

УСПЕХИ ФИЗИЧЕСКИХ НАУК

530.14(09)

**ВКЛАД ЭЙНШТЕЙНА В РАЗВИТИЕ КВАНТОВЫХ
ПРЕДСТАВЛЕНИЙ***М. А. Ельяшевич***СОДЕРЖАНИЕ**

1. Введение	503
2. О генезисе работ Эйнштейна по квантовой теории	504
3. Квантование энергии излучения (работа Эйнштейна 1905 г.)	511
4. Анализ Эйнштейном формулы Планка и квантование энергии вещества (работы Эйнштейна 1906—1907 гг.)	516
5. Корпускулярно-волновой дуализм для излучения и последующее развитие квантовых представлений (работы Эйнштейна 1909—1915 гг.)	520
6. Вероятностное рассмотрение элементарных процессов взаимодействия излучения с веществом (работы Эйнштейна 1916 г.)	528
7. Перед становлением квантовой механики (работы Эйнштейна 1917—1925 гг.)	532
8. Заключение	534
Цитированная литература	535

1. ВВЕДЕНИЕ

Важное место в творчестве Эйнштейна занимают его работы по вопросам квантовой теории. В исследованиях по квантовой теории излучения и его взаимодействиях с веществом, начиная с основополагающей статьи 1905 г.¹, опубликованной в «Annalen der Physik», Эйнштейн выдвинул важнейшие идеи квантов света — фотонов — и корпускулярно-волнового дуализма для электромагнитного излучения. Он объяснил с квантовой точки зрения элементарные процессы взаимодействия излучения с веществом, а впоследствии ввел коэффициенты, характеризующие вероятности оптических квантовых переходов и получившие название коэффициентов Эйнштейна, дал известный вывод формулы Планка и впервые высказал идею вероятностной интерпретации корпускулярно-волнового дуализма. Эйнштейн также заложил основы квантовой теории теплоемкостей вещества. Наконец, Эйнштейн применил к одноатомному идеальному газу статистический метод, предложенный Бозе для излучения, что привело к созданию квантовой статистики для систем частиц с симметричными собственными функциями (статистики Бозе — Эйнштейна). Все это явилось очень большим вкладом в развитие квантовых представлений. Отметим, что до конца своей жизни Эйнштейн думал о проблемах квантовой теории и вел знаменитую дискуссию с Бором о полноте квантовомеханического описания явлений микромира, начавшуюся еще в период становления квантовой механики.

Все работы Эйнштейна по вопросам квантовой теории связаны между собой и с его работами по другим вопросам, особенно по статистической термодинамике, являющиеся весьма существенной частью его научной дея-

тельности как великого физика XX века. Вместе с тем в огромной литературе об Эйнштейне главное внимание, естественно, уделялось его фундаментальным работам по теории относительности, основным создателем которой он являлся, и лишь в сравнительно небольшой доле исследований с должной глубиной анализировался его вклад в квантовую теорию. В учебной и монографической литературе часто упрощенно и порой неправильно характеризуются работы Эйнштейна по вопросам квантовой теории. Так до сих пор обычно говорят о первой работе Эйнштейна¹ по этим вопросам как о работе по фотоэффекту, хотя знаменитому уравнению для фотоэффекта (уравнению Эйнштейна) в ней посвящен лишь один параграф и ее содержание несравнимо шире (как это правильно подчеркнуто в статье М. Борна² (с. 361), а также в статье известного историка науки М. Клейна³ (с. 259). Недооценивается значение работ Эйнштейна 1909 г.^{4,5}, в которых была развита идея корпускулярно-волнового дуализма для излучения на основе рассмотрения флуктуаций энергии и импульса равновесного излучения. Говоря о работе Эйнштейна 1916 г.⁶, в которой были рассмотрены вероятности оптических квантовых переходов и дан принципиально важный вывод формулы излучения Планка, не обращают должного внимания на анализ Эйнштейном проблемы обмена импульсом между атомными системами и излучением и на подчеркивание роли случайности при сопоставлении волновых и корпускулярных представлений (на важность чего специально указывал Паули в статье⁷, посвященной вкладу Эйнштейна в квантовую теорию). Работам Эйнштейна уделяется значительное место в книгах по истории развития квантовой теории⁸⁻¹⁰ (см. также статью¹¹), однако в этих книгах не могла быть детально разобрана связь между работами Эйнштейна по квантовой теории и другими его работами, не показана эволюция его взглядов. До сих пор отсутствует достаточно полное рассмотрение противоречий в научном творчестве Эйнштейна, которые выразились в том, что во второй период своей деятельности, при разработке единой теории поля, Эйнштейн выступал против тех идей вероятностной интерпретации квантовой механики, одним из родоначальников которых он был сам.

Необходимы дальнейшее систематическое изучение работ Эйнштейна, посвященных развитию квантовых представлений, анализ генезиса этих работ и их связи с работами других создателей квантовой теории, их места в творчестве Эйнштейна, подготовка специальных монографий по этим вопросам с использованием обширной переписки Эйнштейна и других материалов. Задача данной статьи — дать обзор важнейших работ Эйнштейна периода 1905—1925 гг. по квантовой теории, обратив особое внимание на их генезис, на развитие Эйнштейном основных квантовых идей и на эволюцию его взглядов.

2. О ГЕНЕЗИСЕ РАБОТ ЭЙНШТЕЙНА ПО КВАНТОВОЙ ТЕОРИИ

Для понимания возникновения и развития идей Эйнштейна по квантовой теории, впервые высказанных в работах 1905 г.¹, необходим анализ, с одной стороны, его предшествующих работ 1901—1904 гг., а с другой стороны, состояния к 1905 г. проблемы равновесного теплового излучения, при разработке которой Планк впервые ввел квантовые представления. Сразу отметим, что работы Эйнштейна по теории излучения не явились непосредственным продолжением работ Планка, а были связаны с последними более сложным образом; Эйнштейн в значительной степени опирался на работы Вина, предшествовавшие работам Планка.

Полный анализ генезиса работ Эйнштейна по квантовой теории требует специальных исследований, и мы остановимся лишь на некоторых

основных вопросах, связанных как с работами Эйнштейна до 1905 г., так и с работами Вина и Планка по теории равновесного излучения.

Первые статьи Эйнштейна были посвящены теории молекулярных явлений^{12,13}. Уже в этих статьях проявились исключительная физическая интуиция Эйнштейна и стремление к нахождению, исходя из анализа конкретного материала, общих подходов к изучаемым явлениям. В первой статье Эйнштейн рассматривает явления капиллярности, используя термодинамические соотношения, и делает определенные предположения о потенциальной энергии парных взаимодействий молекул. Из опытных данных он вычисляет значения постоянных, характеризующих это взаимодействие, и приходит к выводу: «Резюмируя, можно сказать, что оправдалось наше фундаментальное предположение: каждому атому соответствует молекулярное поле притяжения, не зависящее от температуры и способа, которым этот атом связан химически с другими атомами» (12, с. 17). Во второй статье Эйнштейн развивает термодинамическую теорию разности потенциалов между металлом и полностью диссоциированным раствором соли этого металла, используя представления о консервативных молекулярных силах в жидкостях и применяя выражения для потенциалов парного взаимодействия молекул из предыдущей статьи. Таким образом, термодинамическое рассмотрение производится на молекулярной основе. Развивая подобный подход, Эйнштейн ставит проблему общего статистического обоснования термодинамики и публикует в 1902—1904 гг. три работы, посвященные данной проблеме^{14–16}. Первую из этих работ он начинает следующим образом: «Как ни велики достижения кинетической теории теплоты в области физики газов, теория эта до сих пор не имеет удовлетворительной механической основы, поскольку законы теплового равновесия и второе начало термодинамики пока еще не удалось получить из одних только уравнений механики и теории вероятности, хотя Максвелл и Больцман в своих теориях почти достигли этой цели. В настоящем исследовании ставится задача восполнить этот пробел. Одновременно с этим получается обобщение второго начала, имеющее большое значение для применений термодинамики. Кроме того, математическое выражение для энтропии выводится с точки зрения механики» (14, с. 34). Не останавливаясь подробно на этих трех очень интересных и глубоких по физическому содержанию работах Эйнштейна (об их оценке см. статью Борна², с. 172, а также статью Клейна³ с. 269), необходимо подчеркнуть, что Эйнштейн ввел независимо от Гиббса, с работами которого он был в то время незнаком, канонический ансамбль (не пользуясь этим термином), дал общее обоснование связи энтропии и вероятности, вывел второе начало термодинамики. Впоследствии, уже ознакомившись с работами Гиббса, Эйнштейн писал¹⁷, отвечая на критику работ^{14,15} П. Герцем: «...По-моему, следует предпочесть предложенный Гиббсом в его книге путь, исходным пунктом которого является канонический ансамбль. Если бы книга Гиббса была мне известна в то время, я вообще не стал бы публиковать упомянутые работы, а ограничился бы рассмотрением некоторых частных вопросов». Самостоятельная разработка Эйнштейном статистической термодинамики в общей форме сыграла очень важную роль в дальнейших его исследованиях по квантовой теории, в них он широко применял статистические методы, глубоко понимая их сущность. Вместе с тем Эйнштейна интересовали, как показывают его самые первые работы^{12,13}, элементарные молекулярные взаимодействия в жидкостях и растворах, и он естественным образом пришел к рассмотрению элементарных процессов взаимодействия излучения с веществом. Для ряда исследований Эйнштейна характерно сочетание применения статистических методов и рассмотрения элементарных процессов; такое сочетание

имеется в его работах по броуновскому движению¹⁸ (выполненных, начиная с 1905 г.) и особенно в его работах по квантовой теории, которые рассматриваются в данной статье.

Следует обратить специальное внимание на последние параграфы третьей статьи Эйнштейна по статистической термодинамике¹⁶, относящейся к 1904 г. и непосредственно предшествовавшей его работам 1905 г. по квантовой теории¹, по броуновскому движению¹⁸ и по специальной теории относительности¹⁹. Эйнштейн рассматривает в начале статьи выражение для энтропии системы S через логарифм вероятности $\ln W$, «...совершенно аналогичное выражению, найденному Больцманом для идеальных газов и введенному Планком в его теории излучения» (¹⁶, с. 67; здесь Эйнштейн впервые упоминает теорию излучения Планка). В § 3 («О смысле постоянной k в атомно-кинетической теории») Эйнштейн показывает, что обозначаемый им как $2k$ коэффициент пропорциональности между S и $\ln W$ (т. е. постоянная Больцмана k , впервые введенная в явном виде Планком в 1900 г.¹¹), равен отношению газовой постоянной R к числу Авогадро N . При этом Эйнштейн ссылается на работы Больцмана по теории газов и указывает, что «Величина $3k$ равна отношению средней кинетической энергии атома к абсолютной температуре» (¹⁶, с. 74). Весьма важен § 4 статьи (предпоследний, «Общий смысл постоянной k »), в котором Эйнштейн для системы, соприкасающейся «с системой, обладающей бесконечно большой по сравнению с ней энергией и абсолютной температурой T », рассматривает отличие мгновенного значения энергии E от ее среднего значения \bar{E} , вводит величину $\varepsilon = E - \bar{E}$ — «флуктуацию энергии» — и получает для среднего квадрата флуктуации формулу

$$\overline{\varepsilon^2} = 2kT^2 \frac{d\bar{E}}{dT}. \quad (1)$$

Эйнштейн пишет: «Величина $\overline{\varepsilon^2}$ есть мера тепловой стабильности системы; чем больше $\overline{\varepsilon^2}$, тем менее стабильна система. Таким образом, абсолютная постоянная k определяет тепловую стабильность систем» (¹⁶, с. 73).

Дальнейшее развитие Эйнштейном представлений о термических флуктуациях в жидкостях и растворах привело его к теории броуновского движения¹⁸. Для нас, однако, особый интерес представляет применение представления о флуктуациях энергии к излучению, что было сделано Эйнштейном в последнем § 5 его статьи (который так и назван: «Применение к излучению») и несомненно явилось существенным этапом в развитии его взглядов на излучение. В начале параграфа Эйнштейн указывает, что уравнение (1) «...позволило бы определить точное значение универсальной постоянной k , если бы было можно найти среднее значение квадрата флуктуации энергии некоторой системы». Далее он пишет: «Однако при современном состоянии наших знаний этого сделать нельзя. Из опыта можно заключить, что флуктуации энергии вообще происходят только в физических системах одного единственного типа; такой системой является пустое пространство, содержащее тепловое излучение» (¹⁶, с. 73).

Эйнштейн применяет уравнение (1) к случаю, когда пространство, занятое излучением, имеет линейные размеры порядка длины волны λ_m , соответствующей максимуму энергии излучения при данной температуре T . Он указывает, что в данном случае «флуктуация энергии излучения будет того же порядка величины, что и энергия излучения в этом пространстве», т. е. что $\sqrt{\overline{\varepsilon^2}} \approx \bar{E}$. Полагая согласно закону Стефана-Больцмана $\bar{E} = avT^4$, где объем $v = \lambda_m^3$, а постоянная $a = 7,06 \cdot 10^{-15}$, Эйнштейн с помощью уравнения (1) находит, что $\sqrt[3]{\overline{\varepsilon^2}} = 0,42/T$ в согласии с опытом, дающим

$\lambda_m = 0,293/T$ (с законом смещения Вина *)). Эйнштейн заключает свою статью выводом: «Следовательно, и характер зависимости от температуры, и порядок величины λ_m с помощью общей молекулярной теории теплоты определяются правильно; я думаю, что согласие это при большой общности наших исходных предположений невозможно приписать случайности» (16, с. 74).

Таким образом, для Эйнштейна равновесное излучение было системой, к которой он мог применить развитые им общие методы статистической термодинамики.

Рассмотрим теперь вопросы, связанные с законами равновесного излучения и возникновением квантовых представлений (см. также монографии 8-10, 20 и статью 11).

Главной задачей экспериментальных и теоретических исследований равновесного теплового излучения («излучения черного тела») было установление вида универсальной функции спектрального распределения энергии излучения, которую мы будем записывать для спектральной плотности энергии излучения $\rho_\nu = \rho_\nu(T)$, рассчитанной на единицу объема и единицу интервала частот (мы пользуемся обозначением ρ , применявшимся Эйнштейном в его работах). Функция $\rho_\nu(T)$ связана с интегральной плотностью энергии излучения $\rho = \rho(T)$, подчиняющейся закону Стефана — Больцмана

$$\rho = aT^4, \quad (2)$$

где a — постоянная, соотношением

$$\rho = \int_0^\infty \rho_\nu d\nu. \quad (3)$$

Закон (2) был сперва установлен эмпирически Стефаном в 1879 г., а затем выведен Больцманом теоретически в 1884 г. ²¹, исходя из термодинамики и из соотношения классической электродинамики $p = \rho/3$ между давлением изотропного излучения p и его плотностью ρ . Отметим, что это общее соотношение сохраняется для равновесного излучения и в квантовой теории.

Важным этапом в установлении вида функции $\rho_\nu(T)$, предшествовавшим работам Планка, были работы Вина ^{22, 23}, исходившего, как и Больцман, из термодинамики и классической электродинамики. Рассматривая равновесное излучение в объеме с отражающими стенками и учитывая изменение длины волны этого излучения согласно принципу Доплера при отражении от движущейся стенки, Вин вывел закон, согласно которому универсальная функция $\rho_\nu(T)$ должна иметь общий вид

$$\rho_\nu(T) = \nu^3 F\left(\frac{\nu}{T}\right), \quad (4)$$

где F — произвольная функция от отношения ν/T .

В оригинальных работах Вина ^{22, 23} рассматривалась функция $\rho_\lambda(T)$ (Вин обозначил ее как $\varphi(\lambda)$), рассчитанная на единицу интервала длины волн λ (что соответствует представлению ρ в виде $\rho = \int_0^\infty \rho_\lambda d\lambda$) и имеющая вид

$$\rho_\lambda(T) = \frac{1}{\lambda^5} f(\lambda T), \quad (5)$$

*) Отметим, что, как легко проверить, пользуясь выражениями для постоянных в законах Стефана — Больцмана и в законе смещения Вина, при $\nu = \lambda_m^{-1}$ получаем $\bar{E} = a\nu T^4$ порядка kT , т. е. порядка энергии одного фотона, соответствующего длине волны λ_m (пренебрегая численными множителями порядка нескольких единиц).

где $f(\lambda T)$ — произвольная функция от произведения λT . При замене $v = c/\lambda$, где c — скорость света, получается формула (4). Как было сформулировано Вином в ²²: «В нормальном спектре испускания черного тела с изменением температуры каждая длина волны смещается таким образом, что произведение температуры и длины волны остается постоянным». В частности, для длины волны λ_m , соответствующей максимальной энергии излучения, $\lambda_m T = \text{const}$. Это представляет обычную формулировку закона смещения Вина. Название «закон смещения Вина» применяют и для общих формул Вина (4) и (5).

Весьма существенно, что в работе ²³ Вин рассматривал независимые монохроматические составляющие излучения и характеризовал их не только плотностями энергии, но и плотностями энтропии и соответствующими температурами, вообще говоря различными для различных монохроматических составляющих. Интегральную плотность энтропии излучения Вин определял как сумму плотностей энтропии монохроматических составляющих излучения, причем она достигает максимума для равновесного излучения, для которого температуры всех его составляющих одинаковы. Результаты Вина, касающиеся энтропии излучения, были впоследствии использованы Эйнштейном в работе ¹ (см. ниже, с. 513).

Подчеркнем, что, так же как и закон Стефана — Больцмана (2), закон (4) является общим; он справедлив для равновесного излучения и в квантовой теории (как известно, эффект Доплера объясняется и согласно этой теории). Отметим, что, как легко проверить, закон (2) является следствием закона (4) и соотношения (3).

Вопрос о конкретном виде функции $F(v/T)$ и, следовательно, искомой функции $\rho_v(T)$ (а также о значении постоянной a в законе (2), которая зависит от вида функции $F(v/T)$) не мог быть решен на основе общих соотношений термодинамики и электродинамики и представлял весьма трудную проблему, вообще неразрешимую методами классической физики. Эта проблема, как известно, была решена в 1900 г. Планком, нашедшим закон излучения (формула Планка, см. ²⁴, а также ^{11,25}; мы пишем этот закон в обозначениях Эйнштейна в работе ¹)

$$\rho_v = \rho_v(T) = \alpha v^3 \frac{1}{e^{\beta v/T} - 1}. \quad (6)$$

Постоянные α и β выражаются через фундаментальные постоянные — постоянную Планка h (впервые появившуюся в его работах в 1899 г. ^{10,11}), постоянную Больцмана k и скорость света c по формулам

$$\alpha = \frac{8\pi h}{c^3} \quad (7)$$

и

$$\beta = \frac{h}{k}. \quad (8)$$

Закон излучения Планка (6) находится в согласии с общей формулой Вина (4).

Предельными случаями закона Планка являются законы, получающиеся при $\beta v/T = h\nu/kT \gg 1$ и при $\beta v/T = h\nu/kT \ll 1$.

В первом случае, когда величина кванта энергии $h\nu$ много больше тепловой энергии kT , $\exp(\beta v/T) \gg 1$ и

$$\rho_v = \rho_v(T) = \alpha v^3 e^{-\beta v/T}. \quad (9)$$

Этот чисто квантовый закон излучения был получен Вином еще в 1896 г. ²⁶ из соображений, связанных со сходством между распределением Максвелла молекул газа по скоростям v и спектральной зависимостью плотности излучения при больших v/T (что впоследствии было подчеркнуто Эйнштейном в начале статьи ⁶). Для распределения Максвелла характерна экспоненциальная зависимость от скорости молекул и температуры, имеющая вид $\exp(-\gamma v^2/T)$ (где $\gamma = M/2k$, M — масса молекулы, k — постоянная Больцмана); Вин предположил (развивая идеи, ранее высказанные

в 1887 г. В. А. Михельсоном²⁷, на которого он ссылается), что молекулы со скоростью v испускают и поглощают свет с длиной волны λ , обратно пропорциональной v^2 (т. е. с частотой ν , пропорциональной v^2), а это дает зависимость экспоненты от $1/\lambda T$ (т. е. от ν/T), удовлетворяя закону смещения Вина, и сразу приводит к определению вида функции $F(\nu/T)$ в (4) и к закону излучения (9). Легко видеть, что приравнивание экспоненты $-\beta\nu/T = -h\nu/kT$ в (9) экспоненте $-\gamma v^2/T = -Mv^2/2kT$ в распределении Максвелла дает соотношение $Mv^2/2 = h\nu$, т. е. соответствует, с современной точки зрения, возникновению фотона с энергией $h\nu$ за счет кинетической энергии быстрых молекул ($Mv^2/2 = h\nu \gg kT$) или обратному процессу. Таким образом, работа Вина²⁷ содержала в скрытом виде квантовую гипотезу (ср. монографию Хунда⁸, с. 24). Закон излучения Вина (9) с эмпирическими постоянными α и β хорошо подтверждался опытными данными для больших значений ν/T .

Разумеется, в действительности кинетическая энергия не переходит непосредственно в энергию излучения, как предполагал Вин для молекул газа (а до него Михельсон для атомов твердого тела²⁷), а за счет относительной кинетической энергии двух сталкивающихся молекул происходит возбуждение одной из них и последующее испускание фотона; возможен и обратный процесс поглощения фотона молекулой и последующий переход энергии возбуждения в относительную кинетическую энергию при ударе второго рода.

Во втором случае, когда величина кванта энергии $h\nu$ много меньше тепловой энергии kT , $\exp(\beta\nu/T) \approx 1 + (\beta\nu/T)$, $\rho_\nu \approx \alpha\nu^2 T/\beta$, и, учитывая, что, согласно (7) и (8), $\alpha/\beta = 8\pi k/c^3$, т. е. что квантовая постоянная Планка сокращается, находим

$$\rho_\nu = \rho_\nu(T) = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} kT. \quad (10)$$

Этот *чисто классический* закон, получивший впоследствии название закона Рэлея — Джинса, может быть, как известно, выведен на основании подсчета числа $Z(\nu)$ собственных колебаний электромагнитного поля, приходящихся на единицу интервала частот и единицу объема, которое оказывается равным $Z(\nu) = 8\pi\nu^2/c^3$, и предположении, что на каждое такое колебание (одну колебательную степень свободы электромагнитного поля) приходится средняя энергия kT (согласно классическому закону равнораспределения энергии по степеням свободы)²⁸. Пропорциональность спектральной плотности излучения абсолютной температуре, наблюдающаяся при высоких температурах и малых частотах (при больших длинах волн), сыграла существенную роль при установлении Планком закона излучения (6). Планк стремился найти закон, который давал бы, наряду с известным ему законом излучения Вина (9), справедливым при больших ν/T , и соответствующие опыту результаты при малых ν/T (с работой Рэлея²⁸ Планк не был видимо знаком; см., например, ^{10,25}).

При выводе закона излучения (6) Планк впервые в явном виде ввел квантовую гипотезу. Очень важно отчетливо представлять себе, какие основные предположения были сделаны Планком в его классических работах²⁴ (см. также ^{11,25}). Прежде всего, Планк моделировал вещество, с которым излучение, характеризуемое спектральной плотностью ρ_ν , находится в равновесии, совокупностью элементарных электрических осцилляторов, гармонических колеблющихся с различными частотами ν и обменивающихся энергией с полем излучения в результате резонансного испускания и поглощения электромагнитных волн соответствующих частот. Планк последовательно решал для совокупности таких осцилляторов (которые он называл «резонаторами») две задачи — во-первых, задачу нахождения связи ρ_ν со средней энергией одного резонатора \bar{E}_ν ,

во-вторых, задачу определения этой средней энергии при данной температуре T , общей для вещества и излучения, т. е. при полном термодинамическом равновесии.

В результате решения первой задачи, рассматривая по методам классической электродинамики поглощение и испускание электромагнитной энергии отдельными резонаторами как *непрерывные* процессы, Планк получил формулу

$$\rho_\nu = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} \bar{E}_\nu. \quad (11)$$

Для решения второй задачи — определения \bar{E}_ν — Планк искал выражение для средней энтропии одного резонатора частоты ν , S_ν , с тем, чтобы, пользуясь термодинамической связью энергии и энтропии, найти \bar{E}_ν . Первоначально Планк стремился вывести закон излучения Вина (9) как удовлетворяющий опытным данным (вывод самого Вина в ²⁶ он не считал достаточным). Ему удалось подобрать выражение для S_ν , приводящее к формуле

$$E_\nu = b\nu e^{-a\nu/T} \quad (12)$$

(где a и b — постоянные), которая при подстановке в (11) давала закон излучения Вина (9) (см. ²⁴, с. 224).

Выражение Планка для S_ν имело вид (²⁴, с. 219)

$$S_\nu = -\frac{\bar{E}_\nu}{a\nu} \left(\ln \frac{\bar{E}_\nu}{b\nu} - 1 \right), \quad (13)$$

где, как потом выяснилось, $b = h$, а $a = h/k$. Таким образом, отношение $\bar{E}_\nu/b\nu = \bar{E}_\nu/h\nu$ представляло среднее число квантов энергии, а отношение $\bar{E}_\nu/a\nu = k\bar{E}_\nu/h\nu$ — среднее число квантов энергии, умноженное на постоянную Больцмана k , в согласии с квантованием энергии резонаторов (т. е. гармонических осцилляторов), введенным Планком в последующих работах. Мы видим, что и Планк пользовался квантовым выражением (в данном случае для энтропии), не зная этого.

В дальнейшем Планк вывел закон (6), справедливый и для малых значений ν/T (после того как он сначала получил его полуэмпирическим методом), определив среднюю энтропию резонатора S_ν , исходя из связи, согласно соотношению Больцмана $S = k \ln W$, полной энтропии S совокупности резонаторов данной частоты с вероятностью W при фундаментальной гипотезе о дискретности энергии резонаторов. Согласно этой *квантовой гипотезе* Планка резонатор, колеблющийся с частотой ν , может обладать лишь энергиями, целыми кратными порциям энергии $\epsilon = h\nu$ (квантам энергии, как их стали называть впоследствии), т. е. возможные значения энергии отдельного резонатора равны

$$E_\nu = n\epsilon = nh\nu, \quad (14)$$

где n — целое число.

Полученное Планком из вероятностного рассмотрения выражение для средней энтропии резонатора (см. ²⁴, с. 262, 265) было более общим, чем выражение (13); из него следовало, что $E_\nu = h\nu/[\exp(h\nu/kT) - 1]$ и подстановка в (11) давала закон излучения Планка (6) со всеми постоянными.

Следует подчеркнуть, что квантовая гипотеза Планка (14) относилась к *квантованию энергии вещества* и что процессы поглощения и испускания излучения Планк рассматривал как непрерывные в соответствии с классической электродинамикой. Существенно также, что конкретные элементарные процессы взаимодействия излучения с веществом Планка не интересовали. Резонаторы были лишь моделью, необходимой ему для вывода законов излучения. Он, в частности, писал: «... Вовсе не существ-

венно, основаны ли колебания элементарных резонаторов на токах проводимости (само собой разумеется, при отсутствии электрического сопротивления), либо на токах конвекции (движении электрически заряженных частиц)»^(24, с. 195). Дав закон (14) для квантования энергии резонатора, Планк еще не думал о применении данного закона к конкретным атомным системам.

Понимание этих особенностей подхода Планка очень важно при анализе того нового, что внес Эйнштейн в развитие квантовых представлений.

3. КВАНТОВАНИЕ ЭНЕРГИИ ИЗЛУЧЕНИЯ (РАБОТА ЭЙНШТЕЙНА 1905 г.)

Рассмотрение работ Эйнштейна по квантовой теории естественно начать с достаточно подробного и систематического анализа его работы 1905 г.¹, в которой он впервые выдвинул революционную идею *квантования энергии излучения* в форме гипотезы квантов света, что являлось основным в этой работе (а не объяснение законов фотоэффекта; см. выше). Именно с данной работы началось развитие квантовой теории излучения.

Уже в кратком введении к работе Эйнштейн очень четко противопоставляет волновой теории света, основанной на представлении о непрерывности электромагнитного поля («оперирующей с непрерывными пространственными функциями») и «прекрасно оправдавшейся при описании чисто оптических явлений», корпускулярную теорию света, согласно которой «энергия света распределяется по пространству дискретным образом» и которая, по мнению Эйнштейна, лучше объясняет «явления возникновения и превращения света»^(1, с. 92, 93 *). В конце введения Эйнштейн пишет: «Ниже я излагаю ход мыслей и факты, натолкнувшие меня на этот путь, в надежде, что предлагаемая здесь точка зрения («одна эвристическая точка зрения», как указано в названии работы. — *М. Е.*), возможно, принесет пользу и другим исследователям в их изысканиях».

Из девяти параграфов работы, чрезвычайно оригинальной и богатой по содержанию, первые шесть посвящены подходу к корпускулярным представлениям об излучении и их обоснованию, а последние три — приложениям этих представлений о квантах света (фотонах — по современной терминологии; Эйнштейн пользуется терминами «квант энергии» и «квант света») к процессам возникновения и превращения света.

В § 1 («Об одной трудности в теории „излучения черного тела“») Эйнштейн рассматривает с классической точки зрения равновесие излучения и вещества, содержащего «электроны-резонаторы». Согласно кинетической теории газов средняя энергия колебательного движения электрона-резонатора на одну степень свободы должна равняться $(R/N) T$ (Эйнштейн не вводит постоянную Больцмана k и вместо нее пишет R/N). Применяя «условие динамического равновесия» (11), выведенное Планком, Эйнштейн получает (он при этом ссылается на работу Планка «О необратимых процессах излучения»^(24, с. 191), в которой Планк выводил закон излучения Вина, исходя из формулы (13) для энтропии), полагая $\bar{E}_\nu = (R/N) T$, соотношение (10), т. е. закон Рэлея — Джинса. Эйнштейн сразу показывает, что в этом случае $\int_0^\infty \rho_\nu d\nu = \infty$ и подчеркивает, что соотношение (10)

«не только противоречит опыту, но и утверждает, что в нашей картине (т. е. в классической картине. — *М. Е.*) не может быть и речи о каком-либо

*) См. также ¹¹, где соответствующая цитата приведена полностью и уточнен перевод с немецкого оригинала.

однозначном распределении энергии между эфиром и веществом». Таким образом, Эйнштейн не только независимо вывел закон Релея — Джинса, но и отчетливо представлял «ультрафиолетовую катастрофу».

Следует вместе с тем отметить, что ни Планк при выводе формулы (11), ни затем Эйнштейн при выводе с ее помощью закона (10) не рассматривали входящее в формулу (11) выражение $8\pi\nu^2/c^3 = Z(\nu)$ как число собственных колебаний электромагнитного поля. Данное выражение трактовалось ими лишь как коэффициент пропорциональности, связывающий спектральную плотность излучения ρ_ν со средней энергией \bar{E}_ν резонатора, испускающего и поглощающего это излучение. При равновесии вещества и излучения средняя энергия на одну колебательную степень свободы, согласно классическим представлениям, должна быть одинакова и равна kT как для резонаторов, моделирующих вещество, так и для собственных колебаний поля излучения. Поэтому оба способа рассмотрения — Эйнштейна, с одной стороны, и Релея, Лоренца и Джинса²⁸, с другой — дают тот же результат (10), противоречащий опыту при больших ν/T .

Дальнейшее рассмотрение предельного классического случая малых ν/T содержится в § 2 статьи («О планковском определении элементарных квантов»). Эйнштейн в начале этого небольшого параграфа пишет: «Теперь мы покажем, что определение элементарных квантов, данное Планком, является до известной степени независимым от созданной им теории «излучения черного тела». Затем он приводит формулу Планка, как «согласующуюся со всеми проведенными до сих пор экспериментами», в виде (6) с численными значениями постоянных α и β . Эйнштейн при этом ссылается на работу Планка «О законе распределения энергии в нормальном спектре»⁽²⁴⁾, с. 258).

Необходимо отметить (и это видно из дальнейшего), что идет речь не о квантах энергии $h\nu$ (в цитированной работе Планк говорил об «элементе энергии» $\epsilon = h\nu$, еще не называя его «квантом энергии»), а о дискретной структуре вещества и об определении числа Авогадро N , что рассматривалось в работе Планка «Об элементарном кванте материи и электричества»⁽²⁴⁾, с. 268).

Для малых ν/T Эйнштейн получает предельный вид формулы (6), $\rho_\nu = (\alpha/\beta) \nu^2 T$, и сравнение с найденной им в предыдущем параграфе формулой (10) (где $k = R/N$) позволяет ему определить значение $N = 6,17 \cdot 10^{23}$ — «в точности то же значение, которое получил Планк» (в упомянутой выше работе).

Рассмотрение классического случая Эйнштейн заканчивает выводом: «... Чем больше плотность энергии и длина волны излучения, тем лучше оправдываются наши теоретические предпосылки; однако для малых длин волн и малых плотностей они оказываются совершенно непригодными». Эйнштейн в дальнейшем рассматривает именно предельный случай больших ν/T — чисто квантовый случай, когда справедлив закон излучения Вина (9). Он пишет: «В дальнейшем «излучение черного тела» будет рассматриваться в связи с опытом, а не на основе каких-либо представлений о возникновении и распространении излучения»⁽¹⁾, с. 96). На работы Планка он при этом не опирается и больше на них не ссылается. Подход Эйнштейна коренным образом отличался от подхода Планка. В то время как Планк выражает, согласно (11), плотность излучения ρ_ν через *характеризующую свойства вещества* среднюю энергию резонатора \bar{E}_ν , которую находит как функцию средней энтропии резонатора S_ν , а для определения последней применяет соотношение Больцмана для вещества, Эйнштейн по плотности излучения находит его энтропию как функцию объема и, пользуясь тоже соотношением Больцмана, но уже в *применении к самому излучению*, выясняет физический смысл найденного выражения для энтропии; он приходит к фундаментальному выводу о наличии у излучения при больших ν/T корпускулярных свойств. Выполнению этой прог-

раммы посвящены §§ 3—6 работы Эйнштейна; и весьма поучительно проследить более детально за ходом его рассуждений.

В начале § 3 («Об энтропии излучения») Эйнштейн пишет: «Последующее рассмотрение содержится в знаменитой работе В. Вина и приводится здесь только в целях полноты изложения». Речь идет о статье Вина²³ (см. выше, с. 508), и следует отметить, что Эйнштейн излагает вопрос в несколько иной форме, чем Вин.

Для излучения, занимающего объем v , Эйнштейн рассматривает спектральную плотность энтропии φ_ν как функцию от спектральной плотности энергии ρ_ν и частоты ν *). Он определяет полную энтропию излучения S как аддитивную по частотам функцию, следуя Вину, формулой $S =$

$= v \int_0^\infty \varphi_\nu d\nu$ и находит максимум плотности энтропии $\int_0^\infty \varphi_\nu d\nu$ при постоянной плотности энергии $\int_0^\infty \rho_\nu d\nu$, что соответствует равновесному излучению

(«излучению черного тела»). Для такого излучения, при учете соотношения $dS = dE/T$ между приращением энтропии dS и сообщенным теплом $dQ = dE$ для обратимого изохорического процесса, получается соотношение

$$\frac{\partial \varphi_\nu}{\partial \rho_\nu} = \frac{1}{T}, \quad (15)$$

справедливое для всех значений частоты. О соотношении (15) Эйнштейн пишет: «Это и есть закон излучения черного тела. Следовательно, по функции φ_ν можно определить закон излучения черного тела и, наоборот, интегрируя этот закон и учитывая, что $\varphi_\nu = 0$ при $\rho_\nu = 0$, можно получить функцию φ_ν **). Именно нахождению энтропии равновесного излучения φ_ν , зная его энергию ρ_ν , и посвящен § 4 («Предельный закон для энтропии монохроматического излучения при малой плотности излучения»). Эйнштейн исходит из закона излучения Вина (9), отмечая, что хотя данный закон «точно не выполняется», но «для больших значений отношения ν/T этот закон подтверждается экспериментом очень хорошо». Таким образом, Эйнштейн рассматривает закон Вина как экспериментальный закон и лишь много позже, в 1916 г. в работе⁶ он говорит о выводе Вином формулы (9) (см. с. 508 и, более подробно, с. 529).

Эйнштейн сперва определяет, согласно закону (9), величину $1/T = -(1/\beta\tau) \ln(\rho_\nu/\alpha\nu^3)$; подставляя ее в соотношение (15) и интегрируя, он получает выражение для φ_ν , которое, умноженное на объем v и на $d\nu$, дает энтропию $S = v\varphi_\nu d\nu$ излучения в интервале частот от ν до $\nu + d\nu$, обладающего энергией $E = v\rho_\nu d\nu$. Для зависимости энтропии от объема Эйнштейн находит формулу

$$S - S_0 = \frac{E}{\beta\nu} \ln \frac{\nu}{\nu_0}, \quad (16)$$

где S_0 — энтропия излучения, занимающего объем ν_0 . Данное выражение, показывающее, «что энтропия монохроматического излучения достаточно малой плотности зависит от объема так же, как энтропия идеального газа или разбавленного раствора», Эйнштейн интерпретирует в дальнейшем

*) В этом параграфе и последующих Эйнштейн обозначает φ_ν и ρ_ν просто как φ и ρ ; в дальнейшем тексте мы сохраняем для ясности индекс ν для спектральных величин, чтобы отличать их от интегральных.

**) Отметим, что формула (15) приводится Планком в работе 1900 г. «Энтропия и температура лучистой энергии» (24, с. 234, §§ 5 и 6). Планк применяет эту формулу для нахождения ρ_ν , зная φ_ν (в обозначениях Планка $\rho_\nu = \mathfrak{R}$, $\varphi_\nu = \mathfrak{Z}$).

«на основе введенного в физику Больцманом принципа, согласно которому энтропия некоторой системы есть определенная функция вероятности состояния этой системы».

Следующий § 5 («Исследование зависимости энтропии газов и разбавленных растворов от объема в молекулярной теории») Эйнштейн начинает с важного общего замечания: «При вычислении энтропии методами молекулярной теории слово «вероятность» часто употребляется в смысле, не совпадающем с определением, даваемым ему в теории вероятностей. Особенно часто предполагается «случай равной вероятности» там, где с теоретической стороны задача является достаточно определенной, чтобы не вводить гипотезу и рассуждать по дедукции». Вопрос о том, какие состояния считать равновероятными, Эйнштейн рассмотрел в дальнейшем при анализе формулы излучения Планка в работах ^{29, 30} и особенно в работе ⁴, и это оказалось весьма существенным для выявления квантовых закономерностей (см. ниже, с. 518 и 521).

Далее Эйнштейн дает общую формулировку принципа Больцмана. Он получает основную формулу

$$S - S_0 = \frac{R}{N} \ln W, \quad (17)$$

(где W — относительная вероятность состояния с энтропией S), исходя из общего рассмотрения двух невзаимодействующих друг с другом систем с энтропиями $S_1 (W_1)$ и $S_2 (W_2)$, где W_1 и W_2 — вероятности мгновенных состояний этих систем, и учитывая аддитивность энтропий ($S = S_1 + S_2$) и мультипликативность вероятностей ($W = W_1 W_2$). Для частного случая n независимых частиц, например идеального газа или разбавленного раствора, занимающих объем v_0 , вероятность сосредоточения всех n частиц в объеме v , составляющем часть общего объема v_0 , равна

$$W = \left(\frac{v}{v_0} \right)^n, \quad (18)$$

и, согласно формуле (17),

$$S - S_0 = R \frac{n}{N} \ln \frac{v}{v_0}. \quad (19)$$

Эйнштейн подчеркивает «что для вывода этого соотношения ... не требуется делать никаких предположений о законе движения молекул».

Сравнению формулы (16) с формулами (17) — (19) и фундаментальным следствиям такого сравнения посвящен § 6 («Интерпретация выражения для зависимости энтропии монохроматического излучения от объема, полученной на основе принципа Больцмана»). Именно этот параграф содержит гипотезу квантов света и является центральным в основополагающей работе Эйнштейна ¹. При записи формулы (16) в виде

$$S - S_0 = \frac{R}{N} \ln \left[\left(\frac{v}{v_0} \right)^{\frac{N}{R}} \frac{E}{\beta v} \right] \quad (19')$$

и сравнении с общей формулой (17) получается, что

$$W = \left(\frac{v}{v_0} \right)^{\frac{N}{R} \frac{E}{\beta v}}, \quad (20)$$

в полной аналогии с формулой (18). Соответственно Эйнштейн делает заключение: «Монохроматическое излучение малой плотности (в пределах области применимости закона излучения Вина) в смысле теории теплоты ведет себя так, как будто оно состоит из независимых друг от друга квантов энергии величиной $R\beta v/N$ » (т. е., учитывая, что $R/N = k$, $\beta = h/k$

и $R\beta/N = h$, из квантов величиной $h\nu$; а потому величина $NE/R\beta\nu = E/h\nu$ представляет число квантов света).

Эйнштейн также вычисляет среднюю энергию «квантов энергии излучения черного тела», которая, согласно закону Вина (9), равна $3(R/N)T$ (т. е. $3kT$), и сравнивает ее со средней кинетической энергией движения центра тяжести молекулы $(3/2)RT/N$ (т. е. $(3/2)kT$).

В конце § 6 Эйнштейн говорит: «Но если монохроматическое излучение (достаточно малой плотности) в смысле зависимости энтропии от объема ведет себя как дискретная среда, состоящая из квантов энергии величиной $R\beta\nu/N$, то напрашивается вопрос, не являются ли и законы возникновения и превращения света такими, как будто свет состоит из подобных же квантов энергии». Законам возникновения и превращения света, вытекающим из гипотезы квантов света, и посвящены последние три параграфа работы¹. При этом Эйнштейн переходит от статистического рассмотрения законов равновесного излучения к рассмотрению элементарных процессов взаимодействия излучения с веществом, основанному на представлении о дискретности энергии излучения, и соответственно о дискретности самих процессов поглощения и испускания.

В § 7 («Правило Стокса») Эйнштейн очень просто объясняет установленное Стоксом еще в 1852 г. соотношение для процесса фотолюминесценции — закон или правило Стокса, согласно которому длина волны испускаемого света λ_2 больше длины волны поглощающего света λ_1 или равна ей, т. е. частота $\nu_2 = c/\lambda_2$ меньше частоты $\nu_1 = c/\lambda_1$ или равна ей. Если испускаемый квант света возникает только за счет поглощенного кванта света, то в соответствии с законом сохранения энергии $h\nu_2 \leq h\nu_1$ (в обозначениях Эйнштейна $R\beta\nu_2/N \leq R\beta\nu_1/N$), т. е. $\nu_2 \leq \nu_1$. «Это и есть известное правило Стокса» говорит Эйнштейн. Он специально подчеркивает, что «при слабом освещении количество возбуждаемого света при прочих равных условиях должно быть пропорционально интенсивности возбуждающего света» и указывает, что отклонения от правила Стокса возможны в двух случаях. Это, во-первых, при столь большой плотности квантов света, «что один квант возбуждаемого света может получить свою энергию от многих возбуждающих квантов», и, во-вторых, при нарушении закона Вина, например когда «свет испускается телом такой высокой температуры, что для рассматриваемой длины волны закон Вина уже не выполняется». Первому случаю соответствует нелинейная зависимость интенсивности возбуждаемого света от интенсивности возбуждающего; такого рода процессы — многофотонные процессы, — как известно, широко изучаются в настоящее время. Во втором случае уже не выполняется условие $h\nu \gg kT$; при этом величина испускаемого кванта может увеличиваться за счет тепловой энергии люминесцирующего тела (антистоксова фотолюминесценция). Мы имеем пример глубокого анализа Эйнштейном сущности рассматриваемых элементарных процессов.

В § 8 («О возбуждении катодных лучей при освещении твердых тел») Эйнштейн рассматривает фотоэффект на основе представления о том, «что возбуждающий свет состоит из квантов с энергией $(R/N)\beta\nu$ » (т. е. $h\nu$), предполагает, что «один световой квант отдает всю свою энергию одному электрону», и учитывает, «что каждый электрон, покидая тело, должен совершить некоторую работу P (характерную для данного тела)», т. е. вводит понятие о работе выхода. Приравнявая максимальную кинетическую энергию вырываемого электрона $R\beta\nu/N - P$ величине $P\epsilon$, где P — величина задерживающего потенциала, а ϵ — заряд электрона, Эйнштейн получает свое знаменитое уравнение для фотоэффекта в виде $P\epsilon = R\beta\nu/N - P$, или, в современной записи,

$$eV = h\nu - P. \quad (21)$$

Он указывает: «Если выведенная формула правильна, то Π как функция частоты возбуждающего света изображается в декартовых координатах в виде прямой, наклон которой не зависит от природы исследуемого вещества». Как известно, этот линейный закон, из которого может быть определено отношение h/e , был впоследствии с большой точностью проверен Миллиkenом (в 1916 г.), Лукирским и Прилежаевым (в 1928 г.) и другими.

Эйнштейн отмечает, что об области применимости законов фотоэффекта «можно было бы сделать такие же замечания, какие были высказаны по поводу предполагаемых отклонений от правила Стокса». Он также указывает, что для катодной люминесценции — процесса, обратного фотоэффекту, — при больших ускоряющих напряжениях возможно возникновение большого числа квантов света за счет кинетической энергии одного электрона.

В последнем параграфе работы (§ 9 «Об ионизации газов ультрафиолетовым светом») Эйнштейн рассматривает на примере ионизации отдельных молекул газа квантами ультрафиолетового света вопрос о числе таких процессов. Если каждый поглощенный квант вызывает ионизацию одной молекулы, то число ионизированных молекул равно просто числу поглощенных квантов. Это представляет первоначальную форму закона фотохимического эквивалента, который Эйнштейн сформулировал впоследствии для фотохимических процессов³¹.

4. АНАЛИЗ ЭЙНШТЕЙНОВОЙ ФОРМУЛЫ ПЛАНКА И КВАНТОВАНИЕ ЭНЕРГИИ ВЕЩЕСТВА (РАБОТЫ ЭЙНШТЕЙНА 1906—1907 гг.)

Как следует из произведенного анализа первой работы Эйнштейна по квантовой теории излучения, ее центральной идеей была идея *квантования энергии излучения*, базирующаяся на статистическом рассмотрении теплового излучения в предельном случае больших значения ν/T . Эйнштейн смог обосновать эту идею, исходя из справедливого при таких значениях ν/T закона Вина (9), имеющего чисто квантовую природу, и успешно применил ее к рассмотрению элементарных процессов взаимодействия излучения с веществом, как имеющих дискретный характер. Однако еще не была вскрыта связь его подхода с подходом Планка, *квантовавшим энергию вещества*. Такая связь была выявлена Эйнштейном в его работах 1906—1907 гг.^{29, 30}, существенным результатом которых явилось создание Эйнштейном основ квантовой теории теплоемкостей.

В начале первой из этих работ, небольшой, но весьма важной статьи²⁹, состоящей всего из двух параграфов, Эйнштейн пишет о своей работе¹, в которой он «пришел к выводу, что свет с частотой ν может поглощаться и испускаться только квантами энергии $(R/N) \beta \nu$ », следующее:

«Тогда мне показалось, что теория излучения Планка (Эйнштейн здесь, как и в¹, ссылается на статью Планка «О законе распределения энергии в нормальном спектре»²⁴, с. 258. — М. Е.) в известном смысле противостоит моей работе. Однако новые рассуждения, которые приводятся в § 1 настоящей работы, убеждают, что теоретическая основа теории Планка отличается от той, которую можно было бы получить из теории Максвелла и теории электронов. Теория Планка в действительности неявно использует упомянутую выше гипотезу световых квантов».

Эйнштейн назвал § 1 работы²⁹ «Теория излучения Планка и световые кванты». В начале этого параграфа он выписывает формулу Рэлея — Джинса (10), «противоречащую опыту», и ставит вопрос о том, почему Планк получил не эту формулу, а формулу (6). Далее Эйнштейн приводит

выведенное Планком соотношение (11), $\bar{E}_\nu = (c^3/8\pi\nu^2) \rho_\nu$. Он показывает, что если определять среднюю энергию резонатора \bar{E}_ν с помощью выражения для энтропии S , найденного в работе ¹⁵ по статистической термодинамике, то формула Планка (6) получается только в предположении о дискретности энергии резонаторов. Эйнштейн в результате приходит к заключению:

«Поэтому мы можем считать, что в основе теории Планка лежит следующее утверждение.

Энергия элементарного резонатора может принимать только целочисленные значения, кратные величине $(R/N)h\nu$; энергия резонатора при поглощении и испускании меняется скачком, а именно на целочисленное значение, кратное величине $(R/N)h\nu$ ».

Таким образом, Эйнштейн подчеркивает, что из квантования энергии резонатора следует дискретность процессов поглощения и испускания (которая была получена самим Эйнштейном в работе ¹ из предположения о дискретности энергии излучения; ср. ¹¹, с. 678).

Далее Эйнштейн делает и второй важный вывод:

«Если энергия резонатора может меняться только скачкообразно, то для определения средней энергии резонатора, находящегося в поле излучения, нельзя применять обычную теорию электричества, ибо эта теория не содержит *выделенных* (курсив Эйнштейна. — М. Е.) значений энергии. Следовательно, такое предположение заложено в основе теории Планка.

Хотя теория Максвелла неприменима к элементарным резонаторам, но *средняя* энергия элементарного резонатора, находящегося в поле излучения, равна энергии, вычисленной по максвелловской теории электричества».

При этом Эйнштейн отмечает, что в области применимости формулы излучения Вина (9) \bar{E}_ν много меньше $\epsilon = h\nu$, т. е. что лишь очень малое число резонаторов имеет энергию, отличную от нуля.

Окончательный вывод Эйнштейна следующий:

«Изложенные выше рассуждения, по моему мнению, отнюдь не опровергают теорию излучения Планка; напротив, они, по-видимому, показывают, что Планк в своей теории излучения ввел новый гипотетический элемент — гипотезу световых квантов».

Мы видим, что Эйнштейн подчеркивает как существенную черту теории Планка связь дискретности поглощения и испускания с предположением о выделенных — дискретных — значениях энергии резонаторов, т. е. о квантовании энергии вещества. Дальнейшее развитие идея дискретности энергии вещества получила в работе Эйнштейна ³⁰, опубликованной в начале 1907 г.

Отметим, что в рассмотренной работе ²⁹ в § 2 («Ожидаемое количественное соотношение между порогом фотоэффекта и рядом напряжений Вольта») Эйнштейн впервые получает формулу для контактной разности потенциалов V_{12} на границе двух металлов. Согласно этой формуле, основанной на теории фотоэффекта, данной Эйнштейном в работе ¹ (см. выше, с. 515), eV_{12} равно разности работ выхода электрона из соответствующих металлов (Эйнштейн вводит потенциалы V_1 и V_2 , соответствующие граничным частотам фотоэффекта ν_1 и ν_2 согласно соотношениям, в современных обозначениях, $V_1 = h\nu_1/e$ и $V_2 = h\nu_2/e$, где в соответствии с формулой (21) при $V = 0$ $h\nu_1 = P_1$ и $h\nu_2 = P_2$).

Эйнштейн начинает работу ³⁰ со ссылки на свои работы ¹, ²⁹, в которых он пришел «к новой точке зрения на явления поглощения и испускания света» и характеризует содержание данной работы так: «В настоящей работе будет доказано, что теория излучения — в особенности теория Планка — ведет к видоизменению молекулярно-кинетической теории

позволяющему устранить некоторые трудности, до сих пор стоявшие на пути этой теории (речь идет о теплостемкостях. — М. Е.)».

Сначала Эйнштейн, используя результаты своей работы 1903 г. по статистической термодинамике ¹⁵, дает очень простой и принципиально важный «вывод формулы для средней энергии резонатора Планка, отчетливо выявляющий связь с молекулярной механикой». Он применяет в случае термодинамического равновесия общую формулу для вероятности dW того, что энергия E подсистемы, составляющей малую часть всей системы и описываемой независимыми переменными P_ν ($\nu = 1, 2, \dots, m$), лежит в пределах от E до $E + dE$:

$$dW = C e^{-(N/kT)E} \omega(E) dE, \quad (22)$$

где

$$\omega(E) dE = \int_{dE} dp_1 \dots dp_m \quad (23)$$

и «интеграл распространяется на все комбинации p_ν , соответствующие значениям энергий от E до $E + dE$ ». Таким образом, Эйнштейн рассматривает общий вид распределения Больцмана; от выбора функции $\omega(E)$, т. е. от того, какие состояния считаются равновероятными (см. выше, с. 514), будут зависеть конкретный вид функции распределения и средние значения физических величин. Для частицы, совершающей линейные гармонические колебания, энергия $E = ax^2 + b\xi^2$, где x — мгновенное расстояние этой частицы от положения равновесия, а ξ — мгновенная скорость (a и b — постоянные). Формула (23) дает $\int_{dE} dx d\xi = \text{const } dE$,

следовательно, $\omega(E) = \text{const}$, и среднее значение энергии, согласно (22), получается равным

$$\bar{E} = \frac{\int E e^{-(N/kT)E} dE}{\int e^{-(N/kT)E} dE} = \frac{RT}{N}. \quad (24)$$

Для «колеблющегося вдоль прямой линии иона» это приводит при учете соотношения (11) (Эйнштейн ссылается, как и в ¹, на работу Планка «О необратимых процессах излучения»; см. ²⁴, с. 191) к формуле (10), о которой Эйнштейн впервые говорит как о «формуле Рэлея». Он подчеркивает, что эта формула справедлива, «как известно, лишь в предельном случае больших значений T/ν ».

«Чтобы прийти к планковской теории излучения абсолютно черного тела», Эйнштейн (ссылаясь при этом на появившиеся в 1906 г. лекции Планка по теории теплового излучения ³²) сохраняет соотношение (11), предполагая, «что максвелловская теория электричества правильно воспроизводит связь между плотностью излучения и \bar{E} », но отказывается от формулы (24), предполагая, «что применение молекулярно-кинетической теории приведет к противоречию с опытом». Он исходит из формулы (22) «общей молекулярной теории теплоты» и вместо $\omega = \text{const}$ полагает $\omega = 0$ для всех значений E , кроме значений от 0 до $0 + \alpha$, от ε до $\varepsilon + \alpha$, от 2ε до $2\varepsilon + \alpha$, и т. д., где α бесконечно мало по сравнению с ε , а для этих интервалов приравняет интегралы $\int \omega dE$ постоянной A , что «включает в себя предположение, что энергия рассматриваемого элементарного образования принимает только значения, бесконечно близкие к величинам

0, ε , 2ε и т. д.». Среднее значение энергии получается равным

$$\begin{aligned}\bar{E} &= \frac{\int E e^{-(N/RT)E} \omega(E) dE}{\int e^{-(N/RT)E} \omega(E) dE} = \\ &= \frac{0 + A\varepsilon e^{-(N/RT)\varepsilon} + A2\varepsilon e^{-(N/RT)2\varepsilon} + \dots}{A + A e^{-(N/RT)\varepsilon} + A e^{-(N/RT)2\varepsilon} + \dots} = \frac{\varepsilon}{e^{(N/RT)\varepsilon} - 1},\end{aligned}\quad (25)$$

что дает при $\varepsilon = (R/N) \beta v = h\nu$ («согласно гипотезе квантов»)

$$\bar{E} = \bar{E}_v = \frac{(R/N) \beta v}{e^{\beta N/T} - 1} = \frac{h\nu}{e^{h\nu/kT} - 1} \quad (26)$$

и приводит, согласно соотношению (11), к формуле Планка (6). Эйнштейн указывает, что формула (26) «дает зависимость средней энергии резонатора Планка от температуры». В то время как эта формула была получена Планком достаточно сложным путем, Эйнштейн, в результате применения распределения Больцмана (22) к квантованным состояниям, сразу получил ее. Существенно, что простота вывода явилась результатом общего физически обоснованного подхода Эйнштейна.

Очень важным является общий вывод Эйнштейна: «... До сих пор считали, что движение молекул подчиняется таким же точно законам, каким подчиняется движение тел нашего повседневного опыта (с добавлением одного только постулата полной обратимости), теперь же приходится делать предположение, что для колеблющихся с определенной частотой ионов, участвующих в обмене энергией между веществом и излучением, множество состояний, которые могут принимать эти ионы, меньше, чем для тел нашего повседневного опыта». Здесь проявляется глубокое понимание Эйнштейном необходимости отказа от классической механики при описании движения микрочастиц.

Эйнштейн идет дальше и ставит вопрос: «... Если элементарные образования, существование которых предполагалось в теории обмена энергией между излучением и веществом, мы не можем понимать в смысле современной молекулярно-кинетической теории теплоты, то не следует ли нам тогда видоизменить теорию и для других периодически колеблющихся образований, рассматриваемых молекулярной теорией теплоты?» Эйнштейн положительно отвечает на этот вопрос и, предполагая, что энергия колебательного движения атомов в твердом теле около положений равновесия квантуется, развивает теорию теплоемкостей твердых тел. Для простейшей модели независимых колебаний отдельных атомов, приписывая каждому атому три колебательных степени свободы, Эйнштейн получает для средней энергии колебаний на атом утроенную величину (26), а для грамм-атома энергию

$$3R \frac{\beta v}{e^{\beta v/T} - 1}, \quad (27)$$

дифференцирование которой по температуре T и суммирование «по всем видам колеблющихся образований, существующих в данном твердом теле», дает удельную теплоемкость как функцию температуры, причем при низких температурах эта теплоемкость стремится к нулю. Мы не будем подробнее останавливаться на разработке Эйнштейном квантовой теории теплоемкости, развитие которой началось именно с данной работы и было продолжено впоследствии другими учеными, в частности Дебаем и независимо Борном и Карманом (см., например, статью Клейна³³, с. 156, а также¹⁰). Отметим только, что Эйнштейн сперва предполагал, что в твердом теле колеблются ионы, и вычислил по теплоемкости частоты колебаний, которые должны проявляться в инфракрасных спектрах.

В частности, для алмаза он предсказал максимум инфракрасного поглощения при $\lambda = 11$ мкм. Однако в заметке³¹ он отказался от сделанного в³⁰ предположения, что «носителями тепла в твердых телах (изоляторах) скорее всего являются только положительные атомные ионы». Эйнштейн указывает, что «весьма вероятно, что могут существовать незаряженные носители тепла, не участвующие в оптических явлениях». И он делает вывод: «Итак, согласно теории следует ожидать, что либо алмаз имеет максимум поглощения при $\lambda = 11$ мкм, либо в алмазе вообще нет обнаруживаемой оптически инфракрасной собственной частоты». Мы видим, как Эйнштейн стремится возможно конкретнее представить себе элементарные процессы, происходящие в твердом теле. Отметим также, что Эйнштейн всегда отказывался от своих утверждений, если обнаруживал их неправильность (см., например, работы Эйнштейна³⁵; во второй из них он отказался от предположений, сделанных в первой).

5. КОРПУСКУЛЯРНО-ВОЛНОВОЙ ДУАЛИЗМ ДЛЯ ИЗЛУЧЕНИЯ И ПОСЛЕДУЮЩЕЕ РАЗВИТИЕ КВАНТОВЫХ ПРЕДСТАВЛЕНИЙ (РАБОТЫ ЭЙНШТЕЙНА 1909—1915 гг.)

Дальнейшее развитие идей Эйнштейна о свойствах излучения содержится в двух замечательных работах, опубликованных им в 1909 г. в «Physikalische Zeitschrift». В них был впервые рассмотрен корпускулярно-волновой дуализм для излучения, что явилось очень важным этапом в развитии квантовых представлений вообще (см. монографию Хунда⁸ и статью Клейна в³, с. 212, а также¹¹).

Мы рассмотрим главные положения данных работ Эйнштейна и весьма важные полученные в них результаты. Вместе с тем мы сможем лишь частично осветить связь этих работ с работами Эйнштейна по статистической термодинамике и теории флуктуаций (связь как с работами^{14-16, 18}, так и с небольшой, но важной работой³⁶, в которой Эйнштейн в 1907 г. рассмотрел вопрос о вероятностях отклонений от термодинамического равновесия), что требует специального анализа.

В начале работы⁴ о проблеме излучения Эйнштейн отмечает, что в последнее время Лоренц, Джинс и Ритц «выступили в этом журнале (речь идет о статьях, опубликованных в «Physikalische Zeitschrift» в 1908 г. — М. Е.) с изложением своих взглядов на эту чрезвычайно важную проблему, что облегчает критическое осмысление ее современного состояния». Эйнштейн излагает свои соображения по пунктам (их всего 10), «считая полезной дискуссию ученых, серьезно занимающихся этой проблемой, даже если она и не приведет к окончательному результату».

В пункте 1 Эйнштейн разбирает вопрос о запаздывающих потенциалах в электродинамике, уравнения для которых, в противоположность Ритцу³⁷, он рассматривает «только как вспомогательные математические формулы». Эйнштейн считает, что нельзя «утверждать о необратимости электромагнитных элементарных явлений». Отметим, что в том же 1909 г. Эйнштейном была опубликована совместно с Ритцем заметка³⁸, в которой они сформулировали различие в своих взглядах. В конце этой заметки указывалось, что «Ритц рассматривает ограничение в виде запаздывающих потенциалов как один из источников второго начала термодинамики, в то время как Эйнштейн считает, что необратимость покоится исключительно на вероятностных основах». Высказывания Эйнштейна отражают тот интерес, который он проявлял к соотношению между статистическими закономерностями и закономерностями элементарных процессов.

В пункте 2 Эйнштейн пишет, что «мнению Джинса (статистическому рассмотрению собственных колебаний электромагнитного поля;

см. с. 509 — М. Е.) можно противопоставить утверждение о том, что применять общие результаты статистической механики к полости, заполненной излучением, по-видимому, недопустимо». Ссылаясь на свою работу¹, Эйнштейн указывает, что закон (10) («закон, выведенный Джинсом») можно также получить из соотношения (11) между ρ_ν и \bar{E}_ν для «осциллирующего иона» и из вытекающего из «молекулярной теории теплоты с необходимостью» равенства $\bar{E}_\nu = RT/N$ (см. с. 511).

Далее в пункте 3 Эйнштейн подчеркивает, что «... нельзя сомневаться в том, что наши современные представления с необходимостью приводят к закону, защищаемому Джинсом» (т. е. к закону (10)), и что «с не меньшей уверенностью можно утверждать» о противоречии этого закона опыту, а в пункте 4 Эйнштейн задает вопрос: «в каком отношении находится теория излучения Планка к указанной в пункте 2 теории, построенной на общепринятых в настоящее время теоретических основах?» (т. е. к классической теории). Эйнштейн указывает, что «Ответ на этот вопрос, по-моему, затруднен тем, что Планк допускает в изложении своей теории некоторую логическую незавершенность», и, развивая мысли, высказанные ранее в работах¹,²⁹,³⁰, Эйнштейн анализирует вопрос об определении вероятности W состояния при рассмотрении соотношения Больцмана $S = (R/N)\ln W + \text{const.}$ Как подчеркивает Эйнштейн, «Ни Больцман, ни Планк не давали определения W » и лишь «полагали чисто формально, что W равно числу «комплексий» рассматриваемого состояния». Эйнштейн показывает, что если бы Планк выбрал комплексии «так, чтобы они были равновероятными в созданной им теоретической картине на основе статистического распределения», то он бы пришел к формуле Рэлея — Джинса (10). И Эйнштейн заканчивает этот очень важный пункт словами: «Как бы ни радовался каждый физик, что Планк, к счастью, отбросил это требование, все же не следует забывать, что формула излучения Планка несовместима с теоретическими основами, из которых Планк исходил». Мы видим, как Эйнштейн с общей точки зрения весьма глубоко анализирует соотношение Больцмана и формулу Планка.

В кратком, но очень существенном пункте 5 Эйнштейн, ссылаясь на свои работы²⁹,³⁶, указывает, «каким образом можно изменить основы теории Планка для того, чтобы формула излучения Планка действительно являлась следствием теоретических основ». Для этого нужно, во-первых, придерживаться соотношения (11), «выведенного Планком из теории Максвелла» (в важном примечании Эйнштейн говорит, что едва ли можно сомневаться, что «электромагнитная теория излучения дает, по крайней мере, правильные средние по времени значения»), и, во-вторых, «видоизменить статистическую теорию теплоты, введя следующую гипотезу: электрически заряженная система, которая способна, совершая колебания с частотой ν , превращать энергию излучения в энергию вещества и обратно, может находиться в колебательных состояниях не с произвольной энергией, а только с энергией, кратной $h\nu$; при этом h — постоянная, введенная Планком в его формуле излучения» (ср. с работами²⁹,³⁰; см. выше, с. 517, 519). Отметим, что, начиная с данной работы, Эйнштейн пользуется постоянной Планка и энергию кванта записывает как $h\nu$.

Центральное место в работе⁴ занимают пункты 6 и 7. В начале пункта 6 Эйнштейн пишет о том, что «Так как только что предложенная модификация основ теории Планка с необходимостью ведет к глубочайшим изменениям наших физических теорий, то крайне важно отыскивать по возможности простые независимые интерпретации формулы Планка или закона излучения вообще, предполагаая его известным. Ниже приводятся два подхода к этому вопросу, отличающиеся своей простотой». Данные

подходы — рассмотрение для излучения флуктуаций энергии и флуктуаций импульса — и излагаются в пунктах 6 и 7 соответственно.

Эйнштейн указывает, что соотношение Больцмана $S = (R/N) \ln W$ «до сих пор применяли главным образом для того, чтобы, определив сначала на основе более или менее законченной теории величину W , вычислить затем энтропию. Но это соотношение можно использовать также и для обратной задачи — для определения статистической вероятности отдельного состояния A_v некоторой замкнутой системы по найденным из опыта значениям S_v ». Именно такой метод применял Эйнштейн в работе ¹ (см. с. 512, 514), на что он и указывает; при этом Эйнштейн подчеркивает, что тогда он «исходил из формулы излучения Вина, справедливой только в пределе больших значений v/T » (в оригинальном тексте Эйнштейна, а также в русском переводе ⁴ ошибочно написано «малых значений»). Теперь Эйнштейн исходит из формулы излучения Планка, что и позволяет ему получить фундаментальные новые результаты.

Эйнштейн рассматривает флуктуации энергии равновесного излучения, частоты которого заключены в интервале от v до $v + dv$, в малом объеме v , сообщаемом с большим объемом V ($V \gg v$; объемы предполагаются ограниченными диффузно отражающими стенками). Значения энергии η будут отклоняться от ее среднего значения $\bar{\eta}$ (равного $\eta_0 = v\rho_v dv$; см. с. 513) и флуктуация энергии $\varepsilon = \eta - \eta_0$ (см. с. 506). Применяя статистический закон, связывающий вероятность отклонений от среднего с энтропией (ср. с работами ¹⁶, с. 72 и ³⁶, с. 146), и разлагая энтропию σ в ряд по степеням ε , Эйнштейн выводит формулу

$$\overline{\varepsilon^2} = \frac{1}{\frac{N}{R} \left\{ \frac{d^2 \sigma}{d\varepsilon^2} \right\}_0}, \quad (28)$$

в которую входит равновесное значение второй производной энтропии излучения (в объеме v) по его энергии ($d\varepsilon = d\eta$). Отметим, что формула (28) может быть представлена в виде (1) (где $2\kappa = k = R/N$, $\bar{E} = \eta_0$; см. статью Борна², с. 368, 379). По известной плотности энергии равновесного излучения ρ_v можно найти $\overline{\varepsilon^2}$, и в результате такого вычисления Эйнштейн получает основную формулу для флуктуаций энергии равновесного излучения

$$\overline{\varepsilon^2} = h\nu \cdot \eta_0 + \frac{c^3}{8\pi\nu^2} \frac{\rho_0^2}{\nu}, \quad (29)$$

которую также можно записать в виде

$$\overline{\varepsilon^2} = \left(h\nu \cdot \rho_v + \frac{c^2}{8\pi\nu^2} \rho_v^2 \right) v dv. \quad (30)$$

Здесь учтено, что $\eta_0 = v\rho_v dv$.

Эйнштейн показывает при помощи «простых рассуждений на основе анализа размерностей», что второй член в правой части формулы (29) описывает флуктуации согласно волновой теории, обусловленные интерференцией «бесконечно большого числа лучей, составляющих излучение объема v ». Первый же член «дает такие флуктуации энергии излучения, как будто излучение состоит из движущихся независимо точечных квантов с энергией $h\nu$ ». Этот член описывает флуктуации согласно корпускулярной теории. Эйнштейн напоминает, «что первый член дает тем больший вклад в среднюю относительную флуктуацию энергии $\sqrt{\overline{\varepsilon^2}/\eta_0^2}$, чем меньше энергия η_0 , и что величина относительной флуктуации, обусловлен-

ной первым членом, не зависит от величины объема v , в котором находится излучение».

Отметим, что при введении вместо абсолютных величин относительных формула (29) вообще приобретает особо простой вид и наиболее наглядно выявляется ее физический смысл. Деля обе части формулы (29) на $\eta_0^2 = (v\rho_v dv)^2$, мы получаем

$$\frac{\overline{\varepsilon^2}}{\eta_0^2} = \frac{\overline{(\eta - \eta_0)^2}}{\eta_0^2} = \frac{h\nu}{\eta_0} + \frac{c^3}{8\pi\nu^2 dv v}. \quad (31)$$

Отношение $\eta_0/h\nu$ представляет среднее число фотонов в объеме v , $\eta_0/h\nu = \bar{n}$, а $8\pi\nu^2/c^3 = Z(\nu)$, где $Z(\nu)$ — число собственных колебаний электромагнитного поля, рассчитанное на единицу объема и единицу интервала частот; следовательно, $q = 8\pi\nu^2 dv v/c^3$ — число таких колебаний в объеме v и в интервале частот от ν до $\nu + dv$ — число колебательных степеней свободы.

Мы получаем

$$\frac{\overline{(\eta - \eta_0)^2}}{\eta_0^2} = \frac{\overline{(n - \bar{n})^2}}{\bar{n}^2} = \frac{1}{\bar{n}} + \frac{1}{q}. \quad (32)$$

При больших частотах излучения, когда $1/q$ можно пренебречь, для чисто корпускулярных флуктуаций $\overline{(n - \bar{n})^2} = \overline{\Delta n^2} = \bar{n}$, что представляет хорошо знакомую формулу для флуктуаций числа молекул в идеальном газе или разбавленном растворе.

В пункте 7 Эйнштейн рассматривает флуктуации импульса равновесного излучения. Он вычисляет их для зеркала площади f , свободно движущегося в направлении нормали к f под действием флуктуаций светового давления, обусловленных этими флуктуациями импульса. Для импульса Δ , передаваемого за время τ вследствие случайных флуктуаций светового давления зеркалу, идеально отражающему в интервале частот от ν до $\nu + dv$ и прозрачному для излучения всех других частот, Эйнштейн получает формулу

$$\frac{\overline{\Delta^2}}{\tau} = \frac{1}{c} \left(h\nu \cdot \rho_\nu + \frac{c^3}{8\pi\nu^2} \rho_\nu^2 \right) f dv, \quad (33)$$

совершенно аналогичную формуле (29), если последнюю представить в виде (30). Как подчеркивает Эйнштейн, «И в этом случае формула говорит, что, согласно формуле Планка, обе названные причины флуктуаций выглядят взаимно независимыми (аддитивность членов, составляющих квадрат флуктуаций)».

В пункте 8 Эйнштейн делает следующий общий вывод: «Из обоих последних рассуждений (о флуктуациях энергии и о флуктуациях импульса излучения в пунктах 6 и 7. — *М. Е.*), по-моему, неопровержимо вытекает, что излучение должно иметь другую структуру, чем мы предполагали». Далее он пишет: «Отклонение наблюдаемых на опыте значений от теоретических (согласно классической теории. — *М. Е.*) проявляется тем сильнее, чем больше ν и меньше ρ , и специально подчеркивает, что «Согласно сказанному выше, недостаточно предполагать, что излучение может испускаться и поглощаться только в виде квантов этой величины и что, следовательно, дело сводится к свойству испускающего и поглощающего вещества (как думали Планк и большинство физиков в тот период и впоследствии вплоть до середины 20-х годов. — *М. Е.*); рассуждения в пунктах 6 и 7 показывают, что флуктуации пространственного распределения излучения, равно как и флуктуации светового давления, происходят так, как если бы излучение состояло из квантов указанной величины».

Таким образом, Эйнштейн в полученных результатах видит подтверждение своей идеи квантов света. В пункте 9 он пишет, что «Экспериментальное изучение следствий теории квантов света является, на мой взгляд, одной из важнейших задач, которые предстоит решить современной экспериментальной физике», и подразделяет «полученные до настоящего времени следствия» на три группы: а) «определение энергии элементарных процессов, связанных с поглощением и соответственно испусканием излучения определенной частоты» (закон Стокса, фотоэффект, катодная люминесценция), б) равенство числа элементарных актов при поглощении квантов света величине $E/h\nu$, где E — полная поглощенная энергия, а ν — частота поглощенного света, в) «модификация кинетической теории теплоемкостей» (здесь Эйнштейн ссылается на свою работу ³⁰; см. 519) и «определенные связи между оптическими и тепловыми свойствами тел».

Очень интересен последний пункт 10 рассматриваемой работы. Эйнштейн пишет в его начале: «По-видимому, трудно построить теорию, полностью объясняющую световые кванты так, как наша современная молекулярная механика в соединении с теорией Максвелла—Лоренца объясняет формулу излучения Джинса. Тот факт, что речь идет лишь о *модификации* наших современных теорий, а не о полном *отказе* от них, вытекает уже из того, что закон Джинса в пределе (для малых ν/T), видимо, выполняется» (курсив Эйнштейна.— М. Е.). Как известно, мысль о связи между классической и квантовой теориями и о предельном переходе от квантовой теории к классической получила впоследствии развитие в принципе соответствия Бора (см., например, ¹¹, с. 684). Далее Эйнштейн говорит о том, что «Указание на то, каким образом можно осуществить эту модификацию, дает чрезвычайно важный, на мой взгляд, анализ размерностей, проделанный Джинсом несколько лет назад». Речь идет о работе Джинса 1905 г. ³⁹ (которую в 1906 г. Эренфест характеризовал ⁴⁰ как «поразительно простой вывод закона смещения Вина»). Эйнштейн «коротко воспроизводит» анализ Джинса («измененный в нескольких пунктах») и приходит к соотношению $h = e^2/c$ между постоянной Планка и величиной элементарного электрического заряда. То, что $e^2/c = 7 \cdot 10^{-30}$, тогда как $h = 6 \cdot 10^{-27}$ и «не хватает целых трех порядков», Эйнштейн относит «за счет неизвестных безразмерных множителей» (как известно, таким безразмерным множителем и является постоянная тонкой структуры $e^2/\hbar c = 2\pi e^2/\hbar c \approx 1/137$.—М. Е.). «Самое важное в этом выводе», пишет Эйнштейн, «что он сводит квантовую постоянную света h к элементарному кванту электричества e ». Эйнштейн выражает мнение, «что та модификация теории, которая дает как следствие элементарный квант e , будет также содержать в себе квантовую структуру излучения», и надежду на построение единой теории: «Однако многообразие возможностей, по-видимому, не настолько велико, чтобы отпугнуть от этой задачи». Оптимизм Эйнштейна не оправдался, и, как известно, единая теория до сих пор не построена. Стремление найти самые общие подходы было характерно для Эйнштейна и в данной работе оно ярко проявилось *).

Заслуживает внимания небольшое добавление в конце работы ⁴, в котором Эйнштейн подчеркивает по поводу пункта 4, что «Соответствующие противопоставления в моей статье следует понимать не как возражения, в собственном смысле слова, против теории Планка, но только как попытку более отчетливо, чем это делалось ранее, осознать и применить принцип связи энтропии и вероятности».

*) О попытках Эйнштейна в 1909—1910 гг. разрешить проблему излучения и построить общую теорию см. также ¹⁰, с. 72.

Дальнейшее рассмотрение корпускулярно-волнового дуализма для излучения на основе результатов, полученных в работе ⁴ (уравнения (29) и (33)), содержится в работе ⁵, которая представляет обобщающий доклад Эйнштейна в сентябре 1909 г. в Зальцбурге на 81-м собрании немецких естествоиспытателей и врачей.

Доклад был сделан на объединенном заседании секций физики и математики. Это было первое выступление Эйнштейна перед широкой аудиторией ученых, среди которых находилось большинство ведущих физиков того времени из стран, говорящих на немецком языке; на докладе присутствовали Планк, Зоммерфельд, Лауэ, Борн и многие другие выдающиеся физики, как уже широко известные, так и получившие известность в дальнейшем (см. ¹⁰, с. 79). Доклад Эйнштейна, в котором был дан исключительно глубокий анализ проблем современной физики, вызвал очень большой интерес, и по нему развернулась дискуссия (см. ⁴¹, с. 354).

В начале работы ⁵ Эйнштейн пишет, что «сегодня гипотезу эфира мы должны считать устаревшей», и указывает на то, «что существует обширная группа фактов в области излучения, показывающих, что свет обладает рядом фундаментальных свойств, которые можно понять с точки зрения теории истечения Ньютона намного лучше, чем с точки зрения волновой теории. Поэтому я считаю, что следующая фаза развития теоретической физики дает нам теорию света, которая будет в каком-то смысле слиянием волновой теории света с теорией истечения. Цель последующих рассуждений состоит в том, чтобы обосновать такое мнение и показать неизбежность глубокого изменения наших взглядов на сущность и структуру света».

Эйнштейн рассматривает, как происходили поиски законов, описывающих влияние гипотетической среды — эфира на оптические и электромагнитные явления, характеризует теорию Лоренца и излагает основные положения теории относительности. Он приходит к выводу, что «теория относительности изменяет наши взгляды на природу света в том отношении, что свет выступает в ней как нечто существующее самостоятельно, подобное веществу». Далее он перечисляет те «фундаментальные свойства световых явлений», которые волновая теория света не может объяснить, и видит источник ее трудностей в отсутствии в ней обратимости. Он сопоставляет обратимость каждого элементарного процесса в молекулярно-кинетической теории с отсутствием такой обратимости «в рамках волновой теории для элементарных процессов излучения». Эйнштейн указывает, что «Осциллирующий ион, согласно известной нам теории, создает расходящуюся сферическую волну. Обратный процесс, *как элементарный процесс* (курсив Эйнштейна. — М. Е.), не существует», и высказывает мнение, что вывод об отсутствии обратимости элементарного процесса испускания света, к которому приводит волновая теория, не соответствует действительности. Анализируя законы возникновения вторичных электронов под действием рентгеновского излучения, Эйнштейн делает фундаментальное заключение о том, что «*Элементарный процесс излучения является, по-видимому, направленным*». Затем он рассматривает, следуя Планку, теорию равновесного теплового излучения, как давшую «важные исходные идеи» о структуре излучения, и приходит к выводу, что принять теорию Планка означает отвергнуть самые основы классической теории излучения. Именно это Эйнштейн и считает необходимым сделать, как он «уже пытался показать ранее». В дальнейшем Эйнштейн разбирает из двух подходов, предложенных им в работе ⁴ (в пунктах 6 и 7, см. с. 522, 523), только один, который «благодаря своей наглядности» ему кажется наиболее убедительным, а именно второй подход, приводящий к формуле (33) для флуктуаций импульса излучения. Он подчеркивает, что для этих флуктуаций «как будто существуют две взаимно независимые разные причины», и на основе анализа формулы (33) делает вывод о существовании неравномерностей в рас-

пределении импульса излучения, «которые при малой плотности энергии излучения намного превосходят» пространственные неравномерности, вытекающие из волновой теории. В заключение работы Эйнштейн пишет, что, насколько ему известно, «еще не удалось построить математическую теорию излучения, описывающую как волновую структуру, так и структуру, следующую из первого члена нашей формулы (квантовую структуру)». Высказывая, как «пока наиболее естественное», предположение о том, «что появление электромагнитных полей света должно быть связано с особыми точками», Эйнштейн вместе с тем говорит, «что до тех пор, пока такая картина не приведет к точной теории, ей не следует придавать особого значения», и что он «хотел только показать с ее помощью, что нельзя считать несовместимыми обе структуры (волновую и квантовую), которыми одновременно должно обладать излучение в соответствии с формулой Планка».

Обоснование Эйнштейном в работах 1909 г.^{4,5}, исходя из рассмотрения флуктуаций энергии и флуктуаций импульса, идеи корпускулярно-волнового дуализма для излучения, наличия у излучения одновременно двух структур, волновой и корпускулярной, явилось весьма важным этапом развития квантовых представлений. Как правильно указывает Хунд (см.⁸, с. 51), «своими статьями о статистических флуктуациях излучения Эйнштейн ввел корпускулярно-волновой дуализм для света». Вместе с тем очень существенно, что рассмотрение квантовых флуктуаций импульса излучения привело к представлению о направленности процессов излучения, которое в дальнейшем оказалось весьма существенным для понимания характера связи волновых и корпускулярных свойств излучения (см. с. 531).

В период с 1910 по 1915 г. Эйнштейн опубликовал ряд работ, посвященных дальнейшему развитию квантовых представлений, однако главное внимание он уделял созданию общей теории относительности. Так, в октябре 1912 г. он писал Зоммерфельду⁴², который, как и многие другие, ждал от него решающих вкладов в квантовую теорию: «Ваши дружеское письмо поставило меня в затруднительное положение. Но уверяю Вас, что в вопросе о квантах я не могу сказать ничего нового, что могло бы вызвать интерес... Теперь я занимаюсь исключительно проблемой гравитации...».

Мы вкратце рассмотрим некоторые из работ Эйнштейна этого периода (см. также статьи У. И. Фрэнкфурта и А. М. Френка⁴³, с. 270, и⁴¹, с. 192).

В работе совместно с Хопфом⁴⁴ был дан точный вывод формулы для среднего квадрата флуктуаций импульса излучения $\overline{\Delta^2}$ на основе волновых представлений (в работе⁴ Эйнштейн произвел лишь оценку аналогичного члена в ϵ^2 ; см. выше, с. 522). В конце работы подчеркивается, с ссылкой на работу⁴, «что в действительности существуют еще иные флуктуации импульса» (т. е. квантовые флуктуации).

Среди ряда работ Эйнштейна по квантовой теории теплоемкостей значительный интерес представляет его доклад⁴⁵ на первом Сольвеевском конгрессе. В данном докладе Эйнштейн разобрал связь между удельной теплоемкостью и формулой излучения (§ 1), сделал ряд теоретических замечаний о гипотезе квантов (§ 2), рассмотрел общий характер опытов, относящихся к гипотезе квантов (§ 3), и вращение молекул газа (§ 4).

После обсуждения в § 1 квантовой теории теплоемкостей Эйнштейн в § 2 ставит «самый важный, но по сути дела нерешенный вопрос» о том, «Как надо переделать механику, чтобы она описывала формулу излучения Планка и тепловые свойства вещества?» Рассматривая «статистические свойства тепловых явлений» Эйнштейн получает выражение (исходя из общей формулы (1)) для флуктуаций колебательной энергии в «идеальном химически простом твердом теле с частотой ν , состоящем из n грамм-атомов». Это выражение имеет вид

$$\left(\frac{\epsilon}{E}\right)^2 = \frac{h\nu}{E} + \frac{1}{3Nn} = \frac{1}{Z_q} + \frac{1}{Z_f}, \quad (34)$$

где

$$E = 3nN \frac{h\nu}{e^{h\nu/kT} - 1} \quad (35)$$

— средняя колебательная энергия тела, $Z_q = E/h\nu$ — «среднее число имеющихся в теле планковских «квантов», а $Z_f = 3nN$ — общее число всех колебательных степеней свободы. Эйнштейн подчеркивает, что «относительные флуктуации энергии системы, создаваемые беспорядочным тепловым движением, соответствуют двум совершенно разным причинам, которые выражаются двумя слагаемыми в правой части». Мы видим, что здесь впервые появляются хорошо известные в настоящее время фононы, а сама формула (34) записана в виде, совершенно аналогичном виду формулы (32) для флуктуаций энергии излучения. Эйнштейн рассматривает и эти флуктуации. Он показывает, что в среднем флуктуации энергии поглощаемого излучения равны флуктуациям энергии испускаемого излучения.

Результаты § 2 Эйнштейн резюмирует в § 3 следующим образом: «Если тело получает или отдает тепловую энергию посредством квазипериодического механизма, то статистические свойства этого процесса оказываются такими, как если бы энергия распространялась целыми квантами величиной $h\nu$ ». А далее он пишет: «Те скачки, которые вызывают у нас такое отвращение в теории Планка, в природе, по-видимому, действительно существуют».

В § 4 Эйнштейн разбирает гипотезу Зоммерфельда о возникновении излучения при торможении электронов⁴⁶, согласно которой произведение времени торможения τ на испускаемую энергию излучения равно постоянной Планка h . Эйнштейн при этом рассматривает процесс торможения как элементарный акт (см. также¹⁰, с. 126—135).

Доклад Эйнштейна вызвал очень оживленную дискуссию по вопросам квантовой теории (см., например,⁴⁷).

В работе³¹ Эйнштейн формулирует закон фотохимического эквивалента: «... Для разложения грамм-эквивалента в фотохимическом процессе необходима энергия излучения $Nh\nu$, где N — число молекул в грамм-молекуле, h — известная постоянная в формуле излучения Планка, ν — частота падающего излучения». Он при этом ссылается на свою основную работу¹.

В работе⁴⁸ (единственной, напечатанной Эйнштейном по вопросам квантовой теории в 1914 г.: именно в этом году он опубликовал ряд работ по общей теории относительности, в том числе фундаментальную работу⁴⁹) рассмотрены вопросы, связанные с выводом теоремы Нернста.

Наконец, в 1915 г. были опубликованы результаты опытов Эйнштейна и В. де Гааза (см. статью В. Я. Френкеля^{*)}).

Наряду с оригинальными статьями Эйнштейна следует отметить написанный им обзор⁵⁰, опубликованный в 1915 г. как часть книги «Физика», вышедший под редакцией Лехера. В нем в сжатой, но очень ясной форме рассмотрена молекулярно-кинетическая теория теплоты и в последнем разделе, озаглавленном «Границы применимости молекулярной механики», Эйнштейн характеризует состояние теории. Он указывает, что при низких температурах значение теплоемкости химически простых твердых тел (обусловленной колебательным движением) оказывается, «вопреки результатам молекулярной механики», меньше теоретического и что «Вблизи абсолютного нуля она даже становится исчезающе малой!». И далее он пишет, что этот результат «показывает, что кинетическая молекулярная теория применима к осциллирующим образованиям тем хуже, чем быстрее их колебания и чем ниже температура. Современные физики без исключения все считают, что для быстрых колебательных движений малых масс законы механики не выполняются (эти вопросы как раз обсуждались на первом Сольвеевском конгрессе в 1911 г., где Эйнштейн выступал с докладом⁴⁵ (см. выше, с. 526), и на втором Сольвеевском конгрессе в 1913 г.; см. ⁴¹, с. 325 а также ⁴⁷. — М. Е.). Однако, несмотря на все усилия, пока не удалось изменить основы механики так, чтобы они удовлетворяли опыту и в этой области. Проведенные до сих пор теоретические исследования связаны с теорией излучения Планка; хотя они и дали полезные формулы, но не привели к полному теоретическому пониманию». Именно к такому пониманию стремился Эйнштейн.

В 1916 г., после того как Эйнштейн добился исключительных успехов в создании общей теории относительности, он вновь направил свое внимание на фундаментальные проблемы взаимодействия излучения с веществом, опираясь как на результаты своих прежних исследований, так и на работы Бора по теории атома⁵¹; как известно, Бор в 1913 г. сформулировал знаменитые постулаты о существовании стационарных состоя-

^{*)} В данном номере УФН, с. 545.

ний и об оптических квантовых переходах между ними, подчиняющихся условию частот $\varepsilon_m - \varepsilon_n = h\nu$ (где ε_m и ε_n — энергии двух стационарных состояний, между которыми происходит переход). Эйнштейну удалось в работах ⁶, ⁵² найти новый подход к проблемам взаимодействия излучения с веществом и внести еще один чрезвычайно существенный вклад в развитие квантовых представлений. Вероятностное рассмотрение элементарных процессов взаимодействия излучения с веществом в этих работах легло в основу современной квантовой электроники *).

6. ВЕРОЯТНОСТНОЕ РАССМОТРЕНИЕ ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ПРОЦЕССОВ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ИЗЛУЧЕНИЯ С ВЕЩЕСТВОМ (РАБОТЫ ЭЙНШТЕЙНА 1916 г.)

В работах ⁶, ⁵² Эйнштейн ввел вероятностные характеристики элементарных процессов испускания и поглощения излучения молекулами газа и рассмотрел статистическое равновесие между молекулами и излучением, что позволило дать очень простой и принципиально важный вывод формулы Планка (6). Эти результаты широко известны. Мы поэтому ограничимся лишь кратким их разбором и обратим особое внимание на общий подход Эйнштейна, в частности на связь его идей с идеями Вина, и на вопросы направленности элементарных процессов излучения и вероятностной интерпретации корпускулярно-волнового дуализма.

В первой и более краткой работе ⁵² Эйнштейн во введении характеризует путь, по которому шел Планк, когда «16 лет тому назад создал квантовую теорию, установив свою формулу излучения». Эйнштейн приводит соотношение Планка (11), указывая, что Планк «вычислил среднюю энергию резонатора \bar{E} как функцию температуры по новым, предложенным им основным правилам квантовой теории», и что вывод Планка «отличался беспримерной смелостью, но нашел блестящее подтверждение». «Однако никакого не удовлетворяло, — пишет Эйнштейн, — что рассмотрение на основе электродинамики и механики, приводящее к соотношению (11), противоречит основной идее квантовой теории...» (на противоречивость рассмотрения Планка, как мы видели, Эйнштейн неоднократно указывал и ранее; см. например, с. 516, 521). И далее Эйнштейн ссылается на Бора (первые в своих работах): «С тех пор как предложенная Бором теория спектров добилась своих замечательных успехов, вряд ли можно сомневаться, что основная идея квантовой теории должна быть сохранена. Таким образом, единство теории, по-видимому, должно быть установлено так, чтобы рассмотрение с помощью электродинамики и механики, приведшее Планка к соотношению (11), заменить *квантотеоретическими соображениями о взаимодействии между веществом и излучением* (курсив мой. — М. Е.). Стремясь к этому, я пришел к следующему выводу, который говорит сам за себя благодаря своей простоте и общности. Этим Эйнштейн заканчивает краткое введение к статье. Затем он в § 1 («Резонатор Планка в поле излучения») рассматривает поведение такого монохроматического резонатора, учитывая по классическим законам испускание и поглощение, причем наряду со спонтанным испусканием вводит и вынужденное испускание («индуцированное излучение»). Далее в § 2 («Квантовая теория и излучение») Эйнштейн применяет уже квантовую теорию. Он рассматривает статистическое равновесие для переходов между состояниями с энергиями ε_m и ε_n ($\varepsilon_m > \varepsilon_n$), характеризуя спонтанное испускание, поглощение и вынужденное испускание коэффициентами A_m^n , B_m^n и B_n^m (хорошо известными нам коэффициентами Эйнштейна A и B , определяющими вероят-

*) См. статью Н. В. Карлова, А. М. Прохорова в данном номере, с. 537.

ности соответствующих переходов), и выписывает уравнение баланса $A_m^n N_m + B_m^n N_m \rho_\nu = B_n^m N_n \rho_\nu$ (где N_m и N_n — населенности уровней энергии ϵ_m и ϵ_n). Определяя отношение N_n/N_m согласно распределению Больцмана ($W_n = p_n \exp(-\epsilon/kT)$), где p_n — статистический вес), а также учитывая, что $\rho_\nu \rightarrow \infty$ при $T \rightarrow \infty$ (это дает соотношение $B_n^m p_n = B_m^n p_m$), Эйнштейн получает спектральную плотность излучения в виде

$$\rho_\nu = \frac{\alpha_{mn}}{e^{(\epsilon_m - \epsilon_n)/kT} - 1} \quad (36)$$

(где $\alpha_{mn} = A_m^n/B_m^n$), т. е. «соотношение Планка между ρ_ν и T с неопределенными пока постоянными». Следует специально отметить, что Эйнштейн пишет здесь о том, что «Постоянные A_m^n и B_m^n можно было бы вычислить непосредственно, если бы в нашем распоряжении имелись электродинамика и механика, видоизмененные в смысле гипотезы квантов», отлично понимая, что эти постоянные являются микроскопическими характеристиками молекул. Как известно, такая задача смогла быть решена лишь в квантовой механике. Здесь же Эйнштейн, применяя закон смещения Вина (4), находит, что α_{mn} должно быть пропорционально ν^3 , а $\epsilon_m - \epsilon_n$ — первой степени ν , что дает $\epsilon_m - \epsilon_n = h\nu$, «где h означает постоянную» (т. е. дает «второй постулат теории спектров Бора»). Эйнштейн считает весьма вероятным, исходя из «простоты гипотез, общности и непринужденности рассмотрения», что данное рассмотрение «станет основой будущих теоретических представлений». Это предсказание действительно оправдалось.

Работа ⁵² еще содержит небольшой § 3 («Замечание к закону фотохимического эквивалента»), где подчеркивается, что поглощение излучения согласно соотношению $\epsilon_m - \epsilon_n = h\nu$ может приводить к возбуждению промежуточного квантового состояния, которое затем распадается, и, таким образом, «Поглощение света и химический процесс являются самостоятельными процессами».

Следует специально подчеркнуть, что существенно новым и очень важным в работе ⁵² было рассмотрение, наряду с поглощением и спонтанным испусканием, *вынужденного испускания*. В отношении спонтанного испускания Эйнштейн отмечает, «что принятый для спонтанного испускания статистический закон есть не что иное, как закон Резерфорда для радиоактивного распада».

Более развернутое изложение своего подхода Эйнштейн дает во второй работе ⁶. Очень интересным является введение к ней. Эйнштейн начинает это введение следующим образом: «Формальное сходство кривой распределения по длинам волн теплового излучения с законом распределения Максвелла слишком поразительно, чтобы оно долго могло оставаться нераскрытым». Он указывает, что Вин «пришел благодаря этому сходству к такому определению формулы излучения, которое сыграло в дальнейшем большую роль», и приводит формулу (9) (как мы подчеркивали, см. с. 508), — чисто квантовую, «которая и сейчас является правильной в качестве предельного закона для больших значений ν/T ». Далее Эйнштейн пишет, что когда Планк «вывел в своем основополагающем исследовании» формулу (6), «из которой как быстрое следствие развилась квантовая теория, рассуждение Вина, которое привело к уравнению (9), естественно, было забыто». Ссылаясь на свою предыдущую работу ⁵², Эйнштейн продолжает: «Недавно я нашел применение первоначальному рассмотрению Вина, основанное на главных положениях квантовой теории, к выводу формулы излучения Планка, в котором проявляется связь между максвелловской кривой и кривой распределения по длинам волн. Этот вывод заслуживает внимания не только благодаря своей простоте, но

и в особенности потому, что он вносит некоторую ясность в непонятный еще нам процесс испускания и поглощения излучения веществом». Таким образом, рассмотрение вероятностей элементарных процессов испускания и поглощения веществом и свой вывод формулы Планка, получающийся «поразительно простым и общим способом», Эйнштейн считает «применением первоначального рассмотрения Вина», для которого характерно сочетание статистического подхода и учета характеристик элементарных процессов (подчиняющихся квантовым законам, чего, разумеется, Вин не знал (см. с. 509) и что Эйнштейн уже хорошо понимал).

Далее Эйнштейн подчеркивает, что «...если принятые гипотезы о взаимодействии излучения и вещества верны, то они должны давать больше, чем правильное статистическое распределение *внутренней* энергии молекул. При поглощении и испускании имеет место также передача молекулам *импульса* (курсив Эйнштейна.— М. Е.)». В результате устанавливается распределение молекул по скоростям, которое должно совпадать с распределением Максвелла, а средняя кинетическая энергия молекулы (на одну степень свободы) должна быть равна $kT/2$, «независимо от природы рассматриваемых молекул и от частот излучений, которые они поглощают и испускают». В данной работе Эйнштейн показывает, что это важное требование действительно выполняется.

Для обмена импульсом возникает вопрос: «испытывает ли молекула отдачу при поглощении и испускании энергии ϵ ». Отдача будет иметь место, согласно классической электродинамике, для направленного спонтанного испускания, а для сферических волн «вообще нет никакой отдачи». И Эйнштейн заканчивает введение ответом на поставленный вопрос: «*Оказывается, что к непротиворечивой теории мы придем только в том случае, если все элементарные процессы будем считать полностью направленными* (курсив Эйнштейна.— М. Е.). В этом состоит основной результат последующих рассуждений».

В небольшом § 1 («Основные гипотезы квантовой теории. Каноническое распределение состояний») Эйнштейн рассматривает распределение Больцмана $W_n = p_n \exp(-\epsilon_n/kT)$ как «наиболее широкое обобщение максвелловского закона распределения скоростей».

В § 2 («Гипотеза об обмене энергией посредством излучения») Эйнштейн вводит, как в работе ⁵², коэффициенты A_m^n , B_m^n и A_n^m , причем дополнительно рассматривает вопрос о передаче импульса при процессах излучения. При поглощении молекула получает импульс $(\epsilon_m - \epsilon_n)/c$ в направлении облучения, а при вынужденном испускании — в противоположном направлении. Таким образом, вынужденное испускание (являющееся процессом, обратным поглощению) имеет направление облучения. Далее Эйнштейн указывает, что «При потере энергии в результате спонтанного испускания в случае резонатора Планка последний в целом не получает никакого импульса, так как, согласно классической теории, спонтанное испускание имеет вид сферической волны», и что, как «уже отмечалось», «мы можем прийти к непротиворечивой квантовой теории лишь в том случае, если мы предположим, что процесс спонтанного испускания также является направленным». И это приводит к тому, что молекуле «в каждом элементарном процессе спонтанного испускания» передается импульс, равный $(\epsilon_m - \epsilon_n)/c$.

§ 3 («Вывод планковского закона излучения») содержит те же результаты, что и § 2 работы ⁵², причем о получающемся соотношении $\epsilon_m - \epsilon_n = h\nu$ Эйнштейн пишет, что оно «образует, как известно, второе основное правило в теории спектров Бора, о котором после усовершенствования Зоммерфельда и Эйнштейна можно уже утверждать, что оно принадлежит к незыблемым основам нашей науки».

Остальные четыре параграфа работы ⁶ (их всего семь) посвящены передаче импульса и его флуктуациям и являются весьма важными.

В § 4 («Метод расчета движения молекул в поле излучения») Эйнштейн выводит формулу для флуктуации Δ импульса молекулы за время τ :

$$\frac{\overline{\Delta^2}}{\tau} = 2RkT, \quad (37)$$

где R — постоянная, входящая в выражение Rv для силы, действующей на молекулы со стороны излучения. В § 5 «Вычисление R » и в § 6 («Вычисление $\overline{\Delta^2}$ ») Эйнштейн находит выражения для R и $\overline{\Delta^2}$ через плотность излучения ρ_v . «Если затем выразить ρ_v как функцию от v и T в соответствии с формулой Планка (6) и подставить полученный результат в (37)», пишет Эйнштейн, — «то последнее соотношение должно выполняться тождественно». Довольно сложное вычисление R в § 5 Эйнштейн производит, описывая излучение в системе координат, которая покоится относительно рассматриваемой молекулы, пользуясь формулами преобразования для частоты согласно теории относительности. Все элементарные процессы излучения считаются направленными. Учитывается передача импульса молекул при элементарных процессах поглощения и вынужденного испускания (для спонтанного испускания среднее значение передаваемого импульса равно нулю). Получающееся выражение для R пропорционально коэффициенту B_n^n , пропорционально $\exp(-\epsilon_n/kT)$ и является функцией от ρ_v . Вычисление $\overline{\Delta^2}$, которое проще, дает для $\overline{\Delta^2}/\tau$ выражение, также пропорциональное B_n^n и $\exp(-\epsilon_n/kT)$ и являющееся функцией от ρ_v .

В начале заключительного § 7 («Выводы») Эйнштейн, используя найденные выражения для R и $\overline{\Delta^2}/\tau$, показывает, что соотношение (37) для равновесного излучения, спектральная плотность энергии которого ρ_v определяется формулой Планка (6), действительно *тождественно выполняется*. Таким образом доказывается, что получаемый молекулами от излучения импульс не нарушает (в предположении полной направленности элементарных процессов излучения) статистического равновесия, в соответствии со сделанными во введении утверждениями.

Эйнштейн отмечает, подводя итоги исследования, что получается «хорошее подтверждение принятым в § 2 гипотезам о взаимодействии между веществом и излучением через процессы поглощения и испускания, соответственно через спонтанное и индуцированные излучения».

Однако самым важным Эйнштейн считает «вывод, касающийся импульса, который передается молекуле при спонтанном и вынужденном излучениях». Он рассматривает как надежно доказанное, что при испускании или поглощении энергии $h\nu$ молекула всегда получает и импульс $h\nu/c$, при поглощении в направлении пучка лучей, при вынужденном испускании — в противоположном направлении. Далее Эйнштейн особо подчеркивает, что в случае спонтанного испускания «процесс, также является *направленным*» (курсив Эйнштейна. — М. Е.). Спонтанного испускания в виде сферических волн не существует. В элементарном процессе спонтанного испускания молекула получает импульс отдачи, величина которого равна $h\nu/c$, а направление определяется, согласно современному состоянию теории, лишь «случайностью»⁷. И Эйнштейн указывает, что «эти свойства элементарного процесса, требуемые соотношением (37), делают почти неизбежным создание подлинно квантовой теории излучения. Слабость теории заключается, с одной стороны, в том, что она не приводит нас к более тесному объединению с волновой теорией, и, с другой стороны, в том, что время и направление элементарного процесса представляются «случаями»; впрочем, я вполне уверен в надежности выбранного метода».

Таким образом, Эйнштейн приходит к вероятностному истолкованию связи между корпускулярными и волновыми свойствами излучения — к вероятностной интерпретации корпускулярно-волнового дуализма. Впоследствии Борн, давая вероятностную интерпретацию квантовой механики, развивал идеи Эйнштейна⁵³, на которого он ссылаясь (см. также¹¹, с. 696).

7. ПЕРЕД СТАНОВЛЕНИЕМ КВАНТОВОЙ МЕХАНИКИ (РАБОТЫ ЭЙНШТЕЙНА 1917—1925 гг.)

После 1916 г., в период, предшествовавший становлению квантовой механики в 1925—1928 гг., Эйнштейн, продолжая интересоваться вопросами квантовой теории, опубликовал ряд работ, посвященных данным вопросам и развивавших отдельные его идеи.

На некоторых из этих работ следует вкратце остановиться (см. также статью А. М. Френка⁴¹, с. 192).

В работе⁵⁴ Эйнштейн рассмотрел квантовые условия типа $\int p_i dq_i = n_i h$ для систем с многими степенями свободы с общей точки зрения их инвариантности по отношению к преобразованиям координат.

Совместно с Эренфестом, с которым Эйнштейн связывала тесная дружба и общность научных интересов⁵⁵, были выполнены две работы, посвященные весьма актуальным вопросам квантовой теории.

В первой из этих работ⁵⁶ обсуждался знаменитый опыт Штерна и Герлаха⁵⁷ по отклонению пучка атомов, обладающих магнитным моментом, при прохождении через неоднородное магнитное поле. Был рассмотрен вопрос о пространственном квантовании и о том, могут ли осуществляться «состояния, не удовлетворяющие квантовым правилам ориентации», т. е. такие состояния, в которых атомы «квантуются *не полностью*».

Во второй из этих работ⁵⁸ был рассмотрен статистический закон, предложенный Паули⁵⁹ для вероятности возможных элементарных актов рассеяния излучения на свободно движущихся электронах. Была решена, на основе «статистических элементарных законов для поглощения и испускания света атомом Бора» (в статье дается ссылка на работу Эйнштейна⁶), более общая задача об элементарных процессах рассеяния на движущихся микрочастицах («молекулах, атомах или электронах») и было показано, что из найденного общего уравнения для свободно движущихся электронов получается формула Паули.

В работе⁶⁰ отразилось стремление Эйнштейна к построению единой теории поля, включающей в себя и квантовую теорию. В это время Эйнштейн начал усиленно работать над различными вариантами единой теории поля⁶¹.

Статья общего характера⁶² была написана в связи с открытием эффекта Комптона. В ней констатируется, что «теперь мы имеем две теории света, обе необходимые и — как приходится признать сегодня — существующие без логической взаимосвязи, несмотря на двадцать лет колоссальных усилий физиков-теоретиков». В самом конце статьи Эйнштейн пишет: «Положительный результат опыта Комптона показывает, что излучение ведет себя так, как если бы оно состояло из дискретных корпускул не только в смысле передачи энергии, но и в смысле передачи импульса». Таким образом, Эйнштейн еще раз подчеркивает важность рассмотрения передачи импульса (ср. работу⁶, с. 530).

Наиболее существенный вклад Эйнштейна за рассматриваемый период после 1916 г. в развитие квантовых идей представляют статьи по квантовой теории идеального газа^{63–65} — хорошо известные работы по квантовой статистике, получившей название статистики Бозе — Эйнштейна.

В 1924 г. Бозе прислал Эйнштейну из Индии статью⁶⁶, которая содержала вывод формулы Планка (6) на основе подсчета числа возможных распределений световых квантов по ячейкам фазового пространства. Эйнштейн перевел эту статью с английского языка на немецкий и снабдил следующим примечанием: «Вывод формулы Планка, предложенный Бозе, является, по моему мнению, большим достижением. Использованный им метод дает также квантовую теорию идеального газа, которую я изложу в другом месте». Такая теория и была изложена в работах^{63, 64}.

В начале работы ⁶³ Эйнштейн пишет: «Квантовой теории одноатомного идеального газа, свободной от произвольных предположений, до сих пор не существует. Этот пробел заполняется ниже на основе нового метода, предложенного Бозе и примененного им для исключительно интересного вывода формулы излучения Планка». Эйнштейн дает сжатую и исключительно четкую характеристику этого метода: «Фазовое пространство некоторого элементарного объекта (в рассматриваемом случае — одноатомной молекулы), отнесенное к заданному (трехмерному) объему, делится на «ячейки» объемом h^3 . Если имеется большое число элементарных образований, то их микроскопическое распределение, рассматриваемое в термодинамике, характеризуется тем, как размещаются по этим ячейкам элементарные образования. «Вероятность» некоторого макроскопически определенного состояния (в смысле Планка) равна числу разных микроскопических состояний, которыми может характеризоваться данное макроскопическое состояние. Энтропия макроскопического состояния, а также статистические и термодинамические свойства системы определяются затем по формуле Больцмана».

Мы не будем анализировать содержание работ Эйнштейна ⁶³⁻⁶⁵, что выходит за рамки настоящего обзора, и рассмотрим лишь очень важные §§ 8 и 9 статьи ⁶⁴ (нумерация параграфов общая для статей ⁶³, ⁶⁴, образующих одно целое).

В § 8 («Флуктуационные свойства идеального газа») Эйнштейн применяет свой метод рассмотрения флуктуаций, который в работах ⁴, ⁵ был использован в теории равновесного излучения (см. с. 522). «Этот закон флуктуаций,— говорит Эйнштейн о соответствующем законе для идеального газа,— оказывается совершенно аналогичным закону флуктуаций квазимонохроматического излучения Планка». Для флуктуаций Δ_ν числа n_ν одноатомных молекул, принадлежащих энергетической области ΔE , в объеме газа V , сообщаемом с бесконечно большим объемом того же газа, Эйнштейн записывает закон флуктуаций в виде

$$\left(\frac{\Delta_\nu}{n_\nu}\right)^2 = \frac{1}{n_\nu} + \frac{1}{z_\nu}, \quad (38)$$

где z_ν — число ячеек фазового пространства, принадлежащих бесконечно малой области энергий молекул ΔE . Мы видим, что формула (38) аналогична формуле (32) для равновесного излучения (а также формуле (34) для флуктуаций колебательной энергии в твердом теле). Эйнштейн подчеркивает, что второй член в случае излучения соответствует интерференционным флуктуациям и что этому члену «можно придать соответствующий смысл и в газе, сопоставляя газу некоторый процесс излучения и вычисляя интерференционные флуктуации последнего». Эйнштейн при этом полагает, «что здесь идет речь *не только о простой аналогии*» (курсив мой.— М. Е.). И он ссылается на диссертацию Луи де Бройля ⁶⁷, как работу, «заслуживающую всяческого внимания» (в ссылке на эту диссертацию Эйнштейн указывает, что в ней «имеется также очень интересная геометрическая интерпретация квантовых правил Бора — Зоммерфельда»), и пишет, что де Бройль показал, «Каким образом материальной частице или системе частиц можно сопоставить (скалярное) волновое поле». Эйнштейн приводит соотношение де Бройля между фазовой скоростью волны V и скоростью материальной частицы v , $V = c^2/v$, указывая, что, «как показал де Бройль, v в то же время является и групповой скоростью этого волнового процесса». И Эйнштейн пишет:

«Теперь легко видеть, что таким способом можно сопоставить газу скалярное волновое поле; прямым вычислением я убедился в том, что

$1/z_v$ — средний квадрат флуктуаций этого волнового поля, что соответствует исследованной нами выше энергетической области ΔE .

В § 9 («Замечание о вязкости газов при низких температурах» — (название, по которому трудно судить о содержании параграфа!) Эйнштейн указывает, что при прохождении через отверстие пучок молекул должен испытывать дифракцию («аналогичную дифракции луча света»). Для этого длина волны $\lambda = h/mv$ (Эйнштейн приводит данную формулу де Бройля) должна быть сравнимой с размерами отверстия. Эйнштейн рассматривает возможность обнаружить такую дифракцию по температурной зависимости коэффициентов вязкости газообразных водорода и гелия при низких температурах, когда λ будет порядка диаметра молекул σ , что должно привести к дифракционным явлениям и увеличению коэффициента вязкости (считая, что происходит дифракция, аналогичная дифракции Фраунгофера на диске, и что молекулы при λ одного порядка с σ сильно отклоняются).

Мы видим, что Эйнштейн не только понял исключительно большое значение идей де Бройля (развивавшего для микрочастиц идеи самого Эйнштейна о корпускулярно-волновом дуализме), но и сумел найти им применение в квантовой статистике. Следует отметить, что, в то время как для флуктуаций равновесного излучения Эйнштейн обращал особое внимание на первый, *корпускулярный* член, для флуктуаций идеального одноатомного газа такое внимание он обратил на второй, *волновой* член. Очень существенным было и указание Эйнштейна на возможность дифракции микрочастиц.

Необходимо особо подчеркнуть, что поддержка Эйнштейном идей де Бройля сыграла большую роль в их распространении (см. высказывания самого де Бройля⁶⁸, а также статьи Клейна в³, с. 212, и Л. С. Полака в⁶⁹, с. 347).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В результате своих исследований по вопросам квантовой теории за двадцать лет, начиная с 1905 г., Эйнштейн внес вклад в развитие квантовых представлений, который сыграл исключительно большую роль при становлении с 1925 по 1928 г. квантовой механики. Именно на идеях Эйнштейна о корпускулярно-волновом дуализме базировался один из двух подходов к квантовой механике, реализованный Шрёдингером в начале 1926 г. в виде волновой механики⁷⁰ (см. подробнее в статье¹¹). Шрёдингер писал в марте 1926 г. в статье, посвященной связи матричной механики с волновой (см.⁶⁹, с. 56), что его «теория была стимулирована работой Л. де Бройля» (работой⁶⁷, в которой последний, как мы уже подчеркивали в конце предыдущего раздела, развивал для микрочастиц идеи Эйнштейна) и «краткими, но в высшей степени прозорливыми замечаниями Эйнштейна» (в работе⁶⁴, см. с. 533). Однако непосредственно в становлении квантовой механики Эйнштейн не участвовал и последним его крупным конкретным вкладом в развитие квантовых представлений остались работы⁶³⁻⁶⁵ по квантовой статистике. Когда в 1927 г. предметом обсуждения стали вопросы физической интерпретации квантовой механики на основе соотношений неопределенности Гейзенберга⁷¹ и принципа дополнительности Бора (см.⁷², с. 30), началась знаменитая дискуссия Эйнштейна с Бором по поводу полноты квантовомеханического описания явлений микромира (о которой мы упоминали в самом начале статьи; этой дискуссии предшествовало расхождение в мнениях между Бором и Эйнштейном в в период с 1923 по 1925 г. по принципиальным вопросам квантовой теории; см. статью Клейна в³³, с. 115). В 1949 г. Бор подробно рассказал о

о данной дискуссии (см.⁷², с. 399, и ответ Эйнштейна⁷³; подробнее описание дискуссии можно найти в⁷⁴). Дискуссия продолжалась до кончины Эйнштейна в 1955 г. Эйнштейн продолжал считать, что квантовомеханическое описание не является полным. Он стремился к построению единой физической картины мира, разрабатывая общую теорию поля, чему посвятил вторую половину своей научной деятельности. Его не удовлетворяла физическая картина мира, основанная на концепции дополнительности и на вероятностной интерпретации квантовой механики (см., например, статью Бора в², с. 172). Одним из родоначальников такой интерпретации был сам Эйнштейн, пришедший еще в 1916 г. к вероятностному истолкованию корпускулярно-волнового дуализма (в работе⁶, см. с. 531). Однако он не считал ее окончательной и не соглашался с тем, что надо еще решительнее отказаться от классических представлений при изучении микромира, как полагали Бор и его последователи. Взгляды Эйнштейна по методологическим вопросам современной физики требуют специального рассмотрения, выходящего за рамки данной статьи.

Белорусский государственный университет
им. В. И. Ленина

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- Ссылки на работы Эйнштейна даны по русскому изданию его трудов: Эйнштейн А. Собрание научных трудов, Т. I—IV.— М.: Наука, 1965—1967.— Указывается том трудов, номер статьи и год публикации ее оригинала (в скобках).
1. Эйнштейн А. Об одной эвристической точке зрения, касающейся возникновения и превращения света — Т. III, ст. 7 (1905).
 2. Борн М. Физика в жизни моего поколения: Сб. статей.— М.: ИЛ, 1965.
 3. Эйнштейновский сборник. 1966.— М.: Наука, 1966.
 4. Эйнштейн А. К современному состоянию проблемы излучения.— Т. III, ст. 17 (1909).
 5. Эйнштейн А. О развитии наших взглядов на сущность и структуру излучения.— Т. III, ст. 19 (1909).
 6. Эйнштейн А. К квантовой теории излучения.— Т. III, ст. 44 (1916).
 7. Паули В.— УФН, 1965, т. 86, с. 413.
 8. Hund F. Geschichte der Quantentheorie.— 2. Aufl.— Mannheim: B. I. Wissenschaftsverlag, 1975.
 9. Jammer M. The Conceptual Development of Quantum Mechanics.— N.Y.: McGraw-Hill, 1966.
 10. Hermann A. Frühgeschichte der Quantentheorie (1899—1913).— Mosbach in Baden: Physik Verlag, 1969.
 11. Ельясевич М. А.— УФН, 1977, т. 122, с. 673.
 12. Эйнштейн А. Следствия из явлений капиллярности.— Т. III, ст. 1 (1904).
 13. Эйнштейн, О термодинамической теории разности потенциалов между металлами и полностью диссоциированными растворами их солей и об электрическом методе исследования молекулярных сил.— Т. III, ст. 2 (1902).
 14. Эйнштейн А. Кинетическая теория теплового равновесия и второго начала термодинамики.— Т. III, ст. 3 (1902).
 15. Эйнштейн А. Теория основ термодинамики.— Т. III, ст. 4 (1903).
 16. Эйнштейн А. К общей молекулярной теории теплоты.— Т. III, ст. 5 (1904).
 17. Эйнштейн А. Замечания к работам П. Герца: «О механических основах термодинамики».— Т. III, ст. 28 (1911).
 18. Эйнштейн А.— Т. III, ст. 6, 8 (1905), 9 (1906); 14 (1907), 16 (1908).
 19. Эйнштейн А.— Т. I, ст. 1 (1905).
 20. Kangro H. Vorgeschichte der Planckschen Strahlungsgesetzes.— Wiesbaden: F. Steiner Verlag, 1970.
 21. Boltzmann L.— Ann. d. Phys., 1884, Bd. 22, S. 291.
 22. Wien W.— Sitzungsber. Berl. Akad. Wiss., 1893, S. 55.
 23. Wien W.— Wied. Ann., 1894, Bd. 52, S. 132.
 24. Планк М. Избранные труды.— М.: Наука, 1975.— С. 191—281.— Статьи 1900—1901 гг.
 25. Полак Л. С.— См.²⁴, с. 685.
 26. Wien W.— Wied. Ann., 1896, Bd. 58, S. 662.
 27. Михельсон В. А. Собр. соч. Т. 1.— М.: 1930.— С. 175.

28. Lord Rayleigh — *Phil. Mag.*, 1900, v. 49, p. 539.
Lorentz H. — *Proc. Amsterdam Acad.*, 1903, v. 5, p. 666.
Jeans J. — *Phil. Mag.*, 1905, v. 10, p. 91.
29. Эйнштейн А. К теории возникновения и поглощения света. — Т. III, ст. 10 (1906).
30. Эйнштейн А. Теория излучения Планка и теория удельной теплоемкости. — Т. III, ст. 11 (1907).
31. Эйнштейн А. Термодинамическое обоснование закона фотохимического эквивалента. — Т. III, ст. 30 (1912).
32. Planck M. *Vorlesungen über die Theorie der Wärmestrahlung*. — Leipzig: Verlag von J. A. Barth, 1906. — (1-е издание).
33. Эйнштейновский сборник. 1974. — М.: Наука, 1976.
34. Эйнштейн А. Поправка к моей работе «Теория излучения Планка и т. д.» — Т. III, ст. 12 (1907).
35. Эйнштейн А. — Т. III, ст. 49 (1921); 51 (1922).
36. Эйнштейн А. — Т. III, ст. 13 (1907).
37. Ritz W. — *Phys. Zs.*, 1908, Bd. 9, S. 903.
38. Эйнштейн А., Ритц В. К современному состоянию проблемы излучения. — Т. III, ст. 18 (1909).
39. Jeans J. — *Proc. Roy. Soc. London*, 1905, v. 78, p. 546.
40. Ehrenfest P. — *Phys. Zs.*, 1906, Bd. 7, S. 527.
41. Эйнштейновский сборник. 1971. — М.: Наука, 1972.
42. См. в кн.: Зоммерфельд А. Пути познания в физике. — М.: Наука, 1973. — С. 191.
43. Эйнштейновский сборник. 1969—1970. — М.: Наука, 1970.
44. Эйнштейн А., Хопф Л. Статистическое исследование движения резонатора в поле излучения. — Т. III, ст. 21 (1910).
45. Эйнштейн А. К современному состоянию проблемы удельной теплоемкости. — Т. III, ст. 33 (1912).
46. Sommerfeld A. — *Sitzungsber. Berl. Akad. Wiss.*, 1911, Bd. 41, S. 1.
47. Mehra J. *The Solvay Conferences on Physics*. — Dordrecht: D. Reidel, 1975.
48. Эйнштейн А. К квантовой теории. — Т. III, ст. 36 (1914).
49. Эйнштейн А. — Т. I, ст. 29 (1914).
50. Эйнштейн А. Теоретическая атомистика. — Т. III, ст. 37 (1915).
51. Бор Н. Избранные научные труды. — Т. I. — М.: Наука, 1970. — С. 84.
52. Эйнштейн А. Испускание и поглощение излучения по квантовой теории. — Т. III, ст. 43 (1916).
53. Born M. — *Zs. Phys.*, 1926, Bd. 37, S. 863; Bd. 38, S. 803.
54. Эйнштейн А. К квантовому условию Зоммерфельда и Эпштейна. — Т. III, ст. 45 (1917).
55. Френкель В. Я. Пауль Эренфест. — 2-е изд. — М.: Атомиздат, 1977.
56. Эйнштейн А., Эренфест П. Квантотеоретические замечания к опыту Штерна и Герлаха. — Т. III, ст. 52 (1922).
57. Gerlach W., Stern O. — *Zs. Phys.*, 1922, Bd. 9, S. 349.
58. Эйнштейн А., Эренфест П. К квантовой теории радиационного равновесия. — Т. III, ст. 55 (1923).
59. Паули В. Труды по квантовой теории. — (Т. I.) — М.: Наука, 1975. — С. 621.
60. Эйнштейн А. Предлагает ли теория поля возможности для решения квантовой проблемы? — Т. III, ст. 56 (1923).
61. Эйнштейн А. — Т. II, ст. 72—75 (1923).
62. Эйнштейн А. Эксперимент Комптона. Существует ли наука ради самой науки? — Т. III, ст. 58 (1924).
63. Эйнштейн А. Квантовая теория одноатомного идеального газа. — Т. III, ст. 62 (1924).
64. Эйнштейн А. Квантовая теория одноатомного идеального газа. Второе сообщение. — Т. III, ст. 63 (1925).
65. Эйнштейн А. К квантовой теории идеального газа. — Т. III, ст. 64 (1925).
66. См. в кн.: Эйнштейн А. — Т. III, приложение к ст. 60.
67. De Broglie L. *Recherches sur la théorie de quanta: Thèse de doctorat*. — Paris: Manson et Cie, 1924.
68. Де Бройль Л. По тропам науки: Сб. статей. — М.: ИЛ, 1972. — С. 351.
69. Шрёдингер Э. Избранные труды по квантовой механике. — М.: Наука, 1976.
70. Шрёдингер Э. — *УФН*, 1977, т. 122, с. 621.
71. Гейзенберг В. — *Ibid.*, с. 651.
72. Бор Н. Избранные научные труды. Т. II. — М.: Наука, 1971.
73. Эйнштейн А. Замечания к статьям. — Т. IV, ст. 77 (1949).
74. Jammer M. *The Philosophy of Quantum Mechanics*. — N.Y.: Wiley-Interscience, 1974.