

УСПЕХИ ФИЗИЧЕСКИХ НАУК

539.126.334

ИССЛЕДОВАНИЕ МЕТАЛЛОВ С ПОМОЩЬЮ ПОЛОЖИТЕЛЬНЫХ МЮОНОВ

Ю. М. Белоусов, В. Н. Горелкин, А. Л. Микаэлян,
В. Ю. Милосердин, В. П. Смилга

СОДЕРЖАНИЕ

1. Введение	3
2. Нормальные металлы	8
а) Мюонный вариант деполяризации (8). б) Деполяризация недиффундирующих мюонов (9). в) Диффузия и «странная» диффузия мюонов (12). г) Поведение поляризации мюона при образовании атома мюония (14).	
3. Сверхпроводники	19
а) Исследование сверхпроводников первого и второго рода (19). б) Возможности обнаружения атома Ми в сверхпроводниках первого рода (23).	
4. Ферромагнитные металлы	25
а) Изучение внутренних магнитных полей с помощью мюонов (25). б) Возможности метода при исследовании деформаций кристаллических решеток (32). в) Определение магнитной текстуры (34). г) Диффузия мюонов в монокристаллах железа (36). д) Использование метода для исследования редкоземельных металлов (38). е) Мюоний в ферромагнитных металлах (40).	
5. Заключение	40
Цитированная литература	44

1. ВВЕДЕНИЕ

Когда в 1957 г. Гарвин, Ледерман и Вейнрих и независимо Фридман и Телегди обнаружили несохранение четности в $\pi - \mu - e$ -распаде^{1,2}, вряд ли кто представлял, что этот фундаментальный факт, подтверждающий несохранение четности в слабых взаимодействиях, крайне важный для теории элементарных частиц, но, казалось бы, весьма далекий от «обычной», «земной» физики, через несколько лет окажется в основе нового метода исследования свойств вещества и, в частности, поможет получить новые данные о растворах электролитов.

Мы приводим именно этот пример, потому что трудно придумать более удаленные, на первый взгляд несвязанные разделы физики и химии, чем слабые взаимодействия элементарных частиц и свойства электролитов. И, совершенно даже отвлекаясь от абсолютной ценности мюонного метода, от дальнейших перспектив его развития, от его возможностей, надо признать — в таких неожиданных сочетаниях проявляется внутренняя красота науки, которая и привлекает в конечном счете всех тех, кто этой самой наукой занимается.

И потому, если верить классикам, что красота есть самый истинный, самый ценный довод в пользу физической теории или эксперимента, мюонному методу уготовано блестящее будущее.

Впрочем, возвращаясь к прозе, мы надеемся показать, что и в настоящем мюонный метод изучения вещества имеет вполне определенные достижения и успел зарекомендовать себя вполне достойным образом.

И последнее отвлечение. Вся история мюонного метода лишний раз и хорошо иллюстрирует, что нет ничего практичнее хорошей теории. Действительно, трудно представить себе, что всего лишь через двадцать лет работа Ли и Янга о несохранении четности в слабых взаимодействиях³ уже может служить, например, для определения технологических свойств трансформаторных сталей (магнитных текстур), а, как будет показано далее, мюонный метод открывает существенно новые возможности в этой области.

На самом деле сразу после первых экспериментов по проверке несохранения четности в $\mu \rightarrow e$ -распаде можно было понять, что мы получили новый инструмент для изучения самых разнообразных свойств вещества.

Идея метода проста. В силу несохранения четности угловое распределение позитронов распада покоящегося поляризованного мюона асимметрично относительно направления спина. Реакция распада мюона имеет единственный канал $\mu \rightarrow e + \nu + \bar{\nu}$. Среднее время жизни покоящегося мюона $\tau_\mu = 2,199 \cdot 10^{-6}$ с, а распределение по импульсам позитронов распада имеет вид⁴⁻⁷

$$dN = \frac{1}{2} \pi x^2 \{ (3 - 2x) + \xi (1 - 2x) \cos \theta \} dx d\Omega; \quad (1.1)$$

здесь $x = p/p_{\max}$, где p — импульс позитрона, θ — угол между импульсом позитрона и спином распадающегося мюона (поляризацией мюона).

Угловое распределение имеет вид

$$I(\theta) d\theta \sim \left(1 + \xi \frac{1-2x}{3-2x} \cos \theta \right) \sin \theta d\theta \equiv (1 + A \cos \theta) \sin \theta d\theta. \quad (1.2)$$

Как видно, параметр асимметрии A зависит от энергии позитрона. В распределении, проинтегрированном по энергиям, $A = \xi/3$. В так называемом V — A-варианте теории слабых взаимодействий значение ξ должно быть равно -1 .

В экспериментах анализируется поляризация мюонов, образовавшихся при распаде пионов (при этом в принципе можно добиться стопроцентной поляризации мюонов). Для положительных мюонов спин направлен противоположно направлению импульса. В среде поляризация мюона изменяется со временем, и проинтегрированное по энергиям угловое распределение позитронов распада имеет вид

$$dN(\theta, t) = \frac{1}{4\pi\tau_\mu} e^{-t/\tau_\mu} (1 + a |P(t)| \cos \theta) d\Omega dt, \quad (1.3)$$

где $P(t)$ — поляризация мюона в момент распада. Коэффициент a зависит от регистрирующей аппаратуры. Если позитроны распада с различной энергией детектируются одинаково эффективно, то $a = 1/3$. Множитель перед выражением в скобках учитывает поправку на распад мюонов.

Итак, по распределению позитронов мы можем определить направление спина мюона в момент распада. Таким образом, поляризованный мюон в веществе — это своеобразный магнитный зонд. Вся экспериментальная информация содержится в наблюдаемой поляризации $P(t)$ в магнитных полях, параллельных и перпендикулярных начальной поляризации мюона. Обычно исследуются средняя поляризация $\langle P \rangle$, частота прецессии ω_μ , скорость релаксации поляризации Λ . Измеряя эти параметры, можно получать богатую информацию о широком спектре физико-химических свойств вещества. По своей природе эта информация во многом близка

к той, что получают с помощью методов ЭПР и ЯМР, однако зачастую она совершенно специфична.

Любопытно отметить, что схема регистрации распадов такова, что всегда изучается только один мюон, остановившийся в мишени, а окончательные данные получаются после набора статистики по одиночным распадам. Это один из немногих случаев в физике, когда можно изучать свойства вещества с помощью одной-единственной пробной частицы. Подробное описание схемы эксперимента можно найти, например, в работе⁸.

На начальном этапе основная цель экспериментальных работ состояла в проверке $V - A$ -теории слабого взаимодействия. Поляризованный пучок мюонов тормозился в мишени, и далее изучалась асимметрия распада. Опыты проводились в магнитных полях, параллельных и перпендикулярных начальной поляризации пучка. Степень поляризации первоначального пучка мюонов, как правило, была близка к 100%.

Поскольку начальная скорость мюонов близка к скорости света ($v \sim c$), то очевидно, что время торможения мюона, остановившегося в мишени, до боровских скоростей ($v \sim \alpha c$) имеет порядок $\tau \sim l/c \sim 10^{-10} - 10^{-9}$ с (l — характерный размер мишени, α — постоянная тонкой структуры). Естественно, это время и эту длину не следует путать со средним временем торможения и длиной ионизационного пробега (для газов, например, $\langle \tau \rangle \sim 10^{-6}$ с). Этим, в частности, вызваны неудобства при работе с газовыми мишенями. Число отсановок мало, и для набора достаточной статистики необходимо либо «подтормозить» пучок, либо использовать высокоинтенсивные пучки.

При скоростях порядка αc резко возрастают сечения взаимодействия мюона с электронами вещества. Поскольку положительный мюон с позиций атомной физики не что иное, как легкий изотоп протона ($9m_\mu \approx m_p$), то, как правило, на этом этапе он захватывает электрон, образуя водородоподобный атом мюония (химический символ — Mu). Далее мюоний очень быстро замедляется до тепловых скоростей («термализуется»). По оценкам время термализации имеет порядок $10^{-11} - 10^{-13}$ с.

Гипотеза об образовании атома Mu была предложена на самом начальном этапе исследований с тем, чтобы объяснить тот факт, что уже через времена порядка $10^{-8} - 10^{-9}$ с мюон в большом числе случаев терял весьма значительную долю поляризации^{9,10}. Простые оценки показывают невозможность значительной деполяризации «голового» мюона за столь малые времена. Эти оценки легко получить, вспомнив, что стохастические магнитные поля в большинстве веществ имеют порядок 1 — 10 Гс, а частота прецессии спина мюона в магнитном поле равна

$$\omega_\mu = \frac{eB}{2m_\mu c} \approx 8,5 \cdot 10^4 \text{ В} \cdot \text{р/с}. \quad (1.4)$$

Завершением этого периода явились работы группы ИАЭ, где в сильных продольных полях, позволяющих сохранять во времени первоначальную поляризацию мюона, были проведены наиболее точные измерения, и для параметра асимметрии A был получен фундаментальный результат: $A = 1/3$, как и предсказывалось $V - A$ -теорией слабых взаимодействий^{5,7}.

Следующий и весьма существенный для теории деполяризации шаг был сделан в работе¹¹. В этой работе было впервые отмечено, что атом Mu , который есть просто легкий изотоп атомарного водорода, может вступать в химическую реакцию с атомами либо молекулами вещества («мишени»), образуя диамагнитное химическое соединение.

В этой же работе для предельных случаев было получено решение уравнений, описывающих деполяризацию спина мюона в атоме мюония. Полная теория мюониевого механизма деполяризации положительных мюонов в веществе была развита в работах ¹²⁻¹⁶.

В настоящее время мюонный метод достаточно интенсивно развивается как у нас, так и за рубежом. Особые перспективы связаны с введением в строй ускорителей, позволяющих получать весьма интенсивные пучки мюонов («мезонных фабрик»). Уже сейчас число публикаций превысило тысячу, и применения метода весьма разнообразны. В данном обзоре мы ограничимся анализом возможностей мюонного метода только для изучения металлов. До сих пор в мировой литературе не имеется обзорной статьи, где эта проблема рассматривалась бы последовательно и с единой позиции; видимо поэтому в некоторых экспериментальных работах отсутствует четкое понимание физических основ. Надо отметить, что в отношении к изучению металлов мюонный метод обладает по меньшей мере одним важным преимуществом по сравнению с ЭПР и ЯМР, в которых размеры изучаемого образца ограничены толщиной слоя и эксперименты можно проводить либо на коллоидных частицах, либо на тонких пленках. Поэтому, с одной стороны, резко возрастает роль различных поверхностных эффектов, а с другой стороны, необходимо проводить усреднение по размерам частиц. Все это затрудняет интерпретацию данных. С помощью мюонов можно изучать массивные образцы, и более того, до введения в строй сильноточных ускорителей («мезонных фабрик») только массивные образцы и можно было изучать. Сейчас толщина мишени для конденсированных фаз может быть доведена до нескольких микрон.

До сих пор нет однозначного ответа на вопрос: существует ли в металлах связанное состояние протон + электрон или (что то же) существует ли в металлах атом Mu . Теоретические оценки по необходимости базируются на грубых моделях и зачастую приводят к противоречащим выводам ¹⁷⁻²⁶. Имеющиеся экспериментальные данные по поведению водорода в металлах не допускают однозначной интерпретации. Единственный прямой эксперимент ^{27, 28} по поискам атома мюония в Zn , Al , Cu , к сожалению, также не может быть однозначно интерпретирован. Как будет подробно показано далее, результаты можно объяснить либо полагая, что атом Mu в металле очень сильно «раздут» (или вообще не образовался), либо тем фактом, что температура Кондо *) для Mu в изученных металлах достаточно высока ($T_K \sim 200-300$ К). Вторая возможность и приводит к неопределенности результата. Ситуация осложняется тем, что надежный расчет температуры Кондо из первых принципов затруднителен, а экспериментальные данные для различных парамагнитных центров в металлах показывают, что T_K может варьироваться в интервале $0,1 - 600$ К⁵⁶. Таким образом, вопрос открыт. Не исключено, например, что атом Mu образуется в одних металлах и не образуется в других.

Вся проблема имеет не только чисто академическое, но и существенное прикладное значение, поскольку поведение водорода, растворенного в металле, представляет интерес для широкого круга задач физики и физико-химии металлов.

Обнаружить атом Mu в металлах существенно сложнее, чем в непроводящих веществах, поскольку спин-спиновая связь электрона и мюона сильно ослаблена ввиду интенсивного обменного рассеяния электрона мюония на электронах среды-термостата ²⁹. Поэтому независимо от того,

*) Температура T_K , ниже которой намагниченность облака электронов проводимости компенсирует намагниченность примеси, если обменное взаимодействие антиферромагнитно.

образовался атом мюония или нет, мюон ведет себя в общих чертах так, как если бы он был свободной частицей: его спин прецессирует с частотой ω_μ , а деполяризация определяется прямым взаимодействием магнитного момента мюона с магнитными моментами ядер. Однако если мюоний образовался, два последних утверждения справедливы лишь приближенно, и далее мы укажем ряд рецептов, позволяющих однозначно определить существует ли атом Mu в металле.

Итак, в дальнейшем мы будем иметь в виду оба альтернативных варианта: 1) в каком-либо междоузлии кристаллической решетки находится свободный мюон; 2) образовался атом Mu .

Если мюоний не образовался, то можно сформулировать простые формальные соотношения, общие для любых металлов. Поляризацию ансамбля мюонов $\mathbf{P}(t)$ можно представить как свертку вектора начальной поляризации $\mathbf{P}(0)$ и тензора второго ранга:

$$P_\alpha(t) = \mu_{\alpha\beta}(t) P_\beta(0). \quad (1.5)$$

Тензор $\mu_{\alpha\beta}(t)$ характеризует магнитные свойства образца-мишени во внешнем поле.

При отсутствии диффузии, если микроскопическое поле в месте нахождения мюона можно считать постоянным за время жизни мюона τ_μ , этот тензор есть результат усреднения матрицы

$$M_{\alpha\beta}(\mathbf{b}, t) = n_\alpha n_\beta + (\delta_{\alpha\beta} - n_\alpha n_\beta) \cos(\gamma_\mu b t) + \epsilon_{\alpha\beta\delta} n_\delta \sin(\gamma_\mu b t), \quad (1.6)$$

определяющей изменение вектора поляризации в постоянном во времени магнитном поле

$$\mu_{\alpha\beta}(t) = \int M_{\alpha\beta}(\mathbf{b}, t) W(\mathbf{b}) d\mathbf{b} = \langle M_{\alpha\beta}(t) \rangle; \quad (1.7)$$

здесь $n_\alpha = b_\alpha/b$, γ_μ — гиромангнитное отношение для мюона, а $W(\mathbf{b})$ — плотность вероятности попадания мюона в микроскопическое поле \mathbf{b} .

Микроскопическое поле \mathbf{b} складывается из полей всех диполей образца, внешнего магнитного поля и контактного поля электронов проводимости металла. Удобно представить \mathbf{b} в виде

$$\mathbf{b} = \mathbf{B}' + \mathbf{b}_r + \mathbf{B}_{\text{конт}}, \quad (1.8)$$

где \mathbf{B}' — среднее (макроскопическое) поле, создаваемое всеми диполями, лежащими вне некоторой малой, но макроскопической полости r , выделенной вокруг точки нахождения мюона, и внешними источниками; \mathbf{b}_r — микроскопическое поле всех диполей полости r . Размер полости r выбирается много меньшим, чем характерная длина, на которой меняется макроскопическое поле \mathbf{B}' . Для парамагнетиков эта длина может быть связана с неоднородностью внешнего поля, для сверхпроводников второго рода она определяется диаметром сверхпроводящих «нитей», а для ферромагнетика — размером домена или кристаллита. Сумма $\mathbf{B}' + \mathbf{b}_r$, очевидно, не зависит от формы полости r (*). Для расчета микроскопического поля \mathbf{b}_r лучше всего использовать известный метод Эвальда. Практически полость r удобно выбрать сферой, тогда $\mathbf{B}' = \mathbf{B} - (8\pi\mathbf{M}/3)$, где \mathbf{M} и \mathbf{B} — макроскопические намагниченность и индукция магнитного поля в районе полости. Контактное поле $\mathbf{B}_{\text{конт}}$ осциллирует с частотой $10^{15} - 10^{16} \text{ с}^{-1}$, и для процессов с характерными временами $\tau = 10^{-9} - 10^{-5} \text{ с}$ существенно его среднее значение, пропорциональное средней спиновой плотности в точке \mathbf{x} .

*) Заметим, что как это утверждение, так и формула (1.8) строго доказываются для кристаллов с помощью метода Эвальда, о котором подробнее будет сказано ниже.

Посмотрим теперь, какую информацию можно получить, анализируя $P_\alpha(t)$. Разделим $P_\alpha(t)$ на сохраняющуюся $P_\alpha^c(t)$ и осциллирующую $P_\alpha^v(t)$ части поляризации:

$$P_\alpha(t) = P_\alpha^c + P_\alpha^v(t) \equiv [\mu_{\alpha\beta}^c + \mu_{\alpha\beta}^v(t)] P_\beta(0), \quad (1.9)$$

где

$$\begin{aligned} \mu_{\alpha\beta}^c &= \langle n_\alpha n_\beta \rangle, \\ \mu_{\alpha\beta}^v(t) &= \langle (\delta_{\alpha\beta} - n_\alpha n_\beta) \cos(\gamma_\mu b t) \rangle + e_{\alpha\beta\delta} \langle n_\delta \sin(\gamma_\mu b t) \rangle. \end{aligned} \quad (1.10)$$

Экспериментально P_α^c и P_α^v легко наблюдаются раздельно: P_α^c , например, можно найти, взяв среднее значение поляризации по временному интервалу, много большему, чем частота ее осцилляций. Поскольку тензор $\mu_{\alpha\beta}(t)$ в общем случае имеет девять независимых компонент, для его определения необходимо измерять проекции вектора $\mathbf{P}(t)$ на три некопланарные направления при трех независимых направлениях $\mathbf{P}(0)$. Обычно можно ограничиться меньшим числом элементов, поскольку, как правило, в магнитном отношении образец-мишень обладает осями симметрии.

Как непосредственно следует из (1.10), по сохраняющейся части P_α^c определяется тензор $\mu_{\alpha\beta}^c$, который мы будем называть тензором текстуры. Действительная часть фурье-образа $\mu_{\alpha\beta}^v(t)$ по аргументу $\gamma_\mu t$ есть результат усреднения по углам тензора $\delta_{\alpha\beta} - n_\alpha n_\beta$:

$$\text{Re } \mu_{\alpha\beta}^v(b) = \int (\delta_{\alpha\beta} - n_\alpha n_\beta) W(b) b^2 dn. \quad (1.11)$$

Плотность вероятности распределения поля по модулю $W_1(b) = \int W(b) b^2 dn$, как следует из формулы (1.11), определяется сверткой симметричного тензора:

$$2W_1(b) = \text{Re } \mu_{\alpha\alpha}^v(b). \quad (1.12)$$

По мнимой части фурье-образа $\mu_{\alpha\beta}^v(t)$ можно найти среднее направление поля с модулем b :

$$2 \int n_\gamma W(b) b^2 dn = e_{\gamma\alpha\beta} \text{Im } \mu_{\alpha\beta}(b). \quad (1.13)$$

Перейдем теперь к рассмотрению конкретных металлов.

2. НОРМАЛЬНЫЕ МЕТАЛЛЫ

В последнее время мюонный метод изучения нормальных металлов развивается особенно интенсивно. Тем не менее мы находимся сейчас в самой начальной стадии систематических исследований, и самые интересные результаты еще впереди.

а) «М ю о н н ы й» вариант деполяризации

Рассмотрим закономерности поведения поляризации $\mathbf{P}(t)$ мюона, считая, что атом Mu не образовался. Наиболее интересную информацию можно получить, анализируя скорость деполяризации. Релаксация определяется только прямыми диполь-дипольными взаимодействиями магнитных моментов мюона и ядер металла. Действительно, скорость деполяризации Λ на электронах проводимости может быть оценена из известного соотношения Корринги (см., например ³⁰): $\Lambda \approx 4\pi\hbar^{-1} (\gamma_\mu/\gamma_e)^2 K^2 k_B T$, где K — параметр сдвига Найта на мюоне (смещение мюонной резонансной

частоты во внешнем магнитном поле, обусловленное средним контактным полем, которое создают электроны проводимости в месте нахождения мюона), k_B — константа Больцмана, T — абсолютная температура. Так как скорость релаксации пропорциональна плотности электронов, участвующих в рассеянии, то, очевидно, Λ пропорциональна температуре среды. Для большинства исследованных металлов $K \lesssim 10^{-4}$ и даже при $T \sim 10^3$ К получаем $\Lambda \sim 10^2$ с $^{-1}$. Поэтому релаксацией Корринги можно пренебречь. Сдвиг Найта на мюоне экспериментально изучался в нескольких работах. Сводные данные на 1976 г. по сдвигу Найта на мюоне можно найти в обзоре³¹.

Скорость релаксации спина мюона существенно зависит от того, диффундирует ли мюон или он локализован в междоузлиях. Поэтому исследование деполяризации мюона открывает перспективы для измерения скорости его диффузии.

Пусть в образце имеется N различных типов положений равновесия для мюонов. Эти положения могут быть обусловлены захватом мюонов в кристаллографически различные междоузлия, на примесные атомы, на дефекты решетки и т. п. Поляризация мюонов, локализованных в положениях типа (i) , определяется эволюционным оператором (матрицей) $G_i^0(t)$, так что при отсутствии диффузии для наблюдаемой поляризации имеем

$$P(t) = \sum_{i=1}^N W_i G_i^0(t) P(0), \quad (2.1)$$

где W_i — вероятность захвата мюонов в положение типа (i) непосредственно после термализации. Очевидно, что оператор $G_i^0(t)$ есть результат усреднения матрицы $M_{\alpha\beta}(t)$ (формула (1.6)) по порам типа (i) . Диффузионные процессы могут быть феноменологически описаны с помощью вероятностей λ_{ik} перехода мюона из положения типа (k) в положение (i) за единицу времени. Пусть $P_i(t)$ — вклад в поляризацию мюонов, находящихся

в момент времени t в положениях типа (i) ; очевидно, что $P(t) = \sum_{i=1}^N P_i(t)$, $P_i(0) = W_i P(0)$. Парциальные поляризации $P_i(t)$ удовлетворяют следующей системе интегральных уравнений³²:

$$P_i(t) = e^{-\lambda_i t} G_i^0(t) W_i P(0) + \sum_{k=1}^N \lambda_{ik} \int_0^t e^{-\lambda_i(t-\tau)} G_i^0(t-\tau) P_k(\tau) d\tau, \quad (2.2)$$

где $\lambda_i = \sum_{k=1}^N \lambda_{ki}$ — полная вероятность скачка мюона из положения типа (i) за единицу времени. Преобразованием Лапласа система (2.2) приводится к системе линейных алгебраических уравнений с постоянными коэффициентами, откуда легко найти образ Лапласа наблюдаемой поляризации. Итак, система (2.2) решает задачу о поведении поляризации диффундирующих мюонов, если известны операторы $G_i^0(t)$.

(б) Д е п о л я р и з а ц и я н е д и ф ф у н д и р у ю щ и х м ю о н о в

Рассмотрим сначала недиффундирующие мюоны. Гамильтониан системы имеет вид

$$H = H_\mu + H_I + H_{\mu I} + H_{II}; \quad (2.3)$$

здесь H_μ — взаимодействие мюона с внешним магнитным полем, H_I — взаимодействие спинов ядер с внешними полями, $H_{\mu I}$ — спин-спиновое

взаимодействие мюона с ядрами, H_{II} — взаимодействие между спинами различных ядер. Как показывают простые оценки на временах $t \lesssim 10^{-4}$ с действием оператора H_{II} можно пренебречь.

Запишем гамильтониан H в виде

$$H = H_0 + V, \quad (2.4)$$

где H_0 — «основной» гамильтониан, а V — возмущение; в оператор V включен член $H_{\mu I}$. Конкретный вид разбиения гамильтониана (2.4) зависит от величины внешнего поля. Как известно³³, основной вклад в деполаризацию вносит диагональная в H_0 -представлении часть возмущающего оператора V (так называемая секулярная часть взаимодействия). Смысл выделения секулярных взаимодействий может быть легко понят на классическом языке: при быстрой прецессии мюона и ядер переменные компоненты локального поля на мюоне усредняются и основное действие оказывают статические компоненты. Отметим, что в этом приближении релаксирует лишь перпендикулярная внешнему полю составляющая поляризации.

В дальнейшем будем считать, что внешнее магнитное поле \mathbf{B} направлено по оси z , а начальная поляризация мюона — по оси x . Тогда $H_\mu = -\hbar\omega_\mu S_z$, где $\omega_\mu = \gamma_\mu B$; $H_I = -\hbar\omega_I \sum_j I_{jz} + H_Q$, где $\omega_I = \gamma_I B$, а H_Q — квадрупольное взаимодействие ядер с градиентом электрического поля, создаваемого мюоном. На важность этого взаимодействия для ядер со спином $I > 1/2$ указал Хартман³⁴. Оно приводит к тому, что для ближайших к мюону ядер направление оси квантования не совпадает с осью z и зависит от величины приложенного поля \mathbf{B} .

Если внешнее поле велико ($H_\mu, H_I \gg H_{\mu I}$), то $H_0 = H_\mu + H_I$, $V = H_{\mu I}$ и секулярная часть взаимодействия имеет вид

$$V^s = \hbar^2 \gamma_\mu \gamma_I \sum_j r_j^{-3} [i_{jz} - 3a_{jz}(\mathbf{a}_j \mathbf{i}_j)] S_z(\mathbf{I}_j \mathbf{i}_j), \quad (2.5)$$

где $\mathbf{a}_j = \mathbf{r}_j/r_j$ — единичный вектор, направленный от мюона к j -му ядру, а \mathbf{i}_j — единичный вектор, направленный по оси квантования j -го ядра. Комплексная поляризация мюонов $P_+(t) = P_x(t) + iP_y(t)$ определяется очевидной формулой

$$P_+(t) = \text{Sp} [\sigma_+(t) \rho_\mu(0) \rho_I(0)], \quad (2.6)$$

где $\sigma_+(t) = \exp[i\hbar^{-1}(H_0 + V^s)t] \sigma_+ \exp[-i\hbar^{-1}(H_0 + V^s)t]$, $\rho_\mu(0) = 1/2 + S_x P(0)$, а $\rho_I(0)$ — гиббсова матрица плотности системы ядерных спинов. Практически всегда ядра неполяризованы. Вычисления дают³²

$$P_+(t) = G^0(t) P(0) = e^{-i\omega_\mu t} \prod_j \frac{\sin\{[I + 1/2]\Omega_j t\}}{(2I + 1) \sin(\Omega_j t/2)} P_+(0), \quad (2.7)$$

где

$$\Omega_j = \hbar \gamma_\mu \gamma_I r_j^{-3} [i_{jz} - 3a_{jz}(\mathbf{a}_j \mathbf{i}_j)]. \quad (2.8)$$

При отсутствии квадрупольных взаимодействий $\Omega_j = \hbar \gamma_\mu \gamma_I r_j^{-3} [1 - 3(a_{jz})^2]$ и выражение (2.7) переходит в формулу, полученную в работе³⁵.

Как видно, поляризация бесконечное число раз обращается в нуль, причем первый нуль достигается при $t \approx \pi/[I + (1/2)] \Omega_j^{\max}$. Величина следующего максимума составляет $\sim 1\%$ от $P(0)$.

Для приближенного описания обычно используют выражение $P_+(t) = \exp(-i\omega_\mu t - \sigma^2 t^2) P_+(0)$, где σ^2 определяется как коэффициент при

t^2 в разложении амплитуды поляризации по степеням времени. Из формулы (2.7) находим

$$\sigma^2 = \frac{1}{6} I(I+1) \sum_j \Omega_j^2. \quad (2.9)$$

Частоты Ω_j сильно зависят от направлений векторов \mathbf{i}_j , которые определяются соотношением между внешним магнитным полем и градиентом электрического. В работе ³⁴ приведены зависимости $\sigma^2(B)$ для различных ориентаций \mathbf{B} относительно осей монокристаллического образца и для различных положений мюона в междоузлиях (порах) решетки. Сравнение с результатами работы ³⁶ показало, что в меди мюоны захватываются в октапory. Для достижения количественного совпадения с теоретической зависимостью авторы должны были предположить, что мюон расширяет ячейку на $\sim 5\%$.

Если квадрупольное взаимодействие несущественно (внешнее магнитное поле очень велико), то σ^2 определяется известной формулой Ван-Флека

$$\sigma^2 = \frac{1}{6} I(I+1) (\hbar \gamma_\mu \gamma_I)^2 \sum_j \frac{[3(a_{jz})^2 - 1]^2}{r_j^6}. \quad (2.10)$$

Приведем зависимость σ^2 от ориентации монокристаллического образца с кубической симметрией решетки относительно внешнего поля:

$$\sigma^2 = \frac{1}{6} I(I+1) (\hbar \gamma_\mu \gamma_I)^2 [A_0 + A_1(n_1^4 + n_2^4 + n_3^4)], \quad (2.11)$$

где n_1, n_2, n_3 — направляющие косинусы магнитного поля относительно кристаллографических осей, $A_0 = (1/2) [7 \sum_j r_j^{-6} - 27 \sum_j r_j^{-6} \cos^4 \alpha_j]$, $A_1 = (9/2) [-\sum_j r_j^{-6} + 5 \sum_j r_j^{-6} \cos^4 \alpha_j]$, а α_j — угол между осью [001] и направлением от мюона на j -е ядро. Для поликристаллов

$$\sigma^2 = \frac{2}{15} I(I+1) (\hbar \gamma_\mu \gamma_I)^2 \sum_j r_j^{-6}. \quad (2.12)$$

Рассмотрим теперь случай «промежуточного» магнитного поля, когда $\omega_\mu \gg \omega_{\mu I}$, $\omega_I \sim \omega_{\mu I}$, где $\omega_{\mu I}$ — поле, создаваемое ядрами на мюоне (в единицах частоты). Тогда $H_0 = H_\mu$, $V = H_{\mu I} + H_I$ и вместо формулы (2.5) для V^s имеем

$$V^s = H_I + \hbar^2 \gamma_\mu \gamma_I \sum_j r_j^{-3} [I_{jz} - 3a_{jz}(\mathbf{a}_j \mathbf{I}_j)] S_z. \quad (2.13)$$

Расчет вновь приводит к формуле (2.7), но Ω_j теперь имеет вид

$$\Omega_j = \hbar \gamma_\mu \gamma_I r_j^{-3} \sqrt{1 + 3(a_{jz})^2}. \quad (2.14)$$

Если же имеется квадрупольное взаимодействие, то для далеких от мюона ядер в произведении (2.7) нужно брать Ω_j из формулы (2.14), а для близких — из формулы (2.8), в которой $\mathbf{i}_j = \mathbf{a}_j$: $\Omega_j^{\text{близ}} = -2\hbar \gamma_\mu \gamma_I r_j^{-3} a_{jz}$. Для σ^2 получаем

$$\sigma^2 = \frac{1}{6} I(I+1) (\hbar \gamma_\mu \gamma_I)^2 \left[\sum_{\text{все ядра}} \frac{1 + 3(a_{jz})^2}{r_j^6} - \sum_{\text{близкие ядра}} \frac{1 - (a_{jz})^2}{r_j^6} \right]. \quad (2.15)$$

Первое слагаемое в формуле (2.15) не учитывает квадрупольные взаимодействия; оно было получено в работе ³⁷. Второе же слагаемое опреде-

ляет вклад квадрупольных взаимодействий. Отметим, что для монокристаллов с кубической симметрией поры и для поликристаллов σ^2 имеет вид ³²

$$\sigma^2 = \frac{1}{3} I(I+1) \left[\sum_{\substack{\text{все} \\ \text{ядра}}} r_j^{-6} - \frac{1}{3} \sum_{\substack{\text{близкие} \\ \text{ядра}}} r_j^{-6} \right] \quad (2.16)$$

и не зависит от ориентации внешнего поля. При нулевом внешнем поле σ^2 вдвое больше, чем при «промежуточном».

Учет квадрупольных взаимодействий приводит к тому, что расчетное значение σ^2 уменьшается приблизительно на 30%. Для меди, например, получаем $\sigma \approx 0,34$ мкс⁻¹, если мюон локализован в тетрапоре и $\sigma \approx 0,27$ мкс⁻¹, если он локализован в октапоре. Последнее значение хорошо согласуется с данными эксперимента ³⁸, в котором было найдено значение $\sigma = 0,252 \pm 0,007$ мкс⁻¹. Точного совпадения можно добиться, если предположить, что междоузлие расширяется на $\sim 3\%$.

в) Д и ф ф у з и я и « с т р а н н а я » д и ф ф у з и я м ю о н о в

Перейдем теперь к рассмотрению диффундирующих мюонов, следуя работе ³², причем сначала ограничимся случаем, когда мюоны захватываются в положения равновесия только одного типа. Этот случай реализуется, по-видимому, в меди. Тогда из формулы (2.2) для образа Лапласа поляризации имеем

$$\tilde{P}(p) = \tilde{G}^0(p + \lambda) [1 - \lambda \tilde{G}^0(p + \lambda)]^{-1} P(0), \quad (2.17)$$

где $\lambda = \lambda_1 = \lambda_{11}$ — частота скачков мюона,

$$\tilde{P}(p) = \int_0^\infty \exp(-pt) P(t) dt, \quad \tilde{G}^0(p + \lambda) = \int_0^\infty \exp[-(p + \lambda)t] G^0(t) dt.$$

Если λ мала по сравнению с собственными частотами ω_μ , ω_I гамильтониана H_0 , то за время нахождения мюона в данном междоузлии высокочастотная часть поля усредняется, и вместо точного оператора G^0 можно пользоваться функцией G^0 , определяемой формулой (2.7). Из уравнения (2.17) получаем

$$P_z(t) = P_z(0), \quad (2.18)$$

$$P_+(t) = \frac{1}{2\pi i} \int_{-i\infty + \varepsilon}^{i\infty + \varepsilon} \frac{\tilde{G}^0(p + \lambda)}{1 - \lambda \tilde{G}^0(p + \lambda)} e^{pt} dp. \quad (2.19)$$

В настоящее время для описания экспериментальных данных обычно используют известную полуэмпирическую формулу ³³

$$P_+(t) = e^{-i\omega_I t} \exp \left[-2 \frac{\sigma^2}{\lambda^2} (e^{-\lambda t} + \lambda t - 1) \right] P(0). \quad (2.20)$$

Отсюда при $\lambda \rightarrow 0$ следует, что $G^0(t) \approx \exp(-i\omega_\mu t - \sigma^2 t^2)$. Если в формуле (2.19) использовать это выражение, то в двух предельных случаях $\lambda \ll \sigma$ и $\lambda \gg \sigma$ формулы (2.19) и (2.20) совпадают, а в промежуточной области $\lambda \sim \sigma$, как показывает расчет, отличия незначительны. Таким образом, формула (2.20) дает качественно правильный результат.

При быстрой диффузии ($\lambda \gg \omega_I$) для вычисления $P(t)$ необходимо пользоваться формулой (2.17) с точным оператором $\tilde{G}^0(p + \lambda)$. Расчет, однако, сильно упрощается благодаря наличию малого параметра $\omega_{\mu I}/\lambda$.

(напомним, что $\omega_{\mu I}$ — поле, создаваемое ядрами на мюоне). Приведем только окончательные формулы:

$$\begin{aligned} P_z(t) &= e^{-\Lambda_1 t} P_z(0), \\ P_+(t) &= e^{-(i\omega + \Lambda_2) t} P_+(0). \end{aligned} \quad (2.21)$$

Здесь

$$\begin{aligned} \Lambda_1 &= \frac{2}{3} \frac{\lambda \langle (\omega_{\mu I})^2 \rangle}{\omega_\mu^2 + \lambda^2}, \quad \Lambda_2 = \frac{1}{3} \frac{\langle (\omega_{\mu I})^2 \rangle}{\lambda} \frac{\omega_\mu^2 + 2\lambda^2}{\omega_\mu^2 + \lambda^2}, \\ \omega &= \omega_\mu \left(1 + \frac{1}{3} \frac{\langle (\omega_{\mu I})^2 \rangle}{\omega_\mu^2 + \lambda^2} \right) \quad \langle (\omega_{\mu I})^2 \rangle = 2I(I+1) (\hbar \gamma_\mu \gamma_I)^2 \sum_j r_j^{-6}. \end{aligned} \quad (2.22)$$

Отсюда следует, что при быстрой диффузии частота прецессии мюонов отличается от ω_μ , причем поправка может достигать нескольких десятых долей процента и быстро уменьшается с ростом внешнего магнитного поля и температуры. Например, в меди в поле $B = 62$ Гс и при $\lambda = \omega_\mu$ она равна $\sim 0,38\%$. В работах ^{27, 28} проводились поиски атома Mu в меди по температурной зависимости частоты прецессии; при этом небольшое уменьшение ω с ростом T было обнаружено в поле 62 Гс и не наблюдалось в поле 700 Гс. В принципе этот эффект может объясняться с помощью первой из формул (2.22).

Как следует из формул (2.21), (2.22), продольная (параллельная полю) составляющая поляризации затухает со скоростью Λ_1 , достигающей максимума при $\lambda = \omega_\mu$ и стремящейся к нулю как при $\lambda \ll \omega_\mu$, так и при $\lambda \gg \omega_\mu$. В меди в поле 62 Гс максимальное значение Λ_1 равно $\sim 0,04$ мкс⁻¹.

Скорость релаксации Λ_2 поперечной составляющей отличается от значения, даваемого формулой (2.20). Действительно, при $\lambda \gg \sigma$ из (2.20) находим $\Lambda_2 = 2\sigma^2/\lambda$, где σ^2 определяется формулой (2.9). В случае большого внешнего поля этот результат справедлив при $\lambda \ll \omega_I$. При $\omega_I \ll \lambda \ll \omega_\mu$ и при $\lambda \gg \omega_\mu$ имеем соответственно $\Lambda_2 = \langle (\omega_{\mu I})^2 \rangle / 3\lambda$ и $\Lambda_2 = 2 \langle (\omega_{\mu I})^2 \rangle / 3\lambda$. Обратим внимание на отсутствие зависимости величины $\langle (\omega_{\mu I})^2 \rangle$ от ориентации внешнего магнитного поля относительно осей монокристалла.

Формулы (2.22) могут быть получены также из известного уравнения Вангснесса — Блоха. В работах ^{39, 40} вычисляется поляризация мюонов с помощью несколько модифицированного уравнения Вангснесса — Блоха (см., например, ⁴¹). Это уравнение применяется при больших временах корреляции, т. е. во всем диапазоне скоростей диффузии. При этом в работе ³⁹ коррелятор локального поля на мюоне $\langle \{h_\alpha(t), h_\beta(0)\} \rangle / 2$, знание которого необходимо в этом подходе, вычисляется квантовомеханически на основе метода случайных блужданий. Для сравнения результатов с экспериментом необходима машинная обработка. В работе же ⁴⁰ принимается, что компоненты локального поля на мюоне статистически независимы и коррелятор имеет вид: $\langle h_\alpha(t) h_\beta(0) \rangle = \langle h^2(0) \rangle \delta_{\alpha\beta} f(t)$. Отметим, что это предположение правомерно лишь при не слишком сильных внешних полях ($B \lesssim 100$ Гс), когда ядра прецессируют медленно, или при очень быстрой диффузии. В противном случае в корреляторе необходимо учитывать эту прецессию, и формулы, полученные в этой работе, становятся неверными.

Вышеприведенные формулы показывают, что с ростом частоты скачков λ скорость релаксации перпендикулярной внешнему полю составляющей поляризации монотонно убывает, стремясь к нулю. Однако в последнее время в целом ряде металлов в работах ⁴²⁻⁴⁶ наблюдалась необычная немонотонная зависимость $\Lambda(T)$ от температуры. В ниобии ^{43, 44} скорость релаксации сначала убывает и достигает минимума при $T \approx 25$ К, затем

возрастает и выходит на плато, а затем вновь падает. Сходное поведение $\Lambda(T)$ наблюдалось и в висмуте⁴². В тантале и бериллии⁴⁵ картина несколько иная: в тантале скорость релаксации мала при низких температурах, затем возрастает, после чего убывает вновь. В бериллии для $\Lambda(T)$ наблюдается два плато. В работе⁴⁶ исследовалась деполяризация мюонов в алюминии, и было установлено, что Λ очень мала даже при низких температурах. В то же время в сплаве Al + 1% Cu качественно зависимость $\Lambda(T)$ такая же, как и в чистой меди.

Подобное поведение $\Lambda(T)$ может быть объяснено, если предположить, что в кристалле имеется как минимум два типа положений равновесия мюонов с различными энергиями связи. Мы не будем обсуждать здесь возможности, связанные с когерентной квантовой диффузией, поскольку очевидно, что она может проявиться только в специальном образом приготовленных чистых монокристаллах.

Будем для определенности считать, что более устойчивыми являются положения типа (2), т. е. $\lambda_{21} \gg \lambda_{12}$. Как было сказано выше, в первом приближении можно считать, что амплитуда перпендикулярной внешнему полю компоненты поляризации мюонов, локализованных в положениях (1) и (2), убывает по законам $\exp(-\sigma_1^2 t^2)$ и $\exp(-\sigma_2^2 t^2)$ соответственно. Рассмотрим область температур, при которых $\lambda_{11} \gg \sigma_1$, а $\lambda_{22} \approx \lambda_{12} \approx 0$. Из системы уравнений (2.2) можно получить^{15б}

$$P(t) = \{W_1 \exp[-(2\sigma_1^2/\lambda_{11} + \lambda_{21})t] + W_2 \exp(-\sigma_2^2 t^2) + \\ + W_1 \lambda_{21} \int_0^t \exp[-\sigma_2^2(t-\tau)^2 - (\frac{2\sigma_1^2}{\lambda_{11}} + \lambda_{21})\tau] d\tau\} P(0). \quad (2.23)$$

Если положения (2) обусловлены захватом на примесные атомы, то $W_2 \approx 0$, $\lambda_{21}/\lambda_{11} \approx c$, где c — относительная концентрация примесей. Тогда при $\lambda_{21} \ll \sigma_2$ в формуле (2.23) основной вклад дает первый член и для скорости релаксации находим

$$\Lambda \approx \frac{2\sigma_1^2}{\lambda_{11}} + \lambda_{21} \approx \frac{2\sigma_1^2}{\lambda_{11}} + c\lambda_{11}. \quad (2.24)$$

Отсюда следует, что при $\lambda_{11} \approx \sigma_1 \sqrt{2/c}$ скорость релаксации минимальна, причем $\Lambda_{\min} \approx 2\sigma_1 \sqrt{2c}$. Таким образом, при уменьшении концентрации примесей положение минимума Λ должно смещаться в сторону высоких температур и $\Lambda_{\min} \ll \sigma_1$. Эти выводы противоречат результатам, полученным в ниобии и висмуте⁴²⁻⁴⁴. Действительно, в этих экспериментах исследовались образцы с $c \sim 10^{-4}$, и было найдено, что $\Lambda_{\min}/\sigma_1 \approx 0,35 - 0,6$, тогда как расчетное значение равно $\sim 0,03$. Поэтому положения (1) и (2) в данном случае являются, по-видимому, междоузлиями различных типов. Для окончательного выяснения вопроса необходимы более детальные исследования, например измерение зависимости Λ от концентрации примесей.

г) Поведение поляризации мюона при образовании атома мюония

В этом параграфе рассмотрим основные закономерности поведения поляризации мюона, если в нормальном металле образовался атом Ми. Выявление качественных закономерностей процесса деполяризации мюона в этом случае имеет принципиальный характер, ибо, как уже отмечалось выше, вопрос о зарядовом состоянии положительного мюона в металлах до сих пор не решен однозначно.

Теоретически атом Mu в поляризуемых средах (металлах, полупроводниках) рассматривался в работах ⁴⁷⁻⁴⁹. В работах ^{47, 48} изучались некоторые закономерности поведения поляризации мюона. В работе ⁴⁸ было правильно отмечено, что в поляризуемой среде перенормируется магнитный момент электрона мюония, что не учтено в работе ⁴⁷. В остальных исходные уравнения, полученные в работе ⁴⁷ из феноменологических соображений, а в работе ⁴⁸ на основе анализа обменного рассеяния в поляризованном газе ⁵⁰ практически идентичны. Однако основные уравнения, вообще говоря, ошибочны, поскольку в них не учтено обратное влияние магнитного момента ядра (мюона) на спин электрона. В результате, например, равновесное состояние мюония, получаемое в этих работах, не удовлетворяет распределению Гиббса (см. ⁴⁷ формула (15)). В работе ⁴⁸ была развита последовательная теория релаксационного процесса. Приведем кратко основные результаты.

Гамильтсиан системы запишем в виде

$$H = H_0 + H_T + V, \quad (2.25)$$

где H_0 — гамильтсиан динамической подсистемы (мюония), H_T — гамильтсиан термостата, V — потенциал взаимодействия динамической подсистемы с термостатом, причем диагональная по термостату часть потенциала взаимодействия равна нулю или отнесена к H_0 .

Конкретный вид потенциала взаимодействия определяется моделью термостата. В металлах релаксация спина электрона мюония в основном обусловлена обменным рассеянием на электронах среды. Как обычно ⁵¹⁻⁵⁴, использовался модельный гамильтсиан

$$V(r) = \frac{J}{n} \sum_t \sigma_e \sigma_t \delta(r_e - r_t), \quad (2.26)$$

где σ_e и σ_t — операторы Паули электронов мюония и среды соответственно; J — обменный интеграл, n — плотность электронов.

За основу были приняты известные релаксационные уравнения теорий ЯМР и ЭПР (см., например, ^{41, 55}). При вычислении считалось, что волновые функции электронов проводимости металла — плоские волны и пренебрегалось их искажением вблизи мюония. Соответственно не рассматривались эффекты, связанные с эффектом Кондо, т. е. полагалось, что температура $T > T_K$ — температуры Кондо. Считалось также, что волновая функция мюония есть s -функция водородоподобного атома. В результате для спиновой матрицы плотности мюония было получено уравнение

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + i\hbar^{-1} [H_{\text{eff}}, \rho] = \frac{1}{2} [\sigma^+, \rho \tilde{G}] + \frac{1}{2} [\sigma^-, \rho G] + [\sigma^z, \rho G_z] + \text{э.с.}, \quad (2.27)$$

где H_{eff} — гамильтсиан H_0 с перенормированными магнитными моментами электрона мюония μ_e и мюона μ_μ и частотой сверхтонкого взаимодействия в металле ω_0 ; G — матрица с элементами $g(\omega_{ln}) \sigma_{ln}^+$, \tilde{G} — матрица с элементами $\sigma_{ln}^- g(\omega_{nl})$, G_z — матрица с элементами $g(\omega_{ln}) \sigma_{ln}^z$,

$$g(\omega_{ln}) = v \frac{\hbar \omega_{ln}/2T}{\text{sh}(\hbar \omega_{ln}/2T)} \exp \frac{\hbar \omega_{ln}}{2T}, \quad v = \frac{3\pi}{8} \left(\frac{J}{2\varepsilon_f} \right)^2 \frac{T}{\hbar}, \quad (2.28)$$

$\hbar \omega_{ln} = E_l - E_n$, где E_n — собственные значения H_{eff} , а ε_f — энергия Ферми.

Коэффициенты $g(\omega_{ln})$ определяют частоты переходов между различными уровнями и могут быть интерпретированы как «эффективные частоты столкновений». Отметим, что при $\hbar \omega_{ln} \gg T$ коэффициенты линейно растут

с ростом ω_{in} . Это соответствует тому, что в рассеянии могут участвовать и электроны с энергией $\varepsilon \geq \varepsilon_f - \hbar\omega_{in}$.

В общем случае система уравнений (2.27) распадается на систему из пяти уравнений, которые определяют продольную компоненту поляризации P_z (ось z выбрана в направлении внешнего магнитного поля B), две эрмитово сопряженные системы четырех уравнений, определяющих $P_{\pm} = P_x \pm iP_y$ и два эрмитово сопряженных уравнения.

В больших внешних магнитных полях $\exp(\hbar\omega/2T) \gg 1$ ($\hbar\omega = 2\mu_e B$) компоненты матрицы плотности имеют две характерные скорости релаксации — быструю и медленную. Для диагональных компонент матрицы плотности это соответствует тому, что заселенность двух высших триплетных уровней спадает с малым временем $[g(\omega_{in})]^{-1}$, после чего система относительно медленно приходит к термодинамическому равновесию. В этом случае для продольной компоненты поляризации имеем

$$P_z(t) = P_z(\infty)(1 - e^{-\tau_1^{-1}t}) + P_z(0)e^{-\tau_1^{-1}t}. \quad (2.29)$$

При условии $\hbar\omega_0, \zeta\hbar\omega \ll T$ ($\zeta = |\mu_\mu/\mu_e|$) обратная величина продольного времени релаксации имеет вид

$$\tau_1^{-1} = 2\nu \left(\frac{\omega_0}{\omega} \right)^2 \frac{\hbar(\omega_0 + 2\zeta\omega)}{2T} \operatorname{cth} \frac{\hbar(\omega_0 + 2\zeta\omega)}{4T}. \quad (2.30)$$

Поперечные компоненты поляризации изменяются со временем следующим образом:

$$P_{\pm}(t) = P_{\pm}^*(t) = P_{\pm}(0) \exp[-(\tau_2^{-1} + i\Omega_{\perp})t], \quad (2.31)$$

где $\tau_2 = 2\tau_1$ — поперечное время релаксации, а частота прецессии

$$\Omega_{\perp} = \zeta\omega + \frac{\omega_0}{2} \quad (2.32)$$

не зависит от температуры.

При условии $\hbar\omega_0 \ll T$ формула (2.30) для продольного времени релаксации совпадает с результатами работы ⁵¹. Как видно из формулы (2.32), поиски мюония в металлах можно вести, измеряя сдвиг Ω_{\perp} по сравнению с мюонной частотой $\zeta\omega$. В настоящее время можно разрешать частоты прецессии мюона меньше 10^9 с^{-1} , поэтому предлагаемый эксперимент возможен при $B \sim 5 \cdot 10^3 - 10^4 \text{ Гс}$ и $T \sim 0,1 \text{ К}$.

Отметим, если время релаксации $\tau_1 < \tau_\mu$, то в принципе возможны поиски мюония по анализу равновесного состояния, так как поляризация $P_z(\infty)$ заметно отличается от равновесной поляризации свободного мюона $P_\mu^{\text{св}}(\infty) = \operatorname{th}(\hbar\zeta\omega/2T)$. Действительно, в полях $\hbar\omega \gtrsim T$ имеем

$$P_z(\infty) = \operatorname{th}\left(\frac{\hbar\omega}{2T}\right) \operatorname{th}\left(\frac{\hbar\omega_0}{4T}\right) + P_\mu^{\text{св}}(\infty). \quad (2.33)$$

Например, при $T = 0,5 \text{ К}$, $B = 10^4 \text{ Гс}$ и $\omega_0 = 0,1 \omega_{0B}$ ($\omega_{0B} = 2,8 \cdot 10^{10} \text{ с}^{-1}$ — частота сверхтонкого расщепления в вакууме) $P_z(\infty) \approx 0,025$, в то время как $P_\mu^{\text{св}}(\infty) \approx 0,015$. Вероятно, наиболее удобен эксперимент в поле, перпендикулярном поляризации в начальный момент времени. Заметим, что в такой схеме, меняя направление поля на обратное, можно проводить компенсационный опыт.

Для высоких температур $T \gg \hbar\omega, \hbar\omega_0$ матрицы G, \tilde{G} и G_z можно разложить по полному набору спиновых матриц 4×4 . Уравнение (2.27) можно записать теперь, оставляя только линейные по $\hbar\omega/T$ и $\hbar\omega_0/T$ члены,

в следующем виде:

$$\begin{aligned} \dot{\rho} + i\hbar^{-1} [H_{\text{eff}}, \rho] = & 2\nu \left\{ \sigma_e^n \rho \sigma_e^n - 3\rho + ie_{kin} \frac{\hbar\omega_n}{3T} \sigma_e^k \rho \sigma_e^l - \right. \\ & - \frac{\hbar}{2T} [(\omega_n \sigma_e^n) \rho + \rho (\omega_n \sigma_e^n)] + i \frac{\hbar\omega_0}{8T} e_{kin} (\sigma_e^n \rho \sigma_e^k \sigma_\mu^l - \sigma_e^k \sigma_\mu^l \rho \sigma_e^n) - \\ & \left. - \frac{\hbar\omega_0}{4T} [(\sigma_e^n \sigma_\mu^n) \rho + \rho (\sigma_e^n \sigma_\mu^n)] \right\}. \quad (2.34) \end{aligned}$$

Уравнение (2.34) отличается от уравнений работ ^{47, 48} для описания релаксационных процессов при бесконечных температурах. Релаксационный член определяется поляризацией электрона мюония, стационарное решение есть распределение Гиббса.

Решение системы (2.34) получается стандартным образом ¹¹⁻¹³. Для продольной составляющей поляризации мюона при $\nu \gg \omega_0$ с точностью до членов порядка $(\omega_0/\nu)^2$ включительно получаем

$$\tau_1^{-1} = \frac{4\nu\omega_0^2}{(8\nu)^2 + \omega_0^2 + \omega^2} \left(1 + \frac{\hbar\omega_0}{4T} \right). \quad (2.35)$$

Формула (2.35) справедлива и при $\nu \ll \omega_0$ с той разницей, что в формуле для поляризации $P_z(t)$ присутствуют быстро осциллирующие члены, которые усредняются при наблюдении. Таким образом, как интерполяционная формула (2.35) хороша без ограничений. Так как $\nu \propto T$ (см. (2.28)), то легко видеть, что τ_1^{-1} как функция температуры имеет максимум. Убывающая ветвь была получена еще в работе ¹¹.

Поперечная составляющая поляризации определяется при $\nu \gg \omega_0$ единственным корнем, как и в случае сильных полей (2.31), где с точностью до членов порядка $(\omega_0/\nu)^2$

$$\tau_2^{-1} = \frac{\omega_0^2}{32\nu} + \frac{2\nu\omega_0^2}{(8\nu)^2 + [1 + \zeta - (\hbar\omega_0/2T)]^2 \omega^2}, \quad (2.36)$$

$$\Omega_\perp = \left\{ \zeta + \frac{\hbar\omega_0}{4T} + \frac{(1 + \zeta) \omega_0^2}{(16\nu)^2 + 4[1 + \zeta - (\hbar\omega_0/2T)]^2 \omega^2} \right\} \omega. \quad (2.37)$$

В формуле (2.37) для $\omega_0 \sim 10^8 \text{ с}^{-1}$ и $\nu = 10^9 \text{ Т с}^{-1}$ уже при $T \gg 1 \text{ К}$ последним слагаемым можно пренебречь, тогда частоту прецессии можно записать как

$$\Omega_\perp^1 = \left(\zeta + \frac{\hbar\omega_0}{4T} \right) \omega, \quad (2.38)$$

что совпадает с частотой прецессии, приведенной в работах ^{27, 28}. При $\nu \ll \omega_0$, ω решение практически совпадает с результатом, полученным в ³¹.

Температурная зависимость частоты прецессии (2.38) легко объясняется. Действительно, в магнитном поле, перпендикулярном начальной поляризации мюона, электрон атома Ми быстро заполяризовывается по направлению поля. Поскольку он не принадлежит к ферми-газу электронов проводимости металла, его поляризация определяется просто формулой Больцмана и оказывается много больше, чем поляризация электронов проводимости. Соответственно в месте нахождения мюона появляется компонента контактного поля, параллельная внешнему магнитному полю, и поэтому эффективно мюон прецессирует в поле $B_{\text{вн}} + \Delta B_{\text{конт}}$. Как видно из формулы (2.35), максимум τ_1^{-1} достигается при $(8\nu)^2 = \omega_0^2 + \omega^2$. При этом τ_1^{-1} равно

$$\tau_{1\text{max}}^{-1} = \frac{\omega_0}{4\sqrt{1 + (\omega^2/\omega_0^2)}}. \quad (2.39)$$

Таким образом, максимум может наблюдаться даже при $\omega_0 \sim 10^7 \text{ с}^{-1}$, что для поля $B \sim 10^2 - 10^3 \text{ Гс}$ соответствует $\tau_1^{-1} \text{ max} \sim (10^4 - 10^5) \text{ с}^{-1}$. Оценки дают $\nu = (10^8 - 10^{10}) \text{ Т с}^{-1}$, и соответственно максимум должен наблюдаться при температуре $T \sim 0,1 - 10 \text{ К}$ (рис. 1). В области, где справедлива формула (2.36), величина τ_2^{-1} максимума не имеет и монотонно убывает с ростом температуры, а в точке максимума для τ_1^{-1} принимает значение (при $\omega^2 \gg \omega_0^2$)

$$\tau_2^{-1} = \tau_1^{-1} \text{ max} + \frac{\omega_0}{4} \frac{\sqrt{1 + (\omega^2/\omega_0^2)}}{1 + (2\omega^2/\omega_0^2)}. \quad (2.40)$$

При заданных значениях ω и ω_0 всегда $\tau_1^{-1} \text{ max} < \tau_2^{-1} < 2\tau_1^{-1} \text{ max}$.

Из формулы (2.30) следует, что скорость релаксации $\tau_1^{-1} \text{ max} = \tau_1^{-1}/2$ в сильных полях ($\exp(\hbar\omega/2T) \gg 1$, $\omega \gg \omega_0$) растет линейно с ростом температуры, поэтому и τ_2^{-1} имеет максимум, однако он наблюдается при температурах меньших, чем точка максимума для τ_1^{-1} . Для полей $B \sim 10^3 - 10^5 \text{ Гс}$ максимум для τ_2^{-1} достигается при температуре $T \sim 0,1 - 10 \text{ К}$. Для τ_1^{-1} в этих полях максимум должен наблюдаться при температуре $T \sim 10 - 100 \text{ К}$. Экспериментально в таких полях можно обнаружить мюоний на уровне $\omega_0 \sim 10^8 - 10^{10} \text{ с}^{-1}$. В случае, когда $(8\nu)^2 \gg \omega_0^2 + \omega^2$ формулы (2.35) и (2.36) переходят в соответствующие результаты работы ⁵¹.

Следует особо подчеркнуть, что как результаты работы ⁴⁹, так и полуколичественные соображения, сформулированные ранее в работах ^{27, 28}, базируются на упрощенной модели металла. Поэтому все выводы работы ⁴⁹, как и работ ^{27, 28}, относящиеся к равновесной поляризации электрона и мюона в атоме мюония, справедливы лишь в том случае, если $T > T_K$, температуры Кондо, когда парамагнитная примесь есть атом

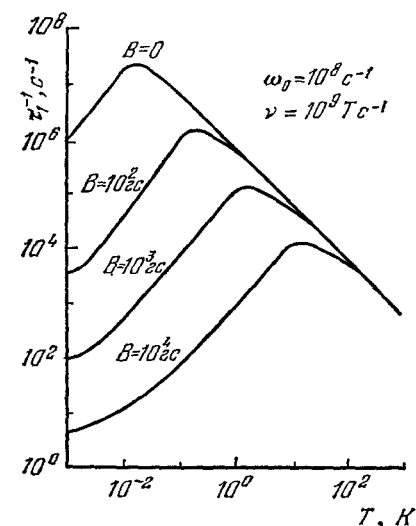


Рис. 1. Зависимость скорости релаксации τ_1^{-1} продольной компоненты поляризации положительного мюона в мюонии от температуры T для различных значений внешнего магнитного поля B .

Ми. Действительно, хорошо известно ⁵⁶⁻⁵⁸, что при $T < T_K$ магнитная восприимчивость примеси мала и не зависит от температуры. Поэтому при $T < T_K$ равновесная поляризация электрона и мюона в магнитном поле практически равняется нулю и не зависит от T . В работах ^{27, 28} с точностью 0,1 — 0,01% не было обнаружено температурной зависимости ω_μ в Al, Zn и Cu в интервале температур 4—90 К. Этот факт можно интерпретировать не только как отсутствие связанного состояния μ^+e^- , но и как то, что T_K для атома Ми в этих металлах больше, чем температуры, при которых проводился эксперимент. Надежные теоретические оценки температуры Кондо для данной примеси (в частности, для Ми) в настоящее время практически не имеются. Как показывает эксперимент ⁵⁶, для сплавов различного типа $0,1 \text{ К} < T_K < 600 \text{ К}$. Поэтому температурную поправку к ω_μ можно было бы обнаружить при высоких температурах ($T \sim 300 - 600 \text{ К}$), где заведомо $T > T_K$. Однако даже для $\omega_0 \sim \omega_{0B}$ уже при $T \sim 100 \text{ К}$ поправка будет составлять менее 0,1%.

Подчеркнем также, что чистый эксперимент следует проводить с металлами (либо с изотопами), у которых спины ядер равны нулю. Дей-

ствительно, прямые диполь-дипольные взаимодействия могут давать поправку к частоте прецессии, зависящую от скорости диффузии (см. формулу (2.22)). Очевидно также, что они могут вносить решающий вклад в скорость релаксации. Тем не менее результаты работ ^{27, 28} дают основание полагать, что если мюоний в Al, Zn и Cu и существует, то он сильно «раздут» ввиду экранирования кулоновского взаимодействия электронами проводимости металла. Тем самым эти данные ставят под сомнение теоретические расчеты, проведенные в работе ²⁶, где было получено, что атом водорода в металле имеет практически тот же радиус первой боровской орбиты, что и в вакууме.

Резюмируя, можно сказать, что для поисков атома Mu в металлах значительно более удобно изучение температурной зависимости скорости релаксации, поскольку качественные выводы работы ⁴⁹, в частности наличие максимума для τ_1^{-1} (рис. 1), не зависят от того, в какой области температур ($T > T_K$ или $T < T_K$) мы работаем.

Наконец, нужно отметить следующий факт. Очевидно, если $\nu \ll \omega_0$, то в поперечных полях возможно наблюдение прецессии с мюониевой частотой. Атом мюония находится в междоузлиях (порах) кристаллической решетки. Если кристаллическое поле в поре имеет аксиальную симметрию, то спиновый гамильтониан мюония не изотропен ⁵⁹, и в монокристаллических образцах частота прецессии будет зависеть от ориентации кристалла в магнитном поле. Естественно ожидать такую картину в полуметаллах. Авторы работы ⁶⁰ исследовали прецессию спина мюона в образцах As, Bi и Sb. В образцах As и Bi было обнаружено очень малое (меньше 0,01%), а в Sb наблюдалось большое отличие от мюонной частоты прецессии, наблюдаемой в Cu. В монокристаллическом Sb частота прецессии зависела от ориентации образца в магнитном поле: скорость деполяризации была около $0,2 \cdot 10^6 \text{ с}^{-1}$. Решетка Sb имеет аксиальную симметрию, и данные работы ⁶⁰ могут быть интерпретированы как существование Mu в Sb. Было найдено также, что температурная зависимость немного отличается от T^{-1} , однако такое отклонение может быть объяснено и несферичностью гамильтониана сверхтонкого взаимодействия ⁶¹. Из работы ⁶⁰ следует, что температура Кондо для Mu в Sb меньше 1 К.

3. СВЕРХПРОВОДНИКИ

а) Исследование сверхпроводников первого и второго рода

Рассмотрим возможности, которые представляет мюонный метод для изучения неоднородного сверхпроводящего состояния ⁶²⁻⁶⁴. Идейная сторона использования мюонов по-прежнему сводится к зондированию внутренних магнитных полей ^{62, 63}. Как известно, в сверхпроводниках весьма часто осуществляется ситуация, когда магнитное поле частично проникает в толщу материала. Это может быть, например, так называемое промежуточное состояние для сверхпроводников первого рода, когда в результате геометрических факторов для некоторых участков материала внешнее магнитное поле превышает критическое, и в результате возникает своеобразная смесь нормальной и сверхпроводящей фаз, за частую весьма причудливой геометрии. Островки нормальной фазы с замороженным магнитным полем могут оставаться в сверхпроводнике и после охлаждения до температуры, много меньшей критической T_c , если образец существенно неоднороден по своим физическим свойствам.

Из-за того же фактора неоднородности в сверхпроводниках первого рода области нормальной фазы могут возникать при частичном разруше-

нии сверхпроводящего состояния магнитным полем или токами. Обобщая, можно сказать, что любой фазовый переход сверхпроводник — нормальный металл ввиду неоднородности материала может начинаться в отдельных «зародышевых» областях.

В настоящее время довольно сложно хорошо определять объемы нормальной и сверхпроводящей фаз, когда в образце присутствуют они обе. С помощью положительных мюонов объемы нормальной и сверхпроводящей фаз определяются весьма легко. Пусть внешнее магнитное поле \mathbf{B} перпендикулярно начальной поляризации мюонов. Направление поляризации выберем за ось x , направление поля — за ось z . Тогда, если в нашем образце имеется смесь нормальной и сверхпроводящей фаз с объемами $1 - d$ и d соответственно, наблюдаемая картина прецессии описывается формулой

$$P_x(t) = (1 - d) \int \cos(\gamma b t) W(b) db + d, \quad (3.1)$$

$$P_y(t) = (1 - d) \int \sin(\gamma b t) W(b) db.$$

Здесь $W(b)$ — вероятность данного значения поля в нормальной фазе. Начальную поляризацию считаем равной единице.

Действительно, сверхпроводящая фаза выступает в прецессионной картине как единый кусок образца, в котором нет магнитного поля. Усреднение функций $\cos(\gamma b t)$ и $\sin(\gamma b t)$ с весом $W(b)$, как обычно, приводит к затуханию прецессионной картины. Из формулы (3.1), однако, следует, что, измеряя начальную амплитуду прецессии и сохраняющуюся компоненту поляризации, можно найти величины $1 - d$ и d , т. е. относительные концентрации нормальной и соответственно сверхпроводящей фаз. Погрешность определения параметра d связана в конечном счете с набором статистики и на сегодняшний день без больших затрат на время эксперимента может быть сделана не хуже 1%.

Вероятность $W(b)$ есть просто временная фурье-амплитуда $P(t)$, и, используя формулу (3.1), мы можем определить вероятность распределения магнитного поля в исследуемом образце.

Отметим также, что мюонный метод может быть полезным при наблюдении любых фазовых переходов, например в «кондо-системах» (например, в сплавах типа $(\text{La}_{1-x}\text{Ce}_x) \text{Al}_2$)⁶⁴⁻⁶⁶. Если хорошо термостатировать изучаемый образец, то мюонный метод представляется весьма надежным инструментом для измерения T_c . Как отмечалось в литературе^{64, 66, 67}, существующие методы определения T_c по измерению намагниченности и электрического сопротивления в сверхпроводниках первого рода не дают возможности измерять T_c для неоднородных по объему образцов, т. е. фиксировать наличие остаточных «островков» (мелкодисперсных вкраплений) нормальной или сверхпроводящей фазы. Однозначный вывод об объеме сверхпроводящей фазы можно получить, только измеряя удельную теплоемкость образца (электроны нормальной фазы дают вклад в теплоемкость $c_e \sim T$). Не обсуждая здесь сравнительных достоинств обоих методов, зафиксируем, что с помощью мюонов можно определять ту же величину новым независимым способом.

При исследовании фазовых переходов мюонный метод равно применим и к сверхпроводникам второго рода. Более того, поскольку именно сверхпроводники второго рода, с одной стороны, представляют наибольший интерес для практики, а с другой, как правило, весьма неоднородны по структуре, что приводит к необратимости фазовых переходов, то рассматриваемый метод наиболее перспективен именно для изучения этих объектов.

Магнитное поле, большее H_{c1} , в сверхпроводнике второго рода образует вполне определенную структуру (рис. 2) и в соответствии с формулой (3.1) с помощью мюонов можно найти $W(b)$. Как следует из аналитического решения, почтенного в классической работе Абрикосова⁶⁸ для полей, близких к H_{c2} , система нитей образует треугольную двумерную решетку. Для температур, существенно меньших T_c , и полей, заметно отличающихся от H_{c2} , имеются лишь численные решения⁶⁸.

Экспериментальные изучение вихревой структуры в сверхпроводниках второго рода проводилось различными способами, из которых наиболее перспективными оказались методы микрофотографии поверхностных порошковых фигур⁶⁹ и дифракции нейтронов. Результаты показали, что в большинстве случаев осуществляется треугольная решетка, однако в ряде образцов наблюдалась и квадратная решетка, а также расслоение

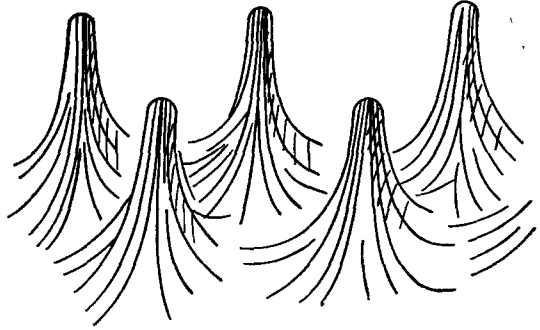


Рис. 2. Структура магнитного потока для сверхпроводников.

образца на макроскопические области мейсснеровской фазы (сверхпроводник первого рода) и смешанного состояния^{66, 67}. Период решетки в полях, достаточно больших по сравнению с H_{c2} , имеет порядок $10^2 - 10^3 \text{ \AA}$.

Идея о возможности изучения сверхпроводников второго рода с помощью мюонов была предложена в работе⁷⁰. Там же на основе решения Абрикосова была рассчитана ожидаемая временная зависимость поляризации $P(t)$ для треугольной и квадратной решеток и показано, что по виду $P(t)$ можно надежно различать тип возникающей плоской решетки. Существовало отметить, что анализировался вариант, когда скорость диффузии мюона мала и за $10^{-5} - 10^{-6}$ с он может сместиться на расстояния, малые по сравнению с периодом вихревой структуры.

Надо сказать, что вопрос о скорости диффузии мюона в сверхпроводниках второго рода достаточно неясен. Как правило, сверхпроводники второго рода — это сплавы с весьма нерегулярной структурой и многочисленными дефектами в решетке. Поэтому квантовая диффузия по регулярной решетке должна быть подавлена рассеянием на примесях. С другой стороны, можно ожидать, что мюоны будут закрепляться на дефектах, и поэтому получить какие-либо теоретические оценки затруднительно.

Отметим, однако, красивую возможность чисто экспериментального измерения фактора диффузии. Очевидно, что если скорость диффузии достаточно велика, то для каждого мюона в среднем мы будем наблюдать прецессию в эффективном среднем поле:

$$\langle b \rangle = \int b W(b) db. \quad (3.2)$$

Заметим, кстати, здесь же, что

$$\langle b \rangle S = \Phi_0, \quad (3.3)$$

где S — площадь, приходящаяся на одну нить в вихревой решетке (площадь ячейки Браве), $\Phi_0 = 2 \cdot 10^{-7} \text{ Гс} \cdot \text{см}^2$ — квант магнитного потока. Для треугольной решетки $S = \sqrt{3}a^2$, где a — период решетки, для квадратной $S = a^2$.

Очевидно, что формула (3.3) справедлива, если мюон за время жизни проходит расстояние, много большее периода вихревой структуры, т. е. $\langle r \rangle \sim 10^{-5} - 10^{-4}$ см. Тогда эффективное поле, в котором прецессирует каждый мюон, не зависит от начальных условий, и по прецессионной картине мы будем фиксировать поле $\langle b \rangle$ с характерным стохастическим разбросом вблизи этого значения.

Как видно из формулы (3.3), если период решетки для данных условий и данного образца измерен независимым образом (например, с помощью декорирования), то мы можем найти $\langle b \rangle$ и сравнить с наблюдаемой

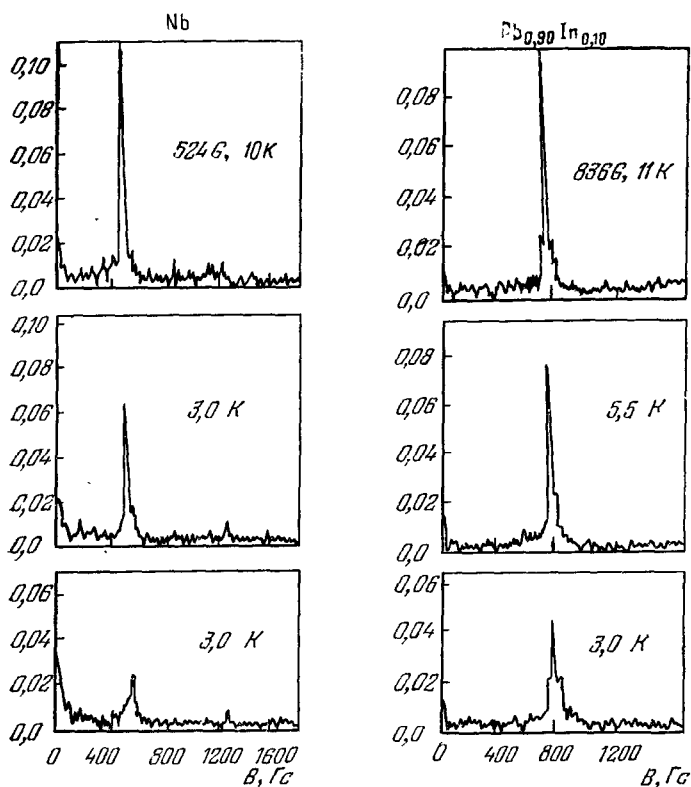


Рис. 3. Фурье-преобразование амплитуд прецессии поляризации мюонов в Nb и в $\text{Pb}_{0.9}\text{In}_{0.10}$.

картиной. Но самая непосредственная возможность выявления диффузии положительных мюонов состоит в параллельном исследовании образца с помощью отрицательных мюонов.

Отрицательные мюоны захватываются атомными ядрами на K -орбиту, и хотя в процессе каскада они теряют значительную долю своей поляризации, оставшейся поляризации достаточно, чтобы наблюдать прецессионную картину. Поскольку фактор диффузии для отрицательных мюонов исключается, то мы получим здесь истинное распределение $W(b)$. Сравнивая данные по экспериментам с μ^+ и μ^- , можно выделить роль диффузии.

Не вдаваясь в детали, отметим лишь, что для экспериментов с μ^- для простоты анализа удобно выбирать изотопы с нулевыми спинами ядер.

В настоящее время опубликованы данные по исследованию с помощью мюонного метода сплава $\text{Pb}_{0.90}\text{In}_{0.10}$ и Nb^{71, 72}. Основные результаты авторов представлены на рис. 3.

Как видно при переходе образца в сверхпроводящее состояние, фурье-амплитуда, отвечающая значению внешнего поля, падает с понижением температуры как для PbIn , так и для Nb . При охлаждении образца PbIn во внешнем поле до температуры 3K проявляется второй пик, который авторы интерпретируют как вероятность попадания мюона в «седловые» точки между нормальными нитями. Для ниобия наблюдается только уменьшение фурье-амплитуды (или $W(b)$), отвечающей значению внешнего поля, причем авторы несколько неожиданно интерпретируют это обстоятельство как свидетельство в пользу быстрой диффузии мюонов в ниобии. Как ясно из предыдущего, при диффузии должен был бы наблюдаться сдвиг максимальной фурье-амплитуды в область полей меньших, чем внешнее, а также характерное гауссово уширение линии. Отметим, что в Nb внешнее поле, как видно из рис. 3, равно 524 Гс, что значительно меньше критического поля $H_c \sim 2 \cdot 10^3$ Гс. Поэтому в смешанном состоянии нельзя ожидать практически постоянного значения поля в сечении образца, и $\langle b \rangle$ должно заметно отличаться от внешнего поля B .

На первый взгляд результаты авторов показывают, что в Nb вихревые нити имеют резкую границу, разделяющую нормальную и сверхпроводящую фазы. При отсутствии диффузии в этом случае мы бы наблюдали картину, приведенную на рис. 3. Однако ввиду чрезвычайно сжатой формы статьи и практически отсутствия детальной аргументации со стороны авторов трудно делать сколько-нибудь определенные выводы о результатах эксперимента.

Резюмируя, можно заключить, что мюонный метод может оказаться весьма удобным инструментом для исследования вихревых структур в сверхпроводниках второго рода. Представляется, что он вполне может конкурировать с методом дифракции нейтронов⁷³ и, очевидно, крайне интересно изучение одних и тех же образцов в адекватных условиях совместно обоими методами. Весьма перспективным также может оказаться изучение вихревых структур в режиме потока. Очевидно, что движение нитей при протекании транспортного тока для наблюдаемой картины прецессии приводит к тем же эффектам, что и диффузия мюонов в неподвижной вихревой решетке. По оценкам и экспериментальным данным (впрочем, не слишком надежным^{66, 67}) в режиме потока скорости движения нитей имеют порядок $10^{-1} - 1$ см/с, и за время жизни мюона 10^{-6} с могут сместиться на расстояния порядка периода решетки нитей.

б) Возможности обнаружения атома Mu в сверхпроводниках первого рода

Рассмотрим теперь возможности обнаружения атома мюония в сверхпроводниках первого рода. При температурах, близких к критической $T \approx T_c$, большинство электронов сверхпроводника относится к нормальной фазе, и так же, как в нормальном металле, обменное рассеяние весьма интенсивно. Однако при дальнейшем понижении температуры все большее число электронов проводимости «выпадает» в куперовский конденсат и перестает участвовать в обменном рассеянии. Число электронов в сверхпроводящей фазе определяется характерной экспоненциальной зависимостью от T , и соответственно частота обменов электронного спина ν экспоненциально падает с температурой⁷⁴⁻⁷⁶. Поэтому понижая температуру в сверхпроводниках, легко можно пройти весь район изменения ν от $\nu \gg \omega_0$ до $\nu \ll \omega_0$. При анализе релаксации спина мюона в сверхпроводниках первого рода необходимо принимать во внимание и релаксацию, связанную с непосредственным взаимодействием магнитного момента мюона

со средой. Это может быть, например, диполь-дипольное взаимодействие с магнитными моментами ядер либо же известная релаксация Корринги.

Уравнения Вангснесса — Блоха для спиновой матрицы плотности мюония имеют вид ⁷⁷

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\frac{i}{\hbar} [H, \rho] + 2\nu (\sigma_e \rho \sigma_e - 3\rho) + 2\nu_\mu (\sigma_\mu \rho \sigma_\mu - 3\rho); \quad (3.4)$$

здесь ν_μ — частота релаксации для спина мюона. Легко видеть, что уравнение (3.4) сразу получается, если только предположить, что среда изотропна и процесс релаксации линейно зависит от спиновой матрицы плотности подсистемы.

Как отмечалось ранее, обычно пренебрегают релаксацией, обусловленной прямым взаимодействием магнитного момента мюона со случайными полями среды, поскольку ν_μ значительно меньше ν . Действительно, легко можно показать ³⁸, что отношение ν/ν_μ по меньшей мере порядка отношения квадратов соответствующих магнитных моментов:

$$\frac{\nu}{\nu_\mu} \sim \left(\frac{m_e}{m_\mu} \right)^2 \approx 4 \cdot 10^4.$$

Однако коль скоро $\nu \gg \omega_0$ и разрывается спиновая связь мюона с быстро релаксирующим электронным спином, то, как было показано в предыдущем разделе, «мюониевый механизм» релаксации приводит к временам $\tau \sim 10^{-5} - 10^{-6}$ с. Как известно, такой же порядок имеют времена релаксации в результате прямого диполь-дипольного взаимодействия. Поэтому полезно найти общие соотношения. Эта задача была рассмотрена и решена в работе ⁷⁷, где было проанализировано решение системы (3.4) в случае $B = 0$ и получены простые формулы для $P(t)$ и средней поляризации $\langle P \rangle = 3(N_- - N_+)/N_0$, где N_0 — общее число зарегистрированных в опыте распадов, а N_- и N_+ — общие числа распадов назад и вперед. Отсылая за деталями к указанной работе, перейдем к анализу возможностей при эксперименте в сверхпроводниках.

Как известно, в сверхпроводниках скорость релаксации ядерного спина при температурах, существенно меньших T_c , падает, грубо говоря, по закону $\exp(-\Delta/T)$, где Δ — ширина щели ⁷⁴⁻⁷⁶. Как указывалось, это объясняется тем, что в сверхпроводниках число свободных электронов убывает с температурой по экспоненте. Хотя количественный расчет скорости релаксации электронного спина на электронной подсистеме в сверхпроводниках затруднителен, поскольку неприменима теория возмущений, использованная в БКШ при расчете скорости релаксации ядерного спина, качественная закономерность, естественно, должна сохраниться. Таким образом, понижая температуру до значений, много меньших T_c , можно добиться уменьшения скорости релаксации электронного спина на несколько порядков. (Отметим, что для многих сверхпроводников выполняется полуэмпирическое соотношение: при $T \ll T_c$ энергетическая щель $\Delta \approx \approx 2T_c$). Атом Mu есть парамагнитный центр, введенный в металл, соответственно вблизи него искажается волновая функция сверхпроводника. Однако, как показывают оценки и экспериментальные данные по сверхпроводящим сплавам с магнитными примесями, это искажение не должно привести к полному разрушению сверхпроводящего состояния вблизи парамагнитной примеси. Поэтому для обмена электронного спина в атоме Mu по-прежнему необходимо затратить некоторую энергию.

Итак, если в сверхпроводнике мюон образует мюоний, то, понижая температуру, мы легко можем добиться выполнения условия $\nu \ll \omega_0$, т. е. получить для мюония условия, которые обычно наблюдаются в хороших изоляторах. Полная теория поведения $P(t)$ в этом случае была раз-

вита в работах ¹²⁻¹⁶. Как было при этом показано, средняя поляризация $\langle P \rangle$, равная в обычном металле приблизительно единице, будет резко уменьшаться до значений, близких к $1/2$, когда с понижением температуры мы достигнем района, где $\nu \ll \omega_0$. При этом может оказаться, что в промежуточной области $\langle P \rangle$ пройдет через минимум ^{12, 13}. Если же в сверхпроводнике мюон с электроном не образует связанного состояния, то средняя поляризация сохранит значения, близкие к единице, слабо реагируя на изменение температуры. Действительно, скорости релаксации ядерного спина на электронной подсистеме при низких температурах малы и за возможное время наблюдения за мюоном ($\sim 10^{-6}$ с) не приведут к заметному изменению поляризации.

Следует подчеркнуть, что описываемая картина будет наблюдаться лишь в том случае, если магнитные моменты ядер сверхпроводника равны нулю и отсутствует диполь-дипольная релаксация спинов электрона и мюона. Поэтому для эксперимента следует выбирать соответствующие изотопы сверхпроводников. Известно много сверхпроводников, имеющих изотопы с нулевым спином ядер. Укажем, например, на Zn ($T_c = 0,65$ K), Pb ($T_c = 7,3$ K), Sn ($T_c = 4,2$ K), Nb ($T_c = 3$ K) и т. д. (Полная таблица сверхпроводящих элементов приведена, например, в монографии ⁷⁶.) Поэтому выбор соответствующих объектов для опытов не представляет трудностей.

Отметим в заключение, что для полного анализа представляет большой интерес параллельная постановка опытов на изотопах сверхпроводников, имеющих ненулевые ядерные спины. Скорость дипольной релаксации спина мюона, как показывают оценки и эксперимент, должна иметь порядок $10^4 - 10^6$ с⁻¹. Соответственно для скорости дипольной релаксации электронного спина можно ожидать значения $10^6 - 10^8$ с⁻¹. Если мюоний не существует, то, измеряя $P(t)$ и $\langle P \rangle$ при температурах, много меньших T_c , можно измерить скорость диполь-дипольной релаксации ядерного спина в массивных образцах сверхпроводника. Насколько известно авторам, другой аналогичной возможности не имеется. Если мюоний существует, то, проводя измерения в изотопах с различными магнитными моментами ядер и меняя таким образом τ , можно по измерениям $P(t)$ и $\langle P \rangle$, во-первых, определить параметры ν_μ и τ для мюона, а во-вторых, получить зависимость τ от значения магнитного момента ядер.

Параллельно с использованием положительных мюонов весьма интересно применять также и отрицательные мюоны. Возможности изучения прецессии μ^- и перспективы этой техники для анализа свойств сверхпроводников были рассмотрены в работах ^{63, 78}. Как представляется авторам, мюонный метод открывает широкие перспективы для исследования сверхпроводников, и можно лишь сожалеть, что экспериментальные работы в этой области практически еще не начинались.

14. ФЕРРОМАГНИТНЫЕ МЕТАЛЛЫ

а) Изучение внутренних магнитных полей с помощью мюонов

Изучение свойств ферромагнитных веществ с помощью положительных мюонов началось сравнительно недавно. Первые экспериментальные работы ⁷⁹⁻⁸⁵ выполнены в 1973—1975 гг., однако интерес к этой области непрерывно растет и к настоящему времени имеется около пятидесяти публикаций. Первыми объектами исследования стали классические ферромагнетики: Fe, Co и Ni. Измерения полей на мюоне в поликристаллических образцах при комнатных температурах, проведенные в ранних работах,

показали, что вплоть до точки полного намагничивания образца поле на мюоне постоянно. К настоящему времени накоплен достаточно обширный экспериментальный материал для монокристаллических и поликристаллических образцов Ni, Co и Fe при различных температурах и внешних магнитных полях⁷⁹⁻⁹⁵.

В монокристалле Co прослежено изменение направления осей легкого намагничивания при $500 < T < 600$ К и фазовый переход от гексагональной упаковки к ГЦК при $T = 690$ К^{89, 90}. Аналогичные измерения проводились на поликристалле Gd^{90, 92, 96-101}.

Большое количество экспериментальных и теоретических работ посвящено определению контактных полей в Ni, Co и Fe. Отметим, что теоретические расчеты¹⁰²⁻¹⁰⁸ контактных полей не дают пока согласия с экспериментом. Сравнение теоретических расчетов с экспериментальными результатами и подробная библиография даны в обзорах^{31, 90, 109}.

В последнее время все большее внимание обращается на изучение ферромагнитных свойств редкоземельных металлов^{90, 92, 96-100, 110-115}, сплавов типа PdFe⁹⁹ и магнитных диэлектриков¹¹⁶. Отметим также, что в работе¹¹⁷ наблюдался переход в упорядоченное магнитное состояние в спиновых стеклах.

После краткой сводки основных экспериментальных работ перейдем к теоретическому анализу поведения мюона в ферромагнитных металлах. Следуя работам^{63, 118-121}, проведем расчет магнитных полей, действующих на мюон, остановившийся в какой-либо поре ферромагнетика. При расчете микрополя будем считать, что атомы решетки локализованы в узлах и пренебрежем искажениями решетки вокруг мюона. Надежный теоретический расчет с учетом деформации сейчас вряд ли возможен, а экспериментально, как будет показано, искажение ячейки можно определить по расхождению полученных из опыта значений поля, действующего на мюон, с расчетным. В соответствии с формулой (1.8) локальное поле, действующее на мюон, равно

$$\mathbf{b}(\mathbf{x}) = \mathbf{B} - \frac{8\pi\mathbf{M}}{3} + \mathbf{b}_r + \mathbf{B}_{\text{конт.}} \quad (4.1)$$

Напомним, что здесь \mathbf{b}_r — поле диполей в сфере Лоренца, \mathbf{B} и \mathbf{M} — макроскопическое поле и намагниченность домена. Подчеркнем, что и \mathbf{B} , и \mathbf{M} отличаются от средних макроскопических поля и намагниченности ($\langle \mathbf{B} \rangle$ и $\langle \mathbf{M} \rangle$), которые фигурируют обычно в уравнениях магнитостатики. Действительно, векторы $\langle \mathbf{B} \rangle$ и $\langle \mathbf{M} \rangle$ есть результат усреднения по многим доменам и, например, в образце эллипсоидальной формы во внешнем однородном поле они постоянны. Векторы \mathbf{B} и \mathbf{M} , очевидно, меняют свое направление при переходе от домена к домену и, более того, макроскопическое поле \mathbf{B} внутри домена может, вообще говоря, изменяться как по величине, так и по направлению в пределах одного домена. Намагниченность домена \mathbf{M} есть намагниченность насыщения при данной температуре и совпадает с усредненной намагниченностью $\langle \mathbf{M} \rangle$ только для полностью намагниченного (однодомённого) образца. Теоретический расчет поля \mathbf{B} может быть проведен только с помощью термодинамической теории намагничивания, и в настоящее время выполнен лишь для определенных моделей ферромагнетиков. Для «хороших» ферромагнетиков в любом не полностью намагниченном образце оказывается, что $\mathbf{B} = 4\pi\mathbf{M}$ по всему домену, соответственно $\mathbf{H} \equiv \mathbf{B} - 4\pi\mathbf{M} \equiv 0$. Однако этот факт не является ни тривиальным, ни общим. Действительно, в работе⁸⁹ было установлено, что при намагничивании монокристалла Co в направлении, перпендикулярном оси легкого намагничивания, макроскопическое поле в домене монотонно возрастает с самой начальной стадии намагничивания.

Хотя уже в первых работах по теории применения мюонного метода к изучению ферромагнетиков^{63, 120, 121} было дано четкое определение и проведено вычисление поля, действующего на мюон, однако до сих пор во всех экспериментальных работах^{79-81, 83-101, 110-117, 141} используются ошибочные формулы для поля, действующего на мюон. А именно, остается непонятым тот факт, что макрополе внутри домена **B** не может быть вычислено только на основе уравнений магнитостатики, или, иначе говоря, путаются понятия **B** и **(B)**.

Вообще говоря, как на величину, так и на направление поля **B** могут влиять форма и расположение окружающих доменов, а также размагничивающие поля, зависящие от концентрации и формы случайных чужеродных включений и внутренних напряжений, а для поликристаллов и от расположения кристаллитов¹²²⁻¹²⁸. Вклад ближайших доменов можно грубо оценить, считая их однородно намагниченными сферами. Тогда легко видеть $\delta B \sim 0,1 M \ll 4\pi M$, что значительно меньше макрополя домена, однако возникающий из-за этого разброс величины поля **b** может явиться одной из причин затухания вектора поляризации **P** (*t*).

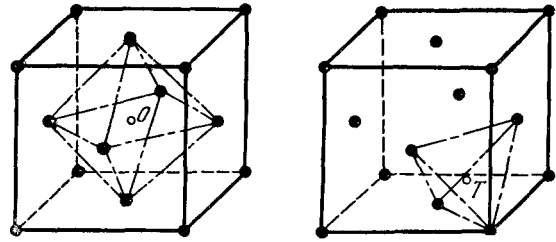


Рис. 4. Решетка Ni с октапорой *O* и тетрапорой *T*.

Перейдем к вычислению микрополя диполей **b_r** (**x**). Далее мы будем считать, что поле магнитного момента каждого узла решетки совпадает с полем точечного диполя. Это эквивалентно утверждению, что плотность магнитного момента относительно данного узла распределена сферически симметрично. Согласно данным нейтронографических экспериментов¹²⁴⁻¹³⁵ в ГЦК и ОЦК решетках симметрия распределения кубическая, а в ГПУ решетке она близка к сферической.

Компоненты микрополя от диполей макроскопической области *r* вычисляются по формуле

$$(b_r)_\alpha = M_\beta^a \sum_{l, k} \frac{\partial^2}{\partial x_\alpha \partial x_\beta} \frac{1}{\left| x - x \left(\begin{smallmatrix} l \\ k \end{smallmatrix} \right) \right|}, \quad (4.2)$$

где *l* — номер элементарной ячейки, *k* — номер атома внутри ячейки, *M^a* — магнитный дипольный момент атома; очевидно $V^{-1} N M^a = M$.

Непосредственный расчет по формуле (4.2) затруднителен, так как ряд в (4.2) сходится условно. Такой ряд можно вычислить, используя метод Эвальда¹³⁶⁻¹⁴⁰, при этом **b_r** удобно представить как

$$(b_r)_\alpha = -4\pi n_{\alpha\beta} M_\beta + a_{\alpha\beta} M_\beta, \quad (4.3)$$

где первое слагаемое — размагничивающее поле однородно намагниченной области *r*, в котором коэффициенты размагничивания $n_{\alpha\beta}$ учитывают геометрию области *r* (для сферы $n_{\alpha\beta} = \delta_{\alpha\beta}/3$). Второе слагаемое в (4.3) $b'_\alpha = a_{\alpha\beta} M_\beta$ — так называемое внутреннее дипольное поле не зависит ни от геометрии, ни от размера области *r*, а тензор $a_{\alpha\beta}$ зависит только от того, в какой поре остановился мюон. Как непосредственно видно из (4.2) свертка $a_{\alpha\alpha} = 4\pi$, поэтому для пор в ГЦК решетке, обладающих тремя осями четвертого порядка в октапоре и третьего порядка в тетрапоре (рис. 4), этот тензор кратен единичному $a_{\alpha\beta} = 4\pi\delta_{\alpha\beta}/3$. Легко показать, что в ОЦК и ГПУ решетках две диагональные компоненты совпадают.

Согласно Эвальду компоненты тензора $a_{\alpha\beta}$ рассчитываются по формуле

$$a_{\alpha\beta} = VN^{-1} \sum_k \left[\sum_l R^3 H_{\alpha\beta} \left(R \left| \mathbf{x} - \mathbf{x} \begin{pmatrix} l \\ k \end{pmatrix} \right| \right) - \right. \\ \left. - 4\pi V^{-1} \sum_{h \neq 0} \frac{y_\alpha(h) y_\beta(h)}{R^2} \mathcal{G} \left(\frac{\pi^2 |\mathbf{y}(h)|^2}{R^2} \right) \exp \left\{ 2\pi i \mathbf{y}(h) \left[\mathbf{x} - \mathbf{x} \begin{pmatrix} 0 \\ k \end{pmatrix} \right] \right\} \right], \quad (4.4)$$

где N — число атомов в элементарной ячейке, V — объем элементарной ячейки, R — произвольное положительное число — параметр раздела рядов по прямой и обратной решетке,

$$H_{\alpha\beta}(\mathbf{x}) = \frac{\partial^2}{\partial x_\alpha \partial x_\beta} \frac{2}{\sqrt{\pi} |\mathbf{x}|} \int_{|\mathbf{x}|}^{\infty} \exp(-t^2) dt, \quad (4.5)$$

$$\mathcal{G}(u) = \frac{\exp(-u)}{u}, \quad (4.6)$$

$\mathbf{y}(h)$ — вектор обратной решетки, h — индекс Миллера.

Формула (4.3) применима, строго говоря, только при бесконечных размерах области r . Однако ошибка расчетов может быть сделана сколь угодно малой. Соответствующие оценки для сферы, плоского диска и длинного цилиндра были получены в работах ^{136, 137} и имеют вид

$$\delta b = O\left(\frac{a}{L}\right)^2 b, \quad (4.7)$$

где a — период решетки, L — характерный размер макроскопической области.

Расчет ненулевых компонент тензора $a_{\alpha\beta}$ был проведен с помощью ЭВМ ^{63, 118-121}. Как обычно, одна из осей координат была выбрана параллельно оси симметрии тензора. Результаты этого расчета для O_1 и T_1 пор приведены в табл. I.

Т а б л и ц а I
Компоненты тензора $a_{\alpha\beta}$ в различных порах

Тип решетки, пора	a_{xx}	a_{yy}	a_{zz}	$a_{\alpha\beta} (\alpha \neq \beta)$
ОЦК, окта	-1,165	-1,165	14,900	0
ОЦК, тетра	5,707	5,707	1,152	0
ГЦК, окта	4,188	4,188	4,188	0
ГЦК, тетра	4,188	4,188	4,188	0
ГПУ, окта	4,240	4,240	4,086	0
ГПУ, тетра	4,082	4,082	4,402	0

Подставляя (4.3) в (4.1), запишем поле \mathbf{b} , действующее на мюон

$$b_\alpha = B_\alpha - 4\pi M_\alpha + (B_{\text{конт}})_\alpha + a_{\alpha\beta} M_\beta. \quad (4.8)$$

Следует отметить, что, как видно из рис. 4—6, в ОЦК решетке кристаллически эквивалентные поры O_1 , O_2 , O_3 или T_1 , T_2 , T_3 при наличии выделенного направления, задаваемого намагниченностью \mathbf{M} , становятся неэквивалентными в магнитном отношении и поля \mathbf{b} в них различны. В ГПУ решетке поля \mathbf{b} в кристаллически эквивалентных порах равны, а в ГЦК решетке поле \mathbf{b} одинаково во всех порах.

Из приведенных в табл. I данных видно, что в порах недеформированной ГЦК решетки поле b' равно $4\pi M/3$, в кристаллографически эквивалентных порах недеформированных ГПУ решеток b' имеет одно и то же значение, однако величина и направление зависят от направления намагниченности.

Поскольку даже при быстрой диффузии мюон не должен выходить за пределы одного домена, то в никеле и кобальте, где поле в кристаллографически эквивалентных порах имеет единственное значение, поведение поляризации мало зависит от диффузии мюонов. В железе, где микрополе может принимать несколько значений, диффузия мюонов приводит к качественному изменению картины прецессии.

Действительно, из простых качественных соображений ясно, что при быстрой диффузии в ОЦК решетке должна наблюдаться одночастотная прецессия спина мюона в поле, усредненном по всем порам *). Как видно из формул (4.2) и (4.3) и простых соображений симметрии, при усреднении как по O -, так и по T -порам член $a_{\alpha\beta}M_{\beta}$ в формуле (4.3) постоянен и равен $4\pi M_{\alpha}/3$ при произвольном (относительно кристаллографических осей) направлении намагниченности. (В этом можно

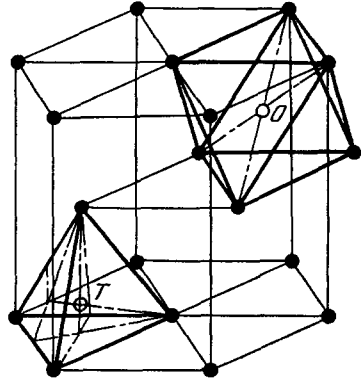


Рис. 5. Решетка Co с октапорой O и тетрапорой T .

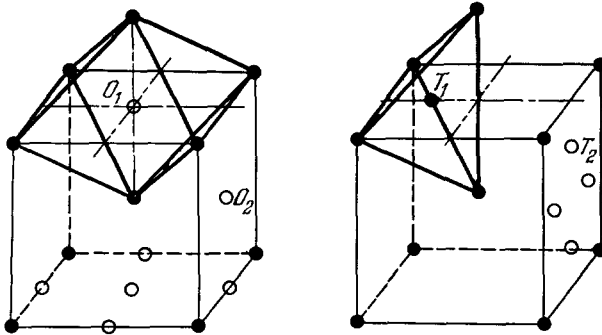


Рис. 6. Решетка Fe с октапорами O_1 и O_2 и тетрапорами T_1 и T_2 .

убедиться и непосредственно из табл. I.) Поэтому при быстрой диффузии даже в поликристаллическом образце будет наблюдаться одночастотная прецессия.

Необходимо, однако, некоторое уточнение. В начальный момент времени мюон может оказаться как в O -, так и в T -поре. Одно из состояний, очевидно, метастабильно. Далее возможны следующие варианты: 1) Вне зависимости от начального состояния все мюоны диффундируют по O - и T -порам, произвольно меняя тип пор в процессе диффузии. 2) Все мюоны переходят в стабильные поры и диффундируют только по ним. 3) Каждый мюон диффундирует только по порам своего типа. В последнем варианте в образце имеются два вида мюонов: « O » и « T »-мюоны. Поскольку контактное поле в O - и T -порах, вообще говоря, должно существенно отличаться, в этом случае следует ожидать двухчастотной прецес-

*) Далее мы проведем строгое теоретическое доказательство этого утверждения.

сии. Соответственно наблюдение одночастотной прецессии говорит о том, что осуществляется одна из первых двух возможностей.

Вернемся теперь к обсуждению экспериментальных данных.

При комнатных температурах все авторы в Fe наблюдали одну частоту прецессии и относительно малую скорость релаксации ($\Lambda = 5-10$ мкс⁻¹)⁸⁵. При понижении температуры до азотной скорость релаксации резко возрастает^{93, 141}. В одной из последних работ¹⁴¹ сообщалось о наблюдении при $T = 10$ К в монокристалле Fe нескольких частот прецессии спина мюона. Однако, к сожалению, пока отсутствует подробное изложение результатов. Данные другой экспериментальной группы⁹⁴ как будто тоже свидетельствуют о том, что при 23К наблюдается многочастотная прецессия, хотя спектр частот прецессии не приводится. При более высоких температурах, как и во всех других работах, наблюдается одночастотная прецессия. Тот факт, что при $T = 300$ К видна лишь одна частота и сигнал прецессии быстро затухает с понижением температуры, однозначно указывает на быструю диффузию мюона по активационному механизму. Авторская интерпретация наблюдаемых шести частот¹⁴¹ несколько произвольна: одна вообще игнорируется, три сопоставляются с тетра- и две с октапорой. Однако вся работа носит характер предварительного сообщения, и основным результатом следует считать, что при $T = 10$ К наблюдалась многочастотная прецессия. Как следует из предыдущего^{63, 121}, в монокристаллах железа в отсутствие диффузии и внешнего поля при посадке мюона в тетра- и в октапоры должны наблюдаться только четыре частоты. Как бы то ни было, по-видимому, результаты работ^{94, 141} указывают на отсутствие квантовой диффузии мюона в Fe.

Интересные данные были получены при исследовании процессов намагничивания Fe, Co, Ni и Gd^{79, 85, 142}. В железе и никеле микрополе на мюоне оставалось неизменным, пока образец не намагничивался до насыщения. В работе⁸⁵ изучались тонкие сплюснутые эллипсоиды вращения, намагниченные вдоль большой оси. После того как образец оказывался монокристаллическим, при дальнейшем росте внешнего поля наблюдался очевидный эффект: изменение поля на мюоне равнялось изменению внешнего поля. Интересным представляется тот факт, что в материалах с большой магнитной проницаемостью поле \mathbf{B} внутри домена не меняется при намагничивании образца. Между тем, как видно из известной формулы магнито-статистики,

$$\mathfrak{B} = (1 - n) \langle \mathbf{H} \rangle + n_x \langle \mathbf{B} \rangle, \quad (4.9)$$

где \mathfrak{B} — внешнее магнитное поле, а n — размагничивающий фактор. При малых n_x внутри образца уже на начальной стадии намагничивания должно быть заметным среднее поле $\langle \mathbf{B} \rangle$ *) (В работе⁸⁵ использовались образцы с $n = 0,11$ и $n = 0,04$).

Поскольку $\langle \mathbf{B} \rangle = \langle \mathbf{H} \rangle + 4\pi \langle \mathbf{M} \rangle = \mu \langle \mathbf{H} \rangle$, то на начальной стадии при больших $\mu \sim 10^3 - 10^4$ имеем $(1 - n) \langle \mathbf{H} \rangle \ll n \langle \mathbf{B} \rangle$, несмотря на то, что $n \sim 0,1$. Поэтому в точке полного насыщения образца приближенно выполняется соотношение $\mathfrak{B}_{\text{нас}} \approx 4\pi M_{\text{нас}}$. Следует, однако, помнить, что по мере приближения к насыщению $\mu(H)$ уменьшается, стремясь к единице, и реально $\mathfrak{B}_{\text{нас}} < 4\pi M_{\text{нас}}$. Как видно из формулы (4.8), макроскопическая часть поля, действующего на мюон, есть $\mathbf{B} - 4\pi M_{\text{нас}} = \mathbf{H}$. Проблема определения «поля» \mathbf{H} внутри домена, как уже говорилось,

*) Мы все время называем магнитную индукцию $\langle \mathbf{B} \rangle$ так, как ее следовало бы называть, — средним полем. Использование общепринятой терминологии было бы в нашей статье крайне неудобным. Надо сказать, что сейчас, исторически оправданная и понятная неразбериха с названием $\langle \mathbf{B} \rangle$ — «магнитной индукцией», а $\langle \mathbf{H} \rangle$ — магнитным полем, ратифицирована системой СИ еще лет на сто.

есть задача термодинамической теории ферромагнетиков^{124, 143, 144} и непосредственно связана с вычислением свободной энергии ферромагнетика. Для определенной модели ферромагнетика теоретически было показано, что $H \approx 0$ при произвольной намагниченности образца¹⁴⁴. Как мы указывали, в работе⁸⁹ при намагничивании монокристалла кобальта вдоль трудной оси было установлено, что «поле» H начинает меняться уже при начальной стадии намагничивания. Для Fe и Ni вблизи насыщения «поле» H внутри домена также должно несколько отличаться от нуля. Это можно обнаружить при более детальном анализе переходной области вблизи насыщения. Обычно в качестве мишени берут эллипсоид, поэтому макрополе домена $\mathbf{B} \equiv \langle \mathbf{B} \rangle$ и, таким образом, определяется размагничивающими коэффициентами эллипсоида.

Результаты работ⁷⁹⁻⁹⁵ позволили определить контактное поле на мюоне в Fe, Ni и Co. Эта характеристика ферромагнетика, как очевидно, существенна для определения подмагниченности электронов проводимости. Попытки теоретического расчета контактного поля на мюоне были предприняты в работах^{102-107, 145, 146}. Для более точного экспериментального определения контактного поля на мюоне следует тщательно изучить поведение поля на мюоне вблизи точки полной намагниченности. Крайне интересно параллельно провести эксперименты по ЯМР на протонах в ферромагнитных металлах.

Рассмотрим теперь случай низких (гелиевых) температур, когда диффузия отсутствует. Используем результаты расчета компонент тензора внутреннего дипольного поля для построения теории мюонного метода в равномерно намагниченных монокристаллах никеля, кобальта и железа. Пусть $W(\mathbf{b}) = W(m)$ — вероятность попадания мюона в поле $\mathbf{b}(m)$ — принимает дискретный набор значений. Тогда, согласно (4.7),

$$\mu_{\alpha\beta}(t) = \sum_m W(m) \left\{ \frac{b_{\alpha}(m) b_{\beta}(m)}{b^2(m)} + \left[\delta_{\alpha\beta} - \frac{b_{\alpha}(m) b_{\beta}(m)}{b^2(m)} \right] \cos(\gamma_{\mu} b(m) t) + e_{\alpha\beta\delta} \frac{b_{\delta}(m)}{b(m)} \sin(\gamma_{\mu} b(m) t) \right\}. \quad (4.10)$$

В никеле и кобальте, как видно из табл. I, поля \mathbf{b}' и соответственно \mathbf{b} имеют только одно значение, если мюон занимает кристаллографически эквивалентные поры (окта- или тетра-). В кобальте значения поля различны для тетра и октапоров и отличаются от $4\pi\mathbf{M}/3$. В железе, в общем случае, имеются три значения поля \mathbf{b}' и соответственно по три частоты как в окта-, так и в тетрапоре. Если кристалл намагничен по легкой оси [100] или по диагонали грани [110], прецессия двухчастотна. Здесь и везде ниже полагаем, что мюон попадает в поры одного типа; обычно считают, что это октапоры. При намагничивании вдоль оси [100] направления поля коллинеарны внешнему полю во всех порах, при намагничивании вдоль оси [110] они различны. Наконец, если кристалл намагничен по главной диагонали куба (ось [111]), есть только одна частота. Однако направления поля в разных, но кристаллографически эквивалентных порах в этом случае неодинаковы. Это обстоятельство приводит к весьма своеобразному поведению мюонов. Если начальная поляризация $\mathbf{P}(0)$ направлена по оси [111], формула (4.8) принимает вид

$$\mathbf{P}(t) = [\cos^2 \theta + \sin^2 \theta \cos(\gamma b t)] \mathbf{P}(0), \quad (4.11)$$

где θ — угол между \mathbf{b} и направлением [111], а

$$\operatorname{tg}^2 \theta = 2 \left(a_{xx} - \frac{4\pi}{3} \right)^2 M^2 \left(\mathbf{B} - \frac{8\pi\mathbf{M}}{3} + \mathbf{B}_{\text{конт}} \right)^{-2}. \quad (4.12)$$

Итак, несмотря на то, что направление поляризации все время постоянно, ее величина испытывает колебания. Зависимость (4.9) может быть использована для определения $B_{\text{конт}}$.

Как видно из табл. I, зависимость модуля поля b' от направления M в железе и кобальте существенно различна в тетра- и октапорах. Таким образом, появляется возможность диагностировать тип поры по изменению частоты прецессии поляризации мюонов при намагничивании по различным направлениям. Например, в железе при намагничивании по оси $[100]$ поле b' направлено по вектору M в двух октапорах и противоположно ему в четырех. Контактное поле коллинеарно вектору M и при насыщении постоянно по модулю. В работе ⁸⁹ изучался ненамагниченный Co при $T = 4,2$ К. При этом было найдено, что скорость релаксации $\Lambda \sim 10^6$ с⁻¹. Эксперименты с полностью намагниченным вдоль легкой оси образцом позволили бы выяснить причины, вызывающие релаксацию. По данным работ ^{82, 83} $B_{\text{конт}} = -10,6$ кГс. Как известно, в железе $4\pi M = 21,6$ кГс. Тогда легко видеть, что, увеличивая поле, можно добиться, чтобы в четырех порах поле оказалось равным нулю. При этом, очевидно, амплитуда прецессии уменьшится втрое и останется лишь одна частота. Если мюон остановился в тетрапоре, такое поле тоже существует, но, кроме того, существует поле, при котором амплитуда прецессии уменьшается в полтора раза.

В намагниченных до насыщения монокристаллах кобальта и железа имеется возможность измерить $B_{\text{конт}}$ и b' . Рассмотрим в качестве примера случай, когда монокристалл железа намагничен по оси $[100]$. Как было показано ранее, вектор b принимает в этом случае два значения в кристаллографически эквивалентных порах, направления b в порах коллинеарны. Тогда для определения b' имеем

$$b'(1) - b'(2) = b(1) - b(2), \quad b'(1) + 2b'(2) = 4\pi M. \quad (4.13)$$

При выводе системы (4.13) мы воспользовались свойством $a_{\alpha\alpha} = 4\pi$.

Вектор микрополя b известен из эксперимента. Макрополе известно, коль скоро известен размагничивающий фактор эллипсоида.

Из системы (4.13) и формулы (4.8) легко получить

$$\left. \begin{aligned} b'(1) &= \frac{2}{3} [b(1) - b(2) + 2\pi M], \\ b'(2) &= \frac{1}{3} [4\pi M - b(1) + b(2)], \\ B_{\text{конт}} &= -B + \frac{1}{3} [b(1) + 2b(2) + 8\pi M]. \end{aligned} \right\} \quad (4.14)$$

Заметим, что определение внутреннего дипольного поля можно производить, намагничивая монокристалл по любому направлению, например $[110]$. Для определения контактного поля в монокристаллах кобальта необходимо выбрать два направления намагничивания: по оси гексагональной решетки и произвольное — в плоскости базиса.

Сравнивая величины $b'(1)$ и $b'(2)$ с расчетными, можно оценить степень искажения междоузлия при внедрении мюона.

б) Возможности метода при исследовании деформаций кристаллических решеток

Покажем, что мюонный метод дает возможность изучать деформации кристаллических решеток никеля, кобальта и железа. Исследование деформаций и напряженного состояния решеток основывается на зависимости поля b' и частоты прецессии поляризации мюонов от деформации решетки

(табл. II). Изменение внутреннего поля при деформации решетки можно описать следующим образом. Компоненты тензора $a_{\alpha\beta}$ для деформирован-

Таблица II

Компоненты тензора $\Gamma_{\alpha\beta\gamma\delta}$ в различных порах

Тип решетки, пора	Γ_{xxxx}	Γ_{xxyy}	Γ_{xxzz}	Γ_{zzzz}
ОЦК, окта	-13,8	-5,60	19,40	-38,8
ОЦК, тетра	-14,2	16,90	-2,70	5,4
ГЦК, окта	-23,8	11,90	11,90	-23,8
ГЦК, тетра	12,0	-6,00	-6,00	12,0
ГПУ, окта	2,16	3,57	-5,73	11,5
ГПУ, тетра	-7,60	0,222	7,38	-14,8

ных решеток можно представить в виде суммы компонент тензора $a_{\alpha\beta}$ для недеформированных решеток и свертки некоторого тензора четвертого ранга $\Gamma_{\alpha\beta\gamma\delta}$ и тензора второго ранга относительных деформаций $\epsilon_{\gamma\delta}$:

$$\tilde{a}_{\alpha\beta} = a_{\alpha\beta} + \Gamma_{\alpha\beta\gamma\delta} \epsilon_{\gamma\delta}. \quad (4.15)$$

Используя формулы (4.7), (4.10) и (4.15) для частоты прецессии спина мюона ω , имеем

$$\omega^2 = \gamma^2 [B_\alpha - 4\pi M_\alpha + (B_{\text{конт}})_\alpha + a_{\alpha\beta} M_\beta + \Gamma_{\alpha\beta\gamma\delta} M_\beta \epsilon_{\gamma\delta}]^2. \quad (4.16)$$

Компоненты тензора $\Gamma_{\alpha\beta\gamma\delta}$ можно найти по формуле

$$\Gamma_{\alpha\beta\gamma\delta} = \sum_{l, k} \frac{\partial^4 |x - x \begin{pmatrix} l \\ k \end{pmatrix}|}{\partial x_\alpha \partial x_\beta \partial x_\gamma \partial x_\delta} \quad (4.17)$$

При этом обязательно должно выполняться условие

$$\Gamma_{\alpha\alpha\gamma\delta} \epsilon_{\gamma\delta} = 0. \quad (4.18)$$

В недеформированном никеле симметрия тензора $a_{\alpha\beta}$ кубическая. Если монокристалл никеля деформировать вдоль оси z , кубическая симметрия нарушается, и поле, действующее на мюон, зависит от угла между M и осью z при заданном значении M . В решетке никеля тензор $\Gamma_{\alpha\beta\gamma\delta}$ характеризуется осевой симметрией, т. е. имеют место свойства

$$\Gamma_{xxxx} = \Gamma_{yyyy} = \Gamma_{zzzz}, \quad \Gamma_{xxyy} = \Gamma_{xxzz} = \Gamma_{yyzz}, \quad \Gamma_{xxxy} = -2\Gamma_{xxyy}. \quad (4.19)$$

Покажем, что в решетках кобальта и железа деформация может приводить к изменению числа частот прецессии. Действительно, в этих металлах тензор $a_{\alpha\beta}$ обладает осевой симметрией. При деформации осевая симметрия может нарушаться, поскольку компоненты тензора $\Gamma_{\alpha\beta\gamma\delta}$ обладают следующими свойствами:

$$\Gamma_{xxxx} = \Gamma_{yyyy} \neq \Gamma_{zzzz}, \quad \Gamma_{xxzz} = \Gamma_{yyzz} \neq \Gamma_{xxyy}, \\ \Gamma_{xxxy} = -(\Gamma_{xxyy} + \Gamma_{xxzz}), \quad \Gamma_{zzzz} = -2\Gamma_{xxzz}. \quad (4.20)$$

Из формул (4.12) следует, что в деформированной решетке кобальта количество частот прецессии может измениться при попадании мюонов в октапору при любом направлении оси деформации, не совпадающим с осью гексагональной решетки, а деформация монокристалла железа вызывает изменение числа частот прецессии поляризации мюонов при их попадании

как в окта-, так и в тетрапору. Компоненты тензора $\Gamma_{\alpha\beta\gamma\delta}$ для пор ГЦК, ГПУ и ОЦК решеток приведены в табл. II.

В намагниченном по оси [100] и деформированном по оси [010] или [001] железе вместо двухчастотной прецессии появится трехчастотная и будут наблюдаться биения. Так, если вектор $\mathbf{P}(0)$ перпендикулярен полю $\mathbf{b} = b\mathbf{n}$, получаем, согласно (4.10) и (1.5), что

$$\begin{aligned} 3\mathbf{P}(t) = & \mathbf{P}(0) \cos \omega(1)t + [\mathbf{P}(0) \mathbf{n}(1)] \sin \omega(1)t + \\ & + 2(\mathbf{P}(0) \cos \omega(2)t + \\ & + [\mathbf{P}(0) \mathbf{n}(2)] \sin \omega(2)t \cos \Omega t, \end{aligned} \quad (4.21)$$

где

$$\omega(1) = \gamma_{\mu} [b(1) + \Gamma_{xxzz} M\varepsilon], \quad (4.22)$$

$$\omega(2) = \gamma_{\mu} \left[b(2) + \frac{1}{2} M\varepsilon (\Gamma_{xxzz} + \Gamma_{zzzz}) \right], \quad (4.23)$$

$$\Omega = \frac{1}{2} \gamma_{\mu} M\varepsilon (\Gamma_{xxzz} - \Gamma_{zzzz}). \quad (4.24)$$

Как указывалось выше, $b(1)$ и $b(2)$ можно определять из экспериментов по прецессии мюонов в недеформированных решетках.

Местоположение мюона в решетке никеля можно определить, учитывая, что компоненты тензора $\Gamma_{\alpha\beta\gamma\delta}$ в окта- и тетрапорах имеют разный знак. Например, если намагнитить никель вдоль оси z и деформировать его вдоль той же оси, то поле в октапоре убывает, в тетрапоре — возрастает. Для определения типа междоузлия в кобальте кристалл необходимо деформировать вдоль оси решетки, не совпадающей с осью z . Тогда, если при деформации наблюдаются биения, междоузлие — октаэдрическое, если прецессия при любом направлении деформации одночастотна, — тетраэдрическое. В частности, если монокристалл кобальта деформирован по оси, лежащей в плоскости базиса (ось x), намагничен по той же оси и поляризация $\mathbf{P}(0)$ направлена по оси z , то при попадании мюона в октапору

$$3\mathbf{P}(t) = (1 + 2 \cos \Omega t) [\mathbf{P}(0) \cos \omega t + [\mathbf{P}(0) \mathbf{n}] \sin \omega t], \quad (4.25)$$

где $\omega = \gamma_{\mu} b$, $\mathbf{n} = \mathbf{b}/b$, $8\Omega = 3\gamma_{\mu} (\Gamma_{xxxx} - \Gamma_{xxyy}) M\varepsilon$.

в) Определение магнитной текстуры

Покажем теперь, что мюонный метод позволяет изучить крайне важный для прикладных целей вопрос о магнитной текстуре трансформаторных сталей.

В нетекстурованных ненамагниченных материалах разброс модуля магнитного поля не зависит от направления. Если текстура материала имеет кубическую симметрию, симметрию типа «легкая плоскость» и квадрата, распределение поля, как правило, имеет аналогичную симметрию. Поэтому в данных материалах можно считать $W(\mathbf{b}) = W(b)W(\mathbf{n})$, а вектор \mathbf{M} коллинеарен осям легкого намагничивания. Из геометрических соображений следует, что направления главных осей тензора $\langle n_{\alpha} n_{\beta} \rangle$ в никеле и железе совпадают с осями [100], [010] и [001]. В монокристаллах кобальта одна из главных осей совпадает с осью гексагональной решетки, а две другие могут быть выбраны произвольно. Для отличных от нуля компонент тензора $\mu_{\alpha\beta}(t)$ в этих осях получаем (см. (1.7))

$$\begin{aligned} 2\mu_{xx}(t) = 2\mu_{yy}(t) = & 1 - \langle n_z^2 \rangle + (1 + \langle n_z^2 \rangle) \mu(t), \\ \mu_{zz}(t) = & \langle n_z^2 \rangle + (1 - \langle n_z^2 \rangle) \mu(t), \end{aligned} \quad (4.26)$$

где

$$\mu(t) = \langle \cos \omega t \rangle. \quad (4.27)$$

Если предположить, что

$$W(b) = \sum_m \frac{W(m) b^2}{(2\pi)^{3/2}} \exp \left[-\frac{(b - \langle b(m) \rangle)^2}{2\delta b^2} \right], \quad (4.28)$$

где $W(m)$ — вероятность попадания мюона в пору со средним значением модуля поля $\langle b(m) \rangle$, то функция $\mu(t)$ имеет вид

$$\mu(t) = \sum_m W(m) \cos \gamma_\mu \langle b(m) \rangle t \exp \left(-\frac{1}{2} \gamma_\mu^2 \delta b^2 t^2 \right). \quad (4.29)$$

В никеле и кобальте модуль поля b принимает единственное значение, поэтому $W = 1$, в немагнитном железе $W(1) = 1/3$, $W(2) = 2/3$.

Для нетекстурованных монокристаллов Ni и Co, для материалов обладающих кубической симметрией магнитной текстуры, а также для поликристаллических образцов $\langle n_z^2 \rangle = 1/3$, и, согласно (4.26), (1.5) и (1.9), поляризация мюонов $\mathbf{P}(t)$ по направлению совпадает с начальной поляризацией, причем

$$\mathbf{P}^c = \frac{1}{3} \mathbf{P}(0), \quad \mathbf{P}^v(t) = \frac{2}{3} \mathbf{P}(0) \mu(t). \quad (4.30)$$

В случае, когда имеет место симметрия типа «легкая плоскость» или симметрия квадрата, $\langle n_z^2 \rangle = 0$ и начальная поляризация лежит в плоскости xu , имеем

$$\mathbf{P}^c = \frac{1}{2} \mathbf{P}(0), \quad \mathbf{P}^v(t) = \frac{1}{2} \mathbf{P}(0) \mu(t), \quad (4.31)$$

а когда начальная поляризация параллельна оси z :

$$\mathbf{P}^c = 0, \quad \mathbf{P}^v(t) = \mathbf{P}(0) \mu(t). \quad (4.32)$$

Доменная структура с симметрией квадрата наблюдалась нейтроно-оптическим методом в немагнитных монокристаллах кремнистого железа, имеющих форму цилиндра, вырезанного по оси [100], авторами работы¹⁴⁷, в которой также показано, что при наложении внешнего поля по оси цилиндра происходит вращение вектора намагниченности доменов. Следует отметить, что при вращении вектора намагниченности меняется значение $\langle n_z^2 \rangle$ и частот прецессии спина мюонов, при этом, если намагниченность параллельна оси [111], все три частоты совпадают и должна наблюдаться одночастотная прецессия, а при намагничивании по оси [110] — двухчастотная прецессия.

В случае одноосно текстурованных немагнитных материалов поведение поляризации мюонов описывается формулой

$$\mathbf{P}^c = \langle n_z^2 \rangle \mathbf{P}(0), \quad \mathbf{P}^v(t) = \mathbf{P}(0) (1 - \langle n_z^2 \rangle) \mu(t), \quad (4.33)$$

когда начальная поляризация параллельна оси текстуры z , и формулой

$$\mathbf{P}^c = \frac{1}{2} (1 - \langle n_z^2 \rangle) \mathbf{P}(0), \quad \mathbf{P}^v(t) = \frac{1}{2} (1 + \langle n_z^2 \rangle) \mathbf{P}(0) \mu(t), \quad (4.34)$$

когда начальная поляризация перпендикулярна оси текстуры.

Итак, мюонный метод дает простой способ определения осей текстуры и распределения внутренних полей в ферромагнитных материалах. Эта перспектива особо актуальна для анализа магнитной текстуры трансформаторных сталей.

г) Д и ф ф у з и я м ю о н о в в м о н о к р и с т а л л а х ж е л е з а

Рассмотрим диффузию мюонов в монокристаллах железа, намагниченных вдоль оси [001] и вдоль главной диагонали куба [111]. При намагничивании вдоль легкой оси [001] поле \mathbf{b} принимает два различных значения как в окта-, так и в тетрапорах. Далее для определенности считаем, что мюоны находятся и диффундируют по октапорам.

Рассмотрим сначала случай, когда намагниченность направлена по оси [001]. При этом внутренние поля имеют два различных значения: \mathbf{b} (1) в поре O_1 и \mathbf{b} (2) в поре O_2 и O_3 (см. рис. 6). Очевидно, что $W(1) = 1/3$

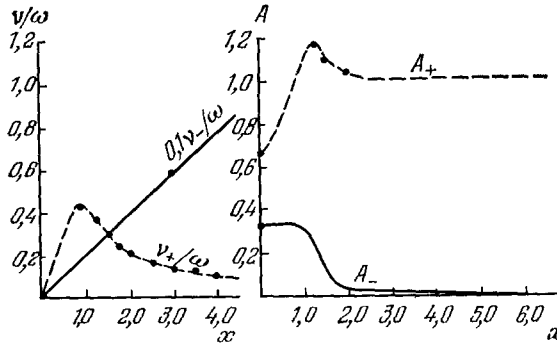


Рис. 7. Зависимости ν_{\pm} и A_{\pm} от x ($\omega = \frac{\omega(1) - \omega(2)}{2}$)

и $W(2) = 2/3$. Если считать, что мюон «прыгает» только в ближайшую пору, то $\lambda_{12} = \lambda/2$, $\lambda_{21} = \lambda$, где λ — частота скачков по междоузлиям.

Поля \mathbf{b} (1) и \mathbf{b} (2) направлены по оси z , поэтому P_z не изменяется, а для поперечной компоненты P_{\pm} из системы (2.2) можно получить^{11a}

$$P_{\pm}(t) = (A_{\pm} e^{-(\nu_{\pm} - i\omega_{\pm})t} + A_{\mp} e^{-(\nu_{\mp} - i\omega_{\mp})t}) P_{\pm}(0); \quad (4.35)$$

здесь

$$\left. \begin{aligned} A_{\pm} &= \frac{1}{2} \{1 \pm [x + i(W(2) - W(1))] z^{-1}\}, \\ z &= z' + iz'' = \sqrt{x^2 - 1 + 2ix \frac{\lambda_{21} - \lambda_{12}}{\lambda_{21} + \lambda_{12}}}, \quad z' > 0, \\ x &= (\lambda_{12} + \lambda_{21}) [\omega(1) - \omega(2)]^{-1} = [\omega(1) - \omega(2)]^{-1} 3\lambda/2, \\ \omega(1) &= \gamma_{\mu} b_z(1), \quad \omega(2) = \gamma_{\mu} b_z(2), \\ \nu_{\pm} &= -\frac{1}{2} [\omega(1) - \omega(2)] (x \mp z'), \\ \omega_{\pm} &= -\frac{1}{2} [\omega(1) + \omega(2)] \pm \frac{1}{2} [\omega(1) - \omega(2)] z''. \end{aligned} \right\} \quad (4.36)$$

Скорости релаксации приведены на рис. 7. Видно, что при всех x величина ν_{-} в несколько раз больше, чем ν_{+} , и поэтому основной вклад в поляризацию вносит первое слагаемое в формуле (4.35). При $x \approx 0,9\nu_{+}$ имеет максимум, т. е. максимально быстрая деполяризация должна наблюдаться при $\lambda \approx 0,6 [\omega(1) - \omega(2)]$.

В предельных случаях быстрой ($x \gg 1$) и медленной диффузии выражения (4.35) и (4.36) упрощаются и для поляризации получаем простые ответы. В первом случае

$$P_{+}(t) = \exp(-i\langle\omega\rangle t) \exp(-\Lambda_2 t) P_{+}(0), \quad (4.37)$$

где

$$\langle \omega \rangle = \frac{\omega(1)\lambda_{12} + \omega(2)\lambda_{21}}{\lambda_{12} + \lambda_{21}} = W(1)\omega(1) + W(2)\omega(2),$$

$$\Lambda_2 = [\omega(1) - \omega(2)]^2 \frac{\lambda_{12}\lambda_{21}}{(\lambda_{12} + \lambda_{21})^2} \frac{1}{\lambda} \approx \frac{4}{27} [\omega(1) - \omega(2)]^2 \lambda^{-1}. \quad (4.38)$$

При медленной диффузии ($x \ll 1$)

$$P_+(t) = \left\{ \frac{1}{3} \exp \left[- \left(i\omega(1) + \frac{2}{3} \lambda \right) t \right] + \right. \\ \left. + 2 \exp \left[- \left(i\omega(2) + \frac{\lambda}{3} \right) t \right] \right\} P_+(0), \quad (4.39)$$

т. е. должна наблюдаться двухчастотная прецессия с двумя временами релаксации, пропорциональными скорости диффузии.

В случае, когда намагниченность направлена по оси [111], в октаэдрах существуют три различных по направлению, но одинаковых по модулю значения микрополя. При $\lambda \gg \omega$ (быстрая диффузия, $\omega = \gamma_\mu b$) в системе координат, ось Z которой направлена по оси [111], находим

$$P_z(t) = P_z(0) \exp(-\Lambda_1 t), \quad (4.40)$$

$$P_+(t) = P_+(0) \exp \left[- \left(i \langle \omega \rangle + \frac{1}{2} \Lambda_1 \right) t \right], \quad (4.41)$$

где

$$\langle \omega \rangle = \frac{1}{3} \gamma_\mu |\mathbf{b}(1) + \mathbf{b}(2) + \mathbf{b}(3)| = \gamma_\mu b_z, \quad \Lambda_1 = \gamma_\mu^2 b_z^2 \lambda^{-1}. \quad (4.42)$$

При медленной диффузии

$$P_z(t) = \left\{ \cos^2 \theta \exp \left(- \sin^2 \theta \cdot \frac{3}{2} \lambda t \right) + \right. \\ \left. + \sin^2 \theta \cos \omega t \cdot \exp \left[- \frac{3}{4} (1 + \cos^2 \theta) \lambda t \right] \right\} P_z(0). \quad (4.43)$$

Здесь θ — угол между направлением [111] и микрополем, определяемый формулой (4.12). Естественно, при $\lambda \rightarrow 0$ выражение (4.43) переходит в формулу (4.11).

В железе характерные микрополя имеют порядок нескольких килогаусс и соответственно максимум релаксации следует ожидать при $\lambda \sim 10^9 \text{ с}^{-1}$. Данные по диффузии водорода в железе дают $\lambda = \lambda_0 \exp(-\varphi/T)$, где $\lambda_0 = 10^{11} - 10^{13} \text{ с}^{-1}$, а активационный барьер $\varphi = 500 - 1000 \text{ К}$. Поэтому при комнатных температурах для водорода $\lambda \sim 10^{11} \text{ с}^{-1}$. Отсюда следует, что при низких температурах (порядка гелиевой) можно практически полностью подавить надбарьерную диффузию, и единственно возможной остается так называемая квантовая диффузия, теория которой была развита в работах ¹⁴⁹⁻¹⁵¹. Поскольку в полностью намагниченных монокристаллах железа значения внутренних магнитных полей могут быть точно измерены ⁸⁵, причем отсутствует стохастический разброс как по величине, так и по направлению, они представляются идеальным объектом для исследования диффузии мюонов, в частности, для изучения квантовой диффузии. Наличие максимума в скорости релаксации также существенно облегчает анализ, интерпретацию и идентификацию причины затухания.

д) Использование метода для исследования
редкоземельных металлов

Перейдем теперь к краткому описанию возможностей мюонного метода при исследовании редкоземельных металлов (РЗМ). Применительно к РЗМ мюонный метод вызывает особый интерес. Действительно, хотя имеется прямой метод изучения магнитных структур РЗМ — нейтронография, однако ввиду сложного характера этих структур расшифровка данных нейтронографии для многих случаев вызывает дискуссии¹⁵². Подробный анализ всей проблемы дан в монографии¹⁵².

Представляется, что мюонный метод есть наиболее прямой способ идентификации магнитных структур РЗМ. Естественно, эксперименты желательно проводить на монокристаллических образцах, но, как показывает эксперимент¹⁵³, для простейших структур интересные данные можно получить и в поликристаллах. Сейчас опубликовано несколько экспериментальных работ^{90, 92, 93, 96-101} и дано чисто качественное объяснение поведения частоты прецессии как функции температуры в РЗМ. Пока еще не проведен расчет дипольных полей в кристаллографически возможных породах даже для простейших магнитных структур и тем более для сложных антиферромагнитных структур РЗМ. Для простейших структур с постоянными как по величине, так и по направлению магнитными моментами всех атомов решетки дипольное поле легко рассчитывается с помощью изложенной выше теории. Такими структурами, вероятно, обладают: Dy при $T < 85$ K, Gd при температуре ниже 293 K, Tb при температуре ниже 221 K. Эти металлы имеют несколько искаженную ГПУ решетку, и для расчета дипольных полей можно воспользоваться результатами вычисления тензора $a_{\alpha\beta}$, приведенными в табл. I. Для ГПУ решеток компоненты тензора определяются только соотношением c/a ; максимальное отклонение этого соотношения от $c_0/a_0 = 1,633$ в идеальной ГПУ во всех РЗМ меньше чем 4%, т. е. все они описываются как слабо деформированная по C -оси решетка ГПУ: $\epsilon_{zz} = (c - c_0)/c_0 = 0,6124 (c/a - 1,633)$. Используя формулу (4.13) и значения $a_{\alpha\beta}$ и Γ_{zzzz} из табл. II, имеем для величины Δ

$$\Delta = a_{xx} - \frac{4\pi}{3} = -\frac{1}{2} \left(a_{zz} - \frac{4\pi}{3} \right) =$$

$$= \begin{cases} 0,0514 + 3,509 \left(1,633 - \frac{c}{a} \right) & \text{для октапоры,} \\ -0,107 - 4,53 \left(1,633 - \frac{c}{a} \right) & \text{для тетрапоры.} \end{cases} \quad (4.44)$$

Заметим, что величина Δ , приведенная в работах^{90, 92}, неверна. Соответственно ошибочны и графики для дипольных полей на мюоне в окта- и тетрапорах.

Зная дипольные поля и намагниченность домена, можно оценить контактные поля на мюоне. Как показывает эксперимент в Gd, результирующее поле на мюоне порядка 1 кГс. Для точного определения контактных полей и выяснения положения мюона в решетке следует проводить измерения в однородно намагниченных и в деформированных монокристаллах. Подробно возможности аналогичных экспериментов уже обсуждались для Fe. В РЗМ, так же как и в Co, поле H от соседних доменов в ненамагниченном образце скорее всего может проникать в домен, где остановился мюон, что приведет к разбросу полей в домене и затуханию амплитуды осцилляций поляризации. По этой причине должна наблюдаться большая скорость затухания в поликристаллических образцах. Из-за сравнительно

больших констант магнитной анизотропии скорость релаксации будет расти при увеличении внешнего поля, что и наблюдалось на эксперименте⁹⁶.

Кратко проиллюстрируем возможности метода, рассмотрев качественные особенности поведения дипольных полей в РЗМ (с ГПУ структурой), у которых при переходе от одной гексагональной плоскости к другой векторы магнитных моментов атомов разворачиваются на угол φ вокруг гексагональной оси (ось z), оставаясь постоянными по модулю. Из ферромагнетиков такой структуры (коническая спираль) обладают Ho и Er при $T < 20\text{K}$, а также Tb, Dy и Ho в антиферромагнитном состоянии (спираль в базисной плоскости)¹⁵². Поскольку магнитный момент атомов изменяется в пределах одной кристаллической ячейки, формулу (4.2) для дипольного поля следует писать в виде

$$(b_r)_\alpha = \sum_{l, k} \frac{\partial^2}{\partial x_\alpha \partial x_\beta} \frac{1}{|\mathbf{x} - \mathbf{x}^{(l)}_k|} M_\beta^a \left(\begin{smallmatrix} l \\ k \end{smallmatrix} \right). \quad (4.45)$$

В рассматриваемом случае вектор $M_\beta^a \left(\begin{smallmatrix} l \\ k \end{smallmatrix} \right)$ постоянен в каждой гексагональной плоскости, и потому его направление будет зависеть только от индекса h , определяющего номер плоскости. Поэтому в формуле (4.45) удобно изменить порядок суммирования, проводя его сначала по каждой плоскости. Очевидно, что компонента M_z^a вообще не зависит от h . Поперечные компоненты удобно записать в виде

$$M_+^a(h) = M_x^a(h) + iM_y^a(h) = M_+^a(0) e^{i\varphi}. \quad (4.46)$$

Из формулы (4.45) легко видеть, что в порах, расположенных на гексагональных осях симметрии, единственной отличной от нуля компонентой дипольного поля, пропорциональной M_z^a , будет $b'_z = a_{zz} M_z^a v$. Здесь v — удельный объем, а a_{zz} определяется формулой (4.44). Из формул (4.45) и (4.46) следует, что

$$b_+(h) = va(\varphi) M_+^a(0) e^{ih\varphi}. \quad (4.47)$$

Для конической спиральной структуры, у которой магнитный момент атома образует угол θ с гексагональной осью, магнитное поле в поре наклонено к этой оси на угол θ' : $\cos \theta' = b_z/b$, $b = \sqrt{b_z^2 + a^2(\varphi) M_+^{a2} v^2}$, и после усреднения по всем порам одного сорта (для простоты, как обычно, считаем, что мюон застревает в порах одного типа), согласно формуле (1.7), для отличных от нуля компонент тензора $\mu_{\alpha\beta}(t)$, определяющего поведение поляризации, имеем без учета затухания

$$\begin{aligned} \mu_{xx}(t) &= \mu_{yy}(t) = 1/2 [\sin^2 \theta' + (1 + \cos^2 \theta') \cos \omega t], \\ \mu_{zz}(t) &= \cos^2 \theta' + \sin^2 \theta' \cos \omega t. \end{aligned} \quad (4.48)$$

В частном случае — структура типа спираль в базисной плоскости — поляризация задается аналогичными формулами (4.31) и (4.32), которые описывают магнитную текстуру типа «легкая плоскость». Таким образом, при изменении направления начальной поляризации мюона $P(0)$ по отношению к C -оси будет меняться соотношение сохраняющейся и осциллирующей частей поляризации спина мюона, и тем самым появляется возможность измерять угол θ .

Другая ситуация имеет место в антиферромагнитном Cr, в котором магнитная структура типа «волн спиновой плотности» с периодом в 58 постоянных решетки. При отсутствии диффузии должна была бы наблюдаться полная деполяризация из-за большого выбора частот прецессии. Однако как в Fe, так и в Cr с ОЦК структурой диффузия играет существен-

ную роль вплоть до нескольких градусов К, и наблюдается ⁹⁸ прецессия в поле, близком к внешнему. Дипольные поля вызывают достаточно быстрое затухание: скорость релаксации $\Lambda \sim 10^7 \text{ с}^{-1}$ и резко падает при переходе Сг в парамагнитное состояние.

Следует особо подчеркнуть, что скорость релаксации Λ в мюонном методе весьма чувствительна к магнитным фазовым переходам. Так, в РЗМ наблюдались антиферромагнитные переходы при температуре Нееля, а в Сг удалось четко проследить фазовый переход между состояниями с двумя типами «волн спиновой плотности».

е) М ю о н и й в ф е р р о м а г н и т н ы х м е т а л л а х

Сейчас нет прямых указаний на то, что атом Ми в ферромагнитных металлах существует. Отметим, однако, что результаты работ ^{92, 94, 109} в принципе могут быть интерпретированы с помощью гипотезы об образовании атома Ми в железе. Наблюдаемая зависимость поля $b(T)$ на мюоне от температуры не совпадала с известной бриллюэновской функцией $B_S(T)$, т. е. контактное поле на мюоне изменялось с T непропорционально намагниченности. Для Fe, например, отклонение достигает 30%. Именно это, вообще говоря, должно иметь место, если образовался атом Ми. Электрон мюония в ферромагнетике в результате сильных обменных взаимодействий с электронами металла может оказаться сильно поляризован. В соответствии со сказанным в гл. 2 тогда на мюоне наводится добавочное поле $\Delta B = -\hbar\omega_{\text{ом}}P_e/2\mu_\mu$. Поляризация электрона $P_e = \text{th}(\mu_e H_{\text{об}}/T)$, где $H_{\text{об}}$ — эффективное результирующее обменное поле, создаваемое s - и d -электронами ферромагнетика на электроны мюония. Очевидно, можно считать, что $H_{\text{об}} \propto M(T)$. Отметим, что аналогичное рассмотрение для ионов Ми в Fe проведено в работах ^{154, 155}.

Контактное поле s -электронов на мюоне также определяется функцией Бриллюэна $B_K(T) = B_K(0) B_S(T)$, и окончательно получаем для поля $b(T)$ на мюоне

$$b(T) = \left[\frac{4\pi}{3} M(0) + B_K(0) \right] B_S(T) - \frac{\hbar\omega_{\text{ом}}}{2\mu_\mu} \text{th} \frac{T_{\text{об}}}{TB_S(T)}. \quad (4.49)$$

Здесь $T_{\text{об}}$ определяется обменными интегралами. Примерная оценка $\omega_{\text{ом}}$ и $T_{\text{об}}$ по данным работ ⁹⁴ приводит к разумным значениям: $\hbar\omega_{\text{ом}}/2\mu_\mu \approx 10 \text{ кГс}$, $T_{\text{об}} \sim 3000 \text{ К}$. Представляет также интерес провести эксперименты во внешних полях больших поля насыщения. Тогда в правую часть формулы (4.49) добавится внешнее поле.

Отклонение от бриллюэновского закона у контактных полей наблюдается и в других ферромагнетиках, однако пока нет серьезных оснований связывать эти отклонения с существованием Ми в этих металлах, хотя забывать о такой возможности не следует. Заметим в заключение, что особый интерес представляют поиски мюония в ферритах и антиферромагнитных диэлектриках.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В этой работе мы рассмотрели только круг вопросов, связанный с применением мюонного метода для изучения металлов, оставив, таким образом, в стороне прочие многочисленные возможности. Уже первые результаты мюонного метода по исследованию металлов показывают, что экспериментальная физика получила новый инструмент, позволяющий изучать внутренние магнитные поля в металлах, различные фазовые переходы, свойства сверхпроводящего состояния, квадрупольные взаимодействия, деформации кристаллической решетки при попадании мюона

в междоузлии, квантовую и классическую диффузию мюона по решетке, зарядовое состояние мюона (протона) и ряд других вопросов физики металлов.

Особо отметим, что для ферромагнитных металлов мюонный метод по своим возможностям, видимо, превосходит существующие.

Исследования только начаты, и широкий круг проблем, доступных мюонному методу, еще не затронут. Можно указать, например, на вопросы, связанные с эффектом де Гааза — ван Альфена, топологией поверхности Ферми, потенциальным рельефом внутрикристаллических полей, природой радиационных повреждений и дефектов в металлах и, наконец, с изучением поверхностных свойств металлов, процессов катализа и адсорбции.

Московский физико-технический институт,
Долгопрудный (Московская обл.)
Институт атомной энергии
им. И. В. Курчатова

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Garvin R. L., Lederman L. M., Weinrich M.—Phys. Rev., 1956, v. 105, p. 1415.
2. Friedman J. I., Telegdi V. L. — Ibid., p. 1681.
3. Lee T. D., Yang C. M.— Ibid., 1956, v. 104, p. 254.
4. Ву Цзянь-сюн. Нейтрино.— В кн. Теоретическая физика 20 века.— М.: ИЛ, 1962.
5. Ли Ц., Ву Ц. Слабые взаимодействия.— М.: Мир, 1986.
6. Вайсенберг А. О. Мю-мезон.— М.: Наука, 1964.
7. Окунь Л. Б. Слабое взаимодействие элементарных частиц.— М.: Физматгиз, 1963.
8. Ахманов В. В., Гуревич И. И., Дотрецов Ю. П., Макарьина Л. А., Мишакова А. П., Никольский Б. А., Соколов Б. В., Суркова Л. В., Шестаков В. Д.— ЯФ, 1967, т. 6, с. 316.
9. Friedman J., Telegdi V.— Phys. Rev., 1957, v. 106, p. 1290.
10. Ogear J., Harris G., Bierman E.— Ibid., 1957, v. 107, p. 322.
11. Носов В. Г., Яковлева И. В.— ЖЭТФ, 1962, т. 43, с. 1751.
12. Ивантер И. Г., Смилга В. П.— ЖЭТФ, 1968, т. 54, с. 559.
13. Ивантер И. Г., Смилга В. П.— ЖЭТФ, 1968, т. 55, с. 1521.
14. Ивантер И. Г., Смилга В. П.— ЖЭТФ, 1971, т. 60, с. 1985.
15. Ивантер И. Г., Смилга В. П.— ЖЭТФ, 1971, т. 61, с. 2176.
16. Ивантер И. Г., Смилга В. П. Препринт ИАЭ-2123.— Москва: 1971.
17. Ebisuzaki J., O'Keefe M.— Progr. Sol. State Chem., 1967, v. 4, p. 187.
18. Готт Ю. В., Явлинский Ю. Н. Взаимодействие медленных частиц с веществом и диагностика плазмы.— М.: Атомиздат, 1973.
19. Гольдшмидт Х. Дж. Сплавы внедрения. Т. 2.— М.: Мир, 1971.
20. Sachs R. G., Goerert-Mayer M.— Phys. Rev., 1938, v. 53, p. 991.
21. Mott N. F.— Proc. Cambr. Phil. Soc., 1936, v. 32, p. 281.
22. Isenberg I.— Phys. Rev., 1950, v. 79, p. 736.
23. Lauzer J.— Ibid., 1963, v. 129, p. 897.
24. Fridel J.— Ber. Bunsenges phys. Chem., 1972, Bd. 76, S. 828.
25. Соловьев Г. С.— ДАН СССР, 1973, т. 208, с. 1325.
26. Соловьев Г. С.— ЖЭТФ, 1975, т. 68, с. 1324.
27. Гребинник В. Г., Гуревич И. И., Жуков В. А., Ивантер И. Г., Маныч А. П., Никольский Б. А., Селиванов В. И., Суетин В. А.— Письма ЖЭТФ, 1975, т. 22, с. 36.
28. Гребинник В. Г., Гуревич И. И., Жуков В. А., Ивантер И. Г., Маныч А. П., Никольский Б. А., Селиванов В. И., Суетин В. А.— ЖЭТФ, 1976, т. 23, с. 11.
29. Переломов А. М.— ЖЭТФ, 96, т. 40, с. 1418.
30. Нарат А.— В кн. Сверхтонкие взаимодействия в твердых телах.— М.: Мир, 1970.
31. Schenck A.— μ SR Newslett., 1977, No. 14, p. 341.
32. Микаэлян А. Л., Смилга В. П.— В кн. Материалы XIII Зимней школы ЛИАФ.— Л.: ЛИАФ СССР, 1978.
33. Абрагам А. Ядерный магнетизм.— М.: ИЛ, 1963.

34. Hartmann O.— *Phys. Rev. Lett.*, 1977, v. 39, p. 832.
35. Селиванов В. И.— Автореф. кандидат. диссертации.— Москва, ИАЭ, 1971.
36. Samani M., Gyga F. N., Rüegg W., Schenck A., Schilling H.— *Phys. Rev. Lett.*, 1977, v. 39, p. 836.
37. Дидык А. Ю., Юшанхай В. Ю. Сообщения ОИЯИ 14-10807.— Дубна: 1977.
38. Гребинник В. Г., Гуревич И. И., Жуков В. А., Маныч А. П., Мелешко Е. А., Муратова И. А., Никольский Б. А., Селиванов В. И., Суетин В. А.— *ЖЭТФ*, 1975, т. 68, с. 1548.
39. Барышевский В. Г., Кутень С. А.— *ФТТ*, 1976, т. 18, с. 2873.
40. Дидык А. Ю., Шестаков В. Л., Юшанхай В. Ю.— Сообщения ОИЯИ P14-10656.— Дубна: 1977.
41. Файн В. М. Фотоны и нелинейные среды.— М.: Сов. радио, 1972.
42. Гребинник В. Г., Гуревич И. И., Жуков В. А., Климов А. И., Майоров В. Н., Маныч А. П., Мельников Е. В., Никольский Б. А., Пирогов А. В., Пономарев А. Н., Селиванов В. И., Суетин В. А.— Письма *ЖЭТФ*, 1977, т. 25, с. 322.
43. Lankford N. F., Birnbaum H. K., Fiory A. T., Murnick R. P., Kynn K. G., Stropach C. E., Bieman L. H., Kossler W. J., Lindemuth J.— *μSR Newslett*; 1977, No. 14, p. 303.
44. Birnbaum H. K., Samani M., Fiory A. T., Gyga F. N., Kossler W. J., Rüegg W., Schenck A., Schilling H.— *Ibid.*, 1978, No. 16, p. 446.
45. Dorenburg K., Gladish M., Kerlach D., Metz H., Orth H.— *SIN Phys. Rep.*, 1977, No. 28, p. 65.
46. Гребинник В. Г., Гуревич И. И., Жуков В. А., Климов А. И., Маныч А. П., Майоров В. Н., Мельников Е. В., Никольский Б. А., Пирогов А. В., Пономарев А. Н., Селиванов В. И., Суетин В. А.— В кн. *Мезоны в веществе*.— Дубна: ОИЯИ, 1977.— С. 272.
47. Ивантер И. Г.— *ЖЭТФ*, 1972, т. 63, с. 1873.
48. Барышевский В. Г., Ивашин А. В.— *ЖЭТФ*, 1973, т. 65, с. 1467.
49. Белоусов Ю. М., Горелкин В. Н., Смилга В. П.— *ЖЭТФ*, 1977, т. 72, с. 2189.
50. Bolling L., Hanson R., Pipkin F.— *Phys. Rev. Ser. A*, 1964, v. 133, p. 607.
51. Narath A.— *Phys. Scripta*, 1975, v. 11, p. 237.
52. Götze W., Wölfe P.— *J. Low Temp. Phys.*, 1971, v. 16, p. 37.
53. Абрикосов А. А. Введение в теорию нормальных металлов.— М.: Наука, 1972.
54. Киттель Ч. Квантовая теория твердых тел.— М.: Наука, 1972.
55. Александров И. В. Теория магнитной релаксации.— М.: Наука, 1975.
56. Винтер Ж. Магнитный резонанс в металлах.— М.: Мир, 1976.
57. Левин А. Х.— *ФТТ*, 1969, т. 11, с. 3064.
58. Ishii H., Yosida K.— *Progr. Theor. Phys.*, 1967, v. 38, p. 61.
59. Белоусов Ю. М., Горелкин В. Н., Смилга В. П.— *ЖЭТФ*, 1978, т. 74, с. 629.
60. Hartmann O., Karlson E., O'Norlin L.-O., Pernestal K., Borghini M., Niinikoski T.— *μSR Newslett.*, 1977, No. 14, p. 326.
61. Ивантер И. Г.— *ЖЭТФ*, 1977, т. 73, с. 1639.
62. Смилга В. П.— В кн. *Лекции 7-й школы МИФИ*.— М.: МИФИ, 1976.
63. Горелкин В. Н., Милосердин В. Ю., Смилга В. П. Препринт ЛИЯФ № 270.— Ленинград: 1976.
64. Буккель В. Сверхпроводимость.— М.: Мир, 1976.
65. Riblet G., Winzler K.— *Phys. Rev. Lett.*, 1972, v. 29, p. 329.
66. Кембелл А., Иветс Д. Критические токи в сверхпроводниках.— М.: Мир, 1975.
67. Алексеевский Н. Е. Предисловие к книге ⁶⁴.
68. Абрикосов А. А.— *ЖЭТФ*, 1957, т. 32, с. 1442.
69. Shawlaw A. L., Mattias B. T., Lewis H. W., Devin G. E.— *Phys. Rev.*, 1954, v. 95, 1345.
70. Ивантер И. Г., Смилга В. П.— *ЖЭТФ*, 1968, т. 55, с. 548.
71. Fiory A. T., Murnick D. E., Leventhal M., Kossler W. J.— *Phys. Rev. Lett.*, 1975, v. 33, p. 969.
72. Murnick D. E.— *Phys. Scripta*, 1975, v. 11, p. 140.
73. Ulmaier H.— *Comm. Sol. State Phys.*, 1973, v. 5, p. 81.
74. Шрифер Дж. Теория сверхпроводимости.— М.: Мир, 1970.
75. Линтон Э. Сверхпроводимость.— М.: Мир, 1971.
76. Роуз-Инн А., Родерик Е. Введение в физику сверхпроводимости.— М.: Мир, 1972.

77. Горелкин В. Н., Смилга В. П.— ЖЭТФ, 1975, т. 69, с. 949.
78. Горелкин В. Н., Смилга В. П.— ЖЭТФ, 1974, т. 66, с. 1201.
79. Foy M. L. G., Heiman N., Kossler W. J., Stonack C. E.,— Phys. Rev. Lett., 1973, v. 30, p. 1064.
80. Гуревич И. И., Климов А. И., Майоров В. Н., Мелешко Е. А., Никольский Б. А., Роганов В. С., Селиванов В. И., Суетин В. А.— Письма ЖЭТФ, 1973, т. 18, с. 564.
81. Гуревич И. И., Климов А. И., Майоров В. Н., Мелешко Е. А., Муратова И. А., Никольский Б. А., Роганов В. С., Селиванов В. И., Суетин В. А.— ЖЭТФ, 1974, т. 66, с. 374.
82. Kossler W. J.— In: Intern. Meeting on High Energy Physics.— 1974. 20-8.
83. Гуревич И. И., Климов А. И., Майоров В. Н., Мелешко Е. А., Никольский Б. А., Роганов В. С., Селиванов В. И., Суетин В. А.— Письма ЖЭТФ, 1974, т. 20, с. 558.
84. Patterson B. D., Crowe K. M., Gyga F. N., Johnson R. F., Portis A. M., Brewer J. H.— Phys. Lett. Ser. A, 1974, v. 46, p. 453.
85. Гуревич И. И., Климов А. И., Майоров В. Н., Мелешко Е. А., Никольский Б. А., Селиванов В. И., Суетин В. А.— ЖЭТФ, 1975, т. 69, с. 439.
86. Samani M., Gyga F. N., Rüegg W., Schenck A., Shilling H.— Phys. Lett. Ser. A, 1977, v. 60, p. 439.
87. Samani M., Gyga F. N., Rüegg W., Schenck A., Shilling H.— μ SR Newslett., 1977, No. 12, p. 235.
88. Nagamine K., Nagamiya S., Hashimoto O., Nishida N., Yamazaki T., Patterson B. D.— Hyp. Interact., 1976, v. 1, p. 517.
89. Graf H., Kündig W., Patterson B. D., Reichart W., Roggwiler P., Samani M., Gyga F. N., Rüegg W., Schenck A., Schilling H., Meier P. F.— Phys. Rev. Lett., 1976, v. 37, p. 1644.
90. Nishida N., Nagamine K., Hayano R. S., Yamazaki T., Fleming P. G., Duncan R. A. et al.— μ SR Newslett., 1977, No. 14, p. 294.
91. Patterson B. D., Nagamine K., Pucci C. A., Portis A. M.— Ibid., p. 51.
92. Patterson B. D., Graf H., Kündig W., Meier P. F.— Ibid., Приложение.
93. Graf H., Kündig W., Patterson B. D., Reichart W., Roggwiler P., Samani M., Gyga F. N., Rüegg W., Schenck A., Schilling H.— Helv. Phys. Acta, 1976, v. 49, p. 730.
94. Nishida N., Hayano R. S., Nagamine K., Yamazaki T., Brewer J. H., Garner D. M., Fleming D. G., Takeuchi T., Ishikawa Y.— Sol. State. Comm., 1977, v. 22, p. 235.
95. Nishida N., Hayano R. S., Nagamine K., Yamazaki T., Brewer J. H., Garner D. M., Fleming D. G., Takeuchi T., Ishikawa Y.— Hyp. Interact., 1978, v. 4, p. 313.
96. Гуревич И. И., Климов А. И., Майоров В. Н., Мелешко Е. А., Никольский Б. А., Роганов В. С., Селиванов В. И., Суетин В. А.— Письма ЖЭТФ, 1975, т. 21, с. 16.
97. Гуревич И. И., Климов А. И., Майоров В. Н., Мелешко Е. А., Никольский Б. А., Пирогов А. В., Роганов В. С., Селиванов В. И., Суетин В. А.— ЖЭТФ, 1975, т. 69, с. 1953.
98. Kossler W. J.— Hyp. Interact., 1977, v. 3, p. 287.
99. Nishida N., Nagamine K., Hayano R. S., Yamazaki T., Fleming D. G., Duncan R. A., Brewer J. H., Ahktar A., Yasuoka H.— In: International Conference on Hyperfine Interactions. Madison, New Jersey, June 1977.
100. Moon R. M., Koeler W. C., Cable J. W., Child H. R.— Phys. Rev. Ser. B, 1972, v. 5, p. 997.
101. Graf H., Hofmann W., Kündig W., Meier P. F., Patterson B. D., Reichart W.— μ SR Newslett., 1977, No. 13, p. 269.
102. Patterson B. D., Falicov L. M.— Sol. State Comm, 1974, v. 15, p. 1509.
103. Meier P. F.— Ibid., 1975, v. 17, p. 987.
104. Jena P.— Ibid., 1976, v. 19, p. 45.
105. Aldred A. T.— Phys. Rev. Ser., B, 1975, v. 11, p. 2597.
106. Stearns M. B.— Phys. Lett. Ser. A, 1974, v. 47, p. 397.
107. Jena P.— Ibid., 1977, v. 60, p. 50.
108. Petzinger K. G.— μ SR Newslett., 1977, No. 14, p. 314.
109. Brewer J. H. Цитир. в ⁴⁶ сб.— С. 282.
110. Гуревич И. И. и др.— Письма ЖЭТФ, 1976, т. 23, p. 345.
111. Гребинник В. Г. и др. Препринт ИАЭ-2635.— Москва: 1976.

112. Hofmann W., Kündig W., Meier P. F., Patterson B. D., Reichart W., Rüegg K.—*SIN Jahresber.*, 1977, S. E55.
113. Hofmann W., Kündig W., Meier P. F., Patterson B. D., Reichart W., Rüegg K.—*Phys. Lett.*, 1978, v. 65, p. 343.
114. Никольский Б. А.—*Цитир. в*⁴⁶ *Сб.*— С. 246.
115. Гребинник В. Г., Гуревич И. И., Жуков В. А., Климов А. И., Маныч А. П., Никольский Б. А., Роганов В. С., Селиванов В. И., Суетин В. А.—*Ibid.*— С. 261.
116. Graf H., Hofmann W., Kündig W., Meier P. F., Patterson B. D., Reichart W.—*μSR Newslett.*, 1977, No. 13, p. 298.
117. Bieman L. H., de Graf A. M., Kossler W. J. et al.—*Nup. Interact.*, 1978, v. 4, p. 861.
118. Горелкин В. Н., Милосердин В. Ю., Смилга В. П.—*ФТТ*, 1977, т. 19, с. 545.
119. Горелкин В. Н., Микаэлян А. Л., Милосердин В. Ю., Смилга В. П.—*ФТТ*, 1978, т. 20, с. 2108.
120. Милосердин В. Ю., Смилга В. П.—*В сб. Техника радиационного эксперимента.*— М.: Атомиздат, 1976.— Т. 4, с. 51.
121. Милосердин В. Ю., Смилга В. П.—*Ibid.*— 1974.— Т. 2, с. 47.
122. Neel L., J. de Phys. et Radium. 1948, t. 9, p. 184.
123. Neel L.—*Ibid.*— p. 193.
124. Браун У. Ф. *Микромагнетизм.*— М.: Наука, 1979.
125. Schlömann E.—*J. Appl. Phys.*, 1971, v. 42, p. 5798.
126. Prospiech J.—*Acta Phys. Pol.*, 1968, v. 133, p. 171.
127. Вонсовский С. В., Шур Я. С.—*Ферромагнетизм.*— М.: Гостехиздат, 1948.—§ 85.
128. Pospich J.—*Bull. de l' Acad. Sci. de Pol. Ser. techn.*, 1969, t. 17, p. 693.
129. Shull C., Yamada Y.—*J. Phys. Soc. Japan Ser. B-III*, 1972, v. 17, p. 1.
130. Mook H. A.—*Phys. Rev.*, 1966, v. 148, p. 495.
131. Moon R. M.—*Ibid.*, 1964, v. 136, p. 195.
132. Wood J. H., Cratt G. W.—*Phys. Rev.*, 1957, v. 107, p. 995.
133. Watson R. E., Freeman A. J.—*Ibid.*, 1960, v. 120, p. 1125.
134. Watson R. E., Freeman A. J. *Acta Crystallogr.*, 1961, v. 14, p. 27.
135. Watson R. E., Freeman A. J.—*Ibid.*, p. 471.
136. Ewald P.—*Ann., Phys.*, 1917, Bd. 54, S. 519.
137. Ewald P.—*Ibid.*, S. 557.
138. Ewald P.—*Ibid.*, 1921, Bd. 64, S. 253.
139. Cohen M., Keffer F.—*Phys. Rev.*, 1955, v. 99, p. 1128.
140. Борн М., Хуань Кунь. *Динамическая теория кристаллических решеток.*— М.: ИЛ, 1958.
141. Samani M., Gugax F. N., Rüegg W., Schenck A., Graf H., Schilling H., Kündig W., Patterson B. D., Roggwiler P., Fischer H., Percival P. W.—*Nup. Interact.*, 1976, v. 2, p. 83.
142. Brewer J. H., Growe K. M., Gugax F. N., Schenck A.—*In: Muon Physics.*— V.3, N.Y.: Academic Press, 1975.
143. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. *Электродинамика сплошных сред.*— М.: Гостехиздат, 1957.
144. Привороцкий М. А.—*УФН*, 1972, т. 108, с. 43.
145. Patterson B. D., Falicov L. M.—*Sol. State Comm.*, 1974, v. 15, p. 1509.
146. Јена Р.—*μSR Newslett.*, 1975, No. 6, p. 76.
147. Елютин Н. О., Бублейчик А. О., Соменков В. А., Шильштейн С. Ш.—*Письма ЖЭТФ*, 1973, т. 18, с. 318.
148. Wert C. A.—*J. Phys. and Chem. Sol.*, 1970, v. 31, p. 1771.
149. Андреев А. Ф., Лифшиц Е. М.—*ЖЭТФ*, 1969, т. 56, с. 2057.
150. Каган Ю. М., Максимов Л. А.—*ЖЭТФ*, 1973, т. 65, с. 622.
151. Kagan Yu., Klinger M. I.—*J. Phys. Ser. C*, 1974, v. 7, 2791.
152. Тейлор К., Дарби М. *Физика редкоземельных соединений.*— М.: Мир, 1974.
153. Hofmann W., Kündig W., Meier P. F., Patterson B. D., Rüegg K., Graf H., Recknagel E., Weidinger A., Wichert T.—*μSR Newslett.*, 1978, No. 17, p. 503.
154. Jaccarino V., Walker L. R., Wertheim G. H.—*Phys. Rev. Lett.*, 1964, v. 13, p. 752.
155. Kaplan N., Jaccarino V., Wernick J. M.—*Ibid.*, 1966, v. 16, p. 1142.
156. Микаэлян А. Л., Смилга В. П.—*Письма ЖЭТФ*, 1978, т. 28, с. 211.