1980 г. Октябрь *Том 132, вып. 2*

УСПЕХИ ФИЗИЧЕСКИХ НАУК

ИЗ ИСТОРИИ ФИЗИКИ

538.0(09)

О СОВРЕМЕННОЙ ИНТЕРПРЕТАЦИИ КЛАССИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ СПИНА Я. И. ФРЕНКЕЛЯ

И. М. Тернов, В. А. Бордовицын

1. ВВЕДЕНИЕ

Известно, что гипотеза вращающегося электрона была выдвинута Г. Уленбеком и С. Гаудсмитом [1] в 1925 г. *), как удобная классическая модель четвертого квантового числа, введенного В. Паули [4] для объяснения двузначности свойств оптического электрона **). Согласно гипотезе Уленбека и Гаудсмита электрон, помимо собственного механического момента или спина, должен обладать также и собственным магнитным моментом. Это позволило объяснить ряд экспериментальных фактов по спектрам щелочных металлов и аномальному эффекту Зеемана.

Первая попытка описания движения спина в электромагнитном поле (кулоновское поле + внешнее магнитное поле), предпринятая с помощью методов специальной теории относительности, принадлежит Л. Г. Томасу [5]. Однако фактически основы релятивистской теории спина в классической электродинамике были заложены Я. И. Френкелем [6, 7] в 1926 г. Не вдаваясь пока в детали теории Френкеля, подробно изложенной также в известной монографии Якова Ильича по электродинамике [8], отметим только, что в этой теории собственный магнитный момент электрона в системе покоя положен в точности равным магнетону Бора.

После выхода фундаментальной работы Я. И. Френкеля [7] на протяжении многих лет по классической теории спина время от времени публиковались работы, в основном зарубежных авторов (Г. Крамерс, Г. Хёнль и А. Папапетру, Х. Дж. Бхабха и Г. К. Корбен, Дж. Вейссехофф и А. Раабе и др.; см. обзорную статью [36]), в которых существенно использовались основные элементы теории Френкеля. Тем не менее эти работы не получили признания вследствие несовершенства физических основ теории, а также в связи с бурным развитием более последовательной квантовой теории спина, предложенной вначале В. Паули [9] и затем, в более изящной релятивистски-ковариантной форме, П. А. М. Дираком [10].

Только после 1959 г. с появлением уравнения Баргманна — Мишеля — Телегди [11], которое описывало движение спина в постоянных и однородных полях, интерес к классической теории спина возродился вновь. Новая классическая теория учитывала открытый к тому времени

*) Заметим, что сама идея собственного вращения электрона возникала и ранее (см., например, [2,3]), но только в гипотезе Уленбека и Гаудсмита она обрела конкретное содержание.

**) См. также примечание Н. Бора к статье Г. Е. Уленбека и С. Гаудсмита в «Nature», где он обращает внимание на важность гипотезы вращающегося электрона в свете принципа соответствия между классической и квантовой механикой.

аномальный магнитный момент [12], что позволило дать наглядное представление о прецессии спина во внешних полях и на этой основе существенно улучшить методику прецизионных экспериментов по измерению g-фактора электрона [13] и других легких частиц [14, 15] (см. также обзорные работы [16, 17]). Уравнение Баргманна — Мишеля — Телегди, записанное в специальной системе координат (спин описывается в системе покоя, внешнее поле и поле излучения — в лабораторной системе), привело к теоретическому подтверждению [23] эффекта радиационной самополяризации релятивистских электронов, предсказанного сначала методами квантовой электродинамики [18-20] и обнаруженного впоследствии экспериментально [21, 22]. Все это можно рассматривать как большой успех классической теории спина.

Хорошо установлено [24-27] (см. также [28, 29]), что уравнение Баргманна — Мишеля — Телегди в квазиклассическом пределе следует из обобщенного уравнения Дирака с вакуумным взаимодействием Паули [30].

Наконец, сравнительно недавно Р. Г. Гудом [31], П. Найборгом [32] и рядом других авторов [33-36] были получены спиновые уравнения, являющиеся обобщением уравнения Баргманна — Мишеля — Телегди на случай неоднородных внешних полей. Обсуждение соответствия этих уравнений с квантовой теорией проводилось в работах [38].

Интерес к классической теории спина в связи с ее удобствами в объяснении эффектов поляризации релятивистских частиц остается актуальным и в настоящее время (см. [39-41] и др.). Отметим также большое эвристическое значение наглядных классических моделей в описании спиновых свойств микрочастиц [42].

К сожалению, основополагающая работа Я. И. Френкеля [7] сегодня почти забыта. Установилось мнение, что теория Френкеля «... послужила основой для рассмотрения всех вопросов, связанных с динамикой вращающегося электрона, вплоть до того момента, когда Дирак создал новую квантовомеханическую релятивистскую теорию электрона» [43].

Цель настоящей статьи состоит в том, чтобы показать, что теория Френкеля представляет не только исторический интерес. Исходя из общих требований релятивистской ковариантности, нами установлено, что если в уравнения Френкеля феноменологически ввести связанный со спином произвольный собственный магнитный момент, отличный в системе покоя от магнетона Бора, учитывающий, например, аномальный магнитный момент частицы, то в приближении постоянных и однородных полей эти уравнения переходят в спиновое уравнение Баргманна — Мишеля — Телегди и обычное классическое уравнение движения заряда. Более того, из точного анализа уравнений Френкеля следует, что после устранения нефизических членов они приводят к обобщенным спиновым уравнениям, совпадающим, в частности, с уравнениями Гуда, Найборга и др.

2. ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ КЛАССИЧЕСКОЙ РЕЛЯТИВИСТСКОЙ ТЕОРИИ СПИНА

Следуя Я. И. Френкелю [7], будем исходить из точечной модели частицы с полуцелым спином, обладающей зарядом и собственным магнитным моментом. Однако, в отличие от Я. И. Френкеля, положим собственный магнитный момент равным не магнетону Бора $\mu_0 = e\hbar/2m_0c$, а произвольной величине

$$\mu = g\mu_0 s. \tag{1}$$

Введением g-фактора здесь учитывается аномальный магнитный момент частицы. Для электрона можно принять [12] $g = 2\,(1 + \alpha/2\pi)$, а спиновое число $s = -1/2$.

Для удобства сравнения с теорией Френкеля представим собственный магнитный момент (1) также в виде

$$\mu = \frac{g}{2}\varkappa\hbar s, \tag{2}$$

где $\varkappa = e/m_0c$ — обозначение Я. И. Френкеля.

Собственный магнитный момент частицы будем описывать введенным Я. И. Френкелем антисимметричным тензором $\mu^{\alpha\beta}$, а связанный с ним (безразмерный) тензор спина обозначим $\Pi^{\alpha\beta} = (\mathbf{\Phi}, \mathbf{\Pi})$. Согласно (1)

$$\mu^{\alpha\beta} = \mu\Pi^{\alpha\beta}. \tag{3}$$

Чтобы получить правильные релятивистские уравнения движения частицы с полуцелым спином, необходимо соблюдать следующие правила:

I. Тензор спина $\Pi^{\mu\nu}$ в системе покоя частицы должен иметь только чисто пространственные компоненты

$$\Pi_0^{\mu\nu} = (0, \mathbf{\Pi}_0). \tag{4}$$

Это требование удовлетворяется условием Френкеля *)

(7а) $$v_\mu\Pi^{\mu\nu} = 0. \tag{5}$$

Как следствие, отсюда вытекает соотношение

(7) $$\mathbf{\Phi} = [\boldsymbol{\beta}\mathbf{\Pi}]. \tag{6}$$

II. В системе покоя частицы спиновое уравнение должно иметь классический вид

$$\frac{d\mathbf{\Pi}_0}{dt} = \frac{\mu}{s\hbar}[\mathbf{\Pi}_0\mathbf{H}_0]. \tag{7}$$

III. Точечная частица со спином, помимо трех обычных степеней свободы, должна иметь еще «вращательные» степени свободы, соответствующие $2\,|\,s\,|+1$ возможной ориентации ее спина (см. [44]). Так как на вращательное движение частицы полуцелого спина приходится две степени свободы, потребуем, чтобы тензор $\Pi^{\mu\nu}$ имел только две независимые компоненты. Заметим, что пока с учетом антисимметрии и условия (6) тензор $\Pi^{\mu\nu}$ обладает тремя независимыми компонентами. Дополнительное условие можно наложить на инвариант $\Pi_{\mu\nu}\Pi^{\mu\nu}$, зафиксировав значение

$$\frac{1}{2}\Pi_{\mu\nu}\Pi^{\mu\nu} = \mathbf{\Pi}^2 - \mathbf{\Phi}^2 = 1. \tag{8}$$

Тогда согласно (3)

(15) $$\frac{1}{2}\mu_{\alpha\beta}\mu^{\alpha\beta} = \mu^2. \tag{9}$$

Из условия (8) немедленно получаем

$$\Pi_{\mu\nu}\frac{d\Pi^{\mu\nu}}{d\tau} = 0, \tag{10}$$

где τ — собственное время.

IV. В соответствии с постулатом специальной теории относительности должно быть **)

$$v_\mu v^\mu = -c^2 \tag{11}$$

и, как следствие,

$$v_\mu\dot{v}^\mu = 0, \tag{12}$$

где точкой обозначена производная по собственному времени.

*) Номера формул, стоящие слева, указаны по работе Я. И. Френкеля [7].

**) Используется метрический тензор $g^{\mu\nu} = (-1, +1, +1, +1)$.

V. В системе покоя сила, действующая на частицу с зарядом e и собственным магнитным моментом μ, должна определяться известным выражением

$$\mathbf{F}_0 = m_0 \frac{d\mathbf{r}}{dt} = e\mathbf{E}_0 + \mu \nabla (\mathbf{\Pi}_0 \mathbf{H}_0). \qquad (13)$$

Последний член в этой формуле обусловлен наличием потенциальной энергии

(1a) $$U = -(\mu \mathbf{H}) \qquad (14)$$

собственного магнитного момента в магнитном поле.

Перечисленные правила позволяют однозначно сформулировать спиновые уравнения движения. Покажем, как это можно сделать.

3. ВЫВОД КЛАССИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ ДВИЖЕНИЯ ЧАСТИЦЫ ПОЛУЦЕЛОГО СПИНА

В соответствии с условием Френкеля (5) будем предполагать, что тензор $\Pi^{\mu\nu}$ является пространственноподобным (см. (4)). Ковариантное обобщение уравнения (7) запишем в виде

$$\frac{d\Pi^{\mu\nu}}{d\tau} = \frac{\mu}{\hbar s} (H^{\mu}{}_{\rho}\Pi^{\rho\nu} - H^{\nu}{}_{\rho}\Pi^{\rho\mu}) + \frac{1}{c^2} (v^{\mu}X^{\nu} - v^{\nu}X^{\mu}). \qquad (15)$$

Второе слагаемое в левой части этого уравнения привлекается для того, чтобы выполнить условие (8). С учетом пространственноподобности $\Pi^{\mu\nu}$, условия (12), а также тождества

$$\Pi_{\mu\nu} H^{\nu}{}_{\rho} \Pi^{\rho\mu} = 0, \qquad (16)$$

можно убедиться, что равенство (10) и, стало быть, условие (8) действительно выполняются.

Остается определить X^{μ}. С этой целью вычислим производную $d(v_{\mu}\Pi^{\mu\nu})/d\tau$, которая согласно (5) равна нулю. Дифференцируя, получим

$$\dot{v}_{\mu}\Pi^{\mu\nu} + \frac{\mu}{\hbar s} v_{\mu} H^{\mu}{}_{\rho} \Pi^{\rho\nu} - \left(\delta^{\nu}{}_{\rho} + \frac{1}{c^2} v^{\nu} v_{\rho}\right) X^{\rho} = 0. \qquad (17)$$

Отсюда находим

$$X^{\nu} = \left(\dot{v}_{\rho} + \frac{\mu}{\hbar s} v_{\mu} H^{\mu}{}_{\rho}\right) \Pi^{\rho\nu} + x^{\nu}. \qquad (18)$$

Произвольный времениподобный вектор x^{ν} удовлетворяет соотношению

$$x^{\nu} + \frac{1}{c^2} v^{\nu} v_{\rho} x^{\rho} = 0. \qquad (19)$$

Подставляя X^{ν} в (15), получим спиновое уравнение Френкеля с произвольным μ:

(13a) $$\frac{d\Pi^{\mu\nu}}{d\tau} = \frac{\mu}{\hbar s} [H^{\mu}{}_{\rho}\Pi^{\rho\nu} - H^{\nu}{}_{\rho}\Pi^{\rho\mu} + (v^{\mu}\Pi^{\nu\rho} - v^{\nu}\Pi^{\mu\rho})\, a_{\rho}]. \qquad (20)$$

Вектор a_{ρ} в уравнении (20) определяется формулой

$$a_{\rho} = \frac{1}{c^2 (\mu/\hbar s)} \left(\frac{\mu}{\hbar s} H_{\rho\sigma} v^{\sigma} - \dot{v}_{\rho}\right). \qquad (21)$$

Найдем теперь уравнение силы, действующей на заряженную частицу со спином. Ковариантное обобщение уравнения (13) представим в виде

$$M\dot{v}^{\mu} = \frac{e}{c} H^{\mu\nu} v_{\nu} + \frac{\mu}{2} \Pi_{\rho\sigma} D^{\mu} H^{\rho\sigma}. \qquad (22)$$

Смысл массового коэффициента M выяснится в дальнейшем при более глубоком анализе соответствующего силового уравнения Френкеля.

Чтобы удовлетворить условию (12), в уравнении (22) сделано «удлинение» производной

$$\partial^{\mu} \to D^{\mu} = \partial^{\mu} + \frac{1}{c^2} v^{\mu} v_{\rho} \partial^{\rho}. \tag{23}$$

Если теперь подставить (22) в спиновое уравнение (20), то получим самосогласованный вариант уравнения Френкеля

$$\frac{d\Pi^{\mu\nu}}{d\tau} = \frac{\mu}{\hbar s} (H^{\mu}{}_{\rho}\Pi^{\rho\nu} - H^{\nu}{}_{\rho}\Pi^{\rho\mu}) + \\ + \frac{1}{2c^2} (v^{\mu}\Pi^{\nu\rho} - v^{\nu}\Pi^{\mu\rho}) \left[\left(\frac{\mu}{\hbar s} - \frac{e}{Mc} \right) H_{\rho\sigma} v^{\sigma} - \frac{\mu}{M} \Pi_{\alpha\beta} D_{\rho} H^{\alpha\beta} \right]. \tag{24}$$

Полагая здесь (см. (2))

$$\frac{\mu}{\hbar s} = \frac{ge}{2m_0 c}, \qquad M = m_0, \tag{25}$$

придем к уравнению, полученному П. Найборгом [32] (см. также [35]). Для постоянных и однородных полей будем иметь уравнения, исследованные М. Кольсрудом [27, 37].

Если для описания спина использовать не тензор, а вектор

$$S^{\alpha} = \frac{1}{2c} \varepsilon^{\alpha\beta\mu\nu} v_{\beta} \Pi_{\mu\nu}, \tag{26}$$

который в классическую теорию спина корректным образом ввел Ю. М. Широков [45], то уравнение (24) перейдет в уравнение вида

$$\frac{dS^{\alpha}}{d\tau} = \frac{\mu}{\hbar s} H^{\alpha\mu} S_{\mu} + \frac{1}{c^2} \left(\frac{\mu}{\hbar s} - \frac{e}{Mc} \right) v^{\alpha} v_{\beta} H^{\beta\mu} S_{\mu} + \frac{\mu}{Mc^3} v^{\alpha} S^{\beta} \partial_{\beta} E^{\nu\sigma} S_{\rho} v_{\sigma}, \tag{27}$$

где $E^{\rho\sigma}$ — тензор, дуальный тензору электромагнитного поля $H^{\rho\sigma}$.

При $M = m_0$ уравнение (27) для частицы полуцелого спина совпадает с полученным Р. Г. Гудом [31] и рядом других авторов [32-35]. Для постоянных и однородных полей после подстановки (25) это уравнение в точности переходит в уравнение Баргманна — Мишеля — Телегди [11]:

$$\frac{dS^{\alpha}}{d\tau} = \frac{ge}{2m_0 c} H^{\alpha\mu} S_{\mu} + \frac{(g-2)\, e}{2m_0 c^3} v^{\alpha} v_{\beta} H^{\beta\mu} S_{\mu}. \tag{27'}$$

4. АНАЛИЗ СПИНОВЫХ УРАВНЕНИЙ ФРЕНКЕЛЯ

Для вывода системы уравнений, описывающих движение точечной заряженной частицы со спином, Я. И. Френкель использовал вариационный принцип Гамильтона. Дополнительные условия п. I—IV обеспечивались при этом либо автоматически (п. II и III), либо введением множителей Лагранжа a_{ρ} (п. I) и λ (п. IV).

В результате силовое уравнение (в наших обозначениях) получилось в виде

(21)
$$\frac{d}{d\tau} (\lambda v^{\alpha} - \mu \Pi^{\alpha\beta} a_{\beta}) = \frac{e}{c} H^{\alpha\beta} v_{\beta} + \frac{\mu}{2} \Pi_{\rho\sigma} \partial^{\alpha} H^{\rho\sigma}. \tag{28}$$

Спиновое уравнение полностью совпало с уравнением (20), которое Я. И. Френкель предварительно вывел также другим методом.

На первый взгляд, уравнение (28) существенно отличается от силового уравнения (22) *). Однако, как оказывается, это обстоятельство

*) При подстановке a_{β} в уравнение (28) появляется вторая поизводная от скорости v_{β}, что в свое время вызвало критику теории Френкеля [43].

связано с тем, что Я. И. Френкель не воспользовался дальнейшим положением, сформулированным в п. V.

Если повторить схему определения множителей Лагранжа λ и a^α, которая будет отличаться от применявшейся Я. И. Френкелем только тем, что собственный магнитный момент имеет аномальную часть, учтенную согласно (2) введением g-фактора, то получим *)

$$\lambda = m_0 - \frac{\mu}{2c^2} H_{\rho\sigma}\Pi^{\rho\sigma}, \tag{29}$$

$$a^\alpha \approx \frac{1}{c^2 (g/2)\varkappa}\left(\frac{g-2}{2}\varkappa H^{\alpha\beta}v_\beta - \frac{\mu}{2m_0}\Pi_{\rho\sigma}\partial^\alpha H^{\rho\sigma}\right). \tag{30}$$

Множитель a^α Я. И. Френкелю удалось найти только приближенно. После подстановки λ и a_ρ в уравнения (20) и (28) получим систему уравнений, которая в частном случае постоянных и однородных полей полностью идентична классической теории спина, построенной на основе уравнения Баргманна — Мишеля — Телегди. Действительно, если воспользоваться векторным представлением спина (26), то с применением множителей Лагранжа (29) и (30) получим уравнения

$$m_0\dot{v}^\mu = \frac{e}{c} H^{\mu\nu}v_\nu + \frac{\mu}{2} S_\rho v_\sigma \partial^\mu E^{\rho\sigma}, \tag{31}$$

$$\frac{dS^\alpha}{d\tau} = \frac{ge}{2m_0c} H^{\alpha\beta}S_\beta + \frac{e(g-2)}{2m_0c^3} v^\alpha v_\beta H^{\beta\gamma}S_\gamma + \frac{\mu}{m_0c^3} v^\alpha S_\beta \partial^\beta E^{\rho\sigma}S_\rho v_\sigma. \tag{32}$$

Правомерность сделанного утверждения теперь очевидна. Более того, уравнение (32) совпадает с уравнением Гуда для частицы полуцелого спина, а при $g = 2$ оно переходит в уравнение, полученное еще И. Е. Таммом (см. [47], формулы (49) и (49')).

Что касается силового уравнения (31), то, как легко видеть, оно не удовлетворяет условию (12), что связано с приближенным характером определения лагранжева множителя a^α.

Покажем теперь, что если провести точный анализ силового уравнения Френкеля (28) с учетом требования п. V, то все недоразумения устраняются. В самом деле, после дифференцирования по τ в левой части уравнения (28) оно может быть представлено в виде

$$m_0\dot{v}^\alpha = \frac{e}{c} H^{\alpha\beta}v_\beta + \frac{\mu}{2}\Pi_{\rho\sigma}D^\alpha H^{\rho\sigma} + \frac{\mu}{2c^2} H_{\rho\sigma}\Pi^{\rho\sigma}\dot{v}^\alpha + R^\alpha. \tag{33}$$

Мы видим, что здесь появилась ожидаемая согласно (12) «удлиненная» производная D^α, но появились также и дополнительные члены, один из которых пропорционален ускорению $\dot{v}^\alpha$, а другой представляет собой довольно сложное выражение

$$R^\alpha = \frac{\mu}{c^2}\left[\frac{1}{2} v^\alpha H_{\rho\sigma}\dot{\Pi}^{\rho\sigma} + \dot{\Pi}^{\alpha\beta}\left(H_{\beta\sigma}v^\sigma - \frac{2}{g\varkappa}\dot{v}_\beta\right) + \right.$$
$$\left. + \Pi^{\alpha\beta}\left(H_{\beta\gamma}\dot{v}^\gamma + v_\rho\partial^\rho H_{\beta\gamma}v^\gamma - \frac{2}{g\varkappa}\ddot{v}_\beta\right)\right]. \tag{34}$$

Можно, однако, заметить, что эти дополнительные члены являются пространственноподобными векторами. В случае члена $\sim \dot{v}^\alpha$ это очевидно, а для R^α сделанное утверждение можно доказать с помощью

---

*) Значительно позже уравнения движения классической спиновой частицы с этим значением λ были получены Г. К. Корбеном [46], однако ссылка на работу Я. И. Френкеля [7] у него отсутствует.

соотношения

$$H_{\rho\sigma}\dot{\Pi}^{\rho\sigma} = \frac{2}{c^2} v_\alpha \dot{\Pi}^{\alpha\beta} H_{\beta\gamma} v^\gamma, \tag{35}$$

которое является простым следствием уравнения (20).

Но в силу условия (12) вектор ускорения вообще определен с точностью до произвольного пространственноподобного вектора. Таким образом, если принять во внимание требование (13), то R^α можно отбросить как вектор, не имеющий физического смысла. Дополнительный член, содержащий ускорение, целесообразно включить в левую часть уравнения (33). Тогда получим

$$\left(m_0 - \frac{\mu}{2c^2} H_{\rho\sigma}\Pi^{\rho\sigma}\right) \dot{v}^\alpha = \frac{e}{c} H^{\alpha\beta} v_\beta + \frac{\mu}{2} \Pi_{\rho\sigma} D^\alpha H^{\rho\sigma}. \tag{36}$$

Сравнив это уравнение с уравнением (22), находим, что величина M, введенная ранее a priori, определяется выражением

$$M = m_0 - \frac{\mu}{2c^2} H_{\rho\sigma}\Pi^{\rho\sigma}, \tag{37}$$

и имеет вполне определенный физический смысл — это эффективная масса частицы во внешнем электромагнитном поле. Заметим, что в квантовой теории подобное выражение для эффективной массы следует из уравнения Дирака — Паули [30].

Интересно, что в постоянных и однородных полях эффективная масса является интегралом движения. Это легко доказать, если принять во внимание соотношение (35) и тождество

$$v_\mu H^{\mu\nu} \Pi_{\nu\rho} H^{\rho\sigma} v_\sigma = 0. \tag{38}$$

Отсюда следует, что в уравнении Баргманна — Мишеля — Телегди учет эффективной массы можно осуществить простой заменой $m_0 \to M = \mathrm{const}$.

Подводя итоги, приходим к выводу, что если в уравнения Френкеля феноменологически ввести произвольный в системе покоя собственный магнитный момент, то после устранения нефизических членов из силового уравнения получим систему уравнений, которая с учетом аномального магнитного момента частицы содержит в себе как частный случай все наиболее известные уравнения классической теории спина, публиковавшиеся после 1926 г.

Данная работа стимулирована дискуссией, возникшей на одном из семинаров кафедры квантовой теории МГУ.

Авторы пользуются случаем, чтобы поблагодарить всех участников этого семинара.

Московский государственный университет
им. М. В. Ломоносова

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Uhlenbeck G. E., Goudsmit S.— Naturwissenchaften, **1925**, Hf. 47, S. 953; Nature, **1926**, v. 117, p. 264.
2. Schwarzschild K.— Nachr. König. Ges. Wiss. Göttingen. Math. Phys. Kl., **1903**, Hf. 5, S. 245.
3. Kompton A.— Phil. Mag., **1921**, v. 41, p. 279.
4. Pauli W.— Zs. Phys., **1925**, Bd. 31, S. 373, перевод: Паули В. Труды по квантовой теории: Статьи 1920—1928.— М.: Наука, 1975.— С. 634.
5. Thomas L. H.— Nature, **1926**, v. 117, p. 514.
6. Frenkel J.— Ibid., p. 653.

7. Frenkel J.— Zs. Phys., 1926, Bd. 37, S. 243; перевод: Френкель Я. И. Собрание научных трудов. Т. II: Научные статьи.— М.; Л.: Изд-во АН СССР, 1958.— С. 460.
8. Френкель Я. И. Собрание научных трудов, т. I: Электродинамика. М.; Л.: Изд-во АН СССР, 1956.— С. 344.
9. Pauli W.— Zs. Phys., 1927, Bd. 43, S. 601.
10. Dirac P. A. M.— Proc. Roy. Soc. Ser. A, 1928, v. 117, p. 610; v. 118, p. 351.
11. Bargmann V., Michel L., Telegdi V. L.— Phys. Rev. Lett., 1959, v. 2, p. 435.
12. Schwinger J.— Phys. Rev., 1948, v. 73, p. 416; 1949, v. 75, p. 898.
13. Schupp A. A., Pidd R. W., Crane H. R.— Ibid., 1961, v. 121, p. 1.
14. Charpak G., Farley F. J. M., Garwin R. L., Müller T., Sens J. C., Telegdi V. L., Zichichi A.— Phys. Rev. Lett., 1961, v. 6, p. 128.
15. Meister H. J.— Zs. Phys., 1962, Bd. 166, S. 468.
16. Methods of Experimental Physics. V. V/B: Nuclear Physics/Ed. Luke C. L. Yuan, Wu. Chien-schiung — Methods for the Determination of Phundamental Physical Quantities.— N.Y.— Lnd.: Academic Press, 1963; перевод: Методы определения основных характеристик атомных ядер и элементарных частиц. Составители редакторы Люк К. Л. Юан и Ву Цзянь-сюн.— М.: Мир, 1965.— С. 264—336.
17. Field J. H., Picasso E., Combley F. Tests of Fundamental Physical Theories from Mesaurements of Free Charged Leptons, CERN, Geneva, 28 February 1978; перевод: Филд Д., Пикассо Э., Комбли Ф.— УФН, 1979, т. 127, с. 553.
18. Тернов И. М., Лоскутов Ю. М., Коровина Л. И.— ЖЭТФ, 1961, т. 41, с. 1294.
19. Соколов А. А., Тернов И. М.— ДАН СССР, 1963, т. 153, с. 1052.
20. Тернов И. М., Багров В. Г., Рзаев Р. А.— Вестн. МГУ. Сер. III, 1964, № 4, с. 62.
21. Обзор экспериментов на ВЭПП-2 в Новосибирске, см. в [39] (раздел 6).
22. Экспериментальные работы в Орсэ (Франция), а также более поздние эксперименты в Стэнфорде (США) и др. в [41].
23. Дербенев Я. С., Кондратенко А. М.— ЖЭТФ, 1973, т. 64, с. 1918.
24. Fradkin D. M., Good R. H., Jr.— Rev. Mod. Phys., 1963, v. 33, p. 343.
25. Rubinov S. I., Keller J. B.— Phys. Rev., 1963, v. 131, p. 2789.
26. Rafanelli K., Schiller R.— Ibid., Ser. B, 1964, v. B135, p. 279.
27. Kolsrud M.— Nuovo Cimento, 1965, v. 39, p. 504.
28. Тернов И. М., Халилов В. Р., Павлова О. С.— Изв. вузов. Сер. «Физика», 1978, № 12, с. 89; 1979, № 2, с. 39.
29. Тернов И. М., Бордовицын В. А.— Вестн. МГУ. Сер. III, 1980, № 3.
30. Pauli W.— Rev. Mod. Phys., 1941, v. 13, p. 203, перевод: Паули В. Труды по квантовой теории: Статьи 1928—1958.— М.: Наука, 1977.— С. 372.
31. Good R. H., Jr.— Phys. Rev., 1962, v. 125, p. 2112.
32. Nyborg P.— Nuovo Cimento, 1964, v. 31, p. 1209, v. 32, p. 1131.
33. Solomon A. I.— Ibid., 1962, v. 26, p. 1320.
34. Rafanelli K.— Ibid., 1970, v. A57, p. 48.
35. Бордовицын В. А., Бызов Н. Н.— Изв. вузов. Сер. «Физика», 1977, № 10, с. 36; 1979, № 3, с. 107.
36. Багров В. Г., Бордовицын В. А.— Ibid., 1980, № 2, с. 67.
37. Kolsrud M.— Phys. Norv., 1966, v. 2, p. 51.
38. Plathe E.— Suppl. Nuovo Cimento, 1966, v. 4, p. 246, 1967, v. 5, p. 944.
39. Байер В. Н.— УФН, 1971, т. 105, с. 441.
40. Дербенев Я. С., Кондратенко А. М., Скринский А. Н.— ДАН СССР, 1970, т. 192, с. 1255; ЖЭТФ, 1971, т. 60, с. 1216.
41. Jakson J. D.— Rev. Mod. Phys., 1976, v. 48, p. 417.
42. Гинзбург В. Л. В кн.: Проблемы теоретической физики: Памяти И. Е. Тамма.— М.: Наука, 1972.— С. 192.
43. Смородинский Я. А., Тамм И. Е.— См. [7].— С. 455.
44. Гинзбург В. Л., Тамм И. Е.— ЖЭТФ, 1947, т. 17, с. 227.
45. Широков Ю. М.— ЖЭТФ, 1951, т. 21, с. 748.
46. Corben H. C.— Phys. Rev., 1951, v. 121, p. 1833.
47. Tamm I.— Zs. Phys.—1929, Bd. 55, S. 199; перевод: Тамм И. Е. Собрание научных трудов. Т. II.— М.: Наука, 1975,— С. 5.