i/R)(p/E)^3 < BRp$ , где  $B = 7 \cdot 10^{-3}$  для Ne и  $1 \cdot 10^{-3}$  для Ar. Однако и в этой области (не очень далеко от ее границы) использование гидродинамических уравнений для исследования страт, как будет показано ниже, позволяет сравнительно простыми методами получить достаточно полную качественную, а во многих случаях и количественную, картину почти всех известных явлений. К их числу относятся усиление и возбуждение различных типов страт, как бегущих, так и стоячих, стационарный режим генерации, нелинейное взаимодействие страт различных типов, синхронизация страт внешним воздействием и т. п.

В последнее время все чаще появляются работы по кинетической теории страт, в которых для описания плазмы используются уравнения амбиполярной диффузии и уравнение Больцмана для функции распределения электронов по энергиям.

Первыми работами, в которых использовались кинетические уравнения для объяснения существования страт, были работы Власова<sup>124</sup>, в которых страты получались как периодические решения уравнений бесстолкновительной плазмы (уравнений Власова). Справедливая критика работ Власова была дана Климонтовичем<sup>125</sup> и Клярфельдом<sup>55</sup> и изложена в обзоре Недоспасова<sup>4</sup>.

Кинетический подход принципиально необходим при малых концентрациях электронов, когда электрон-электронные столкновения играют малую роль, локальное распределение электронов по энергиям может не успевать устанавливаться как во времени, так и в пространстве. Рассмотрению этого случая посвящены работы чехословацкой школы<sup>84,126-129</sup>. В отсутствие электрон-электронных столкновений и при пренебрежении потерями энергии электронов при упругих столкновениях с атомами

возмущения функции распределения оказываются пространственно нелокальными. Из решения уравнений Больцмана для возмущений электрического поля с длиной волны  $\lambda$  было получено, что наиболее сильно нелокальные эффекты проявляются на «резонансных» длинах волн  $\lambda_0 = U_a/qE$ , где  $q = 1, 2, \dots$ . Вследствие этого возникает дополнительный пространственный сдвиг фаз между возмущениями концентрации электронов и электрического поля на «резонансных» длинах волн. Учет этих эффектов при рассмотрении устойчивости положительного столба должен приводить к появлению скачков на дисперсионных кривых<sup>127</sup>. Поскольку наибольший инкремент соответствует резонансным длинам волн, то это, по мнению авторов, объясняет полученный эмпирически закон постоянства характеристического потенциала для каждого типа страт (правило Новака<sup>5</sup>). Результаты работ<sup>84, 126–129</sup> вызывают сомнения, поскольку не имеется никаких экспериментальных подтверждений существования резких изменений характера зависимости частоты и затухания ионизационных волн вблизи оптимальных значений волновых чисел, аналогичных приведенным в работе<sup>127</sup>.

Возможность немонотонной зависимости временного инкремента от волнового числа отмечается также в работах Аланакяна<sup>130</sup>, где предполагается, что основными процессами, влияющими на функцию распределения, являются как упругие, так и неупругие столкновения электронов с атомами и взаимодействие электронов с электрическим полем. Максимальный инкремент приходится на длины волн  $\lambda_0$ , удовлетворяющие условию:  $\lambda_0 = (U_1 - U_a)/E (0,8 + q)$ , где  $q = 0, 1, \dots$ ,  $U_1$  — потенциал ионизации. Однако острота этих резонансов и их величина в работе не оцениваются. В работе<sup>131</sup> кинетический подход используется для объяснения экспериментов по вынужденным стратам в аргоне при низких давлениях (0,005—0,03 Торр). Оправданием этого подхода служит то, что при столь малых плотностях электронов искажение хвоста функции распределения становится существенным. Однако полученное в этой работе отличие результатов гидродинамического и кинетического рассмотрения носит только количественный характер. Так, расчет на основе кинетической теории дал более близкие к экспериментальным результатам величины сдвигов фаз между электрическим полем, скоростью ионизации (интенсивностью бокового спонтанного излучения) и плотностью электронов. Это лишний раз показывает правомерность и целесообразность использования более простой гидродинамической теории для получения качественной картины явлений.

Гидродинамическое приближение, по-видимому, несправедливо для расчета формы резких страт, поскольку вид функции распределения электронов существенно изменяется на длине страты<sup>57, 58</sup>. В голове страты наблюдается особенно сильная деформация функции распределения и существование группы быстрых электронов. Эти эффекты были учтены в работе Недоспасова и Петрова<sup>132</sup>, где на основе кинетических уравнений рассмотрена структура скачка потенциала на границе двух страт и найдены распределения концентрации и средней энергии электронов на длине скачка, а также вид функции распределения. Результаты расчета находятся в удовлетворительном согласии с экспериментом<sup>58</sup>.

Следует заметить, что в силу своей сложности кинетическая теория страт пока не имеет значительных успехов. Вместе с тем, как показано в настоящем обзоре, до сих пор полностью не исчерпаны возможности несравненно более простой гидродинамической теории. Одна из целей обзора — подвести итог определенному этапу в развитии теории страт и показать, что полный отказ от гидродинамического приближения пока еще не является необходимым.

б) Условия самовозбуждения бегущих страт  
в области средних и больших токов

Для определения условий самовозбуждения страт может быть использована теория, развитая в работах <sup>91,92,133-139</sup>. Эта теория отличается от обычно используемой при исследовании устойчивости плазмы <sup>140</sup> тем, что в ней учитывается отражение волн от границ. При этом во многих случаях получаются принципиально другие результаты. Причина такого отличия заключается в следующем. В обычной линейной теории устойчивости задается гармоническое возмущение по координате и вычисляется частота колебаний и декремент затухания. Если декремент получается отрицательным, то делают вывод о неустойчивости плазмы и возбуждении волн. Однако известно <sup>141</sup>, что если система конвективно неустойчива, то наличие этой неустойчивости означает лишь возможность усиления волны, а не ее возбуждения. Для правильного решения задачи о возбуждении требуется учесть поглощение и отражение волн на границах плазмы. Учет этих эффектов приводит к тому, что вблизи границы возбуждения волновое число становится комплексным, что может существенно изменить значение декремента затухания. Именно отраженная волна создает ту внутреннюю обратную связь, которая необходима для самовозбуждения (см. с. 610). Иногда учет отражения приводит лишь к незначительному количественному отличию условия возбуждения от условия усиления. Так получается для страт в узких трубках, которые будут рассмотрены ниже. Правда, и в этом случае отражение волн приводит к необходимости наблюдаемого экспериментально конечного значения коэффициента пространственного усиления на границе возбуждения, чего не получается из «обычной» теории. Для страт в широких трубках отличие получается принципиальным: несмотря на то, что усиление волн с отличной от нуля частотой здесь возможно (дрейфово-температурная неустойчивость <sup>59</sup>), их самовозбуждение оказывается невозможным.

Среди работ, в которых используется гидродинамический подход (без учета границ) для изучения свойств страт, в первую очередь следует отметить работы Воячека <sup>42</sup>. В них проведено детальное исследование, как теоретическое, так и экспериментальное, условий усиления ионизационных волн в аргоне в области больших токов (вблизи границы Пушпа). При расчете стационарных параметров положительного столба Воячком учитывались ступенчатая ионизация и отклонение функции распределения электронов по энергиям от максвелловской. Им было показано, что искажение хвоста функции распределения приводит к существенно нелинейной зависимости скорости ионизации от концентрации электронов. Результаты расчета оказались в полном согласии с экспериментом, проведенным для широкой области давлений и токов. Поскольку расчет устойчивости положительного столба проводился Воячком для области больших токов, то справедливо предполагалось, что время жизни метастабильных атомов мало и их концентрация успевает следить за концентрацией электронов как по времени, так и по координате. Для развития неустойчивости оказалось необходимым, чтобы скорость ионизации росла быстрее, чем первая степень концентрации, т. е. чтобы  $\partial Z/\partial n$  было положительным. Это обеспечивается, в основном, отклонением хвоста функции распределения электронов от максвелловского. С увеличением тока функция распределения приближается к максвелловской, что приводит к ослаблению зависимости  $Z$  от  $n$  и появлению верхней по току границы возбуждения страт (границы Пушпа). Воячек получил количественное соответствие рассчитанных параметров ионизационной волны с экспериментом.

Если источник питания разряда имеет конечное внутреннее сопротивление, то уравнения (7) следует дополнить законом Ома для замкнутой цепи:

$$\mathcal{E} = V_1 + V_c, \quad (8)$$

где  $V_1 = jSR_1$  — падение напряжения на сопротивлении внешней цепи  $R_1$ , включая приэлектродные области;  $V_c = \int_0^L E dx$  — падение напряжения в положительном столбе,  $S \approx 1,36R^2$  — эффективное сечение трубки,  $L$  — длина трубки,  $R$  — ее радиус.

Для исследования условий самовозбуждения и определения границ существования страт уравнения (7), (8) можно линеаризовать по малым отклонениям от стационарного состояния, соответствующего однородному по длине положительному столбу. Линеаризованные уравнения в безразмерных переменных  $\tau = \varepsilon^2 t / \tau_n$ ,  $\xi = \varepsilon \beta x / R$  ( $\varepsilon = E_0 R / \beta T_0$ ,  $\beta \approx 2,4$ ) имеют вид<sup>134</sup>

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial N}{\partial \tau} - \frac{\partial^2 N}{\partial \xi^2} &= \eta_m M + \tilde{\eta}_T U, \\ \frac{\partial M}{\partial \tau} &= (q + JP_n) N - JM + JP_T U, \\ \alpha \frac{\partial U}{\partial \xi} - \gamma \frac{\partial^2 U}{\partial \xi^2} - \frac{\partial N}{\partial \xi} + 2(N - \tilde{j}) + h_T U &= 0, \\ \tilde{j} &= \frac{R_0}{(R_1 + R_0)l} \left[ \int_0^l N d\xi - N(l) + N(0) - \gamma_1 (U(l) - U(0)) \right], \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

здесь  $N$ ,  $M$ ,  $U$  и  $\tilde{j}$  — относительные отклонения концентрации электронов и метастабильных атомов, температуры электронов и тока от стационарных значений,  $R_0 = E_0 L / j_0 S$  — сопротивление положительного столба

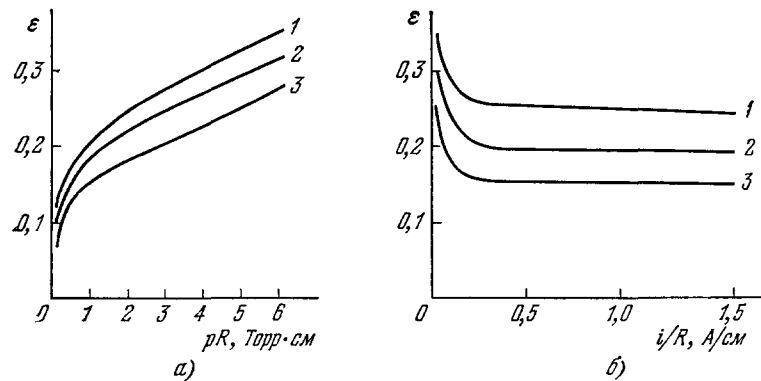


Рис. 19. Зависимость параметра  $\varepsilon$  от давления и тока<sup>42</sup>.

а)  $i/R$  (А/см) = 0,064 (1), 0,13 (2) и 4,5 (3); б)  $pR$  (Торр·см) = 2,2 (1), 1,4 (2) и 0,6 (3).

по постоянному току,  $J = \tau_n / \varepsilon^2 \tau_m$  эфф,  $q = \tau_n / \varepsilon^2 \tau_m$ ,  $\alpha = \xi - \gamma_1$ ,  $\eta_m = (1/\varepsilon^2) (m_0/n_g) Z_{m\infty} / (Z_{0\infty} + (m_0/n_g) Z_{m\infty})$ ,  $\eta_T = (1/\varepsilon^2) (Z_T - 1)$ ,  $h_T = (T_0/H_0) \partial H / \partial T|_0$ ,  $Z_T$ ,  $P_n$ ,  $P_T$  — параметры, определяемые производными по концентрации и температуре электронов от частот возбуждения, девозбуждения, прямой и ступенчатой ионизации.

Значения параметров  $\varepsilon$ ,  $J$ ,  $q$ ,  $\eta_m$ ,  $\tilde{\eta}_T$ ,  $P_n$ ,  $P_T$  и  $h_T$  сложным образом зависят от тока и давления газа. Так, например, зависимость параметра  $\varepsilon$  от тока и давления, построенная по данным<sup>42</sup>, приведена на рис. 19.

Из рисунка видно, что при не очень малых токах ( $i/R \gtrsim 0,1$  А/см) и не очень больших давлениях ( $pR \lesssim 5$  Торр·см) параметр  $\varepsilon$  является малым и слабо зависит от тока.

Оценка значений введенных параметров может быть проведена следующим образом \*). В области средних и больших токов прямой ионизацией по сравнению со ступенчатой можно пренебречь. Пренебрегая также девозбуждением атомов, получим

$$J = \frac{1}{\varepsilon^2} \frac{n_0}{m_0} = \frac{1}{1,36 \varepsilon^2 e \mu_e m_0 E R} \frac{i}{R},$$

$$q = \frac{T_g}{\varepsilon^2 T_0}, \quad \eta_m = \frac{1}{\varepsilon^2},$$

$$Z_T = \frac{T_0}{Z_{m\infty}} \frac{\partial Z_{m\infty}}{\partial T} \Big|_0 \approx \frac{U_1 - U_a}{T_0},$$

$$P_T = \frac{T_0}{Z_{0m}} \frac{\partial Z_{0m}}{\partial T} \Big|_0 - Z_T \approx \frac{2U_a - U_1}{T_0},$$

где  $T_g$  — температура газа. Значение параметра  $P_n = (n_0/Z_{0m}) \partial Z_{0m}/\partial n|_0$  зависит от соотношения между частотами упругих электрон-электронных и электрон-атомных столкновений. Если электрон-электронные удары достаточно часты (достаточно большие токи), то  $P_n \sim 1$ . Если же частота электрон-электронных столкновений мала (малые токи), то  $P_n \rightarrow 0$ . В области средних токов  $0 < P_n < 1$ .

При больших токах концентрация метастабильных атомов успевает следить за концентрацией электронов, и величину  $M$  из уравнений (7) можно исключить. В этой области возбуждаются ионизационные волны только одного типа, рассмотренные Воячеком, которые в дальнейшем будем называть  $n$ -волнами (по-видимому, этот тип страт соответствует  $s$ -типу в классификации Пекарека). В области средних токов эффективное время жизни метастабильных атомов больше или порядка времени жизни электронов, и может возникнуть еще один тип ионизационной волны, возбуждение которой обусловлено сдвигом фаз между колебаниями метастабильных атомов и электронов. Этот тип волны, который будем называть  $m$ -волной, может возбуждаться и в области малых токов. В работах Цендина<sup>59</sup> показано, что в области малых токов ( $\tau_{m \text{ эфф}} \sim \tau_m$ )  $m$ -волна должна усиливаться, а  $n$ -волна — затухать. При переходе в область больших токов ( $\tau_{m \text{ эфф}} \ll \tau_n$ ) затухать должна  $m$ -волна. (На затухание  $n$ -волны в области малых токов указывалось еще Недоспасовым<sup>4</sup>.) В своих работах Цендин рассматривал  $m$ -волну и  $n$ -волну отдельно. Это можно делать в области малых и больших токов, поскольку там эти волны имеют существенно разные частоты (хотя справедливость гидродинамических уравнений в области малых токов вызывает сомнения).

В работе<sup>142</sup> путем численного решения дисперсионного уравнения с учетом метастабильных атомов была рассмотрена устойчивость обоих типов волн в области средних и больших токов. В области средних токов авторы использовали распределение Дрюйвестейна для энергии электронов при расчете кинетических коэффициентов, но не учли влияние искажения хвоста функции распределения на скорости процессов рождения и исчезновения электронов и метастабильных атомов. Использование распределения Дрюйвестейна привело к появлению дополнительного члена в уравнениях (7), характеризующего перенос энергии вдоль градиента плотности электронов. (В максвелловском случае коэффициент при этом члене обращается в нуль.) Указанный дополнительный член дает значительный вклад

\*) При оценке параметров  $Z_T$  и  $P_T$  были использованы материалы, любезно предоставленные нам Цендиным.

в усиление  $n$ -волны, вследствие чего зависимость  $P$  от  $n$  становится несущественной. Неустойчивость  $m$ -волны в области средних токов, в основном, обусловлена ступенчатой ионизацией, и ее инкремент менее чувствителен к вариации кинетических коэффициентов.

В работе <sup>143</sup> экспериментально исследовались дисперсионные характеристики двух типов волн в бесстратовой области путем их искусственного возбуждения. Сравнение экспериментальных результатов с теорией проводилось путем численного решения дисперсионного уравнения, соответствующего системе уравнений (9). Основная и типичная методическая ошибка теоретической части работы состоит в том, что в дисперсионное уравнение подставлялись действительные значения волновых чисел и находились комплексные значения частот, хотя экспериментальная ситуация была обратной: исследовались искусственные страты, которые возбуждались гармонической по времени внешней силой. Для бегущих страт характерным является резонансный характер зависимости коэффициента пространственного усиления от длины волны. При отмеченном выше подходе авторы получают зависимость коэффициента усиления по времени от длины волны. В общем случае максимумы этих кривых могут не только приходиться на разные длины волн, но и одна из них может вообще не иметь максимума, в то время как другая этот максимум имеет (по-видимому, такой случай имел место в работе <sup>143</sup> для  $p$ -волны).

Во всех отмеченных выше работах рассматриваются только отдельные области токов и не прослеживается неустойчивость положительного столба при непрерывном изменении тока. В частности, в этих работах недостаточно полно освещен вопрос о существовании бесстратовой области, наблюдаемой экспериментально при средних токах в узких разрядных трубках <sup>33, 67</sup>.

Учет малости параметра  $\varepsilon$  (узкие трубки) позволяет провести приближенное рассмотрение условия возбуждения страт во всей области токов и объяснить существование бесстратовой области. Ниже будут приведены основные результаты такого рассмотрения, изложенные в работах <sup>91, 92, 134–136</sup>.

Решение уравнений (9) представляет собой сумму четырех волн и синфазной компоненты, обусловленной модуляцией тока разряда. Волновые числа этих волн являются корнями соответствующего дисперсионного уравнения четвертого порядка.

Чтобы определить условия самовозбуждения страт, нужно найти волновые числа и воспользоваться граничными условиями. При этом получится характеристическое уравнение для нахождения комплексной частоты  $p$ . Условие самовозбуждения страт эквивалентно неравенству  $\operatorname{Re} p \geq 0$ . Анализ дисперсионного уравнения показывает, что один из его корней при чисто мнимом  $p$  (порядка частоты страт) имеет малую действительную часть и большую мнимую. Этот корень соответствует основной ионизационной волне (собственно страте).

Действительная и мнимая части второго корня сравнимы с действительной частью первого. Волна, соответствующая этому корню, в <sup>91, 92</sup> названа встречной ионизационной волной. Волны, соответствующие двум другим корням дисперсионного уравнения, затухают на расстоянии, меньшем длины основной ионизационной волны, и поэтому их можно учесть через граничные условия.

Обозначим волновое число основной (прямой) волны  $k = \psi + i\kappa$ , а встречной —  $k_1 = \psi_1 + i\kappa_1$ , где  $\psi$  — коэффициент пространственного усиления прямой волны, а  $\psi_1$  — коэффициент затухания встречной волны. Отметим, что коэффициент  $\psi$  резонансным образом зависит от  $\kappa$ , достигая максимума при некотором значении  $\kappa$ , соответствующем длине волны страт.

Условия на границах положительного столба можно получить, рассматривая потоки электронов и ионов и потоки тепла через приэлектродный слой аналогично <sup>144-145</sup>. Для малых  $N$  и  $U$  граничные условия на аноде и катоде аналогичны и имеют вид

$$N + \beta_{1,2} \frac{\partial N}{\partial \xi} = 0, \quad U + \alpha_{1,2} \frac{\partial U}{\partial \xi} = 0, \quad (10)$$

где индекс «1» относится к катоду, а «2» — к аноду. Из проведенных оценок следует, что для достаточно длинных разрядных трубок конкретный вид граничных условий не является принципиальным. Достаточно лишь, чтобы на границах было мало поглощение волн.

Используя (10), из характеристического уравнения найдем собственные значения  $\kappa_m$  и условие самовозбуждения  $\psi \geq \psi_0$  ( $\psi_1$ ,  $V_1/T_0$ ,  $\beta_1$ ,  $\beta_2$ ). Отметим, что условие самовозбуждения страт не совпадает с условием их пространственного усиления ( $\psi > 0$ ) вследствие влияния отражения волн на границах.

Расчет показывает, что граничное значение коэффициента усиления страт  $\psi_0$  тем больше, чем меньше длина положительного столба  $l$ , больше затухание встречной волны  $\psi_1$  и отношение  $R_i l / R_0 = V_1 / T_0$ . При  $V_1 / T_0 \gg e^{\psi_1 l}$  (питание разряда от генератора тока) и  $\beta_1 = \beta_2 = 0$  граничное значение  $\psi$  стремится к  $\psi_1$ , т. е. усиление прямой волны должно скомпенсировать затухание встречной. В этом случае обратная связь является внутренней и осуществляется за счет встречной волны. Если разряд питается от генератора напряжения ( $V_1$  мало), то отражение от границ мало, обратная связь осуществляется в основном через внешнюю цепь за счет модуляции тока разряда и пороговое значение  $\psi_0$  мало.

В области больших токов, когда концентрация метастабильных атомов успевает следить за концентрацией электронов, зависимость  $\psi_0$  от  $V_1 / T_0$  показана на рис. 20. Из рисунка видно, что при уменьшении  $V_1 / T_0$  величина  $\psi_0$  стремится к предельному значению  $\psi_{0 \min} = (1/l) \times \ln(\kappa_1 l \sqrt{1 + (\kappa_1^2/2)})$ , где  $\kappa_1 = h_T / \gamma \kappa$ , а при увеличении  $V_1 / T_0$  — к  $\psi_1 = 2$ . Отношение  $V_1 / T_0$  зависит от тока и обычно имеет порядок  $10-10^3$ .

Соотношение между амплитудами прямой и встречной волны и синфазной составляющей также зависит от отношения  $V_1 / T_0 e^{\psi_1 l}$ . Если  $V_1 / T_0 \ll e^{\psi_1 l}$ , то амплитуда встречной волны мала по сравнению с амплитудой прямой волны и синфазной составляющей. В этом случае форма колебаний концентрации будет иметь вид (4), причем из граничных условий (10) следует, что  $C/A = |1 + \beta_1 \kappa_1|$ . Чтобы  $C$  было больше  $A$ , как это наблюдается в эксперименте, необходимо условие  $\beta_1 \neq 0$ . Если  $\exp(\psi_1 l) \ll V_1 / T_0$ , то амплитуда встречной волны может быть сравнимой с амплитудой прямой волны и синфазной составляющей. Тогда форма колебаний концентрации будет описываться выражением (5).

Чтобы найти значения  $\kappa$ ,  $\kappa_1$ ,  $\psi$  и  $\psi_1$  из дисперсионного уравнения, можно воспользоваться условием малости параметра  $\varepsilon$ . При этом оказывается, что в области возбуждения страт корень, соответствующий прямой ионизационной волне, велик ( $\sim \varepsilon^{-0,5}$ ), а второй корень, соответствующий

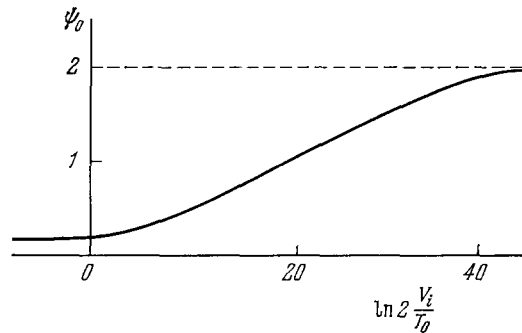


Рис. 20. Зависимость порогового коэффициента пространственного усиления от  $V_1 / T_0$ .

щий встречной волне, имеет порядок единицы. Коэффициент усиления прямой волны  $\kappa$  зависит от частоты  $\omega = \text{Im } p$  и при определенных значениях параметров может иметь два максимума: в области низких частот, когда  $\omega \sim \varepsilon^{-1}$ , и в области высоких частот, когда  $\omega \sim \varepsilon^{-1,5}$ . В первой области закон дисперсии и выражение для  $\psi$  имеет вид

$$\gamma \omega \kappa^3 = J P_T \eta_m, \quad (11)$$

$$\psi = \frac{1}{3} \left( \frac{q + J P_n}{J P_T} \gamma \kappa^2 - \frac{\gamma}{P_T \eta_m} \kappa^4 - \frac{\tilde{\eta}_T}{\gamma \kappa^2} \right). \quad (12)$$

Из (12) видно, что  $\psi$  зависит от  $\kappa$  резонансным образом, достигая максимального значения  $\psi_{\max}$  при некотором значении  $\kappa = \kappa_0$ . Это значение

и определяет длину волны страт  $\lambda_0 = 2\pi/\kappa_0$ . Разлагая (11) в окрестности значения  $\kappa = \kappa_0$ , получаем приближенную формулу для закона дисперсии (линейную):

$$\omega = \frac{3 J P_T \eta_m}{2 \pi \gamma \kappa_0^2} \left( \lambda - \frac{2}{3} \lambda_0 \right),$$

Отсюда следует, что групповая скорость страт в этом случае должна быть вдвое больше фазовой и направлена в противоположную сторону.

Найденные значения  $\psi$ ,  $\kappa$  и  $\omega$  соответствуют стратам  $m$ -типа. Максимальное значение  $\psi$  для страт этого типа убывает с

Рис. 21. Зависимость частоты  $\omega$ , волнового числа  $\kappa$  и коэффициента пространственного усиления  $\psi$  от величины  $J$ , пропорциональной току разряда <sup>134</sup>.

ростом тока, так что, начиная с некоторого значения тока  $J = J_m$ ,  $\psi_{\max}$  становится отрицательным. Можно показать, что  $J_m > 0$ , если  $P_n$  достаточно мало ( $P_n \leq 3 (P_T \tilde{\eta}_T / 4 \gamma^2 \eta_m^2)^{1/3}$ ). Однако при выполнении этого условия значение  $J_m$  тем больше, чем больше  $P_n$ .

Во второй области (для страт  $n$ -типа) закон дисперсии и выражение для  $\psi$  имеют вид

$$\gamma \omega \kappa = \tilde{\eta}_T \quad (\text{т.е. } \omega = \frac{\eta_T}{2\pi\gamma} \lambda), \quad (13)$$

$$\psi = \frac{\gamma J P_T \eta_m}{\tilde{\eta}_T^2} \kappa^2 - \frac{\gamma}{\tilde{\eta}_T} \kappa^4 - 2 + \frac{\alpha}{\gamma}. \quad (14)$$

Максимальное значение  $\psi$  достигается при  $\kappa = \kappa_0 = \sqrt{J P_T \eta_m / 2 \tilde{\eta}_T}$ , и условие возбуждения страт начинает выполняться при

$$J \geq J_n = \frac{2 \tilde{\eta}_T}{P_T \eta_m} \sqrt{\left( 2 - \frac{\alpha}{\gamma} + \psi_0 \right) \tilde{\eta}_T / \gamma}.$$

Отсюда видно, что на возбуждение страт  $n$ -типа в области средних токов параметр  $P_n$  не влияет, а основную роль играет параметр  $P_T$ . Групповая скорость страт  $n$ -типа по величине должна быть равна фазовой и направлена в противоположную сторону.

В качестве примера на рис. 21 показаны зависимости от  $J$  значений  $\psi_{\max}$ ,  $\kappa$  и  $\omega$  для страт  $m$  и  $n$ -типов при следующих значениях параметров:  $\varepsilon = 0,1$ ,  $Z_T = 2$ ,  $P_T = 3$ ,  $q = 1$ ,  $P_n = 0,32$ . Как видно из рисунка, при выбранных значениях параметров имеется бесстратная область, ширина которой зависит от  $\psi_0$ , а следовательно, от длины столба. В экспериментах,



проводимых для смеси гелия с неонем, зависимость коэффициента усиления  $\psi$  в районе бесстратовой области (рис. 11) качественно совпадает с приведенной на рис. 21. Однако в этих экспериментах при переходе через бесстратовую область не наблюдается скачков частоты и длины волны. Последнее, по-видимому, говорит о том, что максимумы коэффициента усиления  $\psi$  близки друг к другу (или существует только один максимум) и типы страт не различимы по частотам и волновым числам. Это возможно, если параметр  $\varepsilon$  не является малым. К сожалению, этот случай не поддается аналитическому расчету.

При увеличении параметра  $pR$  бесстратовая область сужается и исчезает. В результате в некотором диапазоне токов становится возможным

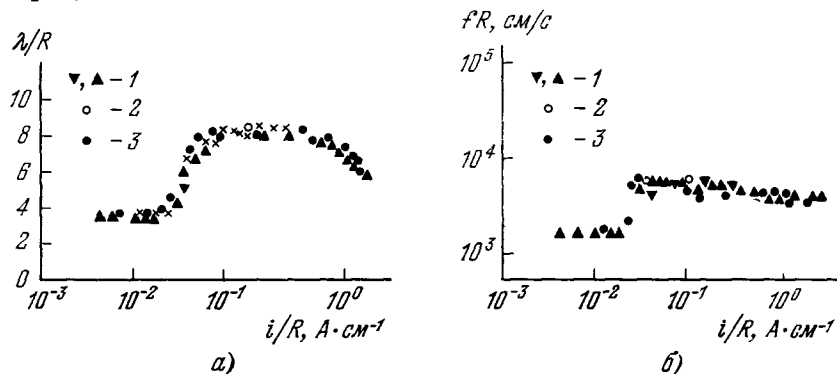


Рис. 22. Зависимость длины волн  $\lambda$  и частоты  $f$  страт от величины тока разряда в неоне <sup>31</sup>.

$R$  (см) = 2,6 (1) 1,5 (2) и 0,75 (3).

возбуждение обоих типов страт. Какой из них окажется возбужденным, зависит от предыстории системы. Поэтому при изменении тока в ту или иную сторону должен наблюдаться гистерезис. Это соответствует экспериментальным данным Зайцева <sup>31</sup>, если отождествить страты  $m$ -типа с  $p$ -стратами, а  $n$ -типа с  $s$ -стратами. В области перехода от одного типа страт к другому, как показывает расчет, должен происходить скачок частоты и волнового числа. Это также соответствует экспериментам группы Зайцева <sup>31</sup> для значений  $pR \sim 1$  Торр·см (рис. 22).

Полученные результаты позволяют объяснить справедливость экспериментально установленного правила Новака о постоянстве падения потенциала на длине страты:  $U_\lambda = E_0 \lambda = 2\pi T_0 / \kappa = \text{const}$ . Для страт  $m$ -типа, как видно из рис. 21, величина  $\kappa$  уменьшается с ростом тока. Поскольку  $T_0$  тоже уменьшается при увеличении тока, то значение  $U_\lambda$  должно быть примерно постоянным. При переходе к стратам  $n$ -типа величина  $\kappa$  скачком уменьшается примерно вдвое и слабо растет с ростом тока. При этом значение  $U_\lambda$  должно несколько уменьшаться, что подтверждается данными работы <sup>34</sup>.

Отметим, что переход от одного типа страт к другому, по данным <sup>31</sup>, для  $pR = 1$  Торр·см происходит при  $i/R = 3 \cdot 10^{-2}$  А/см. Это значение тока находится ниже границы применимости гидродинамического приближения, указанной на с. 617 (граничное значение тока при  $pR = 1$  Торр·см  $i/R \simeq 5,6 \cdot 10^{-2}$  А/см). Однако, как будет видно из приведенных ниже данных, имеется достаточно хорошее количественное соответствие между результатами изложенной выше теории и экспериментом.

При сравнении теории с экспериментом значения кинетических коэффициентов были взяты для максвелловского распределения электронов

по энергиям ( $\gamma = 1$ ). Величины  $T_0$  и  $E/p$  определялись из <sup>147</sup>, данные о подвижности электронов и ионов — из <sup>148,149</sup>, концентрация метастабильных атомов  $m_0$  и значение температуры  $T_g$  в Ne при близких условиях разряда приведены в <sup>150</sup>. Наибольшую трудность представляет оценка параметра  $P_n$ . Однако его величина весьма слабо влияет на значение длины волны и частоты страт  $m$ -типа и практически вообще не влияет на соответствующие параметры страт  $n$ -типа. Поэтому нами произвольно было взято значение  $P_n = 0,5$ .

Результаты расчета по формулам (11), (13) частоты и длины волны страт  $m$  и  $n$ -типов в Ne при  $pR = 1$  Торр·см приведены в таблице. Зна-

Т а б л и ц а

Тип страт		$\frac{i}{R}, \frac{A}{cm}$	$Rf, \frac{cm}{c}$	$\frac{\lambda}{R}$	$v_{\phi}, \frac{m}{c}$	$U_{\lambda}, B$
$m$	Теория	$2,5 \cdot 10^{-2}$	$1,6 \cdot 10^3$	2,8	45	7,3
$n$	Эксперимент		$1,6 \cdot 10^3$	3,5	56	9,1
	Теория		$8,3 \cdot 10^3$	5,7	472	15
	Эксперимент	$3,5 \cdot 10^{-2}$	$7,0 \cdot 10^3$	7	490	18,3

чение волнового числа определялось из условия максимума соответствующего коэффициента пространственного усиления. В той же таблице приводятся значения фазовой скорости и характеристического потенциала, а также соответствующие величины, измеренные экспериментально в <sup>31</sup>. Как видно из таблицы, отличие теоретических и экспериментальных значений всех приведенных величин не превышает 20 %, что находится в пределах точности полученных формул.

В области больших токов закон дисперсии, коэффициент пространственного усиления и оптимальное (соответствующее максимуму  $\psi$ ) значение волнового числа определяются выражениями <sup>91,92</sup>

$$\gamma\kappa\omega = \eta_T, \quad \psi = \frac{\gamma\kappa^2}{\eta_T} \left( \eta_n - \kappa^2 - 2 \left( 1 - \frac{\alpha}{2\gamma} \right) \frac{\eta_T}{\gamma\kappa^2} \right),$$

$$\kappa_0 = \left[ \eta_T \left( 1 - \frac{\alpha}{2\gamma} + \psi_0 \right) \frac{1}{\gamma} \right]^{1/4},$$

где  $\eta_n = P_n \eta_m$ ,  $\eta_T = P_T \eta_m + \tilde{\eta}_T$ . Характеристики страт в этой области токов хорошо известны <sup>4,42,59</sup>, и на них мы останавливаться не будем.

Дисперсионное уравнение, соответствующее системе (9), позволяет определить также волновое число и коэффициент пространственного затухания встречной волны. Из общих выражений для этих величин следует, что при больших токах  $\psi_1 = 2$ ,  $\kappa_1 = \omega h_T / \eta_T = h_T / \gamma\kappa$ . В области средних токов величина  $\psi_1$  достигает минимума и может быть существенно меньше двух и даже отрицательной. По-видимому, в случае, показанном на рис. 6, значение  $\psi_1$  было достаточно малым, вследствие чего удалось наблюдать встречную волну \*). Если  $\psi_1 < 0$ , то граничное значение коэффициента усиления прямой волны  $\psi$  тоже может быть отрицательным. Возможно, этим объясняется факт возбуждения в гелии страт, затухающих к аноду <sup>67</sup>.

\*) Попытки экспериментального наблюдения встречной волны в области больших токов были сделаны в работе <sup>151</sup>.

в) Некоторые задачи нелинейной теории  
бегущих страт

Нелинейная теория страт до сих пор развита слабо. Число соответствующих работ крайне ограничено. Отдельные нелинейные эффекты для бегущих страт рассматривались в работах <sup>51-54, 132, 152-154</sup>. Впервые объяснение ряда закономерностей для страт большой амплитуды было дано в работе Недоспасова <sup>132</sup> на основе полуфеноменологической теории релаксационных колебаний ионизационно-диффузионного типа. Там было показано, что голова страты, в которой происходит скачок потенциала и резкий выброс концентрации электронов, обусловлена элементарными процессами в конце предыдущей страты. В работах Горелика и Цендина <sup>153</sup> в гидродинамическом приближении с использованием метода Уизема <sup>155</sup> была найдена форма насыщенных ионизационных волн в режиме усиления. Поскольку в этих работах не учитывалось отражение волн от границ положительного столба, то найденное решение может существенно отличаться от того, которое будет в режиме генерации. Это отличие хорошо известно, например, в электронике СВЧ <sup>156</sup>.

В серии работ Грабека и др. <sup>52-54</sup> описываются численные эксперименты с нелинейной моделью Пекарека. Хотя эти эксперименты представляют несомненный интерес для общей теории нелинейных волн, они имеют слабое отношение к ионизационным волнам. Во-первых, без достаточного обоснования используются периодические граничные условия для возмущений концентрации и температуры, которые не соответствуют граничным условиям на концах положительного столба. Во-вторых, в выбранной модели условия возбуждения колебаний начинают выполняться с самой низкой моды, что также не соответствует экспериментальным данным.

В работе <sup>154</sup> рассматривается стабилизация ионизационной волны в результате распадного процесса с образованием двух ионизационных волн с более низкими частотами и волновыми числами. Результаты работы интересны, однако, пока они, по-видимому, не подтверждаются экспериментально.

В работах <sup>133, 135</sup> решение ряда нелинейных задач проведено с использованием асимптотического метода <sup>157</sup>, который справедлив при малых превышениях над порогом генерации. Этот метод позволил рассмотреть стационарный режим генерации страт и явление асинхронного подавления.

Для расчета стационарного режима генерации бегущих страт в уравнениях (7) и (8) необходимо учитывать нелинейные члены. Такой учет был произведен для больших токов, когда метастабильные атомы успевают следить за электронами. В этом случае система уравнений (7) в введенных выше безразмерных переменных может быть записана следующим образом:

$$\begin{aligned} \frac{\partial N}{\partial \tau} - \eta_T U &= \frac{\partial^2 N}{\partial \xi^2} + \eta_n N + f_1, \\ \gamma \frac{\partial^2 U}{\partial \xi^2} + \frac{\partial N}{\partial \xi} &= \alpha \frac{\partial U}{\partial \xi} + 2(N - \tilde{j}) + h_T + f_2; \end{aligned} \quad (15)$$

здесь  $f_1, f_2$  — нелинейные функции  $N, U, \tilde{j}$  и их пространственных производных. В левой части уравнений (15) выделены линейные консервативные члены, а в правой — нелинейные и неконсервативные. Отметим, что левая часть системы (15) в линейном приближении совпадает с порождающей системой в работе <sup>153</sup>. При достаточно малых амплитудах колебаний, когда режим генерации близок к одномодовому, правые части уравнений (15) малы по сравнению с левыми частями. При этом решение можно искать в виде суммы бегущей волны и синфазной составляющей (включающей в себя отраженную волну) с медленно меняющимися амплитудами:

$$N = A(\xi, \tau) e^{i(\omega\tau + \kappa\xi)} + B(\xi, \tau) e^{i\omega\tau} + \text{к. с.}$$

Полагая  $\tilde{j} = C(\tau) e^{i\omega\tau}$  и используя асимптотический метод, можно получить укороченные уравнения для амплитуд  $A$  и  $B$ <sup>133</sup>. Связь между амплитудами  $A$ ,  $B$  и  $C$  определяется законом Ома и граничными условиями. Решение укороченных уравнений позволяет найти амплитуду страт в стационарном режиме и нелинейную поправку к частоте колебаний. При граничных условиях  $N(0) = N(l) = 0$  вблизи порога генерации амплитуда страт у анода определяется выражением

$$|A(l)| = \sqrt{\frac{2\psi_0 l (\psi - \psi_0)}{\mu(\psi_0)}};$$

здесь  $\mu(\psi_0)$  — эффективный коэффициент насыщения прямой волны, являющийся функцией граничного значения коэффициента усиления страт  $\psi_0$  и параметров нелинейности. Зависимость  $\mu(\psi_0)$  при некоторых фиксированных значениях параметров нелинейности показана на рис. 23. Оттуда видно, что  $\mu(\psi_0)$  возрастает с ростом  $\psi_0$ .

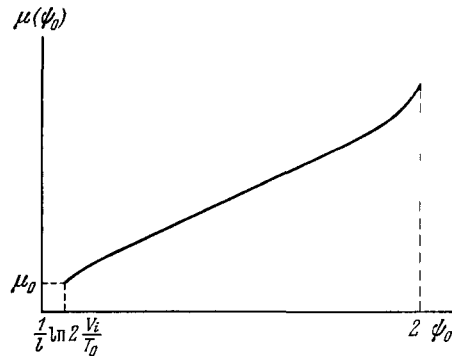


Рис. 23. Зависимость эффективного коэффициента насыщения страт  $\mu(\psi_0)$  от величины порогового коэффициента пространственного усиления  $\psi_0$ <sup>133</sup>.

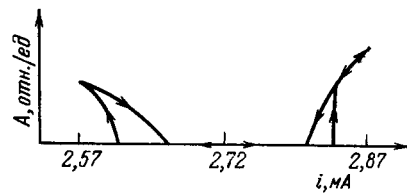


Рис. 24. Зависимость амплитуды страт от величины разрядного тока в окрестности бесстратовой области для смеси гелия с неоном.

$\alpha = 10$ ,  $pR = 0,4$  Торр·см,  $L = 14$  см,  $R_1 = 277$  кОм.

а следовательно, и с ростом  $R_1$ . При малых  $R_1$  величина  $\mu(\psi_0)$  может быть отрицательной. Это соответствует жесткому режиму генерации страт. Эксперимент показывает, что для смеси гелия и неона возбуждение страт по обе стороны бесстратовой области происходит жестко. Об этом свидетельствует наличие петли гистерезиса (рис. 24). При увеличении балластного сопротивления ( $R_1$ ) петля гистерезиса сужается, что говорит о приближении к мягкому режиму генерации.

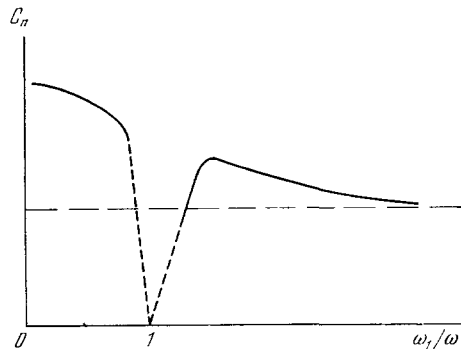


Рис. 25. Зависимость порогового значения амплитуды модуляции  $C_n$  от отношения частоты модуляции  $\omega_1$  к собственной частоте страт  $\omega$ <sup>133</sup>.

Штриховой линией помечены участки кривой вблизи резонанса.

На основе полученных укороченных уравнений для амплитуд волн удалось решить задачу об асинхронном подавлении страт путем модуляции тока разряда. При малых превышениях  $\psi - \psi_0$  минимальное значение интенсивности модуляции тока разряда определяется выражением<sup>133,134</sup>

$$C_n^2 = (\psi - \psi_0) \frac{1 + (a\omega_1^2/\omega^2)}{b + (c\omega_1^2/\omega^2)};$$

здесь  $a$ ,  $b$ ,  $c$  ( $a \sim 1$ ,  $b \sim \epsilon c$ ) — коэффициенты, определяемые параметрами нелинейности. Характер зависимости  $C_n$  от отношения частоты модуляции

$\omega_1$  к собственной частоте страт  $\omega$  показан на рис. 25. Штриховой линией помечены участки кривой вблизи резонанса, где проведенный расчет не применим, так как в этой области под действием модуляции тока возникают стимулированные страты, не учитываемые нами в расчете. Найденная зависимость  $C_{\Pi}$  от  $\omega_1$  качественно согласуется с полученной экспериментально (рис. 12).

Попытка объяснения асинхронного подавления страт была сделана также в работе <sup>51</sup>. Авторы использовали модель Пекарека и аналогию с классической задачей об асинхронном подавлении автоколебаний в генераторе Ван-дер-Поля <sup>95</sup>. Однако указанная аналогия является искусственной, хотя бы потому, что страты описываются уравнением первого порядка по времени, а не второго, как в генераторе Ван-дер-Поля.

#### г) Стоячие страты в молекулярных и инертных газах

Если линейная теория позволяет достаточно хорошо объяснить усиление и дисперсионные свойства бегущих страт, то в отношении стоячих страт дело обстоит значительно сложнее. В области, где кривая  $\omega(k)$  пересекает ось волновых чисел  $k$ , инкремент не имеет резонансного характера. Поэтому те «возможные значения кривой временного инкремента для случая незатухающих стоячих страт», которые показаны на рис. 25 в обзоре Пекарека <sup>5</sup>, на самом деле не являются возможными. Объяснить возможность существования стоячих страт можно только исходя из нелинейной теории. Тем не менее, попытки получения стоячих страт из дисперсионных уравнений делались. Так, в работе <sup>120</sup> Недоспасов пытался объяснить возможность существования стоячих страт за счет термодиффузионного члена в уравнении амбиполярной диффузии, поскольку при учете этого члена кривая  $\omega(k)$  пересекает ось волновых чисел.

Ли и Гарскаденом в <sup>49,50</sup> стоячие страты были получены как собственные решения уравнений Пекарека <sup>5</sup> с заданными граничными условиями. Однако вычисленный авторами коэффициент пространственного затухания стоячих страт оказался значительно больше наблюдаемого в эксперименте при соответствующих разрядных условиях. Это указывает, по-видимому, на несостоятельность исходной модели, в которой, как и в ранних работах Пекарека, не учитывалась нелинейная зависимость скорости ионизации от концентрации электронов.

Попытка нелинейного рассмотрения стоячих страт была сделана в работе Чапника <sup>158</sup>, в которой автор решал на аналоговой машине нелинейное уравнение для температуры электронов, пренебрегая пространственным изменением концентрации. Последнее является весьма грубым приближением и не соответствует эксперименту. Напротив, согласно многим экспериментальным данным, например, <sup>108,113</sup>, относительные изменения концентрации значительно превосходят относительные изменения температуры на длине страты. Так, по данным <sup>113</sup> концентрация электронов меняется на порядок, тогда как температура — только в полтора раза.

Расчет стоячих страт может быть проведен исходя из той же гидродинамической модели, что и для бегущих (см. уравнения (7)). В силу существенного различия в параметрах этот расчет следует проводить по-разному для случая молекулярных и инертных газов <sup>137,138</sup>.

1) Стоячие страты в молекулярных газах. В молекулярных газах за счет больших неупругих потерь энергии электронов возникают значительные электрические поля. Вследствие этого парамет-

ры  $\eta_T$  и  $\eta_n$  оказываются существенно меньше, чем в случае инертных газов. Так, для азота при  $pR = 0,5$  Торр·см,  $i/R = 0,01$  А/см,  $\eta_T \approx 0,5$ . Если считать, что  $\eta_T \ll 10$ ,  $\eta_n \ll 1$ ,  $h_T \sim 10$ , то уравнения (7) в безразмерных переменных можно записать следующим образом:

$$\begin{aligned} \frac{d^2 N}{d\xi^2} + \eta_T U + \eta_n N &= f_1, \\ \frac{dN}{d\xi} - 2N - h_T U &= f_2, \end{aligned} \quad (16)$$

где  $f_1$ ,  $f_2$  — нелинейные функции,  $\eta_n = \eta_m (q/J + P_n)$ ,  $\eta_T = P_T \eta_m + \tilde{\eta}_T$ . При выводе уравнений (16) была исключена концентрация метастабильных атомов  $M$  и опущены производные по времени, так как в стационарном режиме генерации стоячих страт они равны нулю. Кроме того, не учитывалось изменение разрядного тока при возбуждении страт. В линейном приближении решение уравнений (16) имеет вид

$$\begin{aligned} N &= A e^{-\psi \xi} \sin(\kappa \xi + \varphi_0), \\ U &= A \sqrt{\frac{\kappa^2 + (2 + \psi)^2}{h_T}} e^{-\psi \xi} \sin(\kappa \xi + \varphi_1), \end{aligned} \quad (17)$$

где

$$\psi = \frac{\eta_T}{2h_T}, \quad \kappa = \sqrt{\eta_n - \frac{2\eta_T}{h_T} \left(1 + \frac{\eta_T}{8h_T}\right)}, \quad (18)$$

$\varphi_0$  — начальная фаза, определяемая из граничного условия при  $\xi = 0$ ,

$$\varphi_1 - \varphi_0 = -\arctg \frac{\kappa}{2 + \psi} \quad (19)$$

— сдвиг фаз между изменениями температуры и концентрации электронов.

Из (18) следует, что коэффициент пространственного затухания страт  $\psi$  тем меньше, чем меньше отношение  $\eta_T/h_T$ . Кроме того, стоячие страты будут наблюдаться, если  $\kappa/2\pi$  по крайней мере больше  $\psi$  (затухание должно происходить на длине, превосходящей длину страты). Это налагает условие на величину  $\eta_n$

$$\eta_n > \frac{2\eta_T}{h_T} \left(1 + \frac{\pi^2 \eta_T}{2h_T}\right). \quad (20)$$

Поскольку при больших и средних токах параметр  $\eta_n$  убывает с ростом тока, то условие (20) может выполняться лишь в ограниченной области токов, причем отношение коэффициента затухания стоячих страт к волновому числу при увеличении тока должно увеличиваться.

Если  $\eta_T/h_T \ll \eta_n$ , то длина страт в размерных единицах равна  $\lambda = 2\pi T_0/E_0 \kappa = 2\pi R/(\sqrt{Z_n} \beta)$ , где  $Z_n = \tau_{m\text{эфф}}/\tau_m + P_n$ . Так как  $Z_n$  меньше или порядка единицы, то длина слабо затухающих стоячих страт в молекулярных газах должна быть больше или порядка диаметра трубки, что соответствует эксперименту.

Сдвиг фаз между  $U$  и  $N$ , как видно из (19), в зависимости от параметров может изменяться от  $\pi$  при  $\kappa \ll 2 + \psi$  до величины, близкой к  $(3/4)\pi$  при  $\kappa = 2 + \psi$ . Это соответствует эксперименту (см. с. 615).

Если рассмотреть условия самовозбуждения стоячих страт, то оказывается, что они не имеют резонансного характера и могут одновременно выполняться для широкой области волновых чисел. Однако можно показать<sup>138,139</sup>, что из-за сильной зависимости волнового числа от амплитуды страт все волновые числа, для которых выполняются условия возбуждения, подтягиваются к одному и тому же значению. Это значение близко к определяемому формулой (18). Вследствие указанной зависимости бес-

печивается также выполнение граничных условий при  $\xi = l$ . Расчет этих нелинейных эффектов может быть проведен аналитически при условии  $\psi \ll \kappa$ , когда  $\psi \lesssim 0,1$ ,  $\kappa \sim 1$ . В этом случае величина  $N$  мала и нелинейные функции  $f_1$  и  $f_2$  могут быть разложены в ряд. Ограничиваясь квадратичными членами разложения и исключая из уравнений (16)  $U$ , получим уравнение для  $N$ :

$$\frac{d^2 N}{d\xi^2} + 2\psi \frac{dN}{d\xi} + \kappa^2 N - \rho N^2 = 0. \quad (21)$$

Уравнение (21) аналогично уравнению колебаний нелинейного осциллятора, и его решение выражается через слабо затухающие эллиптические функции Якоби<sup>159</sup>. Для граничных условий  $N(0) = N(l)$  имеем

$$N(\xi) = \frac{2\theta^2(\xi)k^2(\xi)}{3\rho} \times \\ \times \left( \operatorname{sn}^2 \frac{\theta(\xi)(\xi - \xi_0)}{2} - \operatorname{sn}^2 \frac{\theta(\xi)\xi_0}{2} \right), \quad (22)$$

где  $k(\xi)$  — модуль эллиптической функции, слабо убывающий от катода к аноду,  $\theta = \kappa(1 + k^4 - k^2)^{-1/4}$ ,  $\operatorname{sn}^2[(\xi_0\theta_0)/2] = (1 + k^2 - \sqrt{1 + k^4 - k^2})/3k^2$ . Вблизи анода модуль  $k$  может принимать одно из собственных значений

$$k_m(l) = \frac{2\sqrt{2}}{15^{1/4}} \left( \frac{\kappa l}{m\pi} - 1 \right),$$

где  $m = 1, 2, \dots, m_0$ ;  $m_0 = \operatorname{entier} \{\kappa l/\pi\}$  (целая часть  $\kappa l/\pi$ ).

Из выражения (22) и рис. 26 видно, что форма стоячих страт вблизи катода может существенно отличаться от синусоидальной, причем это отличие уменьшается при приближении к аноду. Длина страт должна слабо убывать при удалении от катода. Полученные результаты находятся в хорошем согласии с экспериментом (см. рис. 17).

Для полного решения вопроса о существовании стоячих страт необходимо исследовать устойчивость найденного решения (22). Однако такое исследование представляет собой сложную задачу и до сих пор не проведено. Возможно, для этой цели окажется полезным прием, предложенный в работе<sup>160</sup>.

2) Стоячие страты в инертных газах. В инертных газах, как уже отмечалось, параметры  $\eta_T$  и  $\eta_n$  являются большими, и в некоторой области токов можно положить  $\eta_T \sim \varepsilon^{-3}$ ,  $\eta_n \sim \varepsilon^{-2}$ ,  $h_T \sim \varepsilon^{-1}$ . Пренебрегая в уравнениях (15) малыми членами и полагая  $\partial N/\partial \tau = 0$ , получим:

$$\frac{d^2 N}{d\xi^2} + \eta_T U + \eta_n N = f_1, \\ \frac{dN}{d\xi} + \gamma \frac{d^2 U}{d\xi^2} = f_2.$$

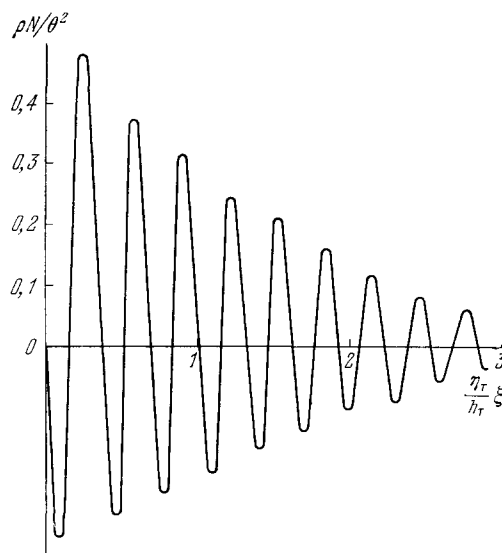


Рис. 26. Форма стоячих страт, рассчитанная по формуле (22).

В линейном приближении

$$N(\xi) = Ae^{-\psi\xi} \sin(\kappa\xi + \varphi_0) + B + Ce^{2\psi\xi}, \quad (23)$$

где

$$\psi = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{2}, \quad \kappa = \frac{\sqrt{3}}{2}(\varepsilon_1 + \varepsilon_2),$$

$$\varepsilon_{1,2} = \left[ \left( \frac{\eta_T}{4\gamma^2} + \frac{\eta_n^3}{27} \right)^{1/2} \pm \frac{\eta_T}{2\gamma} \right]^{1/3}.$$

Первое слагаемое в (23) описывает собственно страты; второе и третье определяют аperiodическое изменение концентрации электронов по длине столба. Заметим, что для выполнения граничных условий у анода величина  $C$  должна быть ничтожно малой по сравнению с  $A$  и  $B$ . Из выражений для  $\kappa$  и  $\psi$  видно, что  $\psi < \kappa$ , причем отношение  $\psi/\kappa$  тем меньше, чем больше  $\eta_n$ . При  $\eta_n \ll \eta_T^{2/3}$  ( $\eta_n \ll \varepsilon^{-1}$ ) отношение  $\psi/\kappa$  стремится к  $1/\sqrt{3}$ . Как уже указывалось, страты можно наблюдать, если  $\psi/\kappa < 1/2$  л. Это накладывает ограничение на величину  $\eta_n$ . Поскольку в области средних и больших токов с ростом тока величина  $\eta_n$  уменьшается, то отношение  $\psi/\kappa$  при увеличении тока должно увеличиваться и при некотором значении тока стоячие страты должны стать ненаблюдаемыми. Полученные результаты согласуются с экспериментами Зайцева и Савченко (см. рис. 16).

Длина страт в размерных единицах равна

$$\lambda = \frac{2\pi T}{\kappa E} \sim \begin{cases} \frac{2\pi R}{\beta \sqrt{Z_n}} & \text{при } \eta_n \gtrsim \eta_T^{2/3}, \\ \frac{2\pi R}{\sqrt{3}} \left[ \frac{\varepsilon}{R} (P_T + Z_T - 1) \right]^{-1/3} & \text{при } \eta_n \ll \eta_T^{2/3}. \end{cases}$$

Отсюда видно, что в первом случае, когда страты сравнительно слабо затухают (затухание происходит на нескольких длинах волн), их длина должна быть больше или порядка диаметра трубки; тогда как во втором случае, когда затухание сильное, длина страт при малых  $\varepsilon$  может превосходить диаметр в несколько раз. Добавление примеси к инертным газам увеличивает значение электрического поля, вследствие чего параметр  $\varepsilon$  увеличивается и длина страт должна уменьшаться<sup>114,161</sup>.

Амплитуда и форма стоячих страт в инертных газах, как и в молекулярных, находятся из решения нелинейного уравнения для концентрации с учетом граничных условий при  $\xi = l$ . Однако для инертных газов это уравнение получается более сложным, чем для молекулярных.

#### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотренные в настоящем обзоре ионизационные волны представляют лишь один из примеров широко распространенного в природе явления стратификации — расслоения однородных сред. Причины такого расслоения могут быть самыми различными, и даже в газовом разряде стратификация может иметь самую разную физическую природу. Благодаря внешнему сходству словом «страты» в газовом разряде называют различные явления: ионизационные волны, обусловленные процессами ионизации атомов газа, электротермические волны, возникающие в скрещенных электрическом и магнитном полях<sup>4,162-161</sup>, волны в электроотрицательных газах, обусловленные зависимостью частоты прилипания от температуры электронов<sup>162-160</sup>, и т. п. Для описания этих типов волн требуется учет различных физических процессов в плазме, что приводит к разным исходным моделям. Вместе с тем с точки зрения теории колебаний все эти явления представляют собой автоколебания в распределенных системах, в связи с чем к их исследованию возможен единый подход.



Как неоднократно отмечалось в обзоре, ионизационные волны относятся к особому классу волн со своеобразным законом дисперсии. В свою очередь, своеобразие закона дисперсии приводит к своеобразию законов отражения и преломления этих волн на границе раздела двух сред: фазовая скорость отраженной волны направлена в ту же сторону, что и падающей, а энергия распространяется в противоположную сторону.

Ионизационные волны (страты) могут быть как бегущими, так и стоячими. Из результатов обзора следует, что и те и другие имеют одинаковую физическую природу и обусловлены одними и теми же физическими процессами.

Основываясь на изложенном материале, можно сделать вывод, что гидродинамическая модель плазмы качественно, а в ряде случаев и количественно, описывает как линейные, так и нелинейные свойства бегущих и стоячих страт в области больших и средних токов. По-видимому, использование кинетической теории, по крайней мере для качественного исследования страт, необходимо только в области малых токов и при больших превышениях над порогом генерации.

В настоящем обзоре не затронуты вопросы о возбуждении страт при более сложных разрядных условиях, например, в контрагированном столбе, в ВЧ разряде<sup>116,123,191</sup>, в магнитном поле<sup>161,192-204</sup>. В этих условиях возникает ряд специфических явлений, которые заслуживают специального рассмотрения.

Авторы выражают свою искреннюю благодарность Н. Г. Ярошенко, М. И. Молчанову, И. А. Савченко, В. В. Ильинскому и В. Е. Привалову за большой интерес, проявленный ими к настоящей работе, целый ряд полезных советов и предоставление экспериментального материала.

Московский государственный университет  
им. М. В. Ломоносова

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Abria M.—Phil. Trans. Roy. Soc., 1878, v. 169, p. 155.
2. Wüllmer A.—Progr. Ann. Phys. (Jubelband), 1874, S. 32.
3. Spottiswood W.—Proc. Roy. Soc., 1877, v. 25, p. 547; v. 26, p. 90.
4. Недоспасов А. В.—УФН, 1968, т. 94, с. 439.
5. Пекарек Л.—Ibid., с. 463.
6. Oleson N. L., Cooper A. W.—Adv. Electronics and Electron Phys., 1968, v. 24, p. 155.
7. Donahue T., Dieke G. H.—Phys. Rev., 1951, v. 81, p. 248.
8. Boyd R. L. F., Twiddy N. D.—Proc. Roy. Soc. Ser. A, 1960, v. 259, p. 145.
9. Pekarek L.—In: X ICPIG: Invited Papers.—Oxford, 1971.—P. 365.
10. Привалов В. Е.—Квант. электрон., 1977, т. 4, с. 2085.
11. Druvesteyn M. J.—Physica, 1934, v. 1, p. 273, 1003.
12. Гордеев Д. В., Зайцев А. А., Махров В. Ф., Савченко И. А., Швилкин Б. Н.—Электрон. техника. Сер. 3: «Электронные приборы», 1969, № 2, с. 103.
13. Зайцев А. А., Махров В. Ф., Савченко И. А., Швилкин Б. Н.—ЖТФ, 1969, т. 39, с. 764.
14. Привалов В. Е. Газоразрядные лазеры в судовых измерительных комплексах.—Л.: Судостроение, 1977.
15. Lee D. A., Bletzing P., Garscadden A.—J. Appl. Phys., 1966, v. 37, p. 377.
16. Кириллова Н. В., Молчанов М. И.—Радиотехн. и электрон., 1978, т. 23, с. 2575.
17. Павлов П. А., Привалов В. Е.—ЖТФ, 1978, т. 48, с. 1375.
18. Лэмб Г. Гидродинамика.—М.: Гостехиздат, 1947.
19. Мандельштам Л. И.—Собр. соч., Т. II.—М.: Изд-во АН СССР, 1947.
20. Мандельштам Л. И. Лекции по оптике, теории относительности и квантовой механике.—М.: Наука, 1972.—С. 389, 401.
21. Физика океана/Под ред. В. М. Каменковича, А. С. Моница.—М.: Наука, 1978.
22. Sato T., Holtzer T. E.—J. Geophys. Res., 1973, v. 78, p. 7314, 7330.

23. Бонч-Бруевич В. Л., Темчин А. Н.— ЖЭТФ, 1979, т. 76, с. 1713.
24. Кернер Б. С., Осипов В. В.— ЖЭТФ, 1978, т. 74, с. 1675.
25. Кернер Б. С., Осипов В. В.— ФТП, 1979, т. 13, с. 721.
26. Жаботинский Л. М. Концентрационные колебания.— М.: Наука, 1974.
27. Гленсдорф П., Пригожин И. Термодинамическая теория структуры, устойчивости и флуктуаций.— М.: Мир, 1973.
28. Алексеев В. В.— УФН, 1976, т. 120, с. 647.
29. Романовский Ю. М., Степанова Н. В., Чернавский Д. С. Математическое моделирование в биофизике.— М.: Наука, 1975.
30. Васильев В. А., Романовский Ю. М., Яхно В. Г.— УФН, 1979, т. 128, с. 625.
31. Зайцев А. А., Савченко И. А., Махров В. Ф.— Радиотехн. и электрон., 1970, т. 15, с. 2650.
32. Pfau S., Rutscher A.— Ann. Phys., 1968, v. 22, p. 108.
33. Pfau S., Rutscher A., Wojaszek K.— Beitr. Plasmaphys., 1969, Bd. 9, S. 333.
34. Зайцев А. А., Савченко И. А.— ЖТФ, 1975, т. 45, с. 1541.
35. Holm R.— Zs. Phys., 1924, Bd. 25, S. 504; 1925, Bd. 26, S. 412.
36. Thomson J.— Phys. Mag., 1929, v. 8, p. 1.
37. Compton K. T., Turner L. A., McCurby W. H.— Phys. Rev., 1924, v. 24, p. 597.
38. Holm R.— Zs. Phys., 1932, Bd. 75, S. 171.
39. Paul H.— Ibid., 1935, Bd. 97, S. 330.
40. Rother H.— Ann. Phys., 1959, v. 4, p. 373; 1960, Bd. 5, S. 252.
41. Rother H.— Zs. Phys., 1959, Bd. 157, S. 326.
42. Wojaszek K.— Beitr. Plasmaphys., 1961, Bd. 1, S. 30; 1962, Bd. 2, S. 13; 1965, Bd. 5, S. 307; 1966, Bd. 6, S. 319; 1971, Bd. 11, S. 335.
43. Pekarek L., Krejci V.— Czech. J. Phys. Ser. B, 1962, v. 12, p. 296, 450; 1963, v. 13, p. 881.
44. Pekarek L.— In: VI ICPIG, Paris, 1963 — V. 2, p. 133.
45. Pekarek L., Rohlena K.— Czech. J. Phys. Ser. B, 1967, v. 17, p. 856.
46. Rohlena K.— In: Third Czechoslovak Conference on Electronics and Vacuum Physics Transactions.— Academics Prague, 1967.— P. 131.
47. Shimoda M.— Phys. Lett. Ser. A, 1974, v. 49, p. 455.
48. Garscadden A., Bletzing P., Simonen T. C.— Phys. Fluids, 1969, v. 12, p. 1833.
49. Lee D. A., Garscadden A.— Цит. в § сб.— P. 281.
50. Lee D. A., Garscadden A.— Phys. Fluids, 1972, v. 15, p. 1826.
51. Ohe K., Takeda S.— Beitr. Plasmaphys., 1974, Bd. 14, S. 55.
52. Grabec J.— Ibid., 1971, Bd. 11, S. 285; 1972, Bd. 12, S. 83.
53. Grabec J., Možina J.— Ibid., 1974, Bd. 14, S. 1.
54. Grabec J., Mikas S.— Plasma Phys., 1974, Bd. 16, S. 1155.
55. Клярфельд Б. Н.— ЖЭТФ, 1952, т. 22, с. 66.
56. Раумент С. W.— J. Phys. Ser. D, 1974, v. 7, p. 871.
57. Каган Ю. М., Колоколов Н. Б., Крылова Т. А., Миленин В. М.— ЖТФ, 1971, т. 41, с. 120.
58. Бессонова К. Ф., Орешак О. Н., Остапченко Е. П., Степанов В. А.— Ibid., с. 979.
59. Цендин Л. Д.— ЖТФ, 1969, т. 39, с. 1341; 1970, т. 40, с. 1600; 1971, т. 41, с. 1553.
60. Sicha M., Drouet M.— Beitr. Plasmaphys., 1968, Bd. 8, S. 403.
61. Sicha M., Drouet M.— Can. J. Phys., 1968, v. 46, p. 1787.
62. Gundermann S.— Beitr. Plasmaphys., 1969, Bd. 9, S. 325; 1970, Bd. 10, S. 115.
63. Rutscher A.— Phys. und Techn. Plasm. Eisenach, 1968, S. 9.
64. Perina V.— Czech. J. Phys. Ser. B, 1976, v. 26, p. 764.
65. Wojaszek K.— In: IX ICPIG: Inv. papers.— Vienna, 1968.
66. Krejci V., Mašek K., Laska L., Perina V.— Beitr. Plasmaphys., 1967, Bd. 7, S. 413.
67. Ohe K., Takeda S.— Japan J. Appl. Phys., 1972, v. 11, p. 1173; 1973, v. 12, p. 627; 1975, v. 14, p. 1765.
68. Suzuki T.— Ibid., 1970, v. 9, p. 309.
69. Басаев А. Б., Молчанов М. И., Ярошенко Н. Г.— ЖТФ, 1975, т. 45, с. 1929.
70. Захаренко Ю. Г., Привалов В. Е., Фофанов Я. А.— Радиотехн. и электрон., 1976, т. 31, с. 1901.
71. Захаренко Ю. Г., Привалов В. Е.— Опт. и спектр., 1973, т. 35, с. 750.
72. Трошкин Ю. С., Мазанько И. П., Ярошенко Н. Г.— Опт. и спектр., 1971, т. 31, с. 637.

73. Молчашкин М. А.— Радиотехн. и электрон., 1975, т. 20, с. 1656.
74. Garscadden A.— Appl. Phys. Lett., 1966, v. 8, p. 85.
75. Sato M.— Beitr. Plasmaphys., 1971, Bd. 11, S. 445; 1973, Bd. 13, S. 9.
76. Гуськов Л. Н., Сологуб В. П., Трошкин Б. И.— Опт. и спектр., 1976, т. 40, с. 170.
77. Захаренко Ю. Г., Привалов В. Е.— ЖТФ, 1974, т. 44, с. 1562.
78. Захаренко Ю. Г., Привалов В. Е.— Автометрия, 1974, № 6, с. 99.
79. Им Тхек-де, Тимофеев В. П.— ЖПС, 1975, т. 23, с. 624.
80. Захаренко Ю. Г., Привалов В. Е.— Опт. и спектр., 1969, т. 27, с. 821.
81. Привалов В. Е.— ЖТФ, 1971, т. 41, с. 1682.
82. Бурнашев М. Н., Захаренко Ю. Г., Привалов В. Е.— Изв. вузов. Сер. «Радиофизика», 1975, т. 18, с. 1638.
83. Привалов В. Е., Фофанов Я. А.— Письма ЖТФ, 1978, т. 4, с. 282.
84. Rohlena K., Ružička T.— In: XI ICPG: Invited Papers.— Prague, 1973.
85. Novak M.— Czech. J. Phys. Ser. B, 1960, v. 10, p. 954.
86. Зайцев А. А., Савченко И. А., Ильинский В. В.— In: XII ICPG: Eindhoven, 1975.— P. 123.
87. Бурнашев М. Н., Привалов В. Е., Фофанов Я. А.— Опт. и спектр., 1977, т. 42, с. 456.
88. Стокер Дж. Нелинейные колебания в механических и электрических системах.— М.: ИЛ, 1953.
89. Павлов П. А., Привалов В. Е.— Радиотехн. и электрон., 1979, т. 24, с. 1827.
90. Зайцев А. А., Леонов Г. С.— Ibid., 1965, т. 10, с. 913.
91. Ланда П. С., Пономарев Ю. В.— Письма ЖТФ, 1975, т. 1, с. 758.
92. Ланда П. С., Пономарев Ю. В.— Радиотехника и электроника, 1976, т. 24, с. 2337.
93. Зайцев А. А.— ДАН СССР, 1952, т. 84, с. 41.
94. Зайцев А. А., Ильинский В. В., Савченко И. А.— Радиотехн. и электрон., 1978, т. 23, с. 866.
95. Теодорчик К. Ф. Автоколебательные системы.— М.: Гостехиздат, 1952.
96. Ланда П. С. Автоколебания в системах с конечным числом степеней свободы.— М.: Наука, 1980.
97. Сафонов В. Дипломная работа.— Москва, МГУ, физфак, 1974.
98. Neubert P.— Ann. d. Phys., 1913, Bd. 42, S. 1454.
99. Mierdel J.— In: Handbuch d. Experimental physik, 1923.— Bd. 13, S. 313.
100. Günterschulze A., Meinhardt H.— Zs. Phys., 1938, Bd. 110, S. 95.
101. Druyvesteyn M. J., Penning F. M.— Rev. Mod. Phys., 1940, v. 12, p. 87.
102. Francis G.— In: Handbuch der Physik, Berlin, 1956.— Bd. 22, S. 119.
103. Penning F. M.— Zs. Phys., 1927, Bd. 41, S. 769.
104. McCurdy W. H., Dalton P.— Phys. Rev., 1926, v. 27, S. 163.
105. Карелина Н. А., Рлярфельд Б. Н.— ЖТФ, 1948, т. 18, с. 1235.
106. Twiddy N. D.— Proc Roy. Soc. Ser. A, 1961, v. 262, p. 379.
107. Twiddy N. D.— Ibid., 1963, v. 275, p. 338.
108. Каган Ю. М., Митрофанов Н. К.— ЖТФ, 1971, т. 41, с. 2065.
109. Ružička T.— Czech. J. Phys. Ser. B, 1968, v. 18, p. 928.
110. Fowler R. G.— Phys. Rev., 1951, v. 84, p. 145.
111. Pfau S., Rutscher A.— Ann. d. Phys., 1966, Bd. 6, S. 244.
112. Sicha M., Vesely V., Studnička J., Prostejovsky J., Novak M.— Czech. J. Phys. Ser. B, 1962, v. 12, p. 919.
113. Heymann P., Prinzler H., Stirand O.— Beitr. Plasmaphys., 1965, Bd. 5, S. 343.
114. Pfau S.— Wiss. Zt. EMA — Univ., 1963, Bd. 3—4, S. 271.
115. Зайцев А. А., Мискинова Н. А.— Радиотехн. и электрон., 1967, т. 12, с. 1318.
116. Зайцев А. А., Джерпетов Х. А.— ЖЭТФ, 1953, т. 24, с. 516.
117. Paul H. H.— Zs. Phys., 1935, Bd. 97, S. 330.
118. Прудковская О. В.— ДАН СССР, 1957, т. 117, с. 601.
119. Недоспасов А. В., Пономаренко Ю. Б.— ТВТ, 1965, т. 3, с. 17.
120. Недоспасов А. В.— In: Proc. of Symposium on MHD — Salzburg, 1966.— v. 2, p. 345.
121. Каган Ю. М., Лягущенко Р. И.— ЖТФ, 1964, т. 34, с. 1873.
122. Аланакян Ю. Р.— ЖТФ, 1975, т. 45, с. 679.
123. Аланакян Ю. Р., Михалев Л. А.— Ibid., с. 1809.
124. Власов А. А., Базаров И. П.— ЖЭТФ, 1950, т. 20, с. 1098.
125. Климонтович Ю. Л.— ЖЭТФ, 1951, т. 21, с. 1284, 1292.
126. Winkler R.— Beitr. Plasmaphys., 1970, Bd. 10, S. 79.
127. Rohlena K., Pekarek L., Ružička T.— Czech. J. Phys. Ser. B, 1972, v. 22, p. 920.

128. Peřina V., Rohlena K., Ružička T.— Ibid., 1975, v. 25, p. 660.
129. Rohlena K., Pekarek L., Ružička T.— Phys. Lett. Ser. A, 1972, v. 40, p. 239.
130. Аланакян Ю. Р.— ЖТФ, 1977, т. 47, с. 542, 1177.
131. Swain D. W., Graun S. C.— Phys. Fluids, 1971, v. 14, с. 53.
132. Недоспасов А. В., Петров В. Г.— ЖТФ, 1974, т. 44, с. 1383.
133. Ланда П. С., Пономарев Ю. В., Садовский В. Н.— Изв. вузов. Сер. «Радиофизика», 1978, т. 21, с. 1691.
134. Ланда П. С., Пономарев Ю. В.— Изв. вузов. Сер. «Радиофизика», 1979, т. 22, с. 1265.
135. Ланда П. С., Пономарев Ю. В.— In: XIII ICPIG.— Contr. Papers, Berlin, 1979, Pt. 1, p. 279.
136. Ланда П. С., Пономарев Ю. В.— J. de Phys., 1979, t. 40, p. C7-223.
137. Ланда П. С.— Радиотехн. и электрон., 1980, т. 25, с. 872.
138. Ланда П. С., Мискинова Н. А., Пономарев Ю. В.— Радиотехн. и электрон., 1980, т. 25, с. 785.
139. Ланда П. С., Мискинова Н. А., Пономарев Ю. В.— Цит. в <sup>135</sup> сб.— Р. 277.
140. Михайловский А. Б. Теория плазменных неустойчивостей.— М.: Атомиздат, 1975.
141. Ахизер А. И., Половин Р. В. Абсолютная, конвективная и глобальная неустойчивость, усиление и непротекание колебаний: Препринт ИТФ-70—96 Р.— Киев: АН УССР, 1970.
142. Pekarek L., Masek K., Rohlena K.— Czech. J. Phys. Ser. B, 1970, v. 20, p. 879.
143. Ohe K., Takeda S.— J. Phys. Ser. D, 1978, v. 11, p. 2257.
144. Стаханов И. П., Степанов А. С., Пашенко В. П., Гуськов Ю. К. Физические основы термоэмиссионного преобразования энергии.— М.: Атомиздат, 1973.
145. Лошкарёв А. И.— ЖТФ, 1974, т. 44, с. 2109.
146. Даманин М. Г., Лошкарёв А. И.— Тр. МФТИ. Сер. радиотехн. и электрон., 1976, с. 183.
147. Грановский В. Л. Электрический ток в газе.— М.: Наука, 1971.
148. Браун С. Элементарные процессы в плазме газового разряда.— М.: Госатомиздат, 1961.
149. Левитский С. М. Сборник задач и расчетов по физической электронике.— Киев: Изд. КГУ, 1964.
150. Мустафин К. С.— Вестн. ЛГУ, 1960, № 22, с. 130.
151. Dupon A. J., Forrest J. R.— Phys. Fluids, 1971, v. 14, p. 1973.
152. Недоспасов А. В.— ЖТФ, 1958, т. 28, с. 173.
153. Горелик М. С., Цендин Л. Д.— ЖТФ, 1973, т. 43, с. 760; 1974, т. 44, с. 1405.
154. Коган Е. Я., Фисун О. И.— Укр. физ. ж., 1973, т. 18, с. 1104.
155. Карпман В. И. Нелинейные волны в диспергирующих средах.— М.: Наука, 1973.
156. Богданкевич Л. С., Кузелев М. В., Рухадзе А. А. Плазменная СВЧ электроника: Препринт ФИАН СССР, № 95.— Москва, 1979.
157. Гапонов А. В., Островский Л. А., Рабинович М. И.— Изв. вузов. Сер. «Радиофизика», 1970, т. 13, с. 163.
158. Чапник И. М.— Радиотехн. и электрон., 1968, т. 13, с. 1085.
159. Янке Е., Эмде Ф., Леш Ф. Специальные функции.— М.: Наука, 1977.
160. Якубович Е. И.— В кн. Нелинейные волны/Под ред. А. В. Гапонова-Грехова.— М.: Наука, 1979.— С. 62.
161. Зайцев А. А., Васильева М. Я.— Радиотехн. и электрон., 1962, т. 7, с. 557.
162. Недоспасов А. В., Шипук И. Я.— ТВТ, 1965, т. 3, с. 186.
163. Белоусов В. Н., Елисеев В. В., Шипук И. Я.— Цит. в <sup>120</sup> сб.— Р. 323.
164. Шипук И. Я., Пашкин С. В.— ДАН СССР, 1967, т. 176, с. 1278.
165. Riedmüller W.— In: Electricity from MHD — Vienna, 1968.— V. 1.
166. Zukoski E. E., Gilpin R. R.— Phys. Fluids, 1967, v. 10, p. 1974.
167. Louis J. F.— In: Intern. Symposium on MHD Electrical Power Generation.— Warsaw.— Paper SM-107/50.
168. Nelson A. H., Haines M. G.— Plasma Phys., 1969, Bd. 11, S. 811.
169. Shimoda S., Heryu I.— In: XII Nat. Symposium on Engineering Aspects of MHD.— Argonne Illinois USA, 1972; перевод в: Прямое преобразование тепловой энергии в электрическую и топливные элементы, 1973, № 3 с. 28.
170. Велихов Е. П., Дыхне А. М.— Цит. в <sup>44</sup> сб.— Р. 511.
171. Керrebroк Ж. Л.— Ракет. техн. и космонавтика, 1964, т. 2, № 6, с. 125.
172. Голубев В. С., Касабов Г. А., Копах В. Ф.— ТВТ, 1964, т. 2, с. 493.

173. Волков Ю. М.— ТВТ, 1965, т. 3, с. 3.
174. Синкевич О. А.— ДАН СССР, 1973, т. 243, с. 315.
175. Синкевич О. А.— ТВТ, 1975, т. 13, с. 53; 1977, т. 15, с. 486.
176. Синкевич О. А.— ПММ, 1974, т. 38, с. 656.
177. Андропов В. Г., Синкевич О. А.— ТВТ, 1974, т. 12, с. 1.
178. Эванс Р. М., Крюгер К. Ш.— Ракет. техн. и космонавтика, 1973, т. 11, № 7, с. 139.
179. Веденов А. А., Велихов Е. П.— Цит. в <sup>120</sup> сб.— Р. 395.
180. Кареев Ю. А., Карпухин В. Г., Недоспасов А. В.— Цит. в <sup>165</sup> сб.— Р. 239.
181. Дыхне А. М.— Ibid.— V. 1, p. 335.
182. Велихов Е. П., Земцов Ю. К., Ковалев А. С., Персианцев И. Г., Рахимов А. Т., Письменный В. Д.— ЖЭТФ, 1974, т. 67, с. 1682.
183. Nighan W. L., Wiegand W. J., Haas R. A.— Appl. Phys. Lett., 1973, v. 22, p. 579.
184. Nighan W. L., Wiegand W. J.— Phys. Rev. Ser. A, 1974, v. 10, p. 922.
185. Douglas-Hamilton D. H., Maui S. A.— Appl. Phys. Lett., 1973, v. 23, p. 508.
186. Douglas-Hamilton D. H., Maui S. A.— J. Appl. Phys., 1974, v. 45, p. 4406.
187. Haas R. A.— Phys. Rev. Ser. A, 1973, v. 8, p. 1017.
188. Мыльников Г. Д., Напартович А. П.— Физ. плазмы, 1975, т. 1, с. 892.
189. Алабян Ю. Р., Вайнер Б. В.— ЖТФ, 1973, т. 43, с. 698.
190. Ланда П. С.— Физ. плазмы, 1979, т. 5, с. 1365.
191. Зайцев А. А., Джерпетов Х. А.— ДАН СССР, 1953, т. 89, с. 825.
192. Зайцев А. А., Ше-Мидон.— Вестн. МГУ. Сер. физ., астр., 1966, № 4, с. 98.
193. Зайцев А. А., Ильинский В. В., Брагина Г. В.— Цит. в <sup>136</sup> сб.— С. 297.
194. Недоспасов А. В., Эфендиев К. И., Бежанова А. И.— ЖТФ, 1975, т. 45, с. 1519, 1659.
195. Эфендиев К. И., Бежанова А. И.— Изв. вузов. Сер. «Радиофизика», 1975, т. 18, с. 777.
196. Zakrzewski Z., Kopiczynski, Lubanski N., Studnicka J., Sicha M.— Czech. J. Phys. Ser. B, 1976, v. 26, p. 992.
197. Sato M.— Phys. Lett. Ser. A, 1969, v. 28, p. 555.
198. Sato M.— Beitr. Pisamaphys., 1969, v. 9, p. 9.
199. Недоспасов А. В., Эфендиев К. И., Гарibold Г. И.— ТВТ, 1971, т. 9, с. 22.
200. Sato M., Hatta Y.— Appl. Phys. Lett., 1966, v. 9, p. 423.
201. Ewald H. N., Grawford F. W., Self S. A.— Phys. Fluids, 1969, v. 12, p. 303, 316.
202. Murlak H., Zakrzewski Z., Nemeček Z., In: XII ICPIG — Prague, 1975.— P. 122.
203. Duncan A. I., Forrest J. R.— Phys. Fluids, 1971, v. 14, p. 1959.
204. Rutscher A., Naturwissenschaften, 1958, Bd. 45, S. 54.