

534-8:534.311.33

НЕЛИНЕЙНЫЕ ЭФФЕКТЫ ПРИ РАСПРОСТРАНЕНИИ ВЫСОКОЧАСТОТНОГО ЗВУКА В НОРМАЛЬНЫХ ПРОВОДНИКАХ

Ю. М. Гальперин, В. Л. Гуревич, В. И. Козуб

СОДЕРЖАНИЕ

1. Введение	106
2. Взаимодействие электронов со звуком в проводниках	109
3. Поглощение продольного звука в металлах в отсутствие внешнего магнитного поля	113
а) Линейная теория (113). б) Нелинейная теория (115).	
4. Особенности нелинейного поглощения и усиления звука в полупроводниках	123
5. Нелинейные эффекты при распространении звука в металле, помещенном во внешнее магнитное поле	127
6. Заключение	131
Цитированная литература	132

1. ВВЕДЕНИЕ

Тема настоящего обзора — теория нелинейных акустических явлений в металлах и полупроводниках, имеющих место при распространении в них коротковолнового звука. Коротковолновым мы будем называть звук, у которого длина волны $\lambda^{(s)}$ гораздо меньше длины свободного пробега l электронов проводимости:

$$\lambda^{(s)} \ll l. \quad (1.1)$$

Область звуковых частот, при которых выполняется это условие, разумеется, зависит от рода проводника, а также от концентрации примесей и дефектов кристаллической решетки и от температуры. Реально это условие можно выполнить лишь при достаточно низких температурах (от азотных и ниже) в достаточно чистых веществах.

Мы будем интересоваться лишь нелинейными явлениями электронного происхождения. Дело в том, что при низких температурах электроны проводимости играют определяющую роль в акустических эффектах (во всяком случае, их вклад может быть надежно выделен). С другой стороны, нелинейности, обусловленные взаимодействием звуковой волны с электронами, как правило, проявляются при значительно меньших интенсивностях звука, чем упругая нелинейность.

Нелинейные акустические явления при $\lambda^{(s)} \gg l$ достаточно хорошо изучены теоретически и экспериментально и нашли отражение в обзорах ¹⁻³ и ряде других. Обычно в этой ситуации взаимодействие электронов проводимости со звуком может быть описано макроскопически. Что же касается нелинейных эффектов в коротковолновой ситуации (1.1), когда

наиболее полно проявляются кинетические свойства электронной системы, то они в последние годы интенсивно изучаются теоретиками. Появились и первые эксперименты. Хотелось бы дать представление о том, что уже выяснено, какие наиболее важные теоретические проблемы пока еще не нашли решения и в каких направлениях разумнее всего планировать будущий эксперимент. Поэтому мы считаем, что настало время написать такой обзор.

Плотность потока механической энергии S , переносимой звуковой волной, при распространении звука затухает, диссипируя в тепло. Если звуковая волна возбуждается на границе кристалла, то при распространении в глубь кристалла она затухает по закону

$$\frac{dS}{dx} = -\Gamma S, \quad (1.2)$$

где ось x — направление распространения звука. Величина Γ называется коэффициентом поглощения звука.

Если интенсивность S достаточно мала, коэффициент поглощения от S не зависит и справедлива линейная теория, которая дает

$$S(x) = S(0) e^{-\Gamma x}. \quad (1.3)$$

При возрастании интенсивности Γ начинает зависеть от S . Возникает нелинейное поглощение звука. Оно проявляется в том, что S зависит от x не экспоненциально, а более сложным образом.

Другим нелинейным эффектом является звукоэлектрический эффект, который заключается в возникновении постоянного тока (или, при разомкнутой цепи, постоянного поля) благодаря увлечению электронов проводимости бегущей звуковой волной. Звукоэлектрический эффект был теоретически предсказан Парментером ⁴, а затем теоретически и экспериментально исследован Вейнрейхом, Сандерсом и Уайтом ⁵ в n -Ge. При малых интенсивностях звука звукоэлектрический ток пропорционален интенсивности, при больших — начинает зависеть от нее более сложным образом.

Нелинейные эффекты, о которых пойдет речь, связаны с явлением захвата электронов проводимости периодическим полем звуковой волны. Тут принципиально возникают две возможности — классическая (в акустических потенциальных ямах много уровней) и квантовая (число уровней порядка единицы). В связи с недостатком места необходимо как-то ограничить тематику данного обзора, и мы рассмотрим только первую из этих возможностей. Для анализа ее мы применим аппарат классического кинетического уравнения.

Соответственно, при изучении нелинейных явлений в магнитном поле мы будем считать поле неквантованным, т. е. достаточно слабым. Тем самым вне поля зрения обзора останется широкий круг явлений, касающихся, например, нелинейной теории гигантских квантовых осцилляций поглощения звука ⁶, нелинейного поглощения звука в условиях магнитного пробоя ⁷ и др.

Опять-таки из-за недостатка места мы ограничимся только рассмотрением нелинейных акустических явлений в нормальных проводниках. Что же касается сверхпроводников, то многие результаты, полученные для нормальных проводников, переносятся на них непосредственно. Однако проявление нелинейных звукоэлектрических явлений в них обладает исключительным своеобразием, связанным со спецификой сверхпроводника, и подробное их рассмотрение заслуживает специального обзора.

Теперь, после того как мы перечислили круг вопросов, который в обзор не войдет, мы сможем коротко сформулировать, какой же именно

теме будет посвящен обзор. Это классическая теория нелинейных акустических явлений в полупроводниках и нормальных металлах, в том числе и во внешних полях — электрическом и магнитном.

Прежде чем перейти к изложению материала обзора, мы хотим отметить, что основные идеи и методы, использованные для анализа нелинейного поглощения звука в проводниках, могут найти применение и в других задачах. Так, Вугальтер и Демиховский⁸ показали, что аналогичная по существу, картина имеет место при нелинейном поглощении электромагнитных волн в металлах. Каган⁹ показал, что такие же методы можно использовать для анализа нелинейного поглощения звука в диэлектриках.

Наш обзор — в первую очередь обзор теоретических результатов. Поскольку к настоящему времени выполнено небольшое число экспериментальных работ, мы не сочли целесообразным выделять их описание в отдельный раздел. Краткое описание экспериментальных работ, в которых наблюдались нелинейные акустические эффекты в рассмотренной области для полупроводников и металлов, соответственно, содержится в конце четвертой и пятой глав.

2. ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ЭЛЕКТРОНОВ СО ЗВУКОМ В ПРОВОДНИКАХ

Хотя физический механизм классической нелинейности, о котором пойдет речь дальше, в общих чертах одинаков в металлах и полупроводниках, некоторые черты взаимодействия электронов со звуком в них различаются. Для конкретности мы сначала рассмотрим металлы, а потом укажем, какие отличия возникают в полупроводниках.

Рассмотрим движение электрона в периодическом самосогласованном поле кристаллической решетки и других электронов, искаженном звуковой волной. Будем характеризовать электроны недеформированного металла законом дисперсии $\epsilon_0(\mathbf{p})$, где \mathbf{p} — квазиимпульс электрона.

Чтобы описать изменение электронного спектра при деформации, нужно указать, в какой системе координат оно задается. Обсудим этот вопрос подробнее, поскольку недостаточно четкое его понимание неоднократно приводило к недоразумениям.

Рассмотрим некоторую точку деформированной сплошной среды. До деформации ее координаты были \mathbf{r} ; после деформирования эта точка заняла положение $\mathbf{r}' = \mathbf{r} + \mathbf{u}$, где \mathbf{u} — вектор смещения. Каждую точку сплошной среды можно характеризовать либо лагранжевыми координатами \mathbf{r} , t , либо же эйлеровыми координатами \mathbf{r}' , t . Лагранжева система координат сопутствует деформированной решетке; в ней проще всего описывается взаимодействие электронов проводимости с деформацией. Соответственно в этой системе мы будем записывать кинетическое уравнение для электронов в переменном поле деформации, а также уравнения теории упругости. Нужно, правда, помнить, что эта система неинерциальна и криволинейна; оба обстоятельства учитываются соответствующими добавочными членами в выражении для энергии электрона.

Эти добавочные члены мы будем описывать⁷ в терминах метода обобщенной эффективной массы. Заключается он в том, что по отношению к возмущениям, медленно меняющимся во времени и в пространстве, движение электрона в периодическом самосогласованном поле может рассматриваться как движение квазичастицы с оператором энергии $\epsilon_0(-i\hbar \partial/\partial \mathbf{r})$. Возмущение, создаваемое упругой деформацией кристалла при распространении в нем звуковой волны, всегда принадлежит к такому типу. Более того, для тех задач (классических по своему характеру), которые мы собираемся здесь обсуждать, движение электрона под действием акустического возмущения можно рассматривать как движение

во внешнем поле классической частицы с функцией Гамильтона $\varepsilon(\mathbf{p}, \mathbf{r})$ (\mathbf{p}, \mathbf{r} — канонически сопряженные величины).

Упругая деформация всегда удовлетворяет условию

$$\left| \frac{\partial u_i}{\partial r_k} \right| \ll 1. \quad (2.1)$$

С учетом (2.1) функцию Гамильтона можно представить в виде ^{10, 11}

$$\varepsilon(\mathbf{p}, \mathbf{r}) = \varepsilon_0(\mathbf{p}) + \lambda_{ik}(\mathbf{p}) u_{ik}(\mathbf{r}) - m_0 \mathbf{v} \dot{\mathbf{u}}; \quad (2.2)$$

здесь $\lambda_{ik}(\mathbf{p})$ — тензор деформационного потенциала, зависящий от квазиимпульса \mathbf{p} *),

$$u_{ik} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial r_k} + \frac{\partial u_k}{\partial r_i} \right)$$

— тензор деформации, m_0 — масса свободного электрона, $\mathbf{v} = \partial \varepsilon_0 / \partial \mathbf{p}$ — скорость электрона. Второй член в (2.2) описывает взаимодействие электронов с полем деформации. Видно, что деформационный потенциал представляет собой классическое поле, действующее на электроны. Третий член в (2.2) отражает то обстоятельство, что лагранжева система координат неинерциальна и в ней появляется дополнительная сила, действующая на электроны проводимости и пропорциональная ускорению. Эта сила обуславливает известный эффект Стюарта — Толмена. Действительно, выражение (2.2) соответствует функции Гамильтона электрона, движущегося в электрическом поле с векторным потенциалом

$$\mathbf{A}^S = \frac{c}{e} m_0 \dot{\mathbf{u}}, \quad (2.3)$$

где c — скорость света, e — заряд электрона. Это означает, что в сопутствующей системе координат электрон ведет себя так, как если бы он совершал движение во внешнем электрическом поле Стюарта — Толмена, равном

$$\mathbf{E}^{ST} = \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{A}^{ST}}{\partial t} = \frac{m_0}{e} \ddot{\mathbf{u}}. \quad (2.4)$$

Чтобы вычислить поглощение, нам нужно знать неравновесную функцию распределения $F(\mathbf{p}, \mathbf{r})$ электронов. Она удовлетворяет кинетическому уравнению

$$\frac{\partial F}{\partial t} + \frac{\partial \varepsilon}{\partial \mathbf{p}} \frac{\partial F}{\partial \mathbf{r}} - \frac{\partial \varepsilon}{\partial \mathbf{r}} \frac{\partial F}{\partial \mathbf{p}} + \hat{I}\{F\} = 0. \quad (2.5)$$

Такое уравнение, соответствующее классической картине взаимодействия электронов со звуком, применимо в случае звука не слишком высокой частоты ω , когда выполняется условие

$$\hbar q \ll \bar{p}; \quad (2.6)$$

здесь \bar{p} — некоторое характерное значение квазиимпульса электрона, взаимодействующего с волной. Это значение определяется спецификой задачи, поэтому конкретные выражения критерия, отвечающего условию (2.6), различны для линейной и нелинейной теорий. Мы приведем соответствующие оценки ниже.

Столкновительный член \hat{I} в уравнении (2.5) имеет стандартный вид **)

$$\hat{I}(F) = \frac{2\pi}{\hbar} \sum_{\mathbf{p}_1} |V_{\mathbf{p}, \mathbf{p}_1}|^2 [F(\mathbf{p}, \mathbf{r}) - F(\mathbf{p}_1, \mathbf{r})] \delta[\varepsilon(\mathbf{p}, \mathbf{r}) - \varepsilon(\mathbf{p}_1, \mathbf{r})], \quad (2.7)$$

*) В простейшем виде деформационный потенциал был введен Цицейкой ¹², в наиболее общем виде — Ахиезером ¹³.

**) Мы считаем, что основным механизмом рассеяния электронов является рассеяние на примесях. Именно так обычно обстоит дело при низких температурах.

т. е. обращается в нуль равновесной функцией Ферми $F_0(\varepsilon(\mathbf{p}, \mathbf{r}))$. Здесь V_{pp1} есть величина, пропорциональная амплитуде рассеяния электрона на примеси.

В дальнейшем нам также понадобится выражение для плотности электрического тока, вызванного звуковой волной. В сопутствующей системе координат это выражение имеет вид ¹⁰ *)

$$j = e \int d\mathbf{r}_p v F(\mathbf{p}, \mathbf{r}), \quad d\mathbf{r}_p = 2 \frac{d^3 p}{(2\pi\hbar)^3}. \quad (2.8)$$

Отметим, что можно перейти от классических канонически сопряженных переменных p, r , в которых записано уравнение (2.5), к другим переменным p', r' , соответствующим лабораторной системе координат, с помощью канонического преобразования **) с производящей функцией

$$\Phi(\mathbf{r}, \mathbf{p}', t) = \mathbf{p}'(\mathbf{r} + \mathbf{u}). \quad (2.9)$$

Это преобразование имеет вид

$$p_i = \frac{\partial \Phi}{\partial r_i} = p'_i + p'_k \frac{\partial u_k}{\partial r_i}, \quad r'_i = \frac{\partial \Phi}{\partial p'_i} = r_i + u_i, \quad (2.10)$$

$$\varepsilon'(\mathbf{p}', \mathbf{r}') = \varepsilon(\mathbf{p}, \mathbf{r}) + \frac{\partial \Phi}{\partial t} = \varepsilon_0(\mathbf{p}') + (\mathbf{p}' - m_0 \mathbf{v}') \dot{\mathbf{u}} + (\lambda_{ik} + p'_i v'_k) \frac{\partial u_k}{\partial r'}. \quad (2.11)$$

Для свободных электронов $^{10} \lambda_{ik} = -p'_i v'_k$; таким образом, второе и третье слагаемые в (2.11) обращаются в нуль, как и должно быть. При этом кинетическое уравнение для функции $F'(\mathbf{p}', \mathbf{r}') = F(\mathbf{p}, \mathbf{r})$ в лабораторной системе координат имеет вид, аналогичный (2.5). Важно, что в аргументе δ -функции столкновительного члена этого уравнения фигурирует энергия $\varepsilon(\mathbf{p}, \mathbf{r})$, выраженная через переменные \mathbf{p}' , и \mathbf{r}' — комбинация

$$\varepsilon'(\mathbf{p}', \mathbf{r}') - \mathbf{p}' \dot{\mathbf{u}}. \quad (2.12)$$

Это обстоятельство связано с тем, что примесные атомы «вморожены» в деформируемую решетку и движутся вместе с ней. Поэтому оператор столкновений должен обращаться в нуль функцией, равновесной в сопутствующей системе координат.

Кинетическое уравнение в лабораторной системе координат получено в работе Конторовича ¹¹.

Укажем, как изменятся основные уравнения задачи, если в проводнике имеются макроскопические поля — электрическое и магнитное.

Чтобы учесть эти поля, нужно добавить к функции Гамильтона $\varepsilon'(\mathbf{p}', \mathbf{r}')$ (в лабораторной системе) слагаемое $e\varphi(\mathbf{r}')$, где φ — скалярный потенциал, и, кроме того, произвести в ней замену

$$\mathbf{p}' \rightarrow \mathbf{P}' - \frac{e}{c} \mathbf{A}(\mathbf{r}'), \quad (2.13)$$

где \mathbf{P} — канонический импульс, \mathbf{A} — векторный потенциал ($\mathbf{H} = \text{rot } \mathbf{A}$, $\mathbf{E} = -\nabla\varphi - c^{-1}\dot{\mathbf{A}}$). В сопутствующей системе такой замене соответствует замена ¹⁰

$$\mathbf{p} \rightarrow \mathbf{p} - \frac{e}{c} \dot{\mathbf{A}}(\mathbf{r}) + \frac{e}{c} [\mathbf{u} \mathbf{H}]. \quad (2.14)$$

Третье слагаемое в правой части (2.14) можно рассматривать как добавку $\Delta \mathbf{A}$ к векторному потенциалу в новой системе координат. Она описывает

*) Это — обычное выражение для плотности тока блоховских электронов: в сопутствующей системе электронные волновые функции электронов являются блоховскими.

**) Идея подобного преобразования высказана Л. Д. Ландау.

возникающее в соответствующей системе индукционное поле

$$\mathbf{E}^{(1)} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \Delta A}{\partial t} = \frac{1}{c} [\dot{\mathbf{u}} \mathbf{H}]. \quad (2.15)$$

В итоге при наличии внешних полей в левой части кинетического уравнения появляется дополнительное слагаемое, содержащее силу Лоренца, и кинетическое уравнение приобретает вид

$$\frac{\partial F}{\partial t} + \mathbf{v} \frac{\partial F}{\partial \mathbf{r}} + \left(e \mathbf{E} + e \mathbf{E}^{(1)} + \frac{e}{c} [\mathbf{v} \mathbf{H}] - \frac{\partial \varepsilon}{\partial \mathbf{r}} \right) \frac{\partial F}{\partial \mathbf{p}} + \hat{f}(F) = 0. \quad (2.16)$$

Здесь мы сохранили обозначение \mathbf{p} для кинематического импульса электрона, совпадающего с его квазиимпульсом и не совпадающего с каноническим импульсом \mathbf{P} в присутствии полей.

Полная система уравнений задачи должна включать уравнения Максвелла. Кроме того, как в случае динамической деформации (например, создаваемой звуковой волной), так и для любой статической деформации роль еще одного уравнения играет требование электронейтральности. Для статической деформации оно дает следующие условия, которые должны выполняться тождественно относительно компонент тензора деформационного потенциала¹³:

$$\int d\tau_{\mathbf{p}'} \frac{\partial F_0}{\partial \varepsilon} \lambda_{i\mathbf{k}}(\mathbf{p}') = 0. \quad (2.17)$$

В случае динамической деформации возникает слабое продольное электрическое поле. Как показывает анализ¹⁰, его вклад в поглощение мал по меньшей мере в отношении

$$\frac{w}{v_F} \ll 1 \quad (2.18)$$

(w — скорость звука, v_F — скорость Ферми), поэтому продольным полем мы будем пренебрегать. Выбирая калибровку, в которой $\text{div } \mathbf{A} = 0$, мы можем, таким образом, отбросить член со скалярным потенциалом φ .

Для учета влияния электронов на распространение звука следует в правую часть уравнений теории упругости

$$\rho \frac{\partial u_i}{\partial t} = C_{iklm} \frac{\partial u_{lm}}{\partial r_k} \quad (2.19)$$

(ρ — плотность кристалла, C_{iklm} — тензор модулей упругости) добавить силу f , действующую на решетку со стороны электроны. Выражение для этой силы может быть получено варьированием энергии электронной системы по смещению решетки. С учетом условия (2.1), используя кинетическое уравнение (2.5), уравнения Максвелла и выражение для плотности тока (2.8), действующую на решетку силу можно представить в виде

$$f_i = \frac{\partial}{\partial r_k} \int d\tau_{\mathbf{p}} \lambda_{i\mathbf{k}}(\mathbf{p}) F(\mathbf{p}, \mathbf{r}) + \frac{1}{c} [\mathbf{j} \mathbf{H}]_i + \frac{m_0}{e} j_i; \quad (2.20)$$

здесь первое слагаемое обусловлено взаимодействием электронов с полем деформации; второе слагаемое есть сила электромагнитного происхождения; третье слагаемое связано с эффектом Стаурта — Толмена.

Мощность, поглощаемую в единице объема, можно представить в виде

$$P = \langle \int d\tau_{\mathbf{p}} \dot{\varepsilon}(\mathbf{p}, \mathbf{r}) F(\mathbf{p}, \mathbf{r}) \rangle, \quad (2.21)$$

где угловые скобки означают усреднение во времени по периоду звуковой волны, либо в пространстве по ее длине. Соответственно, коэффициент

поглощения звука (см. (1.2)) равен *)

$$\Gamma = \frac{P}{S} = \frac{1}{S} \left\langle \int d\tau_p \dot{\epsilon} F \right\rangle. \quad (2.22)$$

Таким образом, общая схема анализа распространения звука в металле сводится к анализу уравнений теории упругости, уравнений электродинамики для возникающих электромагнитных полей и кинетического уравнения для электронов в поле звуковой волны и в электромагнитном поле.

3. ПОГЛОЩЕНИЕ ПРОДОЛЬНОГО ЗВУКА В МЕТАЛЛАХ В ОТСУТСТВИЕ ВНЕШНЕГО МАГНИТНОГО ПОЛЯ

а) Л и н е й н а я т е о р и я ^{14, 15}

Начнем с наиболее простого случая продольного звука. Поскольку энергия электрона есть четная функция его квазиимпульса, нечетная по v_x часть тензора деформационного потенциала должна быть нечетной и по \mathbf{v}_\perp ($\mathbf{v}_\perp = (v_y, v_z)$). Поэтому деформационную добавку к энергии электрона можно представить в виде

$$\lambda_{ik}(\mathbf{p}) u_{ik} = \lambda_{ik}^+(\mathbf{v}) u_{ik} + m_0 D(\mathbf{v}) \left(v_x \frac{\partial}{\partial x} \right) (\mathbf{v}_\perp \mathbf{u}), \quad (3.1)$$

где $\lambda_{ik}^+(\mathbf{v})$ и $D(\mathbf{v})$ — четные функции своего аргумента; λ^+ — порядка атомной энергии, безразмерная величина D порядка единицы (как и раньше, мы считаем, что ось OX параллельна направлению распространения звука).

В случае продольного звука ($\mathbf{u} \parallel \mathbf{q}$) в (3.1) отличен от нуля лишь первый член

$$U \equiv \lambda_{ik}^+(\mathbf{v}) u_{ik}(\mathbf{r}). \quad (3.2)$$

Как можно непосредственно убедиться ¹⁵, в этом случае не возникает макроскопических электрических токов.

Линеаризуя кинетическое уравнение (2.5), положим

$$F(\mathbf{p}, \mathbf{r}) = F_0(\epsilon(\mathbf{p}, \mathbf{r})) + f(\mathbf{p}, \mathbf{r}), \quad (3.3)$$

где f — малая добавка к равновесной функции распределения электронов, зависящей от полной энергии $\epsilon(\mathbf{p}, \mathbf{r}) = \epsilon_0(\mathbf{p}) + U^{**}$.

Будем считать, что смещение в звуковой волне изменяется в пространстве и во времени по закону

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}_0 \exp[i(qx - \omega t)]. \quad (3.4)$$

Тогда линеаризованное кинетическое уравнение приобретает вид

$$\left[i(qv_x - \omega) + \frac{1}{\tau} \right] f = \left(-\frac{\partial F_0}{\partial \epsilon} \right) \dot{U}. \quad (3.5)$$

Здесь для оператора столкновений I использовано приближение времени релаксации, которое будет обосновано ниже.

Подставляя (3.3) и (3.5) в выражение для поглощаемой мощности (2.21) и выполняя усреднение, имеем

$$P = \frac{\omega^2}{2} \int d\tau_p \left(-\frac{\partial F_0}{\partial \epsilon} \right) \frac{\tau^{-1} U_0^2}{(qv_x - \omega)^2 + \tau^{-2}}, \quad (3.6)$$

где U_0 — амплитуда величины U .

*) Это выражение может быть получено и другим способом — из дисперсионного уравнения для звуковой волны, вытекающего из уравнений теории упругости (2.19), в которые добавлена сила (2.20).

**) Можно убедиться, что поля Стюарта — Толмена не дают вклада в поглощение продольного коротковолнового звука, если пренебречь малыми членами ω/v_F ¹⁰.

Далее нас будет интересовать случай $ql \gg 1$. Ограничиваясь низшим порядком по параметру $(ql)^{-1}$, мы должны устремить τ к бесконечности. В результате множитель $\tau^{-1} [(qv_x - \omega)^2 + \tau^{-2}]^{-1}$ перейдет в $\delta(qv_x - \omega)$. Произведя эту замену и разделив на плотность потока звуковой энергии, получаем следующее выражение для коэффициента поглощения:

$$\Gamma = \frac{\pi\omega}{\rho w^2} \int d\tau_p \left(-\frac{\partial F_0}{\partial \varepsilon} \right) \delta(v_x - w) [\lambda_{xx}^+(p)]^2. \quad (3.7)$$

Проанализируем этот ответ, который в таком виде был впервые получен в ¹⁵. Множитель $(-\partial F_0/\partial \varepsilon)$, который, как будет видно, присутствует и в выражении нелинейной теории для поглощения, означает, что вклад в поглощение звука дают только электроны, находящиеся в области размытия распределения Ферми, т. е. в интервале энергий шириной порядка T вблизи уровня Ферми. Этот вывод не специфичен для звука; он характерен вообще для всех кинетических явлений в металлах, кроме высокочастотных. В силу отмеченного обстоятельства в выражении (3.7) можно перейти от интегрирования по объему в p -пространстве к интегрированию по поверхности Ферми, элемент которой обозначим ds_F :

$$\int \frac{2d^3p}{(2\pi\hbar)^3} \left(-\frac{\partial F_0}{\partial \varepsilon} \right) \rightarrow \frac{2}{(2\pi\hbar)^3} \int \frac{ds_F}{v}. \quad (3.8)$$

Более интересен множитель $\delta(v_x - w)$. Он означает, что из электронов, находящихся в области размытия распределения Ферми, в поглощении участвуют только те, у которых x -компонента скорости равна скорости звука w . А поскольку абсолютное значение скорости электрона есть скорость Ферми, отсюда явствует, что поглощение звука определяется электронами, скорости которых почти перпендикулярны к направлению распространения звука — «пояском» поверхности Ферми.

Физическая причина такой избирательности по электронным скоростям заключается в следующем. Электроны, у которых v_x заметно отличается от w , «видят» при своем движении быстро осциллирующее поле звуковой волны, которое в среднем за много периодов почти не оказывает на них действия. В итоге сильно взаимодействуют с волной только электроны, скорости которых удовлетворяют *резонансному условию* $v_x = w$. Анализируя выражение (3.6), в котором еще не сделан предельный переход $\tau \rightarrow \infty$, мы видим, что интервал скоростей, дающих вклад в поглощение, конечен и равен по порядку величины

$$\Delta v_x \sim \frac{1}{q\tau}. \quad (3.9)$$

По мере увеличения τ резонансный интервал скоростей сужается, а сам резонанс обостряется, и в итоге результирующее выражение (3.7) оказывается независимым от τ . По этой причине поглощение звука в рассматриваемой ситуации называют бесстолкновительным. По своей природе оно аналогично бесстолкновительному затуханию плазменных волн, изученному Ландау ¹⁶. Эта аналогия будет подробно обсуждена ниже. Приведем порядковые оценки линейного бесстолкновительного затухания Γ_0 . Полагая для типичных металлов $\lambda^+ \sim \varepsilon_F$, имеем

$$\Gamma_0 \sim \frac{\omega \varepsilon_F n_0}{\rho w^2 v_F}, \quad (3.10)$$

где n_0 — концентрация электронов *). Величина ρw^2 размерности плот-

*) Эту формулу можно представить и в виде $\Gamma \sim \omega \hbar^{-3} \rho^{-1} w^{-2} (\lambda^+)^2$, из которого явствует, что поглощение не зависит от концентрации электронов (в области концентраций, где $v_F \gg w$).

ности энергии имеет порядок $\varepsilon_F n_0$, и для безразмерного отношения Γ_0/q получаем

$$\frac{\Gamma_0}{q} \sim \frac{w}{v_F} \ll 1. \quad (3.11)$$

По порядку величины это несколько тысячных. Иными словами, длина поглощения Γ_0^{-1} , на которой интенсивность звука убывает в e раз, оказывается порядка сотен длин звуковой волны.

Заметим еще, что параметр малости в оценке (3.11) есть не что иное, как $\sqrt{m/M}$, где m — масса электрона, а M — масса ионов, составляющих кристаллическую решетку. Возникновение такого параметра не случайно. В адиабатическом приближении электроны «следят» за движением ионов, и поглощение звука отсутствует. Данный же параметр и характеризует величину неадиабатичности, определяющую поглощение.

В типичных экспериментальных ситуациях в настоящее время измеряются длины поглощения порядка долей сантиметра. Это определяется характерными длинами образцов, используемых в эксперименте. Поэтому обычно между длиной свободного пробега $l = v_F \tau$ и длиной поглощения Γ^{-1} существует соотношение

$$\frac{1}{\Gamma} \gg l. \quad (3.12)$$

Это соотношение будет для нас чрезвычайно важно при построении нелинейной теории.

Обсудим вопрос, насколько законно при вычислении поглощения пользоваться приближением времени релаксации. Из выражений (3.5), (3.6) нетрудно усмотреть *), что добавка f к равновесной функции распределения локализована в узкой резонансной области скоростей шириной $\sim 1/q\tau$. В соответствии с этим, из выражения для интеграла столкновений (2.7) видно, что в интересующей нас резонансной области действие «приходного» члена на f соответствует процессам прихода электронов в состояние с заданной скоростью v из малой по фазовому объему области скоростей. В то же время действие «уходного» члена на f учитывает уход из состояния со скоростью v во все остальные состояния. Поэтому приходным членом в (3.5) можно пренебречь по параметру $v_F/q\tau = 1/q\Gamma$.

б) Н е л и н е й н а я т е о р и я ^{18, 19}

Рассмотрим качественно явления, происходящие в проводнике при распространении по нему звуковой волны большой интенсивности. Звуковая волна сопровождается продольной волной эффективного поля с потенциалом U , действующей на электроны. Как уже отмечалось выше, в случае коротковолнового звука ($ql \gg 1$) эта волна существенно влияет лишь на электроны из малой по фазовому объему «резонансной» области. Выясним структуру и характерный размер этой области.

Резонансные электроны в свою очередь делятся на захваченные и пролетные. Захваченные электроны колеблются в периодически расположенных потенциальных ямах, образованных звуковой волной; в системе координат, связанной с бегущей волной, их движение финитно. Глубина каждой ямы порядка амплитуды потенциала U_0 , характерная скорость колебательного движения

$$\tilde{v} \sim \sqrt{\frac{U_0}{m}}, \quad (13.13)$$

*) Эти рассуждения аналогичны использованным в ¹⁷.

а характерная частота колебаний

$$\omega_0 \sim q\tilde{v} = q \sqrt{\frac{U_0}{m}}. \quad (3.14)$$

Каждый акт рассеяния заметным образом изменяет направление скорости электрона и тем самым выводит его из резонансной группы. Поэтому для того, чтобы можно было говорить, например, что захваченные электроны совершают колебательное движение в потенциальных ямах волны, необходимо выполнение неравенства

$$\omega_0 \tau \gg 1. \quad (3.15)$$

Это и есть условие образования группы захваченных электронов. Одновременно сильно искажается и функция распределения пролетных электронов в резонансной области скоростей вблизи скорости w , ширина которой порядка \tilde{v} . Все это вместе и вызывает нелинейные эффекты в поглощении звука.

Если $\omega_0 \tau \ll 1$, то группы захваченных электронов не образуются, а ширина резонансной области определяется столкновениями и имеет порядок $1/q\tau$, как указывалось выше. При этом справедлива линейная теория затухания звука.

Таким образом, величина $\omega_0 \tau$ и есть параметр, определяющий роль нелинейных эффектов при больших ql . Поскольку

$$\omega_0 \tau \sim ql \sqrt{\frac{U_0}{\varepsilon_F}}, \quad (3.16)$$

существует широкая область интенсивностей звука, где отношение (U_0/ε_F) мало, а нелинейные эффекты уже велики. При этом группа захваченных электронов уже образуется, однако относительное число электронов в ней мало. Нелинейные же эффекты в поглощении уже велики, поскольку функция распределения сильно искажена именно в резонансной области, которая и обуславливает поглощение.

Параметр нелинейности задачи можно оценить и другим способом, из баланса (квази) импульса резонансных электронов. Действительно, при затухании звука этим электронам передается импульс порядка

$$\frac{\Gamma S}{w}. \quad (3.17)$$

Для того чтобы нелинейные эффекты были слабыми, передача импульса звуковой волной не должна существенно изменять средней x -компоненты импульса резонансных электронов, имеющей порядок $\delta n m w$, где δn — характерная концентрация резонансных электронов. Отсюда получается условие слабой нелинейности

$$\frac{\Gamma S \tau}{w} \ll \delta n m w. \quad (3.18)$$

Мы видели, что в линейной теории ширина резонансной области была порядка $(ql)^{-1}$ по отношению к слою толщиной U_0 у поверхности Ферми. Таким образом, $\delta n \sim n_0 (U_0/\varepsilon_F) (ql)^{-1}$. Подставляя эту оценку в (3.18), мы снова, как и следовало ожидать, приходим к неравенству $\omega_0 \tau \ll 1$, как к условию применимости линейной теории.

Из соображений, аналогичных приведенным выше, можно оценить и асимптотику зависимости $\Gamma(S)$ при сильной нелинейности, когда выполняется условие (3.15). Это условие означает, что характерная ширина области взаимодействия в пространстве скоростей порядка \tilde{v} , следовательно, относительная ширина оказывается порядка \tilde{v}/v_F . Поэтому

$\delta n \sim n_0 (\tilde{\nu}/\nu_F) U_0/\varepsilon_F$. Учитывая это и требуя, чтобы скорость передачи импульса резонансным частицам была равна скорости его диссипации, имеем

$$\frac{\Gamma(S)}{\Gamma_0} \sim \frac{1}{\omega_0 \tau} \sim S^{-1/4}. \quad (3.19)$$

Чтобы глубже понять природу рассматриваемой нелинейности, произведем сопоставление с хорошо изученной картиной нелинейного поглощения плазменных волн в бесстолкновительной плазме. (Как мы уже отмечали, *линейное* бесстолкновительное поглощение звука аналогично затуханию Ландау плазменных волн.)

В обоих случаях волна эффективно взаимодействует лишь с небольшой по фазовому объему группой резонансных частиц *). Существенное различие, однако, состоит в том, что в бесстолкновительной плазме длина свободного пробега частиц намного больше всех других характерных длин задачи — в частности, длины линейного затухания (ср. (3.12)). Поэтому связь резонансных частиц с остальными частицами (и с термостатом) фактически отсутствует и при решении задачи о распространении плазменной волны достаточно ограничиться изучением баланса энергии в системе волна — резонансные частицы, которая является *консервативной*.

Если исходная амплитуда волны достаточно мала, то волна, полностью затухнув (т. е. передав всю свою энергию резонансным частицам), не искажает существенно их движения. Такая ситуация соответствует линейному затуханию Ландау¹⁶.

Если же амплитуда плазменной волны достаточно велика, то сказывается ограниченность «резервуара» резонансных частиц и волна вызывает существенное искажение их распределения. В итоге устанавливается равновесие в системе волна — резонансные частицы: амплитуда волны достигает некоторого стационарного значения, а на функции распределения резонансных частиц образуется «плато». Процесс установления этого равновесия сопровождается осцилляциями амплитуды волны.

Таким образом, задача о нелинейном затухании Ландау плазменных волн существенно нестационарна. При этом характерным параметром нелинейности является отношение времени «насыщения резервуара» (это время порядка периода колебаний захваченных частиц) к меньшему из двух времен — времени линейного затухания и времени наблюдения. Количественно задача о нелинейном затухании Ландау плазменных волн решена О'Нейлом²⁰ (см. также обзоры^{21, 22}).

В случае звуковой волны вследствие условия $\Gamma l \ll 1$, столкновения играют существенную роль. Выводя электрон из резонансной группы, они обеспечивают обмен частицами между резонансной группой и остальной электронной системой. За счет этого обмена энергия, полученная резонансными электронами от звуковой волны за время порядка времени упругой релаксации τ_p , распределяется по всей электронной системе, а затем — за счет неупругих столкновений — передается термостату. Так что мы имеем дело с *неконсервативной системой* волна — резонансные электроны — все электроны — термостат. При этом наличие упругого и неупругого рассеяния позволяет рассматривать задачу о поглощении звуковой волны в установившемся режиме, отвлекаясь от процессов установления равновесия типа тех, о которых говорилось выше.

Однако в силу условия $ql \gg 1$, столкновения все-таки достаточно редки — уход энергии из резонансной группы затруднен, и соответствующий

*) В количественном отношении группы резонансных частиц отбираются различным образом для звуковой и плазменной волн, что обусловлено различным соотношением между фазовой скоростью волны и характерной скоростью частиц.

канал играет роль «узкого горла». Вследствие этого распределение резонансных частиц при достаточно большой амплитуде волны начинает зависеть от величины этой амплитуды. В этом — основное отличие нелинейного случая от линейного. Количественной мерой этого отличия является отношение времени насыщения резонансной группы (которое, так же как для плазменной волны, порядка ω_0^{-1}) к времени ухода энергии из резонансной группы (ширине «горла»). Как мы видели, последнее время порядка τ_p .

Прежде чем приступить к количественной теории нелинейного поглощения звука, отметим одно важное обстоятельство.

Нелинейные члены, обусловленные электронным откликом, играют роль вынуждающих сил в уравнениях теории упругости (2.19), (2.20). Эти силы «раскачивают» высшие акустические гармоники. Если при этом частота и волновой вектор «вынуждающей» силы связаны законом дисперсии свободных волн, имеет место волновой резонанс. Если же благодаря дисперсии скорости звука имеет место расстройка резонанса, то амплитуда установившегося колебания пропорциональна отношению амплитуды вынуждающей силы к величине расстройки, или, как коротко говорят, — отношению нелинейности к дисперсии.

В линейном по u_{ik} приближении сила f , действующая на решетку со стороны электронов, обладает пространственной и временной периодичностью звуковой волны, однако по фазе, вообще говоря, не совпадает с упругой силой, определяемой правой частью уравнения (2.19). Если разложить эту силу на две составляющие — реактивную, изменяющуюся в фазе упругой силой, и активную, сдвинутую по фазе на $\pi/2$, — то реактивная часть обусловлена нерезонансными электронами; ее роль сводится к адиабатической перенормировке модулей упругости. Амплитуда активной части меньше амплитуды реактивной по меньшей мере по параметру w/v_F ; активная часть силы обеспечивает поглощение звука. В нелинейном режиме, наряду с линейной по u_{ik} частью силы f_L , возникает нелинейный по u_{ik} вклад f_N . Можно убедиться¹⁹, что амплитуда последнего всегда существенно меньше амплитуды f_L . Соответствующая малость определяется параметрами $U_0/\varepsilon_F \sim u_{ik} \ll 1$ для нерезонансных электронов и $(\omega_0\tau)^{-1}\omega/v_F \ll 1$ — для резонансных (при $\omega_0\tau \gg 1$). В итоге при $\omega_0\tau \gg 1$

$$\frac{f_N}{f_L} \sim \max \left(\frac{U_0}{\varepsilon_F}, \frac{1}{\omega_0\tau} \frac{w}{v_F} \right). \quad (3.20)$$

При этом вклады резонансных частиц в f_N на различных гармониках, вообще говоря, одного порядка *), в то время как вклады нерезонансных частиц пропорциональны $(u_{ik})^n$ и убывают с ростом номера гармоники.

Дисперсия, о которой говорилось, характеризуется разностью $w(n\omega) - w(\omega)$ ($w(\omega)$ — скорость свободной звуковой волны с частотой ω). В типичном металле в рассмотренных условиях электронный вклад в закон дисперсии звука не приводит к возникновению частотной зависимости скорости звука w . Поэтому в отсутствие неэлектронных механизмов, приводящих к дисперсии w , в металле возникают волны высших гармоник, амплитуды которых на малых расстояниях (по сравнению с Γ^{-1}) от границы кристалла возрастают пропорционально расстоянию от границы. Отношение амплитуды n -й гармоники к амплитуде основной при этом порядка

$$qx \frac{f_N^{(n)}}{f_L}, \quad (3.21)$$

*) С точностью до численных коэффициентов, связанных с разложением в ряд Фурье и убывающих с ростом номера гармоники.

где $f_N^{(n)}$ — амплитуда n -й гармоники нелинейного вклада в силу. Такой рост продолжается вплоть до длин порядка длины затухания Γ^{-1} , после чего амплитуды гармоник уменьшаются вместе с основной волной. В реальных условиях для типичных металлов $U_0/\varepsilon_F \ll (1/\omega_0\tau) \omega/v_F$, т. е. в формировании высших гармоник дают основной вклад резонансные частицы. Если учесть это и воспользоваться оценками (3.20) для отношения f_N/f_L и (3.19) для нелинейного коэффициента поглощения Γ , то легко убедиться, что отношение (3.21) может достигать единицы. Таким образом, в нелинейном режиме форма звуковой волны в металле на расстояниях от границы порядка длины нелинейного затухания может существенно отличаться от синусоидальной *).

Важно, однако, что перестройка формы волны происходит на длинах порядка $\Gamma^{-1} \gg l$ (мы считаем выполненным условие (3.12)). Поэтому при рассмотрении задачи о распределении электронов в поле волны форму последней можно считать хоть и не синусоидальной, но известной. При этом предположении можно вычислить электронную функцию распределения, а по известной функции распределения — силы. Анализ изменения формы волны в металле был выполнен Вугальтером и Демиховским²³, а также Гальпериним и Козубом²⁴. Здесь мы не будем приводить результатов этого анализа, а сосредоточим внимание на вычислении коэффициента поглощения и его зависимости от интенсивности звука.

Количественное рассмотрение нелинейного поглощения основано на классическом кинетическом уравнении (2.5). Уже отмечалось, что классическое описание пригодно, если передача импульса $\hbar q$ меньше характерного для рассматриваемой задачи импульса \bar{p} электрона. Для данной задачи таковым является максимальный из двух импульсов — $m/q\tau$ и $\sqrt{mU_0}$. Таким образом, классическое описание при выполнении одного из двух неравенств:

$$\frac{\hbar^2 q^2}{m} \ll U_0, \quad (3.22)$$

$$\frac{\hbar^2 q^2}{m} \ll \frac{\hbar}{\tau} \quad (3.23)$$

Они имеют весьма наглядный физический смысл. Первое означает, что в потенциальных ямах, образованных звуком, много квантовых уровней. Второе означает, что неопределенность в энергии электрона вследствие столкновений настолько велика, что в выражении для изменения энергии электрона при переходах, обусловленных звуком, непоследовательно учитывать слагаемое $\hbar^2 q^2/m$.

В противоположном предельном случае, когда

$$\frac{\hbar^2 q^2}{m} \gg U_0 \gg \frac{\hbar}{\tau}, \quad (3.24)$$

в потенциальных ямах, созданных звуком, имеется небольшое число уровней. С учетом возможности туннелирования между ямами эти уровни размываются в так называемые акустические зоны, впервые рассмотренные Келдышем²⁵. Анализ нелинейного поглощения в случае (3.24) проводился Зильберманом²⁶ и, с учетом формирования акустических зон, Лайхтманом и Погорельским²⁷.

Итак, нелинейная часть задачи сводится к решению кинетического уравнения в заданном поле $U(\mathbf{r}, t)$. Поскольку длина затухания Γ^{-1}

*) В полупроводниках, как мы увидим, благодаря электронному вкладу в закон дисперсии скорость звука ω начинает зависеть от ω , и в большинстве случаев искажение формы волны мало, пока $U_0 \ll \bar{\varepsilon}$, где $\bar{\varepsilon}$ — характерная энергия электрона.

существенно превышает как длину звуковой волны, так и, в силу неравенства (3.12), длину свободного пробега электронов, можно считать потенциал U и искомое решение кинетического уравнения зависящими только от разности $x - wt$. Это позволяет найти локальную функцию распределения электронов и локальный коэффициент затухания звука Γ в зависимости от его интенсивности S . Распределение интенсивности как функцию координаты x можно затем найти из решения уравнения (1.2), задав в качестве граничного условия величину $S(0)$.

Как и в линейной теории, представим функцию распределения в виде

$$F_0[\varepsilon_0(\mathbf{p}) + U] + f(\mathbf{p}, x - wt). \quad (3.25)$$

Для функции $f(x)$ получается следующее кинетическое уравнение:

$$(v_x - w) \frac{\partial f}{\partial x} - \frac{\partial U}{\partial x} \frac{\partial f}{\partial p_x} + \hat{I}f = w \frac{\partial U}{\partial x} \frac{\partial F_0}{\partial \varepsilon}. \quad (3.26)$$

Будем, как и в линейной теории, при вычислении поглощения пользоваться приближением времени релаксации, полагая $\hat{I}f_p = (1/\tau) f_p$. Это приближение в нелинейной ситуации было подробно обосновано в ¹⁹. Учтем, что со звуком эффективно взаимодействуют электроны с малыми продольными скоростями v_x . В силу этого можно считать, что величина τ^{-1} зависит только от поперечных компонент скорости электрона. Наоборот, функция распределения f в резонансной области является резкой функцией v_x . Поэтому можно считать, что

$$\frac{\partial f}{\partial p_x} = m_{xx}^{-1} \frac{\partial f}{\partial v_x}, \quad (3.27)$$

т. е. можно пренебречь производными $\frac{\partial f}{\partial v_y}$, $\frac{\partial f}{\partial v_z}$ по сравнению с $\frac{\partial f}{\partial v_x}$ (можно убедиться, что при этом допускается относительная ошибка порядка $\tilde{v}/v_F \sim \sqrt{U_0/\varepsilon_F} \ll 1$). В силу этого уравнение (3.26) является одномерным. Его можно решать методом характеристик. Система уравнений для них имеет вид

$$\frac{dx}{v_x - w} = \frac{dv_x}{m_{xx}^{-1} \partial U / \partial x} = - \frac{df}{(1/\tau) - w (\partial U / \partial x) \partial F_0 / \partial \varepsilon}. \quad (3.28)$$

Характеристики (3.28) уравнения (3.26) описывают траектории движения частиц. Первый интеграл системы (3.28) — интеграл энергии в системе отсчета, движущейся вместе с волной:

$$\frac{m_{xx}(v_x - w)^2}{2} + U(x) = E = \text{const}. \quad (3.29)$$

Общее решение (3.26) имеет вид

$$f = w \int_C^x \frac{dx'}{v_x - w} \frac{\partial U}{\partial x'} \frac{\partial F_0}{\partial \varepsilon} \exp \left(- \frac{1}{\tau} \int_{x'}^x \frac{dx''}{v_x - w} \right), \quad (3.30)$$

где

$$v_x - w = \pm \sqrt{2m_{xx}^{-1}(E - U(x))}. \quad (3.31)$$

Разделение электронов на пролетные и захваченные, о котором шла речь выше здесь возникает наглядным образом для пролетных частиц $E > U_{\max}$, для захваченных $U_{\min} < E < U_{\max}$. Выражение для функции распределения (3.30) следует дополнить граничными условиями, определяющими константу C . Эти условия различны для пролетных и захваченных электронов. Пролетным электронам соответствуют периодические

границные условия

$$f_{\pm}(x) = f_{\pm}(x + \lambda) \quad (3.32a)$$

(индексы \pm соответствуют знаку разности $v_x - w$).

Траектории захваченных электронов имеют две точки поворота, соответствующие корням уравнения $U(x) = E$. Обозначим ближайшие к точке x левую и правую точки поворота через x_1 и x_2 . Поскольку в этих точках электроны отражаются от стенок потенциальной ямы, созданной волной, потребуем для захваченных частиц выполнения условий

$$f_{\pm}(x_1) = f_{\mp}(x_1), \quad f_{\pm}(x_2) = f_{\mp}(x_2). \quad (3.32b)$$

Выражение (3.30) с граничными условиями (3.32a, б) дает полное решение задачи. Из (3.30) и (3.31) видно, что нелинейность, как и следовало ожидать, характеризуется параметром

$$\omega_0 \tau \equiv \tilde{v} \tau,$$

где $\tilde{v} = \sqrt{m_{xx}^{-1} U_0}$. Действительно, характерные значения x порядка q^{-1} , а $v_x - w$ порядка $\sqrt{m_{xx}^{-1} U_0}$; поэтому в показателе экспоненты формулы (3.30) стоит величина порядка $(\omega_0 \tau)^{-1}$. Можно проследить, что при $\omega_0 \tau \ll 1$ из (3.30) и (3.32a) следуют результаты линейной теории и поправки к ней порядка $\omega_0 \tau$, полученные в ¹⁸. В противоположном случае сильной нелинейности $\omega_0 \tau \gg 1$ решение можно разложить по степеням $(\omega_0 \tau)^{-1}$ и ограничиться первым членом. Это дает ¹⁹

$$\frac{\Gamma(S)}{\Gamma_0} = \alpha_1 \frac{\langle (\lambda_{xx}^+)^2 (\omega_0 \tau)^{-1} \rangle_{\perp}}{\langle (\lambda_{xx}^+)^2 \rangle}, \quad (3.33)$$

где $\langle \dots \rangle$ означает усреднение по пояску поверхности Ферми $v_x = w$, α_1 — число порядка единицы, зависящее лишь от формы потенциала. Последняя зависимость является слабой, и при анализе распространения звука величину α_1 можно считать константой. Для волны синусоидальной формы $\alpha_1 = 1,4$ ¹⁹.

Таким образом, количественный расчет подтверждает порядковую оценку (3.19), сделанную выше. Мы видим, что в нелинейном режиме наступает своеобразное акустическое «просветление» проводника — нелинейный коэффициент поглощения Γ в $\omega_0 \tau \gg 1$ раз меньше линейного Γ_0 . При этом $\Gamma \sim S^{-1/4}$; при фиксированной интенсивности нелинейной коэффициент поглощения не зависит от частоты звука.

Впервые нелинейные эффекты рассмотренной природы экспериментально наблюдались Ивановым, Котелянским, Мансфельдом и Хазановым ²⁸ в пьезоэлектрическом полупроводнике $n\text{-InSb}$. Мы обсудим экспериментальные работы ^{28, 29} в следующей главе, посвященной особенностям нелинейных эффектов в полупроводниках.

Поскольку рассмотренный механизм нелинейности связан с искажением распределения резонансных электронов по импульсам, он получил название импульсной нелинейности ²⁹. Импульсная нелинейность наблюдалась также Филем, Денисенко и Безуглым ³⁰ в сверхчистом Ga как в отсутствие, так и при наличии магнитного поля.

Как видно из (3.33), отношение $\Gamma(S)/\Gamma_0$ зависит от «уходного» времени релаксации τ_p , которое, вообще говоря, может отличаться от транспортного времени τ_{tr} , входящего, например, в выражение для электропроводности. Поэтому, анализируя асимптотику отношения $\Gamma(S)/\Gamma_0$, можно получить интересные сведения о механизмах рассеяния носителей тока в проводнике, так как для разных механизмов рассеяния отношение τ_p/τ_{tr} может заметно различаться.

Для проделанного анализа нелинейного поглощения продольного звука существенным был не характер поляризации звука, а потенциальность эффективного поля, действующего на электроны. Это позволило не обращаться к уравнениям Максвелла, а использовать лишь условие электронеутральности.

В случае звука непродольной поляризации первый член в (3.1), не вызывающий появления вихревых токов, соответствует продольным полям, и таким образом его вклад в поглощение, вне зависимости от поляризации звука, описывается изложенной выше теорией.

Однако второй член в (3.1), появляющийся при отличии поляризации звука от продольной, обуславливает возникновение вихревых токов и — в силу уравнений Максвелла — вихревых электромагнитных полей. Для такого звука встает вопрос о роли этих токов и полей в нелинейном поглощении *).

Из линейной теории ^{31, 32, 11} известно, что для поперечного звука, длина волны которого больше глубины скин-слоя при аномальном скин-эффекте, электромагнитное поглощение (обусловленное джоулевыми потерями при протекании указанных вихревых токов) может быть, вообще говоря, того же порядка, что и чисто деформационное (связанное с первым членом в (3.1)), и таким образом может играть важную роль.

Как изменяется физическая картина нелинейности, рассмотренная выше, в случае электромагнитного поглощения?

Прежде всего отметим, что и в случае электромагнитного поглощения выделяется резонансная группа электронов, которые и дают основной вклад. Мы уже видели, что в случае продольного звука влияние эффективного продольного поля на движение таких электронов приводит к нелинейности поглощения. Но поперечные электромагнитные поля также влияют на движение электронов — за счет силы Лоренца. При этом, поскольку резонансные электроны движутся почти перпендикулярно к волновому вектору звука q , действующая на них сила Лоренца направлена практически вдоль направления q ; ее знак зависит как от направления скорости электрона, так и от фазы волны. В итоге влияние волны на движение резонансных электронов соответствует одномерной картине. Сила, действующая на частицу со стороны вихревого поля, ведет себя в этом смысле так же, как и сила, обусловленная потенциальным полем, в случае продольного звука. Поэтому можно ожидать, что физическая картина нелинейности (и, в частности, значение параметра нелинейности), изложенная выше, справедлива и в данной ситуации; следует лишь в выражении для ω_0 заменить потенциальную силу $-qU$ на силу Лоренца.

Однако выражение для коэффициента поглощения существенно отличается от соответствующего выражения для чисто деформационного поглощения. Электромагнитное поглощение есть квадратичная функция компонент вихревого электрического поля, коэффициентами которой служат компоненты тензора проводимости. Распределение резонансных частиц непосредственно влияет на величину эффективной проводимости. Но, кроме того, оно влияет и на величину вихревых электрических полей, определяющих джоулевы потери. В свою очередь эти поля определяются степенью экранирования затравочных вихревых токов, которая сама зависит от эффективной проводимости **). С одной стороны, нелинейное уменьшение эффективной проводимости (в $\omega_0\tau_p$ раз при $\omega_0\tau_p \gg 1$) при заданной

*) Этот вопрос актуален лишь для типичных металлов. В полупроводниках носители занимают малую область p -пространства, поэтому оказывается, что отношение второго члена в (3.1) к первому всегда мало.

**) Напомним, что в случае продольного звука экранирование определялось откликом всей электронной системы, на фоне которого вклад резонансных электронов мал.

величине полей ведет к уменьшению поглощения. Но, с другой стороны, уменьшение этой величины вызывает также ослабление экранирования и соответственно возрастание величины вихревого поля. Поэтому зависимость $\Gamma(S)$ оказывается более сложной, чем в случае деформационного поглощения, и, в частности, может быть немонотонной.

Нелинейная теория электромагнитного поглощения построена в работе ³³. Здесь мы приведем результат лишь для наиболее интересного случая, когда длина волны много больше глубины скин-слоя при аномальном скин-эффекте δ ($q\delta \gg 1$). В этом случае в линейном режиме электромагнитный вклад в поглощение, вообще говоря, того же порядка, что и деформационный. В нелинейном же режиме при этом он существенно превышает деформационный вклад и определяет полное поглощение. При этом зависимость $\Gamma(S)$ является немонотонной: при $S \ll S_0$ $\Gamma \sim \omega^3 S^{1/2}$ (т. е. возрастает с ростом интенсивности S); при $S \gg S_0$ $\Gamma \sim \omega^3 S^{-1/4}$. Здесь S_0 есть некоторая характерная интенсивность звука, равная

$$S_0 = \rho \omega^3 (ql)^{-4} (q\delta)^{-6}. \quad (3.34)$$

В первой области основную роль играет нелинейное уменьшение экранирования вихревых полей, во второй — нелинейное поведение эффективной проводимости, непосредственно входящей в выражение для джоулевых потерь.

При $q = 2 \cdot 10^4 \text{ см}^{-1}$, $l = 10^{-1} \text{ см}$ и типичных металлических параметрах величина S_0 составляет $0,2 \text{ вт/см}^2$. Таким образом, немонотонная зависимость $\Gamma(S)$ может наблюдаться при современном уровне экспериментальной техники.

4. ОСОБЕННОСТИ НЕЛИНЕЙНОГО ПОГЛОЩЕНИЯ И УСИЛЕНИЯ ЗВУКА В ПОЛУПРОВОДНИКАХ

В отличие от металлов, носители тока в полупроводниках занимают малые по фазовому объему области в p -пространстве вблизи экстремумов энергетических зон. Соответственно тензор деформационного потенциала в полупроводниках с простой зоной можно считать не зависящим от p . С другой стороны, ввиду малого по сравнению с металлами количества носителей, в полупроводнике, вообще говоря, не выполняется условие электронейтральности, и возможно локальное перераспределение объемного заряда в поле звуковой волны. В силу этого не зависящее от квазиимпульса p взаимодействие $\lambda_{ik} u_{ik}$ электронов со звуковой волной экранируется не полностью, как это было бы в металлах, а лишь частично. Степень экранирования определяется величиной параметра qR_D , где R_D — радиус Дебая — Хюккеля в случае невырожденного полупроводника, либо радиус Томаса — Ферми в случае вырожденного. Таким образом, задача о поглощении звука в полупроводнике отличается от случая металла тем, что для определения эффективного потенциала, действующего на носители, следует анализировать уравнение Пуассона вместо условия электронейтральности *).

Важнее всего то, что взаимодействие через посредство деформационного потенциала является во многих полупроводниках не единственным и не самым важным. Полупроводниковыми свойствами обладает большее число пьезоэлектрических кристаллов, в которых при деформировании возникают электрические поля, пропорциональные деформации. Пьезоэлектри-

*) Это утверждение несправедливо для так называемых многодолинных полупроводников типа электронных Ge и Si. Вследствие ограниченности места мы не рассматриваем своеобразных нелинейных эффектов в этих веществах, приводящих, например, к формированию ударных акустических волн ³⁴.

ческое взаимодействие существенно анизотропно, т. е. зависит от направления распространения и поляризации звука. В пьезоэлектрически активных направлениях оно может быть значительно сильнее деформационного. В этих направлениях электронное поглощение звука в пьезополупроводниках может быть во много раз больше решеточного.

В полупроводниках может существовать некий новый тип акустических явлений, невозможный в металлах. Дело в том, что, в отличие от металла, к полупроводнику может быть приложено достаточно сильное электрическое поле E , вызывающее дрейф носителей тока с дрейфовой скоростью

$$v = \mu E,$$

где μ — подвижность носителей (в общем случае — тензор). В достаточно сильных электрических полях дрейфовая скорость v может превысить некоторое критическое значение порядка скорости звука, и при этом коэффициент поглощения звука меняет свой знак, т. е. поглощение сменяется усилением *). Наибольший интерес это явление усиления звука дрейфом носителей тока представляет именно в пьезополупроводниках — из-за большой величины взаимодействия электронов со звуком.

В процессе усиления интенсивность звука может возрасти на несколько порядков. Поэтому вопрос о нелинейных акустических эффектах впервые возник именно в связи с усилением звука; необходимость их рассмотрения вытекала из необходимости дать ответ на важный вопрос — до каких пределов может усиливаться звук?

В случае пьезоэлектрического взаимодействия в уравнениях теории упругости возникает пьезоэлектрическая сила

$$f_i^p = -\beta_{i,kl} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial r_k \partial r_l}, \quad (4.1)$$

где $\beta_{i,kl}$ — тензор пьезоэлектрических коэффициентов. Кроме того, появляется пьезоэлектрическая добавка к вектору электрической индукции D ,

$$D_i = \varepsilon_{ik} E_k + 4\pi \beta_{i,kl} u_{kl}, \quad (4.2)$$

что дает соответствующую добавку к уравнению Пуассона. В результате в первом порядке по амплитуде волны получается следующее выражение для добавки к энергии электрона:

$$U^e = U^b \frac{(qR_D)^2}{1 + (qR_D)^2}, \quad (4.3)$$

где $U^b = 4\pi \beta_{x,kx} u_k$ для пьезоэлектрического взаимодействия и $U^b = \lambda_{xx}^+ u_{xx}$ для деформационного. Это выражение получено в пренебрежении членами порядка w/\bar{v} (где \bar{v} — характерная скорость электрона), возникающими вследствие учета нестационарности волны. В металлах \bar{v} есть скорость Ферми; в полупроводниках, в зависимости от статистики носителей, это либо скорость Ферми, либо средняя тепловая скорость, равная $\sqrt{T/m}$. И в том и в другом случае отношение w/\bar{v} мало; мы будем считать его малым параметром теории.

При малой интенсивности звука, т. е. в линейной области, для коэффициента поглощения получается уже известное нам выражение (3.8), в котором, однако, следует заменить $\lambda_{xx}^+ u_{xx}$ на U^e . В итоге для пьезоэлектрического взаимодействия $\Gamma_0 \sim \omega^3$ при $q \ll R_D^{-1}$ и $\Gamma_0 \sim \omega^{-1}$ при

*) В случае $ql \ll 1$ усиление звука дрейфом носителей тока рассматривалось в работах ³⁵⁻³⁷ и др. Случай $ql \gg 1$, который и представляет для нас интерес, изучался в работах ^{38, 39} и др.

$q \gg R_D^{-1}$ ^{39б}; в случае деформационного взаимодействия соответствующие зависимости суть ω^5 и ω^*).

При рассмотрении импульсной нелинейности в полупроводниках мы будем полагать выполненным условие

$$\frac{U_e}{\bar{\epsilon}} \ll 1, \quad (4.4)$$

где $\bar{\epsilon}$ — характерная энергия электрона. В металлах $\bar{\epsilon} = \epsilon_F$ порядка электрон-вольта, и условие (4.4) выполняется всегда. В полупроводниках условие (4.4) является ограничением на интенсивность звука **).

При выполнении условия (4.4) нелинейное по u_{ik} изменение концентрации электронов в поле волны мало по сравнению с линейным. Поэтому в уравнении Пуассона изменение концентрации можно считать линейным по u_{ik} . В итоге выражение (4.3) для эффективного потенциала сохраняет свой вид.

С другой стороны, экранирование взаимодействия при $q \ll D_D^{-1}$ приводит к тому, что сила, действующая на решетку со стороны электронов, не пропорциональна частоте ω , как это было в металлах. В результате возникает дисперсия скорости звука, которая при выполнении неравенства (4.4) подавляет высшие гармоники. Поэтому весь анализ проводится точно так же, как в главе 3, с тем лишь упрощением, что форму волны можно считать синусоидальной. Так же, как и в металлах, для отношения $\Gamma(S)/\Gamma_0$ остается справедливым соотношение (3.33). Это соотношение пригодно и в том случае, когда Γ_0 отрицательно, т. е. происходит не поглощение, а усиление звука.

Не следует забывать, что, в отличие от металлов, амплитуда потенциальной энергии электрона U_0 теперь должна определяться из соотношения (4.3) и потому, в частности, может зависеть от частоты.

В общих чертах механизм импульсной нелинейности действует аналогично в полупроводниках и металлах. Однако в полупроводниках, в отличие от металлов, может существовать еще один механизм нелинейности, который, вообще говоря, может конкурировать с рассмотренным выше. Это разогрев электронов полем звуковой волны. Дело в том, что характерная энергия электронов $\bar{\epsilon}$ в полупроводнике невелика по сравнению со случаем металла, где она порядка нескольких электрон-вольт. Кроме того, в полупроводниках с высокой подвижностью время релаксации энергии τ_e может быть велико. Так, в n -InSb отношение τ_e/τ может достигать 10^2 — 10^4 (в зависимости от температуры и чистоты образца). Поэтому можно ожидать, что уже при малых интенсивностях звука возможны существенные отклонения распределения электронов по энергиям от равновесного — разогрев электронов. Разогрев в свою очередь приводит к зависимости поглощения от интенсивности звука **).

Оценим, при каких интенсивностях звука разогрев должен быть существен. Для этого сравним энергию, получаемую резонансными электронами, с энергией, отдаваемой решетке за счет неупругого рассеяния. При поглощении звука в единице объема поглощается мощность ΓS , так что на один электрон приходится мощность $\Gamma S/n_0$ (в этой оценке мы разделили полную концентрацию электронов, так как за время τ_e поглощенная энер-

*) Зависимость $\Gamma(\omega)$ при $q \gg R_D^{-1}$ и деформационном взаимодействии такая же, как и в металлах. Это естественно, поскольку при $q \gg R_D^{-1}$ экранирование несущественно.

**) Нелинейную теорию поглощения звука при $ql \gg 1$ и $U_0/\bar{\epsilon} \gg 1$ в случае рассеяния электронов на фононах рассматривал Каган⁴⁰. Он пришел к выводу, что в этом случае зависимость $\Gamma(S)$ такая же, как и при $ql \ll 1$ ^{41, 42}.

***)) Разогрев электронов звуком при $ql \ll 1$ изучался в работах^{43, 44} и др.

гия перераспределяется между резонансными и всеми остальными электронами с той же энергией). Ясно, что для того чтобы функция распределения по энергиям мало отклонялась от равновесной, нужно, чтобы поглощенная за время τ_e энергия была много меньше характерной энергии $\bar{\epsilon}$. Это дает следующий критерий малого разогрева:

$$\frac{\Gamma S \tau_e}{n_0 \bar{\epsilon}} \ll 1. \quad (4.5)$$

Если в качестве Γ использовать оценку (3.19) и выразить S через U_0 согласно (4.3), то условие (4.5) можно переписать в виде

$$\left(\frac{U_0}{\bar{\epsilon}}\right)^{3/2} \frac{\tau_e}{\tau} \left(\frac{w}{v}\right)^2 \ll 1. \quad (4.6)$$

Как правило, произведение $\left(\frac{\tau_e}{\tau}\right)\left(\frac{w}{v}\right)^2$ по порядку величины существенно не превосходит единицу, так что условие (4.6) оказывается более или менее эквивалентным (4.4). При его выполнении разогрев несуществен*). Нелинейность же поглощения или усиления может быть сильной. Действительно, поскольку

$$\omega_0 \tau = ql \sqrt{\frac{U_0}{\bar{\epsilon}}},$$

условие сильной нелинейности $\omega_0 \tau \gg 1$ может выполняться одновременно с условием (4.4) за счет большой величины параметра ql .

Обсудим некоторые особенности распространения звука в режиме усиления.

Как мы видели, нелинейный коэффициент усиления Γ убывает с ростом интенсивности звука. Поэтому при некоторой интенсивности S_0 , достигаемой в процессе усиления, он может сравняться с коэффициентом поглощения звука решеткой Γ_l (хотя $|\Gamma_0| > \Gamma_l$). Начиная с этого места в кристалле будет распространяться волна стационарной амплитуды S_0 , и если при этом $U_0 \ll \bar{\epsilon}$, то волна, как уже отмечалось, не будет практически отличаться от гармонической. В этом состоит важное отличие от случая $ql \ll 1$, когда форма нелинейной стационарной волны существенно несинусоидальна^{41, 42}.

В заключение главы обсудим экспериментальные работы^{28, 29}, в которых впервые наблюдалась импульсная нелинейность при усилении звука с частотами 1—2 ГГц в *n*-InSb. В этой области частот параметр ql составлял 5—10. Характеристики образца были таковы, что при малых интенсивностях звука на входе условия (3.22) и (3.23) не выполнялись. В такой ситуации классическое рассмотрение, о котором шла речь выше, неприменимо, и анализ нелинейного поглощения должен выполняться с помощью квантовой теории. Эта задача, как уже говорилось, рассматривалась в^{26, 27}. Согласно этим работам при $U_0 \tau / \hbar \gg 1$

$$\frac{\Gamma(S)}{\Gamma_0} \approx \frac{\hbar}{U_0 \tau} \sim S^{-1/2}. \quad (4.7)$$

*) Так обстоит дело лишь в отсутствие внешнего магнитного поля. В магнитном поле разогрев, вообще говоря, может быть важнее, чем импульсная нелинейность (см. ⁴⁵).

Однако с ростом интенсивности звука начинает выполняться условие (3.23) и, согласно сказанному выше, должен иметь место переход от зависимости $\Gamma \sim S^{-1/2}$ (квантовая теория) к зависимости $\Gamma(S) \sim S^{-1/4}$, даваемой классической теорией. На рис. 1 приведена зависимость электронного усиления на длине кристалла от интенсивности вводимого в кристалл звука, взятая из работы ²⁸. Видно, что при малых интенсивностях экспериментальные точки лучше описываются квантовой теорией, а при больших — классической. Более детальное сопоставление этих экспериментов с теорией произведено в работе Козуба ⁴⁶. Отметим, что в работе ²⁹ наблюдался переход в режим стационарной синусоидальной волны, о котором говорилось выше.

5. НЕЛИНЕЙНЫЕ ЭФФЕКТЫ ПРИ РАСПРОСТРАНЕНИИ ЗВУКА В МЕТАЛЛЕ, ПОМЕЩЕННОМ ВО ВНЕШНЕЕ МАГНИТНОЕ ПОЛЕ ^{47, 48, 49}

Своеобразно проявление импульсной нелинейности при наличии внешнего магнитного поля. Поскольку поглощение слабого звука в магнитном поле подробно изучено как теоретически, так и экспериментально (см., например, ⁴⁹), мы лишь вкратце напомним соответствующую физическую картину.

Положим, что волна распространяется в проводнике, помещенном в некантованное магнитное поле ($\hbar\Omega \ll T$, Ω — характерная частота периодического движения в магнитном поле), и можно говорить о классической

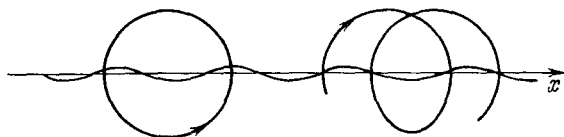


Рис. 2.

траектории электрона в магнитном поле. Если при этом поле является классически сильным ($\Omega\tau \gg 1$), то электрон за время между столкновениями успевает пройти много периодов траектории. Форма последней может быть различной и зависит как от формы поверхности Ферми, так и от геометрии эксперимента. Для иллюстрации изобразим проекции траекторий на плоскость, проходящую через волновой вектор звука (рис. 2).

Будем считать, что характерный размер траектории $R \sim v/\Omega$ много больше длины волны звука. Ясно, что электрон эффективно взаимодействует с волной лишь на участках траектории, где проекция его скорости на волновой вектор звука мала (в нашем случае это классические точки поворота по x) — на этих участках электрон в течение длительного времени «чувствует» определенную фазу волны. Поэтому вклад электрона в поглощение определяется суммой вкладов таких участков на отрезке траектории, пройденной за время между столкновениями. Естественно, что чрезвычайно существенна корреляция фаз волны, соответствующих различным участкам эффективного взаимодействия. Эта корреляция, определяемая геометрией траектории и величиной магнитного поля, приводит к немонотонной, осцилляционной зависимости поглощения от поля. Конкретный ее характер зависит от экспериментальной ситуации — геометрические осцилляции ^{50, 51}, магнетоакустический резонанс ⁵¹, tilt-эффект ⁵² и т. д.

В случае слабых полей ($\Omega\tau \ll 1$ или $l \ll R$) электрон за время между столкновениями успевает пройти лишь малый участок траектории (много

меньше периода). Каждый акт рассеяния меняет направление скорости частицы, в результате чего она переходит на другую траекторию. Вклад в эффективное взаимодействие вносит лишь движение электрона на участках траектории вблизи классических точек поворота. В силу хаотичности скачков при рассеянии корреляция между различными такими участками отсутствует. В рамках линейной теории поглощение звука при этом не зависит от магнитного поля и равно своему значению при $H = 0$ (в пренебрежении малыми поправками $\sim (\Omega\tau)^2$).

Увеличение интенсивности звука ведет к тому, что становится существенным влиянием звуковой волны на движение электрона на участках эффективного взаимодействия, приводящее к искажению траектории вблизи точек поворота. О величине этого искажения можно судить, сравнивая силу, действующую на электрон со стороны магнитного поля $\sim (e/c)v_F H$, с силой, обусловленной эффективным полем звуковой волны $\sim qU^*$. Из сравнения этих величин видно, что искажение определяется безразмерным параметром

$$b^{-1} = \frac{U_0}{e} q R. \quad (5.1)$$

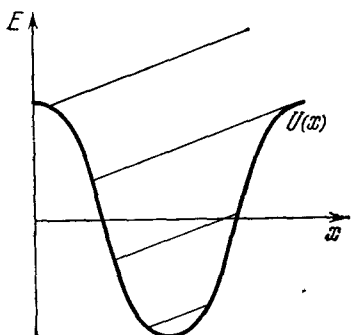


Рис. 3.

Эти рассуждения можно проиллюстрировать, если учесть, что на участках эффективного взаимодействия скорость электрона почти перпендикулярна к волновому вектору звука и, таким образом, сила со стороны магнитного поля действует вдоль волнового вектора. Таким образом, на этих участках траектории магнитное поле ведет себя как некое эффективное электрическое, ускоряющее электрон вдоль оси x . В итоге вблизи точки поворота x_0 движение электрона можно описать как движение в некоем эффективном электрическом поле $\sim v_F H/c$. Соответственно можно ввести энергию одномерного движения $F(x)$ вдоль оси x :

$$F(x) = \frac{mv_x^2}{2} + U(x) = \frac{ev_F H}{c} (x - x_0) + U(x_0) \quad (5.2)$$

(рис. 3). Наклон линий на графике определяется параметром b . При $b \ll 1$ волна сильно искажает траекторию; в частности, выделяется группа захваченных частиц, а пролетные могут иметь точки поворота лишь на гребнях волнового рельефа. Такое искажение траектории, естественно, приводит к изменению вкладов электронов в поглощение и, следовательно, к нелинейности.

Обратим внимание на то, что сам параметр b зависит от магнитного поля: увеличение поля приводит к ослаблению нелинейности и — при $b \gtrsim 1$ — к ее полному подавлению. Соответственно, это должно приводить к дополнительной зависимости поглощения от магнитного поля. Отметим, что поскольку наши рассуждения относились лишь к малому участку траектории, они применимы как к сильным, так и к слабым ($l \ll R$) магнитным полям, так что эффект подавления нелинейности должен иметь место и для слабых магнитных полей. В чем физика этого явления?

Как видно из рис. 3, увеличение поля способствует выносу частиц из резонансной области. В то же время, как мы видели раньше (см. гл. 3), нелинейность определяется конкуренцией между поступлением энергии

*) Для простоты мы не будем касаться электромагнитного вклада в поглощение, который может быть существен для поперечного звука.

в группу резонансных частиц и процессами ее передачи всей электронной системе. Нелинейность велика, если эти последние процессы малоэффективны и играют роль «узкого горла». В отсутствие магнитного поля вынос частиц из резонансной группы обеспечивался редкими столкновениями. При включении магнитного поля становится существенным вынос магнитным полем — «горло» расширяется, нелинейность подавляется *).

Начиная с каких значений магнитного поля подавление нелинейности становится существенным? Эффективность выноса магнитным полем можно оценить временем, за которое сила со стороны магнитного поля создает x -компоненту скорости порядка характерной скорости захваченных частиц $\sim \sqrt{U/m}$: $\tau_1 \sim \omega_0/\Omega qv$. При $\tau_1 < \tau$ вынос полем важнее, чем вынос за счет столкновений. Поскольку введенный выше параметр b , как легко убедиться, равен $1/\omega_0\tau_1$, видно, что и в магнитном поле роль нелинейных эффектов определяется соотношением поступления энергии к резонансным частицам и шириной «горла», через которое происходит уход этой энергии.

Количественный анализ, как и ранее, основан на решении кинетического уравнения с учетом внешнего магнитного поля **); это решение выражается через интеграл вдоль траектории электрона

$$f = \int_{-\infty}^t dt' \left(\dot{U} \frac{\partial F_0}{\partial \epsilon} \right) \Big|_{t'} \exp \left[-\frac{1}{\tau} (t-t') \right]. \quad (5.3)$$

Формула (5.3) похожа на (3.30), однако траектория частицы является существенно более сложной, чем в ситуации, рассмотренной в главе 3, так как теперь нужно учитывать, кроме поля звуковой волны, и магнитное поле. Упрощающее обстоятельство связано с тем, что, как отмечалось выше, на участках эффективного взаимодействия (где существен учет поля звуковой волны) движение электрона можно считать одномерным.

В случае слабых полей $l \ll R$ в силу быстро убывающего множителя вклад в интеграл (5.3) может дать лишь один участок эффективного взаимодействия, причем можно показать, что при $\tau_1 \ll \tau$ на этом участке экспонентной можно пренебречь. При этом, с учетом (5.2),

$$\int dt' \dot{U} = \int \frac{dx w \partial U / \partial x}{\pm \sqrt{(2/m) [U(x_0) - U(x) + (evH/c)(x-x_0)]}}. \quad (5.4)$$

Это равенство представляет собой переход от интеграла по времени к интегралу по координате, причем знаменатель (5.4) есть скорость электрона. В итоге приходим к следующей оценке коэффициента поглощения при $l \ll R$ ⁴⁵:

$$\Gamma \sim \frac{1}{\omega_0 \min(\tau_1, \tau)} \Gamma_0 \quad (5.5)$$

Поскольку $\tau_1 \sim \omega_0/\Omega qv$, при $\tau_1 < \tau$ Γ пропорционально H . Таким образом, мы приходим к важному выводу, что в нелинейном режиме появляется зависимость поглощения от магнитного поля в области слабых полей, для которых в линейном режиме такая зависимость отсутствовала. Как показывают оценки, в достаточно чистых образцах подавление нелинейности может начаться уже в полях порядка эрстеда и даже меньше.

В случае классически сильных полей ($R \ll l$) электрон за время между столкновениями успевает пройти много периодов траектории. Поэтому

*) Отметим, что в полупроводниковых образцах вынос электронов из резонансной группы может осуществляться, как показали Зильберман и Мишин, также внешним электрическим полем ⁵³.

**) Можно показать ⁴⁵, что при наличии внешнего магнитного поля возможность классического описания определяется условиями $\hbar^2 q^2/m \ll \max(\hbar\Omega\sqrt{qR}, U_0, \hbar/\tau)$.

в (5.3) существен вклад ряда точек поворота, причем корреляция фаз волны, соответствующих этим точкам, в линейной ситуации приводит к осцилляционным эффектам в поглощении. В нелинейном режиме требуется дополнительный анализ — нужно исследовать влияние звуковой волны конечной амплитуды на распределение точек поворота, т.е. на форму всей траектории (что заметно усложняет расчет).

Чтобы понять, что происходит в нелинейном режиме, обратимся снова к рис. 3. Захваченные электроны изображаются на нем линией 3, которую, в силу условия $qR \gg 1$, можно считать прямой. Как видно из рисунка, при $b \ll 1$ (т. е. при $\tau_1 \ll \tau$) магнитное поле слабо влияет на движение

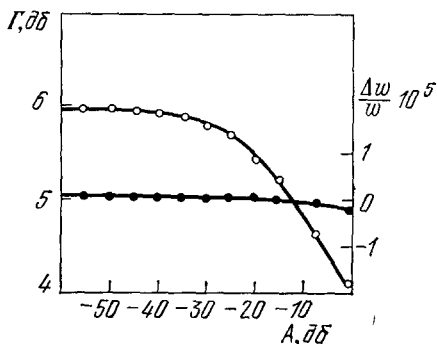


Рис. 4.

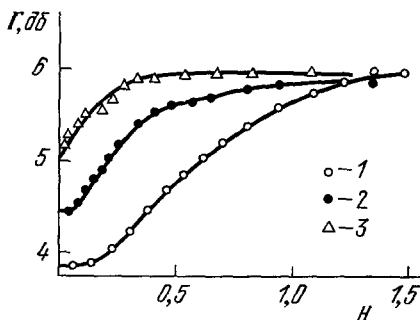


Рис. 5

захваченных частиц. Поэтому их вклад остается таким же, как в отсутствие магнитного поля, и если $\tau_1 \ll \tau$, этим вкладом можно пренебречь по сравнению с вкладом остальных, — пролетных, — частиц. Из (5.2) можно усмотреть, что поле звуковой волны позволяет пролетным частицам иметь точки поворота лишь вблизи гребней потенциального рельефа — волна «синхронизирует» распределение точек поворота, привязывая их к вершинам. Оказывается, что это приводит к существенному изменению зависимости поглощения от поля.

Возникающая в итоге картина сложна и весьма чувствительна к геометрии опыта (и поверхности Ферми), и мы ограничимся тем, что опишем ее основные особенности.

В нелинейном режиме, вообще говоря, возникает монотонно зависящий от поля нелинейный вклад в поглощение; он вызывает уменьшение глубины модуляции осцилляций по сравнению с линейным режимом. Зависимость амплитуды резонансных магнетоакустических осцилляций от магнитного поля более резкая, чем в линейном случае. Связано это с тем, что вследствие искажения траекторий звуковой волной оказываются более резко выраженными точки поворота. Кроме того, искажение траекторий приводит и к усложнению осцилляционной картины: как показано в ⁴⁸, на кривой зависимости $\Gamma(H)$ появляются дополнительные пики, помимо следующих из линейной теории Канера, Песчанского и Привороцкого ⁵¹.

Нелинейный коэффициент поглощения может быть представлен в виде ⁴⁵

$$\Gamma = [C_1 b + C_2 (\Omega \tau) b + C_3 (\Omega \tau) b^3 \gamma(H)] \Gamma_0; \quad (5.6)$$

здесь γ — нормированная на единицу функция, описывающая осцилляции, C_{1-3} — численные коэффициенты порядка единицы. Коэффициент C_2 может обращаться в нуль из соображений симметрии. В частности, он равен нулю при изотропной поверхности Ферми, а также если звук распространяется вдоль оси симметрии высокого порядка.

В заключение раздела расскажем об экспериментальной работе³⁰, в которой наблюдались нелинейные акустические эффекты в сверхчистом Ga с длиной пробега электронов $l \sim 2$ см. Экспериментально исследовались зависимости коэффициента поглощения слабого сигнала с частотой 59 Мгц от амплитуды мощного сигнала «накачки» с частотой 154 Мгц. Эта зависимость изображена на рис. 4. Одновременно в эксперименте измерялось изменение скорости звука. Видно, что имеет место сильное изменение поглощения при ничтожном изменении скорости звука. Это согласуется с рассмотренной выше физической картиной импульсной нелинейности — поправки к скорости звука определяются нерезонансными электронами, распределение которых практически не искажается звуковой волной. Кривую $\Gamma(S)$, изображенную на рис. 4, можно получить, лишь поместив образец в сверхпроводящий экран: магнитное поле Земли подавляет нелинейность. На рис. 5 изображены зависимости коэффициента поглощения от магнитного поля в области слабых полей при различных значениях интенсивности звука на входе $S_{\text{нак}} = 90$ (1), 6 (2) и 1 (3) вт/см^2 . Видно подавление нелинейности магнитным полем, причем характерное значение поля, приводящего к подавлению, естественно, зависит от интенсивности звука. Это значение по порядку величины соответствует условию $\omega_0 \tau_1 \sim 1$, следующему из описанной выше теории.

К сожалению, произвести количественное сопоставление с теорией не представляется возможным по ряду причин. Основные из них следующие: теория построена для одного сигнала, а не для двух; в ней не учтены особенности, связанные с довольно сложной поверхностью Ферми Ga; интенсивность звука, использованного в эксперименте, недостаточно велика для того, чтобы неравенство $\omega_0 \tau \gg 1$ выполнялось с большим запасом.

6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В заключение мы хотели бы наметить некоторые дальнейшие пути развития эксперимента и теории, которые, на наш взгляд, актуальны и интересны.

По сути дела, нет прямого эксперимента по измерению поглощения ультразвука в металлах в условиях импульсной нелинейности в одноволновой ситуации. В опытах³⁰, о которых говорилось выше, изучено поглощение слабого сигнала в поле сильной акустической накачки. А для этого случая как раз теория отсутствует. Однако специальный случай, когда частота одной волны кратна частоте другой, был изучен Вугальтером и Демиховским²³.

Было бы очень интересно наблюдать импульсную нелинейность в металлах на звукоэлектрическом эффекте *). Как известно, при малой интенсивности звука плотность звукоэлектрического тока $j(x)$ связана с коэффициентом поглощения Γ соотношением Вейнрейха⁵⁴

$$j^{ac} = \frac{\sigma \Gamma S}{en_0 w}.$$

Это порядковое соотношение вытекает из законов сохранения энергии и квазиимпульса при взаимодействии звуковой волны с электронами проводимости.

Теория¹⁹ показывает, что это соотношение должно выполняться и в режиме импульсной нелинейности. Теория дает и численный коэффициент: в металле он равен единице, а в полупроводнике зависит от механизма рассеяния. Таким образом, изучение звукоэлектрического эффекта может дать ряд дополнительных сведений об импульсной нелинейности.

*) Для полупроводников (антимонид индия) это сделано в работе²⁸.

Итак, мы рассмотрели ряд специфических нелинейных эффектов, проявляющихся при распространении высокочастотного звука в чистых проводниках. Можно надеяться, что эта область физики твердого тела будет интенсивно развиваться по крайней мере еще в течение ряда ближайших лет. А это значит, что, кроме перечисленных, здесь должны возникнуть новые проблемы, появление которых пока предугадать нельзя, но постановка и решение которых составят основное содержание этой области в ближайшем будущем.

Мы благодарны А. М. Дьяконову за просмотр рукописи и ряд критических замечаний.

Физико-технический институт им. А. Ф. Иоффе
АН СССР

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Гуревич В. Л.—ФТП, 1968, т. 2, с. 1557.
2. Пустовойт В. И.—УФН, 1969, т. 97, с. 257.
3. Мак-Фи Дж.—В кн. Физическая акустика.—М.: Мир—Т. IV, ч. А, с. 13.
4. Parmenter R. H.—Phys. Rev., 1953, v. 89, p. 990.
5. Weinreich G., Sanders T. M., White H. G.—Phys. Rev., 1959, v. 114, p. 33.
6. Гуревич В. Л., Скобов В. Г., Фирсов Ю. А.—ЖЭТФ, 1961, т. 40, с. 786.
7. Слуцкий А. А.—Письма ЖЭТФ, 1973, т. 18, с. 587.
8. Вугальтер Г. А., Демиковский В. Я.—Ibid., 1975, т. 22, с. 454; ЖЭТФ, 1976, т. 70, с. 1419.
9. Каган В. Д.—ФТТ, 1977, т. 19, с. 39.
10. Гуревич В. Л., Ланг И. Г., Павлов С. Т.—ЖЭТФ, 1970, т. 59, с. 1679.
11. Конторович В. М.—ЖЭТФ, 1963, т. 45, с. 1638.
12. Titeica S.—Ann. d. Phys., 1935, Bd. 22, S. 128.
13. Ахизер А. И.—ЖЭТФ, 1938, т. 8, с. 1330.
14. Pirard A. B.—Phil. Mag., 1955, v. 46, p. 1104.
15. Ахизер А. И., Каганов М. И., Любарский Г. Я.—ЖЭТФ, 1957, т. 32, с. 387.
16. Ландау Л. Д.—ЖЭТФ, 1946, т. 16, с. 574.
17. Азбель М. Я., Канер Э. А.—ЖЭТФ, 1956, т. 32, с. 896.
18. Гальперин Ю. М., Каган В. Д.—ЖЭТФ, 1970, т. 59, с. 321.
19. Гальперин Ю. М., Каган В. Д., Козуб В. И.—ЖЭТФ, 1972, т. 62, с. 1521.
20. O'Neil T.—Phys. Fluids, 1955, v. 8, p. 2255.
21. Кадомцев Б. Б.—УФН, 1968, т. 95, с. 111.
22. Franklin R. N., Hamberger S. M., Smith G. J.—Phys. Rev. Lett., 1972, v. 29, p. 914.
23. Вугальтер Г. А., Демиковский В. Я.—ФТТ, 1977, т. 19, с. 1655.
24. Гальперин Ю. М., Козуб В. И.—ФНТ, 1977, т. 3, с. 1512.
25. Келдыш Л. В.—ФТТ, 1971, т. 4, с. 2265.
26. Зильберман П. Е.—ЖЭТФ, 1971, т. 60, с. 1943.
27. Лайхтман Б. Д., Погорельский Ю. В.—ФТТ, 1972, т. 14, с. 2765; 1973, т. 15, с. 3625.
28. Иванов С. Н., Котелянский И. М., Мансфельд Г. Д., Хазанов Е. Н.—Письма ЖЭТФ, 1971, т. 13, с. 283.
29. Зильберман П. Е., Иванов С. Н., Котелянский И. М., Мансфельд Г. Д., Хазанов Е. Н.—ЖЭТФ, 1972, т. 63, с. 1746.
30. Филь В. Д., Денисенко В. И., Безуглый П. А.—ФНТ, 1975, т. 1, с. 1217.
31. Гуревич В. Л.—ЖЭТФ, 1959, т. 37, с. 71, 1680.
32. Скобов В. Г., Канер Э. А.—ЖЭТФ, 1964, т. 46, с. 273.
33. Гальперин Ю. М.—ЖЭТФ, 1978, т. 74, с. 1126.
34. Гальперин Ю. М., Козуб В. И.—ФТТ, 1976, т. 18, с. 2937.
35. Weinreich G.—Phys. Rev., 1956, v. 104, p. 32.
36. Hutson A. R., McFee J. H., White D. L.—Phys. Rev. Lett., 1961, v. 7, p. 237.

37. White D. L.— J. Appl. Phys., 1962, v. 33, p. 2547.
38. Казаринов Р. Ф., Скобов В. Г.— ЖЭТФ, 1962, т. 42, с. 910.
39. а) Spector H. N.— Phys. Rev., 1963, v. 127, p. 1084.
 б) Гуревич В. Л., Каган В. Д.— ФТТ, 1962, т. 4, с. 2641.
40. Каган В. Д.— ФТТ, 1964, т. 16, с. 1766.
41. Гуревич В. Л., Лайхтман Б. Д.— ЖЭТФ, 1964, т. 46, с. 598.
42. Гуляев Ю. В.— ФТТ, 1970 т. 12, с. 415.
43. Гальперин Ю. М., Дричко И. Л., Лайхтман Б. Д.— Ibid., с. 1437.
44. Бугаев А. С., Гуляев Ю. В., Шкердин Г. Н.— Ibid., с. 2654.
45. Гальперин Ю. М., Козуб В. И.— ФТТ, 1975, т. 17, с. 2222.
46. Козуб В. И.— ФТП, 1975, т. 9, с. 2284.
47. Гальперин Ю. М., Козуб В. И.— ЖЭТФ, 1972, т. 63, с. 1083.
48. Козуб В. И.— ЖЭТФ, 1975, т. 68, с. 1014.
49. Абрикосов А. А. Введение в теорию нормальных металлов.— М.: Наука, 1972, Гл. XII.
50. Pippard A. B.— Phil. Mag., 1957, v. 2, p. 1147.
51. Канер Э. А., Песчанский В. Г., Привороцкий И. А.— ЖЭТФ, 1961, т. 40, с. 214.
52. Reneker D. H.— Phys. Rev., 1959, v. 115, p. 303.
53. Зильберман П. Е., Мишин А. Г.— ФТТ, 1972, т. 14, с. 902.
54. Weinreich G.— Phys. Rev., 1957, v. 107, p. 317.