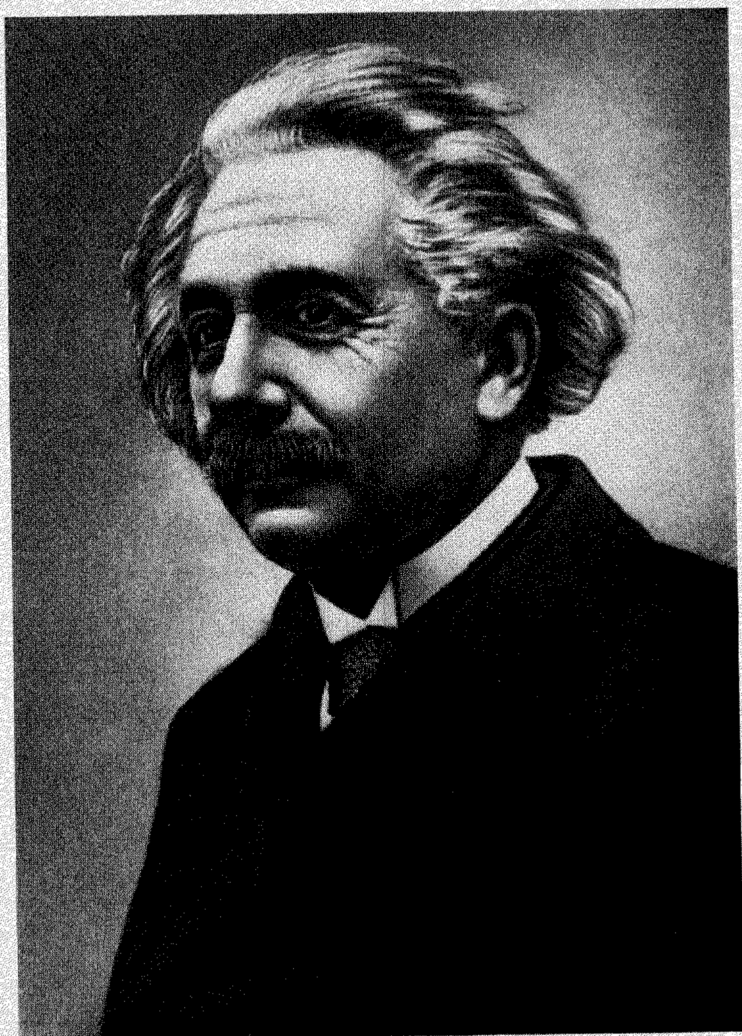

1979 г. Июль *Том 128, вып. 3*

УСПЕХИ ФИЗИЧЕСКИХ НАУК

530 12.531.51(09)

ОТ ПРИНЦИПА ЭКВИВАЛЕНТНОСТИ К УРАВНЕНИЯМ ТЯГОТЕНИЯ

В. П. Визгин, Я. А. Смородинский

СОДЕРЖАНИЕ

«В своей долгой жизни я познал одну истину, что вся наша наука кажется примитивной и неразвитой, если ее сравнить с реальностью, и все же это самая большая драгоценность, которой мы обладаем...»

А. Эйнштейн [1]

ПРОЛОГ

Для древних философов было очевидно, что небесные тела не могут подчиняться земным законам. Они совершали круговые движения, повинуясь высшей гармонии. Так учил Аристотель, так была устроена система Птолемея.

Ньютон был первым, кто решил иначе. Открыв, что законы падения тел на Земле те же, что управляют движением планет, он открыл естествоиспытателям бескрайние просторы Вселенной. Но прошло еще очень много лет, пока они смогли последовать за Ньютоном. Лишь в XIX веке о природе сил тяготения стали говорить серьезно, но и к рубежу нашего века об этих силах было известно не слишком много. Конечно, нельзя думать, что все сказанное Эйнштейном было совсем ново. Даже наиболее радикальная эйнштейновская идея об отождествлении физического взаимодействия (гравитации) с геометрией пространства-времени, лежащая в основе общей теории относительности, имела своих предшественников. Мы приведем некоторые поразительные высказывания, которые сейчас звучат как вещие пророчества. Но такие пророчества были редки, и мало кто к ним в свое время прислушивался. В этом смысле путь к общей теории относительности не был непрерывной логической цепочкой; не было ручейков, сливающихся в широкую реку. Работы Эйнштейна, скорее, можно уподобить водопаду, возникшему на сравнительно спокойном течении.

Но все же пророки были. Среди них наиболее ярко прозвучал в 1835 г. голос Николая Лобачевского:

«В природе мы познаем собственно только движение, без которого чувственные впечатления невозможны. Итак, все прочие понятия, например геометрические, произведены нашим умом искусственно, будучи взяты в свойствах движения; а потому пространство, само собой, отдельно, для нас не существует. После чего в нашем уме не может быть никакого противоречия, когда мы допускаем, что некоторые силы в природе следуют одной, другие своей особой Геометрии. Впрочем, пусть это чистое предположение только, для подтверждения которого надобно поискать других убедительных доводов; но в том, однако же, нельзя сомневаться, что силы все производят одни: движение, скорость, время, массу, даже расстояние и углы» [1]. 10 июня 1854 г. в Гёттингенском университете прочел свою пробную лекцию Бернгард Риман (она была опубликована лишь в 1868 г. Дедекиндом). Лекция называлась «О гипотезах, лежащих в основаниях геометрии». В этой лекции Риман говорит о том, что пространство должно иметь какую-то материальную основу, нечто «реальное» и что в случае отождествления пространства с непрерывным многообразием «...нужно пытаться объяснить возникновение метрических отношений чем-то внешним — силами связи, действующими на это реальное» [2]. Однако заканчивает он так: «Здесь мы стоим на пороге области, принадлежащей другой науке — физике, и переступать его не дает нам повода сегодняшний день»[2]. В 1870 г. англичанин Вильям Клиффорд написал: «Я считаю верным: 1) то, что малые части пространства в действительности, по своей природе, аналогичны небольшим холмикам на поверхности, в среднем плоской, так что обычные законы геометрии в них не соблюдаются; 2) то, что это свойство быть искривленным, или скрученным, распространяется из одной части пространства в другую наподобие волны; 3) то, что изменение кривизны пространства составляет в действительности явление, называемое нами движением материи, весома ли она или эфироподобна; 4) то, что в физическом мире ничего иного не происходит, кроме указанного изменения, (возможно) подчиняющегося закону непрерывности»[3].

Но все такие высказывания, в которых мы теперь обнаруживаем мудрость предков, в то время не имели последствий. Сделать из них теорию тяготения было невозможно. К ним нужно было добавить физические принципы, фундаментальный характер которых стал ясен одному лишь Эйнштейну. Этими принципами оказались, прежде всего, требования специальной теории относительности и равенство инертной и тяготеющей масс. Важность последнего понимал еще Ньютон. Используя маятник с телом из разных материалов, он доказал это равенство с ошибкой меньше 0,1%. В 1828 г. Бессель увеличил точность опытов Ньютона в 60 раз. Лишь спустя более чем полвека Этвеш возрождает интерес к проблеме равенства двух масс: инертной и тяготеющей. Следуя Ньютону и Бесселю, он видит в этом принципе один из самых важных законов природы и понижает ошибку до 10^{-7}—10^{-8} (1889—1909) *). И хотя многие понимали важность равенства масс, а порою и стремились к его объяснению, никто до Эйнштейна не пытался взять его за основу теории тяготения.

К теории тяготения физики могли бы, казалось, подойти и с другой стороны. Поразительно, что еще в 1801 г. И. Зольднер вычислил, насколько должен отклониться луч света, проходя вблизи Солнца **). Считая свет материальным телом ***), он заключает отсюда, что путь света должен быть гиперболой (как у кометы), и из элементарной теории получает величину отклонения. Необъяснимым образом Зольднер в результате описки получает результат $2 \times 0{,}84''$. Расчет по формулам классической механики должен был дать $0{,}84''$, величину, близкую полученной Эйнштейном при первых попытках рассмотреть, как влияет поле тяготения на распространение света, и составляющую половину правильного результата, который получается на основе общей теории относительности и подтверждается опытом.

Лаплас был первым, кто поставил вопрос о скорости распространения тяготения. Оставаясь на позициях теории Ньютона, Лаплас пытался учесть запаздывание. В результате он установил нижнюю границу скорости распространения гравитационного воздействия, но совершил при этом роковую ошибку. Ошибка была в том, что Лаплас вводил запаздывание и вычислял эффект в первом порядке по отношению скорости планеты к скорости света (на самом деле это эффект второго порядка!). Чтобы не входить в противоречие с наблюдениями, скорость распространения гравитации должна быть (по Лапласу) больше скорости света в 10^8 раз!

В другой раз формулы были более благосклонны к Лапласу. Пользуясь неверной формулой для кинетической энергии света, он правильно рассчитал гравитационный радиус и предсказал существование черных дыр. «...Сила притяжения небесного тела могла бы быть столь велика, что от него не будет исходить свет»,— гласит цитата, ставшая сейчас классической [4]. Если вспомнить, что дело происходило в последние годы XVIII века, то проницательностью Лапласа нельзя не восхититься ****).

Эту цитату из Лапласа вспомнили лишь недавно, когда фантастические «черные дыры» стали рассматривать как реальность (по крайней мере в современных теориях).

Ньютоновская теория тяготения не давала объяснения механизму гравитации. В XVIII и XIX веках было выдвинуто немало эфирно-механических гипотез о природе тяготения, которые либо основывались на аналогии с механикой сплошных сред и объясняли притяжение давлением среды или колебательно-волновыми эффектами в среде, либо использовали модель Лесажа (эфирно-кинетические гипотезы) и объясняли притяжение посредством экранирования гравитирующих тел при их «обстреле» частицами эфира. Все эти попытки, как и поиски электродинамического

*) Уже в наше время группа Дикке доводит ошибку до 10^{-11}. Рекордную точность получили В. Б. Брагинский и В. И. Панов, которые еще снижают ошибку, доводя ее до 10^{-12}. При такой точности уже можно утверждать, что даже слабые силы не нарушают великий принцип. Этому принципу удовлетворяют даже системы, в которых имеется заметная гравитационная энергия (Луна в поле Солнца), и в этом случае гравитационная энергия вносит равный вклад в обе массы.

**) Она была опубликована в астрономическом ежегоднике («Berliner Astronomisches Jahrbuch»; английский перевод см. в статье: Jaki S. L.— Found. of Phys., 1978, v. 8, p. 927). (Ср. еще более ранние работы [90,91].)

Работу Зольднера использовал в своих нападках на Эйнштейна Ленард. Эта история рассказана в статье Джеки (Jaki).

***) «...Нельзя думать, что предметы, которые существуют и действуют на наши чувства, не имели бы свойств материи».

****) Рассуждения Лапласа исчезли в дальнейших изданиях (начиная с 3-го его «Системы мира».

обоснования или обобщения ньютоновского закона, не увенчались успехом и не оставили зримого следа в современной теории тяготения [5].

Пока теория двигалась редкими и неуверенными шагами, в наблюдательном материале начинали накапливаться противоречия. Они не были столь ошеломляющи, как, например, в случае ультрафиолетовой катастрофы, но все же педантичные астрономы говорили об упорно сохранявшихся отклонениях от предсказаний ньютоновской механики. В 1859 г. ученик Лапласа Леверье публикует сообщение о том, что движение планет обнаруживает разногласие с расчетами. Расчетное движение перигелиев Меркурия и Марса, обусловленное воздействием других планет, оказывается на 38″ в столетие для Меркурия и на 25″ (уточненное значение 7″) для Марса меньше наблюдаемого. Предложенная самим Леверье попытка объяснить это аномальное смещение воздействием новой гипотетической планеты Вулкан (орбита которой лежит внутри орбиты Меркурия) не привела к успеху. Столь же безуспешны были попытки объяснения аномалий Меркурия кольцом астероидов между ним и Солнцем (Тиссеран, 1891), спутником Меркурия (Хертль, 1894) и другими аналогичными гипотезами о наличии скрытых масс в Солнечной системе. Различные видоизменения ньютоновского закона, основанные на аналогии с дальнодействующей электродинамикой, или его степенные и экспоненциальные модификации (см. с. 397 настоящей работы) также не решали проблемы [5]. Не вдаваясь в подробности истории развития небесной механики, скажем только, что к концу XIX века необходимость более радикальных изменений в наших представлениях о силах тяготения стала очевидной. Анализ движения планет, произведенный Ньюкомом, оказался очень важным и для Эйнштейна. В 1926 г. Эйнштейн писал в письме к дочери Ньюкома (оно было прочитано на открытии памятника ее отцу в 1935 г.): «Ваш отец был последним из великих ученых, которые, имея в виду эту задачу (о возмущениях движения планет.— *Авторы*), весьма тщательно вычислили движение в Солнечной системе. Эта задача настолько грандиозна, что лишь немногие могли самостоятельно и достаточно критически работать над ее решением»[6]. Движение перигелия Меркурия стало одним из пробных камней для общей теории относительности.

Но не только расхождения теории с наблюдениями в далеких знаках формул небесной механики предупреждали о неполадках; назревали и подлинные большие парадоксы. Они подстерегали любого, кто пытался перейти от Солнечной системы к анализу событий масштабов Вселенной.

Первая такая опасность была отмечена в 1874 г. К. Нейманом: «Если считать, что совокупность звезд распространяется бесконечно во все стороны, а средняя плотность этой материи постоянна, то при справедливости закона Ньютона сила, с которой эта совокупность звезд действует на наш земной шар, будет полностью неопределенна, а именно, может иметь любое направление и величину. Ньютоновский закон приводит в таком случае к абсурдному результату и поэтому здесь неприменим» [7]. Возникший парадокс подробно проанализировал Зеелигер (по имени которого этот парадокс обычно и называют).

Разрешение парадокса Нейман и Зеелигер искали в экспоненциальных модификациях закона Ньютона.

Надо сказать, что парадокс Зеелигера не кажется сейчас слишком серьезным. Для нестатической Вселенной можно получать правильные формулы, пользуясь теорией тяготения Ньютона *), но в то время Вселенная воспринималась как застывшая система неподвижных звезд, и парадокс выглядел неустранимым.

*) На это обратил внимание Я. Б. Зельдович.

Похожий парадокс еще раньше был открыт де Шезо (1744) и Ольберсом (1826). Они показали, что в условиях бесконечной и статической Вселенной, равномерно заполненной звездами, которые существовали вечно, поток энергии должен быть бесконечным. В такой Вселенной ночное небо не может быть темным, а Вселенная должна быть заполнена излучением, находящимся в тепловом равновесии со звездами, т. е. имеющим огромную температуру. На самом деле вместо горячего фона во Вселенной существует лишь остывшее реликтовое излучение, имеющее температуру 2,7 К. Для такого избавления от опасности, которую принес бы парадокс Ольберса, достаточно, чтобы звезды не были бесконечно старыми и чтобы во Вселенной действовали законы, которые вытекают из уравнения Эйнштейна. Только эти законы привели к «охлаждению» видимого нами неба. Темнота ночи есть яркое свидетельство могущества этих уравнений.

Успехи максвелловской теории электромагнитного поля наводили на мысль о возможности полевого подхода и к теории тяготения. На этом пути можно было надеяться связать гравитацию с электромагнетизмом, понять распространение тяготения в пространстве и устранить некоторые из упомянутых трудностей. О теории гравитационного поля думал уже Максвелл, который, однако, пришел к выводу об отрицательной плотности энергии поля и поэтому отказался от дальнейшей разработки этого подхода.

На рубеже XIX и XX веков Вольтерра пытался развивать скалярную теорию поля, а Лоренц в 1900 г. построил электромагнитную теорию гравитационного поля, интерпретируемую в общем случае как векторную, которые также не разрешили главных трудностей.

Таким образом, к началу нового века положение в теории тяготения было явно неудовлетворительным, хотя и не столь критическим, как в электродинамике движущихся тел или теории излучения. Эмпирические аномалии небесной механики, впрочем, можно было, как думали многие, устранить небольшим исправлением закона обратных квадратов. Для этого было достаточно заменить квадрат на степень $2 + 1{,}6 \cdot 10^{-7}$ (Холл и Ньюком). Открытие специальной теории относительности (СТО) не только поставило вопрос о необходимости согласования с ней ньютоновской теории тяготения, но и породило новые надежды на решение проблемы гравитации. Однако разработка лоренц-ковариантных обобщений ньютоновского закона Пуанкаре (1906) и Минковским (1908), хотя и привела к выводу о распространении гравитации со скоростью света, но оставила неразрешенными основные трудности.

В 1907 г., когда появляется работа Эйнштейна, в которой впервые формулируется принцип эквивалентности и на его основе обсуждается влияние гравитационного поля на распространение света, он продолжает занимать должность технического эксперта 3-го класса в патентном бюро в Берне. Пионерский подход Эйнштейна к проблеме тяготения, связанный с идеей расширения специального принципа относительности, не был поддержан другими физиками, да и сам Эйнштейн столкнулся с огромными трудностями при его распространении на неоднородные поля тяготения. К тому же в 1908—1910 гг. он интенсивно занимался проблемами квантовой теории. Только в 1911 г. Эйнштейн возвращается к теории тяготения, основанной на принципе эквивалентности и предсказывающей зависимость скорости света от гравитационного потенциала.

Опираясь на эту зависимость, немецкий теоретик Абрагам выдвигает в 1911—1912 гг. скалярную теорию гравитационного поля, не согласующуюся, впрочем, с принципом относительности. В 1912—1913 гг. в разработку гравитационных теорий активно включаются финский физик Нордстрем и немецкий физик Ми. Они разрабатывают лоренц-ковариантные теории поля тяготения, вполне удовлетворительные логически, но не объясняющие аномального движения перигелия Меркурия и не дающие отклонения света в гравитационном поле. Дискуссии с этими физиками и обсуждение их теорий имели для Эйнштейна существенное значение.

Ведущие немецкие теоретики, такие, как Планк и Лауэ, энергично поддержавшие специальную теорию относительности, не оценили по достоинству глубину эйнштейновских идей, ведущих к ее расширению, хотя и не вступали с ним в эти годы (1911—1915) в открытую полемику. Планк косвенным образом внес важный вклад в развитие релятивистской теории тяготения. Он одним из первых поставил вопрос о равенстве инертной и гравитационной масс в свете специальной теории относительности. Ему и Минковскому принадлежит вариационная четырехмерная формулировка принципа инерции, сыгравшая, как мы увидим, ключевую роль в формировании геометрической концепции гравитации, которая легла в основу общей теории относительности. Планк еще в 1899 г. также первым обратил внимание на то, что постоянная тяготения вместе со скоростью света и постоянной, носящей его имя, порождают так называемую «естественную систему единиц» (в которую включают также постоянную Больцмана). Введенная им в рамках этой системы фундаментальная длина $l_p = \sqrt{\hbar\gamma/c^3}$ *) играет большую роль в возникающей сейчас квантовой теории гравитации. Тем не менее идеи Эйнштейна, ведущие к общей теории относительности, Планк воспринял крайне сдержанно. Нельзя не увидеть в этом сходства с позицией самого Эйнштейна по отношению к квантовой механике, у истоков которой стоял и сам Эйнштейн. Создания человеческой мысли нередко перерастают своих творцов!

Хотя Эйнштейн остро ощущал отсутствие понимания и поддержки со стороны большинства коллег, он не был вполне одинок. Трех его друзей здесь надо отметить особо. Это астроном Фрейндлих, активно готовивший проведение астрономических наблюдений с целью экспериментальной проверки принципа эквивалентности и общей теории относительности; это — математик и студенческий друг Эйнштейна Гроссман, который помог ему найти и освоить нужный математический аппарат; наконец, это замечательный физик Эренфест, тонкий критический ум которого делал его неоценимым собеседником для многих физиков первой трети XX века.

Весной 1913 г. Эйнштейн вместе с Гроссманом заканчивает работу, в которой новая теория принимает вполне убедительный вид. Этот набросок тензорной геометрической и общековариантной по замыслу теории тяготения еще не содержал правильных уравнений гравитационного поля. Ошибочные аргументы помешали авторам по достоинству оценить возможности тензоров Римана — Кристоффеля и Риччи для установления полевых уравнений, и они уходят с правильного пути, отказываясь от ключевого требования об общей ковариантности этих уравнений. После переезда из Цюриха в Берлин Эйнштейн продолжает работу один и ведет спор фактически с самим собой, придумывая новые аргументы для того, чтобы в следующей работе их отвергнуть. Лишь в ноябре 1915 г. он возвращается к исходному пункту — требованию общей ковариантности полевых уравнений.

*) Конечно, у Планка в 1899 г. еще не было постоянной h и в определение единиц входила постоянная из закона Вина, которая в современной теории равна отношению h/k.

За несколько месяцев до этого, летом 1915 г. Эйнштейн встречается в Гёттингене с патриархом математиков Гильбертом. Гильберт был не только хорошо знаком с математическим аппаратом теории относительности, но уже в течение нескольких лет глубоко интересовался фундаментальными проблемами физики. Эйнштейн, вероятно, в беседах с Гильбертом проверяет свои доводы и сомнения, что могло помочь ему отбросить выдуманные им же самим препятствия, отделявшие его от триумфального конца. Гильберт со своей стороны нашел в изложенной Эйнштейном теории тяготения (физическая часть которой в июле 1915 г. была почти совсем ясной) желанную область для своих идей об аксиоматизации физики и, проникнувшись величием замысла Эйнштейна, включился в поиски наиболее рационального пути получения уравнений.

В ноябре 1915 г. на заседании Академии наук в Берлине Эйнштейн сообщает свой новый окончательный вариант теории. В этом же ноябре в Гёттингене Гильберт докладывает об уравнениях, которые он получил совсем другим путем на основе предшествующих работ Эйнштейна и, возможно, того, что ему рассказал Эйнштейн.

В этих ноябрьских сообщениях Эйнштейна и Гильберта ярко проявились два разных стиля научного исследования. Эйнштейн верил в гармонию мира, упорно искал и находил глобальные физические закономерности в природе. Гильберт, строгий логик, столь же упорно создавал аксиоматическую науку.

В результате общая теория относительности предстала как глубоко физическая и одновременно как строгая математическая теория, полная величия и красоты.

Установлением общековариантных уравнений тяготения завершился изнурительный поиск, который на протяжении более восьми лет (с некоторыми перерывами) вел Эйнштейн. Релятивистская теория тяготения, или общая теория относительности, была в основном его творением. Гроссман помог найти и разработать математический аппарат теории. Гильберт убедительно показал огромные эвристические возможности, заключенные в вариационном принципе, придав теории царский блеск и совершенство математики. Общая теория относительности на долгие годы стала почти недостижимым идеалом для всех будущих физических теорий.

В следующих разделах мы более детально рассмотрим процесс построения общей теории относительности. При этом основное внимание будет сосредоточено на формировании геометрической концепции тяготения (1911—1913) и установлении общековариантных уравнений гравитационного поля (1913—1915).

1. НА ПУТИ К ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ КОНЦЕПЦИИ ТЯГОТЕНИЯ

Историю создания релятивистской теории гравитации можно разделить на следующие четыре этапа:

1) Открытие принципа эквивалентности и предсказание на его основе двух гравитационно-оптических эффектов, 1907—1911 гг.

2) Скалярные теории, 1911—1912 гг.

3) Разработка тензорной геометрической концепции тяготения, 1912—1913 гг.

4) Поиски уравнений гравитационного поля, 1913—1915 гг.

Первые два этапа в настоящей работе затрагиваются только вскользь, лишь в той мере, в какой они важны для понимания последующего развития.

1. Принцип эквивалентности и скалярные теории

Принцип эквивалентности был открыт Эйнштейном, когда он попытался ввести гравитацию в рамки специальной теории относительности и столкнулся при этом с замечательным фактом равенства инертной и гравитационной масс. Эйнштейн интерпретировал его с релятивистских позиций как «...полную физическую равноценность (однородного.— *Авторы*) гравитационного поля и соответствующего ускорения системы отсчета (1907)»[8]. На основе этого принципа он сразу же заключает об изменении скорости физических процессов в гравитационном поле, в частности предсказывает смещение частоты излучения атома на поверхности Солнца, и, наконец, приходит к выводу о зависимости скорости света от потенциала тяготения по формуле

$$c = c_0\left(1 + \frac{\Phi}{c_0^2}\right),$$

где Φ — ньютоновский скалярный потенциал. Отсюда непосредственно следовал вывод об отклонении света в поле тяжести Солнца, которое оказалось равным 0,85″, т. е. значению, вдвое меньшему правильного, вычисленного в 1915 г. на основе общей теории относительности (с учетом кривизны пространства).

Трудности, вставшие на пути распространения принципа эквивалентности на неоднородные поля тяготения, связанные с необходимостью выхода за пределы лоренц-ковариантности и с утратой координатами непосредственного метрического смысла, а также интенсивные исследования по квантовой теории задержали на несколько лет дальнейшее развитие теории тяготения. Только в 1911 г. Эйнштейн вновь вернулся к гравитатационной проблеме, чему, по-видимому, в немалой степени способствовала только что осознанная мысль о возможности экспериментальной проверки эффекта отклонения света в поле Солнца во время его затмения [9].

Принцип эквивалентности давал фактически теорию только однородных полей. Эйнштейн при этом использовал понятие ньютоновского скалярного потенциала. Первую скалярную теорию произвольных полей создал Абрагам, который стоял на позициях электромагнитной программы и не принимал специальной теории относительности. В вытекающей из принципа эквивалентности зависимости скорости света от потенциала он с удовлетворением увидел крах специальной теории относительности и использовал эту зависимость для построения скалярной теории, основанной на обобщении уравнения Пуассона. Он предложил четырехмерное волновое уравнение второго порядка, в котором в правой части в качестве источника поля стояла плотность массы покоя, не являющаяся скаляром. Таким образом, теория Абрагама не согласовывалась с принципом относительности и встречалась с определенными затруднениями при ее истолковании с точки зрения принципа эквивалентности.

Значительно более удовлетворительной была лоренц-ковариантная скалярная теория Нордстрема, первый вариант которой был разработан финским теоретиком осенью 1912 г. Во втором варианте этой теории, сформулированном им летом 1913 г. и усовершенствованном несколько позднее самим Эйнштейном в сотрудничестве с голландским физиком Фоккером (см. с. 418 настоящей работы), источником поля служит след тензора энергии-импульса (скаляр!). Четырехмерный интервал Минковского в этой теории умножается на произвольную функцию пространственно-временных координат, превращаясь в

$$ds^2 = \Phi(x, y, z, t)(dx^2 + dy^2 + dz^2 - c^2dt^2).$$

Уравнение светового конуса

$$ds^2 = 0$$

при этом остается неизменным, и в теории, естественно, не возникает влияния поля тяжести на распространение света *). В конечном счете по этой причине пришлось отвергнуть и теорию Нордстрема, и теорию Ми, эквивалентную по сути дела первому варианту теории Нордстрема.

В 1913—1915 гг., однако, когда Эйнштейн уже разрабатывал тензорную геометрическую концепцию тяготения, он считал скалярную теорию вполне конкурентоспособной, так как она удовлетворяла четырем основным требованиям, с которыми, по мнению Эйнштейна, должна была согласовываться любая разумная теория гравитационного поля. Эти требования он сформулировал осенью 1913 г.: «1. Выполнение законов сохранения импульса и энергии. 2. Равенство инертной и тяжелой масс замкнутых систем. 3. Справедливость теории относительности в более узком смысле, т. е. системы уравнений должны быть ковариантны относительно линейных оргогональных подстановок (обобщенные преобразования Лоренца). 4. Наблюдаемые законы природы не должны зависеть от абсолютных значений гравитационного потенциала (или гравитационных потенциалов)»[10].

Сам Эйнштейн, стимулированный отчасти работой Абрагама, следующий шаг на пути от принципа эквивалентности к теории произвольных полей сделал в направлении к скалярной теории. Но, в отличие от Абрагама, он допускал скалярный подход только для рассмотрения статических полей. В начале 1912 г. он сформулировал два варианта скалярной теории статического поля, которые, хотя и не удовлетворяли Эйнштейна (они не вполне согласовались с принципом эквивалентности и касались только статических полей), тем не менее содержали некоторые очень важные идеи, сыгравшие существенную роль при разработке тензорно-геометрической теории тяготения (мы ее будем называть в дальнейшем геометрической) [11, 12]. Скалярная теория Эйнштейна включала в себя идею нелинейности полевых уравнений и идею представления уравнения свободного движения материальной точки в поле тяготения в форме вариационного принципа для четырехмерного интервала (принцип геодезической)

2. Предварительные замечания о геометрической теории тяготения

Имеются основания предполагать (см. 406 настоящей статьи), что уже летом 1912 г. Эйнштейн понял бесперспективность скалярного направления и необходимость использования тензорного подхода. Применение тензоров, точнее — симметричных тензоров второго ранга, подсказывалось двумя обстоятельствами. Во-первых, принятие четырехмерного подхода Минковского для описания статических полей вело к тензору g_{ik}, определявшему метрику пространства-времени,— понятию, возникшему из обобщения метрики специальной теории относительности. Во-вторых, в релятивистской теории источником поля тяготения было наиболее естественно считать тензор энергии-импульса T_{ik}, в отличие от скалярных теорий,

*) В отклонение света вносят вклад два источника (каждый по 0,85″): «масса» вета — эффект специальной теории относительности и кривизна пространства. В скасярной теории оба эффекта компенсируют друг друга; в тензорной теории они складываются.

где источником поля служил след этого тензора T. В сочетании с первым соображением это в конечном счете вело к римановой структуре пространства-времени и его основной тензорной характеристике второго ранга — тензору Риччи G_{ik}. Именно тензорный подход наиболее естественным образом согласовывался и с требованиями теории относительности и с принципом эквивалентности.

Любопытно, что тензорная теория была подвергнута критике Абрагамом, который считал, что введение десяти «сил тяготения» неоправданно усложняет теорию. На самом же деле, как мы теперь понимаем, тензорный подход оказывается неизбежным при последовательном проведении четырехмерной метрической концепции, и только такая теория естественным путем включает в себя принцип эквивалентности.

С момента своего переезда из Праги в Цюрих в октябре 1912 г. Эйнштейн вместе с профессором Цюрихского политехникума математиком М. Гроссманом, некогда его студенческим другом, интенсивно разрабатывает тензорную геометрическую теорию тяготения. В письме к Зоммерфельду от 29 октября 1912 г. он сообщает:

«Теперь занимаюсь исключительно проблемой гравитации и надеюсь, что с помощью одного здешнего товарища, математика, удастся устранить все трудности. Но одно точно: никогда в жизни я так не мучился, и теперь мне внушает большое уважение математика, тонкости которой раньше я по своей ограниченности считал роскошью. По сравнению с этой проблемой первоначальная теория относительности является просто детской игрушкой» [13].

Новая теория была опубликована в совместной статье Эйнштейна и Гроссмана «Проект обобщенной теории относительности и теории тяготения». Дата поступления статьи в редакцию журнала не указана [14], но есть основания считать, что работа была закончена в апреле — мае 1913 г. и тогда же послана в редакцию журнала *).

3. Эйнштейн о генезисе геометрической теории тяготения

О возникновении идей, положенных в основу «Проекта» и, таким образом, геометрической концепции гравитации, рассказывал спустя примерно двадцать лет после описываемых событий сам Эйнштейн. В Гибсоновской лекции, прочитанной в университете Глазго (1933 г.), описав суть проблемы, связанной с утратой координатами при переходе к равноускоренным системам непосредственного физического (метрического) смысла, он описывал дальнейший ход своей мысли так: «...Я долго не мог понять, что же вообще должны означать координаты в физике. Решение этой дилеммы было найдено лишь в 1912 г., причем благодаря следующему рассуждению. Требовалось все-таки найти новую формулировку закона инерции, которая в отсутствие истинного «гравитационного поля в инерциальной системе координат» переходила бы в галилееву формулировку принципа инерции. Согласно последней, материальная точка, на которую не действуют никакие силы, изображается в четырехмерном пространстве прямой линией, т. е. кратчайшей или, более точно, экстремальной линией. Это понятие предполагает существование длины линейного элемента,

*) Это подтверждается письмами Эйнштейна к И. Лаубу от 22 июля 1913 г. [15] и к Маху от 25 июня 1913 г. [16]. В первом он сообщает, что он «уже месяца два как справился» с проблемой гравитации. Во втором письме он выражает надежду, что Мах уже получил его «новую работу об относительности и гравитации», законченную им «наконец... после бесконечных усилий и мучительных сомнений». Кроме того, Нордстрем в статье, поступившей в редакцию журнала 24 июля 1913 г., дает ссылку на «Проект» [17].

т. е. метрики. В специальной теории относительности,— как показал Г. Минковский,— эта метрика была квазиевклидовой, т. е. квадрат «длины» ds линейного элемента представлял собой определенную квадратичную функцию дифференциалов координат.

Если же вводятся другие координаты с помощью нелинейного преобразования, то ds^2 остается однородной функцией дифференциалов координат, но коэффициенты этой функции ($g_{\mu\nu}$) будут уже не постоянными, а некоторыми функциями координат. Математически это означает, что физическое (четырехмерное) пространство обладает римановой метрикой. Времениподобные экстремальные линии этой метрики определяют движение материальной точки, на которую не действуют другие силы, кроме гравитационных. Коэффициенты этой метрики ($g_{\mu\nu}$) одновременно описывают гравитационное поле по отношению к выбранной системе координат. Тем самым была найдена естественная формулировка принципа эквивалентности, распространение которой на произвольные гравитационные поля представлялось весьма естественным *).

Таким образом, указанная выше дилемма разрешалась следующим образом: реальный физический смысл имеют не дифференциалы координат, а только соответствующая им риманова метрика. Тем самым были заложены основы общей теории относительности. Однако остались нерешенными еще две проблемы.

1. Если уравнения поля выражены в терминах специальной теории относительности, то как их перенести на случай римановой метрики?

2. Каковы дифференциальные уравнения, определяющие саму риманову метрику (т. е. $g_{\mu\nu}$)?

Над этими вопросами я работал с 1912 до 1914 г. вместе с моим другом Марселем Гроссманом. Мы обнаружили, что математические методы для решения первой проблемы уже существовали в готовом виде в абсолютном дифференциальном исчислении Риччи и Леви-Чивиты. Что же касается второй проблемы, то для ее решения требовались дифференциальные выражения второго порядка из $g_{\mu\nu}$. Мы скоро увидели, что эти выражения уже были составлены Риманом (тензор кривизны). Еще за два года до опубликования общей теории относительности мы изучали правильные уравнения гравитационного поля, но не были убеждены в их физической применимости. Напротив, я даже полагал, что они не могут подтвердиться на опыте. К тому же мне еще казалось, будто из весьма общих соображений можно показать, что закон тяготения, инвариантный относительно произвольных преобразований координат, несовместим с принципом причинности. Это заблуждение стоило мне двух лет чрезвычайно тяжелой работы, пока я, наконец, не убедился в этом в конце 1915 г. и не нашел связь теории с данными астрономических наблюдений, после чего я с раскаянием вернулся к римановой кривизне»[18].

Трудности, вставшие на пути распространения принципа эквивалентности на произвольные гравитационные поля (утрата координатами непосредственного физического смысла и отсутствие указаний на то, как именно должна быть расширена группа Лоренца), возникли уже в 1907 г. и, по существу, прервали дальнейшее продвижение. Выход из них был найден Эйнштейном незадолго до его переезда из Праги в Цюрих (вероятно, летом 1912 г.). Решающее значение имел анализ «приводимых» полей тяготения, т. е. тех полей, которые можно было исключить координатным преобразованием, в рамках четырехмерной геометрии Минковского. Главная роль переходила тогда от координат к метрике, а принцип инерции

*) Ясно, что не всякие $g_{\mu\nu}$ отвечают истинному гравитационному полю. Здесь речь идет о поле по отношению к *выбранной* системе координат, может быть, и устранимом в другой системе. (*Прим. авторов.*)

получал простую геометрическую формулировку. Переход к равноускоренным системам отсчета переводил псевдоевклидову метрику в риманову («приводимую»): $ds^2 = g_{ik}dx_i dx_k$. Компоненты метрического тензора, в соответствии с принципом эквивалентности, характеризовали не только пространство-время, но и гравитационное поле. Инерциальное движение материальной точки описывалось как движение по геодезическим линиям в римановом пространстве. Такого рода геометризации «приводимых» полей открывала путь для построения теории произвольных полей тяготения: достаточно было только отказаться от условия, что общая риманова метрика может быть сведена к псевдоевклидовой простым преобразованием координат. В результате возник совершенно новый взгляд на гравитацию и вместе с тем на геометрию пространства-времени, связанный с переходом к римановой геометрии и истолкованием ее метрического тензора как гравитационного потенциала. При этом специальный принцип относительности обобщался таким образом, что на смену группе Лоренца должна была прийти группа произвольных непрерывных преобразований координат *).

По воспоминаниям Эйнштейна, идеи, образующие фундамент общей теории относительности, были развиты до его переезда в Цюрих. Решение дальнейших вопросов, связанных с корректным учетом воздействия гравитации на другие физические процессы, поиском дифференциальных уравнений для $g_{\mu\nu}$ (т. е. уравнений гравитационного поля) и др. требовало использования совершенно новой области математики. На этой стадии начинается совместная работа Эйнштейна с М. Гроссманом, автором ряда работ по дифференциальной и неевклидовой геометрии. Гроссман нашел подходящий математический аппарат: абсолютное дифференциальное исчисление Риччи и Леви-Чивиты (тензорный анализ в n-мерном римановом пространстве). По-видимому, именно эта математика «внушала большое уважение» Эйнштейну и по сравнению именно с этим первым наброском ОТО первоначальная теория относительности выглядела «детской игрушкой».

4. Предпосылки геометрической теории (эйнштейновские работы 1912 г.)

Историю, описанную в воспоминаниях Эйнштейна, можно проследить и по его работам. В основном это четыре работы, написанные Эйнштейном с февраля по июль 1912 г. во время его пребывания в Праге: первые две работы (февральская [11] и мартовская [12]) были посвящены скалярным теориям статического поля (опубликованы 23 мая), третья статья, в которой обсуждались маховские эффекты в этих теориях, написана, вероятно, в мае и опубликована в июле [19]; четвертая, посвященная полемике с Абрагамом с подзаголовком «Ответ на замечание Абрагама», поступила в редакцию «Annalen der Physik» 4 июля и опубликована 13 августа [20].

В явном виде об основных трудностях, связанных с утратой координатами непосредственного физического смысла и отсутствием ясных указаний на вид расширенной группы преобразований, мы не находим упоми-

*) Путь, приведший к уравнениям Эйнштейна, резко отличен от того пути, на котором шло развитие квантовых теорий поля, вернувшее физику к обобщениям уравнений Максвелла. Если бы поиски уравнений гравитации Лоренца, Абрагама и их возможных последователей привели их к волновым уравнениям со спином два, то и они пришли бы к правильным результатам. Однако это было понято лишь в работах В. Тирринга (1961), Р. Фейнмана (1963) и В. Огиевецкого и И. Полубаринова (1963), основанных на квантовой теории релятивистских полей. Но эти теории, лишенные геометрического содержания, не могли привести к космологическим следствиям (по крайней мере естественным путем). Так что путь Эйнштейна остается все же уникальным.

нания ни в обзоре 1907 г.[8], ни в статье 1911 г.[9]. Совершенно отчетливо эти трудности указаны в статье [20]: «...Принцип эквивалентности открывает нам интересную перспективу — уравнения теории относительности, охватывающей гравитацию, должны быть инвариантны также относительно преобразований ускорения (и вращения). Однако путь к этой цели представляется нам весьма трудным. Уже из рассмотренного до сих пор очень частного случая тяготения покоящихся масс видно, что пространственно-временны́е координаты теряют свой простой физический смысл и нельзя предвидеть, какую форму могут иметь общие уравнения пространственно-временны́х преобразований» [21].

Незадолго до этого меняется отношение Эйнштейна к 4-мерной концепции Минковского, которую он в течение нескольких лет считал простой формализацией. В 1910 г. он впервые кратко рассматривает возможность четырехмерного представления преобразований Лоренца, подчеркивая его «формальный» характер [22]. В 1911 г. в докладе «Теория относительности» на заседании Общества естествоиспытателей в Цюрихе он сказал: «Наконец, еще несколько слов о чрезвычайно интересном математическом направлении, которым теория обязана главным образом математику Минковскому, к сожалению, столь безвременно скончавшемуся... Дальнейшее применение этого формального равноправия (пространственных и временно́й координат.— *Авторы*) привело к чрезвычайно ясному изложению теории относительности, существенно облегчающему ее приложения. Физические события изображаются в четырехмерном мире, и пространственно-временны́е отношения между ними представляются в этом четырехмерном мире геометрическими теоремами» [23]. Именно применение 4-мерного подхода к теории статических полей, намеченное Эйнштейном в корректурном дополнении к мартовской статье, оказалось после принципа эквивалентности *вторым* важным шагом на пути к геометрической трактовке гравитации. Эйнштейн, в отличие от Абрагама, в статьях по скалярным теориям не использовал 4-мерную технику. Определенным оправданием для этого было то, что он ограничивался рассмотрением статических полей, и уверенность в том, что специальная теория относительности при наличии гравитационных полей теряет свою справедливость. Кроме того, Эйнштейн допускал также возможность отклонения геометрии пространства от евклидовой *). Изменение отношения к 4-мерной формулировке СТО и размышления о допустимости 4-мерного подхода при наличии гравитации, стимулированные работами Абрагама, привели к обнаружению возможности распространения 4-мерной формулировки принципа инерции в релятивистской механике на случай движения материальной точки в статическом гравитационном поле. Важными здесь были, конечно, соображения, связанные с принципом соответствия, которые Эйнштейн эффективно использовал при построении новых теорий. Он заметил, что четырехмерная вариационная формулировка уравнений движения свободной частицы в СТО, установленная Планком еще в 1906 г. [25]—

$$\delta \int ds = 0, \tag{1}$$

(где $ds^2 = c^2\,dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2$ — четырехмерный интервал в СТО)— остается справедливой и в теории статических полей при условии, что скорость света считается функцией координат: $c = c\,(x,\ y,\ z)$. Таким

*) Именно на такую возможность указывал он в февральской статье: «Так, например, весьма вероятно, что они (т. е. евклидовы соотношения.— *Авторы*) несправедливы в равномерно вращающейся системе, в которой вследствие лоренцева сокращения отношение длины окружности к диаметру при применении нашего определения длины должно отличаться от π» [24].

образом, Эйнштейн фактически пришел к выводу, что четырехмерный интервал, или метрика пространства-времени, в статическом гравитационном поле имеет вид *)

$$ds^2 = c^2 (x, y, z) dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2. \tag{2}$$

Фундаментальность понятия интервала в специальной теории относительности была продемонстрирована Минковским, Планком, Лауэ и др. [27]. Теперь оно становилось существенным и в релятивистской теории тяготения. При этом намечался путь к разрешению трудности, связанной с тем, что координаты утрачивали непосредственный физический смысл: реальное физическое значение должна была приобрести метрика, а не сами координаты.

Метрика (2), кстати говоря, уже означала в принципе выход в искривленное пространство с отличными от нуля тензорами кривизны и Риччи [27]:

$$R^i_{4j4} = -c \frac{\partial^2 c}{\partial x_i \partial x_j} \qquad (i, j = 1, 2, 3),$$

$$R_{ij} = \frac{1}{c} \frac{\partial^2 c}{\partial x_i \partial x_j}, \quad R_{i4} = 0, \quad R_{44} = -c\nabla^2 c.$$

Впрочем, при наличии лишь линейной зависимости скорости света от координат, т. е. в случае «приводимых» (однородных) полей, тензор кривизны обращается в нуль и пространство-время остается плоским.

На этой стадии, однако, Эйнштейн еще не использовал аппарат теории кривизны. Он ограничился замечанием: «Написанное в конце уравнение Гамильтона (т. е. уравнение (1) с соответствующим интервалом (2).— *Авторы*) позволяет предположить, как должны быть построены уравнения движения материальной точки в динамическом гравитационном поле» [28]. Отсюда следовало, что уравнения, являющиеся выражением принципа инерции при наличии гравитации, допускали интерпретацию с помощью уравнений геодезических линий в четырехмерном пространстве с обобщенной (отличной от псевдоевклидовой) метрикой (2). В качестве следующего шага напрашивалось обращение к римановой метрике

$$ds^2 = g_{ik} \, dx_i \, dx_k \tag{3}$$

и уравнениям геодезических в римановом пространстве. Однако весной 1912 г. Эйнштейну было еще не ясно, как согласовать с этим скалярный характер потенциала поля. Но уже в июльской полемической заметке имеется замечательное место, свидетельствующее о понимании Эйнштейном бесперспективности скалярного и векторного подхода к проблеме тяготения: «Если поле тяжести может быть истолковано в смысле нашей теперешней теории относительности, то это может быть сделано только двумя способами. Вектор гравитационного поля можно представить либо как 4-вектор (скалярный потенциал.— *Авторы*), либо как 6-вектор (векторный потенциал.— *Авторы*). В каждом из этих двух случаев получаются формулы преобразования для перехода к равномерно и прямолинейно движущейся системе отсчета. С помощью этих формул и формул преобразования для пондеромоторных сил удается найти силы, действующие в обоих случаях на материальную точку, движущуюся в статическом поле тяжести. Однако при этом получаются результаты, которые противоречат указанным выше следствиям о тяжелой массе энергии (т. е. принципу эквивалентности.— *Авторы*). Таким образом, вектор гравитацион-

*) Преобразованием времени $c_0 dt' = c(x, y, z)\, dt$ ($c_0 = \mathrm{const}$), разным в разных точках пространства, интервал сводится к интервалу Минковского с разным ходом часов в разных точках.

ного поля, по-видимому, не может быть введен без противоречий в схему теперешней теории относительности» [29].

Этот вывод мог бы навести Эйнштейна на мысль о возможности использования тензорного потенциала, если бы он стоял на позиции специальной теории относительности. Но Эйнштейн видел выход в расширении принципа относительности на основе принципа эквивалентности, оставляя открытым вопрос о типе потенциала. Все же уверенность в бесперспективности скалярного и векторного подхода в сочетании с пониманием роли неевклидовой римановой метрики подводила вплотную к тензорной геометрической концепции гравитации.

Хотя в работах Эйнштейна, опубликованных в 1912 г. и непосредственно предшествующих «Проекту», в явном виде нет положений о римановой структуре пространства-времени, об отождествлении метрического тензора с гравитационным потенциалом и т. д., мы ясно видим те ростки, из которых развиваются составные части будущей теории.

Дополнительным аргументом в пользу правильности избранного пути, связанного с принципом эквивалентности и расширением принципа относительности, Эйнштейн видел в том, что на этом пути (в рамках его скалярной теории статических полей) подтверждается маховская идея зависимости инертной массы материальной точки от окружающих ее других масс. Этому была посвящена работа [19], законченная в мае и увидевшая свет в июле. Полученный здесь результат заключался в том, что «присутствие оболочки K, обладающей инертной массой (M), увеличивает инертную массу (m) находящейся внутри нее материальной точки P» в согласии с формулой

$$m' = m + \frac{kmM}{Rc_0^2},$$

где R — радиус оболочки, k — гравитационная постоянная, c_0 — скорость света в пустоте. «Это наводит на мысль о том, — замечает дальше Эйнштейн,— что инерция материальной точки полностью обусловлена воздействием всех остальных масс посредством некоторого рода взаимодействия с ними» [30]. Здесь он впервые ссылается на Маха: «Это полностью совпадает с точкой зрения, выдвинутой Э. Махом в его остроумных исследованиях по этому вопросу». Реализовать эту идею в полной мере он надеялся в теории произвольных полей. Однако сейчас такая идея кажется не понятной. В написанной формуле m' явно зависит от потенциала, что не должно приводить (в силу принципа эквивалентности) к наблюдаемым эффектам *).

5. Эйнштейн в Праге — научные встречи

Пражские публикации Эйнштейна и его воспоминания о пражском периоде его жизни убедительно показывают ключевую роль этого периода в развитии тензорно-геометрической теории гравитации. Сопоставление этих материалов с биографической литературой, воспоминаниями об Эйнштейне и перепиской, относящимися к этому времени, свидетельствует о необычайной плодотворности разнообразных научных контактов Эйнштейна с другими учеными. Речь здесь идет прежде всего о математике Г. Пике, физике П. Эренфесте, астрономе Э. Фрейндлихе. Наконец, именно в этот период наиболее интенсивно протекала его дискуссия с Абрагамом.

*) Эйнштейну казалась обещающей идея Маха о связи инертности тел с действием масс далеких звезд («принцип Маха»). Эту идею он обсуждал в связи с закрытыми моделями Вселенной. Сейчас стало ясно, что более реалистические модели не удовлетворяют принципу Маха, от которого пришлось отказаться и самому Эйнштейну.

Эйнштейн и раньше испытывал большое влияние Маха *), но в Пражском немецком университете, первым ректором которого был Мах и где работали его ученики (А. Лампа, Г. Пик и др.), это воздействие идей Маха получило новый импульс. В начале своего пребывания в Праге Эйнштейн познакомился с Эренфестом. Знакомство было заочное **), в апреле между ними возникла переписка (первое письмо Эйнштейна к Эренфесту датировано 12 апреля 1911 г.) [32]. Одним из вопросов, которые, по-видимому, обсуждались в этой переписке, был так называемый «парадокс Эренфеста». Этот парадокс, сыгравший большую роль в разработке релятивистской теории твердого тела, был описан Эренфестом в 1909 г. в короткой заметке, доказывающей на основе специальной теории относительности невозможность приведения абсолютно твердого диска в равномерное вращение вокруг его центральной оси [33]. Допустив возможность такого вращения, Эренфест пришел к упомянутому парадоксу, который заключался в том, что в результате лоренцева сокращения длина окружности уменьшается, в то время как радиус остается без изменения. Как раз в мае 1911 г. Эйнштейн посылает в редакцию «Physikalische Zeitschrift» небольшую статью, в которой ссылкой на мысленный эксперимент Эренфеста доказывает реальность лоренцева сокращения [34]. В соответствии с принципом эквивалентности равноускоренное прямолинейное движение системы отсчета было эквивалентно однородному полю тяготения; с более сложным полем можно было пытаться связать равномерное вращение, которое, в согласии с мысленным экспериментом Эренфеста, приводило к нарушению евклидовых соотношений. Тем самым возникала идея искривления пространства при наличии гравитации. Действительно, в февральской статье по теории статического поля упоминается «диск (или цилиндр) Эренфеста». Там идет речь о том, что использование абсолютно твердых масштабов в ускоренных системах отсчета может привести к неевклидовым соотношениям [24]. Впоследствии Эйнштейн часто использовал мысленный опыт Эренфеста с вращающимся диском для демонстрации того, как порождаются неевклидовы соотношения в неинерциальных системах отсчета.

Несомненно, что Эйнштейн не случайно обратил внимание на парадокс Эренфеста, который органически связывался им с трудностями, вставшими на пути преобразования принципа эквивалентности в последовательную теорию произвольных гравитационных полей.

В рассмотренных выше статьях по скалярной теории статических полей Эйнштейн использовал так называемые «карманные» измерительные приборы (т. е. приборы, которые можно переносить следом за наблюдателем). Этим термином он был также обязан Эренфесту. Введение этого понятия свидетельствовало о том, что Эйнштейн понимал необходимость развития «инфинитезимального мышления», но пытался поначалу раз-

---

*) В письме к Маху в августе 1909 г. он писал: «Я, конечно, очень хорошо знаю основные Ваши работы, из которых больше всего восхищает меня Ваша книга о механике» [31]. В этой книге Эйнштейна покорила критика основных понятий механики Ньютона: «абсолютного пространства» и «абсолютного времени». Понимание относительного характера ускорения и сама возможность иного взгляда на установившиеся понятия должны были быть близки Эйнштейну. Философские же идеи Маха, его понимание естествознания как «анализа ощущений» не могли согласоваться с развитием теории квантов и специальной теории относительности. Они быстро потеряли для Эйнштейна всякую ценность.

**) Личное знакомство Эйнштейна с Эренфестом состоялось в январе 1912 г. Вскоре после встречи с Эйнштейном Эренфест писал А. Ф. Иоффе: «... Был у Эйнштейна... Эйнштейн абсолютно неповторим. Неисчерпаемость идей, с одной стороны, и абсолютная точность и аскетизм (!!) мышления, с другой, просто ослепили меня! К тому же чрезвычайно простая, жизнерадостная, здоровая естественность, полная остроумия,— он необычайно душевен и одарен музыкально...» [35].

рабатывать его на физической, операционально-измерительной основе, в то время как проблема требовала решения уравнений четырехмерной дифференциальной геометрии Римана.

Два слова о контактах Эйнштейна с астрономом Э. Фрейндлихом и математиком Г. Пиком. Фрейндлих узнал об эйнштейновских предсказаниях отклонения света и о желании Эйнштейна установить контакт с астрономами. Вскоре такой контакт возник. Переписка Эйнштейна с Фрейндлихом говорит о том, какое большое значение Эйнштейн придавал экспериментальной проверке следствий принципа эквивалентности [36]. Уверенность Эйнштейна в возможности такой проверки теории посредством астрономических наблюдений, энергично поддержанная Фрейндлихом, безусловно, служила важным стимулом для дальнейшего развития теории.

Из биографической литературы известно, что одним из наиболее близких друзей Эйнштейна в Праге был математик Г. Пик. По свидетельству Ф. Франка, сменившего Эйнштейна на кафедре теоретической физики после его отъезда в Цюрих и хорошо знавшего Пика, именно он указал Эйнштейну на «абсолютное дифференциальное исчисление» и риманову геометрию как на наиболее подходящий математический аппарат для построения релятивистской теории тяготения [37]. Эйнштейн, впрочем, никогда не упоминал Пика в связи с математическим аппаратом общей теории относительности.

Из корреспондентов Эйнштейна в пражский период можно отметить выдающегося польского физика М. Смолуховского, в письме к которому от 24 марта 1912 г. он, в частности, писал: «Мне, однако, еще не удалось найти динамические законы гравитационного поля. Простая схема четырех равноправных измерений в той форме, как она работает у Минковского, здесь оказывается несправедливой» [38]. Это письмо еще раз подтверждает, что с весны 1912 г. Эйнштейн настойчиво искал способ модификации 4-мерной концепции Минковского с целью ее применения к теории произвольных полей тяготения. В Праге Эйнштейн попадает в мир, где его интересы встречают активный отклик, его математический багаж, по всей вероятности, существенно пополняется, и роль математики в его работе становится более весомой [39]. К осени 1912 г. задача о гравитации предстает перед ним в другом обличии.

6 Третье письмо Эйнштейна к Маху

С октября 1912 г. до апреля — мая 1913 г. после переезда в Цюрих Эйнштейн в контакте с Гроссманом, помогавшим ему осваивать новую область математики, напряженно разрабатывал основы геометрической теории, первым опубликованным изложением которой оказался «Проект»[14]. Однако имеются веские основания предполагать, что существует более раннее, хотя и весьма краткое изложение основ новой теории, данное Эйнштейном и содержащееся в третьем из четырех известных писем его к Маху. Хотя письмо не датировано, оно, по-видимому, написано в канун Нового 1913 г., так как заканчивается новогодними пожеланиями, а содержание письма с большой степенью вероятности исключает другие альтернативы. Если принять эту датировку, то в письме содержится первый известный нам набросок геометрической теории тяготения: «Меня очень радует дружеский интерес, который Вы проявляете к новой теории (письма Маха к Эйнштейну не сохранились, можно лишь предполагать, что Эйнштейн посылал ему оттиски статей по теории статического поля.— *Авторы*). Математические трудности, с которыми приходится сталкиваться при развитии этих идей, к сожалению, очень значительны также и для меня. Меня чрезвычайно радует, что при развитии теории становится очевидной глубина и важность Ваших исследований по основаниям классической механики. Я и теперь еще не могу понять, как Планк, которого я, впрочем, всегда ценил так, как едва ли кого другого, мог проявить так мало понимания в Ваших замыслах *). Он, впрочем, столь же отрицательно относится и к моей новой теории.

Я не могу его в этом упрекнуть, так как до сих пор единственное, что я мог выдвинуть в защиту своей теории, это следующий теоретико-познавательный аргумент. Для меня является абсурдом приписывать «пространству» физические свойства. Совокупность масс порождает некоторое $G_{\mu\nu}$-поле (гравитационное поле), которое, в свою очередь, управляет течением всех процессов, включая распространение световых лучей и поведение масштабов и часов. События относятся прежде всего к четырем совершенно произвольным пространственно-временным переменным. Эти переменные затем при условии выполнения законов сохранения энергии и импульса должны быть специализированы таким образом, чтобы только (и все) линейные преобразования переводили одну допустимую систему отсчета в другую. Система отсчета, так сказать, приспосабливается к существующему миру с помощью закона сохранения энергии и утрачивает тем самым свою туманную априорную сущность.

Вскоре я пошлю Вам некоторые изложения предмета, в которых формальная сторона, насколько это возможно, отодвинута на второй план, а существо дела наиболее подчеркнуто. Мне, однако, не удается в этих абстрактных вещах полностью отделить существо дела от формы.

С наилучшими новогодними пожеланиями
преданный Вам А. Эйнштейн» **).

Таким образом, если предложение о датировке этого письма декабрем 1912 г. — январем 1913 г. правильно, то Эйнштейн и Гроссман к началу 1913 г. уже далеко продвинулись в создании геометрической теории гравитации, связанной с принципом общей ковариантности. Но, по-видимому, им не удавалось дать общековариантную формулировку закона сохранения энергии-импульса, и они пришли к выводу, что линейно-ковариантная форма этого закона ограничивает класс допустимых преобразований линейными. Это решение, судя по письму, не удовлетворяло Эйнштейна, так как вело к трудностям, связанным с поиском уравнений гравитационного поля. Можно предположить, что трудности как физического, так и математического характера задерживали публикацию теории.

7. «Как это сделал Эйнштейн?» ***)

Вернемся, однако, к «Проекту»... Физическая часть «Проекта», написанная Эйнштейном, начинается так: «Излагаемая теория возникла на основе убеждения, что пропорциональность инертной и тяжелой масс является точным законом природы, который должен находить отражение уже в самих основах теоретической физики» [14]. От равенства масс Эйнштейн переходит к принципу эквивалентности. Следующее звено в цепочке рассуждений, найденное Эйнштейном еще весной 1912 г., это 4-мерная формулировка уравнений движения материальной точки в статическом

*) Планк в 1908—1910 гг. резко выступал против философских взглядов Маха, но отдал ему должное в привлечении внимания естествоиспытателей к операционально-измерительным аспектам научной теории. Вместе с тем Планк не смог оценить представления Маха об относительности движения, развитые им в «Механике», именно то, что нашел у Маха Эйнштейн.

**) Письмо впервые было опубликовано в 1963 г. [40]. Русский перевод, содержащий некоторые неточности, приведен в книге [41].

***) Так называется раздел из статьи Р. Дикке, в котором вкратце описывается ход мысли Эйнштейна на пути к общей теории относительности.

поле, совпадающая по форме с уравнениями движения свободной материальной точки в специальной теории относительности, но со скоростью света, зависящей от координат:

$$\delta \int ds = \delta \int \sqrt{-dx^2 - dy^2 - dz^2 + c^2\,dt^2} = 0, \qquad (4)$$

где $c = c\,(x,\ y,\ z)$. Следующее отсюда обобщение принципа относительности означает наличие более широкого, чем группа Лоренца, класса допустимых преобразований координат, которые при наличии статического поля должны оставить инвариантным уравнение (4). Интервал ds^2 при этом приобретет вид

$$ds^2 = \sum g_{ik}\,dx_i\,dx_k,$$

где $g_{ik} = g_{ik}\,(x,\ y,\ z,\ t)$.

В специальной теории относительности интервал имеет вид

$$ds^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2 - c^2dt^2,$$

и в случае статического поля скорость света $c = c\,(x,\ y,\ z)$ является мерой гравитационного потенциала.

Таким образом, «исходя из роли, которую играет ds в законе движения материальной точки,— резюмирует Эйнштейн,— инвариант ds должен быть абсолютным инвариантом» [44]. Этот подход согласовывался со стремлением Эйнштейна к такому обобщению принципа относительности, которое никак не ограничивало бы класс допустимых систем отсчета. В этом, кстати говоря, он усматривал реализацию идей Маха, нацеленных на исключение пространственно-временных абсолютов. Такой ход мысли непосредственно вел к принципу общей ковариантности: «В обычной теории относительности допускаются только линейные ортогональные преобразования. Мы покажем, что для описания воздействия гравитационного поля на материальные процессы можно составить уравнения, ковариантные относительно произвольных преобразований» [44]. Из инвариантности ds следовало, что гравитационный потенциал g_{ik} является ковариантным тензором второго ранга. Тем самым оправдывалась мысль Эйнштейна о неудовлетворительности скалярного и векторного потенциала, высказанная им летом 1912 г. Одновременно находила свое разрешение одна из главных проблем: утрата координатами непосредственного физического смысла. Поскольку теперь основной физический смысл приобретала метрика ds, понимаемая также «как инвариантная мера для расстояния между двумя соседними пространственно-временными точками», то соответствующее заданным дифференциалам расстояние «можно было измерить только в том случае, если известны величины $g_{\mu\nu}$, определяющие гравитационное поле». Это означало, что «гравитационное поле влияет на измерительные тела и часы вполне определенным образом». Иначе говоря, геометрия пространства-времени, так же как и гравитационное поле, определялась тензором $g_{\mu\nu}$ и приобретала риманову структуру. Получила точное выражение и идея о неевклидовости пространства, которую вынашивал Эйнштейн, по крайней мере, с весны 1912 г. Причем неевклидовость носила инфинитезимальный характер. Эйнштейн особо подчеркнул локальную справедливость специальной теории относительности и возможность использования «карманных» твердых масштабов и часов.

Таким образом, устанавливается роль элемента интервала ds в строящейся теории и ее математическом аппарате, свойства которого изложены в «Математической части» «Проекта». «Математический аппарат для построения векторного анализа гравитационного поля, характеризуемого инвариантным элементом длины

$$ds^2 = \sum g_{\mu\nu}\, dx_\mu\, dx_\nu,$$

— начинает свое изложение Гроссман,— по существу заложен в фундаментальной работе Кристоффеля о преобразовании квадратичных дифференциальных форм. Исходя из результатов Кристоффеля, Риччи и Леви-Чивита развили свой метод абсолютного, т. е. независимого от координатной системы, дифференциального исчисления, который позволяет дать инвариантную форму дифференциальных уравнений математической физики» [43].

Этот аппарат используется затем Эйнштейном в «Физической части» для вывода закона сохранения энергии-импульса (в дифференциальной форме) некоторой материальной системы, характеризуемой тензором энергии-импульса, в присутствии гравитационного поля. Изучение закона сохранения начинается со случая «непрерывно распределенных несвязанных масс», а затем утверждается, что полученный результат

$$\sum_{\mu\nu} \frac{\partial}{\partial x_\nu} \left(\sqrt{-g}\, g_{\sigma\mu}\theta_{\mu\nu}\right) - \frac{1}{2} \sum_{\mu\nu} \sqrt{-g}\, \frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial x_\sigma}\, \theta_{\mu\nu} = 0, \tag{5}$$

справедлив и для произвольных материальных систем с тензором энергии-импульса $\theta_{\mu\nu}$. Доказательство общей ковариантности (5) основано на представлении левой части (5) посредством ковариантной дивергенции тензора $\theta_{\mu\nu}$. Эйнштейн замечает, что второй член левой части «выражает влияние гравитационного поля на материальный процесс». В разделе 6 показывается далее, что уравнения всех физических процессов, протекающих в гравитационном поле, могут быть получены посредством общековариантной переформулировки соответствующих лоренц-ковариантных уравнений. Таким образом учитывается влияние гравитационного поля на эти физические процессы. Одновременно устанавливается возможность их представления в общековариантной форме. Эйнштейн реализует эту процедуру на примере уравнений Максвелла, в связи с чем отмечается также работа венского теоретика Ф. Коттлера, на которого в «Математической части» ссылается также и Гроссман, как на одного из тех, кто до Эйнштейна использовал исчисление Риччи и Леви-Чивиты в физике *).

II. ОБЩЕКОВАРИАНТНЫЕ УРАВНЕНИЯ ГРАВИТАЦИИ. ПУТЬ ЭЙНШТЕЙНА

Теперь центральной задачей становится проблема уравнений гравитационного поля. Значительная доля обеих частей «Проекта» посвящена именно этой проблеме. Только через два с половиной года Эйнштейн после «бесконечных усилий и мучительных сомнений» сумел найти правильное решение проблемы полевых уравнений.

---

*) Диссертация Ф. Коттлера «О пространственно-временных линиях Минковского» была доложена на заседании Венской академии наук 4 июля 1912 г. и опубликована в октябре этого года [45]. Основной смысл работы заключался в применении к задачам электронной теории методов теории интегральных форм Гурса и теории инвариантов дифференциальных квадратичных форм Риччи и Леви-Чивиты. Возможность использования этих методов опиралась на 4-мерный формализм Минковского. В частности, Коттлер дал общековариантную формулировку уравнения Максвелла. При этом он не касался проблемы гравитации и не связывал эту формулировку с геометрией пространства-времени. Коттлер ссылается также на работы английского теоретика Бэйтмана, который уже в 1910 г. пытался использовать теорию интегральных форм и исчисление Риччи и Леви-Чивиты [46]. Заметим, что в упомянутой работе Бэйтман установил конформную инвариантность уравнений Максвелла.

1. «Еще за два года до опубликования общей теории относительности мы изучали правильные уравнения гравитационного поля...»

Так писал Эйнштейн в своих воспоминаниях 1933 г. [18]. Действительно, современный читатель, изучающий «Проект», не может не поразиться, увидев, насколько близко Эйнштейн и Гроссман подошли к правильному решению проблемы полевых уравнений.

Эйнштейн, опираясь на принцип соответствия, ставит задачу общековариантного и тензорного обобщения уравнений Пуассона для скалярного потенциала:

$$\Delta\varphi = 4\pi\varkappa\rho,$$

где ρ — плотность «материи», $\varkappa$ — гравитационная постоянная. В самом общем виде пишутся первые, еще лишенные конкретного содержания уравнения

$$\Gamma_{\mu\nu} = \varkappa\theta_{\mu\nu}, \qquad (6)$$

где $\theta_{\mu\nu}$ — тензор энергии-импульса «материи» призванный при релятивистском подходе заменить не инвариантную скалярную плотность «материи» ρ, а $\Gamma_{\mu\nu}$ — некоторый еще не известный общековариантный тензор 2-го ранга, обобщающий лапласиан и потому составленный из производных потенциала $g_{\mu\nu}$ до 2-го порядка. Ранг тензора $\Gamma_{\mu\nu}$ определяется рангом тензора энергии-импульса $\theta_{\mu\nu}$. Требование общей ковариантности уравнения (6) определяется общим принципом относительности, сама же форма этих уравнений — принципом соответствия (уравнения (6) в пределе слабых полей и малых скоростей должны переходить в уравнение Пуассона). В пространстве, свободном от «материи», искомые уравнения приобретают вид

$$\Gamma_{\mu\nu} = 0,$$

т. е. вполне аналогичны уравнению Лапласа. Задача о тензоре $\Gamma_{\mu\nu}$ сводилась к отысканию нетривиального общековариантного тензора 2-го ранга, составленного из производных $g_{\mu\nu}$ по координатам до 2-го порядка и являющегося достаточно общей характеристикой искривленного пространства.

«Абсолютное дифференциальное исчисление» имело в своем арсенале тензор требуемого вида, именно тензор Риччи $G_{\mu\nu}$ — свертку тензора Римана — Кристоффеля *). Гроссман писал в «Математической части» «Проекта»: «Эти обобщенные дифференциальные тензоры могут оказаться полезными и для составления дифференциальных уравнений гравитационного поля. Действительно, можно сразу указать ковариантный тензор 2-го ранга и 2-го порядка G_{im}, который мог бы входить в эти уравнения, а именно,

$$G_{im} = \sum_{kl} \gamma_{kl}\,(ik,\ lm) = \sum \{ik,\ km\}\text{»}\ ^{47};$$

здесь $\gamma_{\mu\nu}$ — контравариантный метрический тензор (который сейчас обозначают через $g^{\mu\nu}$), $(ik,\ lm) \equiv G_{ik\,lm}$ — тензор Римана — Кристоффеля. Таким образом, Эйнштейн и Гроссман, руководствуясь соображениями, связанными с требованиями ковариантности и соответствия, казалось, должны были бы после этого написать уравнения

$$G_{im} = -\varkappa T_{im}, \qquad (7)$$

$$G_{im} = 0, \qquad (8)$$

*) Сейчас тензор Риччи обозначается через $R_{\mu\nu}$, а под $G_{\mu\nu}$ понимают выражение $R_{\mu\nu} - {}^1/_2\, g_{\mu\nu} R$; но мы не будем изменять обозначений Эйнштейна.

(последние — для пространства-времени, свободного от материи), которые, как известно, являются соответствующими уравнениями поля, характерными для общей теории относительности. Уравнения (7) отличаются от правильных отсутствием члена $+(\varkappa/2)\, g_{im}T$ в правой части (или членом $-(1/2)\, g_{im}\, G$ — в левой). В пустом пространстве оба скаляра (T и G) обращаются в нуль. Поэтому уравнения (8) являются правильными. Член, содержащий один из этих скаляров, можно было найти на основе соображений, связанных с законом сохранения энергии-импульса (что и было сделано Эйнштейном в ноябре 1915 г.).

2. Отказ от общей ковариантности уравнений поля

Однако авторы «Проекта» не приняли общековариантные уравнения (7), (8) в качестве уравнений гравитационного поля. Почему они отказались от столь естественного выбора? Первопричиной рокового отказа оказалось то обстоятельство, что, как заметил Гроссман, «в частном случае бесконечно слабого статического поля тяжести этот тензор не сводится к $\Delta\varphi$». [47]. Иначе говоря, общековариантные уравнения поля не удавалось (как они думали) согласовать с принципом соответствия.

Причину можно увидеть, если в выражение для тензора Риччи G_{ik} подставить значение для метрического тензора g_{ik}, соответствующее слабому полю:

$$g_{ik} = \delta_{ik} + \varepsilon h_{ik}, \tag{9}$$

где δ_{ik} — метрический тензор плоского пространства-времени, h_{ik} — произвольный симметрический тензор 2-го ранга, ε — бесконечно малый параметр, такой, что членами, содержащими ε^2, можно пренебречь. Результатом такой подстановки будет

$$G_{ik} = \frac{\varepsilon}{2}\left[\frac{\partial^2 h_{ik}}{\partial x_j\, \partial x_l}\,\delta^{jl} - \frac{\partial}{\partial x_k}\left(\frac{\partial h_{ij}}{\partial x_j} - \frac{1}{2}\frac{\partial h_{jj}}{\partial x_i}\right) - \frac{\partial}{\partial x_i}\left(\frac{\partial h_{kj}}{\partial x_j} - \frac{1}{2}\frac{\partial h_{jj}}{\partial x_k}\right)\right]. \tag{10}$$

Первый член в квадратной скобке имеет вид лапласиана, понять же смысл остальных членов нелегко. Эйнштейну и Гроссману казалось, что именно эти члены препятствуют сведению G_{ik} в ньютоновском пределе к $\Delta\varphi$, так как они не смогли дать для них разумное физическое истолкование *).

В корректурных примечаниях к «Физической части» «Проекта» Эйнштейн приводит второй (также оказавшийся ложным) аргумент против общековариантных уравнений поля, связанный с другим методологическим принципом физики — принципом причинности. Он описывает процедуру, которая показывает, что общековариантные уравнения гравитации как будто приводят к нарушению принципа причинности, точнее, к неоднозначности соответствия между распределением энергии-импульса материи и гравитационным потенциалом. Рассматривается некоторая область пространства-времени L, в которой тензор энергии-импульса материи $T_{\mu\nu} = 0$. Тогда гравитационные потенциалы как внутри области L, так и вне нее должны определяться тензором $T_{\mu\nu}$ вне L. Если предположить, что полевые уравнения для гравитационного потенциала $g_{\mu\nu}$ общековариантны, то допустимо, в частности, такое преобразование координат:

$$x'_\mu = x_\mu \quad \text{вне} \quad L,$$
$$x'_\mu \neq x_\mu \quad \text{внутри} \quad L$$

---

*) Как видно из дальнейшего, Эйнштейн в это время не понимал роли координатных условий. Сейчас мы знаем (как это показывал В. А. Фок), что, например, в «гармонической» системе координат последние две «неприятные» скобки обращаются в нуль.

(хотя бы в одной точке L и хотя бы для одного индекса μ). В результате этого преобразования $g'_{\mu\nu}$ будут отличаться от $g_{\mu\nu}$ хотя бы в одной точке L:

$$g'_{\mu\nu} \neq g_{\mu\nu}.$$

Но $T'_{\mu\nu} = T_{\mu\nu}$ всюду, как вне L, где $x'_\mu = x_\mu$, так и внутри L, где $T_{\mu\nu} = 0 = T'_{\mu\nu}$. Поэтому оказывается, что одно и то же распределение энергии-импульса материи, выражаемое тензором $T_{\mu\nu}$, порождает по крайней мере две различные системы гравитационных потенциалов $g_{\mu\nu}$ и $g'_{\mu\nu}$. «Следовательно,— заключил Эйнштейн,— если... придерживаться требования, чтобы $\theta_{\mu\nu}$ (т. е. $T_{\mu\nu}$.— *Авторы*) полностью определяли значения $\gamma_{\mu\nu}$ (или $g_{\mu\nu}$.— *Авторы*), то приходится ограничить выбор системы отсчета» [48]. Иначе говоря, классическое понимание причинности, связанное с требованием однозначного соответствия между распределением энергии-импульса материи $T_{\mu\nu}$ и гравитационным полем $g_{\mu\nu}$, как казалось Эйнштейну, вступало в противоречие с принципом общей ковариантности по отношению к полевым уравнениям. Этот аргумент, как считали авторы «Проекта», объяснял неудавшуюся попытку использовать для построения уравнений поля тензор Риччи G_{ik}. Несогласуемость общековариантных уравнений (7), (8) с принципом соответствия получила своеобразное теоретическое обоснование.

Сейчас даже трудно понять происхождение такого нестрогого рассуждения. Почему изменение компонент тензора $g_{\mu\nu}$ при изменении координат (внутри L) есть порок теории, остается непонятным. Ведь это свойство просто отражает свободу выбора координат в общей теории относительности. Этот аргумент Эйнштейна на самом деле был придуман post factum для оправдания уже свершившегося приговора над уравнением. «Приговор сначала, доказательство потом»,— сработала логика суда над Алисой *).

В упомянутых примечаниях к «Физической части» Эйнштейн фактически называет еще и третий аргумент, связанный с принципом сохранения энергии-импульса. Этот аргумент также казался направленным против требования общей ковариантности и как будто даже указывал на вполне определенную группу ковариантности полевых уравнений, именно на группу линейных преобразований. Если ввести, как это сделал Эйнштейн, понятие тензора энергии-импульса гравитационного поля $t_{\mu\nu}$, то закон сохранения энергии-импульса материи и гравитационного поля можно записать в виде

$$\sum_{\mu\nu} \frac{\partial}{\partial x_\nu} [\sqrt{-g}\, g_{\sigma\mu} (T_{\mu\nu} + t_{\mu\nu})] = 0. \tag{11}$$

Однако, замечает далее Эйнштейн, эти уравнения сохранения энергии-импульса с учетом гравитации «ковариантны относительно только линейных преобразований, так что в развитой выше теории допустимыми следует считать только линейные преобразования» [48]. Как мы знаем, и этот аргумент оказался ложным.

Тот же аргумент против последовательного общековариантного подхода к уравнениям поля содержался в знаменитом рождественском письме Эйнштейна к Маху, написанном накануне 1913 г.: «Все сущее будет снача-

*) В. Паули в своей замечательной энциклопедической статье по теории относительности, подчеркнув, что общее решение общековариантных уравнений поля должно содержать 4 произвольные функции и что среди десяти уравнений поля должны иметься 4 тождества, продолжает: «Противоречие с принципом причинности является только кажущимся, так как все возможные решения уравнений поля отличаются друг от друга лишь формально, оставаясь физически вполне равноправными» [49].

ла относиться к четырем совершенно произвольным переменным. Они затем, если выполняются законы сохранения импульса и энергии, должны быть специализированы таким образом, что только линейные подстановки приводят от одной правильной системы отсчета к другой»[50].

3. «Поиски в темноте»*) (попытки нековариантного решения проблемы уравнений поля)

Так возникла рабочая гипотеза. Уравнения гравитационного поля не могут быть общековариантными, несмотря на общековариантный замысел новой теории. Соображения же, связанные с законом сохранения энергии-импульса, наводили на мысль о том, что уравнения поля все же должны быть линейно-ковариантны. Поэтому авторы «Проекта», опираясь на это требование, а также на принципы соответствия, сохранения энергии-импульса и на главную идею новой теории — геометрическую форму гравитации, конструируют линейно-ковариантные уравнения второго порядка для тензорного потенциала $g_{\mu\nu}$ (или $\gamma_{\mu\nu}$, т. е. $g^{\mu\nu}$).

Естественным линейно-ковариантным обобщением лапласиана является оператор

$$\sum_{\alpha\beta} \frac{\partial}{\partial x_\alpha}\left(\gamma_{\alpha\beta}\frac{\partial}{\partial x_\beta}\right). \tag{12}$$

Поэтому искомый тензор $\Gamma_{\mu\nu}$ ищется так, чтобы он включал в себя выражение (12), сводящееся в пределе слабых полей к волновому оператору:

$$-\left(\frac{\partial^2\gamma_{\mu\nu}}{\partial x_1^2}+\frac{\partial^2\gamma_{\mu\nu}}{\partial x_2^2}+\frac{\partial^2\gamma_{\mu\nu}}{\partial x_3^2}-\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\gamma_{\mu\nu}}{\partial x_4^2}\right). \tag{13}$$

В статическом случае $\gamma_{\mu\nu}$ сводится к одной компоненте γ_{44}, а выражение (13) — к левой части уравнения Пуассона. Но тензор $\Gamma_{\mu\nu}$ может также включать в себя линейно-ковариантные тензорные выражения, обращающиеся в нуль в пределе слабых полей. Их можно найти на основе соображений, связанных с законом сохранения энергии-импульса. В результате были установлены следующие линейно-ковариантные дифференциальные уравнения:

$$\Delta_{\mu\nu} = \varkappa\,(\theta_{\mu\nu} + \vartheta_{\mu\nu}), \tag{14}$$

где $\theta_{\mu\nu}$ — контравариантный тензор энергии-импульса материи, $\vartheta_{\mu\nu}$ — тензорное выражение, зависящее от $g_{\mu\nu}$ и его первых производных и интерпретированное как тензор энергии-импульса гравитационного поля, $\Delta_{\mu\nu}$ — тензорное выражение, зависящее от $g_{\mu\nu}$ и его первых и вторых производных. Закон сохранения энергии-импульса системы в целом записывается тогда в форме дивергенции:

$$\sum_{\mu,\nu} \frac{\partial}{\partial x_\nu}\left[\sqrt{-g}\, g_{\sigma\mu}\,(\theta_{\mu\nu}+\vartheta_{\mu\nu})\right]=0$$

Уравнения гравитационного поля (14) можно записать и в более простой, наглядной форме:

$$\sum_{\alpha,\beta,\mu} \frac{\partial}{\partial x_\alpha}\left(\sqrt{-g}\,\gamma_{\alpha\beta}\, g_{\sigma\mu}\frac{\partial\gamma_{\mu\nu}}{\partial x_\beta}\right)=\varkappa\,(T_{\sigma\nu}+t_{\sigma\nu}), \tag{15}$$

*) Это выражение Эйнштейна, относящееся как раз к периоду предшествующему открытию общей теории относительности[18].

где

$$T_{\sigma\nu} = \sum_{\mu} \sqrt{-g}\, g_{\sigma\mu}\theta_{\mu\nu}, \quad t_{\sigma\nu} = \sum_{\mu} \sqrt{-g}\, g_{\sigma\mu}\vartheta_{\mu\nu} \tag{16}$$

— смешанные тензоры энергии-импульса. Большим достоинством этих уравнений Эйнштейн считал то обстоятельство, что «наряду с компонентами тензора энергии — натяжений материи $T_{\sigma\nu}$ в качестве равноценных источников поля выступают также компоненты тензора гравитационного поля (именно $t_{\sigma\nu}$); это требование, очевидно, необходимо, поскольку гравитационное воздействие системы не может зависеть от физической природы энергии, служащей источником поля» [51]. Еще более важным было согласование этих уравнений с принципом соответствия. При достаточно малых отклонениях $g_{\mu\nu}$ от псевдоевклидовых значений

$$g_{\mu\nu} = \delta_{\mu\nu} + g^{*}_{\mu\nu}$$

уравнения (16) сводятся к «волновой» форме:

$$\Box g^{*}_{\mu\nu} = \varkappa T_{\mu\nu}. \tag{17}$$

Уравнения Пуассона получаются из них при следующих дополнительных условиях: «1) из источников поля учитываются только несвязанные массы; 2) ... поле считается статическим; 3) ... скорости и ускорения (материальной точки) рассматриваются как малые величины и сохраняются лишь величины низшего порядка» [52]. При этом компонента g_{44} отождествляется с ньютоновским потенциалом.

Вместе с тем авторы «Проекта» с самого начала чувствовали незавершенность своей теории; линейно-ковариантный характер полевых уравнений шел вразрез с общековариантным замыслом геометрической теории: «... Сначала наиболее естественным кажется требование ковариантности системы уравнений относительно произвольных преобразований. Однако такому требованию противоречит тот факт, что построенные нами уравнения гравитационного поля этим свойством не обладают. Мы смогли показать, что уравнения гравитационного поля ковариантны лишь относительно *произвольных линейных* преобразований, однако мы не знаем, существует ли общая группа преобразований, относительно которой ковариантны эти уравнения. Вопрос о существовании такой группы преобразований для системы уравнений... имеет важнейшее значение для рассматриваемой здесь задачи. Во всяком случае, при современном состоянии теории мы не можем требовать ковариантности уравнений относительно произвольных преобразований» [53].

В начале 1914 г. в развитии проблемы полевых уравнений происходит определенный сдвиг. Эйнштейн делает попытку доказать, что полученные ранее уравнения гравитационного поля (15) допускают не только линейные преобразования, но и более широкий класс нелинейных преобразований, включающих в себя ускоренные движения и вращение. Требование лишь линейной ковариантности в сущности лишало теорию ее физической основы — истолкования принципа эквивалентности в духе *равноправия равноускоренных систем отсчета*. Критики эйнштейновского подхода, прежде всего Абрагам и Ми, считали эту двойственность теории Эйнштейна — Гроссмана ее основной слабостью. Да и сами авторы «Проекта», как мы видели, не были удовлетворены линейно-ковариантным решением проблемы уравнений гравитационного поля.

В этих условиях внимание Эйнштейна вновь привлекла лоренц-ковариантная скалярная теория поля (2-я теория Нордстрема). Вместе с молодым голландским теоретиком А. Фоккером в феврале 1914 г. он закончил работу, представленную 18 февраля, в которой теория Нордстрема была простым и естественным образом сформулирована с помощью нового математического аппарата, «абсолютного дифференциального исчисления» [54]. Эйнштейн и Фоккер подводили под использованный ими формализм обобщенный релятивистский фундамент: «Поскольку в природе не существует систем отсчета, к которым можно относить предметы, мы будем относить четырехмерное многообразие сначала к совершенно произвольным координатам ... и ограничим выбор систем отсчета только тогда, когда рассматриваемая нами задача сама побудит к этому» [54]. При этом устанавливалось определенное соответствие между сформулированной так теорией Нордстрема и геометрической теорией Эйнштейна — Гроссмана: условия скалярности потенциала и лоренц-ковариантности, наложенные на общековариантную тензорную схему, давали теорию Нордстрема. Фундаментальную роль при получении полевых уравнений играл здесь тензор Римана — Кристоффеля и его свертка по всем четырем индексам. В результате уравнения поля записывались сначала в общековариантной форме

$$R = \varkappa T,$$

и лишь затем $g^{\mu\nu}$ (или $\gamma_{\mu\nu}$) выбирались так, чтобы удовлетворить принципу постоянства скорости света, после чего получались уравнения теории Нордстрема

$$\Phi \Box \Phi = \varkappa T.$$

В этой теории резко бросалось в глаза отсутствие параллелизма с ходом рассуждений Эйнштейна и Гроссмана, который приводил к уравнениям гравитационного поля (14) или (15), не использовавших тензор Римана — Кристоффеля, хотя он настойчиво навязывался общековариантной схемой рассуждений и оказался столь эффективным при выводе уравнений теории Нордстрема. Не удивительно, что возвращаясь к тензорной геометрической теории, Эйнштейн (вместе с Фоккером) остро почувствовали этот ее изъян. И он вновь думает об использовании тензора Риччи для получения уравнений поля: «Наконец, роль, которую играет в настоящем исследовании дифференциальный тензор Римана — Кристоффеля, наводит на мысль, что можно было бы также найти способ вывода гравитационных уравнений Эйнштейна — Гроссмана, независимый от физических предположений» [55]. Последнее выражение означает, конечно, как это следует из предыдущего, ссылку на геометрическую аргументацию, основанную на общей ковариантности. Здесь имеется также очень интересное примечание, свидетельствующее о том, что маятник эйнштейновских сомнений вновь качнулся в сторону общековариантного подхода к проблеме уравнений поля. «Доказательство существования или отсутствия связи такого рода (т. е. связи тензора Риччи с уравнениями поля.— *Авторы*),— заключают статью Эйнштейн и Фоккер,— означало бы важный теоретический прогресс». К этим словам имеется примечание: «Обоснование отсутствия связи такого рода, данное в § 4 «Проекта», после более точного анализа отпадает» [55]. Тем не менее в статье от 24 января 1914 г., отвечая на критику Ми, Эйнштейн продолжает настаивать на законности выбора специальной системы координат (т. е. на ограниченной ковариантности уравнений), основываясь опять на принципе причинности — неоднозначности определения потенциалов g_{ik} по заданному распределению тензора энергии-импульса вещества и на выполнении законов сохранения энергии-импульса, выражающихся в обычном виде — равенства нулю расходимости соответствующего тензора.

В феврале 1914 г., как мы видели, Эйнштейн был склонен вернуться к общековариантному подходу и, в частности, к использованию тензора кривизны для построения уравнений гравитационного поля. Но в марте этого же года происходит новый поворот; Эйнштейн снова уходит в сторону от правильного пути. В письме к Бессо, датированном мартом 1914 г., он рассказывает об обнаружении им более широкого класса преобразований, допускаемых уравнениями поля, которые, наряду с линейными, включали в себя нелинейные преобразования, соответствующие ускоренным системам отсчета: «Новости, относящиеся к теории гравитации, следующие. Из уравнения гравитации вытекает

$$\sum_{\alpha\beta\mu} \frac{\partial}{\partial x_\alpha}\left(\sqrt{-g}\,\gamma_{\alpha\beta} g_{\sigma\mu} \frac{\partial \gamma_{\mu\nu}}{\partial x_\beta}\right) = k\,(T_{\sigma\nu} + t_{\sigma\nu}),$$

а из закона сохранения следует

$$\sum_{\alpha\beta\mu\nu} \frac{\partial^2}{\partial x_\nu} \frac{\partial}{\partial x_\alpha}\left(\sqrt{-g}\,\gamma_{\alpha\beta} g_{\sigma\mu} \frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial x_\beta}\right) = 0. \qquad (18)$$

Это 4 уравнения третьего порядка для $g_{\mu\nu}$ (соответственно $\gamma_{\mu\nu}$), которые можно рассматривать как условия для специального выбора системы отсчета. Назовем их для краткости

$$B_\sigma = 0.$$

Мне удалось доказать простым расчетом, что уравнения гравитации справедливы для любой системы отсчета, удовлетворяющей этим условиям. А отсюда следует, что имеют место преобразования ускорения различнейших видов, которые преобразуют уравнения в самих себя (например, также и вращения), так что подтверждается гипотеза эквивалентности, причем в неожиданно широком масштабе ... Теперь я вполне удовлетворен и более не сомневаюсь в правильности всей системы независимо от того, удастся или нет наблюдение солнечного затмения. Здравый смысл этого дела очевиден... Я сейчас не очень горю желанием работать, так как измучился ужасно, пока не нашел решения, описанного выше. Общая теория инвариантности была в сущности только препятствием. Прямой путь оказался единственно проходимым. Непонятным остается только, как это я так долго бродил впотьмах, пока не натолкнулся на то, что было так близко» [56].

Теперь, казалось, удалось преодолеть трудность, которая имелась в первоначальной теории с линейно-ковариантными уравнениями поля: в число допустимых систем отсчета, получивших впоследствии название «приспособленных» («приспособленных к гравитационному полю»), включались системы отсчета, движущиеся ускоренно. Геометрический (или кинематический) смысл условия «приспособленности», правда, оставался неясным. Вывод о допустимости «преобразований ускорения», оказавшийся, как выяснилось впоследствии, ошибочным, не только естественным образом согласовывался с принципом эквивалентности, но и означал, что решение проблемы тяготения связано с таким расширением теории, которое математически описывается условиями «приспособленности». Оставалось только описать соответствующий класс систем отсчета. «Абсолютное дифференциальное исчисление» с лежащим в основе его общековариантным математическим формализмом неожиданно приобретало лишь вспомогательное значение. «Общая теория инвариантности,— писал Эйнштейн,— была в сущности только препятствием».

Концепция «приспособленности» была опубликована сначала в совместной небольшой статье Эйнштейна и Гроссмана, написанной, по-видимому, весной 1914 г. [57], а затем в обстоятельной итоговой работе Эйнштейна, законченной в ноябре 1914 г. [58] Хотя разработка этой концепции была уходом в сторону от требования общей ковариантности, но и в этом шаге заключалось зерно успеха. В этих работах была осознана необходимость расширения группы линейных преобразований, поскольку «преобразования ускорения», требуемые принципом эквивалентности, нелинейны: «Эта гипотеза (т. е. принцип эквивалентности.— *Авторы*) ... приобретет особую убедительность в том случае, если окажется, что «фиктивное» гравитационное поле, существующее в ускоренной системе координат, можно рассматривать как «истинное» гравитационное поле, т. е. если в теории допускаются преобразования ускорения (иначе говоря, нелинейные преобразования)» [59]. Уравнения гравитации остаются теми же, что в «Проекте», т. е. вида (15)), но теперь доказывается, что преобразование уравнения сохранения энергии-импульса с учетом полевых уравнений (15) дает условия (18), фигурировавшие уже в мартовском письме к Бессо, и определяет класс «разрешенных» преобразований, достаточно широкий, по мнению Эйнштейна, чтобы включить в себя и преобразования ускорения, что, впрочем, не доказывается.

В этой статье, правда, имеется важное примечание, свидетельствующее о том, что и возражение против общековариантного подхода, связанное с законом сохранения энергии-импульса в той форме, как оно фигурировало ранее, утратило свою силу: «...Утверждение об ограничении выбора координатной системы неправильно; оно вытекает из соотношения (III) (т. е. дивергентного уравнения сохранения энергии-импульса.— *Авторы*) лишь в том случае, если разрешаются только линейные преобразования, при которых величинам $t_{\mu\nu}/\sqrt{-g}$ приписывается тензорный характер, для чего, как оказалось, нет оснований» [60]. Иначе говоря, Эйнштейн с целью выхода за пределы линейно-ковариантного подхода отказался от того, чтобы компонентам энергии-импульса гравитационного поля приписывать тензорный характер. И хотя ограничение класса допустимых преобразований «разрешенными», или «приспособленными», существенно опиралось на дивергентную формулировку закона сохранения энергии-импульса системы, вывод о допустимости нетензорного характера энергии-импульса гравитации в конце концов способствовал преодолению предубеждений против общековариантного подхода к решению проблемы полевых уравнений. Это была последняя совместная работа Эйнштейна и Гроссмана, законченная не позже апреля 1914 г., когда состоялся переезд Эйнштейна в Берлин.

В большой статье, законченной в конце ноября 1914 г. [58], Эйнштейн продолжает разрабатывать концепцию «приспособленных» систем координат. Здесь против общей ковариантности полевых уравнений приводится уже единственный аргумент, связанный с нарушением принципа причинности. Большей ясности достигает в этой работе и понятие приспособленных систем координат, которые специально конструируются так, чтобы преобразования координат, использованные в рассуждении, приводящем к нарушению принципа причинности, были исключены. Условия, выделяющие такие системы, оказались достаточно сложными (в общем, отличными от условий (18)):

$$B_\mu = \sum_{\alpha\sigma\nu} \frac{\partial^2}{\partial x_\sigma\, \partial x_\alpha} \left(g^{\nu\alpha} \frac{\partial H \sqrt{-g}}{\partial g_\sigma^{\mu\nu}} \right) = 0,$$

и геометрический смысл их оставался неясным. Во всяком случае, Эйнштейн полагал, что класс «приспособленных» систем координат достаточно широк, чтобы включить в себя ускоренно движущиеся системы отсчета. Соответствующие уравнения гравитационного поля фактически имели такую же структуру, которая была установлена еще в «Проекте»:

$$\sum_{\alpha\beta} \frac{\partial}{\partial x_\alpha} \left(\sqrt{-g}\, g^{\alpha\beta} \frac{1}{2} \sum_{\tau} g^{\nu\tau} \frac{\partial g_{\sigma\tau}}{\partial x_\beta} \right) = -\varkappa \left(T_\sigma^\nu + t_\sigma^\nu \right). \tag{19}$$

Эти уравнения, как заметил Эйнштейн, «несмотря на свою сложность, допускают простую физическую интерпретацию». Левая часть при условии, что трехиндексные величины $(1/2) \sum_\tau g^{\nu\tau}\, \partial g_{\sigma\tau}/\partial x_\beta$ истолковываются как напряженности гравитационного поля (это истолкование, как выяснилось впоследствии, оказалось неудачным), имеет смысл дивергенции напряженности поля, которая определяется полным тензором энергии-импульса (правая часть). Важным подтверждением справедливости уравнений (19) Эйнштейн считал то, что «тензор энергии гравитационного поля, так же как и тензор энергии материи, сам возбуждает поле». Кроме того, уравнения (19) выводились из вариационного принципа с лагранжианом, пропорциональным квадрату напряженности гравитационного поля ($\Gamma^\tau_{\nu\sigma} = (1/2) \sum_\mu g^{\tau\mu} \partial g_{\mu\nu}/\partial x_\sigma$):

$$L = -\sum g^{\tau\tau'} \Gamma^\rho_{\mu\tau} \Gamma^\mu_{\rho\tau'}, \tag{20}$$

и аналогичным квадратичному по напряженностям лагранжиану электромагнитного поля.

Но в этом последнем варианте концепции «приспособленности» теория Эйнштейна — Гроссмана сохраняла свои основные изъяны: неполная ковариантность теории, отсутствие ясного физического (или геометрического) смысла «приспособленных» систем координат, недостаточность физических оснований для выбора лагранжиана теории в форме (20), отсутствие строгого доказательства включения в число допустимых («приспособленных») преобразований ускорения. Постоянный оппонент Эйнштейна М. Абрагам в обстоятельном обзоре «новейших теорий тяготения», написанном в декабре 1914 г., сделал ряд глубоких критических замечаний в адрес «приспособленного» варианта теории Эйнштейна — Гроссмана. В частности, он совершенно справедливо отмечал: «Было бы интересно и существенно выяснить, какие преобразования, кроме линейных, содержатся в этом классе преобразований (т. е. в классе «приспособленных» преобразований.— *Авторы*)? И какой физический смысл (равноускоренное движение, вращение и т. д.) им можно приписать? Только в том случае можно было бы говорить о некоторой «обобщенной» теории относительности, если равноправие систем отсчета, которое принцип относительности 1905 г. постулировал для равномерно и прямолинейно движущихся систем, было бы распространено теперь и на такие системы, которые находятся друг относительно друга в состоянии ускоренного движения или вращения. Пока, кажется, такое расширение относительности не удалось» [61]. Он указывал и на недостаточно обоснованный выбор лагранжиана теории (20): «В недавно появившемся обширном представлении «общей теории относительности» (т. е. в статье [58].— *Авторы*) Эйнштейн выводит дифференциальные уравнения своей теории из некоторого вариационного принципа на основе определенных ограничений, физический смысл которых не объясняется» [62].

Отметив уязвимость маховской трактовки инерции, возможность проведения которой в своей теории Эйнштейн считал большим достоинством по сравнению со скалярными теориями, а также бóльшую сложность тензорно-геометрической теории, Абрагам делал вывод о преимуществе скалярного подхода *).

4. «Прорыв к ясности» **)

В ноябре 1915 г. Эйнштейн, наконец, вернулся к требованию общей ковариантности полевых уравнений, что привело его почти сразу к правильным уравнениям гравитационного поля. Это был «... один из наиболее волнующих и напряженных периодов моей жизни»,— писал Эйнштейн в письме к Зоммерфельду 28 ноября 1915 г. [13], через три дня после обнародования этих уравнений.

Почти в течение целого года не появлялось эйнштейновских публикаций по теории тяготения. Несмотря на критику Абрагама, Эйнштейн, по-видимому, в течение некоторого времени считал создание основ теории завершенным. В этих условиях на передний план выходили вопросы физического истолкования теории, в частности ее экспериментального подтверждения. Интерес к эксперименту стимулировался признанием конкурентоспособности второй теории Нордстрема. К тому же экспедиция Фрейндлиха, которая должна была дать ответ на вопрос об отклонении световых лучей в поле Солнца и, тем самым, решить вопрос в пользу одной из этих двух теорий, оказалась сорванной из-за начавшейся в августе 1914 г. первой мировой войны. Наконец, последние работы Эйнштейна были слишком загромождены сложными математическими выкладками, и его, может быть по контрасту, с особой силой увлекли теперь вопросы, связанные с более простой физической интерпретацией и особенно с экспериментом. Это нашло, в частности, выражение в экспериментах, выполненных им в январе — мае 1915 г. вместе с голландским физиком В. де Гаазом [64]. 12 февраля 1915 г. он писал Бессо, имея в виду эксперименты по эффекту Эйнштейна — де Гааза: «Эксперименты вскоре будут закончены... Чудеснейший эксперимент, жаль, что ты его не сможешь увидеть. А как коварна природа, когда хотят к ней подступиться с экспериментом! Я на старости лет «заболеваю» экспериментом» [65]. В этом же письме он пишет и о гравитации. Речь идет только об одном — о проверке эффекта «красного смещения» с помощью изучения спектров двойных звезд. Эйнштейн, опираясь на исследование Фрейндлиха, использовавшего спектральные измерения двойных звезд В. Кэмпбеллом и Г. Людендорфом, сделал вывод о том, что получена «приближенная количественная проверка теории, дающая удовлетворительное совпадение». Заметим, впрочем, что работа Фрейндлиха была подвергнута справедливой критике со стороны Зеелигера, и, в конечном счете, надежды на подтверждение эффекта «красного смещения» по результатам наблюдений спектров двойных звезд не оправдались [66]. Интерес к экспериментальной стороне теории тяготения стимулировался, таким образом, контактом с Фрейндлихом, который в этот период интенсивно изучал проблему аномальной прецессии перигелия Меркурия, в частности гипотезу Зеелигера о возмущающем действии зодиакального света, выдвинутую еще в конце прошлого века

---

*) «Если принять во внимание громадную сложность, к которой приводит удесятирение числа потенциалов тяготения и искривление четырехмерного мира, то с точки зрения маховской «экономии мышления», пожалуй, следует предпочесть скалярные теории, пока предположение, что вместо одного имеются десять потенциалов тяготения, не будет подтверждено опытом» [63].

**) Это — выражение Эйнштейна [18].

с целью объяснения этой аномалии. Как раз в феврале 1915 г. Фрейндлих закончил свой критический анализ этой гипотезы и пришел к выводу, что ни одна из (основанных на ньютоновской теории) гипотез о наличии скрытых масс в Солнечной системе не может объяснить аномалию Меркурия. Впоследствии, когда Эйнштейн вновь после большого перерыва заговорил об аномальной прецессии перигелия Меркурия, он сослался именно на Фрейндлиха: «О невозможности удовлетворительно объяснить аномалию движения Меркурия на основе теории Ньютона недавно писал Фрейндлих» [67]. Но эти слова были сказаны в ноябре 1915 г., уже после его возврата к требованию общей ковариантности уравнений гравитационного поля.

Можно предположить, что работа над теорией тяготения возобновилась летом 1915 г., когда Эйнштейн побывал в Гёттингене и Цюрихе. Известно его письмо к Зоммерфельду от 15 июля, которое косвенным образом свидетельствует об этом. Во-первых, в ответ на предложение Зоммерфельда включить в новое издание сборника классических работ «Принцип относительности» изложение общей теории относительности Эйнштейн замечает, что он «за то, чтобы томик вышел без изменений и включения общей теории относительности, потому что ни одно из имеющихся изложений последней не является полным» [13]. Это важное признание означало, что обширный обзор по теории тяготения, опубликованный в конце 1914 г. [58], он уже не считал достаточно полным или вполне корректным. Во-вторых, он пишет о своем визите в Гёттинген, где имел беседы с Гильбертом, которые могли, как мы думаем (см. с. 429 настоящей статьи), существенно повлиять на ход мысли Эйнштейна.

И, наконец, в-третьих, он упоминает о работе Фрейндлиха, по всей вероятности, посвященной аномальной прецессии Меркурия, называя ее «безусловно фундаментальной». Это дает основание предположить, что Эйнштейн уже в то время думал об объяснении аномалии Меркурия с позиций геометрической теории.

Ноябрь 1915 г. стал месяцем конечного и стремительного штурма. В четырех ноябрьских работах [68-70,67], доложенных на заседаниях Прусской академии наук соответственно 4, 11, 18 и 25 ноября, была решена проблема уравнений гравитационного поля и в результате достигнута общая ковариантность теории, а также на основе этих уравнений была объяснена аномальная прецессия перигелия Меркурия и впервые дано правильное значение для отклонения света около Солнца.

В первой работе [68] делается решающий шаг: Эйнштейн возвращается «...к требованию более общей ковариантности уравнений поля, от которой отказался с тяжелым сердцем, когда работал вместе с... Гроссманом» [68]. Однако он тут же накладывает некоторое ограничение на произвольные непрерывные преобразования — равенство единице определителя этих преобразований, т. е. условие унимодулярности, существенно упрощающее вычисления и делающее более прозрачными основные формулы *).

Логика получения полевых уравнений, использованная еще в «Проекте», вела непосредственно к уравнениям поля

$$R_{\mu\nu} = -\varkappa T_{\mu\nu}, \tag{21}$$

где $R_{\mu\nu}$ — тензор Риччи при наличии условия унимодулярности. Кстати говоря, Эйнштейн не считал это условие серьезным ограничением допу-

*) «Подобно тому, как частная теория относительности,— писал Эйнштейн,— основана на постулате, что ее соотношения должны быть ковариантны относительно линейных ортогональных преобразований, излагаемая здесь теория основана на постулате ковариантности всех систем уравнений относительно преобразований с определителем 1» [68].

стимых преобразований. В конце статьи он специально останавливается на этом вопросе и показывает, что вращение и такое движение одной системы отсчета относительно другой, при котором начало координат новой системы движется произвольно относительно старой, входят в число допустимых преобразований.

Он замечает также, что, нормируя некоторым естественным образом систему координат, например посредством условия

$$\sum_{\beta} \frac{\partial g^{\alpha\beta}}{\partial x_{\beta}} = 0,$$

нетрудно получить из уравнений (21) ньютоновское приближение *). Это наводит на мысль, что Эйнштейн уже тогда ясно понимал ошибочность своего рассуждения, демонстрирующего несовместимость общековариантных уравнений поля с принципом причинности (однозначности).

Однако уравнения в форме (21), как показало их согласование с законом сохранения энергии-импульса, оказались внутренне противоречивыми. Во-первых, получалось, что условие унимодулярности выполнялось всюду лишь при обращении в нуль следа тензора энергии-импульса «материи». Во-вторых, при введении величины $t_{\mu\nu}$ — псевдотензора энергии-импульса гравитационного поля получалась для следов тензоров энергии-импульса T и t следующая формула, правда, явно не выписанная Эйнштейном:

$$\frac{\partial^2 g^{ik}}{\partial x_i \, \partial x_k} + \varkappa (T - t) = 0, \tag{22}$$

в которую T и t входили с противоположными знаками. Подобная асимметрия между вкладами в энергию от вещества и от гравитационного поля не имела физического оправдания. Вначале, впрочем, Эйнштейна беспокоило только первое противоречие.

Устранению его посвящена вторая работа [69], в которой фактически выдвигается предположение об «электромагнитно-подобной» структуре «материи», выражающееся в обращении в нуль следа тензора энергии-импульса «материи» $T = 0$.

Ввиду ковариантности этого условия Эйнштейн считает возможным постулировать полностью общековариантные уравнения поля в форме

$$G_{ik} = -\varkappa T_{ik} \tag{23}$$

и только для облегчения вычислений предлагает пользоваться условием унимодулярности, которое теперь, т. е. в случае принятия гипотезы $T = 0$, не ведет к противоречию.

Третья работа, доложенная 18 ноября [67], содержала объяснение аномальной прецессии перигелия Меркурия на основе полевых уравнений (23) для пустого пространства

$$G_{ik} = 0 \tag{24}$$

и уравнений движения материальной точки в поле

$$\frac{d^2 x_\nu}{ds^2} = \sum_{\sigma\tau} \Gamma^{\nu}_{\sigma\tau} \frac{dx_\sigma}{ds} \frac{dx_\tau}{ds},$$

т. е. уравнения геодезической. Полученный им результат — поворот перигелия Меркурия на 43″ в столетие — хорошо согласовывался с данными

*) При отсутствии члена со скалярной кривизной, который появился лишь в последней ноябрьской работе [70], ньютоновское приближение обеспечивалось только в случае принятия условия унимодулярности.

астрономии ($45'' \pm 5''$) и, как и другой важный результат — значение для отклонения света в поле Солнца, равное 1,7″ (вместо 0,85″),— не зависел, очевидно, от принятия гипотезы $T = 0$. Эта работа примечательна еще и потому, что в ней как бы анонсируются правильные общековариантные уравнения поля, так как Эйнштейн говорит о ненужности гипотезы $T = 0$, что было возможно лишь при дополнении уравнений членом со скаляром T или G: «В работе, которая вскоре будет опубликована, показано, что и эта гипотеза (т. е. предположение $T = 0$.— *Авторы*) является излишней» [67]. По-видимому, публикацию расчета, демонстрирующего поразительное эмпирическое подтверждение геометрической теории и общековариантных уравнений поля, он считал более важным делом, чем получение общей формы полевых уравнений и их обоснование и обнародование.

Эти уравнения составляют содержание последнего ноябрьского доклада (25 ноября)[70]. Добавив в правую часть уравнений член со скаляром T, Эйнштейн получает, наконец, полностью общековариантные уравнения гравитационного поля, не требующие дополнительного предположения о структуре тензора энергии-импульса «материи» T_{ik}:

$$G_{im} = -\varkappa \left(T_{im} - \frac{1}{2} g_{im} T \right). \tag{25}$$

«Тем самым, наконец,— писал Эйнштейн в конце статьи,— завершено построение общей теории относительности как логической схемы» [71].

Каким же образом он обосновывает уравнения, которые и по сей день составляют ядро общей теории относительности?

Эйнштейн показывает, что умножение обеих частей уравнения (25) на g^{im} и последующая свертка по индексам i и m дает уравнение

$$\frac{\partial^2 g^{ik}}{\partial x_i \, \partial x_k} - \varkappa (T + t) = 0, \tag{26}$$

аналогичное уравнению (22), но включающее следы тензора энергии-импульса «материи» и гравитационного поля «одинаковым образом», т. е. с одним и тем же знаком. Это становится понятным, если вместо тензора T_{ik} в уравнении (21) писать $T_{ik} - (1/2) g_{ik} T$. Тогда в уравнении (22) нужно будет заменить T на $-T$, и оба скаляра T и t, войдут в уравнение с одинаковыми знаками. Другая аргументация, которая используется в большинстве учебников и монографий, написанных впоследствии, заключается в том, что отсутствие слагаемого — $(1/2)\ g_{im} T$ в левой части или, что эквивалентно, слагаемого —$(1/2)\ g_{im} G$ в правой нарушает равенство нулю ковариантной дивергенции тензора энергии-импульса «материи», как это непосредственно следует из свернутых тождеств Бьянки. Однако Эйнштейн не использовал хорошо известных свойств тензора кривизны, и это существенно усложнило его путь к правильным уравнениям поля.

Гильберт, как мы увидим, исходя из вариационного принципа, сразу получил в левой части вместо G_{ik} нужную комбинацию $G_{ik} - (1/2)\ g_{ik} G$.

Вернемся к анализу причин и обстоятельств, побудивших Эйнштейна отказаться от нековариантных попыток решения проблемы уравнений гравитационного поля и возвратиться на путь общей ковариантности, приведший его к триумфальному финалу. В первой ноябрьской работе он писал: «...Заново проведенный анализ показал, что, следуя по предложенному пути, совершенно невозможно ничего доказать; то, что это казалось все же сделанным, было основано на заблуждении. Постулат относительности в той мере, в какой я требовал, выполняется всегда, когда в основу кладется принцип Гамильтона, однако фактически он не дает возможности определить гамильтонову функцию H гравитационного поля. На самом деле, ограничивающее выбор H соотношение (77) в цит. соч. [58] выражает не что иное, как то, что H должна быть инвариантна относительно линейных преобразований, а такое требование не имеет ничего общего с относительностью ускорения... По этим причинам я полностью потерял доверие к полученным мной уравнениям поля и стал искать путь, который бы ограничивал возможности естественным образом. Так я вернулся к требованию общей ковариантности уравнений поля, от которой я отказался с тяжелым сердцем, когда работал вместе с моим другом Гроссманом. Мы подошли тогда фактически очень близко к излагаемому здесь решению задачи» [68].

Через три дня после знаменательного доклада Прусской Академии наук в Берлине 25 ноября 1915 г., в котором было сообщено о правильных уравнениях поля (25), Эйнштейн пишет письмо Зоммерфельду (от 28 ноября), где он называет еще одну очень важную причину отказа от концепции «приспособленности»: «Именно, я узнал, что мои прежние уравнения гравитации совершенно безосновательны. Об этом свидетельствуют следующие соображения:

1) Я доказал, что гравитационное поле в равномерно вращающейся системе не удовлетворяет уравнениям поля.

2) Для движения перигелия Меркурия получается 18″ за столетие вместо 45″.

3) Путем ковариантного рассмотрения мне не удалось за последние годы получить H-функцию Гамильтона. Она составляет при надлежащем обобщении произвольную функцию. Отсюда следует, что ковариантность относительно «приспособленных» координатных систем была пустым делом» [72].

Эйнштейн с таким же жаром отказывается от своих идей, с каким он их защищал, когда был уверен в своей правоте. Первое и третье соображения фактически повторяют сказанное в первой ноябрьской статье (первое, правда, в несколько иной форме). Зато второе соображение, связанное с необъяснимостью аномалии Меркурия в рамках «приспособленной теории», называется здесь впервые. Можно предположить, что внимание Эйнштейна к аномальному смещению перигелия Меркурия было вновь привлечено работой Фрейндлиха, посвященной этой проблеме и законченной им еще в феврале 1915 г., которую, вероятно, Эйнштейн в июльском письме Зоммерфельду называл «безусловно фундаментальной» [73].

Определенная неудовлетворенность «двойной ковариантностью» теории 1913—1914 гг. (общая ковариантность уравнений движения «материи» и уравнений, описывающих взаимодействие «материи» с гравитацией, и лишь линейная или «приспособленная» ковариантность для уравнений самого гравитационного поля), которую и раньше испытывал нередко Эйнштейн, летом и осенью 1915 г. переросла в уверенность, что такая теория ошибочна. Причем два главных возражения против нее из тех трех, что названы в цитированном письме к Зоммерфельду, имеют явно физический характер, непосредственно связанный с экспериментом (несогласуемость с принципом эквивалентности и неверное значение для движения перигелия).

Здесь уместно коснуться еще одного обстоятельства, имеющего глубоко физический характер, которое способствовало возврату Эйнштейна к общей ковариантности полевых уравнений. Оно отмечается и в первой ноябрьской статье, и в письме к Зоммерфельду от 28 ноября и связано с вопросом о том, какие величины в геометрической теории следует отождествлять с напряженностями гравитационного поля. Выписав уравнение для закона сохранения энергии-импульса «материи» в виде

$$\sum_{\nu} \frac{\partial T_{\sigma}^{\nu}}{\partial x_{\nu}} = \frac{1}{2} \sum_{\mu} \frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial x_{\nu}} T_{\sigma}^{\mu},$$

Эйнштейн замечает в первой статье: «Это уравнение сохранения побуждало меня рассматривать величины $\frac{1}{2}\sum_{\mu} g^{\tau\mu}\partial g_{\mu\nu}/\partial x_\sigma$ как естественное выражение для компонент гравитационного поля, хотя, принимая во внимание формулы абсолютного дифференциального исчисления, вместо этих величин лучше было бы ввести символы Кристоффеля $\left\{ {\nu\sigma \atop \tau} \right\}$. Это было роковым предубеждением» [74].

В упомянутом письме к Зоммерфельду он подчеркивает, что правильное отождествление напряженностей поля с символами Кристоффеля сыграло решающую роль в установлении связи общековариантных уравнений (25) с их ньютоновским приближением. Выписав правильные уравнения в системе координат, в которой $\sqrt{-g} = 1$:

$$\sum_l \frac{\partial \left\{ {im \atop l} \right\}}{\partial x_l} + \sum_{\alpha\beta} \left\{ {i\alpha \atop \beta} \right\} \left\{ {m\beta \atop \alpha} \right\} = -\varkappa \left(T_{im} - \frac{1}{2} g_{im} T \right),$$

Эйнштейн пишет: «Еще три года назад мы обсуждали с Гроссманом эти уравнения (без второго члена в правой части), но тогда мы решили, что они не содержат ньютоновское приближение, что было ошибкой. Ключ к этому решению дало осознание того факта, что не $\sum_{\alpha} g^{l\alpha}\partial g_{\alpha i}/\partial x_m$ является естественным выражением «компонент» гравитационного поля, а родственный символ Кристоффеля $\left\{ {im \atop l} \right\}$. Если это понять, то вышеприведенное уравнение легко себе представить, поскольку не возникает искушения ради более общей интерпретации преобразовывать их путем вычисления символов» [72].

Использование символов Кристоффеля в качестве компонент поля было одним из последних главных шагов к конечной цели. С их помощью все соотношения приобретали более простой вид, поддающийся сравнительно ясной физической интерпретации.

Эйнштейн, как мы видели, в период 1913—1915 гг. неоднократно возвращался к мысли об общей ковариантности полевых уравнений, и два из трех аргументов против принятия уравнений такого рода были им отвергнуты фактически уже раньше. Аргумент, связанный с принципом соответствия, утратил свою силу, по всей видимости, не позже января — февраля 1914 г. Вскоре после этого, вероятно, весной 1914 г., Эйнштейн признал некорректность аргумента против общей ковариантности уравнений поля, опирающегося на требование тензорного характера компонент энергии-импульса. Оставалось в силе, по-видимому, лишь возражение, основанное на мнимом парадоксе причинности. В первых двух ноябрьских статьях этот вопрос не разъясняется. Но в третьей статье, посвященной расчету движения перигелия Меркурия, имеется одно замечание, свидетельствующее о том, что и в этом вопросе теперь Эйнштейн достиг ясности. Отметив ковариантность уравнений гравитационного поля относительно произвольных непрерывных преобразований, он продолжает: «Тем не менее мы, по-видимому, вправе предположить, что такими преобразованиями все решения можно перевести друг в друга, и, следовательно (при заданных граничных условиях), они отличаются друг от друга лишь формально, а не физически»[75]. Это рассуждение означало, что многозначность решения общековариантных уравнений поля, которая казалась раньше Эйнштейну серьезным препятствием для их принятия, на самом деле имеет только формальный, а не физический характер и поэтому утрачивает свою парадоксальность *). К этому стоит сейчас добавить, что решение в простран-

*) См. также высказывание Паули, приведенное на с. 415.

стве, свободном от вещества, все же не полностью определяется тензором энергии-импульса вещества. Существование гравитационных волн делает задачу об однозначности решений более сложной. Вывод уравнений Эйнштейна представляется ярким примером того, как общие физические принципы позволили написать уравнения, содержащие в себе значительно больше того, что было известно при их написании. К концу ноября 1915 г. общие уравнения оказываются наконец написанными. То, что казалось непреодолимым в течение нескольких лет, стало простым в один месяц. Были откинуты старые предубеждения, и пальма первенства была отдана общим принципам, которым надо было следовать без колебаний.

Теория была завершена большой классической статьей «Основы общей теории относительности», полученной редакцией «Annalen der Physik» 20 марта 1916 г. [76]. В этой статье нет и следа той тяжелой работы, которая ей предшествовала.

III. ОБЩЕКОВАРИАНТНЫЕ УРАВНЕНИЯ ГРАВИТАЦИИ. ПУТЬ ГИЛЬБЕРТА

20 ноября 1915 г. в Гёттингенском математическом обществе состоялся доклад выдающегося немецкого математика Д. Гильберта «Основания физики»[77], в котором были получены общековариантные уравнения гравитационного поля, эквивалентные эйнштейновским уравнениям (25). В третьей ноябрьской работе Эйнштейн указывал, что гипотеза $T = 0$ является теперь излишней, что можно рассматривать как своеобразный анонс общековариантных уравнений поля. Правильные уравнения он доложил через неделю, 25 ноября. Совпадение, конечно, поразительное. Анализ соответствующих публикаций Эйнштейна и Гильберта и свидетельства прекрасно знавших обоих Ф. Клейна, М. Борна, Г. Вейля и В. Паули дают основание сделать вывод о независимом решении проблемы общековариантности уравнений гравитации в Берлине и Гёттингене.

Прежде чем обратиться к анализу гильбертовского доклада, рассмотрим вкратце путь Гильберта к его главному достижению в области физики.

1. Шестая проблема Гильберта

Один из наиболее известных учеников Гильберта Г. Вейль выделил шесть основных периодов в творчестве своего учителя. Определяющей тематикой пятого периода, продолжавшегося с 1910 г. до 1922 г., была физика. Но и до этого Гильберт интересовался фундаментальными проблемами физики.

В числе двадцати трех знаменитых математических проблем, выдвинутых Гильбертом на III Международном конгрессе математиков в Париже (август, 1900 г.), была одна, шестая, которая относилась непосредственно к физике. Она состояла «в аксиоматическом построении по этому же образцу (т. е. по образцу аксиоматических исследований геометрии.— *Авторы*) тех физических дисциплин, в которых уже теперь математика играет выдающуюся роль». С аксиоматизацией физики Гильберт связывал и введение в нее мощного метода теории групп: «Для того чтобы построение физических аксиом провести по образцу аксиом геометрии, следует попробовать сначала небольшим количеством аксиом охватить возможно более общий класс физических явлений, а затем присоединением каждой следующей аксиомы прийти к более специальным, а тогда, возможно, возникнет принцип классификации, который сможет использовать глубокую теорию бесконечных групп преобразований Ли»[78]. Релятивистские идеи Эйнштейна естественным образом связывались с геометрическими и групповыми теориями. «Эрлангенская программа» Ф. Клейна находила здесь плодотворную почву [79].

В 1905 г. Гильберт вместе со своим другом Г. Минковским руководил семинаром по электродинамике движущихся тел, на котором обсуждались опыты Майкельсона — Морли, работы Лоренца и Пуанкаре. Спустя два года Минковский создал свою знаменитую четырехмерную теоретико-инвариантную концепцию специальной теории относительности, вполне согласующуюся с аксиоматической теоретико-групповой программой Гильберта — Клейна. Исследования по интегральным уравнениям открыли перед Гильбертом возможность непосредственно включиться в разработку физической проблематики, сначала кинетической теории газов, а затем теории излучения. Именно в этих областях физической теории он надеялся с помощью аппарата интегральных уравнений реализовать свой проект аксиоматизации физики. В это время Эйнштейн уже интенсивно работал над релятивистской теорией тяготения, а Г. Ми выдвинул свою, казавшуюся многообещающей, единую электромагнитную теорию поля. Гильберт все больше увлекается проблемами электронной теории строения атома. Летом 1914 г. П. Дебай по просьбе Гильберта организует в Гёттингене семинар по структуре материи. Интересы Гильберта смещаются в сторону фундаментальных проблем физики, связанных с построением единой полевой теории материи.

В середине лета 1915 г. в Гёттинген приезжает Эйнштейн, который спустя некоторое время в письме к Зоммерфельду восторженно писал о Гильберте и о том взаимопонимании, которое возникло между ними: «В Гёттингене у меня была большая радость — было понято все до последних деталей. Гильберт меня совершенно очаровал. Выдающийся человек!»[13].

2. «Основания физики» и уравнения гравитации

Итак, 20 ноября Гильберт делает доклад «Основания физики», в котором он совершенно иным способом получает общековариантные уравнения гравитации, эквивалентные эйнштейновским уравнениям (25) [77].

В этой работе Гильберта соединились его аксиоматические устремления с идеей построения единой полевой физической теории на основе мощного математического аппарата, содержащего в себе риманову геометрию, тензорный анализ, теорию групп Ли и вариационное исчисление. На этот раз аксиоматизации подлежала не какая-нибудь частная физическая теория, а физика в целом, и создание аксиоматики означало одновременно построение единой физической теории. Гильберт был вдохновлен работами Г. Ми по нелинейной электродинамике и эйнштейновской идеей общей ковариантности. «Грандиозные задачи, поставленные Эйнштейном,— писал Гильберт,— а также остроумно разработанные для их решения методы, его глубоко идущие мысли и образование понятий, с помощью которых Ми строил свою электродинамику, открыли для исследований по основаниям физики новые пути. Я хотел бы в последующем, следуя аксиоматическому методу и исходя по существу из двух аксиом, составить новую систему основных уравнений физики. Эти уравнения, обладая идеальным изяществом, содержат одновременно решение задач Эйнштейна и Ми» [77].

Теория Ми оказалась забытой, метод же, использованный Гильбертом, вошел в арсенал методов современной теоретической физики. Гильберт исходит из вариационного принципа и сразу вводит «мировую функцию» — лагранжиан, выбирая его для гравитационного поля в форме скалярной кривизны G и для электромагнитного поля в обычном виде (хотя и с учетом обобщения, характерного для теории Ми). Дальше, действуя ставшими сейчас стандартными приемами, Гильберт сразу получает уравнения Эйнштейна, в левой части которых вместо тензора Риччи G_{in}, стоит комбинация $G_{\mu\nu} - (1/2)\, g_{\mu\nu}G$:

$$G_{\mu\nu} - \frac{1}{2}\, g_{\mu\nu}G = -\frac{1}{\sqrt{g}}\frac{\partial \sqrt{g}L}{\partial g^{\mu\nu}} \tag{26}$$

(именно ее сейчас обозначают через G_{ik}). В правой части уравнения стоит тензор энергии-импульса материи, выраженный через производные от соответствующей части лагранжиана *).

Здесь Гильберта ждала удача. У тензора энергии-импульса электромагнитного поля след равен нулю, а потому по уравнению Гильберта следует, что и скалярная кривизна G равна нулю. Но уравнения Гильберта (26) носят более общий характер: они верны и тогда, когда справа стоит тензор, у которого след отличен от нуля.

Эйнштейн долго искал, как изменить правую часть уравнения, и в конце концов заменил $T_{\mu\nu}$ на $T_{\mu\nu} - (1/2)\, g_{\mu\nu}T$.

Гильберт сразу получил левую часть другого, но эквивалентного, уравнения, выведя из вариационного принципа правильное выражение для левой части, не задумываясь над свойствами правой. Оба уравнения эквивалентны друг другу в силу очевидного равенства $G = -\varkappa T$, которое следует из любого из них. (Уже в работе 1916 г. Эйнштейн ссылается на вывод Гильберта [80].)

«Получаемые таким путем дифференциальные уравнения тяготения,— читаем мы в опубликованном варианте доклада Гильберта,— созвучны, как мне кажется, грандиозной общей теории относительности, выдвинутой Эйнштейном в его последних работах» [81].

Бо́льшая часть доклада Гильберта была посвящена анализу проблемы сохранения энергии-импульса в этой теории, которая от общей теории относительности отличалась лишь специализацией «материальной» части лагранжиана, которая предполагалась соответствующей электродинамике Ми. Гильберт показал, в частности, что законы сохранения энергии и импульса в общековариантных теориях имеют тождественный характер и тем самым принципиально отличаются от законов сохранения в теориях, основанных на плоском пространстве-времени **). Э. Нётер вскоре выяснила природу этого различия на основе уже упомянутых теорем Нётер об инвариантных вариационных задачах [82].

Итак, два великих теоретика шли к одной и той же цели разными путями.

Гильберт не ставил перед собой задачу построения теории тяготения. Его целью, провозглашенной еще в 1900 г., было построение аксиоматики физики на основе фундаментальных математических структур. На свою работу Гильберт смотрел как на развитие и обобщение теории Эйнштейна, способное в дальнейшем разрешить основные проблемы фундаментальной физики. Об этом красноречиво свидетельствует заключительный абзац текста доклада: «Как мы видим, при соответствующем толковании немногие простые предположения, высказанные в аксиомах I и II, оказываются достаточными для построения теории, посредством которой не только в корне преобразуются наши представления о пространстве, времени и движении в направлении, указанном Эйнштейном, но и, как я убежден, при помощи составленных здесь уравнений будут разъяснены сокровеннейшие, до сих пор скрытые явления внутри атома, и на их основе должно оказаться возможным вообще свести все физические постоянные к мате-

*) У Гильберта величина L — лагранжиан нелинейной электродинамики Ми.

**) Вклад Гильберта в исследование этой проблемы подробно рассматривается в книге одного из авторов [83].

матическим постоянным. Таким путем мы приближаемся к возможности превратить в принципе физику в науку, подобную геометрии, которая составляет, несомненно, прекраснейший образец аксиоматического метода, пользующегося в данном случае услугами мощных инструментов математического анализа, а именно вариационного исчисления и теории инвариантов» [84].

Приведем сравнительные оценки подходов Эйнштейна и Гильберта к проблеме уравнений гравитации, принадлежащие таким авторитетам, как Ф. Клейн, Г. Вейль, В. Паули и М. Борн, прекрасно знавшим обоих и, вероятно, всю эту историю из первых рук. Клейн в 1920 г. писал: «О каком-либо приоритете при этом не может быть и речи, так как оба автора следовали совершенно различному ходу мысли (и притом так, что совместимость их результатов первоначально не казалась обеспеченной). Эйнштейн поступает индуктивным образом и имеет в виду произвольные материальные системы. Гильберт дедуцирует, вводя упомянутое... ограничение электродинамикой, из высшего вариационного принципа. При этом он исходит, в частности, из теории Ми» [85]. Оценка Паули такова (1921 г.): «Одновременно с Эйнштейном и независимо от него общековариантные уравнения поля были установлены Гильбертом. Изложение Гильберта было однако мало созвучно физикам, так как Гильберт, во-первых, аксиоматически вводил вариационный принцип, и, во-вторых, что важнее, его уравнения были выведены не для произвольной материальной системы, а специально исходя из теории материи Ми» [86]. Через тридцать лет после описываемых событий Г. Вейль вспоминал: «В своих исследованиях по общей теории относительности Гильберт соединил теорию гравитации Эйнштейна с программой единой теории поля Г. Ми. Более трезвый подход Эйнштейна, не связанный с весьма спекулятивной программой Ми, оказался полезнее. Работа Гильберта может рассматриваться как предвестник единой теории гравитации и электромагнетизма» [87]. Подход и замысел Гильберта пользовался популярностью: «В то время в кружке Гильберта царило очень радужное настроение; мечта о некотором универсальном законе, управляющем как космосом в целом, так и всеми атомными ядрами, казалась почти воплощенной» [87]. Однако сбыться таким надеждам было не суждено. Только глубокое физическое мышление Эйнштейна создало теорию, ставшую живой основой всей физики нашего времени, хотя с начала 20-х годов сам Эйнштейн вступил на путь единой теории поля, открытый Гильбертом, но не увенчавшийся успехом *).

Уже после того, как наша статья была сдана в редакцию, появилось сообщение о том, что в архиве Эйнштейна в Принстоне сохранились письма Эйнштейна и Гильберта, датированные ноябрем 1915 г. [89]. Эти письма заполняют важный пробел в нашем рассказе.

Оказалось, что в ноябре 1915 г. оба теоретика работали в тесной связи друг с другом: они обменивались письмами и текстами своих работ, и каждый из них знал, что делает другой. Эта переписка является прекрасным дополнением к докладам Эйнштейна в Берлине и Гильберта в Гёттингене.

ЭПИЛОГ

От смутных, хотя и гениальных по своей сути предвосхищений Лобачевского, Римана и Клиффорда о связи пространства с материей до последовательной математически развитой теории, основанной на эксперименте, расстояние весьма значительное. Чтобы пророческие высказывания вели-

*) Вклад Гильберта в общую теорию относительности обсуждается также в интересной работе [86].

ких геометров обрели реальное физическое содержание, потребовались десятилетия развития физики, приведшие к понятию поля и расширению классического принципа относительности.

«Зародыш» новой теории возник в 1907 г. в попытке понять влияние гравитационного поля на распространение света и включить поле тяжести в общую схему специальной теории относительности. Идея «падающего лифта» изменила направление развития теории от сравнительно частного вопроса к фундаментальному принципу.

Если пытаться найти Эйнштейну историческую параллель, то в памяти возникает образ великого фантаста и великого естествоиспытателя Кеплера. Исступленно работая над теорией Марса, он представлял себе научное исследование как военное сражение, в котором природа устраивает засады. В своих трудах он так и описывал свои достижения как победу на ратном поле. Войну эту он представлял себе как один из эпизодов в завоевании природы, в познании того, что он называл гармонией мира. Путь смелого фантаста в физике не раз приводил к победе.

Эйнштейн «завоевывал» уравнения тяготения в не менее тяжелых битвах. И для него мечта о «гармонии мира» была неиссякаемым источником энергии. Только о своих победах он писал в строгом стиле, принятом в нашем веке.

Уравнения Эйнштейна легли в основу большой науки. Уже через два года Эйнштейн утверждает всеобщность нового закона всемирного тяготения. В своей работе «Вопросы космологии и общая теория относительности» он дерзнул охватить одним уравнением всю Вселенную. Но это уже другая тема.

Институт истории естествознания
и техники АН СССР
Институт атомной энергии
им. И. В. Курчатова

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Лобачевский Н. И. Новые начала геометрии с полной теорией параллельных: (Вступление к сочинению). — В кн. Об основаниях геометрии — М.: Гостехиздат, 1956.— С. 64.
2. Риман Б. О гипотезах, лежащих в основании геометрии.— Ibid.— С. 324.
3. Clifford W. K. On the Space-theory of Matter.— Proc. Cambr. Phil. Soc. 1870, v. 21, Feb.— In: Clifford W. K. Mathematical Papers.— N.Y. Chelsea, 1882. P. 21. — Цитир. в переводе И. Б. Погребысского по его книге: От Лагранжа к к Эйнштейну.— М.: Наука, 1966.— С. 260. Ср. также [92].
4. Laplace P. S. Allgemeine geographische Ephemeriden, verfasst von einer Gesellschaft Gelehrter.— Weimar, 1799.— Bd. IV.— Цитир. по кн.: Хокинг С., Эллис Дж. Крупномасштабная структура пространства-времени.— М.: Мир, 1977.— С. 406.
5. Zenneck J. Gravitation.— In: Encyclopädie der mathematischen Wissenchaften.— Leipzig, 1903.— Bd. 5, Tl. 1.
6. Эйнштейн А. Оценка работ Симона Ньюкома.— В Собрании научных трудов. Т. 4.— М.: Наука, 1967.— С. 112.
7. Neumann C. Ueber die Kräften elektrodynamischer Ursprungs zuzuschreibenden Elementargesetze.— Abhandlungen math. Kl. Königl. Sächsischen Gesellschaft Wissenschaft (Leipzig), **1873**, Bd. 10, S. 417—524.— Цитир. по кандидатской диссертации: Кучмент М. М. Основные этапы формирования ньютоновской космологии.— М.: ИИЕ и Т АН СССР, 1972.
8. Эйнштейн А. О принципе относительности и его следствиях.— В Собрании научных трудов. Т. 1.— М.: Наука, 1965 (в дальнейшем — Труды, I).— С. 106.
9. Эйнштейн А. О влиянии силы тяжести на распространение света.— Труды, I.— С. 165.
10. Эйнштейн А. К современному состоянию проблемы тяготения.— Труды. I.— С. 273.
11. Эйнштейн А. Скорость света и статическое гравитационное поле.— Труды, I.— С. 189.

12. Эйнштейн А. К теории статического гравитационного поля.— Труды, I.— С. 202.
13. Из переписки Зоммерфельда с Эйнштейном.— В кн.: Зоммерфельд А. Пути познания в физике.— М.: Наука, 1973.— С. 191—192.
14. Эйнштейн А., Гроссман М. Проект обобщенной теории относительности и теории тяготения.— Труды, I.— С. 227.
15. Цитир. по кн.: Зелиг К. Альберт Эйнштейн.— М.: Атомиздат, 1964.— С. 120.
16. Цитир. по статье: Хёнль Г. К истории принципа Маха.— В кн. Эйнштейновский сборник. 1966.— М.: Наука, 1968.— С. 262.
17. Nordström G. Zur Theorie der Gravitation vom Standpunkt des Relativitätsprinzip.— Ann. d. Phys., 1913, Bd. 42, S. 533.
18. Эйнштейн А. Некоторые замечания о возникновении общей теории относительности.— В Собрании научных трудов. Т. 2.— М.: Наука, 1966.— С. 405—406.
19. Эйнштейн А. Существует ли гравитационное воздействие, аналогичное электродинамической индукции? — Труды, I.— С. 223.
20. Эйнштейн А. Относительность и гравитация. Ответ на замечание М. Абрагама.— Труды, I.— С. 217.
21. Эйнштейн А.— Ibid.— С. 221.
22. Эйнштейн А. Принцип относительности и его следствия в современной физике.— Труды, I.— С. 161.
23. Эйнштейн А. Теория относительности.— Труды, I.— С. 186.
24. Эйнштейн А.— См.[11], с. 190.
25. Планк М. Принцип относительности и основные уравнения механики.— В Избранных трудах.— М.: Наука, 1975,— С. 445.
26. Паули В. Теория относительности.— М.— Л.: Гостехиздат, 1947.
27. Hoffmann B. Einstein and Tensors.— Tensor, 1972, v. 26, p. 157.
28. Эйнштейн А.— См.[12], с. 216.
29. Эйнштейн А.— См.[20], с. 220.
30. Эйнштейн А.— См.[19], с. 225.
31. Цитир. по статье: Холтон Дж. Эйнштейн о физической реальности.— В кн. Эйнштейновский сборник. 1969—1970.— М.: Наука, 1970.— С. 212.
32. Френкель В. Я. Пауль Эренфест.— М.: Атомиздат, 1977.
33. Эренфест П. Равномерное вращательное движение твердых тел и теория относительности.— В кн.: Эренфест П. Относительность, кванты, статистика. — М.: Наука, 1972.— С. 37.
34. Эйнштейн А. К парадоксу Эренфеста.— Труды, I.— С. 187.
35. Эренфест — Иоффе. Научная переписка, 1907—1933 гг.— Л.: Наука, 1973.— С. 81.
36. Pyenson L. R. Einstein's Early Scientific Collaboration.— Hist. Studies in the Phys. Sciences, 1976, v. 7, p. 83.
37. Frank Ph. Einstein, his Life and Times.— N.Y.: Knopf, 1947.
38. Teske H. Z. Einsteinovy Prazske korrespondence.— Acta historiae rerum naturalium necnon technicarum (Praha), 1962, v. 7, p. 228.
39. Illy J. Albert Einstein in Prague (неопубликованная статья).
40. Herneck F. Die Beziehungen zwischen Einstein und Mach.— Wiss. Zs. Friedrich-Schiller-Universität (Jena), 1966, Jg. 15, S. 1.
41. Кудрявцев П. С. История физики. Т. 3.— М.: Просвещение, 1971.— С. 82—83.
42. Дикке Р. Теория гравитации и наблюдения.— Цитир. в [31] сб.— С. 115.
43. Эйнштейн А.— См.[14], с. 248.
44. Эйнштейн А.— См.[14], с. 232.
45. Kottler F. Ueber die Raumzeitlinien der Minkowskischen Welt.— Wien. Ber., Abt. IIA, 1912, Bd. 121, S. 1659.
46. Bateman H. The Transformations of the Electrodynamical Equations.— Proc. London Math. Soc. Ser. 2, 1910, v. 8, p. 223.
47. Эйнштейн А., Гроссман М.— См.[14], с. 262.
48. Эйнштейн А., Гроссман М.— См.[14], с. 265.
49. Паули В.— См.[26], с.233.
50. Herneck F.— См.[40], s. 8.
51. Эйнштейн А. Физические основы теории тяготения.— Труды, I.— С. 272.
52. Эйнштейн А.— См.[10], с. 293.
53. Эйнштейн А., Гроссман М.— См.[14], с. 243.
54. Эйнштейн А., Фоккер А. Теория гравитации Нордстема с точки зрения абсолютного дифференциального исчисления.— Труды, I.— С. 305.
55. Эйнштейн А., Фоккер А.— Ibid.— С. 312.
56. Переписка А. Эйнштейна и М. Бессо.— В кн. Эйнштейновский сборник. 1974.— М.: Наука, 1976.— С. 40.

57. Эйнштейн А., Гроссман М. Ковариантные свойства уравнений поля в теории тяготения, основанной на общей теории относительности.— Труды, I.— С. 399.
58. Эйнштейн А. Формальные основы общей теории относительности.— Труды, I.— С. 326.
59. Эйнштейн А., Гроссман М.— См.[57], с. 400.
60. Эйнштейн А., Гроссман М.— См.[57], с. 402.
61. Abraham M. Die neuere Gravitationstheorien.— Jahrb. Radioakt. und Elektron, **1914**, Bd. 11, S. 514.
62. Abraham M.— Ibid., S. 517.
63. Abraham M.— Ibid., S. 520.
64. Эйнштейн А., де Гааз В. Экспериментальное доказательство существования молекулярных токов Ампера.— В Собрании научных трудов. Т. 3.— М.: Наука, 1967.— С. 363.
65. Переписка А. Эйнштейна и М. Бессо.— См.[56], с. 44.
66. Паули В.— См.[26], с. 224.
67. Эйнштейн А. Объяснение движения перигелия Меркурия в общей теории относительности.— Труды, I.— С. 439.
68. Эйнштейн А. К общей теории относительности.— Труды, I.— С. 425.
69. Эйнштейн А. К общей теории относительности. Дополнение.— Труды. I.— С. 435.
70. Эйнштейн А. Уравнения гравитационного поля.— Труды, I.— С. 448.
71. Эйнштейн А.— Ibid.— С. 450.
72. Из переписки Зоммерфельда с Эйнштейном.— См.[13], с. 193.
73. Freundlich E. Ueber die Erklärung der Anomalien im Planetensystem durch die Gravitationswirkung interplanetarer Massen.— Astron. Nachr., **1915**, Bd. 201, S. 49.
74. Эйнштейн А.— См.[68], с. 430.
75. Эйнштейн А.— См.[67], с. 440.
76. Эйнштейн А. Основы общей теории относительности.— Труды, I.— С. 452.
77. Гильберт Д. Основания физики.— В кн. Вариационные принципы механики.— М.: Физматгиз, 1959.— С. 589.
78. Гильберт Д. Математические проблемы.— В кн. Проблемы Гильберта.— М.: Наука, 1969,— С. 34—35.
79. Клейн Ф. Сравнительное обозрение новейших геометрических исследований: («Эрлангенская программа»).— В кн. Об основаниях геометрии.— М.: Гостехиздат, 1956.— С. 399.
80. Эйнштейн А. Принцип Гамильтона и общая теория относительности.— Труды, I.— С. 524.
81. Гильберт Д.— См.[77], с. 596.
82. Нётер Э. Инвариантные вариационные задачи.— Цитир. в [77] сб.— С. 611.
83. Визгин В. П. Развитие взаимосвязи принципов инвариантности с законами сохранения в классической физике.— М.: Наука, 1972.
84. Гильберт Д.— См.[77], с. 597.
85. Klein F. Gesammelte mathematische Abhandlungen. Bd. 1,— Berlin: Springer, 1921.— S. 568.
86. Паули В.— См.[26], с. 211.
87. Вейль Г. Давид Гильберт и его математические труды.— В кн.: Рид К. Гильберт.— М.: Наука, 1977.— С. 359.
88. Mehra J. Einstein, Hilbert and the Theory of Gravitation.— Dordrecht; Boston: 1974.
89. Earman J., Glymour C. Einstein and Hilbert: Two Months in the History of General Relativity.— Arch. Hist. and Exact. Sci., **1978**, v. 19, p. 291.
90. Michell J.—Phil. Trans. Roy. Soc. London 1784, v. 34, pt. I, p. 35.
91. Cavendish H. Scientific Papers. V. II.—Cambridge: 1921.—P. 437.
92. Альберт Эйнштейн и теория гравитации.—М: Мир. 1979.