

537.312.7

**ЭЛЕКТРИЧЕСКОЕ ПОЛЕ И КОЛЛЕКТИВНЫЕ КОЛЕБАНИЯ
В СВЕРХПРОВОДНИКАХ****С. Н. Артеменко, А. Ф. Волков****СОДЕРЖАНИЕ**

1. Введение	3
2. Постоянное электрическое поле в сверхпроводнике	5
а) Обобщенные уравнения Гинзбурга — Ландау в случае бесщелевого сверхпроводника (5). б) Уравнение для электрического поля в случае обычного сверхпроводника с малой концентрацией примесей (фононный механизм релаксации) (6). в) Андреевское отражение на границе сверхпроводник — нормальный металл при наличии тока через границу (11). г) Микроскопические уравнения (11). д) Сопротивление сверхпроводника с малой концентрацией примесей (13). е) Сопротивление сверхпроводника с большой концентрацией примесей (15). ж) Другие механизмы релаксации квазичастичного тока (парамагнитные примеси, течение конденсата, анизотропия) (16). з) Сопротивление сверхпроводника в промежуточном состоянии (17).	
3. Коллективные колебания в сверхпроводниках	19
а) Уравнение для электрического поля в нестационарном случае (20). б) Спектр коллективных колебаний (22). в) Экспериментальное наблюдение коллективных мод (23).	
4. Эффект Джозефсона и продольное электрическое поле	25
5. Заключение	28
Цитированная литература	29

1. ВВЕДЕНИЕ

Хорошо известно, что постоянный ток j в сверхпроводнике может протекать в отсутствие электрического поля E , не приводя к диссипации энергии. Если ток изменяется во времени, то в сверхпроводнике появляется переменное поперечное электрическое поле, спадающее от границы сверхпроводника на лондоновской глубине λ_L (или на скин-глубину $\lambda_{sk}(\omega) < \lambda_L$, если частота ω достаточно велика). В этом случае при отклонении от нуля температурах возникает диссипация энергии. Долгое время было широко распространено убеждение, что электрическое поле E (тем более постоянное во времени) не может существовать в сверхпроводнике на расстояниях от границы, превышающих характерные длины сверхпроводника: глубину проникновения магнитного поля λ_L или длину корреляции $\xi(T)$. Это убеждение, по-видимому, основывалось на рассмотрении уравнения движения конденсата

$$\frac{\partial \mathbf{p}_s}{\partial t} = e\mathbf{E} + \nabla \mu, \quad (1.1)$$

где $\mathbf{p}_s = (1/2)\nabla\chi - (e/c)\mathbf{A}$ — импульс конденсата, $\mu = (1/2)(\partial\chi/\partial t) + e\Phi$ — градиентно-инвариантный потенциал, χ — фаза параметра порядка, Φ — электростатический потенциал. Уравнение (1.1) можно рассматривать не только как уравнение движения конденсата, но и как определение \mathbf{E} через градиентно-инвариантные величины \mathbf{p}_s и μ . Действительно, подставляя выражения для \mathbf{p}_s и μ , получим определение \mathbf{E} через векторный и скалярный потенциалы \mathbf{A} и Φ . Кроме того, уравнение (1.1) непосредственно следует из уравнения Лондонов $(4\pi\lambda_L^2/c)\text{rot } \mathbf{j}_s + \mathbf{H} = 0$, уравнения Максвелла $\text{rot } \mathbf{E} = -c^{-1}\partial\mathbf{H}/\partial t$ и выражения для сверхпроводящего тока $\mathbf{j}_s = c^2(4\pi\lambda_L^2 e)^{-1}\mathbf{p}_s$.

Если пренебречь вторым слагаемым в правой части (1.1) (как будет показано ниже, этого, вообще говоря, делать нельзя), то наличие поля \mathbf{E} означало бы непрерывное ускорение конденсата. Это и приводило к выводу о невозможности существования электрического поля вдали от границы сверхпроводника. Исследования, проведенные в последние годы, показали, однако, что при определенных условиях электрическое поле \mathbf{E} может проникать в сверхпроводник на глубину, намного превышающую характерные длины сверхпроводника λ_L и $\xi(T)$. Важно отметить, что в сверхпроводник проникает только продольная часть \mathbf{E} , которая не приводит к возникновению магнитного поля.

Одними из первых экспериментов, стимулировавших интерес к данной проблеме, явились работы И. Ландау¹ и Пиппарда с сотрудниками², которые измеряли электросопротивление сверхпроводника ρ^* в промежуточном состоянии, возникающем при наложении магнитного поля H .

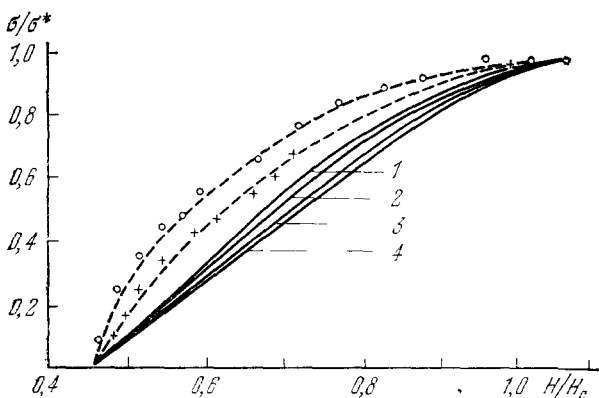


Рис. 1. Зависимость эффективного сопротивления $\rho^*\sigma = \sigma/\sigma^*$ сверхпроводящего In в промежуточном состоянии от магнитного поля H при различных температурах¹.

3,337 °K (о); 3,3 °K (+), 3,247 °K (кривая 1); 3,164 °K (кривая 2); 3,09 °K (кривая 3); кривая 4 проведена по измерениям при температурах 2,8; 2,73; 2,31; 2,12 °K; σ — электропроводность при $H \geq H_c$.

ние нормальной фазы ρ . Это превышение к нулю при низких температурах и растет при приближении температуры T к критической T_c . Для объяснения обнаруженного явления Пиппард и сотрудники² предположили, что на границе S - и N -фаз образуется скачок потенциала Φ , т. е. образуется двойной слой заряда. Величина скачка связывалась ими с временем релаксации τ_Q разности населенностей электроподобной ($\xi = v(p - p_F) > 0$) и дырочноподобной ($\xi < 0$) ветвей спектра квазичастиц $\epsilon(p)$ (здесь $v = p_F/m$ — фермиевская

Измерение сопротивления ρ^* такого сверхпроводника производилось при пропускании слабого тока I в направлении, перпендикулярном к чередующимся S - и N -слоям. Экспериментальная зависимость $\rho^*(H)$ представлена на рис. 1. Если бы вклад в сопротивление ρ^* вносила только нормальная фаза N , то зависимость $\rho^*(H)$ изображалась бы прямой линией, поскольку концентрация нормальной фазы C_N пропорциональна H . Однако, как видно из рис. 1, сопротивление системы ρ^* превышает сопротивление

$\rho_s = \rho^* - \rho$ стремится к нулю при низких температурах и растет при приближении температуры T к критической T_c . Для объяснения обнаруженного явления Пиппард и сотрудники² предположили, что на границе S - и N -фаз образуется скачок потенциала Φ , т. е. образуется двойной слой заряда. Величина скачка связывалась ими с временем релаксации τ_Q разности населенностей электроподобной ($\xi = v(p - p_F) > 0$) и дырочноподобной ($\xi < 0$) ветвей спектра квазичастиц $\epsilon(p)$ (здесь $v = p_F/m$ — фермиевская

скорость). Однако теоретические исследования, проведенные впоследствии, показали, что потенциал Φ непрерывен на $S-N$ -границе, т. е. электрическое поле \mathbf{E} проникает в сверхпроводник. Глубина же проникновения поля \mathbf{E} и, следовательно, величина потенциала на $S-N$ -границе действительно определяются временем τ_Q . В следующей главе будет выведено уравнение, описывающее пространственное изменение \mathbf{E} в сверхпроводнике.

2. ПОСТОЯННОЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЕ ПОЛЕ В СВЕРХПРОВОДНИКЕ

а) Обобщенные уравнения Гинзбурга — Ландау в случае бесщелевого сверхпроводника

Задача о проникновении электрического поля в сверхпроводник при протекании тока через $S-N$ -границу впервые рассматривалась Ригером, Мерсеро и Скалапино ³ на основе обобщения уравнений Гинзбурга — Ландау на неравновесный, нестационарный случай. Такое обобщение было сделано ими из чисто феноменологических соображений. Однако еще ранее Горьковым и Элиашбергом ⁴ на основе микроскопической теории было показано, что обобщенные уравнения Гинзбурга — Ландау можно получить, вообще говоря, лишь в специальном случае бесщелевых сверхпроводников с большой концентрацией парамагнитных примесей ($\tau_s T \ll 1$, где τ_s — время рассеяния электрона на парамагнитной примеси с переворотом спина). Уравнение для параметра порядка $\hat{\Delta}$ в этом случае имеет вид *)

$$-12\tau_0 \left(\frac{\partial}{\partial t} + 2ie\Phi \right) \hat{\Delta} + \xi^2(T) \nabla^2 \hat{\Delta} + \hat{\Delta} \left(1 - \frac{|\hat{\Delta}|^2}{\Delta_0^2} \right) = 0, \quad (2.1)$$

где $\tau_0 = (2\tau_s \Delta_0^2)^{-1}$, $\Delta_0^2 = 2\pi^2 (T_c^2 - T^2)$. Пусть сверхпроводник занимает область $x > 0$, а нормальный металл $x < 0$. Уравнение для модуля $\hat{\Delta}$ ($\Delta \equiv |\hat{\Delta}|$) в интересующем нас стационарном случае совпадает с уравнением Гинзбурга — Ландау:

$$\xi^2(T) \frac{\partial^2 \Delta(x)}{\partial x^2} + \Delta(x) \left(1 - \frac{\Delta^2(x)}{\Delta_0^2} \right) = 0. \quad (2.2)$$

Его решением $\Delta(x)$, удовлетворяющим граничному условию $\Delta(0) = 0$, является функция

$$\Delta(x) = \Delta \operatorname{th} \frac{x}{\sqrt{2} \xi(T)}. \quad (2.3)$$

Если взять мнимую часть от уравнения (2.1), то получится уравнение непрерывности тока квазичастиц, которое в калибровке $\chi = \text{const}$ имеет вид

$$12\sigma\Phi \frac{\Delta^2(x)}{\Delta_0^2} = \xi^2(T) \frac{\partial j_s}{\partial x} = -\xi^2(T) \frac{\partial j_n}{\partial x}. \quad (2.4)$$

Здесь было использовано уравнение непрерывности полного тока:

$$j = j_n + j_s, \quad (2.5)$$

и выражение для j_s

$$j_s = \frac{\sigma}{4ie\tau_0 \Delta_0^2} \left(\hat{\Delta}^* \frac{\partial}{\partial x} \hat{\Delta} - \text{к. с.} \right). \quad (2.6)$$

*) Мы полагаем $\hbar = k_B = 1$ (k_B — постоянная Больцмана).

Пользуясь выражением для j_n

$$j_n = \sigma E = -\sigma \frac{\partial \Phi}{\partial x} \quad (2.7)$$

и зависимостью $\Delta(x)$ (см. (2.3)), придем к уравнению, описывающему изменение потенциала $\Phi(x)$, а значит, и поля $E(x)$ в S -области:

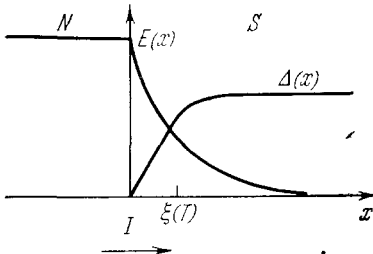


Рис. 2. Зависимость электрического поля E от координаты при протекании тока через границу сверхпроводник (S) — нормальный металл (N) в случае бесщелевого сверхпроводника.

Показана также пространственная зависимость параметра порядка $\Delta(x)$.

$$12 \operatorname{th}^2 \left(\frac{x}{\sqrt{2} \xi(T)} \right) \Phi = \xi^2(T) \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2}. \quad (2.8)$$

Решение (2.8) выражается через гипергеометрическую функцию⁵. Однако из самого вида уравнения (2.8) следует, что потенциал Φ и поле E спадают в этом случае до нуля на длине корреляции $\xi(T)$. Зависимость $E(x)$ и $\Delta(x)$ схематически изображены на рис. 2. Таким образом, в рассмотренном случае бесщелевого сверхпроводника для поля E , как и для $\Delta(x)$, имеет место своего рода эффект близости: поле E отлично от нуля лишь в области, где изменяется функция $\Delta(x)$. Более интересный результат получается в случае сверхпроводника со щелью.

б) Уравнение для электрического поля в случае обычного сверхпроводника с малой концентрацией примесей (фононный механизм релаксации)

В случае обычных сверхпроводников со щелью уравнение для потенциала $\Phi(x)$ проще всего получить, исходя из кинетического уравнения для функции распределения $n(\mathbf{p}, \mathbf{r}, t)$ квазичастиц⁶. Последнее справедливо, если характерные обратные длины и частоты изменения $n(\mathbf{p})$ малы по сравнению с $\xi^{-1}(T)$ и ε_x ($\varepsilon_x \sim \min \{\Delta, T\}$ — характерная энергия квазичастиц, Δ — величина энергетической щели). Концентрация примесей должна быть также достаточно малой ($\tau\Delta \gg 1$, τ — время релаксации импульса). Будет рассмотрен наиболее интересный случай температур, близких к критической T_c (т. е. $\Delta \ll T$). При низких температурах ($T \ll \Delta$) величина поля в S -области экспоненциально мала. Кинетическое уравнение при наличии электрического поля и сверхпроводящего тока имеет вид⁷

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \frac{\partial \tilde{\varepsilon}}{\partial \mathbf{p}} \frac{\partial n}{\partial \mathbf{r}} - \frac{\partial \tilde{\varepsilon}}{\partial \mathbf{r}} \frac{\partial n}{\partial \mathbf{p}} = I_{\text{im}} + I_{\text{ph}}, \quad (2.9)$$

где $\tilde{\varepsilon} = \sqrt{\xi^2 + \Delta^2} + \mathbf{p} \cdot \mathbf{v}$ — энергия возбуждений, $\xi = \xi + \mu + (p^2/2m)$, $\xi = v(p - p_F)$, I_{im} и I_{ph} — интегралы столкновений с примесями и фононами. Из уравнения (2.9) надо найти линейный отклик системы на слабое, постоянное во времени электрическое поле E . Пусть релаксация импульса осуществляется при рассеянии на примесях и выполнено неравенство $\tau \ll \tau_\varepsilon$, где τ_ε — время энергетической релаксации ($\tau_\varepsilon \sim \theta_D^2/T^3$, θ_D — дебаевская частота). Тогда решение (2.9) можно искать в виде

$$\delta n = n - n_F(\tilde{\varepsilon}) = n_0 + n_1 \frac{\mathbf{v}}{v}, \quad (2.10)$$

где $n_F(\tilde{\varepsilon}) = (1/2) [1 - \operatorname{th}(\tilde{\varepsilon}/2T)]$ — фермиевская функция распределения. В разложении δn по полиномам Лежандра оставлены только два первых

слагаемых, так как остальные малы по параметру (τ/τ_e) . Подставим (2.10) в уравнение (2.9) и линеаризуем его:

$$\frac{\xi}{\varepsilon} \mathbf{v} \nabla \delta n = -\frac{1}{\tau} \frac{|\xi|}{\varepsilon} \mathbf{n}_1 \frac{\mathbf{v}}{v} + I_{\text{ph}}(n_0), \quad (2.11)$$

где

$$I_{\text{ph}}(n_0) = \alpha_{\text{ph}} \theta_D^{-2} \left\{ -n_0 \int d\xi' \left[F(\varepsilon, \varepsilon') \left(1 - \frac{\Delta^2}{\varepsilon \varepsilon'} \right) + F(\varepsilon, -\varepsilon') \left(1 + \frac{\Delta^2}{\varepsilon \varepsilon'} \right) \right] + \right. \\ \left. + \frac{\xi}{\varepsilon} \int d\xi' \frac{\xi'}{\varepsilon'} n_0(\xi') [F(\varepsilon', \varepsilon) + F(-\varepsilon', \varepsilon)] \right\}, \quad (2.11')$$

$$F(\varepsilon, \varepsilon') = (\varepsilon' - \varepsilon) |\varepsilon' - \varepsilon| \text{ch} \left(\frac{\varepsilon}{2T} \right) \left[\text{sh} \left(\frac{\varepsilon' - \varepsilon}{2T} \right) \text{ch} \left(\frac{\varepsilon'}{2T} \right) \right]^{-1},$$

α_{ph} — константа взаимодействия с фононами ($\alpha_{\text{ph}} \sim 1$). При получении выражения для I_{ph} мы учли, что n_0 — нечетная функция ξ (см. ниже). Рассеяние на примесях считается изотропным. Из (2.11) следуют уравнения для n_1 и n_0 :

$$\mathbf{n}_1 = -l \text{sgn } \xi \cdot \nabla n_0, \quad (2.12)$$

$$\frac{1}{3} \frac{\xi}{\varepsilon} v \nabla \mathbf{n}_1 = I_{\text{ph}}(n_0), \quad (2.13)$$

где $l = v\tau$ — длина свободного пробега.

Функция n_1 определяет ток квазичастиц ⁷:

$$\mathbf{j}_n = eN p_F^{-1} \int d\xi \mathbf{n}_1, \quad (2.14)$$

а функция n_0 связана с потенциалом Φ (или с потенциалом μ в более общем нестационарном случае). Для нахождения этой связи вычислим изменение полного числа частиц в сверхпроводнике:

$$\delta N = \delta \int d\mathbf{p} \cdot (2\pi)^{-3} [u_{\mathbf{p}}^2 n + v_{\mathbf{p}}^2 (1 - n)] = p_F m \pi^{-2} \left(-e\Phi + \int d\xi \frac{\xi}{\varepsilon} n_0 \right),$$

где $u_{\mathbf{p}}^2 = 1 - v_{\mathbf{p}}^2 = (1/2) [1 + (\tilde{\xi}/\varepsilon)]$. Подставим δN в уравнение Пуассона

$$\nabla^2 \Phi = k_{TF}^2 e \delta N, \quad (2.15)$$

где $k_{TF}^{-1} = (6\pi e^2 N / \varepsilon_F)^{-1/2}$ — длина экранирования Томаса — Ферми. Поскольку длина проникновения поля $l_E \gg k_{TF}^{-1}$, то левой частью (2.15) можно пренебречь и из условия квазинейтральности получить связь Φ и n_0 :

$$e\Phi = \int d\xi \frac{\xi}{\varepsilon} n_0. \quad (2.16)$$

Таким образом, потенциал Φ связан с не зависящей от углов и нечетной по ξ частью добавки δn к функции распределения $n_F(\varepsilon)$. В нормальном металле интеграл в (2.16) дает разность чисел электронов и дырок *), в сверхпроводнике этот интеграл вблизи T_c определяет разность населенностей электроноподобной $n_>(\xi > 0)$ и дыроноподобной $n_<(\xi < 0)$ ветвей спектра квазичастиц (рис. 3):

$$Q = n_> - n_< = p_F m \pi^{-2} \int d\xi n_0 \text{sgn } \xi. \quad (2.17)$$

*) Следует помнить, что в качестве исходной была использована фермиевская функция $n_F(\varepsilon)$, в которой к химическому потенциалу добавлен потенциал $e\Phi$. Усредненное по углам отклонение δn от равновесной функции $n_F(\varepsilon)$ в нормальном металле равно нулю, а в сверхпроводнике — отлично от нуля.

Поскольку вблизи T_c характерные энергии изменения n_0 , $\varepsilon \sim T$, то $\xi/\varepsilon \approx \text{sgn } \xi$ и интегралы в (2.16) и (2.17) в первом приближении по Δ/T совпадают.

Чтобы получить искомое уравнение для $\Phi(x)$, умножим (2.13) на ξ/ε и проинтегрируем по всем ξ *) вблизи T_c . При интегрировании левой части можно считать, что $(\xi/\varepsilon)^2 \approx 1$. Тогда с учетом (2.14) получим

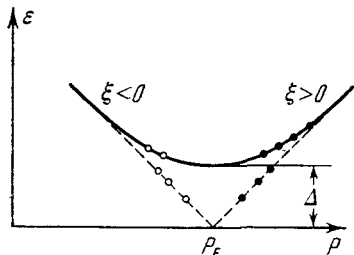


Рис. 3. Спектр одночастичных возбуждений $\varepsilon(p)$ нормального металла (штриховые прямые) и сверхпроводника (сплошная кривая).

Темными кружками изображены электроноподобные возбуждения ($\xi > 0$), светлыми — дырочноподобные возбуждения ($\xi < 0$).

$$eD\sigma^{-1}\nabla j_n = \int d\xi \frac{\xi}{\varepsilon} I_{ph}(n_0) = - \int d\xi n_0 \frac{\xi}{\varepsilon} v_Q(\varepsilon) \equiv -v_Q \int d\xi \frac{\xi}{\varepsilon} n_0, \quad (2.18)$$

где $D = vl/3$ — коэффициент диффузии, а частота v_Q определяется последним равенством (2.18):

$$v_Q(\varepsilon) = 4\alpha_{ph}\Delta^2\theta_D^{-2} \int d\varepsilon' F(\varepsilon, \varepsilon') (\varepsilon - \varepsilon') (\varepsilon\varepsilon')^{-1} (\varepsilon'^2 - \Delta^2)^{-1/2} \theta(|\varepsilon'| - \Delta).$$

Вычисляя частоту $v_Q(\varepsilon)$ при $\varepsilon \sim T$, найдем

$$v_Q(\varepsilon) = \frac{4\pi\alpha_{ph}\Delta\varepsilon^2}{\theta_D^2} \text{cth} \frac{\varepsilon}{2T}. \quad (2.19)$$

В нормальном металле интеграл в правой части (2.17) равен нулю. Это следует непосредственно из (2.19) ($v_Q = 0$ при $\Delta = 0$) и является выражением закона сохранения числа частиц, так как правая часть (2.18) есть просуммированный по всем импульсам интеграл столкновений с фононами, который сохраняет число частиц (отметим, что $n_0 = f_0$ при $\xi > 0$ и $n_0 = -f_0$ при $\xi < 0$, где f_0 — функция распределения электронов). В соответствии с этим введенная в (2.18) частота v_Q также равна нулю. Физический смысл частот $v_Q(\varepsilon)$ и v_Q легко выяснить, исходя из их определения (2.18). Если мы рассмотрим изменение во времени разности чисел электроноподобных и дырочноподобных возбуждений Q (2.17) в пространственно-однородной системе (например, в одном из электродов туннельного перехода), то вместо (2.18) получим

$$\frac{\partial Q}{\partial t} = -v_Q Q$$

Таким образом, $\tau_Q = v_Q^{-1}$ есть время релаксации разбаланса населенностей ветвей квазичастичного спектра («branch imbalance relaxation time»^{10, 11}). В нормальном металле частота v_Q равна нулю. Иными словами, если, отвлекаясь от нарушения нейтральности (например, полагая заряд электрона равным нулю), создать разность населенностей Q , то в нормальном металле она не будет релаксировать за счет рассеяния квазичастиц на фононах, так как электрон (дырка) переходит при рассеянии либо в электрон (дырку), либо рекомбинирует с дыркой, так что разность чисел электронов $n_>$ и дырок $n_<$ остается неизменной: $Q = \text{const}$. Разумеется, реально из-за кулоновского взаимодействия число электронов в нормальном металле всегда равно числу дырок (ничтожным отклонением от нейтральности при рассматриваемых плавных по сравнению с длиной экранирования Томаса — Ферми возмущениях можно пренебречь). В сверхпровод-

*) Более строгий анализ, основанный на разложении n_0 в ряд по степеням (Δ/T) , показывает, что это интегрирование приводит, по существу, к условию разрешимости уравнения (2.13) для первой поправки к n_F ^{8,9}.

нике $v_Q \neq 0$, так как возможны переходы квазиэлектрона ($\xi > 0$) при неупругом рассеянии на фононах в квазидырку ¹¹ ($\xi < 0$). Величина v_Q была оценена и измерена в работах Тинкхэма и Кларка ^{10, 11}.

Вычислим теперь правую часть равенства (2.18). В рассматриваемом случае температур, близких к критической, функция n_0 в нулевом приближении по Δ/T одинакова в S - и N -областях (тем самым пренебрегается андреевским отражением квазичастиц на $S-N$ -границе). В N -области

$$n_0 = -e\Phi \frac{\partial n_F}{\partial \xi} = \frac{e\Phi}{4T} \text{ch}^{-2} \left(\frac{\xi}{2T} \right) \text{sgn } \xi. \quad (2.20)$$

Подставляя (2.20) и (2.19) в (2.18), получим искомое уравнение

$$\frac{D}{\sigma} \nabla^2 \mathbf{j}_n = -\tau_Q^{-1} \Phi, \quad (2.21)$$

где

$$\tau_Q = \tau_e \frac{4T}{\pi \Delta}, \quad \tau_e^{-1} = 14 \alpha_{\text{ph}} T^3 \theta_D^2 \xi(3), \quad (2.22)$$

τ_e — время энергетической релаксации. Из (2.14) и (2.20) находим выражение для тока квазичастиц $\mathbf{j}_n = \sigma \mathbf{E}$, которое совпадает с (2.7) (здесь $\sigma = e^2 N \tau / m$ — проводимость в нормальном состоянии). С учетом выражения для j_n уравнение (2.21) можно переписать в виде

$$l_E^2 \nabla^2 \Phi = \Phi; \quad (2.23)$$

здесь

$$l_E = \sqrt{D \tau_Q} = \sqrt{D \tau_e \cdot \frac{4T}{\pi \Delta}} \quad (2.24)$$

— длина проникновения поля в сверхпроводник.

Таким образом, при протекании тока через границу сверхпроводник — нормальный металл поле \mathbf{E} проникает в S -область на глубину l_E , превышающую длину энергетической релаксации $l_e = \sqrt{D \tau_e}$, которая в свою очередь может быть намного больше $\xi(T)$ и λ_L . Например, в Al $\tau_e \sim 10^{-8}$ сек ¹², поэтому в чистом Al может быть $l_e \approx 1$ мм. Поскольку $l_E^{-1} \sim \sqrt{\Delta}$, то осуществляется непрерывный переход по сопротивлению от сверхпроводящего состояния к нормальному: по мере приближения T к T_c поле \mathbf{E} из N -области проникает в S -область на все большую глубину, а сопротивление, вносимое сверхпроводником, растет, приближаясь к сопротивлению нормального металла. Формулы для сопротивления, вносимого сверхпроводящей областью, даны в разделах д) и е).

Отметим также, что поскольку мы считали функцию распределения непрерывной на $S-N$ -границе, то будут непрерывными поле \mathbf{E} и квазичастичный ток j_n (рис. 4). Ток $j_s = e N_s v_s$ находится из условия неразрывности полного тока j . В случае массивных S - и N -областей, контактирующих между собой (например, сверхпроводник в промежуточном состоянии), $j_s = -j_n$, так как полный ток равен нулю в глубине S -области. Полный ток переносится парами и, в отличие от тока квазичастиц, течет вдоль $S-N$ -границы в мейснеровском слое, а его распределение описы-

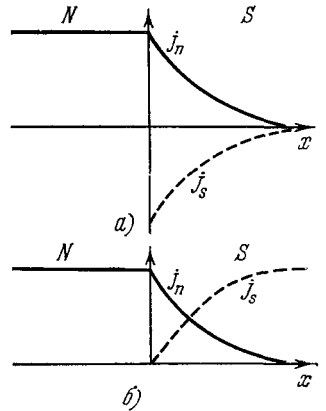


Рис. 4. Зависимость квазичастичного тока j_n и сверхпроводящего тока j_s от координаты при протекании тока через границу в случае массивного образца (а) и тонкой пленки (б).

вается уравнением

$$\text{rot rot } \mathbf{p}_s = -\frac{4\pi e}{c^2} \mathbf{j}.$$

Если рассматриваемая система представляет собой тонкую узкую пленку, одна часть которой находится в нормальном состоянии, а другая — в сверхпроводящем, то ток \mathbf{j} , текущий через $S-N$ -границу, не зависит от координат. Поэтому $j_s = j - j_n$. Таким образом, на длине l_c происходит превращение квазичастичного тока в сверхпроводящий. Распределение токов j_n и j_s в случае массивного образца и тонкой пленки показано на рис. 4.

Уравнение для Φ (2.23) выше было получено на основе кинетического уравнения, которое справедливо для достаточно чистых сверхпроводников ($\Delta\tau \gg 1$). Оказывается, однако, что уравнение (2.23) и длина l_E не изменяются при произвольной концентрации примесей, если только $l_E > \xi$ (Т)^{8, 9, 13}.

Полученные результаты дают качественное объяснение экспериментальным данным по измерению сопротивления сверхпроводников в промежуточном состоянии^{1, 2}. Количественное сравнение длины l_E с длиной проникновения поля в сверхпроводник, определенной экспериментально, было проведено в работах^{14, 15}. В работе¹⁵ для измерения l_E использовалась тонкая и узкая (~ 1 мкм) пленка Sn или In. В некотором месте пленки делалась насечка, так что ширина пленки в этом месте уменьшалась примерно наполовину. Через пленку пропусклся ток. Когда

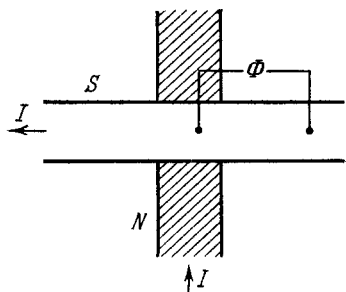


Рис. 5. Туннельная система $S-I-N$, использованная Тинкхэмом и Кларком¹⁰ для измерения потенциала Φ .

Потенциал Φ обусловлен инжекцией неравновесных квазичастиц в сверхпроводник

ток превышал критическое значение, в узком месте возникало электрическое поле. Длина спада поля определялась с помощью микросондов, расположенных вблизи насечки на малом расстоянии друг от друга (~ 2 мкм). В соответствии с теорией было обнаружено, что при приближении к T_c длина l_E слабо увеличивается по закону $l_E \sim \Delta^{-1/2} \sim [1 - (T/T_c)]^{-1/4}$. Величина τ_Q была измерена в работе Тинкхэма и Кларка¹⁰, а также Кларка и Патерсона¹⁶. Эксперимент проводился на туннельном переходе $N-I-S$. В качестве сверхпроводника использовали Sn или Pb. При наличии напряжения на переходе в S -электрод инжектировались неравновесные квазичастицы и возникала несимметрия населенностей ветвей Q (в этом случае также происходит превращение квазичастичного тока в сверхпроводящий: в S -электрод втекает ток квазичастиц из N -электрода, а вытекает ток пар j_s). Между областью инжекции в S -электроде и удаленной частью S -области возникала разность потенциалов Φ (рис. 5), которая пропорциональна времени τ_Q ^{11, 13, 17-18}. По измерению Φ определялась величина τ_Q . Оказалось, что для Sn $\tau_Q = 2 \cdot 10^{-10} [1 - (T/T_c)]^{-1/2}$ сек.

Из уравнения (2.21) следует, что потенциал Φ возникает, если отлична от нуля дивергенция \mathbf{j}_n . Это может иметь место не только в случае протекания тока через границу. Дивергенция возникает, например, при поглощении звука или света (акусто- и фотоэлектрический эффекты), которое приводит к появлению тока квазичастиц $j_n(x)$, текущему в направлении распространения (ось x) звуковой или световой волны¹⁹. Кроме того, квазичастичный ток $\mathbf{j}_T = -\beta \nabla T$ возникает при наличии градиента температуры ∇T , в то время как полный ток при этом равен нулю в разомкну-

том образце. На $S - N$ - или на $S - S'$ -границе появляется ∇j_T (в сверхпроводниках S и S' должны быть различные коэффициенты β и β') и вместе с этим — термоэлектрическое поле E_T ⁶. Подробное изложение термоэффектов в сверхпроводниках дано в обзоре Гинзбурга и Жаркова²⁰.

в) Андреевское отражение на границе
сверхпроводник — нормальный металл
при наличии тока через границу

В предыдущих разделах основное внимание было уделено механизму релаксации разности населенности Q и квазичастичного тока j_n в сверхпроводнике за счет неупругого рассеяния квазичастиц на фононах. Существуют и другие механизмы релаксации разбаланса населенностей ветвей Q , влияющие на пространственное изменение поля E в сверхпроводнике. Один из таких механизмов связан с зависимостью щели Δ от координаты. Известно, что в силу эффекта близости Δ изменяется вблизи $S - N$ -границы. При температурах, близких к T_c , эта зависимость определяется формулой (2.3). Учет зависимости $\Delta(x)$ приводит к разным результатам в случае чистых и грязных сверхпроводников. В первом случае учет $\Delta(x)$ сводится к учету андреевского отражения квазичастиц на $S - N$ -границе. Как известно, электрон ($\xi > 0$), движущийся из N -области с энергией $\epsilon < \Delta$ и скоростью $v_{gx} = \partial\epsilon/\partial p_x = v_x \xi/\epsilon > 0$, при отражении переходит в дырку с той же энергией ϵ , движущуюся в обратном направлении с $v_{gx} < 0$ ($\xi < 0$)²¹. Импульс квазичастицы при этом не меняется, а групповая скорость $\partial\epsilon/\partial p_x = v_x \xi/\epsilon$ изменяет знак. Физически этот процесс заключается в том, что движущийся электрон переходит в конденсат, образуя с электроном, имеющим противоположный импульс, куперовскую пару. Убыль этого последнего электрона и приводит к появлению дырки в N -области. При таком процессе электрический ток не равен нулю в S - и N -областях (в S -областях ток переносится парами), а поток квазичастиц и энергии равен нулю.

Если энергия электрона $\epsilon > \Delta$, то электрон имеет конечную вероятность, стремящуюся к единице при $\epsilon \gg \Delta$, пройти в S -область и двигаться там с той же энергией в виде электроноподобного возбуждения ($\xi > 0$). Из рассмотрения таких процессов можно получить условия сшивки функций распределения на границе и затем находить потенциал $\Phi(x)$, пользуясь этими условиями и кинетическим уравнением²². Мы, однако, получим условия сшивки и определим $\Phi(x)$, воспользовавшись микроскопическими уравнениями, имея в виду рассмотреть также и случай грязного сверхпроводника.

г) Микроскопические уравнения

Удобным и вместе с тем мощным аппаратом исследования неравновесных процессов в сверхпроводниках, к которым относятся и рассматриваемые эффекты, является метод функций Грина, проинтегрированных по переменной $\xi = v(p - p_F)$. Например, запаздывающая функция Грина равна

$$g^R = \frac{i}{\pi} \int d\xi G^R(\mathbf{p}, \mathbf{r}, \epsilon, t). \quad (2.25)$$

Такие функции и уравнения для них были введены Эйленбергером²³, а также Ларкиным и Овчинниковым²⁴. Затем эти уравнения были обобщены Элиашбергом²⁵ на неравновесный случай. Методика исследований неравновесных процессов на этой основе развивалась в работах^{26, 27}

и использовалась для анализа эффектов проникновения электрического поля в сверхпроводник в работах ^{13, 8, 9}. Другая методика изучения подобных эффектов была развита Галайко ³⁰.

Для описания неравновесных процессов, помимо функций $G^{R(A)}$, вводится функция $G = i \langle \psi^+ (1') \psi (1) - \psi (1) \psi^+ (1') \rangle^{28}$. В сверхпроводнике каждая из этих функций ($G^{R(A)}$ и G) является матрицей. Например,

$$\hat{g} = \begin{pmatrix} g & if \\ -f^* & -g \end{pmatrix}. \quad (2.26)$$

Компоненты матрицы \hat{g} связаны между собой:

$$\begin{aligned} \bar{g}_p(\varepsilon, \mathbf{r}, t) &= g_{-p}(-\varepsilon, \mathbf{r}, t) = g_{-p}^*(-\varepsilon, \mathbf{r}, t), \\ f_p^*(\varepsilon, \mathbf{r}, t) &= f_{-p}^*(-\varepsilon, \mathbf{r}, t) = f_p^*(\varepsilon, \mathbf{r}, t). \end{aligned} \quad (2.27)$$

Функция \hat{g} представляется в виде суммы регулярной и аномальной частей ²⁵⁻²⁷:

$$\hat{g}_{\varepsilon_+ \varepsilon_-} = \hat{g}_{\varepsilon_+ \varepsilon_-}^R \operatorname{th} \frac{\varepsilon_-}{2T} - \hat{g}_{\varepsilon_+ \varepsilon_-}^A \operatorname{th} \frac{\varepsilon_+}{2T} + \hat{g}^{(a)}, \quad (2.28)$$

где $\varepsilon_{\pm} = \varepsilon \pm (\omega/2)$. Аномальная часть $\hat{g}^{(a)}$ отлична от нуля только при отклонении от равновесия. Функции $g^{R(A)}$ и $g^{(a)}$ удовлетворяют уравнениям ²⁵⁻²⁷

$$i(\mathbf{v} \nabla) \hat{g}^{R(A)} + [\hat{\Lambda}_\omega, \hat{g}^{R(A)}] + \frac{i}{2\tau} (\hat{g}_0^{R(A)} \hat{g}^{R(A)} - \hat{g}^{R(A)} \hat{g}_0^{R(A)}) = \hat{I}_{ph}^{R(A)}, \quad (2.28)$$

$$\begin{aligned} i(\mathbf{v} \nabla) \hat{g}^{(a)} + [\hat{\Lambda}_\omega, \hat{g}^{(a)}] + \frac{i}{2\tau} (\hat{g}_0^R \hat{g}^{(a)} - \hat{g}^{(a)} \hat{g}_0^A - \hat{g}^R \hat{g}_0^{(a)} + \hat{g}_0^{(a)} \hat{g}^A) = \\ = \int \frac{d\omega}{2\pi} \left\{ \hat{g}_{\varepsilon, \varepsilon' + \omega}^R [\hat{\Lambda}_\omega - 2\pi \varepsilon' \delta(\omega) \hat{\sigma}_z] \left(\operatorname{th} \frac{\varepsilon' + \omega}{2T} - \operatorname{th} \frac{\varepsilon'}{2T} \right) - \right. \\ \left. - [\hat{\Lambda}_\omega - 2\pi \varepsilon \delta(\omega) \hat{\sigma}_z] \left(\operatorname{th} \frac{\varepsilon}{2T} - \operatorname{th} \frac{\varepsilon - \omega}{2T} \right) \hat{g}_{\varepsilon - \omega \varepsilon}^A \right\} + \hat{I}_{ph}, \end{aligned} \quad (2.29)$$

где

$$\hat{\Lambda}_\omega = [2\pi \varepsilon \delta(\omega) - \mathbf{v} \mathbf{p}_s(\omega)] \hat{\sigma}_z - e\mu(\omega) \hat{1} + i\Delta(\omega) \hat{\sigma}_y,$$

$$\hat{g}_0^{R(A)} = \int \frac{d\Omega}{4\pi} \hat{g}^{R(A)},$$

$\hat{\sigma}_y$ и $\hat{\sigma}_z$ — матрицы Паули. Запись $[\hat{\Lambda}_\omega, \hat{g}] = \hat{\Lambda}_\omega \hat{g} - \hat{g} \hat{\Lambda}_\omega$ означает интегрирование по внутренней частоте:

$$\hat{\Lambda}_\omega \hat{g} = \int \frac{d\omega}{2\pi} \hat{\Lambda}_\omega \hat{g}_{\varepsilon - \omega \varepsilon'}.$$

Кроме того, функции $\hat{g}^{R(A)}$ удовлетворяют соотношениям нормировки и ортогональности ²⁷

$$(\hat{g}^{R(A)})^2 = \hat{1}, \quad (2.30)$$

$$\hat{g}^R \hat{g}^{(a)} + \hat{g}^{(a)} \hat{g}^A = 0 \quad (2.31)$$

С помощью функций \hat{g} можно найти плотность тока и потенциал:

$$\mu = -\frac{1}{8} \int d\varepsilon g_\mu, \quad g_\mu \equiv \operatorname{Sp} \int \frac{d\Omega}{4\pi} \hat{g}, \quad (2.32)$$

$$\mathbf{j} = -\frac{e p_F}{8\pi^2} \int d\varepsilon \int \frac{d\Omega}{4\pi} \mathbf{p} \operatorname{Sp} (\hat{\sigma}_z \hat{g}). \quad (2.33)$$

Найдем связь между функцией $g^{(a)}$ и функцией распределения квази-частиц n (напомним, что n получается интегрированием G по ε). В случае чистого сверхпроводника и квазиклассического слабого возмущения усредненная по углам часть \hat{g} связана с n следующим образом⁷:

$$g_0 = 2 \int d\xi [1 - 2n_0(\xi)] [u_p^2 \delta(\varepsilon - \varepsilon_p) - v_p^2 \delta(\varepsilon + \varepsilon_p)].$$

Для отклонений от равновесных значений $g^{(a)}$ и δn имеем

$$\begin{aligned} \theta(|\varepsilon| - \Delta) \text{Sp}(\hat{\sigma}_z \hat{g}_0^{(a)}) &= (g_0^{(a)} - \bar{g}_0^{(a)}) \theta(|\varepsilon| - \Delta) = -\frac{8\delta n_+ \varepsilon}{\sqrt{\varepsilon^2 - \Delta^2}}, \\ \theta(|\varepsilon| - \Delta) \text{Sp} \hat{g}_0^{(a)} &= (g_0^{(a)} + \bar{g}_0^{(a)}) \theta(|\varepsilon| - \Delta) = -8\delta n_-, \end{aligned} \quad (2.34)$$

где δn_{\pm} — четная и нечетная по ξ части δn . Таким образом, четная по ξ часть δn_0 связана с нечетной по ε частью $g_0^{(a)}$ и наоборот (см. (2.27)).

Уравнения (2.28) и (2.29) позволяют исследовать влияние изменения щели с координатой на распределение поля в сверхпроводнике. Обратимся к случаю достаточно чистого сверхпроводника ($\Delta^{-1} < \tau < \tau_e$).

д) Сопротивление сверхпроводника с малой концентрацией примесей

В этом случае при $x \gg \xi(T)$ справедливо кинетическое уравнение (2.9) и уравнения (2.12), (2.13) и (2.23). Их можно получить также и из уравнений (2.28) — (2.29) и соотношений (2.30) — (2.31). Для этого следует представить $\hat{g}^{(a)}$ в виде

$$\hat{g}^{(a)} = \hat{g}_0 + \hat{g}_1 \frac{\mathbf{v}}{v}, \quad (2.35)$$

и использовать выражение для $g_0^{R(A)}$:

$$\hat{g}_0^{R(A)} = \hat{\sigma}_z g^{R(A)} + i\hat{\sigma}_y f^{R(A)}; \quad (2.36)$$

$$g^{R(A)} = \frac{\varepsilon}{\Delta} f^{R(A)} = \frac{\varepsilon}{\xi^{R(A)}},$$

$$\xi^{R(A)} = \pm \sqrt{\varepsilon^2 - \Delta^2} \text{sgn } \varepsilon \theta(|\varepsilon| - \Delta) + i \sqrt{\Delta^2 - \varepsilon^2} \theta(\Delta - |\varepsilon|).$$

Для функции g_{μ} получается уравнение типа (2.13)

$$\frac{D}{R} \frac{\partial^2}{\partial x^2} g_{\mu} = I_{ph}(g_{\mu}), \quad (2.37)$$

а связь $\text{Sp}(\hat{\sigma}_z \hat{g}_1)$ и g_{μ} аналогична (2.12):

$$\text{Sp}(\hat{\sigma}_z \hat{g}_1) = -g^R L \frac{\partial}{\partial x} g_{\mu}. \quad (2.38)$$

При $x \leq \xi(T)$ приведенные соотношения не имеют места; следует учесть изменение $g^{R(A)}$ и Δ с координатой. Получим условия сшивки функций g_{μ} и g_1 на $S-N$ -границе, которые эквивалентны условиям сшивки функций распределения квазичастиц, вычисленных с учетом андreeвских условий отражения²².

Рассмотрим область $0 < x \ll l$. Тогда интегралами столкновений с примесями и фононами в (2.28) — (2.29) можно пренебречь. В стационарном случае из (2.29) легко найти, что при $\varepsilon > \Delta$

$$iv \frac{\partial}{\partial x} \text{Sp} \hat{g}^{(a)} = 0, \quad \text{т. е.} \quad [g_{\mu}] = 0, \quad (2.39)$$

где $[g_\mu] = g_\mu^N - g_\mu^S \equiv g_\mu(0) - g_\mu(x_0)$, $\xi(T) \ll x_0 \ll l$. Согласно (2.32) это означает непрерывность потенциала Φ на границе. При $|\varepsilon| < \Delta$ $g_\mu^N = 0$. Умножим уравнение (2.29) на $\hat{\sigma}_z$, (2.31) на $\hat{\sigma}_y$ и вычислим шпур:

$$i \cos \theta v \frac{\partial}{\partial x} (g^{(a)} - \bar{g}^{(a)}) = -2\Delta \text{Sp} (\hat{\sigma}_x \hat{g}^{(a)}), \quad (2.40)$$

$$\text{Sp} (\hat{\sigma}_x \hat{g}^{(a)}) = \frac{i}{2} \frac{\text{Im} (f^R + f^A)}{\text{Re } g^R} \text{Sp } \hat{g}^{(a)},$$

где $\cos \theta = v_x/v$. Вычисляя соответствующую компоненту уравнения (2.28), находим

$$\left(2\varepsilon + i \cos \theta v \frac{\partial}{\partial x} \right) f^{R(A)} = 2\Delta g^{R(A)}. \quad (2.41)$$

Нам понадобятся энергии $\varepsilon \gg \Delta$, при которых $g^{R(A)} = \pm 1$. При таких энергиях сумма фурье-компонент $f^{R(A)}$ равна

$$f^R + f^A = -4\pi i \Delta(q) \delta(2\varepsilon - qv \cos \theta). \quad (2.42)$$

Подставляя это соотношение в (2.40) и интегрируя первое из равенств (2.40) по области изменения $\Delta(x)$, получим

$$[g^{(a)} - \bar{g}^{(a)}] \cos \theta = 2 \frac{|\Delta(q)|^2}{v^2 |\cos \theta|} \bigg|_{q=\frac{2\varepsilon}{v \cos \theta}} (g^{(a)} + \bar{g}^{(a)}). \quad (2.43)$$

Коэффициент в (2.43) справа мал при $\varepsilon \gg \Delta$, поэтому малыми будут и коэффициенты при полиномах Лежандра более высокого (чем первый) порядка. Подставим разложение (2.35) в (2.43), вычислим компоненту Фурье $\Delta(x)$ (2.3) и усредним по углу. Получим

$$[\text{Sp} (\hat{\sigma}_z \hat{g}_1)] = \frac{9}{32} \left(\frac{\Delta}{\varepsilon} \right)^4 g_\mu \equiv \gamma g_\mu. \quad (2.44)$$

Условия шивки (2.39) и (2.44), а также уравнения (2.37) — (2.38) позволяют найти скачок поля E на $S - N$ -границе (точнее, его изменение на длине $\xi(T) \ll l_E$). Из (2.32), (2.38) и (2.44) получим для скачка E :

$$e[E] \equiv e(E^N - E^S) = -\frac{1}{4l} \int_0^\Delta d\varepsilon \text{Sp} (\sigma_z g_{1x}) - \frac{1}{4l} \int_\Delta^\infty d\varepsilon \gamma g_\mu. \quad (2.45)$$

При $\varepsilon < \Delta$ из соотношений (2.31) следует, что $g_\mu = 0$. Вблизи T_c основной вклад дает второе слагаемое в правой части (2.45). Для нахождения $g_\mu(0)$ следует решить уравнение (2.37) в S - и N -области и сшить найденные решения при $x = 0$. Уравнение (2.37) существенно упрощается, если заметить, что при больших энергиях $\varepsilon \sim T$ функция g_μ в главном приближении по Δ/T известна: она совпадает с g_μ в N -области вдали от границы:

$$g_\mu^N(-\infty) = -\frac{2\Phi}{T} \text{ch}^{-2} \frac{\varepsilon}{2T}. \quad (2.46)$$

С другой стороны, слагаемое, соответствующее приходу частиц в интеграле столкновений с фононами I_{ph} (2.11') (см. также связь n_0 с g_μ (2.34)), обусловлено интегрированием по большим энергиям $\varepsilon \sim T$. После подстановки (2.45) в эту часть интеграла столкновений уравнение (2.37) сводится к следующему:

$$D \frac{\partial^2 g_\mu}{\partial x^2} = \tau_\varepsilon^{-1} \left(g_\mu + \frac{2\Phi}{T} \text{ch}^{-2} \frac{\varepsilon}{2T} \right), \quad \Delta \ll \varepsilon \ll T. \quad (2.47)$$

Таким образом, в исследуемом интервале энергий уравнение (2.47) имеет одинаковый вид в N - и S -областях. Отличие состоит лишь в том, что $\Phi^N(x) = \Phi(0) - E^N x$, а $\Phi^S(x) = E^S l_E \exp(-x/l_E)$. Решая урав-

нение (2.46) с граничными условиями (2.39) и (2.44), находим

$$g_{\mu}(0) = -\frac{l}{T} \frac{[E] l_e + 2\Phi(0)}{(\gamma l_e/2) + l} \operatorname{ch}^{-2} \frac{\varepsilon}{2T}, \quad (2.48)$$

где $l_e = \sqrt{D\tau_e}$. Характерная энергия ε_x , ниже которой (2.48) отличается от (2.46), равна $\varepsilon_x = \sqrt{3/8} \Delta (l_e/l)^{1/4}$. С помощью (2.48) из (2.45) определим скачок поля:

$$[E] = \frac{(3\pi)^{1/2}}{4} \left(\frac{\Delta}{T} \right)^{1/2} \left(\frac{l_e}{l} \right)^{1/4} E^S, \\ 1 \ll \left(\frac{l_e}{l} \right)^{1/4} \ll \frac{T}{\Delta}. \quad (2.49)$$

Здесь мы переписали условие применимости (2.47), используя значение ε_x . Вклад в сопротивление $S-N$ -системы (единичной площади), вносимый сверхпроводником S , равен^{8, 9}

$$\rho^S = \frac{l_E}{\sigma} \left[1 + \frac{(3\pi)^{1/2}}{4} \left(\frac{\Delta}{T} \right)^{1/2} \left(\frac{l_e}{l} \right)^{1/4} \right]^{-1}. \quad (2.50)$$

Таким образом, андреевское отражение квазичастиц приводит к возмущению функций распределения в S - и N -областях на длине l_e и к скачку поля, определяемому как зависимостью $\Delta(x)$, так и механизмом энергетической релаксации. Величина l_e может существенно превышать длину пробега l ($(l_e/l)^{1/4} = (\tau_e/3\tau)^{1/8}$). Тем не менее в силу слабой зависимости $[E]$ от величины τ_e/τ скачок E вблизи T_c невелик и поле E с амплитудой E^S , близкой к E^N , проникает в S -область на глубину l_E (рис. 6).

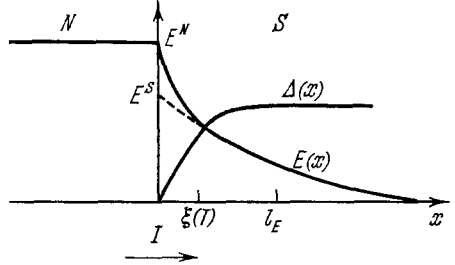


Рис. 6. Зависимость электрического поля E от x при протекании тока I через $S-N$ -границу в случае сверхпроводника со щелью Δ .

Показана также пространственная зависимость $\Delta(x)$.

е) Сопротивление сверхпроводника с большой концентрацией примесей

Пусть концентрация примесей такова, что выполняется условие $\tau T \ll 1^*$. Тогда все функции можно снова представить в виде суммы двух полиномов Лежандра (2.35). Основное отличие этого случая от предыдущего состоит в том, что при всех x для изотропных частей $g^{R(A)}$ остаются справедливыми формулы (2.36), так как градиентные слагаемые в уравнениях Эйленберга (2.28) оказываются малыми. Для $g^{R(A)}$ имеет место²⁵⁻²⁷ соотношение

$$\hat{g}_1^{R(A)} = -l \hat{g}_0^{R(A)} \nabla \hat{g}_0^{R(A)}. \quad (2.51)$$

Пользуясь известным видом $\hat{g}_0^{R(A)}$ (2.36) и $\hat{g}_1^{R(A)}$ (2.51), можно получить искомое уравнение для g_{μ} , которое справедливо при всех x (в том числе и в области изменения $\Delta(x)$)^{8, 9, 13}. Подстановка $\hat{g}^{(a)}$ в уравнение (2.29), которое существенно упрощается в рассматриваемом стационарном случае, приводит к уравнениям, похожим по структуре на уравнения (2.12)–(2.13):

$$\frac{i}{3} \nu \nabla g_1 + \xi^R [g_0^R, \hat{g}_0] = \hat{I}_{ph}(\hat{g}_0), \quad (2.52)$$

$$w \nabla \hat{g}_0 + \frac{i}{2\tau} (g_0^R \hat{g}_1 - \hat{g}_1 g_0^A - \hat{g}_1^R g_0 + g_0 \hat{g}_1^A) = 0. \quad (2.53)$$

Используя соотношения (2.30) и (2.34), из (2.53) нетрудно получить

$$\hat{g}_1 = -l (\hat{g}_0^R \nabla \hat{g}_0 + \hat{g}_0 \nabla \hat{g}_0^A). \quad (2.54)$$

*) Этот случай впервые рассматривался Шмидом и Шёном¹³.

Это соотношение аналогично (2.12). Второе слагаемое отлично от нуля в области изменения $\Delta(x)$. Подставим \hat{g}_1 (2.54) в уравнение (2.52), умножим его на \hat{g}_0^R и вычислим шпур при $|\varepsilon| > \Delta$ (при $|\varepsilon| < \Delta$, как уже отмечалось, $g_\mu = 0$). С учетом (2.30)–(2.31) и (2.36) получим

$$-iD \{ \nabla^2 g_\mu - \text{Sp} [(\nabla \hat{g}_0^R)^2 g_\mu] \} = \text{Sp} (\hat{g}_0^R \hat{I}_{ph}).$$

Подставляя явный вид \hat{g}_0^R из (2.36), найдем

$$D \left[\frac{\xi}{|\varepsilon|} \nabla^2 g_\mu - \frac{\varepsilon (\nabla \Delta)^2}{\xi^3} g_\mu \right] = I_{ph} = iI_z - \frac{\Delta}{\varepsilon} I_y, \quad (2.55)$$

$I_{y,z} = \text{Sp} (\hat{\sigma}_{y,z} \hat{I}_{ph})$. Интеграл столкновений с фононами снова определяется выражением (2.11'), а при $\Delta \ll \varepsilon \ll T$ совпадает с правой частью (2.47).

Решение (2.55) отыскивается таким же методом, как и в случае сверхпроводника с малой концентрацией примесей. Если $l_e = \sqrt{D\tau_e} \gg \xi(T)$, то второе слагаемое в квадратных скобках (2.55) можно заменить на

$$\delta(x) \frac{\varepsilon}{\xi^3} g_\mu \int_0^\infty dx \left(\frac{\partial \Delta}{\partial x} \right)^2 = \frac{\varepsilon}{\xi^3} \frac{\sqrt{2}}{3} \frac{\Delta^2}{\xi(T)} \delta(x). \quad (2.56)$$

Далее следует решить уравнение (2.55) слева и справа от границы, опустив второе слагаемое в квадратных скобках (в этом случае уравнение (2.55) совпадает с (2.47)), а затем сплечь решения, пользуясь непрерывностью g_μ и условием шивки $[\partial g_\mu / \partial x]$, задаваемом функцией (2.56). При $\Delta \ll \varepsilon \ll T$ и $x = 0$ $g_\mu(x)$ имеет вид

$$g_\mu(0) = -\frac{2}{T} \frac{[E] l_e + 2\Phi(0)}{2 + (e_0/\varepsilon)^2} \text{ch}^{-2} \frac{\varepsilon}{2T}, \quad (2.57)$$

где

$$\varepsilon_0^2 = \frac{\sqrt{2}}{3} \frac{\Delta^2 l_e}{\xi(T)}.$$

Скачок поля, вычисленный с помощью (2.45), равен

$$[E] = \sqrt{\frac{\pi \Delta l_e}{3 \sqrt{2} T \xi(T)}} E^S, \quad 1 \ll \sqrt{\frac{l_e}{\xi(T)}} \ll \frac{T}{\Delta}. \quad (2.58)$$

Вклад в сопротивление S — N -системы, вносимый сверхпроводящей областью, в этом случае равен^{8,9}

$$\rho^S = \frac{l_E}{\sigma} \left(1 + \sqrt{\frac{\pi}{3 \sqrt{2}}} \sqrt{\frac{\Delta l_e}{T \xi(T)}} \right)^{-1}. \quad (2.59)$$

Полученная в (2.59) зависимость $\rho^S(T)$ отличается от полученных с помощью ЭВМ результатов работы¹³ и недавней работы⁵⁵, в которой анализировался случай произвольных температур.

ж) Другие механизмы релаксации квазичастичного тока (парамагнитные примеси, течение конденсата, анизотропия)

Существуют и другие эффективные механизмы релаксации разности населенностей ветвей энергетического спектра сверхпроводника Q , которые определяют длину проникновения поля. К ним относятся: рассеяние на парамагнитных примесях^{8,9,13,29}, релаксация Q в сверхпроводнике, по которому течет достаточно сильный ток конденсата j_s (так что следует учитывать член p_s^2)³⁰, а также анизотропия сверхпроводника^{9,11}.

Что касается первого механизма, то частично он анализировался в п. а) гл. 2, где предполагалось, что концентрация парамагнитных примесей высока, $\tau_s T \ll 1$. В этом случае, однако, сильно изменяются основные характеристики сверхпроводника: плотность состояний, критическая температура и т. п. Интересно рассмотреть случай малой концентрации примесей ($\tau_s \Delta \gg 1$), когда влиянием парамагнитных примесей на термодинамические характеристики можно пренебречь. В этом случае уравнение для g_μ имеет вид (2.55), с тем отличием, что в правой части появляется дополнительный член $2\Delta^2 (\epsilon^2 \tau_s)^{-1} g_\mu$, описывающий релаксацию g_μ при рассеянии на парамагнитных примесях^{8,9}. Если рассеяние на парамагнитных примесях доминирует над рассеянием на фононах ($\tau_s \ll \tau_e (\Delta/T)^2$), то решением этого уравнения в S -области (в пренебрежении вторым слагаемым в левой части уравнения, т. е. в пренебрежении скачком поля на $S-N$ -границе) является функция

$$g_\mu(x) = (2EN l_e + \Phi(0)) T^{-1} \left(1 + \frac{\sqrt{2} \Delta l_e}{\epsilon l_s} \right)^{-1} \exp \left(- \frac{\sqrt{2} \Delta x}{\epsilon l_s} \right) \text{ch}^{-2} \frac{x}{2T},$$

где $l_s = (D\tau_s)^{1/2}$. Вычисление потенциала $\Phi(x)$ показывает, что поле E спадает в S -области на длине $l_E \approx l_s T / \Delta$. Если же $\tau_s \gg (\Delta/T)^2 \tau_e$, то возможны два случая: а) $\tau_s \gg \tau_e$; тогда l_E не зависит от τ_s и определяется формулой (2.24). б) $\tau_s \ll \tau_e$; тогда $l_E = l_e (4T/\pi\Delta)^{1/2} (\tau_s/2\tau_e)^{1/4}$ ^{8,9,29}.

Учет конечной скорости конденсата в S -области приводит к появлению в уравнении (2.55) слагаемого вида $D\Delta^2 p_s^2 e^{-2x/2\epsilon}$ ^{26,30}. Поскольку структура этого дополнительного слагаемого такая же, как и у слагаемого, описывающего рассеяние на парамагнитных примесях, приведенный выше анализ полностью сохраняет свою силу, если длину l_s заменить на $\sqrt{2} p_s^{-1}$.

В анизотропных сверхпроводниках релаксация разности населенностей Q происходит и за счет упругого рассеяния на обычных примесях¹¹. В этом случае в достаточно чистых сверхпроводниках длина l_E снова равна $\sqrt{D\tau_Q}$, а $\tau_Q = \tau T / \langle a^2 \rangle \bar{\Delta} [1 + (T^*/\Delta)]$, где $\bar{\Delta}$ — усредненное по направлениям значение щели, $\langle a^2 \rangle$ — фактор анизотропии. Например, для Sn $\langle a^2 \rangle = 0,02$ ¹¹. С увеличением количества примесей (при $\Delta\tau < 1$) влияние анизотропии уменьшается.

з) Сопротивление сверхпроводника в промежуточном состоянии

Подходящей системой для исследования эффектов проникновения поля является сверхпроводник в промежуточном состоянии. Изменение магнитного поля позволяет изменять соотношение между толщинами сверхпроводящего (L_S) и нормального (L_N) слоев (для простоты рассматриваются плоскопараллельные, чередующиеся слои), с одной стороны, и характерными длинами (l , l_e , l_E), определяющими проникновение поля в S -область, с другой. Из измерений эффективного сопротивления системы

$$\rho^* = \frac{\bar{E}}{j}, \quad \bar{E} = (L_S + L_N)^{-1} \int_0^{L_S + L_N} E(x) dx \quad (2.60)$$

можно извлекать информацию о длине пробега, механизме энергетической релаксации в сверхпроводнике и т. п. Формулы для скачка поля $[E]$ на $S-N$ -границе и для сопротивления ρ^* непосредственно неприменимы к данному случаю, поскольку решения уравнения диффузии

$$l_e^2 \frac{\partial^2 n_0}{\partial x^2} = n_0 - \frac{\Phi}{4T} \text{ch}^{-2} \frac{x}{2T}, \quad \Delta \ll \epsilon \ll T, \quad (2.61)$$

выбирались в виде экспоненциально спадающих от границы функций. Однако нетрудно обобщить полученные результаты²².

Рассмотрим наиболее интересный случай достаточно чистого сверхпроводника 1-го рода ($\Delta\tau \gg 1$). Возможны два предельных случая:

1) $l \ll l_e, L_{S,N}$. Функция n_1 , определяющая ток, в S -области по-прежнему определяется выражением (2.12), а в N -области

$$n_1 = -l \operatorname{sgn} \xi \left(\frac{\partial n_0}{\partial x} + \frac{\partial n_F}{\partial \varepsilon} \frac{\partial p_s}{\partial t} \right). \quad (2.62)$$

Второе слагаемое учитывает наличие растущей со временем разности фаз на N -слое. Из (2.62) и (2.1) следует, что

$$j_n = \sigma E^N. \quad (2.63)$$

Условия сшивки (2.39) и (2.44) в данном случае имеют вид

$$[n_0] = 0, \quad \left[\frac{\partial n_0}{\partial x} \right] + \frac{\partial n_F}{\partial \varepsilon} \frac{\partial p_s}{\partial t} = -\frac{\gamma}{l} n_0. \quad (2.64)$$

Решением (2.61) является функция

$$n_0^{S,N} = \frac{\partial n_F}{\partial \varepsilon} \left\{ -\Phi + C^{S,N} \operatorname{sh} \left[\left(x \mp \frac{L_{S,N}}{2} \right) \frac{1}{l_e} \right] \right\}. \quad (2.65)$$

Константы $C^{S,N}$ находятся из условий (2.64), а скачок поля — из (2.45):

$$[E] = \frac{\alpha \sqrt{3\pi}}{4} \left(\frac{\Delta}{T} \right)^{1/2} \left(\frac{l_e}{\alpha l} \right)^{1/4} \operatorname{th} \left(\frac{L_S}{2l_E} \right) E^S \equiv \eta E^S, \quad (2.66)$$

где $\alpha = (1/2) [\operatorname{cth} (L_S/2l_e) + \operatorname{cth} (L_N/2l_e)]$. При этом в N -областях поле E не зависит от x , а в S -областях $E(x) = E^S \operatorname{ch} [(x - L_S/2)/l_e] / \operatorname{ch} (L_S/2l_e)$ (рис. 7). Эффективное сопротивление (2.60) равно

$$\rho^* = \frac{1}{\sigma} \frac{L_N + 2l_E (1 + \eta)^{-1} \operatorname{th} (L_S/2l_E)}{L_N + L_S}.$$

2) $l \gg L_{N,S}$ *). В этом случае доминирующее влияние на движение электрона (особенно при низких температурах) оказывает андреевское отражение. Интегралом столкновений с примесями и фононами в нулевом приближении можно пренебречь. Функция распределения n_0 имеет вид

$$n_0^{S,N} = C^{S,N} \left(x \pm \frac{1}{2} L_{S,N} \right).$$

Рис. 7. Зависимость электрического поля E и потенциала μ (штриховая кривая) от x при протекании тока через чередующиеся слои S - и N -фаз.

Предполагается, что $\xi(T) \ll L_{S,N}$. Поэтому изменение E на длине корреляции $\xi(T)$ представлено как скачок.

Условия сшивки (2.64) остаются в силе, но во втором условии можно пренебречь правой частью. Поля $E^{S,N}$ определяются непосредственно из формулы (2.16),

$$eE^S = \frac{\partial p_s}{\partial t} \frac{L_N}{L_N + L_S} \left(1 - \operatorname{th} \frac{\Delta}{2T} \right) = \frac{\partial p_s}{\partial t} - eE^N, \quad (2.67)$$

электропроводность равна

$$(\rho^* \sigma)^{-1} = \frac{\sigma^*}{\sigma} = 1 + \frac{L_S}{L_N} \operatorname{th} \frac{\Delta}{2T}.$$

Эта формула справедлива и при низких температурах. Ограничение на T

*) Предполагается, что $L_{N,S} \gg \xi(T)$. Поэтому можно не учитывать эффект Джозефсона.

снизу определяется малостью правой части во втором условии сшивки (2.64):

$$T > \Delta \frac{L_S L_N}{l(L_S + L_N)}.$$

Из (2.67) видно, что при низких температурах ($\Delta \gg T$) поле E^S экспоненциально мало по сравнению с E^N .

3. КОЛЛЕКТИВНЫЕ КОЛЕБАНИЯ В СВЕРХПРОВОДНИКАХ

В этой главе мы получим уравнения, описывающие линейный отклик сверхпроводника на переменное электрическое поле. Эти уравнения описывают, в частности, слабозатухающие коллективные колебания со спектром звукового типа, которые существуют в сверхпроводнике при температуре, близкой к критической. Такие колебания были экспериментально обнаружены Карлсоном и Голдманом³¹ и получены теоретически Шмидом и Шёном³² для предельного случая грязных сверхпроводников ($T\tau \ll 1$) и авторами³³ для случая чистых сверхпроводников ($\Delta\tau \gg 1$).

Вопрос о возможности существования слабозатухающих коллективных возбуждений в сверхпроводниках неоднократно обсуждался в литературе. В 1958 г. Боголюбовым (см.³⁴) и Андерсоном³⁵ были рассмотрены слабозатухающие колебания фазы параметра порядка, имеющие звуковой спектр в случае незаряженной ферми-жидкости. Однако в этих колебаниях происходит возмущение электронной плотности, поэтому в реальных сверхпроводниках из-за кулоновского взаимодействия частота подобных колебаний увеличивается до плазменной. А поскольку плазменная частота на несколько порядков превышает величину энергетической щели в сверхпроводнике, отличием подобных колебаний в сверхпроводнике от плазменных колебаний в нормальном металле можно пренебречь.

Известно, что несколько видов слабозатухающих коллективных возбуждений со звуковым спектром существует в сверхтекучем He II³⁶. Из них объемными колебаниями являются 1-й, 2-й и 4-й звуки. Возникает вопрос, могут ли эти виды колебаний распространяться в сверхпроводниках? В He II звуковые возбуждения могут быть описаны с помощью двухжидкостной модели в рамках гидродинамического приближения. Два типа возбуждений, 1-й и 4-й звуки, связаны с колебаниями плотности, нормальной и сверхтекучей (1-й звук), либо только сверхтекучей (4-й звук) компоненты жидкости. Эти моды колебаний сопровождаются возмущениями полной плотности ферми-жидкости; поэтому так же как и в случае моды, рассмотренной Боголюбовым и Андерсоном, кулоновское взаимодействие превращает их в плазменные колебания³⁷.

Второй звук представляет собой колебания температуры (энтропии), он не связан с колебаниями плотности жидкости (хотя и связан с колебаниями плотности возбуждений) и, в принципе, мог бы существовать и в сверхпроводниках. Возможность существования 2-го звука в сверхпроводниках рассматривалась Бардином³⁸ и Гинзбургом³⁹, которые показали, что затухание 2-го звука может быть малым лишь при очень жестких, практически невыполнимых ограничениях на параметры сверхпроводника. Это связано с тем, что частота звука должна быть большой по сравнению с частотой соударений с примесями и фононами, но малой по сравнению с обратным временем установления локального термодинамического равновесия в газе квазичастиц (т. е. $\omega \ll \tau_{ee}^{-1}$; τ_{ee} — время соударений квазичастиц между собой). Кроме того, длина волны $\lambda = v_2/\omega$ (v_2 — скорость 2-го звука) должна быть велика по сравнению с $v\tau_{ee}$, т. е. $\omega \ll \tau_{ee}^{-1}v_2/v$. Таким образом, должно быть $\tau_{ph} \ll \omega \ll \tau_{ee}^{-1}v_2/v$. Поскольку $v_2 \ll v$, этому условию на частоту очень трудно удовлетворить.

Коллективные колебания, о которых пойдет речь в этой главе, не являются аналогом известных звуковых колебаний в жидком He II. Не связаны они и со 2-м звуком. В частности, в них не происходят имеющие место во 2-м звуке колебания температуры и плотности возмущений. В отличие от 2-го звука, рассматриваемые коллективные колебания не могут быть получены из уравнений гидродинамики сверхтекучей жидкости, при выводе которых предполагается, что в системе существует локальное термодинамическое равновесие, т. е. функция распределения квазичастиц имеет равновесный вид с зависящими от координат и от времени термодинамическими характеристиками. Как будет видно из дальнейшего, коллективные колебания в сверхпроводнике существуют лишь при частотах, превышающих обратное время энергетической релаксации $1/\tau_e$ и обратное время установления равновесия в распределении квазичастиц по ветвям энергетического спектра $1/\tau_Q$. Распределение квазичастиц по ветвям в этих колебаниях неравновесно, и вид этого распределения существенно используется при выводе уравнений, описывающих колебания. Рассматриваемые коллективные моды представляют собой колебания разности населенностей ветвей спектра возмущений Q , сопровождающиеся колебаниями фазы параметра порядка и, соответственно, скорости конденсата. При этих колебаниях в сверхпроводнике возникает и переменное продольное электрическое поле $\mathbf{E} = -(\nabla\mu/e) + (\partial\mathbf{p}_s/\partial t)$, однако в области слабого затухания колебаний поле \mathbf{E} мало, $|\mathbf{E}| \ll |\nabla\mu/e|$. Возникающие в сверхпроводнике токи нормальных возмущений и конденсата направлены навстречу друг другу, так что суммарный ток отсутствует в каждый момент времени. Отсутствие тока и, следовательно, магнитного поля приводит к тому, что эти колебания могут существовать и в объеме сверхпроводника, где протекание электрического тока невозможно из-за эффекта Мейснера.

а) Уравнение для электрического поля
в нестационарном случае

Обобщим уравнения (2.7) и (2.21) на нестационарный случай. Рассмотрим однородный сверхпроводник. Относительно концентрации примесей не будем вводить каких-либо ограничений (т. е. параметры T и Δ считаются произвольными). Воспользуемся уравнениями для аномальных функций Грина $\hat{g}^{(a)}$.

Предполагая длину волны возмущения большой по сравнению с длиной пробега $l = v\tau$, представим $\hat{g}^{(a)}$ в виде (2.35). Из линеаризованного уравнения (2.29) для фурье-компонент \hat{g}_0 и \hat{g}_1 получим

$$\frac{1}{3} v k \hat{g}_1 - \hat{\lambda}_+ \hat{g}_0 + \hat{g}_0 \hat{\lambda}_- = \alpha \mu_n(\omega) (g_+^R - g_-^A), \quad (3.1)$$

$$k v \hat{g}_0 - \hat{\lambda}_+ \hat{g}_1 + \hat{g}_1 \hat{\lambda}_- - \frac{i}{2\tau} (\hat{g}_+^R \hat{g}_1 - \hat{g}_1 \hat{g}_-^A) = \alpha v p_s(\omega) (\hat{g}_+^R \hat{\sigma}_z - \hat{\sigma}_z \hat{g}_-^A), \quad (3.2)$$

где

$$\alpha = \omega \left(2T \operatorname{ch}^2 \frac{\varepsilon}{2T} \right)^{-1}, \quad \varepsilon_{\pm} = \varepsilon \pm \frac{\omega}{2},$$

$$\xi_{\pm}^{R(A)} = \xi_{\varepsilon \pm \omega/2}^{R(A)}, \quad \hat{\lambda}_{\pm} = \varepsilon_{\pm} \hat{\sigma}_z + i\Delta \hat{\sigma}_y, \quad \hat{g}_{\pm}^{R(A)} = \frac{\hat{\lambda}_{\pm}}{\xi_{\pm}^{R(A)}}$$

— равновесные запаздывающая и опережающая функции. В уравнении (3.1) мы не выписали интеграл столкновений с фононами. Он имеет такой же вид, как и в (2.11'). Выразим \hat{g}_1 через \hat{g}_0 , воспользовавшись условием ортогональности (2.30) и (2.31)

$$\hat{g}_+^R \hat{g}_0 + \hat{g}_0 \hat{g}_-^A = 0, \quad (\hat{g}^R)^2 = \hat{1}.$$

Получим

$$\hat{g}_1(\varepsilon, \omega) = i\alpha\beta p_s(\omega) (\hat{\sigma}_z - \hat{g}_+^R \sigma_z \hat{g}_-^A) - i k l \beta \hat{g}_+^R \hat{g}_0, \quad (3.3)$$

где $\hat{p}_s^* = [1 - i\tau(\xi_+^R + \xi_-^A)]^{-1}$. Подставив (3.3) в (3.1), определим изотропную часть \hat{g}_0 ,

$$\hat{g}_0 = -\alpha\mu(\omega) \kappa^{-1} (1 - \hat{g}_+^R \hat{g}_-^A) + i\alpha\beta \kappa^{-1} D k p_s(\omega) (\hat{g}_+^R \sigma_z - \hat{\sigma}_z \hat{g}_-^A), \quad (3.4)$$

где $\kappa = \xi_+^R + \xi_-^A + i\beta D k^2$. Из выражения (3.4) следует, что функция $g_\Delta = \text{Sp}(\hat{\sigma}_z \hat{g}_0)$, которая описывает возмущение распределения квазичастиц по энергиям и, соответственно, возмущение щели Δ , в линейном приближении по μ и p_s равна нулю. В методе кинетического уравнения функции g_Δ соответствует функция δn , четная по ξ (см. (2.34)). Возмущение разности населенностей ветвей спектра описывается функцией $g_\mu = \text{Sp} \hat{g}_0$, которая согласно (3.4) равна

$$g_\mu = -2\alpha\kappa^{-1}\mu(\omega) \left[1 - \frac{\varepsilon^2 - \Delta^2 - (\omega^2/4)}{\xi_+^R \xi_-^A} \right] + 2i\alpha\beta \kappa^{-1} D k p_s \left(\frac{\varepsilon_+}{\xi_+^R} - \frac{\varepsilon_-}{\xi_-^A} \right). \quad (3.5)$$

Функцию $g_1 = \text{Sp}(\hat{\sigma}_z \hat{g}_1)/2$, определяющую анизотропную часть функции распределения квазичастиц, найдем, подставив (3.4) в (3.3) и вычислив после умножения (3.3) на $\hat{\sigma}_z$ шпур

$$g_1 = i\alpha\beta \kappa^{-1} l \left\{ p_s(\omega) \left[1 - \frac{\varepsilon^2 - \Delta^2 - (\omega^2/4)}{\xi_+^R \xi_-^A} \right] (\xi_+^R + \xi_-^A) + k\mu(\omega) \left(\frac{\varepsilon_+}{\xi_+^R} - \frac{\varepsilon_-}{\xi_-^A} \right) \right\}. \quad (3.6)$$

Функция g_1 определяет квазичастичный ток (см. (2.33)).

Далее будет видно, что коллективные колебания слабо затухают при условии

$$Dk^2 \ll \omega \ll \Delta \ll T, \quad \omega \ll \tau^{-1}. \quad (3.7)$$

Условия (3.7) существенно упрощают вычисления. Вычислим ток j_n . Основной вклад в интеграл (2.33) дает область энергий $\varepsilon \sim T$. Исключением является лишь слагаемое в (3.6), содержащее произведение $\xi_+^R \xi_-^A$, где существенны также малые энергии. При условиях (3.7) и $|\xi_\pm| \gg \omega$ функции κ и β имеют вид

$$\beta = \begin{cases} (1 - i\omega\tau\varepsilon/\xi^R)^{-1} \approx 1, & |\varepsilon| > \Delta, \\ (1 + 2\tau|\xi|), & |\varepsilon| < \Delta, \end{cases} \quad (3.8)$$

$$\kappa = \begin{cases} \varepsilon\omega/\xi^R + iDk^2 \approx \varepsilon\omega/\xi^R, & |\varepsilon| > \Delta, \\ 2i|\xi|, & |\varepsilon| < \Delta. \end{cases}$$

С учетом (3.8) можно получить выражение для тока j_n :

$$j_n = \sigma \left[-\frac{i k \mu(\omega)}{e} - i\omega p_s(\omega) \left(1 + \frac{\Delta}{T} J \right) \right] = \sigma E - i\omega p_s(\omega) \frac{\Delta}{T} J, \quad (3.9)$$

где

$$J = \int_1^\infty \frac{dx}{V(x^2-1)\{[x+(\omega/\Delta)]^2-1\}} \{1 + [1 + 4\Delta^2\tau^2(x^2-1)]^{-1}\}. \quad (3.10)$$

Для того чтобы подчеркнуть отличие (3.9) от статического случая (см. (2.7)), мы выразили μ через E с помощью (1.1).

Асимптотика для J имеет вид

$$J = \begin{cases} \ln \frac{\Delta}{\omega}, & \Delta\tau \ll 1, \\ \frac{1}{2} \ln \frac{\Delta}{\omega}, & \Delta\tau \gg 1. \end{cases} \quad (3.11)$$

Правильный вид слагаемого с J в (3.9) не может быть получен методом кинетического уравнения (2.9), при выводе которого предполагается, что характерные значения энергий ε и ξ существенно превышают ω и τ^{-1} . При вычислении же J оказываются существенными энергии $\xi \sim \omega \ll \Delta$.

Получим уравнение непрерывности тока квазичастиц, воспользовавшись формулой (2.32) и выражением (3.5). При этом следует иметь в виду, что интеграл от первого слагаемого (3.5) по области энергий $\varepsilon \sim T$ дает μ_ω и поэтому сокращается с левой частью. Следовательно, в выражении для χ нельзя пренебрегать Dk^2 по сравнению с ω и при интегрировании этого слагаемого необходимо учесть вклад от области энергий $\varepsilon \sim \Delta$. В результате найдем

$$i\omega \frac{\pi}{4} \frac{\Delta}{T} \mu = Dk^2 \mu + D\omega \mathbf{k} \mathbf{p}_s. \quad (3.12)$$

Произведем обратное преобразование Фурье и учтем, как это было сделано в статическом случае, интеграл столкновений с фононами

$$\frac{\pi}{4} \frac{\Delta}{T} \left(\frac{\partial}{\partial t} + \tau_\varepsilon^{-1} \right) \mu = -D \nabla \mathbf{E}. \quad (3.13)$$

Выпишем также выражение для сверхпроводящего тока, который определяется регулярной частью \hat{g} (см. § 2.4). При выполнении условий (3.7) \mathbf{j}_s имеет вид

$$\mathbf{j}_s = \frac{eN_s}{m} \mathbf{p}_s, \quad N_s = \frac{m^2 p_{Fe} \Delta^2}{2\pi T} Dy(T\tau), \quad (3.14)$$

где

$$y(T\tau) = \frac{8}{\pi^2} \sum_1^\infty \{ (2n+1)^2 [(2n+1) \cdot 2\pi T\tau + 1] \}^{-1} = \begin{cases} 1, & \tau T \ll 1, \\ \frac{7\zeta(3)}{2\pi^3 T\tau}, & \tau T \gg 1. \end{cases}$$

Уравнения (3.9), (3.13) и (3.14) совместно с уравнениями Максвелла определяют при условии (3.7) отклик сверхпроводника на продольное поле E .

Из них, в частности, следует, что закон спада переменного поля E на частоте ω определяется волновым числом

$$k_\omega^{-1} = i l_E \sqrt{(1 - i\omega\tau_\varepsilon) \left[1 - \frac{2i\omega T}{\pi \Delta^2 y(T\tau)} \right]} / \sqrt{1 - \frac{2i\omega J}{\pi \Delta y(T\tau)}}. \quad (3.15)$$

В статическом случае ($\omega = 0$) из (3.15) получается известный результат $k_0^{-1} = i l_E$.

б) С п е к т р к о л л е к т и в н ы х к о л е б а н и й

Для вычисления спектра коллективных возбуждений сверхпроводника необходимо найти, при каких ω и \mathbf{k} существует нетривиальное решение уравнения (3.13) совместно с уравнением $j = j_n + j_s = 0$. Соответствующее дисперсионное уравнение имеет вид

$$\omega^2 = D \frac{N_s}{\sigma m} \frac{4T}{\pi \Delta} (k^2 + l_E^2) - i\omega \left(\frac{N_s}{\sigma m} + \frac{1}{\tau_\varepsilon} \right) - \frac{4}{\pi} i\omega Dk^2. \quad (3.16)$$

Колебания, описываемые (3.16), слабо затухают, когда выполняются условия *)

$$\tau_\varepsilon^{-1}, \quad \frac{N_s e^2}{\sigma m} \ll \omega \ll \frac{T}{\Delta} \frac{N_s e^2}{\sigma m} \frac{1}{J}. \quad (3.17)$$

Они имеют звуковой спектр

$$\omega = k \sqrt{2D\Delta y(T\tau) \left[1 - \frac{i\pi\Delta^2}{4\omega T} y(T\tau) - \frac{i\omega J}{\pi\Delta y(T\tau)} \right]} \quad (3.18)$$

*) Можно показать, что в чистых сверхпроводниках ($\omega \gg 1/\tau$) колебания затухают вследствие затухания Ландау.

и распространяются со скоростью $V = \text{Re}(\omega/k)$,

$$V = v \begin{cases} \sqrt{\frac{7\xi(3)}{3\pi^3} \frac{\Delta}{T}}, & T\tau \gg 1, \\ \sqrt{\frac{2\tau\Delta}{3}}, & T\tau \ll 1. \end{cases} \quad (3.18')$$

Условия слабого затухания (3.17) в тех же предельных случаях можно переписать следующим образом:

$$\begin{aligned} \max \left\{ \tau_e^{-1}, \tau^{-1} \left(\frac{\Delta}{T} \right)^2 \right\} &\ll \omega \ll \tau^{-1} \frac{\Delta}{T}, & T\tau \gg 1, \\ \max \left\{ \tau_e^{-1}, \frac{\Delta^2}{T} \right\} &\ll \omega \ll \Delta, & T\tau \ll 1. \end{aligned} \quad (3.19)$$

Таким образом, скорость распространения колебаний несколько отличается от фермиевской v множителем, равным $\approx 0,5 [1 - (T/T_c)]^{1/4}$ при $\tau T \gg 1$ и $\approx 1,5 [(T_c - T) \tau^2 T]^{1/4}$ при $\tau T \ll 1$. Из условий (3.17) и (3.19) видно, что колебания слабо затухают в ограниченном сверхху и снизу интервале температур вблизи T_c . В первоначальных работах ³²⁻³³, в которых был вычислен спектр колебаний, условия малости затухания несколько отличались от приведенных. Так, в работе ³² не учитывалось затухание, ограничивающее частоту сверхху, а в работе ³³, где использовалось кинетическое уравнение, отсутствовал фактор $\ln(\Delta/\omega)$. Точные условия затухания при произвольной концентрации примесей найдены в работе Овчинникова ⁴⁰ *). Им было выяснено также, что наличие сверхпроводящего постоянного тока увеличивает затухание колебаний. Этот факт согласуется с выводом, сделанным в разделе ж) гл. 2, об увеличении скорости релаксации разности населенностей Q при наличии p_s . К такому же эффекту приводит и наличие парамагнитных примесей ($\tau_s \Delta \gg 1$) получен в работе Галайко и сотрудников ⁴¹. Рассмотренная мода колебаний в сверхпроводниках с большой концентрацией магнитных примесей исследовалась в работах ⁴²⁻⁴³. Однако в этих работах не был учтен заряд электрона и наличие поля E ⁴⁴. Их учет привел к дополнительному затуханию колебаний, которое оказывалось малым только в практически недостижимом интервале температур $1 - (T/T_c) < 4 \cdot 10^{-6}$.

в) Экспериментальное наблюдение коллективных мод

Слабозатухающие коллективные возбуждения в сверхпроводниках были обнаружены экспериментально Карлсоном и Голдмэном ³¹. Они измеряли вольт-амперную характеристику туннельного перехода Джозефсона $\text{Al} - I - \text{Pb}$ и определяли вклад в одночастичный ток δI , обусловленный флуктуациями фазы параметра порядка $\delta\chi$. Флуктуационную добавку δI можно было определить, приложив достаточно большое магнитное поле, которое подавляло джозефсоновский сверхпроводящий ток и позволяло тем самым измерить одночастичный ток. Как показали Феррелл ⁴⁵ и Скалапино ⁴⁶, наличие собственных мод колебаний $p_s = (i/2) k \delta\chi$ в сверхпроводнике приводит к появлению пиков при соответствующих значениях ω и k в динамическом структурном факторе $S(k, \omega) =$

*) Спектр коллективных колебаний при произвольной частоте и концентрации примесей вычисляется также в недавней работе ⁵⁶. Однако в этой работе отсутствует затухание коллективных колебаний, ограничивающее частоту сверхху.

$= \langle \Delta^*(\mathbf{r}, t) \Delta(0, 0) \rangle_{\mathbf{k}, \omega}$. С другой стороны, $\delta I \sim S(\mathbf{k}, \omega)$, где частота ω связана с напряжением на переходе джозефсоновским соотношением $2eU = \hbar\omega$, а волновой вектор \mathbf{k} — с приложенным слабым магнитным

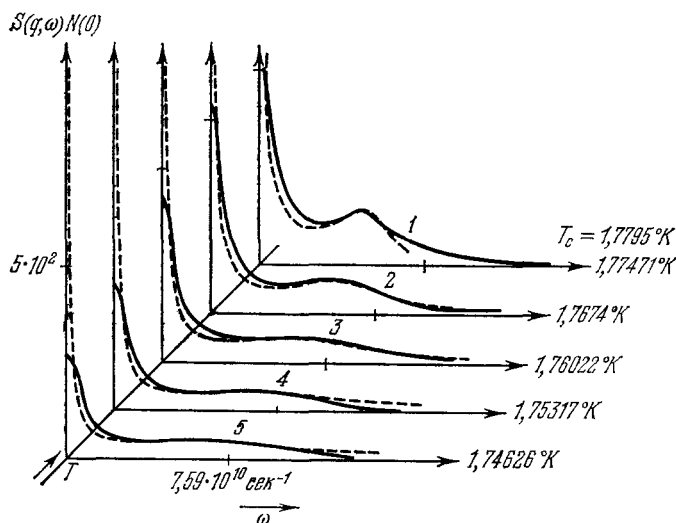


Рис. 8. Динамический структурный фактор $S(q, \omega)$ как функция частоты ω для нескольких значений q .

$Dq^2/T = 0,02$ (1), $0,04$ (2), $0,06$ (3), $0,08$ (4) и $0,1$ (5). Сплошные кривые — эксперимент, штриховые — теория⁵³

полем H : $k = 2eH [\lambda + (1/2)d] (\hbar c)^{-1}$ ⁴⁷, где d — толщина пленки Al, λ_L — лондоновская глубина проникновения в свинец ($d_{\text{Pb}} > \lambda_L$). Температура измерений T была близка к $T_{c, \text{Al}}$, поэтому флуктуациями $\delta\chi$ в пленке Pb можно было пренебречь. Длина свободного пробега в пленке Al была очень малой, так что выполнялся грязный предел ($\tau T \ll 1$). По измерению $\delta I(U, H)$ была определена зависимость $U(H)$, отвечающая максимуму δI . Оказалось, что $U \sim H$. Это соответствует линейной связи между ω и k . На рис. 8 и 9 представлены экспериментальные и теоретические зависимости $S(\omega)$ при фиксированном k и закон дисперсии коллективных колебаний. Видно, что теория хорошо согласуется с экспериментом.

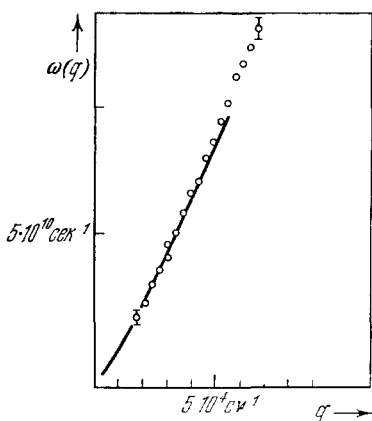


Рис. 9. Частота ω , при которой функция $S(q, \omega)$ имеет максимум как функция волнового вектора q ⁵³.

$$t = (T_c - T)/T = 6,3 \cdot 10^{-3}$$

ределялась тепловыми флуктуациями и, следовательно, была весьма малой. По-видимому, задача наблюдения коллективных мод в сверхпроводниках упростилась бы, если бы их удалось возбудить с помощью

Таким образом, в электронной ферми-жидкости сверхпроводника, как и в других сверхтекучих жидкостях, при определенных условиях могут распространяться слаботухающие колебания звукового типа. Они были обнаружены благодаря использованию тонкой экспериментальной методики, поскольку амплитуда колебаний в опыте Карлсона и Голдмэна³¹ определялась

внешних воздействий. Как уже отмечалось, в рассматриваемых модах происходят колебания разности населенностей ветвей квазичастичного спектра Q , которая вызывается дивергенцией тока квазичастиц или куперовских пар. Поэтому возбудить такие колебания можно в неоднородной системе. В следующей главе мы покажем, что в системе последовательно соединенных и близко расположенных джозефсоновских мостиков действительно возбуждаются коллективные колебания, аналогичные рассмотренным выше.

4. ЭФФЕКТ ДЖОЗЕФСОНА И ПРОДОЛЬНОЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЕ ПОЛЕ

Большая глубина проникновения поля E в сверхпроводник и наличие коллективных колебаний приводят к интересным особенностям поведения слабосвязанных сверхпроводников⁴⁸. Особенно это относится к таким типам слабых связей, в которых отсутствует концентрация полного тока.

Так обстоит дело, например, в мостиках Мерсеро — Нотариса⁴⁹, где щель зависит от одной координаты и локально подавлена за счет эффекта близости (рис. 10). Сопротивление таких переходов Джозефсона определяется глубиной проникновения поля E в сверхпроводник.

Рассмотрим простую модель перехода такого типа⁴⁸. Пусть критическая температура T_c тонкой пленки зависит от координаты x вдоль нее и в некоторой малой части пленки она меньше, чем в остальной: $T_c(x) = T_c^*$ при $|x| < d$ и $T_c(x) = T_c > T_c^*$ при $|x| > d$ (размер d порядка длины корреляции $\xi(T)$). Предположим, что температура близка к T_c и что параметр $v_0^2 = (T - T_c^*)/(T_c - T) \gg 1$. Кроме того, будем считать длину пробега малой ($\tau T \ll 1$). Тогда критический ток j_c такого мостика будет экспоненциально мал по сравнению с критическим током Гинзбурга — Ландау j_{GL} одномерной пленки: $j_c = (3\sqrt{3}/2) j_{GL} \times [2v_0 \text{sh}(2v_0 d/\xi(T))]^{-1}$. При этом условии в области слабой связи ($|x| < d$) аномальные члены, описывающие отличие функций распределения от равновесных, вносят малый вклад и уравнение для комплексного параметра порядка $\hat{\Delta}$ сводится к уравнению Гинзбурга — Ландау, в котором можно опустить кубичное слагаемое в силу его малости:

$$\xi^2(T) \frac{\partial^2 \hat{\Delta}}{\partial x^2} - v_0^2 \hat{\Delta} = 0. \quad (4.1)$$

При $|x| > d$ модуль $\hat{\Delta}$ такой же, как и в равновесном случае, поскольку в этой области влияние сверхпроводящего тока на $|\hat{\Delta}|$ мало: $\hat{\Delta}(x) = \Delta \text{th}[(x + x_0)/\sqrt{2}\xi(T)] \exp[i\chi(x)]$. Сшивая эту функцию с решением (4.1) при $|x| = d$ и пользуясь выражением для токов j_n (3.9) и j_s (3.14), найдем

$$j = \sigma E(t) + j_c \sin \varphi, \quad (4.2)$$

где $\varphi = 2\chi(d)$ — разность фаз на слабой связи, $E(t)$ — поле в области $|x| < d$, которое в этой области не зависит от координат. Уравнение (4.2) будем замкнутым, если найти связь между $E(t)$ и $\varphi(t)$. Для нахождения

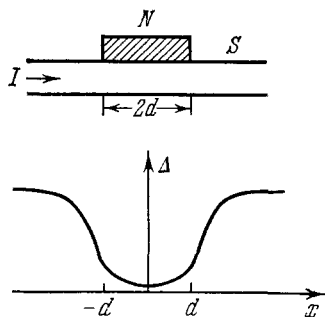


Рис. 10. Схематическое изображение джозефсоновского перехода на эффекте близости.

S — сверхпроводящая пленка, N — нормальная пленка. Изображена также зависимость щели Δ от координаты x вдоль сверхпроводящей пленки.

этой связи выразим из уравнения непрерывности полного тока $j = j_n + j_s$, а также из соотношения (1.1) фурье-компоненту поля $E(t)$ через $\nabla\mu$:

$$eE_\omega(x) = -\frac{\partial\mu_\omega}{\partial x} \left(1 - i\Omega \frac{\Delta^2}{\Delta^2(x)}\right)^{-1}, \quad (4.3)$$

где $\Omega = 2T\omega/\pi\Delta^2$. Подставляя это выражение в (3.13), получим уравнение для $\mu_\omega(x)$:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[-\frac{\partial\mu_\omega}{\partial x} \left(1 - i\Omega \frac{\Delta^2}{\Delta^2(x)}\right)^{-1} \right] = \frac{\pi\Delta}{4TD} (-i\omega + \tau_\varepsilon^{-1}) \mu_\omega.$$

Мы решим это уравнение, предполагая, что длина проникновения μ в S -область $|k_\omega^{-1}|$ превышает $\xi(T)$. Находя $\mu_\omega(x)$ и учитывая, что

$$[\mu_\omega(d) - \mu_\omega(-d)] = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial\Phi}{\partial t} \right)_\omega - 2eE_\omega d,$$

определим искомую связь между фурье-компонентой поля E_ω в области мостика ($|x| \leq d$) и $(\partial\Phi/\partial t)_\omega$:

$$eE_\omega = \frac{1}{4} \left(\frac{\partial\Phi}{\partial t} \right)_\omega [d + ik_\omega^{-1}(1 - i\Omega)]^{-1}.$$

Для простоты мы предположили, что $|k_\omega| \xi(T) v_0^2 \ll 1$. Это позволяет пренебречь зависимостью Δ от x в формуле (4.3) и в уравнении для $\mu_\omega(x)$. Выражение для k_ω (3.15) упрощается в случае грязного сверхпроводника и частот $\omega \ll \Delta$: $k_\omega^2 = (k' + ik'')^2 = -\pi(-i\omega + \tau_\varepsilon^{-1})(1 - i\Omega)(\Delta/4TD)$. Напряжение на переходе $U_\omega = 2E_\omega(d + ik_\omega^{-1})$ складывается из падения напряжения на слабой связи $2E_\omega d$ и из величины $2ik_\omega^{-1}E_\omega$, обусловленной проникновением поля E в сверхпроводник с критической температурой T_c . Из выражения для U_ω и E_ω (4.3) следует, что соотношение Джозефсона между U_ω и $(\partial\Phi/\partial t)_\omega$ не выполняется, если $\omega \gtrsim \Delta^2/T$, τ_ε^{-1} . Однако, как и должно быть, это соотношение выполняется для средних по времени величин $\bar{U} \sim U_{\omega=0}$: $2e\bar{U} = \overline{\partial\Phi/\partial t}$.

Связь между средним напряжением \bar{U} и $\overline{\partial\Phi/\partial t}$ будет отличаться от соотношения Джозефсона, если электроды из нормального металла, с помощью которых измеряется напряжение \bar{U} , будут расположены достаточно близко к месту слабой связи³. В этом случае поле и потенциал вблизи измерительных электродов не равны нулю, а напряжение между симметрично расположенными электродами равно $\bar{U} = 2\bar{E} \left[d + l_E \left(1 - \exp \frac{L}{l_E} \right) \right]$, где $2(d + L)$ — расстояние между электродами. Точно так же возникает отличие от джозефсоновского соотношения в туннельном переходе, если электроды, измеряющие U , будут находиться достаточно близко к месту инъекции квазичастиц, где отличен от нуля потенциал μ ^{3,50}.

Коллективные явления, рассмотренные в предыдущей главе, особенно ярко проявляются в системе последовательно соединенных джозефсоновских мостиков на эффекте близости. На опыте число переходов N может достигать 2000, расстояние между ближайшими переходами порядка микрона, а разброс значений критических токов составляет $\sim 10\%$ ⁵¹. Было обнаружено, что в довольно широком интервале токов джозефсоновские колебания в переходах происходили синхронно, т. е. с одинаковой частотой и фазой. Получим уравнение, описывающее взаимодействие переходов. Рассмотрим N переходов (рис. 11). Предполагая снова $|k_\omega| \xi(T) v_0^2 \ll 1$, из уравнения для $\mu_\omega(x)$ слева (—) и справа (+) от n -го перехода получим

$$\mu_n^\pm = A_n^\pm \cos k_\omega x + B_n^\pm \sin k_\omega x. \quad (4.4)$$

Действуя, как и в случае одного перехода, выразим $(\mu_n^+(d) - \mu_n^-(-d))$ через разность фаз φ_n и поле E_n . С помощью (4.3) запишем поля $E_{n\pm 1}(\omega)$ через $\mu_n^\pm(\pm L)$ и сложим эти поля:

$$\frac{1}{2}(E_{n+1} + E_{n-1}) = \frac{1}{4} \left(\frac{\partial \varphi_n}{\partial t} \right)_\omega k_\omega (1 - i\Omega)^{-1} \sin k_\omega L + \\ + E_n [\cos k_\omega L - k_\omega d (1 - i\Omega)^{-1} \sin k_\omega L]. \quad (4.5)$$

Это уравнение совместно с уравнением (4.2), которое следует записать для каждого перехода, описывает взаимодействие переходов между собой и позволяет определить, например, вольт-амперную характеристику системы. Характерная длина взаимодействия $(k_\omega')^{-1}$ может существенно превышать длину корреляции $\xi(T)$. Именно так обстояло дело на опыте⁵¹ (длина корреляции в использованных в этой работе мостиках из ниобия

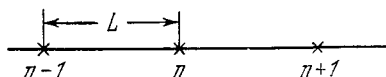


Рис. 11. Схематическое изображение системы последовательно соединенных джозефсоновских мостиков.

Каждый мостик обозначен крестиком.

составляла $\sim 100-200$ А). При достаточно высоких частотах синхронизация исчезала (длина $(k_\omega')^{-1}$ уменьшалась с ростом ω). Уравнение типа (4.5), описывающее взаимодействие переходов, будет справедливо не только в случае одномерных мостиков, но и в случае мостиков с сужением. Это связано с тем, что полный ток квазичастиц остается неизменным при переходе от данного мостика к соседнему, если $Lk_\omega' < 1$. Следовательно, поле E_n будет влиять на поле $E_{n\pm 1}$.

В системе джозефсоновских переходов спектр коллективных колебаний искажается, в нем появляются зоны запрещенных и разрешенных частот; кроме того, возможны слабозатухающие колебания на таких частотах, когда колебания в однородном сверхпроводнике затухают. Для нахождения вида спектра выразим из (4.2) поле E_n при $j = 0$, $E_n = -(j_c/\sigma) \varphi_n$ ($\varphi_n \ll 1$) и перейдем в (4.5) к коллективным переменным $E_n = \sum_q E_q \exp(i n q L)$. Если выполнены условия

$$\tau_e^{-1} \ll \omega, \quad \frac{\Delta^2}{T} \ll \omega \ll \Delta, \quad (4.6)$$

то дисперсионное уравнение имеет вид

$$\lambda \frac{\omega}{\omega_0} \sin \frac{\omega}{\omega_0} = \cos \frac{\omega}{\omega_0} - \cos qL,$$

где $\lambda = \omega_0^2/\omega_j^2$, $\omega_j^2 = (16DTj_c/\pi L\sigma\Delta)$, $\omega_0 = \sqrt{2D\Delta/L}$. Рассмотрим два предельных случая.

а) $\lambda \ll 1$. В этом случае при $|\omega/\omega_0 - \pi n| \gg \lambda$ получается спектр колебаний однородного сверхпроводника $\omega = q \sqrt{2D\Delta}$. При $|\omega/\omega_0 - \pi n| \lesssim \lambda$ происходит расщепление ветви, обусловленное взаимодействием переходов, и образуются зоны разрешенных и запрещенных частот. Расстояние между зонами равно $\delta\omega_n = 2\pi n\lambda\omega_0$. б) $\lambda \gg 1$. В этом

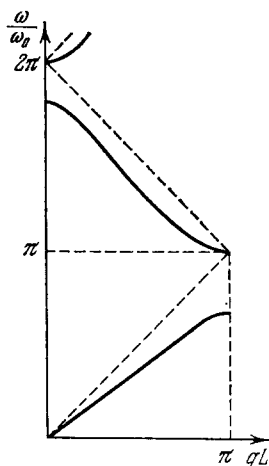


Рис. 12. Спектр коллективных колебаний $\omega(q)$ в системе последовательно соединенных джозефсоновских мостиков.

Штриховой линией изображен спектр в однородном сверхпроводнике.

случае также возникают зоны. В первой зоне спектр имеет вид спектра акустических фононов в кристалле: $\omega = \omega_j \sin (qL/2)$. Интересно, что колебания в первой зоне слабо затухают, даже когда не выполнено второе из условий (4.6), т. е. когда в однородном сверхпроводнике они затухают. Колебания в остальных зонах затухают слабо при условии (4.6). Их спектр определяется формулой $\omega/\omega_0 = \pi n + (\lambda \pi n)^{-1} [1 - (-1)^n \cos (qL)]$, $n = 2, 3, 4 \dots$ Спектр колебаний изображен на рис. 12. Наличие коллективных слабозатухающих мод приводит к особенностям в импедансе и на вольт-амперной характеристике системы. Импеданс системы имеет вид

$$Z(\omega) = \frac{U(\omega)}{I(\omega)} = -\frac{i\Omega}{1-i\Omega} \left[1 - \frac{\operatorname{tg}(k_\omega L/2)}{i\Omega k_\omega L\lambda - (1-i\Omega) \operatorname{tg}(k_\omega L/2)} \right].$$

При выполнении условий (4.6) на частотах, удовлетворяющих равенству $\operatorname{tg}(\omega/2\omega_0) = -\lambda(\omega/\omega_0)$, в импедансе возникают пики. Особенности на вольт-амперной характеристике появляются при напряжениях $U = \pi\omega_0 n/e$ ($n = 1, 2, \dots$). Экспериментальное исследование коллективных мод в системе джозефсоновских переходов пока еще не проводилось.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотренные выше эффекты проникновения электрического поля \mathbf{E} в сверхпроводник относятся к неравновесным явлениям, к которым приводит, например, инжекция квазичастиц в сверхпроводник. К другим неравновесным явлениям в сверхпроводниках относятся эффекты, возникающие, например, при воздействии на сверхпроводник электромагнитного облучения (подавление Δ при воздействии лазерного облучения или, наоборот, увеличение Δ вблизи T_c при воздействии СВЧ волны) (см. обзоры ^{52, 56, 57}). Отличие между этими явлениями заключается в том, что в первом случае возмущается несимметричная по ξ_p часть функции распределения δn (возникновение электронно-дырочной несимметрии), а во втором случае δn симметрична по ξ_p , т. е. число электроноподобных возбуждений остается равным числу дырочноподобных возбуждений. Разность населенностей квазичастиц по ветвям спектра возникает, если отлична от нуля дивергенция тока квазичастиц (или куперовских пар). Это означает, что неравновесность первого типа, при которой возмущается несимметричная по ξ_p часть δn , в отличие от неравновесности второго типа, может появляться только в неоднородных системах (либо в однородных, но при неоднородных возмущениях). Кроме того, эта неравновесность линейна по возмущению. Это позволяет в ряде случаев получать точные результаты для наблюдаемых величин либо непосредственно из микроскопических уравнений, либо из более простых уравнений (кинетическое уравнение, обобщенные уравнения Гинзбурга — Ландау), выводимых на основе микроскопической теории.

Основным результатом рассмотренных в настоящем обзоре исследований явилось установление того факта, что продольное поле \mathbf{E} может проникать в сверхпроводник на глубину l_E , намного превышающую характерные длины сверхпроводника ($\xi(T)$, λ_L). Магнитное же поле проникает в объем сверхпроводника (где $\Delta \neq 0$) не более, чем на лондоновскую глубину λ_L . Поэтому можно сказать, что выталкивание магнитного поля является более фундаментальным свойством сверхпроводника, нежели отсутствие электросопротивления на постоянном токе ⁵⁴.

Другой важный результат — обнаружение вблизи T_c слабозатухающих коллективных колебаний \mathbf{E} и \mathbf{p}_s , поиск которых продолжался, начиная с момента создания микроскопической теории сверхпроводимости. Оба

эти факта — проникновение постоянного поля E и слабозатухающие колебания E — достаточно надежно проверены на опыте. Несомненно, однако, что исследование рассмотренных явлений будет продолжаться. В частности, заманчиво провести измерения длины l_E на чистых сверхпроводниках, где величина l_E может быть сравнимой с размерами образца. Как уже отмечалось, наибольший интерес представляет исследование проникновения поля E в сверхпроводник вблизи T_c , так как при низких температурах велик скачок поля на $S-N$ -границе, а величина поля на расстояниях больше $\xi(T)$ в S -области экспоненциально мала. Однако и при низких температурах проникновение поля E в S -область может сопровождаться интересными явлениями, например, логарифмическим ростом $E(x)$ в сверхпроводящей и нормальной областях на расстоянии порядка длины пробега от $S-N$ -границы (см. ²² и ссылки в ⁹). Кроме того, экспериментально не изучены коллективные колебания в сверхпроводниках с малой концентрацией примесей, а также в системе джозефсоновских переходов.

Авторы признательны В. Л. Гинзбургу за полезные советы, а также Ш. М. Когану, Ф. Я. Надю и Ю. Н. Овчинникову за прочтение рукописи и сделанные замечания.

Институт радиотехники и электроники
АН СССР

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Ландау И. Л. — Письма ЖЭТФ, 1970, т. 11, с. 437.
2. Pippard A. B., Shepherd J. G., Tindall D. A. — Proc. Roy. Soc. London. Ser. A, 1971, v. 324, p. 17.
3. Rieger T. J., Scalapino D. J., Mercereau J. E. — Phys. Rev. Lett., 1971, v. 27, p. 1787.
4. Горьков Л. П., Элиашберг Г. М. — ЖЭТФ, 1968, т. 54, с. 612.
5. Волков А. Ф. — ЖЭТФ, 1974, т. 66, с. 758.
6. Артеменко С. Н., Волков А. Ф. — Письма ЖЭТФ, 1975, т. 21, с. 662; ЖЭТФ, 1976, т. 70, с. 1051.
7. Аронов А. Г., Гуревич В. Л. — ФТТ, 1974, т. 16, с. 2656.
8. Artemenko S. N., Volkov A. F., Zaitsev A. V. — J. Low Temp. Phys., 1978, v. 30, p. 487.
9. Ovchinnikov Yu. N. — Ibid., 1978, v. 31, p. 785.
10. Tinkham M., Clarke J. — Phys. Rev. Lett., 1972, v. 28, p. 1366.
11. Tinkham M. — Phys. Rev. Ser. B, 1972, v. 6, p. 1747.
12. Klarwijk T. M., Mooij J. E. — Physica. Ser. B, 1976, v. 81, p. 132.
13. Schmid A., Schön G. — J. Low Temp. Phys., 1975, v. 20, p. 207.
14. Yu M. L., Mercereau J. E. — Phys. Rev. Lett., 1972, v. 28, p. 1117.
15. Dolan G. J., Jackel L. D. — Ibid., 1977, v. 39, p. 1628.
16. Clarke J., Paterson J. L. — J. Low Temp. Phys., 1974, v. 15, p. 491.
17. Волков А. Ф., Зайцев А. В. — ЖЭТФ, 1975, т. 69, с. 2222.
18. Булыженков И. Э., Ивлев Б. И. — ЖЭТФ, 1978, т. 74, с. 224.
19. Аронов А. Г. — ЖЭТФ, 1976, т. 70, с. 1477.
20. Гинзбург В. Л., Жарков Г. Ф. — УФН, 1978, т. 125, с. 19.
21. Андреев А. Ф. — ЖЭТФ, 1964, т. 46, с. 1823; Автореферат докторской диссертации. — М.: ИФП АН СССР, 1968.
22. Артеменко С. Н., Волков А. Ф. — ЖЭТФ, 1977, т. 72, с. 1018.
23. Eilenberger G. — Z. Phys., 1968, Bd. 214, S. 195.
24. Ларкин А. И., Овчинников Ю. Н. — ЖЭТФ, 1968, т. 55, с. 2262.
25. Элиашберг Г. М. — ЖЭТФ, 1971, т. 61, с. 1254.
26. Горьков Л. П., Копнин Н. Б. — ЖЭТФ, 1973, т. 64, с. 356; т. 65, с. 396.
27. Ларкин А. И., Овчинников Ю. Н. — J. Low Temp. Phys., 1973, v. 10, p. 407; ЖЭТФ, 1977, т. 73, с. 299.
28. Келдыш Л. В. — ЖЭТФ, 1964, т. 47, с. 1515.
29. Шеланков А. Л. — ФТТ, 1978, т. 20, с. 286.
30. Галайко В. П. — ЖЭТФ, 1974, т. 66, с. 379; 1975, т. 68, с. 223; 1976, т. 71, с. 671.
31. Carlson P. L., Goldman A. M. — Phys. Rev. Lett., 1975, v. 34, p. 11.
32. Schmid A., Schön G. — Ibid., p. 941.

33. Артеменко С. Н., Волков А. Ф.— ЖЭТФ, 1975, т. 69, с. 1764.
34. Боголюбов Н. Н., Толмачев В. В., Ширков Д. Н. Новый метод в теории сверхпроводимости.— М.: Изд-во АН СССР, 1968.
35. Anderson P. W.— Phys. Rev., 1958, v. 110, p. 827; v. 112, p. 1900.
36. Халатников И. М. Теория сверхтекучести.— М.: Наука, 1971.
37. Enz C. P.— Rev. Mod. Phys., 1974, v. 46, p. 705.
38. Vardeem J.— Phys. Rev. Lett., 1958, v. 1, p. 399.
39. Гинзбург В. Л.— ЖЭТФ, 1961, т. 41, с. 828.
40. Овчинников Ю. Н.— ЖЭТФ, 1977, т. 72, с. 773.
41. Галайко В. П., Глушук Н. И., Шумейко В. С.— ФНТ, 1978, т. 4, с. 289.
42. Maki K., Sato H.— J. Low Temp. Phys., 1974, v. 16, p. 557.
43. Brieskorn G., Dinter M., Schmidt H.— Sol. State Comm., 1974, v. 15, p. 757.
44. Bray A. J., Schmidt H.— J. Low Temp. Phys., 1975, v. 21, p. 669.
45. Ferrell R. A.— J. Low Temp. Phys., 1969, v. 1, p. 423.
46. Scalapino D. J.— Phys. Rev. Lett., 1970, v. 24, p. 1052.
47. Кулик И. О., Янсон И. К. Эффект Джозефсона в сверхпроводящих туннельных структурах.— М.: Наука, 1970.
48. Артеменко С. Н., Волков А. Ф., Зайцев А. В.— Письма ЖЭТФ, 1978, т. 37, с. 122.
49. Notarys H. A., Mercereau J. E.— J. Appl. Phys., 1973, v. 44, p. 1821.
50. Волков А. Ф., Зайцев А. В.— Письма ЖЭТФ, 1976, т. 2, с. 188.
51. Palmer D. W., Mercereau J. E.— Phys. Lett. Ser. A, 1977, v. 61, p. 135.
52. Scalapino D. J.— J. Low Temp. Phys., 1978, v. 31, No. 1/2.
53. Schön G. Thesis.— Dortmund: Universität, 1976.
54. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Электродинамика сплошных сред.— М.: Гостехиздат, 1957.
55. Krähenbühl I., Watts-Tobin R. J.— J. de Phys. Coll., 1978, C6-677.— University of Lancaster Preprint.
56. Holstain T., Kulik I. O., Orbach R.— Phys. Rev. Ser. B, 1979 (in press).
57. Дмитриев В. М., Христенко Е. В.— ФНТ, 1978, т. 4, с. 821.
58. Аронов А. Г., Спивак Б. З.— Ibid., с. 1365.