

ИЗ ИСТОРИИ ФИЗИКИ

530.145.61(09)

РЕЛЯТИВИСТСКОЕ ВОЛНОВОЕ УРАВНЕНИЕ ЭЛЕКТРОНА*)**П. А. М. Дирак**

На протяжении двух лет я занимался боровскими орбитами и пришел к выводу, что развить их в общую квантовую механику безнадежно. В это время Гейзенберг предложил свою матричную механику, и мне вдруг стало ясно, что ключом к решению проблемы служит некоммутативная алгебра. Вскоре Шредингер разработал волновую механику и показал, что она эквивалентна теории Гейзенберга.

Основываясь на этих теориях, я развил общую теорию преобразований, которую можно было применять при вычислении вероятностей любых коммутирующих динамических переменных. Это доставило мне большое удовлетворение.

Для построения релятивистской теории частицы имелось волновое уравнение Клейна — Гордона, квадратичное по $\partial/\partial t$. В то время оно удовлетворяло большинство физиков. Мне же оно не нравилось, потому что я был очень привязан к своей теории преобразований, которая требовала, чтобы уравнение было линейным по $\partial/\partial t$. Эта неудовлетворенность заставила меня продолжить поиски нового релятивистского волнового уравнения. Наконец, я нашел уравнение, линейное по $\partial/\partial t$ и совместимое с моей теорией преобразований. Оно автоматически привело к спину $\hbar/2$ и к правильному значению магнитного момента электрона. Эти результаты были неожиданными для меня.

Я хотел бы рассказать вам о событиях, которые произошли около 50 лет назад. Это был период большого оживления в физике, и мне хотелось бы попытаться донести до вас хотя бы часть этого чувства возбуждения. Я хочу особо подробно остановиться на том, почему случилось так, что мое восприятие событий в то время несколько отличалось от обычного, принятого другими физиками, вследствие чего я и пошел собственным путем.

Перед началом того периода, о котором я буду рассказывать, т. е. в начале 20-х годов, мы переживали период разочарования. В нашем распоряжении была теория боровских орбит. Она достаточно успешно применялась к нескольким простым проблемам, в основном к тем, где только один электрон играл важную роль. Физики пытались расширить область

*) Dirac P. A. M. The Relativistic Electron Wave Equation. Preprint KFKI-1977-62. — Budapest: Hungarian Academy of Sciences. Central Research Institute for Physics, 1977.—49 p. — Доложено на Европейской конференции по физике частиц. Будапешт, 4—9 июля 1977 г. — Перевод И. М. Дремина.

применимости теории на многоэлектронные задачи, например, рассчитать спектр гелия, где существенны два электрона. Однако они не знали, как продвинуться в этом направлении. Существовал заметный произвол в применении правил квантования, и никто не знал, что с ним делать. Можно было продвигаться вперед, только делая различные искусственные предположения, но такие гипотезы оказывались не очень успешными.

Это чувство неудовлетворенности очень сходно тому, что мы ощущаем снова в наши дни, потому что мы опять оказались в подобной ситуации с применением релятивистской квантовой теории к частицам высоких энергий. Вновь нас мучает чувство, что мы не знаем основополагающих правил. Нам известны лишь некоторые из этих правил, и они применяются с успехом только в ограниченных областях. А в основном мы опять находимся в том же положении, когда мы не знаем, каковы те правильные основные предпосылки, которых следует придерживаться.

Итак, я провел два года в этом периоде разочарования, а два года — достаточно длинный срок для того, чтобы полностью понять это чувство. Я осознал полную безнадежность ситуации и испытывал беспокойство по поводу того, удастся ли когда-нибудь реально продвинуться по пути действительного понимания атомной механики.

И вдруг положение было внезапно изменено Гейзенбергом в 1925 г. Его идея, действительно, была блестящей. Он ввел в физику идею о некоммутативной алгебре. Эта мысль была наиболее озадачивающей и весьма неожиданной. И, конечно, Гейзенберг пришел к ней совсем не простым путем.

Общая черта всего подхода Гейзенберга заключалась в построении теории, оперирующей только с наблюдаемыми величинами. Эти наблюдаемые величины описывались с помощью матриц, поэтому ему пришлось применять матричное исчисление, и появилась мысль рассматривать матрицы целиком, чтобы не иметь дела с каждым из матричных элементов по отдельности. Работая с матрицами, вы, конечно, прямым путем приходите к некоммутативной алгебре.

Но в те дни физикам было на самом деле очень трудно принять некоммутативную алгебру. Даже у Гейзенберга были очень серьезные сомнения, когда он впервые заметил, что используемая им алгебра действительно некоммутативна. Он был очень сильно озабочен тем, не следует ли ему отказаться от всей идеи в целом из-за отсутствия коммутативности. И все же он пришел к выводу, что это неизбежно и он должен принять некоммутативность.

Я узнал об этой теории Гейзенберга в начале сентября 1925 г. и первое время мне опять-таки было очень трудно полностью оценить ее. Но прошло около двух недель и я внезапно осознал, что некоммутативность была действительно наиболее важной идеей, которую ввел здесь Гейзенберг. Это была мощная новая идея, которая могла составить базис той новой теории, которую нужно было пытаться строить. Работая с матрицами, Гейзенберг пришел к новому уравнению движения, а именно:

$$i\hbar \frac{du}{dt} = uH - Hu, \quad (1)$$

где u — некоторая динамическая переменная, а H — диагональная матрица, представляющая энергию.

Я обдумывал идеи Гейзенберга, особенно его идею о некоммутативности, и вдруг совершенно случайно мне пришла в голову мысль о том, что в действительности существует большое сходство между коммутатором двух некоммутирующих величин и скобками Пуассона, столь привычными нам в классической механике. Вследствие такого подобия уравнения новой

механики с отсутствием коммутативности оказались аналогичными уравнениям старой ньютоновской механики, если эти привычные уравнения выразить в гамильтоновской форме. Используя эту аналогию, сразу же можно получить общую связь между старой механикой и новой гейзенберговской механикой.

Это было началом моей работы. По сравнению с Гейзенбергом моя направленность была несколько другой, потому что для меня некоммутативность непосредственно была новой важной чертой во всей моей работе.

Идея введения некоммутативности послужила ключом к построению новой механики, избавившей нас от той неудовлетворенности, которую мы ощущали все предыдущие годы. В итоге за этим последовал период огромной активности физиков-теоретиков. Огромная активность сопровождалась огромным возбуждением. Было так много работы по развитию новых идей и осознанию того, как уравнения старой механики переходят в новую теорию. Новые результаты получались очень легко, и при этом была большая убежденность в том, что мы действительно куда-то продвигаемся. Можно было развивать общие основы новой теории, а также применять ее к конкретным задачам и разрабатывать ее уравнения.

Эти уравнения содержали некоммутирующие величины. Существовала проблема выяснения конкретной физической интерпретации тех результатов, которые получались с помощью новых уравнений. Эта проблема интерпретации результатов оказалась куда более сложной, чем просто проблема записи уравнений. Она была полностью решена лишь спустя два или три года после того как появилась впервые идея о некоммутативности.

Я думаю, что вряд ли когда-либо ранее в физике была такая ситуация, чтобы уравнения были выписаны до того, как стал известен общий путь их интерпретации. Но именно так случилось в этот раз.

В простейших задачах существовали специальные правила интерпретации. Например, имелась матрица, описывающая энергию. Она была диагональной. Говорили, что ее диагональные элементы описывают энергетические уровни. Это было специальным предположением, дававшим нам уровни энергии, и такое предположение «работало».

Путь к общей интерпретации был облегчен некоей другой работой, которая была независимо проделана Шрёдингером. Шрёдингер работал совершенно независимо от Гейзенберга и в начале своей деятельности вообще ничего не знал о работе Гейзенберга. Шрёдингер работал с уравнением де Бройля. Это было волновое уравнение

$$\left(\frac{\partial^2}{c^2 \partial t^2} - \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} - \frac{\partial^2}{\partial x_2^2} - \frac{\partial^2}{\partial x_3^2} + \frac{m^2 c^2}{\hbar^2} \right) \psi = 0. \quad (2)$$

Де Бройль предложил это уравнение просто потому, что он заметил интересную связь между его решением и релятивистским движением частицы. Если обозначить через p_r три компоненты импульса, а $p_0 = W/c$, то $p_\mu \psi$ соответствует $i\hbar \partial \psi / \partial x^\mu$.

При такой связи между волнами и импульсом частицы получалась релятивистская теория. Де Бройль постулировал, что волны связаны с движением частицы. Он сделал это до того, как Гейзенберг сформулировал свою квантовую механику. Это было в 1924 г.

Я читал статью де Бройля, но не воспринял волны серьезно. Я считал, что эти волны были всего лишь математическим курьезом, не имеющим никакого физического смысла. И тут я был неправ. А Шрёдингер действительно отнесся к волнам серьезно. Он считал, что они имеют непосредственное отношение к движению электрона в атоме, однако для того,

чтобы учесть электромагнитное поле, в котором движется электрон, надо слегка изменить волновое уравнение.

Он попытался догадаться о правильном способе изменения уравнения (2) де Бройля, учитывая требование теории относительности. И ему удалось придумать такое уравнение:

$$\left\{ \left(i\hbar \frac{\partial}{c \partial t} + \frac{e}{c} A_0 \right)^2 - \left(i\hbar \frac{\partial}{\partial x_1} - \frac{e}{c} A_1 \right)^2 - \left(i\hbar \frac{\partial}{\partial x_2} - \frac{e}{c} A_2 \right)^2 - \left(i\hbar \frac{\partial}{\partial x_3} - \frac{e}{c} A_3 \right)^2 - m^2 c^2 \right\} \psi = 0. \quad (3)$$

Это уравнение сводится к предыдущему уравнению (2), если электромагнитные потенциалы A_μ положить равными нулю. Насколько мне известно, получение этого уравнения из уравнения де Бройля было всего лишь результатом догадки Шрёдингера.

Когда Шрёдингер получил это уравнение, первое, что он сделал, конечно, было применение его к задаче об электроны в атоме водорода. Он вычислил уровни энергии водорода и получил неверный результат. Причина, из-за которой он пришел к неверному ответу, заключалась в том, что его уравнение не учитывало спина электрона.

Но в то время о спине электрона и понятия не было. Некоторые физики думали об этом. В частности, Крониг думал об этом и сообщил о своей идее Паули. Крониг работал тогда в «школе» Паули. Паули сказал: «О, нет, спин электрона абсолютно невозможен». Паули часто вначале неверно оценивал новую идею. И вот, бедный Крониг был полностью подавлен авторитетным мнением Паули.

Независимо идея о спине электрона пришла к Гаудсмит и Уленбеку, работавшим тогда в Лейдене. Они написали об этом небольшую статью и показали ее своему профессору — Эрэнфесту. Эрэнфесту идея очень понравилась. Он воспринял ее очень горячо, посоветовал Гаудсмит и Уленбеку поехать к Лоренцу в Харлем, чтобы обсудить ее с ним. Так они поехали в Харлем и поговорили с Лоренцом, и Лоренц сказал: «Нет, это невозможно. Я сам работал над идеей о том, что у электрона есть спин, и я обнаружил, что при этом поверхность электрона должна была бы двигаться со скоростью больше скорости света, а потому и вся идея абсолютно невозможна». Лоренц ошибся. Он чересчур серьезно относился к классической модели электрона.

Гаудсмит и Уленбек были абсолютно обескуражены критикой Лоренца. Они вернулись к Эрэнфесту и попросили его не публиковать их статьи. Эрэнфест ответил: уже слишком поздно, я уже отправил ее в журнал. Таким образом, идея о спине электрона оказалась опубликованной. Итак, энтузиазму Эрэнфеста и его напористости мы в действительности обязаны тем, что статья увидела свет.

Шрёдингер ничего не знал об этом. Он обнаружил, что его волновое уравнение приводило к результатам, не согласующимся с опытом, и был очень разочарован этим. На некоторое время он даже оставил работу.

Однако несколькими месяцами позже он вновь вернулся к ней и тут заметил, что если бы он поубавил свои претензии и просто записал свое уравнение в нерелятивистской форме, то, применив его к конкретным задачам, он пришел бы к результатам, совпадающим с наблюдаемыми всюду, кроме тонкой структуры водородного спектра, которая зависит от релятивистских поправок. В отсутствие магнитного поля уравнение Шрёдингера в нерелятивистском приближении записывается следующим образом:

$$i\hbar \frac{\partial}{c \partial t} \psi = \left\{ -\frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2}{\partial x_3^2} \right) - \frac{e}{c} A_0 \right\} \psi. \quad (4)$$

При использовании уравнения в такой нерелятивистской форме получались результаты, согласующиеся с данными об энергетическом спектре водорода. Помимо дискретного спектра, описывающего спектр линий водорода, получался и непрерывный спектр, соответствующий рассеянию электрона на ядре атома водорода.

После этого успеха, этого ограниченного успеха Шрёдингера, получились две квантовые теории. Одна, основанная на волновом уравнении Шрёдингера, и вторая — теория Гейзенберга.

Я помню, что когда я впервые услышал об этих двух квантовых теориях, я почувствовал заметное раздражение. Если у нас есть одна хорошая теория, то в действительности это все, чего мы хотим. Но тут было что-то слишком много, изобилие богатства. Однако вскоре Шрёдингер показал, что эти две теории на самом деле эквивалентны. Можно записать уравнение Шрёдингера в виде

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi = H\psi, \quad (5)$$

и тогда появляющаяся здесь H соответствует матрице H в теории Гейзенберга. Все сводилось просто к проблеме математического преобразования от теории Гейзенберга к теории Шрёдингера. Это были две математически эквивалентные теории для описания одной и той же скрытой в них физики. Эта основополагающая физика и есть то, что мы сейчас называем квантовой механикой.

Таким образом, мы пришли к удовлетворительной ситуации с наличием одной хорошей теории. В результате работы Шрёдингера появилось новое понятие, волновая функция ψ , которая существенно помогла при физической интерпретации теории. Было обнаружено, что если вы возьмете ψ и правильно нормируете ее, то $|\psi|^2$ даст вам вероятность нахождения частицы в пространстве.

Пришлось привыкать к идее о том, что новая механика давала только вероятности и не обладала детерминизмом предшествовавшей ей классической механики. Это было именно та особенность, которую многие физики нашли очень трудной для восприятия, но которая оказывалась совершенно неизбежной для тех, кто обладал большими возможностями для понимания результатов вычислений в рамках некоммутативной алгебры.

Я работал как раз над этим, исследуя проблему вычисления вероятностей того, что другие динамические переменные имеют заданные значения. Я разработал общую теорию вычисления таких вероятностей. На основе этой общей теории можно было преобразовывать шрёдингеровскую волновую функцию к другому виду. В результате стало возможным вычислить вероятность того, что произвольная динамическая переменная приобретет заданное значение, или же того, что несколько переменных одновременно будут равны заданным величинам при условии, что все они коммутируют друг с другом. Метод состоял в преобразовании шрёдингеровской функции к тем переменным, которыми мы интересуемся, и в вычислении квадрата модуля этой функции.

Мне удалось развить общую теорию преобразований, и это доставило мне большое удовлетворение. Я считаю, что из всех работ, которые я сделал за свою жизнь, именно эта работа принесла мне наибольшее удовлетворение. Она нравилась мне потому, что не явилась результатом некоего случайного счастливого стечения обстоятельств, она вытекала из логического обдумывания шаг за шагом, когда видишь, что каждый шаг приводит ко все более детальному знанию и наталкивает на новые вопросы, которые надо исследовать и разрешать. Именно по этому пути, продвигаясь шаг за шагом, я смог прийти к общей теории.

В результате этого у нас в руках оказался весьма мощный метод интерпретации новой механики. Так мы пришли к действительно удовлетворительной во многих отношениях механике. Можно было оперировать со всеми динамическими переменными, и было видно, что самое большее, что удавалось вычислить, — это вероятности для тех переменных, которые коммутируют друг с другом.

Но у этой теории была и одна плохая особенность. Она состояла в том, что теория была нерелятивистской. Ее нельзя было применять к частицам, движущимся со скоростями, сравнимыми со скоростью света, потому что она основывалась на ньютоновской дорелятивистской механике. Оператор в правой части уравнение (4) соответствует энергии в ньютоновской механике, а не в эйнштейновской. Это выражение надо модифицировать для частиц, движущихся с большими скоростями.

Согласно Эйнштейну теория должна быть полностью симметрична по отношению ко времени и трем пространственным координатам. Но вы видите, что здесь нет такой симметрии. В уравнении (1) стоит $\partial/\partial t$ без соответствующих $\partial/\partial x_1$, $\partial/\partial x_2$, $\partial/\partial x_3$. В уравнении Шрёдингера (4) или (5) опять-таки есть $\partial/\partial t$, но нет соответствующих операторов дифференцирования по пространственным координатам. Таким образом, перед нами встала проблема такой модификации теории, которая бы сделала теорию релятивистской.

Большинство физиков пыталось решить эту проблему путем возвращения к уравнению (3), обобщенному уравнению де Бройля. Это — релятивистское уравнение. Впервые оно было предложено Шрёдингером, но он не опубликовал его, потому что вытекающие из этого уравнения результаты не согласовались с данными эксперимента о спектре водорода. Независимо оно было перестроено Клейном и Гордоном, они и опубликовали его. Их не смутило расхождение с опытом. Так это уравнение стало известно теперь как уравнение Клейна — Гордона. Конечно, его следовало бы назвать уравнением Шрёдингера, но у Шрёдингера не хватило мужества опубликовать его.

Итак, это уравнение релятивистское и его можно применять к релятивистским проблемам. Можно составить такое выражение:

$$\left[\left(i\hbar \frac{\partial}{\partial t} + eA_0 \right) \psi \right] \bar{\psi} + \text{комплексно сопряженное},$$

и можно интерпретировать его как плотность заряда, соответствующего данному решению волнового уравнения. Можно построить соответствующие выражения для плотности тока, удовлетворяющие требованиям теории относительности, и при этом обнаружится, что заряд сохраняется. Затем можно записать выражения для плотности энергии и плотности импульса, а также для давления. Все эти выражения имеют релятивистский вид и согласуются с законами сохранения.

Большинство физиков было удовлетворено таким приложением уравнения Клейна — Гордона. Они говорили, что здесь мы уже имеем дело с хорошей релятивистской квантовой теорией. Но меня такое состояние дел совершенно не удовлетворяло, потому что не удавалось применить к этому уравнению теорию преобразований. Для применимости теории преобразований нужно работать с уравнением Шрёдингера (5), содержащим просто оператор $\partial/\partial t$, а не квадрат этого оператора, как в уравнении (3).

Теория преобразований стала моим любимым детищем, и меня не интересовала ни одна из теорий, которые не подходили для моего любимого творения. Я вспоминаю обсуждение этого с Бором на Солвеевском конгрессе осенью 1927 г. Бор, казалось, был полностью удовлетворен теорией Клей-

на — Гордона. В тот раз у меня не было достаточно времени, чтобы полностью разъяснить Бору мои возражения по этому вопросу, но я смог понять его точку зрения, и она совпадала с мнением большинства физиков в то время, — возможно, даже с мнением всех их.

Таким образом, я должен был беспокоиться о проблеме создания релятивистской теории, которая была бы линейной по оператору $\partial/\partial t$. Линейность по $\partial/\partial t$ была абсолютно необходима для меня; я просто не мог представить себе, что можно отказаться от теории преобразований. Видите ли, используя теорию преобразований, вы можете вычислить также вероятность того, что частица обладает заданным импульсом. Вы не смогли бы сделать это, исходя из уравнения Клейна — Гордона. Вам удалось бы получить лишь плотность заряда, а вот вероятность обнаружения электрона в каком-либо месте уже вычислить было бы невозможно. И вы не смогли бы даже использовать выражение для плотности заряда, поскольку оно приводило бы иногда к отрицательным значениям этой вероятности. Если бы вам захотелось найти вероятность того, что импульс принимает заданные значения, то вы вообще не смогли бы ответить на этот вопрос. Точно так же для других динамических переменных совсем не удалось бы получить никакой информации о их вероятностях.

Итак, я продолжал работать над этой проблемой до конца 1927 г., и в какой-то мере случайно, «играясь» с математикой, пришел наконец к ее решению. Я заметил, что если взять матрицы σ_1 , σ_2 , σ_3 , описывающие три компонента спина в случае спина $\hbar/2$ в соответствии с общей теорией преобразований, то, образовав выражение

$$(\sigma_1 p_1 + \sigma_2 p_2 + \sigma_3 p_3)^2,$$

получим очень интересный результат, а именно:

$$p_1^2 + p_2^2 + p_3^2.$$

Таким образом получалось нечто вроде квадратного корня для $p_1^2 + p_2^2 + p_3^2$.

Теперь мне нужно было найти соответствующее выражение для квадратного корня из суммы четырех квадратов. У нас имеется сумма этих трех квадратов плюс массовый член. Выражение для квадратного корня из суммы четырех квадратов нельзя получить, работая лишь с тремя σ -матрицами (они называются матрицами Паули, потому что он построил теорию спина электрона с помощью этих матриц). В течение нескольких недель это было серьезным препятствием для меня, пока я не обнаружил, что в действительности нет никакой нужды в том, чтобы сохранять только два-на-два матрицы типа матриц σ . Можно перейти к матрицам типа четыре-на-четыре, и тогда легко получается выражение для квадратного корня из суммы четырех квадратов.

Это привело меня к уравнению

$$\left\{ i\hbar \left(\frac{\partial}{c \partial t} - \alpha_1 \frac{\partial}{\partial x_1} - \alpha_2 \frac{\partial}{\partial x_2} - \alpha_3 \frac{\partial}{\partial x_3} \right) + [\alpha_4 mc] \right\} \psi = 0, \quad (6)$$

содержащему матрицы α , которые представляют собой четыре-на-четыре матрицы. Они подчиняются определенным алгебраическим соотношениям, в результате чего квадрат выписанного выше оператора в точности равен $p_1^2 + p_2^2 + p_3^2 + m^2 c^2$.

Теперь мы имеем дело с волновым уравнением, которое удовлетворяет требованию линейности по оператору $\partial/\partial t$ и потому к нему можно применить общую теорию преобразований, что, по моему мнению, весьма важно. Кроме того, можно показать, что это — настоящее релятивистское уравнение. Совсем не очевидно, что это так. Видите ли, оно линейно по $\partial/\partial t$

и точно так же линейно по $\partial/\partial x_1$, $\partial/\partial x_2$, $\partial/\partial x_3$. Но даже при этом приходится проделать определенные вычисления, чтобы проверить, что, применив к нему лоренцовы преобразования, можно привести это уравнение к его первоначальной форме. Таким образом доказывалось, что это — истинно релятивистское уравнение.

Можно модифицировать уравнение (6) так, чтобы учесть электромагнитное поле аналогично тому, как Шрёдингер ввел электромагнитное поле в уравнение де Бройля (2). В результате получается уравнение для электрона, движущегося в электромагнитном поле, которое согласуется с общими требованиями теории относительности и квантовой механики.

Было показано, что это уравнение описывает частицу со спином $\hbar/2$. При этом у частицы есть магнитный момент. Все эти свойства как раз необходимы для описания электрона. Это, действительно, было для меня неожиданным подарком, полностью неожиданным.

В то время я хотел всего лишь квантовой теории, которая удовлетворяла бы общим требованиям, таким, как возможность применения теории преобразований и принципы теории относительности. Оказалось, что простейшей частицей, удовлетворяющей этим требованиям, является частица со спином половина. Для меня это было большим сюрпризом, потому что я считал, что простейшая частица, естественно, должна иметь нулевой спин, а спин половина придется вводить позднее, как некоторое усложнение, после того как удастся решить задачу о бесспиновой частице. Но все оказалось совсем по-другому.

Я применил это уравнение к электрону в атоме водорода в первом приближении теории возмущений и получил результаты, согласующиеся с данными опыта. Уравнение автоматически приводило к правильному магнитному моменту, и именно поэтому оно не содержало той ошибки, которая получалась при использовании уравнения Клейна — Гордона, приведшего к неверным результатам для спектра водорода.

Но у этого уравнения имелась и новая трудность, а именно, частица могла находиться в состояниях с отрицательной энергией. Я знал о такой трудности с проблемой отрицательных энергий с самого начала работы, но считал это затруднение менее серьезным по сравнению с остальными, не столь серьезным, как, например, невозможность применять преобразования, вытекающие из общей теории преобразований.

Проблема отрицательных энергий была разрешена несколько позже выдвинутой мною идеей об учете принципа исключения Паули для электронов (согласно которому в любом данном состоянии не может находиться более одного электрона) при дополнительном смелом предположении, что все состояния с отрицательной энергией в вакууме заполнены, а потому дырка в состояниях с отрицательной энергией проявляется как физическая частица. Это была бы частица со спином электрона, но она обладала бы положительным зарядом вместо отрицательного заряда у электрона и имела бы положительную энергию.

Когда я впервые обдумывал эту идею, я считал, что новая частица должна иметь такую же массу, что и электрон, вследствие симметрии между положительными и отрицательными массами и энергиями, которая всюду проявляется в теории. Но в те времена единственными известными элементарными частицами были электрон и протон. Я не осмелился постулировать существование новой частицы. Весь климат общественного мнения в те дни был против постулирования новых частиц, в резком контрасте с тем, что мы наблюдаем сейчас. Тогда я опубликовал свою работу как теорию электронов и протонов, в надежде, что каким-то необъяснимым образом кулоновское взаимодействие между частицами приведет к большому отлнчию в массах электрона и протона.

Конечно, в этом пункте я был совершенно неправ и вскоре математики указали, что абсолютно невозможно получить такую асимметрию между состояниями с положительной и отрицательной энергиями. И впервые Вейль опубликовал категорическое утверждение о том, что новая частица должна иметь такую же массу, что и электрон. Теория с равными массами была подтверждена немного спустя на опыте, когда Андерсон обнаружил позитрон.

На этом этапе мы уже имели удовлетворительную теорию не только для одной частицы, но в действительности для нескольких частиц, потому что согласно теории электроны могли перескакивать между состояниями с положительными и отрицательными энергиями, и такие переходы соответствовали бы либо взаимной аннигиляции электрона и позитрона, либо одновременному рождению электрона и позитрона. Число частиц более не сохранялось. Это было физическим развитием теории, вполне приемлемым в то время, и в конечном итоге появилась теория, согласующаяся с законами преобразований и теорией относительности.

Паули и Вайскопф заметили, что можно прийти к подобной теории нескольких частиц, исходя из уравнения Клейна — Гордона и принимая выражение для плотности энергии равным

$$\begin{aligned} & \left(i\hbar \frac{\partial \psi}{c \partial t} + \frac{e}{ic} A_0 \psi \right) \left(-i\hbar \frac{\partial \bar{\psi}}{c \partial t} + \frac{e}{c} A_0 \bar{\psi} \right) + \\ & + \sum_r \left(-i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial x_r} + \frac{e}{c} A_r \psi \right) \left(i\hbar \frac{\partial \bar{\psi}}{\partial x_r} + \frac{e}{c} A_r \bar{\psi} \right) + m^2 c^2 \psi \bar{\psi}. \end{aligned}$$

Паули и Вайскопф исходили из идеи замены в этом выражении ψ и $\bar{\psi}$ на динамические переменные, отвечающие испусканию и поглощению частиц, и использования полной энергии, записываемой в виде интеграла от этого выражения по трехмерному пространству, в качестве гамильтониана. Затем надо было записать стандартное уравнение Шрёдингера в терминах большой Ψ , относящееся ко всему ансамблю частиц. При таком развитии уравнения Клейна — Гордона получилась теория, описывающая несколько частиц, обладающих положительной энергией и являющихся теперь уже бозонами, а не фермионами, как это было выше. Эта теория также релятивистски-инвариантна и согласуется с теорией преобразований.

Итак, было две возможные теории частиц, причем обе были релятивистски-инвариантными, обе находились в согласии с требованиями теории преобразований. Одна из них применялась к частицам с нулевым значением спина, подчинявшимся статистике Бозе, а другая — к частицам со спином $\hbar/2$, подчинявшимся статистике Ферми. В определенном смысле обе эти теории были одинаково хороши. Теория Ферми применима к электронам и к другим частицам со спином $\hbar/2$, например, к протонам. Теория Клейна — Гордона может применяться к определенным сортам частиц — мезонам с нулевым спином.

В обеих теориях появляются электромагнитные потенциалы. Эти электромагнитные потенциалы соответствуют внешнему полю. Теперь, следующий шаг, который нам хотелось бы сделать, должен превратить эти потенциалы в динамические переменные, подчиняющиеся соответствующим коммутационным соотношениям, чтобы можно было оперировать с квантованным полем излучения, взаимодействующего с ансамблем частиц.

Однако, сделав это, вы тут же сталкиваетесь с трудностями. Можно записать уравнение Шрёдингера для полного ансамбля, состоящего из частиц и электромагнитного поля. Когда вы пытаетесь решить такое уравнение Шрёдингера, оказывается, что этого сделать не удастся. Можно при-

менять стандартные методы теории возмущений, и тогда вы столкнетесь с бесконечностями. Вам не удастся найти какого-либо решения. Вы не можете даже получить простого решения, описывающего состояние вакуума.

Единственный разумный вывод, который отсюда можно сделать, состоит в том, что такая теория плохая. На этом я настаивал все время, но большинство физиков настроено на то, чтобы удовлетвориться такой теорией и работать с ней. Для этого есть некоторое оправдание, потому что в настоящее время у нас нет лучшей теории.

Физики провели огромную работу с этой квантовой электродинамикой, как ее называют. Они заметили, что, несмотря на то, что все попытки решить уравнения всегда приводят к бесконечностям, с этими бесконечностями можно управиться определенным образом. В частности, Лэмбом было показано, что бесконечности можно устранить с помощью процесса перенормировки. Перенормировка означает, что вы предполагаете, что параметры e и m , появляющиеся в первоначальных уравнениях, не совпадают с физически наблюдаемыми величинами. Общая идея перенормировок совершенно разумна физически, но тот способ, которым она используется здесь, неразумен, поскольку множитель, связывающий первоначальные параметры с новыми их значениями, бесконечно большой. Тогда это уже совсем не математически осмысленная процедура!

Но тем не менее с нею работали многие, в частности, Лэмб. И удивительно, что, исправляя бесконечности с помощью таких искусственных правил перенормировки, приходят к результатам, согласующимся с данными наблюдений, причем согласие достигается с очень высокой степенью точности.

Этот результат удовлетворяет большинство физиков. Они говорят, что все, что необходимо физике, так это иметь какую-то теорию, дающую результаты, согласующиеся с наблюдаемыми. Я говорю, что это не исчерпывает всего, в чем нуждаются физики. Физике необходимо, чтобы его уравнения были математически осмысленны, чтобы, работая со своими уравнениями, он не пренебрегал никакими величинами, если только они не малы. И уж, конечно, вы не должны пренебрегать величинами, которые бесконечно велики, только на том основании, что вам не нравится их появление.

Но здесь я вновь обнаруживаю свое разногласие с большинством физиков-теоретиков. Они самоуспокоились по поводу трудностей квантовой электродинамики, и я чувствую, что это самоуспокоение сродни тому благодушию, которое когда-то физики испытывали в отношении первоначального уравнения Клейна — Гордона. Именно такое благодушие и тормозит дальнейший прогресс.

Любое существенное продвижение в дальнейшем, как я чувствую, должно воспоследовать из каких-то коренных перемен в основополагающих уравнениях. Где их надо произвести, я не знаю, но я чувствую, что эти изменения будут схожи с теми переменами, которые были сделаны Гейзенбергом в 1925 г. Возможно, к этим изменениям люди придут совсем не прямым путем. Единственная черта новой теории, в которой можно быть уверенным, заключается в том, что она должна основываться на разумной и красивой математике.

Большая часть моих позднейших исследований была направлена по этому пути — пути попыток отыскания математических идей, которые могли бы помочь в построении лучшей квантовой электродинамики. У меня было несколько идей в этом направлении, но ни одна из них не оказалась очень успешной. Как вы знаете, одна из ранних идей привела к понятию о магнитном монополе. Были предприняты поиски монополей, но до сих пор их еще не обнаружили достаточно определенно, хотя тем не менее

теория монополя, я бы сказал, еще жива. Возможно, монополи и откроют когда-нибудь в будущем.

Я нашел другие уравнения, весьма похожие на мое первоначальное волновое уравнение электрона с несколько более усложненным видом внутренней свободы для электрона. Эти уравнения прекрасны с математической точки зрения, но они до сих пор не привели к чему-либо имеющему физическое значение. Я полагаю, что нужно продолжать попытки в этом направлении, пытаюсь догадаться до некоего подходящего математического аппарата, который бы в дальнейшем привел к хорошей теории.

Вы могли бы спросить, не следует ли уже сейчас чувствовать полную удовлетворенность в отношении квантовой электродинамики в связи с ее огромными успехами в описании результатов наблюдений.

Так вот, я чувствую, что эти успехи в основном обусловлены случайностью. Может быть, в их основе лежит некая причина, причина природы заметного сходства между новой, еще не открытой теорией, и имеющейся в нашем распоряжении квантовой электродинамикой. Возможно, имеются такие черты этого сходства, которые обуславливают успех в объяснении лэмбовского сдвига.

Можно сравнить эту ситуацию с успехами теории Бора. Теория Бора хорошо работала в случае некоторых одноэлектронных задач, несмотря на то, что концепции боровской теории были в основе неверными. Кажется, случайности такого рода бывают при поисках понимания Природы. Моя собственная вера состоит в том, что успехи существующей квантовой электродинамики в объяснении лэмбовского сдвига объясняются совпадениями такого типа. Здесь нет ничего, что взывало бы к благодущию.

На этом я заканчиваю. Я, действительно, провел всю свою жизнь в попытках найти лучшие уравнения квантовой электродинамики и до сих пор безуспешно, но я продолжаю работать над этим. Любая работа, которая ведется в этом направлении, должна основываться на разумной математике. Возможно, она будет использовать представления группы Лоренца. Поэтому надо изучать представления группы Лоренца, исследовать их более подробно в надежде, что когда-то будут применены те представления, которые важны для физики. Конечно, математики знают все неприводимые представления группы Лоренца, но с неприводимыми представлениями не продвинешься достаточно далеко. Физиков волнуют не неприводимые представления, а представления, которые очень далеки от неприводимости, и здесь лежит огромное поле для дальнейших исследований при поисках таких общих представлений.

Благодарю вас.

Университет штата Флорида,
Тамахасси США