

533.9

**НИЗКОТЕМПЕРАТУРНАЯ ПЛАЗМА С НЕРАВНОВЕСНОЙ
ИОНИЗАЦИЕЙ*****Л. М. Биберман, В. С. Воробьев, И. Т. Якубов*****СОДЕРЖАНИЕ**

1. Введение	233
2. Условия возникновения неравновесной ионизации	235
а) Критерий отрыва температуры электронов (235). б) Критерии равновесного распределения по возбужденным состояниям и равновесной ионизации (238). в) Критерий нарушения максвелловского распределения (243).	
3. Плазма с неравновесной степенью ионизации	245
а) Населенность возбужденных состояний (245). б) О распределении электронов по энергиям (252). в) Неравновесная степень ионизации (254).	
4. Релаксирующая неравновесная плазма	257
а) Время квазистационарности возбужденных состояний (258). б) Релаксация температуры электронов и ионизационная релаксация (259). в) Излучение в спектральных линиях (262).	
5. Влияние на степень ионизации и населенности уровней столкновений тяжелых частиц	263
а) Некоторые критерии (263). б) Влияние перезарядки ионов (264). в) Роль конверсии, ассоциативной ионизации и диссоциативной рекомбинации (265). г) Пеннинговская ионизация (267).	
6. Заключение	268
Цитированная литература	269

1. ВВЕДЕНИЕ

Состояние равновесной плазмы полностью характеризуется термодинамическими параметрами, например, температурой и давлением. Ее состав, скорости частиц, населенность возбужденных уровней определяются простыми термодинамическими соотношениями — уравнением Саха, функциями распределения Максвелла и Больцмана. Однако в реальных условиях полное термодинамическое равновесие достигается крайне редко. Среди причин, нарушающих равновесие, можно указать на внешние поля, выход излучения, градиенты физических величин, конечную скорость физических и химических процессов. С другой стороны, столкновительные процессы, приводящие к перераспределению энергий и импульсов частиц, восстанавливают равновесие. В результате устанавливаются некоторые компромиссные состояния: неравновесные в целом и, возможно, равновесные по отдельным степеням свободы. Такие состояния уже невозможно описать с помощью одной температуры. Так, простейшее неравновесное состояние плазмы, так называемая двухтемпературная плазма, характеризуется температурой электронов и температурой тяжелых частиц. При этом степень ионизации, распределение возбужденных атомов по энергиям и распределение электронов по скоростям определяются электронной температурой. Однако неравновесность часто приводит к более сложному виду функций распределения и уравнения для степени

ионизации, которые вообще невозможно характеризовать какой-либо температурой. Нарушение ионизационного равновесия наиболее существенно сказывается на различных макроскопических характеристиках плазмы. Поэтому такую плазму называют плазмой с неравновесной ионизацией.

В литературе большое внимание уделялось получению простых критериев, позволяющих установить, находится плазма в равновесии или нет¹⁻². Однако за последнее время достигнут заметный прогресс в изучении собственно неравновесных состояний плазмы. С одной стороны, это связано с тем, что плазма с неравновесной ионизацией реализуется в большом числе плазменных установок и устройств. С другой стороны, в неравновесной плазме возникает ряд явлений, имеющих общезначительный интерес.

Рассмотрим, например, ситуации, которые возникают при воздействии на первоначально равновесную плазму внешнего электрического поля. При наложении поля электронный газ быстро нагревается, в то время как степень ионизации обычно отстает от значений, соответствующих растущей электронной температуре. Больцмановское распределение и, возможно, максвелловское при этом также не реализуются. В конечном итоге плазма в зависимости от условий выхода излучения и отвода заряженных частиц из объема может оказаться в различных состояниях. Если выход излучения и отвод заряженных частиц слабые, то возникает двухтемпературная плазма. Если же один из указанных факторов достаточно мощный, то возникает стационарная «недоионизованная» плазма, в которой могут отсутствовать все три распределения — Саха, Больцмана, Максвелла.

При распаде электрического поля возникает другая группа неравновесных состояний. При этом степень ионизации уменьшается медленнее, чем быстро убывающей температуры. Возникает рекомбинирующая плазма. Остывая, такая плазма постепенно превращается в неионизованный газ.

Следует подчеркнуть, что отклонения от равновесного распределения по различным степеням свободы, вообще говоря, взаимосвязаны. В силу этого наличие фактора, вызывающего отклонение от равновесия по одной степени свободы, косвенно может вызвать и отклонение по другой. Так, например, выход линейчатого излучения из плазмы может быть причиной не только неравновесного распределения по возбужденным состояниям, но и неравновесной степени ионизации и нарушения распределения Максвелла.

Последовательное описание неравновесной плазмы требует привлечения методов физической кинетики и в общем случае достаточно сложно. В значительной мере трудности связаны с многоуровневой энергетической структурой атомов. Фактически в неравновесной плазме имеются десятки взаимно превращающихся нейтральных компонент, отличающихся энергией ионизации, сечениями различных процессов и другими физическими характеристиками. То же, хотя и в меньшей мере, относится к ионам. В такой ситуации чрезвычайно важно исследовать наиболее характерные виды неравновесности, выявить те состояния, которые найдутся в частичном равновесии, и т. д. Такое исследование резко упрощает описание плазмы, понимание и интерпретацию протекающих в ней процессов.

Настоящий обзор посвящен изучению низкотемпературной преимущественно атомарной плазмы с неравновесной ионизацией, хотя в отдельных случаях учитываются и молекулярные компоненты. Рассмотрены плазмы самого различного состава, охвачен диапазон концентрации зарядов от 10^{10} до 10^{17} см⁻³, температур от 10^3 до 10^5 °К, характерных размеров

от долей сантиметров до нескольких метров. Именно эти условия представляют интерес при разработке устройств, использующих низкотемпературную плазму.

Рассмотренный круг явлений, естественно, не исчерпывает всех важных и интересных вопросов, возникающих в неравновесной низкотемпературной плазме. Изложение ряда из них можно найти в обзорах и монографиях³⁻⁷.

2. УСЛОВИЯ ВОЗНИКНОВЕНИЯ НЕРАВНОВЕСНОЙ ИОНИЗАЦИИ

Как правило, всякое исследование состояния плазмы начинается с вопросов: равна ли температура электронов температуре тяжелых частиц, каково распределение атомов по возбужденным состояниям и какова степень ионизации, реализуется ли максвелловское распределение электронов. Ответы на эти вопросы дают определенное представление о состоянии плазмы и, кроме того, позволяют выбрать правильный путь для дальнейшего определения ее свойств. Поэтому в литературе большое внимание уделялось получению неравенств — критериев, позволяющих установить тот или иной вид неравновесности. Весьма часто плазма может быть пространственно неоднородной. Тогда вводят локальные критерии, определяющие условия, при которых то или иное распределение оказывается равновесным по отношению к локальным значениям термодинамических параметров. Очевидно, что локальные критерии равновесия могут удовлетворяться в одной части объема плазмы и не удовлетворяться в другой. В литературе наиболее известны критерии, определяющие реализацию больцмановского распределения атомов по состояниям возбуждения в зависимости от локального значения температуры электронов. Менее известны другие критерии, хотя их роль часто весьма важна. Ниже обсуждаются различные критерии локального термодинамического равновесия.

а) К р и т е р и й о т р ы в а т е м п е р а т у р ы э л е к т р о н о в

Разогрев электронного газа во внешних электрических полях связан с малой эффективностью обмена энергии между электронами и тяжелыми частицами. При каждом упругом соударении передается доля энергии, равная удвоенному отношению масс $\delta = 2m/M$. Это приводит к тому, что температура электронов T_e становится выше температуры тяжелых частиц.

На рис. 1 представлены экспериментальные данные⁸, демонстрирующие отрыв T_e от температуры газа T в плазме дугового разряда при атмосферном давлении. В иных условиях возможен перегрев тяжелых частиц $T > T_e$. Он реализуется, например, за фронтом сильных ударных волн, где газ нагревается по мере прохождения фронта, и лишь затем развивается ионизация с одновременным нагревом появляющихся электронов.

В атомарном газе во внешнем электрическом поле благодаря малости δ отрыв T_e происходит при сравнительно невысокой напряженности

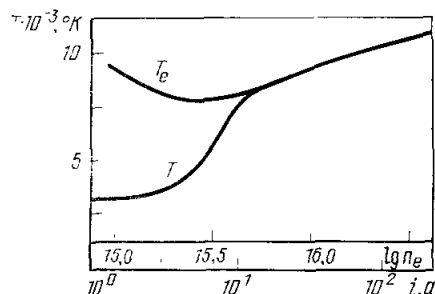


Рис. 1. Зависимость температур T_e и T от силы тока i (концентрации электронов n_e) в плазме дугового разряда в Ag с 5% примеси H_2 ⁸.

поля \mathcal{E} . Оценим необходимую величину \mathcal{E} , исходя из баланса энергии электронов. В простейшем случае джоулев нагрев $\sigma \mathcal{E}^2$ (σ — проводимость плазмы) компенсируется потерями при упругих столкновениях:

$$\sigma \mathcal{E}^2 = \delta n_e \nu (T_e - T) \quad \sigma = \frac{e^2 n_e}{m \nu}; \quad (2.1)$$

ν — частота упругих столкновений. В слабоионизованной плазме $\nu = n_a \sigma_{ea} v$, n_a — концентрация атомов, σ_{ea} — упругое сечение столкновения электрон — атом, v — средняя скорость электрона. Тогда

$$\frac{T_e - T}{T} = \left(\frac{\mathcal{E}}{n_a} \frac{e}{\sigma_{ea} T \sqrt{\delta}} \right)^2. \quad (2.2)$$

В холодном водороде ($T = 300$ °K) небольшой отрыв $(T_e - T)/T \approx 0,1$ возникает уже при $\mathcal{E}/n_a \approx 3 \cdot 10^{-19}$ в·см². С возрастанием степени ионизации приходится учитывать и электрон-ионные столкновения. Сечение этого процесса

$$\sigma_{ei} = 2\pi \frac{e^4}{T^2} \lambda,$$

где λ — «кулоновский» логарифм. Это сечение оказывается довольно большим (например, при $T = 3000$ °K, $\sigma_{ei} = 3 \cdot 10^{-11}$ см²), так что электронно-ионные столкновения вносят заметный вклад в баланс энергии электронного газа даже при сравнительно малых степенях ионизации $\sim 10^{-4} - 10^{-3}$.

Роль неупругих столкновений можно учесть, оценивая энергию, излучаемую плазмой, и энергию, которую уносят заряженные частицы, диффундирующие к границам плазмы.

Потери на излучение определяются радиационными переходами между различными состояниями,

$$S_R = \sum_{k, n} n_k A_{kn}^* (E_k - E_n); \quad (2.3)$$

здесь n_k — населенность k -го уровня, A_{kn}^* — эффективная вероятность радиационного перехода $k \rightarrow n$, $(E_k - E_n)$ — энергия излучаемого кванта. Оценивая S_R сверху, можно n_k заменить n_k^0 — Больцмановской населенностью при T_e .

Поясним смысл слов «эффективная вероятность радиационного перехода». Если вместо A_{kn}^* записать A_{kn} , где A_{kn} — вероятность спонтанного перехода, то будут учтены лишь радиационные переходы $k \rightarrow n$ (приближение тонкого слоя). В реальных условиях в результате поглощения излучения, испущенного соседними объемами, возможны также радиационные переходы $n \rightarrow k$. Этот процесс может частично или даже почти полностью компенсировать влияние спонтанного испускания. Теория радиационного переноса возбуждения учитывает этот эффект введением величины Θ_{kn} — вероятности вылета фотона за пределы объема плазмы⁹⁻¹¹. В результате $A_{kn}^* = A_{kn} \Theta_{kn}$. Для Θ_{kn} имеются простые, но достаточно точные выражения:

$$\frac{1}{\Theta} = 4k_0 R \sqrt{\pi \ln(k_0 R)} \text{ — доплеровская линия,}$$

$$\frac{1}{\Theta} = 3 \sqrt{\pi k_0 R} \text{ — дисперсионная линия;}$$

здесь $k_0 R$ — оптическая плотность для середины линии, коэффициент поглощения k_0 зависит от характера уширения линии, R — линейный размер плазмы.

Оценим радиационные потери плазмы инертного газа с малой присадкой легко ионизируемого щелочного металла. Инертный газ обуславливает упругие потери $S_{el} = \delta n_e v (T_e - T)$ и уширяет линии атома металла, определяя Θ_{kn} . Пары щелочного металла дают электроны и излучают главным образом в своем дублете. Поэтому, вычисляя S_R , можно ограничиться лишь одним слагаемым в (2.3), равным $n_2^0 A_{21}^* (E_1 - E_2)$, где E_2 — энергия связи первого возбужденного уровня, $k = 2$. Тогда основная зависимость величины $\Delta_R = S_R/S_{el}$ от T_e определяется следующим выражением:

$$\Delta_R \sim \frac{n_2^0 (E_1 - E_2)}{n_e^0 (T_e - T)} \sim e^{(2E_2 - E_1)/2T_e} \frac{E_1 - E_2}{T_e - T}.$$

Поскольку для щелочных металлов $2E_2 - E_1 > 0$, то при больших T_e радиационные потери всегда несущественны. Численный расчет показывает, что при давлении аргона $p = 1$ атм, температуре $T = 2000^\circ \text{K}$, доле присадки калия 10^{-3} характерное значение T_e , при котором $\Delta_R = 1$, составляет $\sim 3000^\circ \text{K}$, если $R = 10$ см¹².

При значительных отклонениях от равновесия вычисление потерь энергии на неупругие процессы (куда входят и радиационные потери S_R) представляет собой более сложную задачу. Она тесно связывает неравновесные значения T_e с распределениями атомов по возбужденным состояниям, которые будут рассмотрены в гл. 3.

Грубую оценку потерь энергии, обусловленных диффузией заряженных частиц плазмы к границам, можно выполнить, введя характерное время диффузии. Тогда

$$S_D = E_1 \frac{n_e}{\tau_D},$$

где E_1 — энергия ионизации, $\tau_D = R^2/gD$, D — коэффициент амбиполярной диффузии, g — численный коэффициент, зависящий от конфигураций плазменного объема.

Экспериментальное исследование неупругих потерь энергии, связанных с выходом излучения и амбиполярной диффузией, было выполнено в работах ^{13,14}. Было показано, что имеется такой диапазон параметров, когда этими потерями можно пренебречь, но он существенно ограничен.

В плазме, содержащей молекулярную компоненту, могут быть весьма большими неупругие потери, поскольку пороги возбуждения вращений и колебаний невелики. Если колебательная и вращательная температуры T_v и T_r близки к температуре газа T , то в критерии отрыва температуры электронов можно учесть эти потери введением дэфф. Значения дэфф могут во много раз превосходить значения $\delta = 2m/M$. Приведем некоторые простые формулы, справедливые и при $T_v, T_r \neq T$.

В плазме с гомоядерными молекулами, например в азоте, существенными являются потери на возбуждение колебаний S_v ¹⁵

$$S_v = \hbar \omega n_m P_{01} (e^{\hbar \omega / T_v} - e^{\hbar \omega / T_e}) e^{-\hbar \omega / T_e} [e^{\hbar \omega / T_v} - 1]^{-1},$$

где $\hbar \omega$ — колебательный квант, P_{01} — скорость возбуждения. Обычно $P_{01} = (10^{-10} - 10^{-9})$ см³/сек. Электроны могут находиться в равновесии с колебаниями молекул. Запишем критерий отрыва T_e , аналогичный критерию (2.2):

$$\frac{T_e - T_v}{T_v} = \left(\frac{\mathcal{E}}{n_a} \frac{e}{\sigma_{ea} T_v} \right)^2 \frac{\sigma_{ea} \sqrt{T_v/M}}{P_{01}} - \frac{T_v}{\hbar \omega} \frac{n_a}{n_m} (e^{\hbar \omega / T_v} - 1). \quad (2.4)$$

Даже если $n_a \gg n_m$, т. е. молекулы составляют лишь малую долю частиц, необходимые для отрыва T_e величины \mathcal{E}/n_a существенно возрастают.

В среде полярных молекул преобладают потери на возбуждение вращений,

$$S_r = \hbar \omega_r n_e n_m \frac{4\pi}{3} \left(\frac{ed}{h} \right)^2 \sqrt{\frac{m}{T_e}} \ln \left(\frac{T_e}{\hbar \omega_r} \right) (T_e - T_r); \quad (2.5)$$

здесь $\hbar\omega_r$ — вращательный квант, d — дипольный момент молекулы. Для создания заметного отрыва энергии электронов $T_e = 2T_r$ в парах воды необходимо весьма высокое значение $\mathcal{E}/n_a = 3 \cdot 10^{-16}$ в.см².

**б) К р и т е р и и р а в н о в е с н о г о р а с п р е д е л е н и я
п о в о з б у ж д е н н ы м с о с т о я н и я м и р а в н о в е с н о й
и о н и з а ц и и**

Генерация заряженных частиц внешним ионизирующим облучением или их уход из объема плазмы непосредственно влияют на степень ионизации и косвенно на распределение по возбужденным состояниям. Выход линейчатого излучения влияет на населенность возбужденных состояний и косвенно на степень ионизации. Взаимосвязь объясняется тем, что в широком диапазоне условий основным поставщиком электронов являются возбужденные атомы (энергия ионизации уменьшается по мере приближения к границе дискретного спектра, сечение, наоборот, возрастает.) Соответственно рекомбинация происходит в основном на возбужденные состояния.

Критерии равновесия легко получить, используя упрощенную кинетическую модель, в которой учитываются только переходы между соседними уровнями, — так называемое одноквантовое приближение. При этом следует учесть, что когда заряженные частицы генерируются в объеме плазмы внешним облучением или уходят из объема, то процессы ионизации и рекомбинации не компенсируют друг друга. Тем самым в энергетическом пространстве атома появляется поток. Если, например, заряды диффундируют к границам плазмы и там нейтрализуются, то в объеме плазмы ионизация преобладает над рекомбинацией. Поток j направлен от основного состояния к континууму.

В рамках одноквантового приближения для стационарного состояния можно записать:

$$j = n_k w_{k, k+1} - n_{k+1} (w_{k+1, k} + A_{k+1, k}^*), \quad (2.6)$$

где $w_{k, k+1}$ и $w_{k+1, k}$ — вероятности столкновительных переходов $k \rightleftharpoons k+1$, а n_k и n_{k+1} — населенности уровней. Отклонение от равновесия удобно рассматривать, вводя относительные населенности $y_k = n_k/n_k^0$, где n_k^0 — равновесная населенность уровня k . Тогда с учетом связи $w_{k, k+1}$ и $w_{k+1, k}$, вытекающей из детального равновесия, получим

$$y_k - y_{k+1} \left(1 + \frac{A_{k+1, k}^*}{w_{k+1, k}} \right) = \frac{j}{n_k^0 w_{k, k+1}}. \quad (2.7)$$

Предположим, что выход излучения является единственной причиной нарушения равновесия. Тогда, если пренебречь внешними источниками возбужденных атомов, например диффузией возбужденных атомов к границам плазмы*), то между любой парой уровней поток $j = 0$. Тогда из (2.7) элементарно следует критерий относительного равновесия двух соседних уровней ($y_k = y_{k+1}$)

$$\frac{A_{k+1, k}^*}{w_{k+1, k}} \ll 1. \quad (2.8)$$

Вероятности радиационных переходов довольно быстро уменьшаются по мере приближения к границе дискретного спектра, в то время как

*) Как правило, влияние этого процесса незначительно и проявляется лишь в непосредственной близости от границ. Соответствующий критерий легко получить, сравнивая характерные времена диффузии и девозбуждения электронными ударами. Эти вопросы рассмотрены в разделе а) гл. 2.

вероятности ударных процессов растут (сила осциллятора $\sim k^{-3}$, $w \sim k^4$). Поэтому даже при малых концентрациях электронов всегда есть группа верхних уровней, которые находятся в относительном равновесии между собой и одновременно с континуумом. С ростом n_e область равновесного распределения смещается вниз, в сторону основного состояния. Если у данного атома имеется уровень, близкий к основному, то равновесие их населенностей может иметь место при относительно малых n_e . Таким образом, критерий (2.8) приходится записывать лишь для нескольких уровней, разделенных наибольшими энергетическими интервалами.

Грим¹ рассмотрел влияние выхода излучения на распределение по возбужденным состояниям в водородной плазме. Предполагалось, что объем, заполненный плазмой, оптически тонок и что электроны распределены по Максвеллу. Для сечений столкновительных переходов использовалось приближение Бете — Борна. В результате Грим получил тот же критерий (2.8), но в виде неравенства, выполнение которого обеспечивает равновесие k -го состояния с вышележащими с погрешностью, меньшей 10%:

$$n_e \geq 7,4 \cdot 10^{18} \frac{1}{k^{17/2}} \sqrt{\frac{T_e}{\text{Ry}}} \text{ (с.м}^{-3}\text{)}. \quad (2.9)$$

Результаты расчета n_e по формуле (2.9) в зависимости от T_e представлены на рис. 2. Там же представлены аналогичные результаты Дравина², который использовал несколько иные сечения.

Критерий (2.8) и его модификация (2.9) получены в одноквантовом приближении. При строгом подходе следовало бы учесть все возможные переходы. Такой путь приводит к системе уравнений, связывающей населенности всей совокупности энергетических уровней атома. Численное решение такой системы при заданных значениях концентрации электронов дает населенности возбужденных состояний, что позволяет выделить уровни, находящиеся в относительном равновесии. На рис. 2 показаны полученные таким путем значения n_e , обеспечивающие с точностью до 10% относительное равновесие группы уровней, расположенных выше заданного. Отличие от результатов Грима и Дравина заметное.

Критерий (2.8) может быть уточнен, если воспользоваться модифицированным диффузионным приближением (МДП)¹⁶. В рамках МДП движение связанного электрона по возбужденным состояниям рассматривается как диффузия в дискретном энергетическом пространстве. При этом учитывается, что среди различных w_{kn} преобладают вероятности одноквантовых переходов $w_{k, k+1}$. В соответствии с этим вводятся эффективные вероятности переходов $z_{k, k \pm 1}$, которые точно учитывают $w_{k, k \pm 1}$ и приближенно $w_{k, k \pm 2}$, $w_{k, k \pm 3}$ и т. д. Для величин $z_{k, k+1}$ имеются следующие выражения:

$$z_{k, k+1} = n_e \frac{4 \sqrt{2\pi} e^4 \Lambda_k E_k}{(E_k - E_{k+1})(E_{k-1} - E_{k+1}) \sqrt{m T_e}} \exp \left(-\frac{E_k - E_{k+1}}{T_e} \right). \quad (2.10)$$

В частном случае $k = 1$

$$z_{12} = n_e \frac{4 \sqrt{2\pi} e^4 \Lambda_1}{(E_1 - E_2) \sqrt{m T_e}} \exp \left(-\frac{E_1 - E_2}{T_e} \right). \quad (2.11)$$

Величины Λ_k учитывают особенности структуры различных атомов. Для них имеется универсальная зависимость, представленная на рис. 3. Эффек-

тивные вероятности прямых и встречных процессов связаны соотношением

$$n_k^0 z_{k, k+1} = n_{k+1}^0 z_{k+1, k}.$$

Если в (2.8) использовать эффективные вероятности переходов и определить критериальные значения n_e , то согласие с результатами численного решения уравнений баланса улучшается (см. рис. 2).

Кривые на рис. 2 построены для оптической тонкой плазмы $A_{kn}^* = A_{kn}$. Реабсорбция приближает плазму к равновесию. Наиболее жесткий критерий, соответствующий равновесию с основным состоянием, смягчается в меру величины Θ_{21} , которая может быть весьма мала. Однако

величина этого фактора зависит от координат. Вблизи границы множитель Θ может мало отличаться от единицы. В центральных частях достаточно протяженного объема Θ может быть много меньше единицы. В этом случае центральные области плазмы близки к равновесию даже при относительно малой эффективности столкновительных процессов.

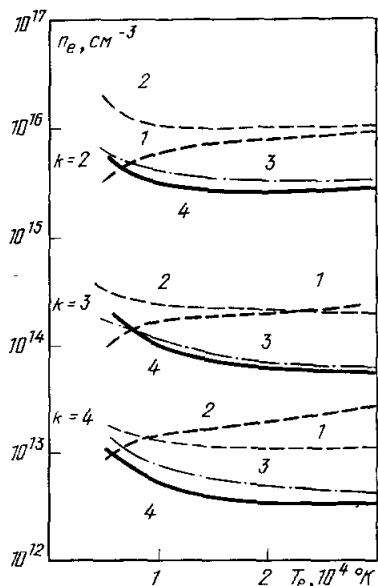


Рис. 2. Концентрация электронов, обеспечивающая равновесие с 10%-ной точностью в зависимости от T_e для различных состояний k .

1 — по Гриму¹, 2 — по Дравину², 3 — согласно критерию авторов, 4 — численный расчет.

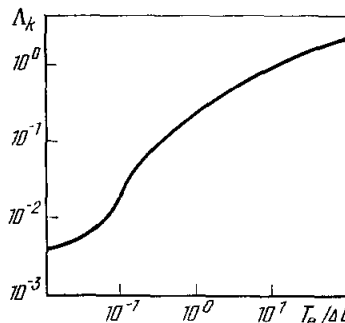


Рис. 3. Зависимость Λ_k от $T_e / \Delta E_k$ ($\Delta E_k = E_k - E_{k+1}$).

Область реализации больцмановского распределения экспериментально исследовалась в работах ^{17,18}. В плазме — инертный газ с присадкой легко ионизируемого цезия — локальное равновесие обеспечивалось концентрацией электронов $n_e \geq 10^{14} \text{ см}^{-3}$.

Обычно высвечивание уменьшает концентрацию возбужденных атомов. Качественно иная картина возникает, если в плазме имеются значительные градиенты температуры.

Излучение, которое исходит горячими областями дуги и поглощается в периферийных областях, увеличивает концентрацию возбужденных атомов. Возможны условия, при которых локальное значение концентрации возбужденных атомов будет выше равновесной. Этот вопрос был рассмотрен Лагарьковым ¹⁹. Им был введен фактор Θ , который для горячих областей имеет тот же самый смысл и значение, что и раньше, но для холодных областей может стать отрицательным. Последнее соответствует превышению концентрации над локально равновесным значением. Критерий (2.8) видоизменяется: $A_{21} | \Theta_{21} | / w_{21} \ll 1$. Конкретные выражения для обобщенных Θ имеются в работе ¹⁹.

На рис. 4 представлен радиальный ход температуры T_e и температуры заселения резонансного уровня T_3^* *) в условиях эксперимента ²⁰, где исследовалась дуга в аргоне с присадкой калия при атмосферном давлении. Для центральной области реализуется обычная ситуация — выход излучения уменьшает концентрацию возбужденных атомов (в соответствии с величиной Θ). Поэтому $T_3 < T_e$ — населенность уровня меньше больцмановской. Для периферии положение иное. Имеет место тенденция к $T_3 > T_e$.

Рассмотрим теперь влияние выхода излучения на степень ионизации. Выше отмечалось, что практически всегда имеется несколько уровней, расположенных вблизи континуума, которые находятся в относительном равновесии со свободными электронами. Электроны, находясь в равновесии с верхними возбужденными уровнями, вместе с последними могут не быть в равновесии с основным состоянием. Количественно отклонение от равновесной ионизации можно оценить, записав соотношения (2.7) для всех уровней. Полагая по-прежнему $j = 0$, получим цепочку уравнений, из которой легко следует

$$y_1 = y_e^2 \Pi_1,$$

где

$$\Pi_1 = \left(1 + \frac{A_{21}^*}{w_{21}}\right) \left(1 + \frac{A_{32}^*}{w_{32}}\right) \dots \quad (2.12)$$

В последний множитель в (2.12) входит отношение вероятностей радиационной и тройной рекомбинации, чем учитывается влияние выхода непрерывного излучения. Отметим, что этот множитель становится равным единице обычно раньше, чем аналогичные множители, характеризующие переходы между уровнями, примыкающими к континууму. Очевидно, что для равновесия ($y_1 \approx y_e^2$) необходимо, чтобы $\Pi_1 \approx 1$, или

$$\Pi_1 - 1 \ll 1, \quad (2.13)$$

т. е. тем самым $A_{21}^*/w_{21} \ll 1$, $A_{32}^*/w_{32} \ll 1$, и т. д., что соответствует (2.8). В рамках МДП $w_{k+1,k}$ следует заменить на $z_{k+1,k}$. Обычно при вычислении Π_1 приходится учитывать лишь несколько сомножителей, поскольку, как отмечалось выше, $A_{k+1,k}^*/w_{k+1,k}$ быстро убывает с ростом k . Можно установить границу между группой верхних уровней, находящихся в относительном равновесии, и остальными, которые выведены из равновесия выходом излучения. Значение энергии граничного уровня определяется выражением

$$E_r = \left(\frac{n_e}{4,5 \cdot 10^{13}}\right)^{1/4} T_e^{-1/8} \text{ (эВ)}, \quad (2.14)$$

*) Температура заселения уровня k определяется из формального соотношения $n_k/n_1 = g_k/g_1 \exp(-E_1 - E_k)/T_3$. В равновесии $T_3 = T_e$.

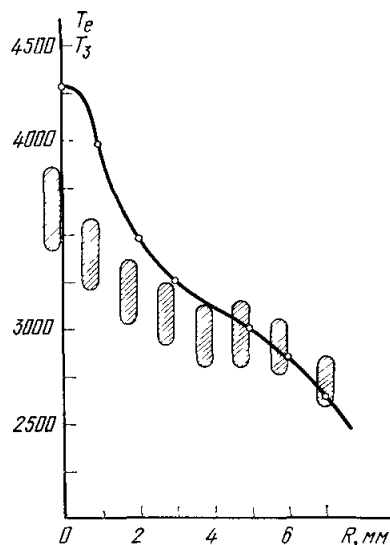


Рис. 4. Зависимость от радиуса R температуры электронов T_e (сплошная кривая) и температуры заселения резонансного уровня калия T_3^* .

Заштрихованные области указывают на экспериментальный разброс T_3^* .

которое будет получено в разделе а) гл. 3. В (2.14) E_r и T_e выражены в электрон-вольтах.

Пусть действует генерация свободных зарядов внешним облучением или уходом заряженных частиц из объема плазмы. Теперь поток $j \neq 0$. В стационарном состоянии, записав баланс заряженных частиц, получим

$$j = n_e n_1 \beta - n_e^2 \alpha, \quad (2.15)$$

где β и α — коэффициенты ударно-радиационной ионизации и рекомбинации. Подробно величины β и α рассмотрены в ¹⁶. Отметим пока лишь, что каждый из этих коэффициентов учитывает условия выхода излучения. Между собой они связаны соотношением

$$\beta \Pi_1 = \alpha K_1, \quad (2.16)$$

где K_1 — константа ионизационного равновесия, записанная относительно основного состояния, $K_1 = (n_e^0)^2 / n_1^0$. Из (2.15) и (2.16) следуют оценка степени ионизации и критерии близости к ионизационному равновесию. Результат удобно записать в двух вариантах:

$$\frac{y_1}{y_e^2} = \Pi_1 \left(1 + \frac{j}{n_e^2 \alpha} \right), \quad (2.17)$$

$$\frac{y_1}{y_e^2} = \frac{\Pi_1}{1 - (j / n_1 n_e \beta)}. \quad (2.18)$$

Поток j легко оценить. Если он обусловлен внешним облучением, то величина j определяется интенсивностью внешнего источника. Если же определяющей является диффузия зарядов, то $j \approx n_e / \tau_D$, где τ_D — характерное время диффузии, которое выражается через коэффициент амбиполярной диффузии. Тогда $j / n_e^2 \alpha = 1 / \tau_D n_e^2 \alpha$ есть отношение характерных времен рекомбинации и диффузии.

В работе ¹⁷ исследовалась дуга в аргоне с примесью цезия. Давление аргона $p \sim 0,1$ атм, $T_e \approx 3100^\circ \text{ К}$, $n_{Cs} \approx 1,6 \cdot 10^{13} \text{ см}^{-3}$, $T \approx 1000^\circ \text{ К}$. Коэффициент ионизации цезия при этих условиях $\beta \approx 2 \cdot 10^{-10} \text{ см}^3 \text{ сек}^{-1}$. Отношение характерного времени диффузии $\tau_D^{-1} \approx 6D/R^2$ ($D_a \approx 300 \text{ см}^2/\text{сек}$, $R = 0,8 \text{ см}$) к времени ионизации $1/n_{Cs} \beta \tau_D = 0,9$ указывает на существенную роль диффузии и на нарушение ионизационного равновесия в этой смеси.

Критерии близости к равновесной ионизации были использованы для определения приемлемых параметров плазмы, являющейся рабочим телом магнетогидродинамических генераторов закрытого цикла (плазма аргона с добавкой калия). На рис. 5, взятом из работы ¹², нанесены линии, выше которых формула Саха выполняется с точностью 10%. Ниже этих линий формула Саха и двухтемпературное приближение несправедливы. На отклонение от ионизационного равновесия влияют как радиационные процессы, так и уход частиц на стенку. Диффузия оказывается основным фактором неравновесности при малых давлениях, малых линейных размерах плазмы и низких температурах $T_e < 2400^\circ \text{ К}$. При более высоких температурах растет роль выхода излучения.

Внешние факторы, воздействующие на концентрацию электронов, косвенно влияют на распределение по возбужденным состояниям. Действительно, из (2.7) следует, что при $j \neq 0$ $y_k \neq y_{k+1}$ даже в отсутствие выхода излучения ($A_{k+1,k}^* \neq 0$), что вполне понятно, поскольку для пропускания потока j через энергетическое пространство атома необходима неравновесность в распределении по состояниям. Величина $n_k^0 w_{k,k+1}$, стоящая в знаменателе в правой части (2.7), существенно зависит от местоположения уровня k . С ростом k n_k^0 убывает согласно распределению Больцмана, $w_{k,k+1}$ растет сначала медленно, а затем весьма быстро. В резуль-

тате $n_k^0 w_{k, k+1}$ имеет минимум. Область малых значений $n_k^0 w_{k, k+1}$ соответствует наибольшим значениям разности $y_k - y_{k+1}$, т. е. наибольшим отклонениям от равновесия в распределении по уровням. Эта область образует как бы «узкое место» для прохождения потока j в энергетическом пространстве атома 31 .

Как будет показано ниже, положение «узкого места» связано с электронной температурой и равно примерно $3T_e/2$. С уменьшением T_e «узкое

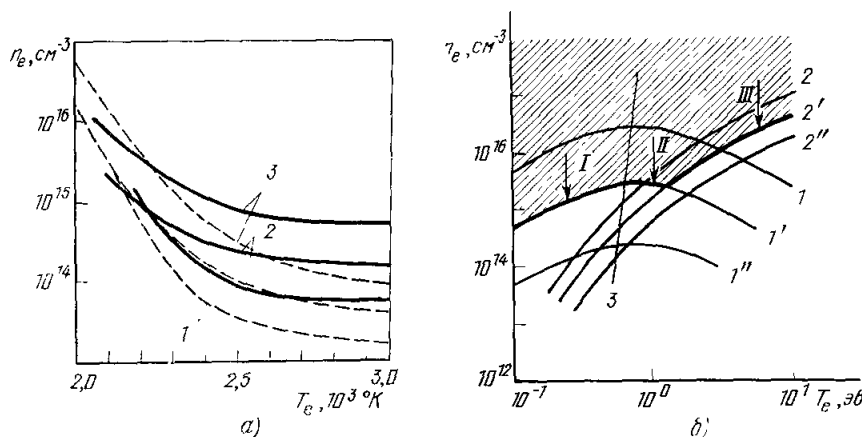


Рис. 5. а) Кривые в области n_e и T_e , обеспечивающие 10%-ное выполнение формулы Саха ¹² (сплошные линии для Ag — K-плазмы, пунктир — Hc — Cs-плазмы.

1 — $p = 0,1$ атм, $R = 1$ см; 2 — $p = 1$, $R = 10$; 3 — $p = 10$, $R = 10$.

б) Область существования равновесия в водородной плазме.

Кривые 1, 1', 1'' — равные значения $A_{21}\Theta/z_{21}=1$: 1 — $\Theta = 1$; 1' — $\Theta = 0,1$; 1'' — $\Theta = 0,01$; 2, 2', 2'' — равные значения $n_e^2\alpha\tau_D = 1$: 2 — $\tau_D = 10^{-4}$; 2' — $\tau_D = 10^{-3}$ сек; 2'' — $\tau_D = 10^{-2}$ сек; 3 — $c=1$. Заштрихованная область на рисунке соответствует равновесной плазме с $\Theta = 0,1$ и $\tau_D = 10^{-3}$ сек.

место» смещается в область высоковозбужденных состояний. При высоких T_e «узкое место» может попасть в энергетический интервал между основным и первым возбужденным состоянием. Тогда населенность всех возбужденных состояний будет близка к относительному равновесию с состоянием континуума, т. е. концентрация возбужденных атомов связана формулой Саха при T_e . Однако равновесие между основным состоянием и возбужденными отсутствует. В этом случае говорят, что возбужденные состояния образуют «блок».

в) К р и т е р и й н а р у ш е н и я м а к с в е л л о в с к о г о р а с п р е д е л е н и я

Неравновесность распределения атомов по уровням тесно связана с неравновесностью распределения электронов по энергиям. При актах возбуждения и ионизации электроны теряют свою энергию. Если распределение по возбужденным состояниям бальцовское, то убыль быстрых электронов компенсируется встречными процессами в соответствии с детальным равновесием. Если равновесия нет, то возможно возникновение неравновесного распределения. Отклонения от максвелловского распределения возникают в первую очередь в «хвосте» функции распределения электронов по энергии $f(\epsilon)$ и в максимальной степени при $\epsilon \geq E_1 - E_2$ ³.

Частота неупругих столкновений, испытываемых электроном, обладающим энергией $\varepsilon = E_1 - E_2$, равна $(n_1/n_e) z_{12} (\varepsilon = E_1 - E_2) = 4\pi e^4 \Lambda_1 n_1 / \sqrt{2m} (E_1 - E_2)^{3/2}$ (подробнее см. в разд. б) гл. 2). Соответствующая частота упругих столкновений, восстанавливающих максвелловское распределение, $\nu_{ee} (\varepsilon = E_1 - E_2) = 2\pi e^4 n_e / \sqrt{2m} (E_1 - E_2) T_e$. Для поддержания максвелловского распределения надо, чтобы их отношение было мало, т. е.

$$c = \frac{n_1 z_{12}}{n_e \nu_{ee}} = \frac{2n_1}{n_e} \frac{T_e}{E_1 - E_2} \frac{\Lambda_1}{\lambda} \ll 1. \quad (2.19)$$

В типичных условиях при $T_e \approx 1$ эв величины «кулоновских логарифмов» для упругих и неупругих столкновений равны $\lambda \approx 10$, $\Lambda_1 \approx 0,01-0,05$. Неравенство (2.19) означает наличие максвелловского распределения при степенях ионизации

$$\frac{n_e}{n_1} \geq 10^{-4} - 10^{-6}.$$

Например, в работе ³² исследовалось развитие ионизации калия, исходная концентрация электронов $n_e = 5 \cdot 10^{-12} \text{ см}^{-3}$, $n_1 = 1,4 \cdot 10^{16} \text{ см}^{-3}$, $T_e \approx 3000^\circ \text{K}$. В этих условиях $c \approx 3$. По мере роста n_e с заметно уменьшалась.

Если $c \gg 1$, то частота столкновений $1 \rightarrow 2$ дается непосредственно частотой упругих столкновений, поставляющих электроны из допороговой области энергии $\varepsilon < E_1 - E_2$ в область порога $\varepsilon = E_1 - E_2$. Поэтому видоизменяется критерий (2.8), характеризующий влияние выхода излучения на состояние плазмы. Теперь он становится более жестким,

$$\frac{A_{21}^* c}{z_{21}} \ll 1. \quad (2.20)$$

Он содержит в знаменателе концентрацию электронов не в первой степени, а в квадрате.

При еще меньших степенях ионизации при $T_e \neq T$ неравновесность $f(\varepsilon)$ вызывается упругими столкновениями электронов с атомами. Поэтому возникает неравенство

$$\frac{n_e}{n_1} \gg \frac{m}{M} \frac{\sigma_{ea}}{\sigma_{ee}}, \quad (2.21)$$

где σ_{ea}/σ_{ee} — отношение сечения электрон-атомного и электрон-электронного столкновения для электрона энергии ε . Неравенство (2.21) обычно выполняется при $n_e/n_1 \gtrsim 10^{-7} - 10^{-8}$.

Воздействие сильных внешних полей на $f(\varepsilon)$ рассмотрено, например, в ^{3, 33}.

Итак, мы рассмотрели основные критерии нарушения термодинамического равновесия в плазме. Для пояснения роли отдельных факторов неравновесности на рис. 5, 6 в координатах n_e и T_e построены для равновесной (при T_e) водородной плазмы линии равных значений $A_{21}\Theta_{21}/z_{21} = 1$ (кривая 1 для $\Theta = 1$, кривая 1' и 1'' для $\Theta = 0, 1$ и $\Theta = 0,01$). Область, лежащая выше этих линий, очевидно, соответствует плазме в двухтемпературном режиме, если нет других факторов, вызывающих отклонение от него. В области, лежащей ниже линии $A_{21}\Theta_{21}/z_{21} = 1$, равновесие нарушено вследствие выхода излучения. На этом же рисунке нанесены линии равных значений $n_e^2 \alpha \tau_D = 1$ (кривые 2, 2', 2''), отражающие роль диффузии. В областях n_e и T_e , лежащих под этими кривыми, равновесие нарушено вследствие диффузии заряженных частиц к стенкам. Кривые 2, 2', 2'' построены для $\tau_D = 10^{-4}, 10^{-3}, 10^{-2} \text{ сек}$ соответственно. И, наконец,

кривая 3 определяет область, где возможно нарушение максвелловского распределения электронов $s = 1$. В области слева от кривой 3 $s > 1$.

Таким образом, если, например, $\tau_D = 10^{-3}$ сек и $\Theta = 0,1$, то заштрихованная на рис. 5, б область соответствует двухтемпературной плазме. Если уменьшать n_e , например, двигаясь по стрелке I, то причиной возникновения неравновесности будет выход излучения. При этом отсутствует не только максвелловское распределение атомов по уровням, но и максвелловское распределение электронов по энергиям. Если двигаться по стрелке II, т. е. при большей T_e , то при том же основном факторе неравновесности, распределение электронов по энергиям остается равновесным (при T_e). Если двигаться по стрелке III, то неравновесность обусловлена диффузией заряженных частиц к границам плазмы.

3. ПЛАЗМА С НЕРАВНОВЕСНОЙ СТЕПЕНЬЮ ИОНИЗАЦИИ

Критерии, записанные в предыдущем разделе, лишь указывают на наличие неравновесности. Описание собственно неравновесного состояния является задачей, рассматриваемой в данном разделе.

а) Населенность возбужденных состояний

Для анализа характера распределения атомов по возбужденным состояниям удобно рассмотреть зависимости $\ln(n_h/g_h)$ от энергии связи, проведенные через точки, соответствующие реальным уровням атома.

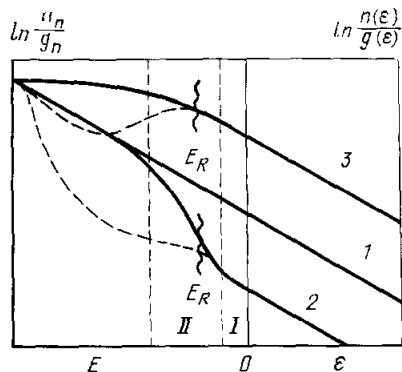


Рис. 6. Схема, поясняющая характерные распределения атомов по возбужденным состояниям.

1 — равновесный случай, наклон прямой соответствует T_e ; 2 — ионизация, 3 — рекомбинация. Штриховые кривые отражают влияние радиационных процессов; I — группа возбужденных состояний, находящихся в относительном равновесии с континуумом; II — группа неравновесных состояний.

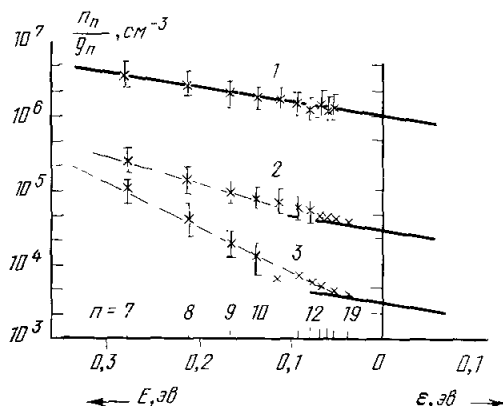


Рис. 7. Зависимость населенностей F-уровней цезия от энергии связи для различных n_e . 1 — $n_e = 2,3 \cdot 10^{13}$ см $^{-3}$, 2 — $n_e = 4 \cdot 10^{12}$, 3 — $n_e = 1,2 \cdot 10^{12}$. Крестики — экспериментальные данные, сплошная линия — равновесие по формуле Саха с T_e , штрих-пунктирные линии — распределение с T_p .

В равновесии эта зависимость представляет прямую, наклон которой зависит от температуры T_e (рис. 6). Эту прямую можно продлить в область состояний непрерывного спектра, строя зависимость $\ln[n(\epsilon)/g(\epsilon)]$, где $n(\epsilon)$ — концентрация электронов энергии ϵ , а $g(\epsilon)$ — их статистический вес. Допустим, что по каким-либо причинам концентрация электронов в плазме станет меньше равновесной (при этом будем пока считать, что максвелловское распределение по состояниям свободных электронов сохра-

нится). При этом часть прямой на рис. 6, соответствующая свободным электронам, смещается вниз. Распределение атомов по возбужденным состояниям деформируется и описать его единой температурой становится невозможно. В этом случае мы имеем неравновесность ионизационного типа $y_e < y_1$.

При избытке электронов $y_e > y_1$ неравновесность носит рекомбинационный характер, и распределение атомов по возбужденным состояниям деформируется, как показано на рис. 6. Из рис. 6 видно, что имеется группа состояний II, находящаяся в существенно неравновесных условиях, внутри которой может существовать квазибольцмановское распределение

Таблица I

$n_{CS}, \text{см}^{-3}$	$n_e \cdot 10^{12}, \text{см}^{-3}$	$T_e, ^\circ\text{K}$	$T_p, ^\circ\text{K}$
10^{15}	2,3	2320	2350
10^{15}	4,0	2270	1320
10^{15}	1,2	2380	730

($\ln(n_k/g_k)$ для этих состояний примерно ложатся на прямую) с некоторой температурой T_p . Эта температура не равна электронной, причем при рекомбинации $T_p > T_e$, а при ионизации $T_p < T_e$.

На рис. 7 представлены экспериментальные значения населенностей возбужденных атомов цезия, измеренные в работе ²⁰ для различных концентраций электронов. В табл. I представлены основные параметры плазмы цезия для этих условий. Температура электронов в ²² определялась по интенсивности рекомбинационного континуума.

Сплошные линии представляют собой равновесные распределения с T_e , штрих-пунктирные проведены по экспериментальным точкам и соответствуют T_p . Как видно из рис. 7, при $n_e = 2,3 \cdot 10^{13} \text{ см}^{-3}$ возбужденные состояния с $n = 7-19$ находятся в равновесии с континуумом. С уменьшением n_e величина T_e , как следует из таблицы, меняется мало. Однако T_p начинает заметно отличаться от T_e , населенности возбужденных состояний не лежат на прямой, соответствующей T_e . Мы имеем распределение атомов по уровням, характерное для неравновесности ионизационного типа, когда $T_e > T_p$ (см. кривую 2 на рис. 6).

Населенности возбужденных атомов измерялись во многих работах, например ^{8,17,22-30}.

При теоретическом рассмотрении населенность уровней определяется из системы кинетических уравнений баланса, записанной для каждого из возбужденных состояний с учетом всевозможных элементарных процессов, объединяющих или населяющих данный уровень. Эта система в зависимости от постановки задачи может быть дополнена кинетическим уравнением для функции распределения электронов, уравнением баланса числа электронов, уравнениями сохранения энергии.

В работах Бейтса с сотрудниками ³⁴⁻³⁷ система кинетических уравнений для населенности решалась численно при заданной концентрации электронов, их температуре и в предположении максвелловского распределения по энергиям. Численные методы решения уравнений баланса в дальнейшем получили большое распространение ³⁸⁻⁴¹.

Расчеты населенностей возбужденных состояний, выполненные различными авторами, охватывают весьма широкий диапазон температур и концентраций электронов. Они оказываются особенно ценными, когда необходимо получить точные значения населенностей каких-либо уровней. Вместе с тем возможности численных методов ограничены. Результаты представляются в виде таблиц. Более реалистичная постановка задачи, скажем, учитывающая взаимосвязь распределения по уровням, степени ионизации и распределения электронов по энергиям, превращает уравнения баланса в нелинейную систему. Недостатки численных методов

становятся особенно отчетливыми, когда плазма является лишь элементом сложной системы, а описание состояния плазмы — лишь частью более общей задачи. В связи с этим широкое распространение получили приближенные аналитические методы, основанные на использовании различных моделей, соответствующих упрощениям исходной системы уравнений (см. обзор ¹⁶). Результаты численных методов могут служить надежными тестами для проверки различных приближений.

Наиболее плодотворной оказалась аналогия между движением электрона по энергетическим уровням и блужданием броуновской частицы. Этот подход, получивший название диффузионного, интенсивно развивается, начиная с работ Беляева и Будкера, Питаевского, Гуревича, Смирнова ⁴²⁻⁴⁹ и др. Аналогия с диффузией становится более понятной, если учесть, что вероятность переходов связанного электрона при столкновениях со свободным $\sim (E_k - E_n)^{-1/2}$ (где E_k, E_n — соответственно энергии начальных и конечных состояний). Это означает, что в среднем за несколько столкновений энергия электрона изменится сравнительно мало и кинетическую систему уравнений баланса можно заменить диффузионным уравнением Фоккера — Планка, решение которого даст искомое распределение населенностей. Тем самым предполагается, что энергетический спектр непрерывен. Очевидно, что такой подход оправдан для высоковозбужденных состояний, где энергетический спектр является густым. В то же время для низколежащих возбужденных состояний, разделенных большими энергетическими промежутками, он вряд ли применим.

Теория, сочетающая в себе учет дискретности энергетических уровней реальных атомов с основными принципами диффузионного приближения — модифицированное диффузионное приближение (МДП), — потребовала записи уравнения диффузии в конечных разностях ¹⁶. Благодаря этому удалось существенно расширить возможности диффузионного метода и применить его к реальной плазме различного состава. В рамках МДП удастся также учесть радиационные процессы и в конечном итоге получить аналитические выражения для коэффициентов ионизации, рекомбинации, населенности уровней ¹⁶.

Формально близкие к МДП результаты получаются при использовании однокувантового приближения, которое рассмотрено выше в разделе б) гл. 2. Записав решение цепочки уравнений типа (2.7), полагая, что граничные значения y_1, y_e, y^+ известны, а поток j постоянен. Результат удобно представить в следующем виде:

$$j = \frac{(y_1/\Pi_1) - y_e y^+}{R_{1e}} = \frac{(y_2/\Pi_2) - y_e y^+}{R_{2e}} = \dots = \frac{(y_k/\Pi_k) - y_e y^+}{R_{ke}}, \quad (3.1)$$

$$\frac{y_k}{\Pi_k} = \frac{(y_1/\Pi_1) R_{ke} + y_e y^+ R_{1k}}{R_{1e}}, \quad (3.2)$$

$$R_{k, k+1} = (n_k^0 w_{k, k+1} \Pi_k)^{-1}, \quad R_{ke} = \sum_{n \geq k} R_{n, n+1}, \quad R_{1e} = \sum_{k \geq 1} R_{k, k+1}. \quad (3.3)$$

Факторы Π_k определяются аналогично (2.12). Решение, получаемое в рамках МДП, также имеет вид (3.1) — (3.3), но $w_{k, k+1}$ следует заменить на $z_{k, k+1}$, а в выражении для Π_k (2.12) $A_{k+1, k}^*$ — на $\alpha_{k+1}^R = \sum_{n \geq k+1} \sum_{l < k} A_{nl}^*$ ¹⁶.

Решение системы уравнений (2.7), записанное в виде (3.1) — (3.3), можно трактовать, проводя аналогию с протеканием тока по цепи последовательно включенных между узлами $k, k+1$ сопротивлений $R_{k, k+1}$ (рис. 8). Потенциалу каждого узла соответствует y_k/Π_k . Сопротивление между любой парой узлов n и m $R_{nm} = \sum_{k=n}^{m-1} R_{k, k+1}$. Действительно, ток

в такой цепи равен разности потенциалов в крайних точках $y_1/\Pi_1 - y_e y^+$, поделенной на полное сопротивление $R_{1e} = R_{12} + R_{23} + \dots$, что и записано в (3.1). Выражение (3.2) определяет потенциал для произвольного

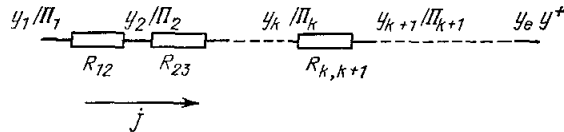


Рис. 8. Эквивалентная электрическая цепь.

узла k через потенциалы концов цепи. Случаю $j = 0$ соответствует равенство потенциалов всех узлов

$$\frac{y_1}{\Pi_1} = \frac{y_2}{\Pi_2} = \dots = \frac{y_k}{\Pi_k} = \dots = y_e y^+. \quad (3.4)$$

Если $k < m$, то $\Pi_k \geq \Pi_m$. Поэтому равенство потока нулю имеет место, когда относительные населенности y_k убывают с ростом k . Распределение в целом неравновесно. Равновесие реализуется, если все факторы $\Pi_k = 1$, т. е. когда радиационные процессы подавлены столкновительными. При $\Pi_k \gg 1$ возбуждение и ионизация осуществляются столкновительными процессами, а девозбуждение и рекомбинация — преимущественно радиационными. Такое стационарное неравновесное состояние называют корональным равновесием⁵⁰.

Если по каким-либо причинам $y_e y^+$ станет ниже значения, определенного (3.4), то появится $j > 0$, что соответствует режиму ионизации. Режим рекомбинации ($j < 0$) возникает при $y_e y^+$, превышающем значение, определенное (3.4), поскольку для рекомбинации достаточно, чтобы $y_e y^+ > y_1/\Pi_1$. При достаточно большом Π_1 рекомбинация может иметь место при $y_e y^+ < y_1$, т. е. в недоионизованной по отношению к равновесию с T_e плазме.

Соотношения (3.1) — (3.3) позволяют рассчитать населенности возбужденных состояний при наличии ударно-радиационных процессов с учетом дискретной многоуровневой структуры энергетического спектра. При необходимости в выражении для потока (3.4) можно учесть ряд дополнительных процессов: радиационную рекомбинацию¹⁶, столкновения с участием тяжелых частиц. Конкретные примеры для последнего случая мы рассмотрим в гл. 5.

Как видно из структуры (3.1) — (3.3), расчет населенностей сводится к вычислению сопротивления R и факторов Π . Сопротивление складывается из суммы сопротивления отдельных участков. Дискретность наиболее существенна для переходов между низколежащими состояниями атомов, разделенных сравнительно большими интервалами энергии. При рассмотрении высоковозбужденных состояний становится все более оправданным переход к квазинепрерывному изменению энергии электрона.

Такой переход можно осуществить, записывая дифференциальный аналог конечно-разностного уравнения (2.7). Можно показать, что решение получившегося дифференциального уравнения с граничными условиями $y(E)|_{E=E_1} = y_1$, и $y(E)|_{E \rightarrow 0} = y_e y^+$ можно также записать в виде (3.1) — (3.3), но для факторов Π использовать формулу

$$\Pi_k = \Pi(E) = \exp \left[\int_0^E dE \frac{\bar{\alpha}^R(E)}{B(E)} \right], \quad (3.5)$$

а сопротивления R вычислять по формуле

$$R_{km} = R(E_m, E_k) = \int_{E_m}^{E_k} \frac{dE}{n^0(E) B(E) \Pi(E)}, \quad E_m < E_k. \quad (3.6)$$

В (3.5), (3.6) $n^0(E)$ — равновесная концентрация атомов, рассчитанная на единичной энергии $n^0(E) = n_k^0 dk/dE$,

$$\frac{1}{2} B(E) = \frac{2 \sqrt{2\pi} e^4 n_e E \Lambda}{\sqrt{m T_e}} \quad (3.7)$$

— коэффициент диффузии связанного электрона в пространстве энергии⁴³. Эта величина связана с эффективными вероятностями $z_{k,k+1}$ соотношением $z_{k,k+1}(E_k \rightarrow E_{k+1})^2 \rightarrow 1/2 B(E_k)$ при $E_k \rightarrow E_{k+1}$; $\alpha^R(E) = \alpha_k^R(dE/dk)$ — вероятность изменения энергии связанного электрона за счет актов излучения. Формулы (3.5), (3.6) позволяют получить простые выражения для Π и R и на их основе установить важные соотношения.

Роль излучения отражают факторы $\Pi(E)$. Выясним, как они зависят от энергии. Расчеты величин $\alpha^R(E)$ для различных элементов показывают, что эту величину можно аппроксимировать простым выражением $\alpha^R(E) = (6 - 8) 10^{10} E^4 / R_y^3$. Подставляя это выражение в (3.5), а для $B(E)$ используя (3.7), найдем, что

$$\Pi(E) = \exp\left(\frac{0,2E^4}{E_r^4}\right), \quad (3.8)$$

где характерное значение E_r определяется (2.14). При $E > E_r$ $\Pi(E) \gg 1$, а при $E < E_r$ $\Pi(E) \approx 1$.

Распределение населенностей при наличии потока зависит от сопротивления R . Приращение сопротивления на интервале энергии dE пропорционально подынтегральной функции (3.6). Эта функция немонотонна. Ее максимум, определяемый из соотношения

$$\frac{3}{2} = \frac{E}{T_e} + \left(\frac{E}{E_r}\right)^4, \quad (3.9)$$

соответствует «узкому месту» — интервалу энергии, оказывающему наибольшее сопротивление току. Если $E_r > 3T_e/2$, вторым членом в правой части (3.9) можно пренебречь, и положение «узкого места» определится выражением $E = 3T_e/2$ (см. разд. б) гл. 2). Напротив, при $T_e < E_r$ положение узкого места $E \approx E_r$.

Для участков спектра $E < E_r$ излучение не играет роли, $\Pi(E) = 1$. Тогда $R(0, E) \approx \chi(0; E/T_e)$, где

$$\chi(x) = \frac{4}{3\sqrt{\pi}} \int_0^x t^{3/2} e^{-t} dt \quad (3.10)$$

— функция, затабулированная в⁵¹. При $x \gg 1$ $\chi(x) = 1 - 4e^{-x}/3\sqrt{\pi^{3/2}}$, а при $x \ll 1$ $\chi(x) \approx \frac{8}{15\sqrt{\pi}} x^{5/2}$. Пусть теперь на населенность уровней при наличии потока суще-

ственное влияние оказывают радиационные процессы. Ясно, что они обычно объединяют населенности уровней, замедляют ионизацию и ускоряют рекомбинацию. На рис. 6 штрих-пунктиром отмечен возможный ход заселенностей при учете влияния излучательных процессов. При анализе роли излучения важно положение уровня E_r (2.14). Если уровень E_r лежит ниже «узкого места», то излучение не влияет на его положение. Если же имеет место обратное, то фактически «узкое место» смещается вверх и определяется величиной E_r . В этих режимах излучение заметно обедняет и населенность высоковозбужденных состояний. Как видно из структуры (3.6), фактор $\Pi(E)$ экспоненциально «разрезает» вклад состояния с $E > E_r$, поэтому $R(0, E) \approx R(0, E_r)$ для $E > E_r$. Сами сопротивления на участке $E > E_r$ экспоненциально малы, и этот участок оказывает малое сопротивление току, что приводит к незначительным падениям «потенциала» y/Π . Рассмотрение становится близко к случаю $y/\Pi = \text{const}$.

Распределения атомов по уровням, даваемые теорией, были сопоставлены с экспериментальными данными для плазмы разных составов в широком диапазоне условий, $n_e \approx 10^{11} - 10^{17} \text{ см}^{-3}$, $T_e \approx 1000 - 100000 \text{ К}$.

В обзоре⁵³ суммируются результаты, полученные до 1975 г. В качестве типичного примера на рис. 9 дано сопоставление расчетных распределений с результатами недавних экспериментов в цезиевом разряде²⁹.

Группа экспериментальных точек I на рис. 9 получена при $n_e = 1,2 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$ и соответствует равновесной плазме. В этом случае зави-

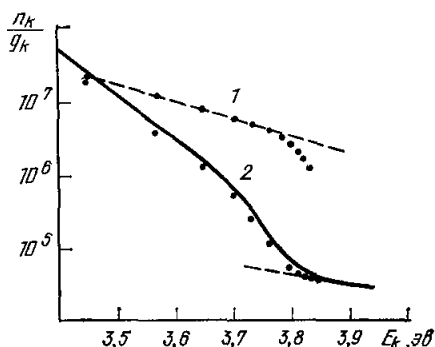


Рис. 9. Распределение населенностей высоковозбужденных атомов цезия.

Экспериментальные кружки — из работы²⁹: 1 — $n_e = 4,0 \cdot 10^{13} \text{ см}^{-3}$, $n_a = 1,1 \cdot 10^{16} \text{ см}^{-3}$, $T_e = 2250^\circ \text{ К}$; 2 — $n_e = 6,5 \cdot 10^{12}$, $n_a = 1,2 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$, $T_e = 3850^\circ \text{ К}$; штриховые линии — распределения с T_e , сплошная линия — расчет по МДП для условий 2.

симость $\ln(n_k/g_k)$ ложится на прямую с наклоном, определяемым $T_e = 3850^\circ \text{ К}$ (*). При меньших n_e имеют место отклонения от равновесия. Так, для условий $n_e = 6,5 \cdot 10^{12} \text{ см}^{-3}$, $T_e = 3850^\circ \text{ К}$ распределение населенностей имеет типичный для ионизации вид: группа самых верхних уровней находится в равновесии с континуумом, распределение имеет перегиб в районе узкого места. На рис. 9 нанесена расчетная кривая (**). Расчет проведен по формуле (3.2) с учетом сильной реабсорбции резонансного излучения. Расчетная кривая хорошо соответствует экспериментальной.

Наличие простых выражений для сопротивлений позволяет получить приближенную формулу, описывающую распределение возбужденных

атомов. Так, при больших концентрациях электронов все факторы $\Pi = 1$ и кинетика заселения возбужденных состояний определяется столкновениями с электронами. Тогда, подставляя в (3.2) выражение для R (3.6) с учетом (3.10), получим⁵², полагая $\chi(E_1/T_e) \approx 1$:

$$y_k = y_1 \chi\left(\frac{E_k}{T_e}\right) + y_e y^+ \left[1 - \chi\left(\frac{k E_k}{T_e}\right)\right]. \quad (3.11)$$

Из (3.11) следует, что зависимость y_k от E_k представляет собой кривую с перегибом в «узком месте» $E = 3T_e/2$, состояния с $E < 3T_e/2$ имеют тенденцию к равновесию с континуумом, состояния с $E > 3T_e/2$ — с основным состоянием.

Распределение атомов по уровням представляет собой важную характеристику неравновесного состояния, без знания которой нельзя дать ответ на ряд основных вопросов. Важнейший среди них — определение коэффициентов ступенчатой ионизации и рекомбинации (см. ниже, разд. в) гл. 3). В то же время сами по себе распределения возбужденных атомов определяют излучение плазмы в спектральных линиях. Оно может представлять как самостоятельный интерес, так и использоваться для целей диагностики. Методы диагностики плазмы, развитые для равновесных условий, непосредственно для неравновесной плазмы неприменимы. На отдельных участках спектра зависимость $\ln(n_k/g_k)$ и в неравновесных условиях от энергии может быть близка к прямолинейной. Однако соответствующая ей температура распределения T_p может сильно отличаться от температуры электронов (см. табл. I на с. 246).

*) Отклонение зависимости $\ln(n_k/g_k)$ для самых верхних уровней от прямой связано с экспериментальными погрешностями измерения интенсивности сильно уширенных линий⁵⁴.

**) Расчет был выполнен Г. В. Найдисом.

В работе ⁵² был предложен метод определения температуры и концентрации электронов неравновесной плазмы по измерению населенностей трех возбужденных состояний. В основе метода лежит формула (3.11). С ее помощью можно связать населенности трех уровней и получить соотношение, из которого путем численного решения определить T_e .

Предложенный в ⁵² метод использовался в ряде экспериментальных работ ⁵⁵⁻⁵⁷. На рис. 10 представлены два распределения по возбужденным состояниям, полученные в высокочастотном разряде в гелии ⁵⁶. Оказалось, что зависимость (3.11) проходит через светлые точки при $T_e \approx 19\,000^\circ\text{K}$, а через темные — при $T_e = 11\,000^\circ\text{K}$. Эти значения температуры неплохо согласуются с T_e , определенной другими методами.

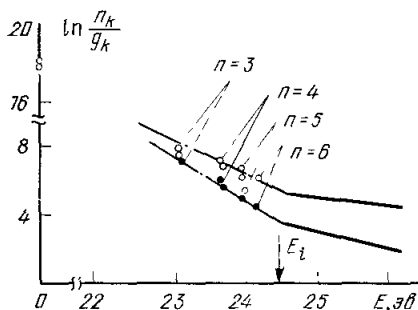


Рис. 10. Распределение атомов по возбужденным состояниям в гелии, измеренное в работе ⁵⁶.

Штрих-пунктирные линии — расчет по (3.11), сплошные — равновесие по формуле Саха с T_e .

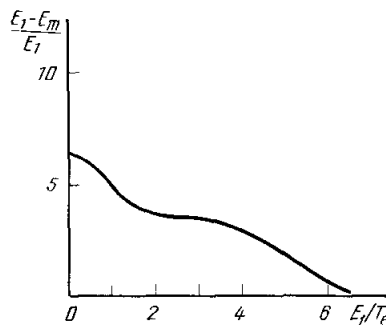


Рис. 11. Относительная доля уровней, имеющих инверсную населенность $(E_1 - E_m)/E_1$, в зависимости от E_1/T_e при рекомбинации.

Прямые, соответствующие наклону T_e , представлены на рис. 10 продолжением зависимости $\ln(n_k/g_k)$ в континуум. Как видно, распределение атомов по уровням неравновесно. Температура распределения для него $T_p < T_e$.

Для целого ряда приложений излучение неравновесной плазмы представляет самостоятельный интерес. Например, интенсивное излучение зоны ионизационной релаксации за сильной ударной волной в воздухе может влиять на состояние газа перед фронтом волны и на нагрев тела, движение которого образует волну. В это излучение заметный вклад дают линии атомов азота ⁵⁸.

Большой интерес представляет проблема плазменного лазера, использующего инверсию населенностей возбужденных атомов в распадающейся плазме ⁶. Например, в работе ⁵³ исследовалась возможность получения инверсии при истечении плазмы Ag и Xe из сопла Лавала. Для анализа задачи об инверсии используем формулу (3.2).

В условиях рекомбинации первым слагаемым в правой части (3.2) можно пренебречь; тогда

$$\frac{n_n}{g_n} = n_e n^+ \frac{h^3}{(2\pi m T_e)^{3/2}} e^{E_n/T_e} \frac{1}{2\Sigma_i} \frac{R_{in}\Pi_n}{R_{ie}}. \quad (3.12)$$

В равновесии зависимость n_n/g_n от энергии связи E_n является возрастающей функцией. В условиях рекомбинации, когда n_1/g_1 намного ниже равновесного значения, функция n_n/g_n может стать немонотонной. Тогда для состояний, имеющих E_n большие, чем максимум этой функции, зависимость n_n/g_n убывает с ростом энергии связи, т. е. имеет место инверсия заселения.

Определим приближенно максимум n_n/g_n . Рассмотрим условия, когда излучением можно пренебречь, $\Pi = 1$, а для R воспользуемся (3.10). В этом случае можно показать, что определение максимума n_n/g_n связано с условием

$$\chi(x_1) - \chi(x) - \frac{4}{3\sqrt{\pi}} x^{3/2} e^{-x} = 0. \quad (3.13)$$

На рис. 11 представлено численное решение (3.13). Дана зависимость доли уровней, имеющих инверсную населенность $(E_1 - E_m)/E_1$, от E_1/T_e , где E_m — значение энергии, удовлетворяющее (3.13). Из этого графика видно, что при $E_1/T_e \gg 1$ $E_m \rightarrow E_1$, т. е. инверсия возможна только относительно основного состояния. Более благоприятны случаи $E_1/T_e = 2 - 4$; при этом $(E_1 - E_m)/E_1 \sim 0,35$. Такие условия можно реализовать для элементов с низкими значениями потенциалов ионизации или при больших T_e . Обсуждаемые в работе ⁶⁰ условия для создания рекомбинационного лазера в гелий-водородной смеси ($T_e \approx 0,2$ эв, $E_1 = 24,6$ эв, $n_e \approx 2 \cdot 10^{15}$ см⁻³), как отмечают сами авторы, не обеспечивают абсолютной инверсии между состояниями гелия с $n = 2$ и $n = 3$. Этот вывод следует и из графика рис. 11.

б) О распределении электронов по энергиям

В плазме с неравновесной ионизацией удары второго рода и акты рекомбинации не компенсируют возбуждение и ионизацию. Поэтому неупругие столкновения электрон — атом могут влиять на функцию распределения электронов по энергиям $f(\epsilon)$. В свою очередь неравновесность влияет на скорость неупругих столкновений. Возникает задача об определении самосогласованных неравновесных распределений атомов по уровням и электронов по энергиям. Она была приближенно решена в работе ⁶¹. Позже близкие результаты получены в ^{62, 63}, численные решения были получены в ⁶⁴⁻⁶⁶ *). Не пытаясь рассмотреть все возникающие здесь вопросы, обсудим, каким образом неравновесность $f(\epsilon)$ скажется на скоростях неупругих процессов, и установим взаимосвязь неравновесных распределений n_k и $f(\epsilon)$.

Уравнение Больцмана запишем в простейшем виде ³:

$$\frac{n_e}{\sqrt{\epsilon}} \frac{\partial}{\partial \epsilon} \left[v_{ee}(\epsilon) \sqrt{\epsilon} \left(f + T_e \frac{\partial f}{\partial \epsilon} \right) \right] = S_{in}. \quad (3.14)$$

В левой части интеграл межэлектронных столкновений записан в обычной линейаризованной форме, $v_{ee} = 2\pi e^4 \lambda n_e (\sqrt{2m\epsilon})^{-1}$, λ — «кулоновский» логарифм. В правой части стоит S_{in} — интеграл неупругих столкновений, которые приводят к немаксвелловости функции $f(\epsilon)$. Нормировка

$$\int_0^\infty f(\epsilon) \sqrt{\epsilon} d\epsilon = 1.$$

Переходы между возбужденными состояниями $2 \rightleftharpoons 3$, $3 \rightleftharpoons 4$ и т. д. мало заметны в интеграле неупругих столкновений. Это обусловлено сравнительно малыми населенностями верхних уровней. Рассмотрим простейший и одновременно наиболее важный случай, когда в S_{in} основную роль играют переходы между основным и первым возбужденным уровнями. Тогда S_{in} имеет вид

$$S_{in} = n_1 z_{12}(\epsilon) f(\epsilon) - n_2 z_{21}(\epsilon - \Delta E_1) f(\epsilon - \Delta E_1). \quad (3.15)$$

*) Имеется много работ, выполненных в предположении, что ударами второго рода можно пренебречь (отметим цикл работ ⁶⁷). Оно сильно упрощает задачу, так как скорость ионизации оказывается независимой от распределения атомов по уровням.

Первый член соответствует актам возбуждения $z_{12}(\varepsilon) = 4\pi e^4 \Lambda_1 n_e \times \times (2m\varepsilon)^{-1/2} \Delta E^{-1}$, $\Delta E_1 = E_1 - E_2$. Если он велик, то неупругие столкновения влияют на $f(\varepsilon)$. Это в свою очередь воздействует на суммарную частоту актов возбуждения z_{12} , которая определяется выражением

$$z_{12} = \int_{\Delta E_1}^{\infty} z_{12}(\varepsilon) f(\varepsilon) \sqrt{\varepsilon} d\varepsilon.$$

Напомним, что в случае максвелловского распределения, т. е. когда $f(\varepsilon) = f^0(\varepsilon)$, z_{12} дается формулой (2.11). Снабдим ее индексом «нуль» z_{12}^0 , чтобы подчеркнуть, что она вычислена при использовании $f^0(\varepsilon)$. Второй член в (3.15) соответствует ударам второго рода, которые происходят при участии медленных электронов. Поэтому $z_{21} = z_{21}^0$.

Рассмотрим сначала важный предельный случай, когда ударами второго рода можно пренебречь ($y_2 \ll y_1$), а возбуждение можно описать «бесконечно мощным стоком» электронов в пороговой энергии $\varepsilon = \Delta E_1 = = E_1 - E_2$ ⁶⁸⁻⁶⁹. Это означает, что электроны, диффундирующие под воздействием упругих столкновений из области малых энергий к пороговой энергии ΔE_1 , немедленно там исчезают в результате актов возбуждения. Происходит предельно сильное обеднение «хвоста» $f(\varepsilon)$ — величина $f(\Delta E_1)$ близка к нулю. Это позволяет, проинтегрировав уравнение (3.14) от $\varepsilon = \Delta E_1$ до бесконечности, получить выражение, удобное для вычисления z_{12} в условиях очень сильной неравновесности

$$n_1 z_{12} = -n_e v_{ee} \varepsilon^{3/2} T_e \left. \frac{\partial f}{\partial \varepsilon} \right|_{\varepsilon=\Delta E_1}.$$

Вид $f(\varepsilon)$ при $\varepsilon \leq \Delta E_1$ легко получить непосредственно, интегрируя (3.14) с граничным условием $f(\Delta E_1) = 0$. Получаем

$$f(\varepsilon) = f(0) \left[\exp\left(-\frac{\varepsilon}{T_e}\right) - \exp\left(-\frac{\Delta E_1}{T_e}\right) \right] = f^0(\varepsilon) - f^0(\Delta E_1).$$

Подставляя $f(\varepsilon)$ в предыдущую формулу, получим выражение для z_{12} :

$$n_1 z_{12} = -n_e v_{ee} \varepsilon^{3/2} T_e \left. \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} \right|_{\varepsilon=\Delta E_1}. \quad (3.16)$$

Таким образом, скорость возбуждения определяется частотой упругих столкновений в пороге и функцией распределения f_0 , вычисленной без учета влияния возбуждения. В данном случае f_0 — максвелловское распределение. Формула (3.16) имеет довольно общий характер. Например, она применима в плазме, находящейся в сильных внешних полях, воздействующих на форму $f(\varepsilon)$. Тогда $f^0(\varepsilon)$ — функция распределения дрюй-вейстейновского типа.

Сечение возбуждения атома входит лишь в критерий применимости (3.16), установленный в^{16,70}:

$$\frac{z_{12}^0}{v_{ee} \varepsilon \partial \ln f^0 / \partial \varepsilon} \Big|_{\varepsilon=\Delta E_1} \gg \frac{\Delta E_1}{T_e} \gg 1. \quad (3.17)$$

Второе неравенство указывает, что возмущается лишь «хвост» распределения $f(\varepsilon)$. Первое неравенство есть, по сути дела, неравенство на величину степени ионизации. Конкретизируем это неравенство, полагая, что f^0 — максвелловское распределение. Получаем

$$c = \frac{2n_1}{n_e} \frac{T_e}{\Delta E_1} \frac{\Lambda_1}{\lambda} \gg 1$$

— неравенство, обратное рассмотренному ранее (2.19).

Таким образом, приближение бесконечно мощного стока соответствует большим значениям ранее введенного параметра c . Запишем приближенную формулу для частоты возбуждения, применимую во всем диапазоне c

$$z_{12} \approx z_{12}^0 (1+c)^{-1}. \quad (3.18)$$

Это выражение неплохо аппроксимирует более сложные выражения, полученные в целом ряде работ ^{71, 72} и др. В работе ⁷¹ показана малая чувствительность результата к поведению сечения возбуждения в области порога.

Если ударами второго рода нельзя пренебречь, то приближение бесконечно мощного стока неприменимо и процедура решения уравнения Больцмана становится более сложной. Приведем лишь результат, в котором хорошо просматриваются оба предельных случая:

$$z_{12} = z_{12}^0 \left[(1-c)^{-1} \left(1 - \frac{y_2}{y_1} \right) + \frac{y_2}{y_1} \right].$$

Если $y_2 \rightarrow y_1$, то $z_{12} \rightarrow z_{12}^0$, в противном случае, когда $y_2 \ll y_1$, осуществляется переход к (3.18).

Этот результат позволяет найти взаимосвязанные решения $f(\epsilon)$ и n_k . Для этого в первом уравнении системы уравнений баланса (2.6) следует записать $n_1 z_{12} - n_2 z_{21}$ в виде $n_1 z_{12}^0 (1+c)^{-1} (y_1 - y_2)$. Легко, впрочем, видеть, что можно воспользоваться уже полученным решением (3.1)–(3.3), заменив в нем z_{12}^0 на $z_{12}^0 (1+c)^{-1}$.

На рис. 12 сплошной кривой

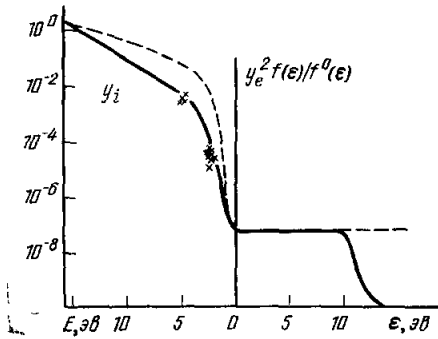


Рис. 12. Приведенные населенности возбужденных состояний атомов аргона и распределения электронов по энергиям. По оси ординат в левой части рисунка (в функции энергии связи E) даны $y_i = n_i/n_i^0$, в правой части (в функции энергии электрона) даны $y_e^2 f(\epsilon)/f^0(\epsilon)$. Точки — результаты измерений ⁷³.

даны приведенные неравновесные населенности возбужденных атомов и функция распределения электронов по энергиям, вычисленные для условий эксперимента ⁷³. В условиях ⁷³ в плазме положительного столба разряда в аргоне $n_e = 0,77 \cdot 10^{13} \text{ см}^{-3}$, $T_e = 1,3 \cdot 10^4 \text{ K}$, давление газа 5 мм рт. ст., сила тока 0,4 а. На рис. 12 штриховой линией показано, какими были населенности возбужденных состояний, если бы при расчете при тех же n_e , n , T_e не учитывать немаксвелловости. Точки на рис. 12 — результаты измерений ⁷³.

в) Неравновесная степень ионизации

Примером плазмы с неравновесной степенью ионизации может служить плазма стационарного разряда смеси аргона с цезием, исследованная в работе ¹⁸. На рис. 13 представлены температура электронов T_e , «температура ионизации» T_i и концентрация электронов n_e в зависимости от давления паров цезия. Под температурой T_i понимается такая температура, которая связывает условием ионизационного равновесия реализующиеся в плазме концентрации атомов и электронов:

$$n_i K_1(T_i) = n_e^2,$$

K_1 — константа ионизационного равновесия, заданная уравнением Саха, $K_1(T_i) = 2 \sum_i (g_i h^3)^{-1} (2 \pi m T_i)^{3/2} \exp(-E_i/T_i)$, где \sum_i — сумма по состоя-

ниям остаточного иона, g_1 — статистический вес основного состояния атома. В эксперименте¹⁸ плазма была недоионизована $T_i < T_e$, что было вызвано диффузией заряженных частиц из объема плазмы к стенкам и отсутствием равновесной населенности возбужденных уровней, вызванным выходом излучения. Ионизационное равновесие достигалось с ростом n_e при $n_e \gtrsim 10^{14} \text{ см}^{-3}$.

Неравновесная концентрация электронов может быть определена из уравнения баланса (2.15), если известны зависимости коэффициентов ионизации и рекомбинации β и α и потока j от параметров плазмы.

Поток j может обуславливаться внешней ионизацией под воздействием, например, внешнего пучка быстрых электронов. Тогда поток $j < 0$ и равен $j = -n_1 F \cdot q$, где F — плотность потока электронов пучка, q — сечение ионизации атома с основного состояния. Поток j может обуславливаться также диффузионным уходом заряженных частиц. Тогда он положителен и равен $j \approx n_e / \tau_D$, где τ_D — время диффузии.

Обсудим подробнее величины α и β , которые должны быть определены как функции ряда параметров, характеризующих плазму, путем совместного рассмотрения кинетики ионизации — рекомбинации и заселения возбужденных состояний. Выражения для α и β непосредственно следуют из формулы для потока j (3.1) (первое из равенств). Они имеют вид

$$\beta = (n_e n_1^0 R_{1e} \Pi_1)^{-1}, \quad \alpha = [n_e (n_e^0)^2 R_{1e}]^{-1}. \quad (3.19)$$

Обсудим сначала предельные случаи высоких и низких температур в тех условиях, когда излучение не влияет на кинетику и оба коэффициента связаны константой ионизационного равновесия $\beta = K_1 \alpha$.

При высоких температурах энергия ионизации первого возбужденного состояния сравнима с кинетической энергией электронов. Поэтому можно считать, что каждый возникающий возбужденный атом будет немедленно ионизован (приближение «немедленной ионизации»). В этом случае в формуле (3.19) $R_{1e} = R_{12}$, и скорость ионизации определяется скоростью возбуждения $n_1 z_{12}$. Поэтому

$$\beta = \beta_1 = \frac{\Gamma \Lambda_1}{1+c} \frac{(\text{Ry})^{3/2}}{\sqrt{T_e} (E_1 - E_2)} \exp \left(-\frac{E_1 - E_2}{T_e} \right), \quad (3.20)$$

$$\Gamma = \frac{4 \sqrt{2\pi} e^4}{\sqrt{m} \text{Ry}^{3/2}} = 1,73 \cdot 10^7 \text{ см}^3/\text{сек}.$$

При низких температурах непосредственно ионизируются лишь самые верхние возбужденные состояния. Это позволяет использовать диффузионное приближение для расчета α и β . Тогда для коэффициента рекомбинации мы имеем известное выражение $\alpha_2 \sim T_e^{-9/2}$, а для β соответственно получаем

$$\beta = \beta_2 = \frac{2}{3 \sqrt{\pi}} \Gamma \bar{\Lambda} \frac{\Sigma_i}{g_1} \left(\frac{\text{Ry}}{T_e} \right)^3 e^{-E_i/T_e}, \quad \bar{\Lambda} = 0,2. \quad (3.21)$$

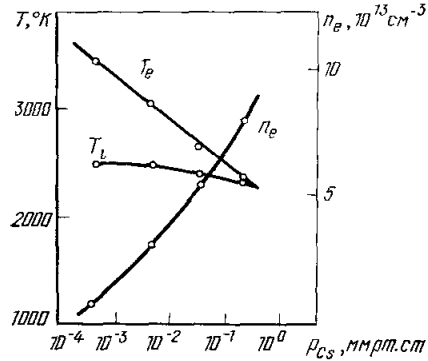


Рис. 13. Значения T_e , T_i , n_e в функции давления паров цезия¹⁸.
Давление аргона 240 мм рт ст., $I = 0,5$ а.

Для произвольных температур можно записать интерполяционную формулу, дающую в пределе низких и высоких температур выражения (3.20) и (3.21):

$$\beta^{-1} = \beta_1^{-1} + \beta_2^{-1} \chi \left(\frac{E_2}{T_e} \right). \quad (3.22)$$

Эта формула возникает из (3.19), если, выделив в R_{1e} первый член R_{12} , на остальном энергетическом промежутке перейти к диффузионному описанию движения связанного электрона в процессе ионизации. Формула (3.22) дает значения, неплохо согласующиеся с экспериментом и результатами численных расчетов ¹⁶.

Если излучение существенно влияет на кинетику, то α и β становятся сложными функциями n_e и некоторых других параметров плазмы. Формула, аналогичная (3.22), принимает вид ¹⁶

$$\beta^{-1} = \beta_1^{-1} + \beta_2^{-1} \chi \left(\frac{E_r}{T_e} \right) \Pi_1, \quad \beta = K_1 \alpha \Pi_1^{-1}. \quad (3.23)$$

Решение уравнения (2.15) можно найти в каждом конкретном случае, используя соответствующие приближения для α , β и j . Рассмотрим некоторые предельные случаи.

Если поток j обусловлен диффузионным уходом частиц, а кинетика является чисто столкновительной, то (2.15) является квадратным уравнением относительно n_e ,

$$n_e^2 + K_1 n_e - K_1 n [1 - (\beta \tau_D n)^{-1}] = 0, \quad (3.24)$$

$n = n_1 + n_e$ — суммарная концентрация тяжелых частиц. Условия, в которых применимо (3.24), реализованы в экспериментах ⁸, которые обсуждаются в разделе а) гл. 2 и в работе ¹².

В противоположном случае диффузия незначительна, а выход излучения важен настолько, что критерий (2.8) не выполняется для первых двух возбужденных состояний. Поэтому можно воспользоваться формулой для Π_1 (2.12). Однако в такой простой ситуации можно непосредственно исходить из уравнений баланса для населенностей нижних уровней атома

$$n_1 z_{12} \left(1 - \frac{n_2}{n_2^0} \right) - n_2 A_{21} = 0, \quad n_2 z_{23} \left(1 - \frac{n_3}{n_3^0} \right) - n_3 A_{32} = 0. \quad 192$$

Если учесть, что в этих условиях третий уровень находится в относительном равновесии с континуумом $n_3/n_3^0 = (n_e/n_e^0)^2$, то относительно n_e получаем квадратное уравнение

$$n_e^2 + n_e \left(\frac{A_{21}}{z'_{21}} + \frac{A_{32}}{z'_{32}} \right) - \left(n_1 K_1 - \frac{A_{21} A_{32}}{z'_{21} z'_{32}} \right) = 0. \quad (3.25)$$

В (3.25) величины z'_{21} и z'_{32} рассчитаны на один электрон, $z_{21} = n_e z'_{21}$. Заметим, что если и для третьего уровня не выполняется критерий (2.8), то уравнение для неравновесной ионизации становится кубическим. Оно имеет два положительных корня, один из них является неустойчивым, что в таких условиях может привести к нарушению однородного состояния плазмы и ее контракции ⁷⁴.

Приведем пример состояния плазмы, на которое существенное влияние оказывают факторы неравновесности, учитываемые как уравнением (3.24), так и уравнением (3.25). В этих условиях (2.15) приобретает вид

$$n_e^2 + n_e \frac{K_1}{\Pi_1} - \frac{K_1}{\Pi_1} n \left(1 - \frac{1}{n \tau_D \beta} \right) = 0. \quad (3.26)$$

В работе Сайе и др.²² исследовался разряд в парах цезия. На рис. 14 представлена зависимость n_e от T_e при $n_{Cs} = 10^{15} \text{ см}^{-3}$. Концентрация электронов определялась по интенсивности рекомбинационного континуума и зондовыми методами. На рис. 14 представлены три расчетные кривые: 1 — формула Саха, 2 — учет выхода излучения (с $\theta = 10^{-3}$ для резонансной линии), 3 — то же, но добавлена амбиполярная диффузия. Как видно, последняя кривая ближе всего соответствует экспериментальной ситуации. Учет только выхода излучения недостаточен. Отклонения от формулы Саха весьма значительны.

Рассмотрим условия, когда применимо приближение немедленной ионизации $\beta = \beta$, а объемной рекомбинацией можно пренебречь, поскольку она осуществляется на стенках,

$$n_1 n_e \beta_1 = \frac{n_e}{\tau_D}. \quad (3.27)$$

Если $s \ll 1$, т. е. степень ионизации значительна и реализуется максвелловское распределение, то уравнение баланса (3.27) не дает ответа на вопрос о величине n_e *). В таком случае n_e определяется иными факторами. Например, в плазме положительного столба тлеющего разряда n_e определяется параметрами внешней цепи. Если же $s \gg 1$, то, используя формулу (3.20), решение (3.27) получим в следующем виде:

$$n_e = \frac{1}{n_1 \tau_D} \frac{T_e \sqrt{m T_e}}{2 \sqrt{2\pi e^4 \lambda}} e^{(E_1 - E_2)/T_e}. \quad (3.28)$$

В (3.28) не вошли сечения неупругих процессов (в соответствии с обсуждением, проведенным в предыдущем разделе). В условиях эксперимента⁷³ в плазме положительного столба разряда среднего давления в аргоне $n \approx 10^{17} \text{ см}^{-3}$, $T_e \approx 1 \text{ эв}$, радиус трубки $R \approx 1 \text{ см}$. Полученное выражение для n_e дает $n_e/n \approx 10^{-5}$, что соответствует измерениям.

4. РЕЛАКСИРУЮЩАЯ НЕРАВНОВЕСНАЯ ПЛАЗМА

Процессы возбуждения, ионизации и рекомбинации не всегда успевают привести состояние нестационарной плазмы в соответствие с меняющимися внешними условиями. Тогда возникает неравновесная релаксирующая плазма. Круг явлений, в которых возникает релаксирующая плазма, очень широк, например нагрев плазмы внешним полем, истечение плазмы из сопел, прохождение фронта ударной волны и др. При всем разнообразии этих задач, которые определяются конкретными начальными условиями, в их решении имеется общность. Она обусловлена тем, что

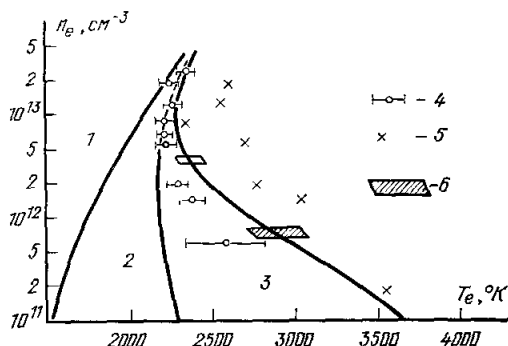


Рис. 14. Зависимость концентрации электронов от температуры в центре разрядной трубки²².

1 — равновесные значения, 2 — учет выхода излучения, 3 — учет выхода излучения и амбиполярная диффузия, 4 — измеренные значения n_e по рекомбинационному континууму, 5 — n_e , измеренные зондовым методом, 6 — разброс расчетной кривой при варьировании коэффициента диффузии вдвое.

*) Аналогичны ситуации, когда (2.15) имеет несколько положительных корней, и возникает вопрос о привлечении дополнительной информации для выделения нужного решения.

различные компоненты плазмы релаксируют с разной скоростью, приходя с течением времени в относительные равновесия. Выделение наиболее медленного процесса является первым и наиболее важным этапом исследования.

Введем характерные времена, являющиеся, тем самым, масштабом времени различных процессов. Именно: τ_k — время установления квазистационарности населенности k -го возбужденного состояния, τ_T — время релаксации температуры T_e , τ_i — время ионизационной релаксации. Поясним их смысл на примере τ_k . Достижение квазистационарного распределения атомов по возбужденным состояниям означает, что по мере развития нестационарного процесса оно успевает «подстраиваться» под другие сравнительно медленно меняющиеся параметры (n , n_e , T_e и др.). Тогда можно считать, что n_k не зависит от времени явно, а только через зависимости $n_1(t)$, $n_e(t)$, $T_e(t)$ и т. д.

Имеется широкий круг условий, когда самым длительным процессом является ионизация (рекомбинация), так что

$$\tau_k \ll \tau_T \ll \tau_i. \quad (4.1)$$

Впрочем, такая ситуация реализуется не всегда, что оказывается очень существенным для описания релаксации. Ниже обсуждаются эти времена и их соотношения, а также некоторые задачи нестационарной неравновесной плазмы.

а) В р е м я к в а з и с т а ц и о н а р н о с т и в о з б у ж д е н н ы х с о с т о я н и й

Проведенный в предыдущем разделе анализ распределения атомов по возбужденным состояниям для режимов ионизации или рекомбинации плазмы основан на предположении о квазистационарности возбужденных состояний. Возможность использования приближения квазистационарности возбужденных состояний тесно связана с неравенством

$$\sum_{k>1} n_k \ll n_1, n_e, \quad (4.2)$$

которое удовлетворяется в широком диапазоне условий. Оно обусловлено малой величиной концентрации возбужденных состояний по сравнению с основным состоянием и непрерывным спектром. Если (4.2) справедливо, состояния n_1 и n_e являются как бы резервуарами частиц; частицы перетекают из одного резервуара в другой через «узкий» канал, образованный возбужденными состояниями. Вопрос о квазистационарности возбужденных состояний обсуждался в работах ^{36, 38, 75, 76}.

Время релаксации k -го состояния легко оценить из уравнения баланса, предположив, что населенность данного k -го состояния претерпела малое возмущение. Оказывается, что это возмущение релаксирует с характерными временами τ_k , приблизительно равными

$$\tau_2^{-1} \approx A_{21}^* + (z_{21} + z_{23}),$$

$$\tau_k^{-1} \approx \sum_{i=k} A_{ki}^* + \frac{\sqrt{2\pi} \bar{n}_e e^4}{Ry \sqrt{m T_e}} \left(\frac{Ry}{E_k} \right)^2, \quad k > 2. \quad (4.3)$$

Формулы (4.3) позволяют оценить величины τ_k и проследить качественные закономерности их изменения. Времена τ_k лежат обычно в интервале 10^{-8} — 10^{-12} сек, т. е. оказываются действительно малыми. Наибольшими временами характеризуются первые возбужденные состояния. С уменьшением $n_e \tau_k$, естественно, возрастают линейно, но при малых n_e выходят

на константы. В этом случае они определяются лишь радиационными переходами. Высвечивание усиливает связи между уровнями и ускоряет релаксацию.

Для водородной плазмы значения τ_k затабулированы рядом авторов. В табл. II и на рис. 13 приведены результаты расчетов для плазмы, опти-

Таблица II

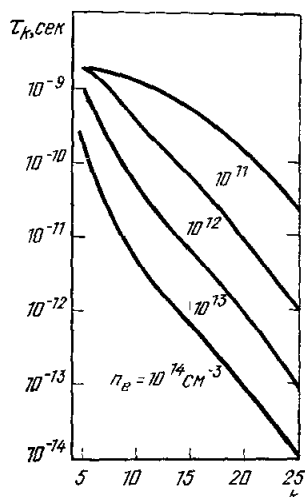
$T_e, ^\circ\text{K}$	4000	6000	8000	12 000	16 000
$\tau_2, \text{сек}$	$2,1 \cdot 10^{-9}$	$1,9 \cdot 10^{-9}$	$1,5 \cdot 10^{-9}$	$8,9 \cdot 10^{-10}$	$5,8 \cdot 10^{-10}$

чески плотной для лаймановской серии, но прозрачной для остального излучения ⁷⁶. В таблице представлены τ_2 , т. е. время квазистационарности для второго уровня; при этом концентрация электронов принята равной 10^{16} см^{-3} . На рис. 15 в тех же предположениях представлены зависимости τ_k от n_e при заданной $T_e = 10^4 \text{ } ^\circ\text{K}$.

Для некоторых задач приближение квазистационарности может оказаться неприемлемым. Такие условия возникают, например, при исследовании возможной инверсии населенностей какой-либо пары уровней в процессе быстрого распада плазмы. В этом случае необходимо решать нестационарную систему уравнений баланса. Расчеты такого рода можно найти в ⁷⁷.

Примером, когда возбужденные состояния являются неквазистационарными, могут служить термы основной электронной конфигурации атомов кислорода и азота. Имея энергии возбуждения порядка 1 эв, они вносят при высоких T_e заметный вклад в статистическую сумму — соизмеримый с вкладом основного состояния (нарушается неравенство (4.1)).

Такая ситуация имеет место за сильными ударными волнами в азоте и воздухе, где температуры имеют порядок 1 эв. Состояние основной конфигурации релаксирует с временем, соизмеримым с временем ионизационной релаксации, играя существенную роль в кинетике ⁷⁸.

Рис. 15. Зависимость времени τ_k от n_e при $T_e = 10^4 \text{ } ^\circ\text{K}$.

б) Релаксация температуры электронов и ионизационная релаксация

Времена ионизации и рекомбинации вводятся с помощью коэффициентов ионизации и рекомбинации

$$\tau_i = \frac{1}{n_i \beta}, \quad \tau_r = \frac{1}{n_e^2 \alpha}, \quad (4.4)$$

Соответственно время релаксации температуры является временем нагрева или охлаждения электронов. Например, в задаче о нагреве во внешнем электрическом поле

$$\tau_T = \frac{T_e n_e}{\sigma \mathcal{E}^2}. \quad (4.5)$$

Эти величины являются масштабом времени и от их соотношения зависит ход релаксации. Однако введение этих времен не означает, например, что n_e возрастает экспоненциально с характерным временем τ_i . Характер нарастания (или спада) n_e определяется в значительной мере зависимостью самих β и α от n_e . Вследствие этого первый этап нарастания ионизации

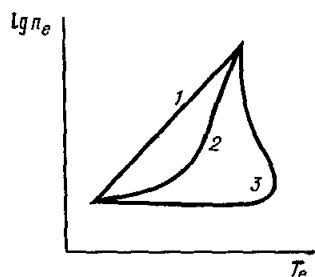


Рис. 16. Возможные пути развития ионизации.

чаще всего является неэкспоненциальным. Весьма существенно то, что процессы релаксации T_e и n_e взаимосвязаны.

Картину ионизационной релаксации иногда удобно изображать на плоскости $\{n_e, T_e\}$ (рис. 16). Вдоль кривых на этой плоскости меняется время, по мере роста которого возрастает n_e . Для конкретности будем обсуждать развитие ионизации. Возможны три случая. Случай 1 — скорость ионизации столь велика, что в каждый момент времени имеется ионизационное равновесие (n_e и T_e связаны уравнением Саха $n_e^2(T_e)$). В этом случае неравенство (4.1) не выполняется и скорость

релаксации определяется скоростью нагрева электронов. Случаи 2 и 3 соответствуют отсутствию локального ионизационного равновесия. За время τ_T возрастает T_e , а концентрация электронов не успевает существенно уменьшиться. Случай 3 отличается от случая 2 временным перегревом электронов.]

Обсудим характер релаксации на простом примере. При $t = 0$ на стационарную слабо ионизованную плазму накладывается поле \mathcal{E} , большее начального поля \mathcal{E}_0 . В результате концентрация электронов растет, а электронный газ нагревается:

$$\frac{dn_e}{dt} = n_1 n_e \beta - n_e^3 \alpha, \quad (4.6)$$

$$\frac{3}{2} n_e \frac{dT_e}{dt} = \sigma \mathcal{E}^2 - E_1 (n_1 n_e \beta - n_e^3 \alpha). \quad (4.7)$$

Для простоты в балансе энергии электронов учтены лишь неупругие потери; кроме того, считаем, что $E_1 \gg T_e$. Для того чтобы проследить взаимосвязь n_e и T_e , запишем, исходя из (4.4) — (4.7), производную

$$\frac{3}{2} \frac{d \ln T_e}{d \ln n_e} = \frac{\tau_i}{\tau_T} \frac{1}{1 - y_e^2} - \frac{E_1}{T_e}. \quad (4.8)$$

Рассмотрим сначала, в каких условиях реализуются случаи 2 и 3 (см. рис. 16).

При $t = 0$ отношение τ_i/τ_T очень велико, поскольку оно обратно пропорционально β и, в соответствии с (3.29), пропорционально $\exp[E_1/T_e(0)]$. Поэтому T_e возрастает при малом изменении n_e . За время порядка τ_T температура достигает значений, близких к квазистационарным. Если $y_e^2 \ll 1$, квазистационарные значения $T_e(t)$ определяются из уравнений

$$\sigma \mathcal{E}^2 - E_1 n_e n_1 \beta = 0. \quad (4.9)$$

Теперь, как это непосредственно следует из (4.4), (4.5), (4.9), отношение $\tau_i/\tau_T \approx E_1/T_e$. Это значение является значительно меньшим первоначальной величины $\tau_i/\tau_T(0)$, но еще остается большим, $E_1/T_e \gg 1$. Будучи разностью двух больших величин, $d \ln T_e/d \ln n_e$ реально может быть как малой положительной, так и малой отрицательной величиной. В соот-

ветствии с этим T_e в процессе развития ионизации меняется медленно и может испытывать перегрев.

Близкая ситуация реализовалась в условиях эксперимента Новичкова и Глебова⁷⁹. В⁷⁹ исследовались процессы релаксации, возникающие при наложении на стационарный разряд в смеси аргона с цезием прямоугольного импульса напряжения. На рис. 17 представлена измеренная зависимость dT_e/dt от $\mathcal{E}/\mathcal{E}_0$ в момент включения \mathcal{E} . Условия отвода тепла от электронов были таковы, что квазистационарный уровень T_e соответствовал 3000—6000° К. Это позволяет оценить, что τ_T порядка микросекунды. Близкие величины τ_T были получены и в ряде других работ, например в⁸⁰ в плазме за ударной волной, в⁸² при наложении на распадающуюся плазму греющего импульса.

На рис. 18, 19 представлены заимствованный из работы⁷⁹ временной ход $n_e(t)$ и текущая зависимость $n_e(T_e)$ для различных импульсов напряжения $\mathcal{E}/\mathcal{E}_0$. Кривые проведены по экспериментальным точкам. Характерные времена ионизационной релаксации составляют, как обычно, в лабораторных плазмах 10—100 мксек. Имеется сильный временной перегрев электронного газа. Прямая на рис. 19 соответствует нереализовавшемуся в опытах⁷⁹ пути развития ионизации, соответствующему случаю 1 рис. 16.

При развитии ионизации по пути 1 рис. 16 в каждый момент времени имеется равновесие $n_e^0(T_e)$. Очевидно, что в этих условиях $\tau_i \leq \tau_T$. В самом деле, поскольку в этом случае $d \ln T_e / d \ln n_e = 2T_e/E_1 \ll 1$, то из (4.8) следует, что

$$\frac{\tau_i}{\tau_T} = \frac{E_1}{T_e} (1 - y_e^2).$$

Вследствие малости $1 - y_e^2$ эта величина меньше или порядка единицы. Следовательно, квазистационарность T_e отсутствует. Наоборот, время ионизационной релаксации

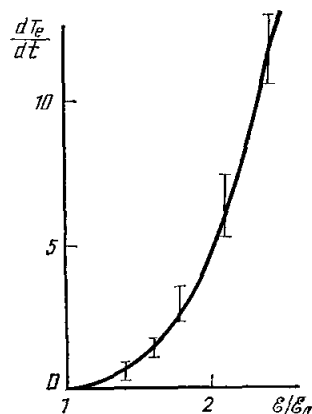


Рис. 17. Зависимость dT_e/dt (в ед. $10^8 \text{ сек}^{-1} \text{ град}$) в начальный момент времени от величины перенапряжения $\mathcal{E}/\mathcal{E}_0$.

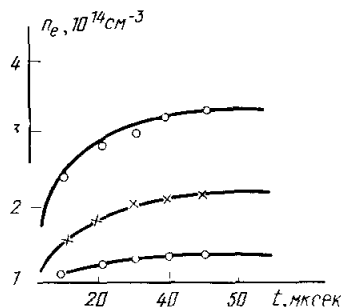


Рис. 18. Временной ход $n_e(t)$ для различных амплитуд импульса напряженности поля.

1 — $\mathcal{E} = 2,0 \text{ в/см}$, 2 — $2,5 \text{ в/см}$, 3 — $3,4 \text{ в/см}$.

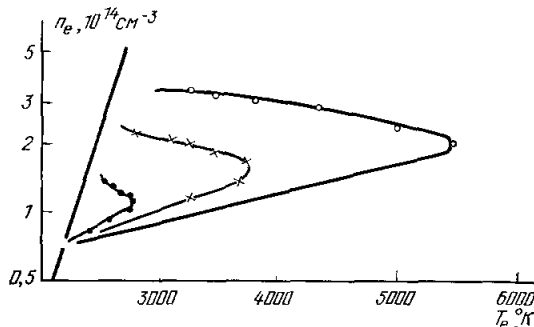


Рис. 19. Ионизационная связь $n_e(T_e)$ для случаев рис. 18.

определяется не коэффициентом ионизации, а скоростью нагрева электронов

$$\frac{dn_e}{dt} = -\frac{\sigma \mathcal{E}^2}{E_1} \quad n_e = n_e^0(T_e). \quad (4.10)$$

Этот случай медленного нагрева, который может реализоваться при небольших полях \mathcal{E} . Такой вариант развития ионизации реализуется за ударными волнами в парах ртути со скоростями, определяемыми числом Маха $M_1 \approx 10^{78}$. При прохождении фронта ударной волны поступательная температура газа T резко возрастает, в то время как электроны остаются холодными. Атомы и ионы в упругих соударениях греют электроны (поэтому

в предыдущих формулах надо заменить джоулев нагрев $\sigma\delta^2$ на нагрев в упругих столкновениях S_{el}), которые понижают газ. За фронтом ударной волны в парах ртути реализовывались условия $T \approx 1,5 \cdot 10^4$ °K, $T_e \approx 1,0 \cdot 10^3$ °K.

в) Излучение в спектральных линиях

Излучение релаксирующей плазмы в спектральных линиях интересно тем, что интенсивность целого ряда из них проходит через максимум.

При очень малых временах $t < \tau_k$ проведение какого-либо общего анализа невозможно — необходимо решение системы уравнений балансов

частиц при использовании конкретных начальных значений $n_k(0)$. Если же $t \geq \tau_k$, то, находясь в рамках квазистационарной теории, можно воспользоваться результатами гл. 3 для распределения атомов по возбужденным состояниям. Учтем основную особенность распределения n_k . Она заключается в том, что в соответствии с формулой (3.11) для уровней, лежащих ниже узкого места $E_k \geq (3/2) T_e$, имеется тенденция к равновесию с основным состоянием $n_k \approx n_1(t) \exp[-(E_1 - E_k)/T_e(t)]$. Если же выполняется обратное неравенство, то имеется относительное равновесие с континуумом,

$$n_k \sim n_e^2(t) e^{E_k/T_e(t)}. \quad (4.11)$$

Конечно, часто эти распределения сильно деформируются выходом излучения, но для качественного рассмотрения этих формул достаточно ⁸¹.

Обсудим сначала зависимость $n_k(t)$ при развитии ионизации. Если оно протекает по путям 2 и 3 рис. 16, то населенности нижних возбужденных состояний резко нарастают при малых временах благодаря быстрому росту T_e . Они проходят через максимум, если имеет место временный перегрев электронов — случай 3 рис. 16. Что же касается населенностей сильно возбужденных состояний — они плавно и медленно нарастают в соответствии с (4.11). Эти основные качественные особенности проявились еще в ранней работе Кула и Зукоского ⁸², где наблюдался максимум свечения в линии калия $4P - 4S$.

В распадающейся плазме аналогичным образом сначала релаксирует T_e , но теперь уменьшаясь, а не возрастая. Затем T_e остается примерно постоянной, а n_e медленно падает. В результате ситуация со свечением в спектральных линиях оказывается противоположной той, что обсуждалась выше для развития ионизации.

Населенности сильно возбужденных состояний $n_k(t)$ проходят через максимум, спадая затем вследствие уменьшения $n_e(t)$. Для низколежащих уровней $n_k(t)$ спадает монотонно. Одной из первых работ, в которых были замечены максимумы излучения в спектральных линиях, была работа Алесковского ^{83а}. На рис. 20

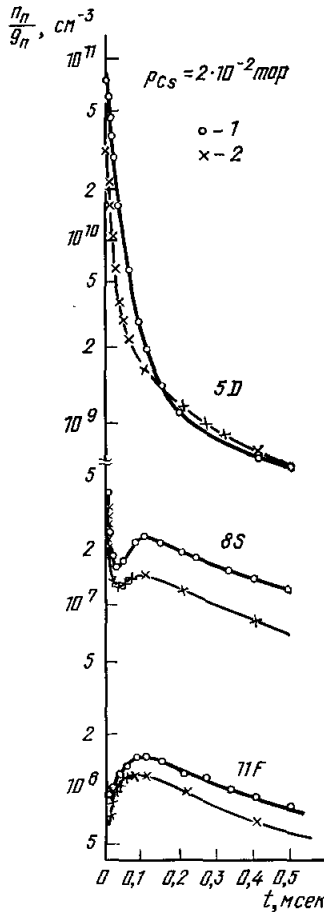


Рис. 20. Зависимость населенностей уровней цезия от времени ^{83б}.

$p = 2 \cdot 10^{-2}$ мм рт. ст.; 1 — измерения, 2 — расчет, выполненный авторами ^{83б}.

приводится временной ход относительных населенностей $n_k(t)$ в цезиевой плазме^{83b}. Имеются две группы уровней $5D$ и $11F$, ведущих себя в соответствии с нашим обсуждением, и группа уровней $8S$, лежащих в районе узкого места, обнаруживающая более сложное поведение. Более подробное рассмотрение можно найти в обзоре⁸³.

5. ВЛИЯНИЕ НА СТЕПЕНЬ ИОНИЗАЦИИ И НАСЕЛЕННОСТИ УРОВНЕЙ СТОЛКНОВЕНИЙ ТЯЖЕЛЫХ ЧАСТИЦ

Выше рассматривалась кинетика, в которой основными элементарными процессами являются столкновения атомов с электронами и радиационные процессы. Однако в широком диапазоне условий могут оказаться существенными и неупругие столкновения тяжелых частиц, имеющих отличную от электронов температуру поступательного движения. Эти столкновения вызывают как переходы между возбужденными состояниями, так и ионизацию. Реакция с учетом тяжелых частиц типа диссоциативной рекомбинации и ассоциативной ионизации приводит к образованию или гибели возбужденных состояний. В предельном случае, когда эти столкновения доминируют, распределение атомов по состояниям будет больцмановским с температурой тяжелых частиц T . В реальном случае столкновения тяжелых частиц конкурируют со столкновениями с электронами, стремящимися установить больцмановское распределение с T_e , и с радиационными процессами, сбрасывающими возбуждение.

а) Н е к о т о р ы е к р и т е р и и

Важно определить условия, когда столкновения тяжелых частиц становятся существенными. Для сильно возбужденных состояний можно оценить эффективность столкновений с тяжелыми частицами, сопоставляя коэффициенты диффузии в пространстве энергии. Коэффициент диффузии связанного электрона за счет столкновений с тяжелыми частицами вычислен Л. П. Питаевским в⁴⁴ и имеет вид

$$B^a(E) = \frac{128 \sqrt{2m} T \sigma_{ea} n}{3\pi M} E^{3/2}, \quad (5.1)$$

где M — масса атома, σ_{ea} — сечение рассеяния медленного электрона на атоме. Выражение (5.1) справедливо для условий

$$e^2 n \sigma_{ea} \sqrt{\frac{m}{M}} \ll T \ll \frac{e^2}{a} \sqrt{\frac{m}{M}},$$

где a — величина порядка атомных размеров.

Коэффициент диффузии, обусловленный столкновениями с электронами для $E \ll e^2/a$, имеет вид (3.7). Сопоставляя (5.1) и (3.7), найдем, что столкновения атом — атом доминируют, если

$$\frac{32}{3\pi^{3/2}} \frac{m}{M} \frac{T \sqrt{E}}{T_e^{3/2} \Lambda} \frac{\sigma_{ea}}{(e^2/T_e)^2} \frac{n}{n_e} \gg 1. \quad (5.2)$$

Величины $B(E)$ при столкновениях атома с молекулами с изменением вращательного числа последних вычислялись в⁸⁴⁻⁸⁶.

Для переходов между низколежащими возбужденными состояниями можно провести сопоставление частот переходов, вызываемых электронами, тяжелыми частицами и излучением. Сопоставим частоту девозбуждения атомами и электронами какого-либо

уровня k с переходом на ближайший нижележащий уровень $k-1$. Тушение атомами станет существенным, если выполняется неравенство

$$n v_a \sigma_{k,k-1}^a \gg n_e v_e \sigma_{k,k-1}, \quad (5.3)$$

где v_a и v_e — относительные скорости движения атомов и электронов, $\sigma_{k,k-1}^a$, $\sigma_{k,k-1}$ — соответствующие сечения тушения уровней. В недавней работе Козна⁸⁷ были рассчитаны сечения столкновений атомов гелия с гелием, вызывающих переходы между возбужденными состояниями. Согласно этим данным сечение перехода $3^3S - 2^3P$ при $T = 5000^\circ\text{K}$ составляет $6 \cdot 10^{-16} \text{ см}^2$. Сечение тушения электронами σ_{32} оценим из эффективных вероятностей одноквантовых переходов (2.10). Так, усредненное по состояниям с разными l сечение перехода между состояниями с главными квантовыми числами $k=3$ и $k=2$ можно представить в виде

$$\sigma_{32} = 4 \sqrt{\pi} f^2 \frac{T_e E_2 \Lambda_2}{(E_2 - E_3)(E_1 - E_3)}, \quad (5.4)$$

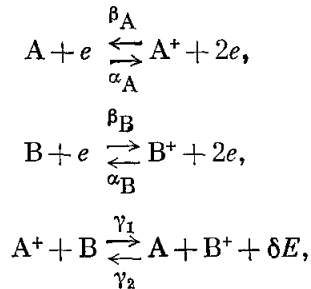
где $f = e^2/T_e$ — амплитуда кулоновского рассеяния, E_1 , E_2 , E_3 — энергии основного и двух возбужденных состояний. При $T_e = 1 \text{ эВ}$ имеем $\sigma_{32} \approx 10^{-14} \text{ см}^2$. Подставляя эти значения сечения в (5.3), получим, что для рассматриваемого примера столкновения атом — атом станут существенными при $n_e/n \approx 6 \cdot 10^{-4}$. Если тушение осуществляется излучением, неравенство типа (5.3) следует записать в виде

$$n_a v_a \sigma_{k,k-1} \gg \sum_{n \leq k} A_{kn}^*.$$

В литературе появляются данные по сечениям столкновений атом — атом для конкретных элементов и переходов. Отметим некоторые из этих работ⁸⁸⁻⁹³.

б) Влияние перезарядки ионов

Ионы могут участвовать в реакциях с тяжелыми частицами. Если температура последних отлична от температуры электронов, то такие реакции вызывают неравновесные эффекты. Они влияют на неравновесную степень ионизации, распределение атомов по уровням и т. д. В качестве примера рассмотрим смесь двух атомарных газов А и В. Возможны следующие реакции с участием ионов:



где $\delta E = E_{1A} - E_{1B}$ — разность энергии ионизации, α_A , β_A — коэффициенты рекомбинации и ионизации атома А, γ_1, γ_2 — скорости перезарядки ионов A^+ на В и наоборот.

Реакция перезарядки характеризуется газовой температурой. Если скорости перезарядки значительно превышают скорости ударно-радиационной рекомбинации

$$\gamma_1 n_{1B}, \gamma_2 n_{1A} \gg \beta_B n_B, \alpha_B n_e^2, \beta_A n_{1A}, \alpha_A^2 n_e^2, \quad (5.5)$$

то отношение приведенных концентраций ионов^{94,95}

$$\frac{y_B^+}{y_A^+} = \frac{\Gamma(T)}{\Gamma(T_e)}, \quad (5.6)$$

где $\Gamma(T)$ — константа равновесия реакции $A^+ + B \rightleftharpoons A + B^+$. Поскольку $T \neq T_e$, то соотношение концентрации ионов не будет соответствовать равновесному при T_e и сдвинется, если $T < T_e$, в сторону элемента с меньшим потенциалом ионизации. Это приведет к тому, что изменится суммарная скорость ионизации, определяемая выражением

$$n_e n_{1A} \beta_A + n_e n_{1B} \beta_B - n_e^2 n_A^+ \alpha_A - n_A^2 n_B^+ \alpha_B.$$

Поэтому в стационарных условиях изменится и само неравновесное значение n_e . Величины $y_e y_A^+$ и $y_e y_B^+$ влияют на распределение атомов по уровням. Изменение соотношения ионов A^+ и B^+ непосредственно скажется на населенности возбужденных состояний^{94, 95}.

Сечение перезарядки резко убывает с увеличением разности потенциалов ионизации атомов А и В. Поэтому выполнение неравенств (5.5) становится проблематичным. Однако если существует выход излучения, то даже для элементов с близкими потенциалами ионизации перезарядка существенно меняет соотношение концентрации ионов. Действительно, если предположить, что перезарядка не имеет места, то из условий ионизационного равновесия, учитывающих (2.16), вытекает, что

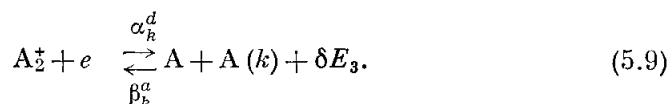
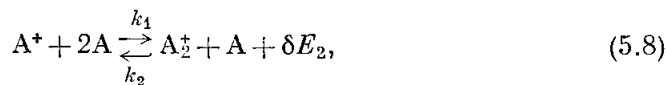
$$\frac{y_B^+}{y_A^+} = \frac{y_{1B} \Pi_{1A}}{y_{1A} \Pi_{1B}}. \quad (5.7)$$

Сопоставляя это выражение с (5.6), мы видим, что даже если потенциалы ионизации атомов А и В близки так, что $\Gamma(T)/\Gamma(T_e^*) \approx 1$, то y_B^+/y_A^+ , даваемые (5.7) и (5.6), могут сильно различаться, когда Π_{1A} , Π_{1B} сильно отличаются. Последнее реализуется, например, если один из газов является малой добавкой к другому. Условия для выхода излучения оказываются различными.

Влияние перезарядки на населенность возбужденных состояний обнаружено в экспериментальной работе⁹⁶. В этой работе исследовался высокочастотный разряд в смеси $Ar + H_2$. Реакция перезарядки $Ar + H^+ \rightleftharpoons Ar^+ + H$ приводила к образованию значительных количеств ионов Ar^+ , не соответствующих равновесию при T_e . С учетом этого обстоятельства наблюдаемые распределения населенностей аргона и водорода соответствовали расчету.

в) Роль конверсии, ассоциативной ионизации и диссоциативной рекомбинации

Другая группа реакций связана с конверсией атомарных ионов в молекулярные, диссоциативной рекомбинацией с ассоциативной ионизацией последних. Как правило, в этих реакциях участвуют возбужденные атомы



Поток атомов, образующихся за счет реакции (5.9), равен

$$j_h^M = \alpha_h^d n_2^+ n_e - \beta_h^a n_h n_1.$$

Из стационарного решения системы, соответствующей реакциям (5.8), (5.9), находим

$$n_2^+ = \frac{k_1 n^+ n_1^2 + \sum_k \beta_k^a n_k n_1}{k_2 n_1 + \sum_k \alpha_k^d n_e}.$$

Рассмотрим условия, когда молекулярные ионы гибнут в основном в результате диссоциативной рекомбинации,

$$\sum_k \alpha_k^d n_e \gg k_2 n_1, \quad (5.10)$$

и образуются за счет конверсии. Согласно ^{96, 97} (5.10) выполняется для тех газов, у которых потенциал диссоциации молекулярного иона больше потенциала ионизации атома (азот, кислород и др.) при $n_1 < 3 \cdot 10^{-19} \text{ см}^{-3}$ практически при любых температурах. Это условие может выполняться и при обратном соотношении потенциалов и диссоциации иона A_2^+ , если равновесие реакции (5.9) сдвинуто в сторону образования молекулярных ионов. Например, при давлениях, близких к атмосферному, для водорода это имеет место при $T < 2 \cdot 10^3 \text{ }^\circ\text{K}$, а для аргона при $T < 10^3 \text{ }^\circ\text{K}$. В выражении для потока j_k^M в этих условиях сохранится первый член, который не зависит от концентрации возбужденных атомов.

Появление в выражении для потока (3.1) «источников» образования атомов в k -состоянии за счет диссоциативной рекомбинации, член $n_e^+ n_e \alpha_k^d$ приведет лишь к незначительному усложнению решения (3.2), (3.11).

Возможен другой предельный случай:

$$k_2 n_1 \gg \sum_k \alpha_k^d n_e, \quad (5.11)$$

когда молекулярные ионы образуются за счет ассоциативной ионизации, а гибнут, превращаясь в атомарные. В этом случае поток $j_k^M = -\beta_k^a n_k n_1$

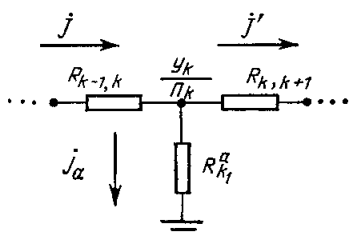


Рис. 21. Эквивалентная электрическая схема при наличии ассоциативной ионизации с k -го состояния.

существенно зависит от распределения возбужденных атомов. Решение задачи в общем виде становится сложным. Однако часто реализуется ситуация, когда ионизация происходит преимущественно с k -го уровня (или группы уровней, близких к k). Для решения этой задачи воспользуемся обсуждаемой в гл. 3 аналогией с протеканием тока по цепи.

Обозначим поток для состояния с $E > E_k$ j , для состояния с $E < E_k$ j' . Эквивалентная электрическая схема представлена на рис. 21. Очевидно, имеет место закон Кирхгофа для узла $j = j' + j_a$, где j_a —

поток ассоциативной ионизации $j_a = n_k w_k^a = y_k / R_k^a$, w_k^a — вероятность ассоциативной ионизации уровня k ($w_k^a = n_1 \sigma_k^a v_a$, σ_k^a — соответствующее сечение).

Запишем законы Ома для соответствующих участков:

$$j = \frac{y_1 \Pi_1^{-1} - y_k \Pi_k^{-1}}{R_{1k}}, \quad j' = \frac{y_k \Pi_k^{-1} - y_e y^+}{R_{ke}}, \quad j_a = \frac{y_k}{R_k^a}. \quad (5.12)$$

Из решения системы уравнения (5.12) следует, что влияние ассоциативной ионизации зависит от соотношения проводимости канала ассо-

циативной ионизации $(R_k^a)^{-1}$ и проводимости каналов $(1 - k) - R_{1k}^{-1}$ и $(k - e) - R_{ke}^{-1}$. Интересен случай сильного влияния ассоциативной ионизации, когда $(R_k^a)^{-1} \gg R_{ke}^{-1} + R_{1k}^{-1}$ (*). Используя (3.10), мы видим, что $R_{ke}^{-1} + R_{1k}^{-1} \sim [\chi_k (1 - \chi_k)]^{-1}$. Функция $[\chi_k (1 - \chi_k)]^{-1}$, если аргумент $1 < (E_k/T_e) < 4$ меняется слабо. Для критерия возьмем ее значение в минимуме $[\chi_k (1 - \chi_k)]^{-1} = 4$. Тогда предшествующий критерий можно переписать в виде

$$\frac{n_k^0}{n_e^0 (n^+)^0} w_k^a \gg 4 n_e \alpha. \quad (5.13)$$

В качестве примера рассмотрим ассоциативную ионизацию в Cs. Согласно данным⁹⁸ сечение ассоциативной ионизации уровня 6 D при столкновении с атомом в основном состоянии составляет $4 \cdot 10^{-16}$ см². Пусть $T_e = 0,2$ эв, $T = 1$ эв. Тогда неравенство (5.13) выполняется при $n/n_e = 3,5 \cdot 10^6$, т. е. при очень малых степенях ионизации. Такие условия могут реализовываться за фронтом ударной волны на начальном участке зоны ионизационной релаксации, где $T > T_e$, а степень ионизации очень мала. Важность процессов ассоциативной ионизации за фронтом ударных волн отмечена в⁷⁸.

Интересно отметить, что при выполнении (5.13) скорость ассоциативной ионизации не зависит от w_k^a и определяется выражением

$$j^a = \frac{y_1 \Pi_{1k}^{-1}}{R_{1k}} + \frac{y_e y^+}{R_{ke}} \approx n_1 n_e \beta \frac{1}{1 - \chi_k} + n_e^2 n^+ \alpha \frac{1}{\chi_k}. \quad (5.14)$$

Полная скорость ионизации

$$j \approx \frac{y_1}{\Pi_{1k} R_{1k}} \approx n_1 n_e \beta (1 - \chi_k)^{-1}. \quad (5.15)$$

Это означает, что электрон, достигший уровня k , мгновенно ионизуется ассоциативным путем. Фактор $(1 - \chi_k)^{-1}$ описывает увеличение скорости ионизации за счет сокращения «длины» канала ионизации. В примере, рассмотренном выше, $(1 - \chi_k)^{-1} = 1,8$. Отметим, что, подставляя выражение для потока (5.15) в формулу (3.1), мы получим уравнение для определения неравновесной концентрации электронов при наличии сильной ассоциативной ионизации.

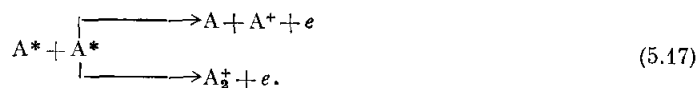
г) Пеннинговская ионизация

В смеси газов А и В очень быстрым процессом является ионизация атомов В при столкновении с возбужденными атомами А, если энергия возбуждения $(E_1 - E_2)_A$ превосходит энергию ионизации E_{1B} . Эта реакция



является беспороговой. Она является наиболее важной, если состояние A^* является метастабильным (эффект Пеннинга), и обладает большим эффективным сечением $10^{-16} - 10^{-15}$ см²,⁹⁹. Поэтому даже сравнительно малая примесь атомов В существенно влияет на скорость появления электронов в смеси, что хорошо известно в теории газового разряда.

Процессы типа пеннинговских могут идти в чистом газе. Таковы беспороговые процессы $(E_1 \geq 2E_2)$ ионизации



*) В случае обратного неравенства ассоциативная ионизация слабо влияет на характер заселения уровней, и задачи о заселении уровней и об ассоциативной ионизации можно решать отдельно.

Сечения ионизации при столкновении двух метастабильных атомов ртути или гелия имеют порядок 10^{-14} см². При малых концентрациях электронов процесс (5.17) может стать основным каналом ионизации¹⁰⁰. Такова, например, ситуация в плазме положительного столба тлеющего разряда в гелии при низкой температуре газа $T = 77$ °К¹⁰¹. В реакции (5.17) участвуют метастабильные состояния гелия 2^3S . Они возбуждаются электронами, электроны появляются в процессе (5.17) и диффундируют к стенкам. В результате возникает сильно неравновесная плазма с параметрами $n \approx 10^{17}$ см⁻³, $n_e \approx 10^{10}$ см⁻³, $n^* \approx 10^{12}$ см⁻³.

При столь малых n_e величины $\Pi_1 \gg 1$. Поэтому скорость ударно-радиационной ионизации мала, $n_1 n_e \beta \ll n^{*2} \beta$, если достаточно велика населенность метастабильного уровня. Последнее также реализуется при малой n_e , когда электроны не успевают «перемешивать» излучающие и метастабильные состояния, что привело бы к единому значению y_k для метастабильного и близлежащего резонансного уровней. Таким образом, пеннинговский процесс ионизации «шунтирует» область сильно возбужденных состояний. Их населенности при этом находятся в относительном корональном равновесии $y_{k-1}/\Pi_{k-1} = y_k/\Pi_k$. Они не оказывают заметного влияния на состояние плазмы.

В этой ситуации интересным образом проявляет себя воздействие столкновений между тяжелыми частицами на функцию распределения электронов по энергиям $f(\epsilon)$ ^{102,103}. Появляющиеся при пеннинговской ионизации электроны обладают высокими энергиями $\epsilon \approx 18$ эв. В результате «хвост» функции $f(\epsilon)$ спадает не столь быстро, что оказывается существенным для величины результирующей скорости ионизации.

6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Многочисленные экспериментальные и теоретические исследования позволили создать довольно общее описание качественно различающихся неравновесных состояний атомарной низкотемпературной плазмы. При этом учитывается реальная энергетическая структура атомов, различные элементарные процессы, взаимосвязь энергетических распределений компонент плазмы, влияние различных факторов, нарушающих равновесие. Весьма существенно появление ряда критериев, определяющих области полного или частичного равновесия.

Вместе с тем в настоящее время назрела необходимость рассмотрения более сложных задач, многие из которых подсказываются практикой (газовые лазеры, плазмохимия и др.).

Отметим прежде всего избирательное воздействие внешних факторов на отдельные компоненты или даже на отдельные переходы (например, воздействие электронных пучков, излучения). Недостаточно разработан вопрос о неравновесных состояниях атомно-молекулярной плазмы. Рассмотрение этой проблемы потребует учета более широкой номенклатуры элементарных процессов, включая столкновения между тяжелыми частицами (атомами, молекулами, ионами). Весьма важным является вопрос о взаимном влиянии заселенности возбужденных состояний атомарных и молекулярных компонент неравновесной плазмы. Несомненный интерес представляет генерация возбужденных состояний в результате химических реакций. Актуальным является изучение развития неравновесности при воздействии на плазму нестационарных сильных электрических полей, неравновесности плазмы в магнитном поле.

Отметим также, что в большинстве работ, посвященных неустойчивостям низкотемпературной плазмы, используется двухтемпературное приближение. Представляет интерес рассмотрение неустойчивостей в более широком диапазоне условий с учетом большего отклонения от равновесия.

Нам представляется, что изложенный выше подход к рассмотрению неравновесности окажется полезным и при решении этих более сложных задач.

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Griem H.—Phys. Rev., 1963, v. 131, p. 1170.
2. Drawin H. W.—In: Progress in Plasmas and Gas Electronics/Ed. R. Rompe, M. Steendeck.—Berlin: 1975,—V. 1, p. 592.
3. Гинзбург В. Л., Гуревич А. В.—УФН, 1960, т. 70, с. 201.
4. Смирнов Б. М. Физика слабоионизованного газа.—М.: Наука, 1972.
5. Velikhov E. P., Golubev V. S., Dukhne A. M.—Atomic Energy Rev., 1976, v. 14, p. 325.
6. Гудзенко Л. И., Шелепин Л. А., Яковленко С. И.—УФН, 1974, т. 114, вып. 3, с. 457.
7. Голант В. Е. и др. Основы физики плазмы.—М.: Атомиздат, 1977.
8. Колесников В. Н.—Тр. ФИАН СССР, 1964, т. 30, с. 66.
9. Биберман Л. М.—ЖЭТФ, 1947, т. 17, с. 416.
10. Holstein T.—Phys. Rev., 1947, v. 72, p. 1212; 1951, v. 83, p. 1159.
11. Биберман Л. М.—ДАН СССР, 1948, т. 59, с. 669.
12. Биберман Л. М., Воробьев В. С., Якубов И. Т.—In: Electricity from MHD. 1968.—Vienna: IAEA, 1968.—V. 1, p. 97.
13. Волков Ю. М.—In: Electricity from MHD. 1966.—Vienna: IAEA, 1966—V. 2, p. 55.
14. Волков Ю. М., Малюта Д. Д.—In: Electricity from MHD. 1968.—Vienna: IAEA, 1968.—V. 1, p. 77.
15. Мнацаканян А. Х. ТВТ, 1972, т. 12, с. 858.
16. Биберман Л. М., Воробьев В. С., Якубов И. Т.—УФН, 1972, т. 107, с. 353.
17. Гриднева С. М., Касабов Г. А.—Цитир. в ¹³ сб.—V. 1, p. 73.
18. Голубев В. С., Касабов Г. А., Конах В. Ф.—ТВТ, 1964, т. 2, с. 493.
19. Лагарьков А. Н.—ТВТ, 1966, т. 4, с. 305.
20. Андропов В. Г., Асиновский Э. И., Батенин В. М., Лопатский Г. С., Чиннов В. Ф.—Цитир. в ¹³ сб.—V. 1, p. 117.
21. Лагарьков А. Н.—В кн. Теоретические и прикладные проблемы рассеяния света.—Минск: 1971.
22. Sayer B., Jeannet J. C., Berlande J.—J. de Phys., 1972, t. 33, p. 993.
23. Гольдфарб В. М.—Опт. и спектр., 1967, т. 27, с. 204.
24. Дудко Д. Я., Корчевой Ю. П., Лукашенко В. И.—Ibid., 1973, т. 34, с. 33.
25. Павловская Е. Н., Подмошенский И. В.—Ibid., с. 19.
26. Desai S. W., Corcoran W. H.—J. Quantit. Spectr. and Rad. Transfer, 1965, v. 9, p. 1371; 1966, v. 10, p. 529.
27. Hinnov E., Hirschberg T.—Phys. Rev., 1951, v. 83, p. 1159.
28. Drawin H. W., Fumelli M., Weste G.—Zs. Naturforsch., 1965, Bd. 20a, S. 184.
29. Антонов Е. Е., Корчевой Ю. П., Лукашенко В. И.—ТВТ, 1976, т. 14, с. 1151.
30. Akira K., Michio N., Zs. Naturforsch., 1977, Bd. 32a, S. 64.
31. Byron S., Stabler R. C., Bortz P. I.—Phys. Rev. Lett., 1962, v. 8, p. 376.
32. Cool T. A., Zukoski E. E.—Phys. Fluids, 1966, v. 9, p. 760.
33. Хаксли П., Кромптон Р. Диффузия и дрейф электронов в газах.—М.: Мир, 1977.
34. Бейтс Д., Далгарно А.—В кн. Атомные и молекулярные процессы/Под ред. Д. Бейтса.—М.: Мир, 1964.—с. 224.
35. Bates D. R. et al.—Proc. Roy. Soc. Ser. A, 1962, v. 267, p. 297; v. 270, p. 152.
36. McWhirter P. W. P., Hearn A. G.—Proc. Phys. Soc., 1963, v. 82, p. 641.
37. Bates D. R., Kingston A. E.—Proc. Roy. Soc. Ser. A, 1964, v. 279, p. 1376; Planet. and Space Sci., 1965, v. 2, p. 1.
38. Johnson C. L., Hinnov E.—J. Quantit. Spectr. and Rad. Transfer, 1973, v. 13, p. 333.
39. Drawin H. W., Emard F., Katsonic K.—Zs. Naturforsch., 1973, Bd. 28a, S. 1422.
40. Deloche R., Confalone A.—J. de Phys., 1966, t. 24, p. 27.
41. Norcross D. W., Stone P. M.—J. Quantit. Spectr. and Rad. Transfer, 1968, v. 8, p. 655.
42. Беляев С. Т., Будкер Г. И.—В кн. Физика плазмы и проблема управляемых термоядерных реакций.—М.: Изд-во АН СССР, 1956.—Т. 3, с. 41.

43. Гуревич А. В.— Геомагн. и аэроном., 1964, т. 4, с. 3.
44. Пятаевский Л. П.— ЖЭТФ, 1962, т. 42, с. 1326.
45. Гуревич А. В., Пятаевский Л. П.— ЖЭТФ, 1964, т. 46, с. 1281.
46. Смирнов Б. М.— ЖТФ, 1967, т. 37, с. 92.
47. Абрамов В. А., Смирнов Б. М.— Опт. и спектр., 1966, т. 21, с. 19.
48. Смирнов Б. М. Ионы и возбужденные атомы.— М.: Атомиздат, 1974.
49. Кузнецов Н. М., Райзер Ю. П.— ПМТФ, 1965, № 4, с. 10.
50. Грим Г. Спектроскопия плазмы.— М.: Атомиздат, 1969.
51. Воробьев В. С., Железняк М. Б.— Опт. и спектр., 1973, т. 33, с. 12.
52. Воробьев В. С.— ЖЭТФ, 1966, т. 51, с. 327.
53. Воробьев В. С.— В кн. Химия плазмы. М.: Атомиздат, 1976.— Вып. 3, с. 95.
54. Антонов Е. Е. Автореферат канд. диссертации.— М.: ИВТАН, 1977.
55. Батенин В. М., Зродников В. С., Роддатис В. К., Чиннов В. Ф.— ТВТ, 1975, т. 13, с. 270.
56. Батенин В. М., Зродников В. С., Чиннов В. Ф.— ТВТ, 1976, т. 14, с. 209.
57. Батенин В. М., Зродников В. С., Роддатис В. К., Чиннов В. Ф.— Физ. плазмы, 1976, т. 2, с. 831.
58. Воробьев В. С., Якубов И. Т.— Письма ЖЭТФ, 1966, т. 4, с. 43.
59. Ступицкий Е. Л., Козлов Г. И. Препринт ИПМ АН СССР № 46.— Москва: 1972.
60. Снежкин Е. Н., Незлин М. В.— ЖЭТФ, 1977, т. 73, с. 913.
61. Биберман Л. М., Воробьев В. С., Якубов И. Т.— ТВТ, 1968, т. 6, с. 369.
62. Shaw J. F., Mitchner M., Kruger C. H.— Phys. Fluids, 1970, v. 13, p. 325, 339.
63. Suckewer S.— Zs. Phys., 1971, Bd. 247, S. 354.
64. Duggan J. V., Lyman F. A., Albers L. U. Цитир в ¹³. в сб.— V. 2, p. 85.
65. Postma A. J.— Physica, 1970, v. 45, p. 609.
66. Shaw J. F., Mitchner M., Kruger C. H.— Цитир. в ¹⁴ сб.— V. 1, p. 53.
67. Коган Ю. М., Лягущенко Р. И.— ЖТФ, 1961, т. 31, с. 445; 1962, т. 32, с. 192; 1964, т. 34, с. 821.
68. Мак-Дональд А. Сверхвысокочастотный пробой в газах.— М.: Мир, 1969.
69. Райзер Ю. П. Лазерная искра и распространение разрядов.— М.: Наука, 1974.
70. Кружилин Н. А., Якубов И. Т.— ТВТ, 1975, т. 13, с. 181.
71. Wojaszek K.— Beitr. Plasmaphys., 1965, Bd. 3, S. 181.
72. Денисов Ю., Кузнецов Н. М.— ПМТФ, 1971 № 2, с. 32.
73. Каган Ю. М., Лягущенко Р. И., Хахаев А. Д.— Опт. и спектр., 1963, т. 15, с. 13.
74. Атражев В. М., Якубов И. Т.— ПМТФ, 1975, № 1, с. 45.
75. Биберман Л. М., Воробьев В. С., Якубов И. Т.— В кн. МГД метод получения электроэнергии.— М.: Энергия, 1968.— С. 209.
76. Dugwin H. W.— J. Quantit. Spectr. and Rad. Transfer., 1970, v. 10, p. 33.
77. Гордиец В. Ф.— ЖЭТФ, 1968, т. 55, с. 942.
78. Биберман Л. М., Мнацаканян А. Х., Якубов И. Т.— УФН, 1971, т. 102, с. 431.
79. Новичков Д. Н., Глебов В. В.— ТВТ, 1970, т. 8, с. 695.
80. Лобастов Ю. С., Тестов В. Г.— Ibid., 1969, т. 7, с. 358.
81. Кружилин Н. А., Якубов И. Т.— Ibid., т. 5, с. 1010.
82. Cool T. A., Zukoski E. E.— Phys. Fluids., 1966, v. 9, p. 780.
83. а) Алесковский Ю. М.— ЖЭТФ, 1963, т. 44, с. 840.
б) Sawyer B., Jeannet J. C., Lozingot J., Berlande J.— Phys. Rev., Ser. A, 1973, v. 8, p. 3012.
84. Далидчик Ф. И., Саясов Ю. С.— ЖЭТФ, 1965, т. 49, с. 303.
85. Далидчик Ф. И., Саясов Ю. С.— Ibid., 1967, т. 52, с. 1592.
86. Денисов Ю. П., Кузнецов Н. М.— Ibid., 1971, т. 61, с. 2298.
87. Cohen J. S.— Phys. Rev., Ser. A, 1975, v. 13, p. 197.
88. Massey H.— Contemp. Phys., 1973, v. 14, p. 497.
89. Bell K. Z., Kingston A. E., McIlveen W. A.— J. Phys. Ser. B, 1973, v. 6, p. 1246.
90. Olson R. E.— Phys. Rev., Ser. A, 1977, v. 15, p. 631.
91. Felden M. M.— Physica BC, 1976, v. 84, p. 439.
92. Далидчик Ф. И.— ЖЭТФ, 1974, т. 66, с. 849.

93. Смирнов В. А.— *Опт. и спектр*, 1974, т. 37, с. 407.
94. Полак Л. С., Словецкий Д. И.— *Опт. и спектр*, 1974, т. 36, с. 1053.
95. Словецкий Д. И.— В кн. *Теоретическая и прикладная плазмохимия*.— М.: Наука, 1975.— С. 187.
96. Пятницкий Л. Н., Живописцев В. С., Зродников В. С., Чиннов В. Ф.— *ДАН СССР*, 1976, т. 230, с. 1092.
97. Полак Л. С., Словецкий Д. И.— *Хим. выс. энергий*, 1974, т. 8, с. 135.
98. Antonov E. E., Korchevo P., Lukashenko V. I., Hilko I. N.— In: *XII Intern. Conference on Phenomena in Ionized Gases*.— Endhoven: 1975.— P. 33.
99. Лозанский Э. Д., Фирсов О. Б.— *Теория искры*.— М.: Атомиздат, 1975.— Гл. 1.
100. Mewe R.— *Physica*, 1970, v. 47, p. 373.
101. Асиновский Э. И., Кириллин А. В., Марковец В. В.— *ТВТ*, 1975, т. 13, с. 933.
102. Stoll I.— In: *XI Intern. Conference on Phenomena in Ionized Gases*.— Prague: 1973.— P. 32.
103. Белевцев А. А., Мнацаканян А. Х.— *ТВТ*, 1975, т. 13, с. 943.