

УСПЕХИ ФИЗИЧЕСКИХ НАУК

539.12.01

ПРОВЕРКА ФУНДАМЕНТАЛЬНЫХ ФИЗИЧЕСКИХ ТЕОРИЙ В ОПЫТАХ СО СВОБОДНЫМИ ЗАРЯЖЕННЫМИ ЛЕПТОНАМИ *)

Дж. Филд, Э. Пикассо, Ф. Комбли

СОДЕРЖАНИЕ

1. Введение	553
2. Измерения лептонных g -факторов как проверка квантовой электродинамики а) Теоретические предсказания (556). б) Историческая перспектива и экспериментальные принципы (560). в) Измерения мюонного аномального магнитного момента прецессионным методом (569). г) Измерения электронного аномального магнитного момента спин-резонансным методом (574). 1) Идеальная ловушка Пеннинга (574); 2) Ловушка для одного электрона (575); 3) Частота аксиальных колебаний ω_z (576); 4) Циклотронная частота ω'_c (577); 5) $(g - 2)$ -частота ω'_d (578); 6) Частотные результаты и a_e (579). д) Прецизионное сравнение электронного и позитронного магнитных моментов при высокой энергии (579).	555
3. Проверка дискретных симметрий при помощи свободных лептонов . . .	581
а) Проверки CPT (581). б) Проверки CP (583). в) Проверки T (585). 1) Проверки T -инвариантности в мюонном распаде (585). 2) Электрические дипольные моменты (ЭДМ) (585). 3) Измерения электронного ЭДМ (586). 4) Измерения мюонного ЭДМ (588).	
Цитированная литература	589

1. ВВЕДЕНИЕ

В этом обзоре мы обсудим измерения дипольных моментов свободных электронов и мюонов, времени жизни свободных мюонов и покажем, как эти опыты используются для проверки фундаментальных физических теорий. При обсуждении этих экспериментов мы ограничимся рассмотрением скорее физических принципов, чем технических деталей; более полное описание экспериментальных методов можно найти в оригинальных работах, ссылки на которые приведены ниже, а также в ряде обзорных статей¹.

Заметим, что полностью свободная частица является идеализированным объектом, и этот термин используется нами для обозначения частиц настолько слабо связанных, что сдвиги измеряемых величин, которые возникают вследствие взаимодействия, пренебрежимо малы.

Классически дипольные моменты могут возникать либо из-за зарядов, либо из-за токов. Например, циркулирующий ток, обусловленный движением по орбите частицы с электрическим зарядом e и массой m , связан

*) Field J. H., Picasso E., Combley F. Tests of Fundamental Physical Theories from Measurements of Free Charged Leptons.— CERN, Geneva, 28 February 1978.— Перевод с рукописи выполнен В. П. Кубаровским.

1 УФН, т. 127, вып. 4

© J. H. Field, E. Picasso, F. Combley, 1978.
© Перевод на русский язык,
Главная редакция физико-математической
литературы издательства «Наука»,
«Успехи физических наук», 1979.

с его магнитным дипольным моментом μ_L следующим соотношением:

$$\mu_L = \frac{e}{2mc} L, \quad (1.1)$$

где L — орбитальный угловой момент. С другой стороны, электрический дипольный момент некоторых полярных молекул обусловлен относительным смещением центров распределений положительного и отрицательного зарядов.

Таким образом, у нас есть примеры магнитного дипольного момента и электрического дипольного момента, источником которых является электрический заряд. Интересно заметить, что все электромагнитные явления объясняются в терминах электрических зарядов и их токов, а для магнитных зарядов пока что в теории нет места. В частности, внутренние магнитные дипольные моменты всех частиц могут рассматриваться в классической картине как циркулирующие электрические токи, а не как распределение магнитных зарядов ². Это один из аспектов основной асимметрии между электрической и магнитной частями электромагнетизма, который следует из уравнений Максвелла. Дирак ³ впервые указал на то, что существование магнитного заряда естественно ведет к квантованию как магнитного, так и электрического зарядов. Это замечание и сегодня остается призывом к физикам, как теоретикам, так и экспериментаторам, найти истинное место для магнитного монополя в электромагнитной теории и установить его физическую сущность.

Для частицы, обладающей как магнитным, так и электрическим дипольным моментами, гамильтониан электромагнитного взаимодействия содержит член

$$\mathcal{H} = -\mu_m \mathbf{B} - \mu_e \mathbf{E}, \quad (1.2)$$

где \mathbf{B} и \mathbf{E} — напряженности магнитного и электрического полей, а μ_m и μ_e — операторы магнитного и электрического дипольных моментов. Следуя основной форме уравнения (1.1) и выражая электрический дипольный момент аналогично магнитному дипольному моменту, запишем

$$\mu_m = g \frac{e}{2mc} \frac{\hbar \sigma}{2}, \quad \mu_e = f \frac{e}{2mc} \frac{\hbar \sigma}{2}, \quad (1.3)$$

где компоненты σ есть три спиновые матрицы Паули, а для отрицательных лептонов необходимо ввести заряд $e = -|e|$. Используя магнетон Бора $\mu_0 = e\hbar/2mc$, эти уравнения можно упростить:

$$\mu_m = g\mu_0 \frac{\sigma}{2}, \quad \mu_e = f\mu_0 \frac{\sigma}{2}, \quad (1.4)$$

где, воспользовавшись случаем, мы ввели удобный символ для электрического дипольного момента \mathbf{D} .

Основная часть этой работы состоит из двух глав. В первой анализируется справедливость квантовой электродинамики (КЭД) на основе измерения дипольных моментов. Проверка КЭД явилась основным стимулом для измерений лептонного g -фактора, введенного в первом уравнении (1.3). Интерес концентрировался вокруг того факта, что значение g не было точно равно двум, как это предсказывается теорией Дирака ⁴. Мы увидим, однако, что в более широком контексте КЭД, наблюдаемые электромагнитные взаимодействия как электронов, так и мюонов находятся в полном согласии с предсказаниями теории вплоть до расстояний $7 \cdot 10^{-17}$ м.

В следующей главе мы приводим проверки дискретных симметрий в опытах со свободными лептонами. Мы начинаем с обсуждения проверок справедливости *CPT*-теоремы в опытах с частицами и античастицами. За этим следует анализ экспериментальных данных, демонстрирующих инвариантность по отношению к различным операторам симметрии. Здесь приводится хорошо известное доказательство того, что ожидаемое значение электрического дипольного момента D должно равняться нулю для частицы с определенной четностью. Полярные молекулы, о которых мы упоминали выше, являются смесью вырожденных состояний с противоположной четностью и поэтому для них это условие симметрии не выполняется. Аргументы, основанные на инвариантности относительно обращения времени, также требуют равенства нулю электрического дипольного момента. Эти требования, действительно, следуют из различных свойств симметрии электрических и магнитных полей. Заметим, что \mathbf{V} является аксиальным вектором, а \mathbf{E} — полярным вектором. Таким образом, если выражение для гамильтониана (1.2) остается инвариантным по отношению к инверсии пространства и обращению времени, то μ_m должен преобразовываться как аксиальный вектор, а μ_e — как полярный вектор. Аксиальный вектор меняет знак под действием T - и P -операторов, а для полярного вектора верно обратное. Анализируя уравнение (1.4), мы видим, что операторы дипольных моментов преобразуются как операторы спина σ . Так как последний ведет себя как аксиальный вектор, все согласуется для μ_m , но в случае μ_e любая из операций P или T меняет относительный знак двух частей уравнения. Противоречия можно избежать только в том случае, если f равно нулю. Обобщая эти выводы, можно сказать, что для системы с определенной четностью нечетный электрический (дипольный, секступольный и т. д.) и четный магнитный (квадрупольный, октупольный и т. д.) моменты должны быть равны нулю. Однако вследствие нарушения четности инвариантность взаимодействий по отношению к операциям симметрии всегда должна проверяться экспериментом.

2. ИЗМЕРЕНИЕ ЛЕПТОННЫХ g -ФАКТОРОВ КАК ПРОВЕРКА КВАНТОВОЙ ЭЛЕКТРОДИНАМИКИ

В этой главе мы коснемся только лептонного магнитного дипольного момента, поскольку в КЭД отсутствует электрический дипольный момент электрона или мюона, так как электромагнитное взаимодействие инвариантно по отношению к инверсии пространства и обращению времени.

Квантовая электродинамика может рассматриваться как строго определенная математическая процедура, с помощью которой любой процесс, включающий взаимодействие фотона и полей заряженных лептонов, можно рассчитать с любой степенью точности. Она не лишена, однако, противоречивых моментов, и существование бесконечностей внутри ее структуры остается трудным для восприятия, так как их наличие мешает истинному пониманию таких фундаментальных констант, как заряд и масса. Для повышения точности необходимо учитывать все большее и большее число взаимодействий между фотоном и лептонными полями. Все эти члены зависят от процедуры перенормировки, в которой сумма массы голого лептона и его (бесконечной) радиационной поправки приравнивается наблюдаемой массе частицы в покое, а сумма заряда голого лептона и его (бесконечной) радиационной поправки приравнивается наблюдаемому заряду электрона.

Экспериментаторы поставили перед собой в этой области две задачи: с одной стороны, проверить теорию на все меньших и меньших расстоя-

ниях в поисках информации о структуре лептонов или новых взаимодействий, которые могли бы, например, объяснить разницу в массах электрона и мюона, а с другой стороны, испытать поправки высших порядков, где приходится использовать процедуру перенормировки, с очень высокой точностью. Область применимости теории могла бы быть также ограничена из-за предельной дискретности пространства-времени, но такое нарушение должно проявляться для всех взаимодействий.

Более чем четверть века совместные усилия теоретиков и экспериментаторов были направлены на тщательную проверку нашего понимания электромагнитного взаимодействия. Мы обсудим измерения g -фактора как электронов, так и мюонов, но начнем с анализа теоретических предсказаний, включающих вклады сильных и слабых взаимодействий в эту электромагнитную характеристику.

После описания теоретических принципов будет дан исторический обзор, рассматривающий развитие экспериментов от ранних исследований на атомах до более современных на свободных лептонах, использующих спин-резонансный и прецессионный методы. Ранние работы описаны более детально в обзорных статьях Куша⁵ и Крейна⁶ и в меньшей степени в статьях, перечисленных в ссылке¹.

Глава заканчивается анализом наиболее современных и точных экспериментов на электронах и мюонах и их результатов. Эти опыты полезны также, как ряд примеров спин-резонансной и прецессионной техники.

а) Теоретические предсказания

Лептонный g -фактор представим в виде ряда

$$g_l = 2 \left[1 + \sum_n A_n^{(l)} \left(\frac{\alpha}{\pi} \right)^n + \sum_n B_n^{(l)} \left(\frac{\alpha}{\pi} \right)^n \right], \quad l = e, \mu, \dots, \quad (2.1)$$

где значение $g = 2$ отражает результат релятивистской теории Дирака. Члены высших порядков учитывают все увеличивающееся число взаимодействий между фотоном и лептонными полями и, следовательно, имеют вид рядов по степеням квадрата константы взаимодействия, т. е. рядов по постоянной тонкой структуры α . Эти члены высших порядков разделены здесь на две группы: в одной коэффициенты не зависят от лептонной массы ($A_n^{(l)}$), в другой они являются функцией отношения массы внешней частицы к массе лептона в вакуумной петле. Первая последовательность членов одинакова для всех лептонов, а вторая, начинающаяся с $n = 2$, существенна только в случае мюона и более тяжелых лептонов из-за того, что масса мюона примерно в 200 раз больше массы электрона. Эти два ряда определяют так называемую аномалию как

$$a_l \equiv \frac{g-2}{2} = \sum_n A_n^{(l)} \left(\frac{\alpha}{\pi} \right)^n + \sum_n B_n^{(l)} \left(\frac{\alpha}{\pi} \right)^n. \quad (2.2)$$

Коэффициент главного члена был впервые вычислен Швингером⁷ и оказался равным $A_1^{(l)} = 0,5$, откуда можно видеть, что величина аномалии $\sim 10^{-3}$. Когда было осознано значение этого факта для выбора экспериментальной методики и найден путь для непосредственного измерения аномалии, а не самого g -фактора, был сделан значительный скачок вперед в точности измерения g . В табл. I мы приводим значения коэффициентов

ряда теории возмущений вместе с их полным вкладом в аномалию. Как было указано выше, коэффициенты $B_n^{(e)}$ пренебрежимо малы.

Таблица I

Коэффициенты ряда теории возмущений по (α/π)
для a_l , вычисленные вплоть до $(\alpha/\pi)^4$

n	$A_n^{(l)}$	$B_n^{(\mu)}$	$A_n^{(l)} (\alpha/\pi)^n \cdot 10^9$	$B_n^{(\mu)} (\alpha/\pi)^n \cdot 10^9$
1	0,5	0	1 161 409,8 \pm 0,3	0
2	-0,32848	1,09426	-1772,3	5904,1
3	1,188 \pm 0,017	23,26 \pm 0,05	14,9 \pm 0,2	291,5 \pm 0,6
4	?	128 \pm 70	?	3,7 \pm 2,1

Численные значения в последних двух колонках были получены с использованием значения $\alpha^{-1} = 137,035987(29)$, вычисленного Олсеном и Уильямсом⁸ после комбинирования их новых данных по измерению гиромагнитного отношения протона в слабых полях со значением e/h , полученным из нестационарного эффекта Джозефсона⁹.

На рис. 1 показаны диаграммы Фейнмана, связанные с коэффициентами $A_1^{(l)}$, $A_2^{(l)}$ и $B_2^{(\mu)}$. Различие между диаграммой для $B_2^{(\mu)}$ и аналогичной диаграммой, дающей вклад в $A_2^{(l)}$, заключается в том, что внешний лептон для $A_2^{(l)}$ такого же типа, что и в вакуумной поляризационной петле, а для $B_2^{(\mu)}$ это не так. Составные части этого последнего коэффициента были рассчитаны Шуурой и Вихманом¹⁰, Питерманом¹¹, Элендом¹², Эриксоном и Лью¹³. Семь диаграмм, которые дают вклад в $A_2^{(l)}$, были рассчитаны аналитически Карплусом и Кролем¹⁴ и позднее вновь вычислены и исправлены Питерманом¹⁵ и Sommerfeldом¹⁶.

Для $A_3^{(l)}$ мы использовали значение, данное Левином, Перитто и Роскисом¹⁷. Эти авторы объединили свои аналитические результаты с вычислениями Левина и Роскиса¹⁸, Барбери, Каффо и Ремидди¹⁹, Миньяко

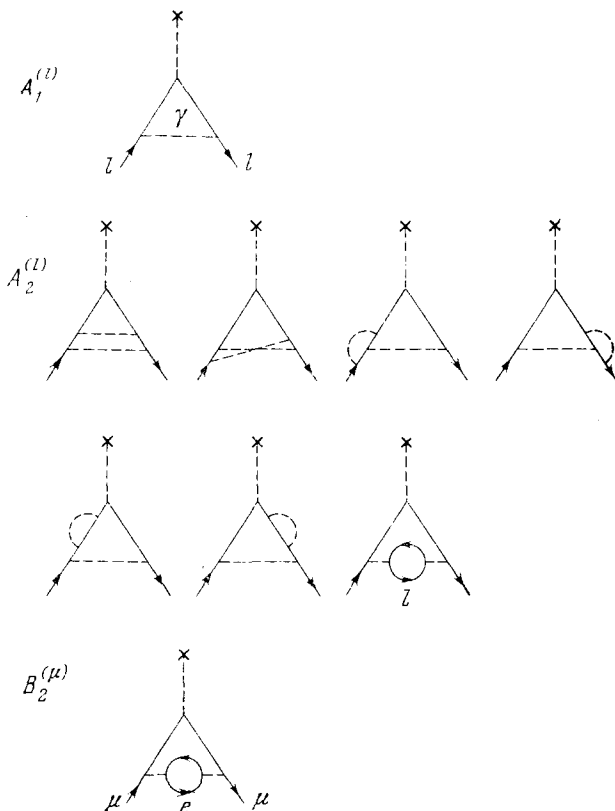


Рис. 1. Фейнмановские диаграммы, дающие вклад в КЭД-часть лептонного аномального магнитного момента, вплоть до порядка α^2 .

и Ремидди ²⁰, Барбьери и Ремидди ²¹ и численными расчетами Квитановича и Киношиты ²², Калмета и Питермана ²³, Олдинса, Бродского, Дафнера и Киношиты ²⁴, Чанга и Левина ²⁵. Недавно Левин и Роскис ²⁶ аналитически оценили еще три диаграммы. Замечательным достижением некоторых этих авторов является то, что они вычислили все 72 диаграммы Фейнмана, которые дают вклад в эти коэффициенты.

Значение $B_3^{(\mu)}$ содержит результат численного расчета так называемых диаграмм рассеяния света на свете Сэмуела и Клаубера ²⁷, который немного превышает менее точные первые вычисления Олдинса, Бродского, Дафнера и Киношиты ²⁴ и более поздних работ Калмета и Питермана ²⁸. Даже в последних аналитических расчетах Лаутрэпа и Сэмуела ²⁹ было получено значение, очень близкое к приведенному выше. Значение $B_3^{(\mu)}$ содержит также аналитические результаты для оставшихся 18 диаграмм, полученные Барбьери и Ремидди ³⁰. Эти результаты находятся в хорошем согласии с ранними вычислениями различных слагаемых ряда Киношиты ³¹, Лаутрэпа и де Рафаэля ³², Лаутрэпа ³³, Питермана и де Рафаэля ³⁴, Бродского и Киношиты ³⁵.

Приведенное в табл. II значение $B_4^{(\mu)}$, взято из работы Калмета, Нарисона, Перротте и де Рафаэля ³⁶, в которой дается также обзор всех теоретических статей по аномальному магнитному моменту мюона. Эта последняя работа по диаграммам КЭД восьмого порядка совпадает с ранними оценками Лаутрэпа ³⁷ и Сэмуела ³⁸.

Собирая численные результаты вместе и вспоминая, что коэффициенты B для электрона пренебрежимо малы, мы получаем предсказанное в КЭД значение для аномалии:

$$\begin{aligned} a_e^{\text{КЭД}} &= (1\,159\,652,4 \pm 0,4) \cdot 10^{-9}, \\ a_\mu^{\text{КЭД}} &= (1\,165\,851,7 \pm 2,3) \cdot 10^{-9}, \end{aligned} \quad (2.3)$$

где ошибки вычислены как сумма квадратов ошибок, обусловленных неопределенностями в α^{-1} и вытекающих из численных расчетов.

Таким образом, вычисление аномалии в рамках КЭД может быть проведено со сколь угодно высокой точностью, если все большее количество членов будет сведено к аналитическому виду. Однако необходимо заметить, что в каждом порядке число диаграмм существенно увеличивается. Например, в $B_2^{(\mu)}$ дает вклад только одна диаграмма, для определения $B_3^{(\mu)}$ необходимы 24 диаграммы, а для $B_4^{(\mu)}$, даже если пренебречь диаграммами, которые «зануляются» в пределе $m_e/m_\mu \rightarrow 0$, остается 469 членов. Поэтому быстро растущая сложность вычислений создает барьер для бесконечного улучшения точности. Необходимо также помнить, что сравнение теории и эксперимента всегда будет зависеть от непосредственного измерения постоянной тонкой структуры α .

Прежде чем мы приступим к такому сравнению, необходимо оценить вклады в аномалию от сильных и слабых взаимодействий. Лептон связывается с адронными состояниями через виртуальный фотон, поэтому этот процесс имеет сходство с электрон-позитронной аннигиляцией в адроны. Эта связь выражается дисперсионными соотношениями. Предполагая, что в аннигиляции преобладает однофотонный процесс, мы можем разделить адронный вклад в аномалию как

$$a_{\text{адронная}} = \frac{1}{4\pi^3} \int_{4m_\pi^2}^{\infty} ds \sigma_{e^+e^- \rightarrow \text{адроны}}(s) K(s), \quad (2.4)$$

где s — квадрат полной энергии e^+e^- в системе центра масс. Функция $K(s)$ является чисто КЭД величиной, состоящей из двух лептонных про-

пагаторов и пропагатора виртуального фотона с массой \sqrt{s} :

$$K(s) = \int_0^1 dx \frac{x^2(1-x)}{x^2 + (1-x)(s/m^2)}, \quad (2.5)$$

где m — масса лептона. В области интегрирования уравнения (2.4) функция $K(s)$ положительно определена и в пределе $s \gg m^2$ имеет значение $1/3 (m^2/s)$. При дополнительном предположении об электрон-мюонной универсальности эти формулы можно применить к мюонной аномалии, и именно асимптотическая зависимость функции $K(s)$ от квадрата лептонной массы указывает на то, что адронный вклад в мюонный момент в 10^5 раз больше, чем в электронный. Это означает, что электронный момент является, по существу, чисто КЭД величиной.

Самое последнее определение адронного вклада в мюонную аномалию приведено в работах Баргера, Лонга и Олссона ³⁹:

$$a_{\mu(\text{адронная})} = (66 \pm 10) \cdot 10^{-9}, \quad (2.6)$$

и Калмета, Нарисона, Перротте и де Рафаэля ⁴⁰:

$$a_{\mu(\text{адронная})} = (66,7 \pm 9,4) \cdot 10^{-9}. \quad (2.7)$$

Последние авторы включили оценку адронных эффектов высших порядков $[(\alpha/\pi)^3]$, которые оказались отрицательными и находящимися на уровне 5% всего адронного вклада. Приведенные здесь оценки заменяют более ранние, сделанные Гурденом и де Рафаэлем ⁴¹ и Брамном, Этимом и Греко ⁴².

Вклад в мюонную аномалию слабых взаимодействий можно вычислить однозначным образом в рамках перенормируемых калибровочных теорий со спонтанным нарушением симметрии. Эти вычисления были проведены для различных моделей Джэкивом и Вайнбергом ⁴³, Бардином, Гастмансом и Лаутрэпом ⁴⁴, Барсом и Йошимурой ⁴⁵, Фуджикавой, Ли и Сандой ⁴⁶, Примаком и Куинном ⁴⁷ и Дискурсом ⁴⁸. Самая последняя оценка вклада в аномалию слабых взаимодействий в произвольной калибровочной модели приведена в работе Левейля ⁴⁹. Результаты несколько отличаются, но перекрываются приблизительным соотношением

$$a_{\mu(\text{слабая})} \approx 2 \cdot 10^{-9}. \quad (2.8)$$

До появления калибровочных теорий оценки Бродского и Салливана ⁵⁰, а также Бернетта и Левина ⁵¹ были на порядок больше и имели противоположный знак.

Вклад слабых взаимодействий в электронную аномалию намного меньше, чем в мюонную, и находится на уровне меньше, чем 10^{-13} . Таким образом, теоретически предсказанное значение электронной аномалии совпадает с величиной, вычисленной в КЭД (2.3), в то время как мюонная аномалия должна включать поправки от сильных и слабых взаимодействий. Окончательно имеем

$$\begin{aligned} a_e &= (1159652,4 \pm 0,4) \cdot 10^{-9}, \\ a_{\mu} &= (1165920 \pm 10) \cdot 10^{-9}, \end{aligned} \quad (2.9)$$

где мы использовали $a_{\mu(\text{слабая})} = (2 \pm 2) \cdot 10^{-9}$ и значение $a_{\mu(\text{адронная})}$, приведенное в выражении (2.7).

В этом коротком обзоре невозможно отразить огромную работу, проведенную многими физиками за последние 30 лет. Истинный размер

этих достижений можно оценить только при изучении оригинальных работ. Мы попытались дать наиболее современные ссылки; более полное обсуждение ранних работ содержится в обзоре Лаутрэца, Питермана и де Рафаэля ⁵².

б) Историческая перспектива и экспериментальные принципы

Как было указано выше, Дирак ⁴ показал в 1928 г., что значение 2 для электронного g -фактора следует из релятивистского уравнения. Из ранних измерений сверхтонкой структуры уровней водорода ⁵³ было видно, что это значение не находится в точном соответствии с экспериментом, хотя первое время это различие относили на счет эффектов, связанных с размерами ядра. Так продолжалось до тех пор, пока это противоречие не стало более очевидным после точных опытов Нейфа, Нельсона и Раби ⁵⁴ по расщеплению сверхтонкой структуры как водорода, так и дейтерия. После этого Брейт ⁵⁵ предложил объяснение этого эффекта с помощью аномальной части магнитного дипольного момента электрона. Эта аномальная часть увеличивает полное значение до величины, несколько превышающей один магнетон Бора.

После предложения Брейта электронный g -фактор был извлечен из магнитных резонансных измерений с атомными пучками, проведенных с различными атомами Кушем и Фоли ⁵⁶. Для каждого атомного состояния значение g_J было получено из измерений частот перехода между уровнями сверхтонкой структуры. В рассел-саундеровском случае связи $g_J = \alpha_L g_L + \alpha_S g_S$, где

$$\begin{aligned}\alpha_S &= \frac{J(J+1) + S(S+1) - L(L+1)}{2J(J+1)}, \\ \alpha_L &= \frac{J(J+1) + L(L+1) - S(S+1)}{2J(J+1)}.\end{aligned}\quad (2.10)$$

Предполагая, что g_J полностью обусловлено одним электроном и $g_L = 1$, а $g_S = 2(1 + a_e)$, имеем

$$g_J = (\alpha_L + 2\alpha_S) + a_e(2\alpha_S). \quad (2.11)$$

Неопределенности, возникавшие из-за величины магнитного поля, были устранены при использовании отношения частот, соответствующих зеемановскому расщеплению различных состояний. Примером результатов, полученных этими авторами, служат опыты с галлием, где было определено отношение g_J для основного состояния $^2P_{1/2}$ ($\alpha_S = -1/3$, $\alpha_L = 4/3$) и метастабильного уровня $^2P_{3/2}$ ($\alpha_S = 1/3$, $\alpha_L = 2/3$). В этом случае

$$\frac{g_{3/2}}{g_{1/2}} = \frac{2+a_e}{1-a_e} \approx 2 + 3a_e, \quad (2.12)$$

где приближение сделано в первом порядке по a_e . Из опытов с галлием, натрием и индием Куш и Фоли ⁵⁷ заключили, что

$$a_e = (1,19 \pm 0,05) \cdot 10^{-3}, \quad (2.13)$$

или

$$g = 2(1,00119 \pm 0,00005),$$

где g без индекса относится к g -фактору свободного электрона. Эти измерения установили аномальную часть g , хотя оставались сомнения в величине релятивистских поправок и взаимодействия валентных электронов с другими электронами в атоме. Существовали правдоподобные аргументы

в пользу того, что эти поправки находятся в пределах экспериментальных ошибок, однако их наличие подчеркивало тот факт, что продвижение в точности измерения аномалии требовало, в конечном счете, опытов со свободными частицами.

Дальнейшее продвижение в определении аномалии стало возможным в результате комбинации данных двух экспериментов. В 1949 г. Гарднер и Перселл⁵⁸ измерили резонансную частоту протона и циклотронную частоту свободного электрона в одном и том же магнитном поле. Эти авторы получили для отношения магнетона Бора к протонному магнитному моменту следующий результат:

$$\frac{\mu_0}{\mu_p \text{ (масло)}} = 657,475 \pm 0,008. \quad (2.14)$$

Индекс у протонного магнитного момента указывает на то, что это значение получено из измерений на сферическом образце минерального масла.

Второй эксперимент был проведен Кёнигом, Проделлом и Кушем⁵⁹, которые получили отношение электронного магнитного момента к протонному магнитному моменту. Первая величина была извлечена из измерений переходов в атомах водорода, в то время как определение последней требовало измерения протонной резонансной частоты в минеральном масле. Оба измерения были проведены в одном и том же магнитном поле, откуда получено отношение

$$\frac{\mu_e}{\mu_p \text{ (масло)}} = 658,2288 \pm 0,006. \quad (2.15)$$

Комбинация этих двух результатов дает⁵⁹

$$\frac{\mu_e}{\mu_0} = 2 (1,001146 \pm 0,000012), \quad (2.16)$$

или

$$a_e = (1,146 \pm 0,012) \cdot 10^{-3}.$$

Величина отношения $\mu_e/\mu_{p(\text{масло})}$ была позднее подтверждена Берингером и Хелдом⁶⁰, которые получили

$$\frac{\mu_e}{\mu_p \text{ (масло)}} = 658,2298 \pm 0,0002, \quad (2.17)$$

но повторное измерение $\mu_0/\mu_{p(\text{масло})}$ Франкена и Либеса⁶¹ дало значение, слегка отличное от того, что приведено в (2.14). Этот новый результат и полученное из него значение g оказались следующими:

$$\begin{aligned} \frac{\mu_0}{\mu_p \text{ (масло)}} &= 657,462 \pm 0,003, \\ g &= 2 (1,001168 \pm 0,000005). \end{aligned} \quad (2.18)$$

Сравнение с (2.9) указывает на то, что второй результат до некоторой степени ближе современному теоретическому предсказанию, чем первый результат, приведенный в (2.16).

Преимуществом измерений в водороде являлось отсутствие электрон-электронных взаимодействий, а также малость поправок, связанных с релятивистским возрастанием массы электрона в атоме водорода. Этот поправочный множитель, вычисленный во втором порядке по постоянной тонкой структуры α , равен

$$g = g_J \left(1 + \frac{\alpha^2}{3} \right). \quad (2.19)$$

Следовательно, g и измеренное значение g_J отличаются примерно на 18 единиц на миллион. Однако очевидно, что даже в простейших атомных системах точность измерения электронного g -фактора существенно ограничена. Более точная проверка квантовой электродинамики связана с экспериментами, проводимыми со свободными электронами. В обзоре этих опытов Куп⁵ сказал: «Еще раз в истории физики возникла ситуация, когда новая методика может дать результаты существенно большей точности, чем любое видимое развитие старой методики». Мы увидим, что в истории измерений g -фактора такой скачок в точности имел место неоднократно. Для того чтобы понять путь, по которому развивались эти эксперименты, мы начнем с самых общих положений, прежде чем перейдем к рассмотрению непосредственно методики.

Решение уравнения Дирака для движения свободного электрона в постоянном магнитном поле $\mathbf{B} = (0, 0, B_z)$ было получено Раби⁶² в 1928 г. Собственные значения энергии можно записать следующим образом:

$$E = \sqrt{m_0^2 c^4 + p_z^2 c^2 + (2n + 1 + g m_S) \cdot 2\mu_0 B m_0 c^2}, \quad (2.20)$$

где $n = 0, 1, 2, \dots$ — орбитальное квантовое число, а $m_S = \pm 1/2$ — квантовое число для спина электрона. Компонента импульса электрона в направлении магнитного поля p_z ничем не ограничена и поэтому может принимать континуум значений. Для нерелятивистских скоростей энергия может быть выражена приближенно:

$$E - m_0 c^2 = \frac{p_z^2}{2m_0} + (2n + 1 + g m_S) \mu_0 B. \quad (2.21)$$

Если g -фактор точно равен 2, то второй член в правой части этого уравнения может быть приведен к виду $2j\mu_0 B$, где j принимает значение 0, 1, 2

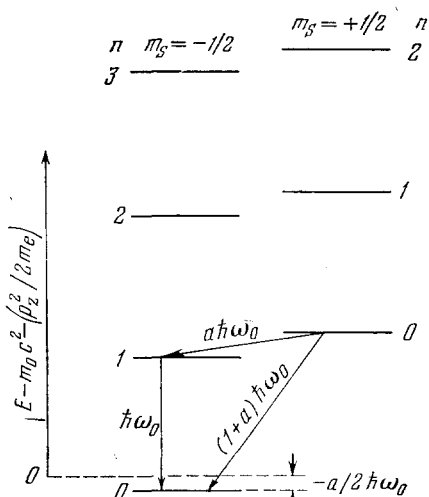


Рис. 2. Уровни Раби — Ландау электрона в постоянном магнитном поле.

и т. д. В этом случае будет одна серия энергетических уровней, причем все они дважды вырождены, за исключением наименьшего состояния ($j = 0$). Здесь мы пренебрегли континуумом разрешенных значений p_z . Это и есть решение, полученное Раби⁶², если учесть, что уравнение Дирака дает значение $g = 2$. Если принять во внимание аномальную часть g -фактора в виде $g = 2(1 + a_e)$, то вырождение снимется и возникнут две серии энергетических уровней (уровней Раби — Ландау) для двух значений спинного квантового числа. Энергию для этих двух серий можно записать в виде

$$(2n - a_e) \mu_0 B, \quad [2(n + 1) + a_e] \mu_0 B, \quad (2.22)$$

где $n = 0, 1, 2, \dots$, как и ранее. Эти уровни показаны на рис. 2.

Следует отметить несколько моментов. Переходы между смежными уровнями внутри каждой из серий происходят с частотой

$$\frac{2\mu_0 B}{\hbar} = \frac{eB}{m_0 c} = \omega_0. \quad (2.23)$$

Переходы с переворотом спина означают переход из одной серии энергетических уровней в другую, в то время как орбитальное квантовое число остается без изменений. Эти переходы происходят с ларморовой частотой

$$\frac{g\mu_0 B}{\hbar} = \frac{g}{2} \omega_0 = \omega_L. \quad (2.24)$$

Комбинация изменения на единицу орбитального квантового числа и переворота спина дает частоту, которая прямо пропорциональна аномальной части g -фактора:

$$\frac{2a_e\mu_0 B}{\hbar} = a_e \omega_0 = \omega_a. \quad (2.25)$$

Эти основные переходы и связанные с ними частоты приведены в табл. II.

Как было указано выше, наинизший уровень для случая g , точно равного двум, является синглетом. Поскольку $j = 0$, то в выражении для энергии этого уровня отсутствует член, содержащий магнитное поле. Однако, когда вводится аномальная часть g -фактора, этот уровень опускается до отрицательного значения $-a_e\mu_0 B$, в то время как все другие уровни остаются положительными. Поэтому если электроны находятся в неоднородном магнитном поле и движутся по направлению к областям с меньшим полем, то те из них, которые находятся в наинизшем состоянии, будут испытывать действие несколько растущего потенциального барьера, в то время как для всех других состояний магнитное поле создает падающий потенциал. Значит, неоднородное магнитное поле может служить фильтром для электронов, находящихся в наинизшем состоянии.

Исследование собственных функций в простом случае с равной нулю скоростью частицы ⁶³ указывает на то, что ожидаемое значение компоненты спина, направленной вдоль магнитного поля, остается постоянной для электрона в данном состоянии, а компонента в x, y -плоскости прецессирует с ларморовой частотой ω_L .

Для частицы с конечной скоростью частота вращения спина уменьшается на величину релятивистской томасовской прецессии (ω_T), которая определяется уравнением

$$\omega_T = \frac{\gamma-1}{\gamma} \frac{eB}{m_0 c} = \frac{\gamma-1}{\gamma} \omega_0, \quad (2.26)$$

где $\gamma = (1 - \beta^2)^{-1/2}$, а β — скорость частицы, деленная на скорость света. Для упрощения обсуждения мы рассматриваем вращение по кругу в плоскости x, y , т. е. по-прежнему пренебрегаем p_z . Частота собственно углового вращения спина в лабораторной системе координат дается следующим соотношением:

$$\omega_S = \omega_L - \omega_T = \frac{g}{2} \omega_0 - \frac{\gamma-1}{\gamma} \omega_0 = \left(a_e + \frac{1}{\gamma}\right) \omega_0. \quad (2.27)$$

Циклотронная частота вращения электрона по круговой орбите также зависит от скорости частицы:

$$\omega_c = \frac{eB}{\gamma m_0 c} = \frac{\omega_0}{\gamma}. \quad (2.28)$$

Таблица II

 Частоты переходов между
уровнями Раби — Ландау

Δn	Δm_S	$ \Delta E $
0	± 1	$(1 + a_e) \hbar \omega_0 = \hbar \omega_L$
± 1	0	$\hbar \omega_0$
± 1	± 1	$a_e \hbar \omega_0 = \hbar \omega_a$

Это уравнение является точным релятивистским эквивалентом уравнению (2.23). Оно также определяет частоту, с которой импульс электрона вращается в лабораторной системе. Сравнивая (2.27) и (2.28), мы видим, что аномалия a_e приводит к тому, что спин вращается с несколько большей частотой, чем вектор момента, причем разность частот не зависит от γ (или скорости частицы) и точно равна ω_a из уравнения (2.25):

$$\omega_S - \omega_c = a_e \omega_0 = \omega_a. \quad (2.29)$$

Таким образом, ожидаемое значение продольной компоненты спина осциллирует с этой частотой при движении электрона в постоянном магнитном поле.

Эти простые примеры иллюстрируют два экспериментальных подхода, используемые для определения лептонного g -фактора свободных частиц: 1) спин-резонансные эксперименты, в которых исследуются частоты переходов между уровнями Раби — Ландау (см. (2.22)), 2) прецессионный метод, в котором прослеживается изменение продольной поляризации во времени для первично поляризованного ансамбля частиц. Спин-резонансный метод близок к такому классу опытов, где анализируются вынужденные резонансные переходы между уровнями Зеемана в атоме в магнитном поле, но в атоме электрон находится в относительно сильном кулоновском поле ядра, а в спин-резонансном опыте он очень слабо связан неглубоким захватывающим потенциалом. По этой причине релятивистские поправки минимальны, а эффекты, обусловленные непосредственно захватом, малы и вычисляемы.

Одно из первых предложений эксперимента этого типа было сделано Блохом ⁶⁴, который в 1953 г. сообщил о разработке схемы захвата электронов в потенциальной яме глубиной около 10^{-5} в, наложенной на магнитное поле с напряженностью 0,1 тл. Основная идея состояла в том, чтобы в дополнение к постоянному полю периодически прикладывать неоднородное магнитное поле. При этом его напряженность должна быть достаточной для выброса всех электронов из электрического поля, кроме тех, которые находятся на наинизшем уровне Раби — Ландау. В промежутках между наложением неоднородного поля действует радиочастотное излучение. Резонансные вынужденные переходы на высшие энергетические уровни можно затем зарегистрировать при помощи электронов, покидающих ловушку при следующем наложении неоднородного магнитного поля. Измерение аномалии не было сделано ни по этому предложению, ни по более раннему Толхука и де Гроота ⁶⁵, в котором предлагалось исследовать резонансную деполаризацию электронов, возникающую при наложении постоянного магнитного и высокочастотного полей в промежутке между двумя моттовскими рассеяниями. Этот эксперимент должен был использовать тот факт, на который указал Мотт ⁶⁶, что электроны, рассеиваемые ядрами, приобретают частичную поляризацию, перпендикулярную к плоскости рассеяния. При втором акте рассеяния интенсивность частично поляризованного вторичного пучка проявляет зависимость от азимутального угла. Поскольку не предлагалось захватывать электроны, то осталось неясным, достаточно ли будет времени между моментом поляризации и анализом для того, чтобы хорошо измерить частоту.

Первое измерение аномальной части g у свободных электронов было сделано Демельтом ⁶⁷ в 1957 г. Приложенное высокочастотное поле вызывало спин-резонансные переходы свободных электронов в магнитном поле. Электроны находились в буферном газе и были поляризованы посредством столкновений с поляризованными атомами натрия. Полу-

ченное значение электронной аномалии оказалось равным

$$a_e = (1,116 \pm 0,040) \cdot 10^{-3}. \quad (2.30)$$

Следующим этапом в развитии спин-резонансной методики явилось усовершенствование ловушки Пеннинга⁶⁸ в форме, предложенной Пирсом⁶⁹. Ловушка, в которой гиперболические электроды создавали захватывающий потенциал в направлении линий магнитного поля, использовалась Демельтом⁷⁰ для исследования диамагнитного резонанса и термализации электронов. Мы обсудим основные характеристики ловушки в следующем разделе этой главы, когда коснемся наиболее современных спин-резонансных экспериментов и их результатов. Однако в этой ранней работе никакого спин-резонансного сигнала обнаружено не было.

Используя аналогичную ловушку Пеннинга в сочетании с натриевым пучком для поляризации и исследования накопленных электронов, Грэфф, Майор, Рёдер и Верт⁷¹ обнаружили сигнал от спинового и диамагнитного резонанса в 1968 г. Вслед за этим Грэфф, Клемит и Верт⁷² обнаружили первый ($g - 2$)-резонанс. Им удалось непосредственно измерить электронную аномалию:

$$a_e = (1\,159\,660 \pm 300) \cdot 10^{-9}. \quad (2.31)$$

Точность этого результата была ограничена большой шириной резонанса, и на этом этапе спин-резонансный метод не оказался таким точным, как прецессионный. Это положение резко изменилось в последнее время, когда Демельт с сотрудниками научились удерживать в ловушке отдельные электроны. С помощью так называемого моноэлектронного осциллятора⁷³ наблюдались ($g - 2$)-переходы одиночных электронов с переворотом спина, и было получено наиболее точное значение электронной аномалии. Мы обсудим этот эксперимент более детально ниже.

Прецессионный метод успешно развивался параллельно со спин-резонансной методикой. После экспериментов на атомах следующий шаг вперед в достижении большой точности был сделан в 1953 г., когда Луиселл, Пидд и Крейн⁷⁴ измерили частоту прецессии спина свободных электронов в магнитном поле. Электроны были поляризованы моттовским рассеянием, после чего они попадали в область магнитного поля, где закручивались, а их спины прецессировали с частотой, задаваемой уравнением (2.27). Необходимо отметить, что электроны обладали кинетической энергией 400 кэв и были, следовательно, релятивистскими. Томасовская прецессия (ω_T) составляла около 40% ларморовой частоты (ω_L). Эксперимент, точность которого была порядка 10%, не продемонстрировал достаточно определенно, что g больше двух, но показал, что существует возможность измерить g -фактор свободных электронов.

Более высокая точность была достигнута во втором мичиганском эксперименте, в котором Шупп, Пидд и Крейн⁷⁵ модернизировали методику опыта. Вместо измерения полного вращения спина в магнитном поле между поляризатором и анализатором они измеряли вращение спина по отношению к вектору скорости электрона. Этот эксперимент положил начало тому, что сейчас называется методикой измерения ($g - 2$)-прецессии. Он привел к значительному скачку в точности, с которой был измерен g -фактор. Причина этого отражена в уравнении (2.29), из которого видно, что разница между частотой прецессии спина и циклотронной частотой электрона прямо пропорциональна аномальной части магнитного дипольного момента. Таким образом, было предпринято прямое наступление непосредственно на аномалию, а не на g -фактор. Другим достижением в методике, примененной в этом эксперименте, явилась магнитная бутылка, которая использовалась для захвата электронов.

Это позволяло спинам прецессировать в течение многих оборотов перед анализом поляризации. В результате эксперимента было получено

$$a_e = (1160,9 \pm 2,4) \cdot 10^{-6}. \quad (2.32)$$

Как мы уже упоминали, этот эксперимент заложил основу ($g - 2$)-методики, с помощью которой были сделаны более точные измерения g -факторов как электрона, так впоследствии и мюона. Ряд экспериментов по определению электронной аномалии, поставленных в Мичигане, был описан в обзоре Рича и Уэсли (см. ¹). Относительная точность успешно повышалась и достигла в более поздних экспериментах, проведенных с сильными магнитными полями Уэсли и Ричем ⁷⁶, величины $3 \cdot 10^{-6}$. Результат этого эксперимента таков:

$$a_e = (1\,159\,656,7 \pm 3,5) \cdot 10^{-9}, \quad (2.33)$$

где мы включили небольшую поправку, вычисленную Грандером и Фордом ⁷⁷.

Эксперименты на позитронах были проведены также мичиганской группой. В этом случае первоначальная поляризация достигалась использованием радиоактивного источника позитронов, а в конце накопительного периода анализ конечной поляризации базировался на образовании позитрония ⁷⁸ в пластическом сцинтилляторе, помещенном в магнитное поле. В последнем случае оптимальная величина поля составляла 1 тл, в то время как в области захвата постоянное магнитное поле было около 0,1 тл. Необходимость разделения областей с этими полями накладывала некоторые ограничения на точность измерений. Детальное описание эксперимента содержится в работе Гиллеланда и Рича ⁷⁹, которые приводят результат:

$$a_{e(\text{позитронная})} = (1160,3 \pm 1,2) \cdot 10^{-6}. \quad (2.34)$$

Необходимо заметить, что это значение является до сих пор наиболее точным для позитронов. Существующий фактор в одну тысячу между этой точностью и той, что получена для электронов, отражает сравнительную сложность этих экспериментов. Точность позитронного эксперимента ограничена статистикой, причем число позитронов, захваченных за цикл, примерно на семь порядков меньше, чем электронов. Этот недостаток частично компенсируется более эффективным анализом поляризации в позитронном эксперименте. Мичиганская группа провела также резонансный эксперимент нового типа. Хотя предварительный результат, полученный Фордом, Лаксоном, Ричем, Уэсли и Телегди ⁸⁰, ограничен в относительной точности на уровне 10^{-4} , метод обещает дать хороший результат в более совершенных измерениях позитронной аномалии.

Отличительной особенностью эксперимента является то, что спин резонансно возмущается под действием высокочастотного тока с частотой ω_a , который пропускается через проволоку, натянутую параллельно направлению постоянного магнитного поля. Такое ВЧ поле, симметричное относительно оси области захвата, в точности соответствует прецессии спина вокруг его импульса. При таких условиях на электрон действует момент кручения, который поворачивает его спин по направлению постоянного магнитного поля. Длительное действие высокой частоты вызывает переход спина через это направление и возврат к первоначальной плоскости прецессии. Таким образом, асимметрия во втором моттовском рассеянии может то исчезать, то вновь появляться. Преимущество этой методики, если говорить о позитронном эксперименте, состоит в том, что направление спина, параллельное магнитному полю, как раз необходимо в том случае, когда анализ поляризации производится посредством образования позитрония в том же самом магнитном поле.

Такой эксперимент находится в стадии подготовки, а детали можно найти в работе Ньюмена, Суэтмена и Рича ⁸¹ совместно с описанием усовершенствованной методики опыта по электронной прецессии.

Прецессионный метод используется также в измерении g -фактора мюона, причем принципиальная разница состоит в получении начальной продольной поляризации и в анализе ее поведения во времени. Существует и другое важное отличие, связанное с тем фактом, что мюон — нестабильная частица. Совершенно ясно, что чем больше периодов $(g - 2)$ -осцилляции можно наблюдать, тем точнее будет определение ω_a . Это легко понять, если заметить, что n периодов осцилляций, происшедших за время t , подсчитываются с точностью примерно в один цикл. Следовательно, частота оказывается равной $(n/t) \pm (1/t)$, а ее ошибка уменьшается обратно пропорционально времени измерения t . Значит, необходимо удерживать частицы в магнитном поле как можно дольше. В случае электронных экспериментов это время ограничивается только качеством ловушки, но для мюонов оно значительно укорачивается временем жизни. Для того чтобы снять это ограничение, необходимо использовать релятивистское растяжение времени распада, что ведет к высоким энергиям частиц. Реальный выигрыш может быть получен, потому что, как это следует из (2.23) и (2.29), частота ω_a не зависит от энергии частицы. Время жизни мюона, следовательно, можно растянуть для того, чтобы перекрыть все большее и большее число периодов относительной прецессии спина.

До того как в ЦЕРНе был проведен первый мюонный $(g - 2)$ прецессионный эксперимент ⁸², существовало только косвенное указание на аномальный g -фактор мюона. Оно следовало из измерения ларморовой частоты прецессии спина (2.24) в известном магнитном поле для покоящихся мюонов ⁸³ и определения массы мюона из наблюдений $88 \text{ кэВ } (3d - 2p)$ -переходов в мюонном атоме фосфора ^{84, 85}. Подставляя массу в уравнение (2.23), можно найти значение ω_0 для того магнитного поля, которое использовалось в прецессионном эксперименте, а потом и g -фактор из уравнения (2.24). В результате было получено

$$g_\mu = 2 (1,001^{+0,0001}_{-0,0002}), \quad (2.35)$$

где ошибки в большой степени отражают неопределенность в мюонной массе, которая в то время составляла $\pm 0,01\%$.

Влияние этой неопределенности можно уменьшить, как мы видели, прямым измерением аномалии через ω_a . В этом случае мы комбинируем уравнение (2.23) с (2.25), а не с уравнением (2.24). Такой метод был применен в электронном эксперименте Шуппа, Пидда и Крейна ⁷⁵, а позже и первый мюонный $(g - 2)$ -эксперимент был проведен на церновском синхроциклотроне Шарпаком, Фарли, Гарвином, Мюллером, Сенсом, Телегди и Зикики ⁸²⁶. Этот опыт был первым из серии церновских мюонных экспериментов.

Все эти три эксперимента использовали мюоны от распада пиона $\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu$. Несохранение четности в этом процессе обеспечивает первичную поляризацию мюонов. В системе покоя пиона мюоны имеют 100%-ную продольную поляризацию. Таким образом, если отбирать мюоны, которые вылетают в направлении вперед по отношению к импульсу пиона, то можно получить пучок с высокой начальной поляризацией в лабораторной системе. Такие мюоны находятся на границе разрешенного импульсного диапазона, поэтому, отбирая мюоны с импульсом, близким к импульсу пионов, можно получить мюонные пучки с начальной поляризацией выше 95%.

Анализ зависимости продольной поляризации от времени нахождения мюона в магнитном поле производится при помощи асимметрии в угло-

вом распределении электронов по отношению к направлению спина мюона, которая возникает вследствие несохранения четности в мюонном распаде $\mu^+ \rightarrow e^+ + \nu + \bar{\nu}_\mu$. Анализ этого асимметричного распределения можно произвести непосредственно путем остановки мюонов и перехода, следовательно, в систему покоя мюона, либо с помощью обрезания по энергии для регистрируемых электронов от распадов на лету. Первый черновский мюонный эксперимент использовал метод остановки, в то время как два последующих применяли регистрацию распадов на лету. Метод энергетического обрезания электронов эквивалентен отбору таких частиц, которые летят вперед в системе покоя мюона. Число распадных позитронов в этой высоко энергетичной группе может быть больше или меньше, в зависимости от того, направлен ли спин мюона вперед или назад по отношению к импульсу мюона. Как мы упоминали выше, ожидаемая величина продольной компоненты мюонного спина осциллирует с $(g - 2)$ -частотой и, следовательно, скорость счета отобранных распадных электронов будет модулироваться этой частотой ω_a .

В первом черновском эксперименте⁸² продольно поляризованный пучок был сформирован от распадов пионов на лету внутри циклотрона. Рассеяние в бериллиевом замедлителе уменьшало импульс мюонов до 90 Мэв/с, после чего частицы инжектировались в зазор 6-метрового магнита. Поле магнита с напряженностью 1,6 тл имело такую форму, что мюонные орбиты медленно дрейфовали, совершая около 1000 оборотов, прежде чем они достигали области вывода пучка. Конечная поляризация измерялась после остановки мюонов в недеполяризующей мишени, расположенной вне области магнитного поля, при помощи регистрации асимметрии вылета вперед-назад электронов от распада мюонов. Это первое измерение аномальной части g -фактора свободных мюонов было получено из данных, содержащих около миллиона остановок мюонов, и дало результат

$$a_\mu = (1162 \pm 5) \cdot 10^{-6}. \quad (2.36)$$

Это значение обладало точностью, сравнимой с точностью теоретических оценок того времени, и находилось в прекрасном согласии с ними.

Во втором черновском мюонном эксперименте⁸⁶ был значительно улучшен захват мюонов в накопительном кольце со слабой фокусировкой. Пионы, распады которых использовались для накопления мюонов, в свою очередь рождались при взаимодействии протонного пучка энергии 10 Гэв с мишенью, расположенной внутри магнитного поля накопительного кольца, но вне накопительного объема. Вследствие этого накопленные мюоны, которые имели импульс 1,27 Гэв/с, происходили от распада пионов с довольно широким энергетическим спектром; следовательно, начальная поляризация пучка была весьма низкой (26%). Пионы не находились на накопительных траекториях, и высокоэнергичные частицы быстро покидали область магнитного поля, а те, которые обладали импульсом, близким к 1,27 Гэв/с, проходили некоторое расстояние по кольцу и имели, таким образом, большую вероятность дать при распаде мюоны с высокой поляризацией. Возмущение, существенное для инжекции мюонов на замкнутые орбиты, обеспечивалось процессом распада, в котором нейтринно уносило часть импульса. В части случаев импульс и направление движения мюонов попадали в аксептанс накопительного кольца.

Время жизни накопленных мюонов с импульсом 1,27 Гэв/с увеличивается по сравнению с его значением в покое (2,2 мксек) на релятивистский фактор $\gamma \sim 12$. Относительная прецессия спина мюона по отношению к его вектору импульса как функция времени нахождения мюона в магнитном поле прослеживалась путем отбора распадных электронов

как это обсуждалось выше. Растяжение времени жизни мюона позволяло наблюдать около 50 циклов $(g - 2)$ -осцилляций во временном спектре счета распадных электронов. Частота, полученная из этих данных, затем переводилась в величину аномалии с использованием напряженности магнитного поля, которая измерялась при помощи частоты протонного магнитного резонанса в этом поле. Для того чтобы закончить этот перевод полностью, необходимо знать отношение мюонной прецессионной частоты в покое к частоте протонного магнитного резонанса.

Необходимо заметить, что в накопительных кольцах со слабой фокусировкой магнитное поле делается неоднородным для того, чтобы удерживать частицы на орбите. Это поле имеет градиент, и, следовательно, любая неопределенность в расположении мюонных орбит ведет к неопределенности в среднем значении магнитного поля. Это наглядный пример того, как требование к захвату частиц входит в противоречие с задачей изучения движения спина в точно известном магнитном поле. Окончательная ошибка эксперимента содержала большой вклад от этого источника. Экспериментальное значение, полученное для аномалии, оказалось равным

$$a_\mu = (1166160 \pm 310) \cdot 10^{-9}, \quad (2.37)$$

что находится в хорошем согласии с теоретическими предсказаниями (2.9).

Этот эксперимент был прародителем третьего наиболее современного черновского мюонного эксперимента^{87, 88}. У них есть много общего, как это станет ясно из обсуждения ниже.

в) Измерение мюонного аномального магнитного момента прецессионным методом

В этом и последующем разделах мы обсудим последние эксперименты по измерению аномальной части мюонного и электронного g -факторов прецессионным и спин-резонансным методами соответственно. Эти эксперименты в значительной степени отличаются по своим масштабам: электроны обладают нерелятивистскими энергиями в области одного миллиэлектрон-вольта, в то время как мюоны являются сверхрелятивистскими с энергией около 3,1 Гэв. Электроны захватываются на циклотронные орбиты радиусом 1 мм и вертикально осциллируют с размахом порядка 200 мм, а мюоны движутся фактически со скоростью света почти по круговым орбитам с радиусом 7 м и испытывают вертикальные осцилляции в диапазоне до 80 мм. Нет сомнений в том, что много миллионов мюонов, которые дают вклад в измеряемый сигнал, совершают макроскопическое движение, а в моноэлектронном осцилляторе один-единственный электрон проводит ощутимую часть времени на наинизшем квантовом уровне системы.

Эти отличия в основном обусловлены, с одной стороны, необходимостью использовать релятивистское растяжение для времени жизни мюона, а с другой — желанием уменьшить сдвиг частоты, который возникает из-за потенциала захвата электрона. Несмотря на различия, существует и сильное сходство между этими двумя экспериментами. В частности, общим для них обоих является использование ловушки Пеннинга. Ловушка состоит из электрического квадруполя, наложенного на постоянное магнитное поле. Обе конфигурации, используемые в этих экспериментах, обладают аксиальной симметрией, а основное выражение для электрического потенциала в цилиндрических координатах можно представить в виде

$$V(r, z) = \frac{V_0}{b^2} [r^2 - 2r_0^2 (\ln r - \ln r_0) - r_0^2 - 2z^2], \quad (2.38)$$

где r_0 — радиус окружности, на которой $\partial V/\partial r = 0$. Потенциал имеет особенность вдоль оси симметрии, за исключением того случая, когда $r_0 = 0$. В этом пределе потенциал имеет следующий вид:

$$V(r, z) = \frac{V_0}{b^2} (r^2 - 2z^2), \quad (2.39)$$

который как раз и применяется в электронной ловушке, речь о которой пойдет ниже.

В мюонном эксперименте, как мы уже упоминали, радиус r_0 составляет 7 м, а орбиты частиц ограничены апертурой по радиусу в пределах ± 60 мм по отношению к этому значению и ± 40 мм по отношению к горизонтальной плоскости $z = 0$. Таким образом, записывая $r = r_0 + x$, потенциал можно приближенно свести к двумерному виду:

$$V(x, z) = \frac{2V_0}{b^2} (x^2 - z^2), \quad (2.40)$$

где полностью опущены эффекты кривизны. Таким образом, в поперечном сечении форма четырех электродов, необходимых для создания квадрупольного поля, очень похожа на ту, которая удовлетворяет простому двумерному случаю, а в перпендикулярном сечении электроды изогнуты по окружности с радиусом 7 м.

Как в электронной, так и в мюонной ловушке классическое движение частиц может быть описано при помощи трех частот. К первой относится сравнительно высокая циклотронная частота, обусловленная магнитным полем и слабо возмущенная удерживающим потенциалом так, что орбиты не являются совершенно круговыми. Центр циклотронных орбит слегка дрейфует относительно оси симметрии, поэтому частицы испытывают эпитрохоидальное движение, а частота этого дрейфа определяет так называемое магнетронное движение. В случае мюонного накопительного кольца горизонтальная апертура гарантирует, что центр циклотронной семиметровой орбиты всегда лежит в пределах 60 мм от центра кольца. Третья частота характеризует вертикальные колебания в направлении магнитного поля. Как эта, так и магнетронная частота обращаются в нуль при отсутствии удерживающего потенциала.

Необходимо помнить, что, строго говоря, классическое приближение неприменимо к квантовым состояниям в моноэлектронном осцилляторе.

Концентрируя внимание на мюонном эксперименте, мы сейчас напомним классические релятивистские уравнения движения для выбранной конфигурации поперечных полей ($\beta \mathbf{B} = \beta \mathbf{E} = 0$):

$$\frac{d\mathbf{p}}{dt} = [\omega_c \mathbf{p}], \quad \frac{d\sigma}{dt} = [\omega_s \sigma], \quad (2.41)$$

где ω_c и ω_s сдвинуты от значений, приведенных в (2.28) и (2.27), вследствие наличия электрического поля. Их значения приведены ниже:

$$\omega_c = \frac{e}{m_0 c} \left(\frac{\mathbf{B}}{\gamma} - \frac{\gamma}{\gamma^2 - 1} [\beta \mathbf{E}] \right), \quad (2.42)$$

$$\omega_s = \frac{e}{m_0 c} \left\{ \left(a + \frac{1}{\gamma} \right) \mathbf{B} + \left(\frac{1}{\gamma^2 - 1} - a - \frac{\gamma}{\gamma^2 - 1} \right) [\beta \mathbf{E}] \right\}, \quad (2.43)$$

где учтены дополнительные члены из-за электрического поля. Эти члены означают, что в данном случае относительная прецессия спина по отношению к импульсу не определяется точно частотой ω_a из уравнения (2.29).

Обозначая эту сдвинутую частоту как ω'_a , мы имеем

$$\begin{aligned}\omega'_a \equiv \omega_s - \omega_c &= \frac{e}{m_0 c} \left\{ aB + \left(\frac{1}{\gamma^2 - 1} - a \right) [\beta E] \right\} = \\ &= \omega_a + \frac{e}{m_0 c} \left(\frac{1}{\gamma^2 - 1} - a \right) [\beta E].\end{aligned}\quad (2.44)$$

Это уравнение подчеркивает тот факт, что удерживающий потенциал сдвигает наблюдаемую частоту от желаемого значения ω_a . Также ясно, что этот сдвиг равен нулю в специальном случае, когда энергия частицы соответствует

$$\gamma = \sqrt{1 + \frac{1}{a}} = 29,3. \quad (2.45)$$

Для мюонов этот γ -фактор соответствует импульсу 3,098 Гэв/с, и желательно, чтобы при этом работало мюонное накопительное кольцо.

На практике, конечно, магнитное поле не совсем однородно, и существует также некоторое распределение по импульсам частиц ($\pm 0,7\%$)

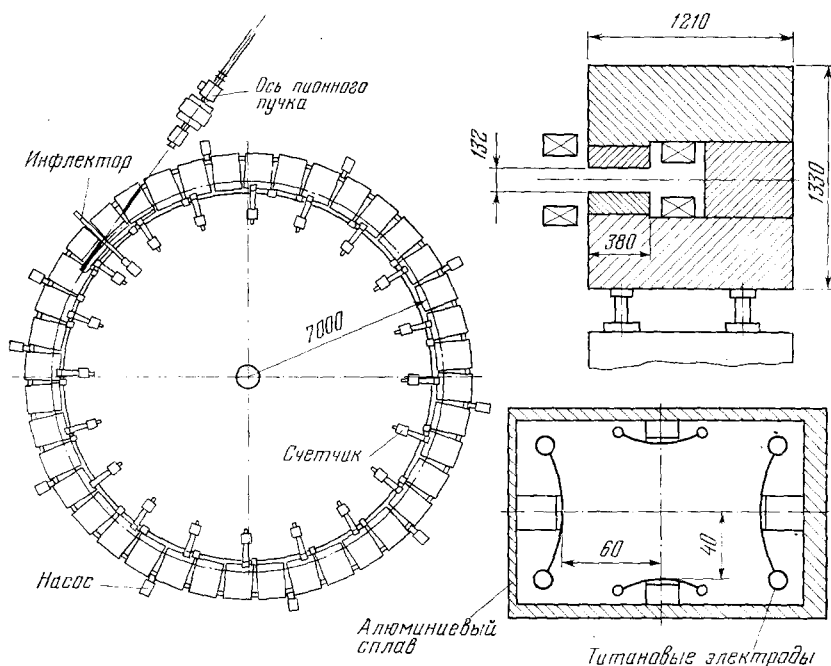


Рис. 3. План второго мюонного накопительного кольца ЦЕРНа с поперечными сечениями магнитов и фокусирующих электродов.

Размеры даны в мм.

вокруг центрального «магического» значения, но в результате такого выбора полей и мюонного импульса неопределенности в получении мюонной аномалии из измеренной частоты прецессии сводятся к уровню нескольких единиц на миллион.

Эксперимент был проведен ЦЕРН — Дарзбери — Майнц-коллаборацией^{87, 88}. Технические детали приведены в этих работах, а также в обзорных ссылки¹. Мы ограничимся кратким изложением основных положений.

Схема накопительного кольца приведена на рис. 3. Каждый цикл протонного циклотрона ЦЕРНа — пионный пучок с импульсным разбро-

сом $\pm 0,75\%$ -инжектируется в объем, где накапливаются мюоны, при помощи импульсного инфлектора. Пионы имеют слегка больший, чем $3,098 \text{ Гэв/с}$, импульс, на который настроено магнитное поле накопительного кольца. Следовательно, они стремятся покинуть кольцо, однако около 10% из них успевает распасться. Полная эффективность захвата мюонов составляет 10^{-4} по отношению к инжектированным пионам. Преимущество этого метода накопления мюонов заключается в том, что пучок имеет высокую начальную поляризацию, превышающую 90% , благодаря

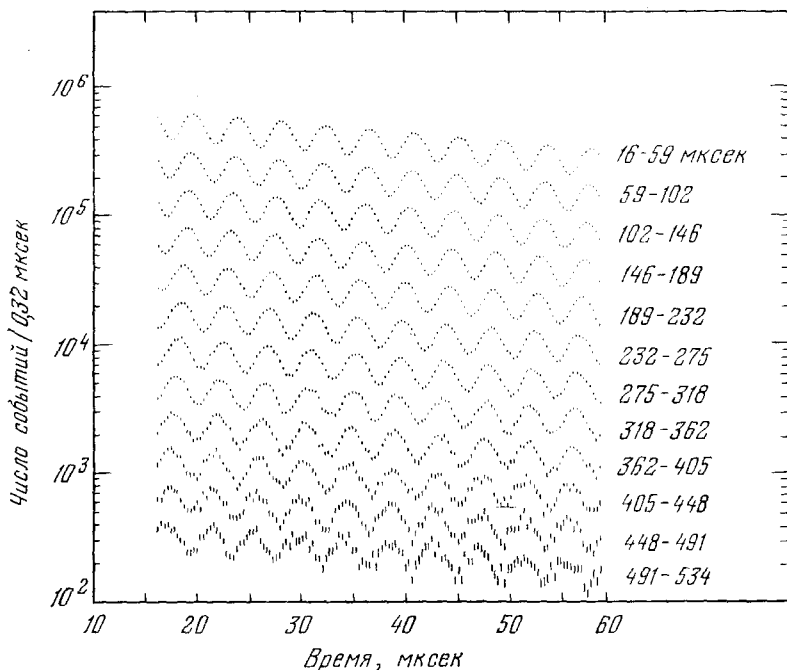


Рис. 4. Временное распределение счета распадных электронов в черновском мюонном (g — 2)-эксперименте.

Распределение содержит $1,4 \cdot 10^8$ событий.

тому факту, что мюоны отбираются в диапазоне $1,5\%$ верхней границы импульсного распределения. Поэтому достигается максимальное использование полной поляризации мюонов в системе покоя пионов. Мы уже обсуждали, какую важную роль играет несохранение четности в приготовлении и регистрации мюонной поляризации.

Как видно из рис. 3, накопительное кольцо состоит из 40 отклоняющих магнитов, расположенных по окружности кольца диаметром 14 м . С-образные магниты повернуты своим открытым концом внутрь кольца, причем их полюса расположены так, что края магнитов образуют 40-угольный многоугольник.

Электроды (также показанные в поперечном сечении на рис. 3), которые создают удерживающий потенциал для вертикального движения частиц, были установлены внутри секций вакуумных танков, каждый из которых покрывал сектор кольца, равный по длине четырем магнитам. Для размещения пионного инфлектора один полный сектор был освобожден от электродов, а для того, чтобы свести к минимуму дисторсию замкнутых орбит, сектор, противоположный инфлектору, также не содержал электрического поля.

Распадные электроны регистрировались 22 ливневыми счетчиками, способными измерять энергию. Они были размещены по кругу внутри кольца. Временное распределение зарегистрированных событий показано на рис. 4. Здесь ясно виден характерный экспоненциальный распад с модуляцией ($g - 2$)-частотой, которая обуславливается отбором больших сигналов от счетчиков, т. е. применению обрезания по энергии распадных электронов.

Для того чтобы учесть небольшие поправки, связанные с незначительной неоднородностью магнитного поля и эффектом электрического поля, необходимо знать распределение мюонных импульсов или равновесных орбит. Это измерение производится путем наблюдения за вращением короткого (10 *нсек*) сгустка мюонов по кольцу сразу же после инжекции. На этой стадии временной спектр распадных электронов определяется вращающимся сгустком, и по тому, как он изменяется во времени, можно определить импульсное распределение.

Частота ω_a , полученная из данных, показанных на рис. 4, была переведена в значение аномалии с использованием измерений магнитного поля. Эти измерения были сделаны примерно в четверти миллионах точек на всем протяжении накопительного кольца до и после серии измерений. Магнитное поле было измерено при помощи протонного магнитного резонанса. После усреднения по распределению мюонных равновесных орбит и учета поправок на экранировку и калибровку датчиков результирующее среднее магнитное поле было выражено через среднюю эффективную ларморову частоту протонов в вакууме. Окончательно среднее значение отношения ($g - 2$)-частоты к этой эффективной средней ларморовой частоте оказалось равным

$$R = 3,707213(27) \cdot 10^{-3}. \quad (2.46)$$

Последний шаг в получении аномалии a_μ требовал знания отношения λ ларморовой частоты мюона к частоте протона (или, что то же самое, отношения их магнитных моментов). Измерения этого отношения в последнее время были сделаны Кроу и др.⁸⁹ и Касперсоном и др.⁹⁰. Эти два значения находятся в хорошем согласии, а их средневзвешенное равно

$$\lambda = 3,1833417(39), \quad (2.47)$$

которое при подстановке в уравнение

$$a_\mu = \frac{R}{\lambda - R} \quad (2.48)$$

дает результаты

$$\begin{aligned} a_{\mu+} &= (1\,165\,912 \pm 11) \cdot 10^{-9}, \\ a_{\mu-} &= (1\,165\,938 \pm 12) \cdot 10^{-9}. \end{aligned} \quad (2.49)$$

Эти величины вместе определяют среднее экспериментальное значение мюонной аномалии:

$$\text{эксперимент: } a_\mu = (1\,165\,924 \pm 8) \cdot 10^{-9}, \quad (2.50)$$

что находится в хорошем согласии с теоретическим предсказанием, приведенным в (2.9):

$$\text{теория: } a_\mu = (1\,165\,920 \pm 10) \cdot 10^{-9}.$$

г) Измерение электронного аномального магнитного момента спин-резонансным методом

1) Идеальная ловушка Пеннинга. Как мы уже упоминали выше, замечательный обзор экспериментов, применяющих эту методику, был дан в статьях Рича и Уэсли, а также Демельта, приведенных в ссылке ¹.

Мы обсудим последний эксперимент, проведенный в Вашингтонском университете Демельтом и его сотрудниками ^{73, 81, 92}.

В основном, как мы видели, измерения лептонных g -факторов производятся с лептонами, находящимися в области однородного магнитного поля, и для того, чтобы измерение обладало высокой точностью, необходимо, чтобы дополнительное поле, обеспечивающее удержание частиц, не сильно возмущало систему.

В этом эксперименте электроны заключены в ловушку Пеннинга, которая, как мы отметили в предыдущем разделе, имеет постоянное магнитное поле напряженностью 18,3 кГс и цилиндрически-симметричное электрическое квадрупольное поле. Электрический потенциал $V(r, z)$ имеет вид, данный в (2.39):

$$V(r, z) = \frac{V_0}{b^2} (r^2 - 2z^2).$$

Этот потенциал создается двумя концевыми электродами ($V = -V_0$), имеющими форму $z_S^2 = (r^2 + b^2)/2$, и цилиндрическим электродом ($V = +V_0$), который имеет форму $r_S^2 = b^2 + 2z^2$, причем $b = 0,473$ см.

Нерелятивистский гамильтониан для частицы, включающий зависимость от спина, дается выражением

$$\mathcal{H} = \frac{\mathbf{P}^2}{2m_0} - eV + \mu_0 \frac{g}{2} (\sigma \mathbf{B}), \quad (2.51)$$

где оператор импульса имеет вид

$$\mathbf{P} = -i\hbar \nabla + e \frac{\mathbf{A}}{c}. \quad (2.52)$$

Для постоянного магнитного поля $\mathbf{B} = (0, 0, B_z)$ векторный потенциал равен

$$\mathbf{A} = \left(-y \frac{B_z}{2}, x \frac{B_z}{2}, 0 \right). \quad (2.53)$$

Уравнение Шрёдингера с этим потенциалом было решено Соколовым и Павленко ⁹³, и собственные состояния выражаются через целые квантовые числа n , n_z и n_m , а также через спиновое квантовое число m_S :

$$E = \hbar \left[\left(n + \frac{1}{2} \right) \omega'_c + \left(n_z + \frac{1}{2} \right) \omega_z - \left(n_m + \frac{1}{2} \right) \omega_m + \omega_L m_S \right],$$

$$n, n_z, n_m = 0, 1, 2 \dots; m_S = \pm \frac{1}{2}. \quad (2.54)$$

Первый член включает циклотронное орбитальное движение с модифицированной частотой, определяемой как

$$\omega'_c = \frac{eB}{m_0 c} - \omega_m = \omega_0 - \omega_m, \quad \frac{\omega'_c}{2\pi} \approx 51 \text{ ГГц}. \quad (2.55)$$

Второй член обусловлен квантованными аксиальными колебаниями с частотой, зависящей только от электростатического поля:

$$\omega_z = 2 \sqrt{\frac{V_0 e}{m_0 b^2}}, \quad \frac{\omega_z}{2\pi} \approx 59 \text{ МГц}. \quad (2.56)$$

Третий член определяет вклад в энергию от магнетронных колебаний, частота которых мала по сравнению с циклотронным движением. В этой идеальной аксиально-симметричной ловушке центр циклотронной орбиты циркулирует вокруг оси z с частотой

$$\omega_m = \frac{\omega_0}{2} \left(1 - \sqrt{1 - \frac{2\omega_z^2}{\omega_0^2}} \right), \quad \frac{\omega_m}{2\pi} \approx 34 \text{ кГц.} \quad (2.57)$$

С помощью уравнения (2.55) это последнее выражение может быть приведено к удобному виду:

$$2\omega'_c \omega_m = \omega_z^2. \quad (2.58)$$

Последний член в (2.54) определяет энергию, обусловленную двумя возможными ориентациями электронного спина по отношению к B_z (т. е. $m_s = \pm 1/2$).

Если частоты ω_z и ω_m действительные, то из уравнений (2.56) и (2.57) можно вывести неравенство

$$0 < \frac{eV_0}{b^2} < \frac{e^2 B^2}{8mc}, \quad (2.59)$$

определяющее область для приложенного напряжения V_0 , при котором электрон остается внутри ловушки. Нижний предел определяет границу стабильности вертикального движения, в то время как верхний предел обеспечивает стабильность радиального движения.

В пределе сверхслабого удерживающего потенциала ($V_0 \rightarrow 0$) собственные значения энергии сводятся к уровням Раби — Ландау (ср. с уравнением (2.21) и последующим):

$$E = \hbar \omega_0 \left(n + \frac{1}{2} + \frac{g}{2} m_s \right). \quad (2.60)$$

Мы уже видели из (2.23) и (2.25), что определение аномалии a_e включает в себя измерение отношения частот ω_a и ω_0 . В терминах частот, обсужденных выше, это отношение может быть записано как

$$a_e = \frac{\omega_a}{\omega_0} = \frac{\omega'_a - \omega_m}{\omega'_c + \omega_m}, \quad (2.61)$$

где $\omega'_a = \omega_L - \omega'_c$. Таким образом, необходимость захвата электронов приводит к тому, что для получения a_e необходимо измерять три частоты. На практике определяют частоты ω'_c , ω'_a и ω_z , из которых ω_m может быть выведена посредством уравнения (2.58).

2) Л о в у ш к а д л я о д н о г о э л е к т р о н а. Замечательной особенностью этого эксперимента является то, что измерения ведутся с *одним-единственным* электроном, находящимся в ловушке. Электроны (получаемые внутри ловушки при ионизации атомов остаточного газа электронным пучком) регистрируются при помощи высокочастотного напряжения, которое подается на нижний фокусирующий электрод (рис. 5). Наведенное аксиальное движение отдельного электрона дает ощутимый сигнал в верхнем электроде ($\sim 0,1$ мВ на электрон). Если приложенное высокочастотное напряжение превышает ~ 2 мВ, электроны начинают покидать ловушку, причем потеря каждого электрона вызывает скачок в напряжении, регистрируемом на верхнем электроде. Этот про-

цесс продолжается до тех пор, пока это напряжение не будет соответствовать одному захваченному электрону. После этого амплитуда приложенного высокочастотного напряжения уменьшается, а измерения с одним электроном могут вестись в течение нескольких дней.

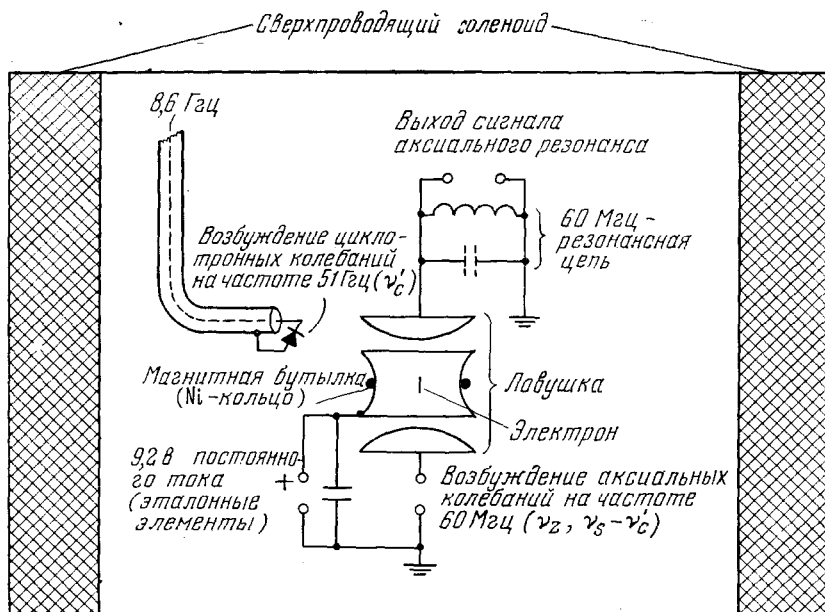


Рис. 5. Схема эксперимента Вашингтонского университета по измерению $g - 2$ электрона.

Эта аппаратура позволяет измерять циклотронную частоту ν_c' и спин-циклотронные биения (или $g - 2$) с частотой $\nu_a' = \nu_s - \nu_c'$ для единственного электрона, помещенного в ловушку Пеннинга при $t \approx 4^\circ \text{K}$. Регистрация осуществляется посредством сдвигов постоянно контролируемой аксиальной резонансной частоты, создаваемых слабой магнитной бутылкой и зависящих от уровней Раби — Ландау.

Ниже будут описаны методы, при помощи которых измеряются три частоты, ω_z , ω_c' и ω_a' , необходимые для нахождения a_e .

3) Частота аксиальных колебаний ω_z . Эта частота поддерживается постоянной на протяжении всего эксперимента при помощи контура обратной связи. Сигнал, наведенный на верхнем электроде аксиальным движением, в сочетании с входным управляющим напряжением, дает сигнал ошибки, зависящий от разности между регистрируемой и управляющей частотами. Этот сигнал интегрируется и пропускается через низкочастотный фильтр для получения корректирующего напряжения, которое добавляется к напряжению стандартных элементов, создающих фокусирующий потенциал, определяющий частоту аксиальных колебаний (см. (2.56)). При этом частота колебаний электрона стабилизируется по отношению к внешней управляющей частоте на протяжении всего эксперимента. Любые изменения в частоте «естественных» аксиальных колебаний электрона в ловушке отражаются затем в изменении корректирующего напряжения, необходимого для поддержания ω_z на постоянном уровне. Корректирующее напряжение контролирует также дрейф напряжения эталонных элементов, либо других шумов в источниках питания с частотами меньшими, чем обратная величина постоянной времени контура обратной связи.

4) Циклотронная частота ω'_c . Необходимая связь между циклотронным или спиновым движением захваченных электронов и частотой аксиальных колебаний обеспечивается при помощи слабой магнитной бутылки, которая видоизменяет постоянное магнитное поле и приводит его к виду

$$B_z = B_0 + B_2 z^2.$$

Применялись две такие бутылки: слабая бутылка ($B_2 \sim 120$ гс/см²) создавалась тонкой никелевой проволокой, намотанной концентрически

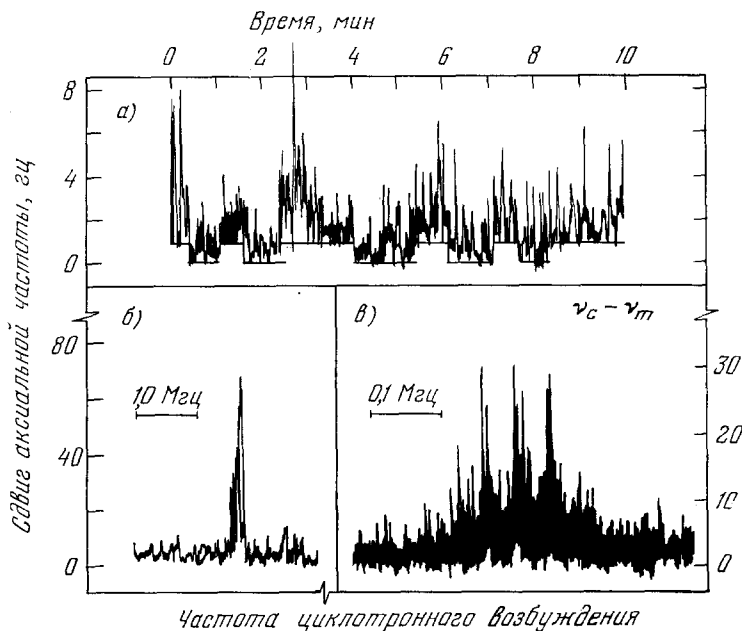


Рис. 6. Наблюдаемый сдвиг аксиальной частоты $\delta\nu_z = \delta\omega_z/2\pi$ для одного электрона в эксперименте Вашингтонского университета.

а) Перевороты спина фиксируются в бутылке с $\delta = 1$ гц при сдвиге аксиальной частоты на ± 1 гц на плато с $n = 0$, когда ν'_a прикладывается постоянно. Резкие выбросы отражают тепловое циклотронное возбуждение; б) возбужденные циклотронные резонансы для бутылки с $\delta = 2,5$ гц, в) то же самое для бутылки с $\delta = 1$ гц. Для в) $\nu_c - \nu_m = 51\,073\,965$ кГц.

вокруг кольцевого электрода (см. рис. 5), а сильная бутылка ($B_2 \sim \sim 300$ гс/см²) — железным кольцом, расположенным вне вакуумного объема. В результате действия этих бутылок возникает зависимость частоты аксиальных колебаний от циклотронного и спинового квантовых чисел n и m_s :

$$\frac{\delta\omega_z}{2\pi} = \left(n + m_s + \frac{1}{2}\right) \delta, \quad (2.62)$$

где $\delta = 1,0$ и $2,5$ гц для слабой и сильной бутылок соответственно. Таким образом, «естественная» частота аксиальных колебаний в ловушке зависит от циклотронного и спинового состояний электрона. Изменение в этих состояниях может быть зарегистрировано, как описано выше, при помощи изменения управляющего напряжения, которое создается контуром обратной связи, поддерживающим ω_z постоянной.

Вся аппаратура поддерживается при температуре 4 °К. Это означает, что электрон, как правило, находится на четырех низших циклотронных уровнях $0 \leq n \leq 4$, причем при отсутствии внешних возмуще-

ний среднее значение $n \sim 1$. Период тепловых флуктуаций довольно короткий (~ 1 сек), по сравнению с периодом изменения m_s (переворот спина), который составляет несколько минут. Квантовые переходы одиночного электрона, соответствующие изменению n и m_s , хорошо видны на рис. 6, а, на котором изображена зависимость сдвига аксиальной частоты (\sim управляющему напряжению) от времени в интервале ~ 10 минут. Перевороты спина фиксируются по изменению «основной линии» более быстрых циклотронных флуктуаций. Из уравнения (2.62) можно видеть, что минимальные значения $\delta\omega_z/2\pi$ равны δ , 0 для $m_s = 1/2$, $-1/2$ соответственно.

Частота ω'_c измеряется путем возбуждения циклотронных уровней высокочастотными токами с частотой ω'_c (см. рис. 5). Типичные циклотронные резонансы показаны на рис. 6, б и в для сильной и слабой магнитных бутылок соответственно. Резонанс существенно уже для слабой бутылки. Видны также боковые полосы частот $\pm\omega_m$, $\pm 2\omega_m$, ... от сдвинутой циклотронной частоты $\omega'_c = \omega_c - \omega_m$. Эти побочные полосы появ-

ляются в результате биений между магнетронной и циклотронной частотами, что является следствием нарушения азимутальной симметрии ловушки, возникающей от скрученных концов никелевой проволоки, создающей магнитную бутылку.

5) ($g - 2$)-частота ω'_a . Для измерения этой частоты применяется методика возбуждения нерезонансных аксиальных колебаний с частотой

$$\omega_d \approx \omega_z, \quad \omega_d \approx \omega'_a = \omega_L - \omega'_c, \quad (2.63)$$

при помощи вспомогательной возмущающей цепи (см. рис. 5). В этом случае резонанс регистрируется путем подсчета числа переворотов спина в единицу времени в зависимости от вспомогательной управляющей частоты. Перевороты спина возникают в результате сочетания циклотронных и вертикальных колебаний в магнитной бутылке. Благодаря форме магнитного поля электроны испытывают воздействие компоненты, перпендикулярной к их скорости и направлению основного поля (B_0). Эта компонента меняет знак, когда электроны пересекают плоскость $z = 0$. В системе покоя электрона это поле вращается с частотой ω'_c , которая модули-

руется по амплитуде аксиальной возмущающей частотой ω_d . Следовательно, электрон находится под влиянием двух полей, причем одно вращается с частотой $\omega'_c + \omega_d$, а другое с частотой $\omega'_c - \omega_d$, а перевероты спина возникают, когда одна из этих частот совпадает с ω'_c . В данном случае применяется первая из двух частот, и, следовательно, условие (2.63) выполняется.

В эксперименте электрон находится под влиянием фиксированного аксиального возмущения с резонансной частотой ω_z , которое применяется попеременно со вспомогательным возбуждением вблизи ω'_a . Этот метод чередующегося возбуждения и регистрации ведет к острому резонансу по частоте ω_d (рис. 7).

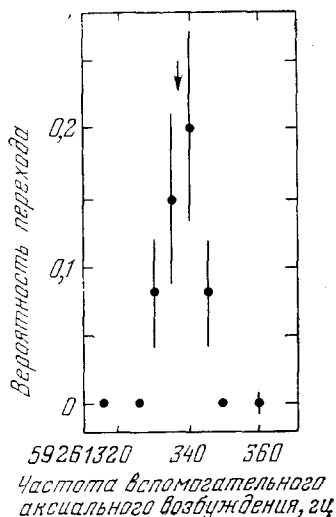


Рис. 7. ($g - 2$)-частотный резонанс в эксперименте Вашингтонского университета.

Данные получены с магнитной бутылкой и $\delta = 1,0$ гц при попеременной регистрации переходов на плато с $n = 0$ в ~ 20 временных одноминутных интервалах возбуждения и регистрации. Величины ошибок определяются статистикой.

6) Частотные результаты и a_e . В серии измерений были получены следующие частоты:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\omega'_c}{2\pi} &= 51\,072\,915\,(10) \text{ кгц,} \\ \frac{\omega_z}{2\pi} &= 59\,336\,170,14\,(10) \text{ гц,} \\ \frac{\omega'_a}{2\pi} &= 59\,261\,337,5\,(4,5) \text{ гц.} \end{aligned} \right\} \quad (2.64)$$

Усреднение по результатам восьми измерений, использующих неглубокую магнитную бутылку, дает ⁴³

$$\text{эксперимент: } a_e = (1\,159\,652\,440 \pm 200) \cdot 10^{-12}, \quad (2.65)$$

что находится в прекрасном согласии с теоретическим предсказанием для электронной аномалии, данным в (2.9):

$$\text{теория: } a_e = (1\,159\,652\,400 \pm 400) \cdot 10^{-12}.$$

д) Прецизионное сравнение электронного и позитронного магнитных моментов при высокой энергии

Существующая точность непосредственно измеренного значения позитронной аномалии находится на уровне всего 0,1% (см. уравнение (2.34)), поэтому сравнение с очень точным электронным результатом (2.65) имеет ограниченное значение. Однако возможно более точное сравнение благодаря измерениям, проведенным на накопительном кольце ВЭПП-2М в Новосибирске Середняковым и др. ⁹⁴.

В этом эксперименте используется поляризация электронов и позитронов, возникающая под действием циклотронного излучения, и последующая резонансная деполяризация пучков при помощи осциллирующего продольного магнитного поля. Как мы увидим, в этом опыте присутствуют элементы как прецессионной, так и спин-резонансной методики.

Как впервые указали Тернов, Лоскутов и Коровина ⁹⁵, постепенное нарастание поляризации, перпендикулярной как к скорости, так и к направлению ускорения, возникает у ультрарелятивистских частиц при отклонении в магнитном поле накопительного кольца из-за циклотронного излучения с переворотом спина. По этой причине позитроны поляризуются параллельно, а электроны антипараллельно направлению магнитного поля. Поперечная поляризация P следует закону

$$P = P_0 (1 - e^{-t/\tau_0}), \quad (2.66)$$

где $P_0 \sim 0,92$, а временная постоянная τ_0 определяется как

$$\tau_0 = \frac{8}{5\sqrt{3}} \frac{m_0^2 c^2 r^3}{e^2 \hbar \gamma^5}, \quad (2.67)$$

где r — радиус кривизны электронной траектории, которая в сущности предполагается круговой. Эксперимент был проведен с позитронами и электронами с энергией 625 Мэв, причем ток в кольце составлял 15 ма. При этих условиях константа времени радиационной поляризации τ_0 равнялась примерно одному часу.

В горизонтальной плоскости компонента электронного (или позитронного) спина вращается с частотой ω_s согласно уравнению (2.27):

$$\omega_s = \left(a + \frac{1}{\gamma} \right) \omega_0,$$

где $\omega_0 = e\bar{B}/m_0c$, а \bar{B} — среднее значение магнитного поля. Используя уравнение (2.28), можно получить

$$\omega_s = (1 + \gamma a) \omega_c. \quad (2.68)$$

ω_c (циклотронная или вращательная частота) поддерживается постоянной внешней высокочастотным генератором, который удерживает частицы на их орбитах. Поскольку для электронов с энергией 625 Мэв фактор $\gamma \sim 1200$, а $\gamma a \sim 1,4$, то спин совершает около 2,4 оборотов за то время, как электрон проходит один раз вокруг накопительного кольца. Таким образом, по отношению к фиксированной точке электронной орбиты кажущийся поворот спина составляет угол $0,4 \cdot 2\pi$ на каждый оборот частицы вокруг кольца.

Для того чтобы деполяризовать пучок электронов, приложенное магнитное поле должно иметь фиксированную фазу по отношению к прецессии спина, видимой в месте расположения деполяризатора. Частота ω_r , которая удовлетворяет этому резонансному условию, равна

$$\omega_r = (\gamma a - 1) \omega_c. \quad (2.69)$$

В эксперименте продольное магнитное поле с частотой ω_r создавалось деполяризующей катушкой, расположенной на одном из прямолинейных участков накопительного кольца, как показано на рис. 8.

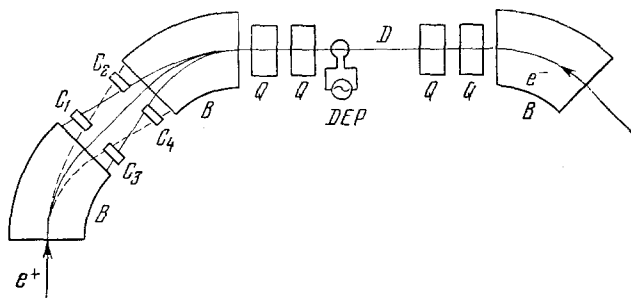


Рис. 8. Аппаратура для одновременного измерения поляризации e^+ и e^- на накопительном кольце ВЭПП-2М в Новосибирске.

B — отклоняющие магниты, Q — квадрупольные линзы, DEP — деполяризатор, $C_1 - C_4$ — спин-тиллиационные счетчики, заведенные на схему четверных совпадений.

Специальная система счетчиков, расположенная на другом прямолинейном промежутке, использовалась для регистрации изменений поляризации как электронного, так и позитронного пучков в то время, как частота деполяризатора медленно сканировалась (~ 5 гц·сек⁻¹) вблизи резонансной области. Позитроны и электроны различались по времени прохождения через счетчики по отношению к фазе ускоряющего ВЧ напряжения (или частоты ω_c). За время циркуляции электронов по кольцу пучок немного обеднялся за счет электрон-электронного рассеяния внутри сгустков. Упругое поперечное сечение зависит от спина, и, следовательно, эти потери можно использовать для определения поляризации пучка⁹⁶. Счетчики были установлены для того, чтобы регистрировать пары частиц с передачей энергии между ними от 4 до 8%. Поляризация пучка могла давать вклад до 10% в исследуемый процесс. Таким образом, прохождение деполяризующей частоты через резонанс определялось по изменению в счете регистрации таких пар.

Деполаризующая частота равнялась примерно 7 Мгц , а разница между ее значениями для электронов и позитронов оказалась меньше 250 гц .

Используя уравнение (2.69) и тот факт, что $\gamma a \sim 1,4$, мы можем представить экспериментальный результат для электронов и позитронов с $\gamma \sim 1200$ ⁴⁸ в виде

$$\frac{|a_{e+} - a_{e-}|}{a_e} < 1,0 \cdot 10^{-5} \quad (2.70)$$

на 95 %-ном уровне достоверности.

В заключение анализа измерений лептонных g -факторов можно сказать, что КЭД выдержала состязание с экспериментами все увеличивающейся точности. Несмотря на то, что электронный g -фактор сейчас измерен с точностью двух единиц на 10^{10} , его значение полностью согласуется с предсказаниями КЭД.

Для мюонного g -фактора точность измерений составляет восемь единиц на 10^9 , и все еще не видно вклада от неизвестных пока взаимодействий, хотя эффекты сильного взаимодействия точно установлены. Нет указаний и на аномальное взаимодействие, которое смогло бы объяснить сравнительно большую массу мюона.

Полученные результаты сформировали очень хорошую основу для проверки теоретических моделей, в частности, слабых взаимодействий, так как их возможный вклад в лептонный аномальный магнитный момент также ограничен. Это применимо в большей степени к мюону, который более чувствителен к таким эффектам вследствие своей большой массы.

3. ПРОВЕРКА ДИСКРЕТНЫХ СИММЕТРИЙ ПРИ ПОМОЩИ СВОБОДНЫХ ЛЕПТОНОВ

а) Проверки CPT

CPT теорема, впервые сформулированная Людерсом⁹⁷, гласит, что любая квантовая теория поля, описываемая локальным лоренц-инвариантным эрмитовым гамильтонианом, инвариантна относительно совместного действия операторов зарядового сопряжения (C), четности (P) и обращения времени (T). CPT -преобразование эквивалентно отражению⁹⁸ $X \rightarrow -X$ (где X обозначает четырехвектор) и эрмитову сопряжению. Очень красивое доказательство теоремы, использующее это последнее определение, было дано в работе Людерса⁹⁹.

Следствием теоремы является равенство масс частицы и античастицы. Рассмотрим частицу с вектором состояния $\psi = |e, \mathbf{p}, s\rangle$; e, \mathbf{p}, s — заряд, импульс и спин частицы соответственно. CPT -сопряженный вектор состояния $\tilde{\psi}$ определяется как

$$\tilde{\psi} = |-e, \mathbf{p}, -s\rangle.$$

Если H — гамильтониан, описывающий свободную частицу, то уравнение Шрёдингера гласит

$$H\psi = E\psi. \quad (3.1)$$

CPT -сопряжение (3.1) дает

$$\tilde{H}\tilde{\psi} = E\tilde{\psi}. \quad (3.2)$$

Так как из CPT -теоремы следует, что $\tilde{H} = H$, то

$$\tilde{H}\tilde{\psi} = E\tilde{\psi}. \quad (3.3)$$

Но собственное значение E в случае $P = 0$ сводится к массе частицы, так что в этом случае (3.1) и (3.3) устанавливают равенство масс частицы и античастицы.

Равенство g -факторов частицы и античастицы может быть доказано с использованием (3.1) и (3.3), где H описывает частицу, взаимодействующую с внешним магнитным полем B . В этом случае собственное значение уравнения (3.1) равно

$$E = m - g \frac{e\hbar}{2mc} sB. \quad (3.4)$$

CPT -сопряженное состояние ($e \rightarrow -e$, $s \rightarrow -s$, $m \rightarrow \bar{m}$, $g \rightarrow \bar{g}$, $B \rightarrow B$) согласно (3.3) будет иметь такое же собственное значение:

$$E = \bar{m} - \bar{g} \frac{e\hbar}{2mc} sB. \quad (3.5)$$

Так как $m = \bar{m}$, то из (3.4) и (3.5) следует, что

$$g = \bar{g}.$$

На сегодняшний день наиболее точная проверка равенства электронного и позитронного магнитных моментов была проведена на накопительном кольце ВЭПП-2М в Новосибирске⁹⁹ (см. раздел д) гл. 2). Было найдено, что (2.70)

$$\frac{|a_{e+} - a_{e-}|}{a_e} < 1,0 \cdot 10^{-5} \text{ (95\%-ный уровень достоверности)}$$

или для g -факторов

$$\frac{|g_{e+} - g_{e-}|}{g_e} < 1,2 \cdot 10^{-8} \text{ (95\%-ный уровень достоверности)}.$$

Этот результат более чем на два порядка превосходит то, что можно получить, сравнивая наилучшие на сегодняшний день измерения a_{e+} ⁷⁴ и a_{e-} ⁹². Однако ожидается существенное улучшение точности экспериментального значения a_{e+} в ближайшем будущем в опытах группы Вашингтонского университета, руководимой Демельтом.

Аномальные магнитные моменты положительных и отрицательных мюонов были измерены с сильно увеличенной точностью в только что законченных опытах на мюонном накопительном кольце в ЦЕРНе^{87, 88}, описанных в разделе в) гл. 2. Найденные значения оказались равными

$$a_{\mu+} = (1\,165\,912 \pm 11) \cdot 10^{-9},$$

$$a_{\mu-} = (1\,165\,938 \pm 12) \cdot 10^{-9},$$

что дает

$$6 \cdot 10^{-6} > \frac{a_{\mu+} - a_{\mu-}}{a_{\mu}} > -50 \cdot 10^{-6} \text{ (95\%-ный уровень достоверности)},$$

$$7 \cdot 10^{-9} > \frac{g_{\mu+} - g_{\mu-}}{g_{\mu}} > -58 \cdot 10^{-9} \text{ (95\%-ный уровень достоверности)}.$$

Наилучшие существующие верхние границы относительной разницы g -факторов для положительных и отрицательных лептонов являются сравнимыми величинами для электронов и мюонов, причем в обоих случаях их значения находятся на уровне $\sim 10^{-7}$.

Дальнейшим следствием CPT -теоремы является равенство времен жизни частицы и античастицы:

$$\tau = \bar{\tau}.$$

Этот результат можно легко получить^{100, 101}, используя теорию рассеяния в первом порядке по гамильтониану $H_{вз}$ распадного взаимодействия. Этот результат был также доказан для всех порядков по $H_{вз}$ Людерсом и Зумино¹⁰².

Использование наилучших существующих измерений времени жизни $\mu^+ 103$ и $\mu^- 104$ в покое:

$$\tau_{\mu^+}^0 = 2,19711(8) \text{ мксек},$$

$$\tau_{\mu^-}^0 = 2,19800(200) \text{ мксек}$$

дает

$$-2,2 \cdot 10^{-3} < \frac{\tau_{\mu^+}^0 - \tau_{\mu^-}^0}{\tau_{\mu}^0} < 1,4 \cdot 10^{-3}$$

(измерения в покое) 95 %-ный уровень достоверности.

Времена жизни μ^+ и μ^- были также измерены на лету с релятивистским фактором $\gamma \sim 29$ на церновском накопительном кольце¹⁰⁵:

$$\tau_{\mu^+}^{\gamma=29} = 64,419(58) \text{ мксек},$$

$$\tau_{\mu^-}^{\gamma=29} = 64,368(29) \text{ мксек}.$$

Так как лоренц-факторы для μ^+ и μ^- совпадают с точностью, существенно лучшей, чем ошибки времен жизни, то из этих измерений можно сделать заключение, что

$$-1,4 \cdot 10^{-3} < \frac{\tau_{\mu^+}^0 - \tau_{\mu^-}^0}{\tau_{\mu}^0} < 3,0 \cdot 10^{-3}$$

(измерение на лету, $\gamma \sim 29$; 95 %-ный уровень достоверности). Комбинируя измерения в покое и на лету для $\tau_{\mu^-}^0$ и используя очень точное измерение в покое для $\tau_{\mu^+}^0$, получаем

$$-4,0 \cdot 10^{-5} < \frac{\tau_{\mu^+}^0 - \tau_{\mu^-}^0}{\tau_{\mu}^0} < 1,6 \cdot 10^{-3}$$

(наилучшие средние значения для $\tau_{\mu^+}^0$, $\tau_{\mu^-}^0$; 95 %-ный уровень достоверности).

б) Проверки CP

В случае справедливости CPT -теоремы CP сохраняется или нарушается в зависимости от того, сохраняется или нарушается инвариантность по отношению к обращению времени T соответственно. Проверки только T описываются в следующем разделе, а CP -инвариантность (вне зависимости от CPT и T сохранения) дает предсказания относительно распадов частиц и античастиц. Рассмотрим матричный элемент для распада частицы a в покое со спином s_a на систему частиц b, c, \dots со спинами s_b, s_c, \dots и импульсами p_b, p_c, \dots

$$M \equiv \langle p_b, s_b; p_c, s_c, \dots | H_{вз} | 0, s_a \rangle. \quad (3.6)$$

При CP -преобразовании

$$s_a \rightarrow s_a^*, \quad p_a \rightarrow -p_a^* \quad \text{и т. д.}$$

Если $H_{вз}$ инвариантен по отношению к CP , то из уравнения (3.3) следует, что

$$M = \langle -p_b^*, s_b^*; -p_c^*, s_c^*; \dots | H_{вз} | 0, s_a^* \rangle \equiv \bar{M}. \quad (3.7)$$

Возведя модуль матричного элемента (3.7) в квадрат, мы увидим, что вероятность распада частицы на определенную конфигурацию частиц равна вероятности распада античастицы на ту же самую конфигурацию античастиц с противоположными импульсами.

Рассмотрим распад мюона и проинтегрируем по переменным ненаблюдаемых нейтрино. Распределение распадных электронов в случае положительных мюонов дается выражением вида

$$\frac{dn_{e+}}{dx d \cos \theta} = A(x) + B(x) \hat{s}_\mu \hat{p}_e, \quad (3.8)$$

где $x = 2p_e/M_\mu$, p_e — импульс электрона в системе покоя мюона, а $\cos \theta = \hat{s}_\mu \hat{p}_e$.

Аналогичное выражение для μ^- распада выглядит так:

$$\frac{dn_{e-}}{dx d \cos \theta} = \bar{A}(x) + \bar{B}(x) \hat{s}_\mu \hat{p}_e. \quad (3.9)$$

Из выражений (3.7) — (3.9) следует, что для всех электронных импульсов и углов

$$A(x) + B(x) \cos \theta = \bar{A}(x) - \bar{B}(x) \cos \theta,$$

поэтому

$$A(x) = \bar{A}(x), \quad B(x) = -\bar{B}(x).$$

Это означает, что асимметрия равна по величине, но противоположна по знаку для электронных мод распадов μ^+ и μ^- . Это следует непосредственно

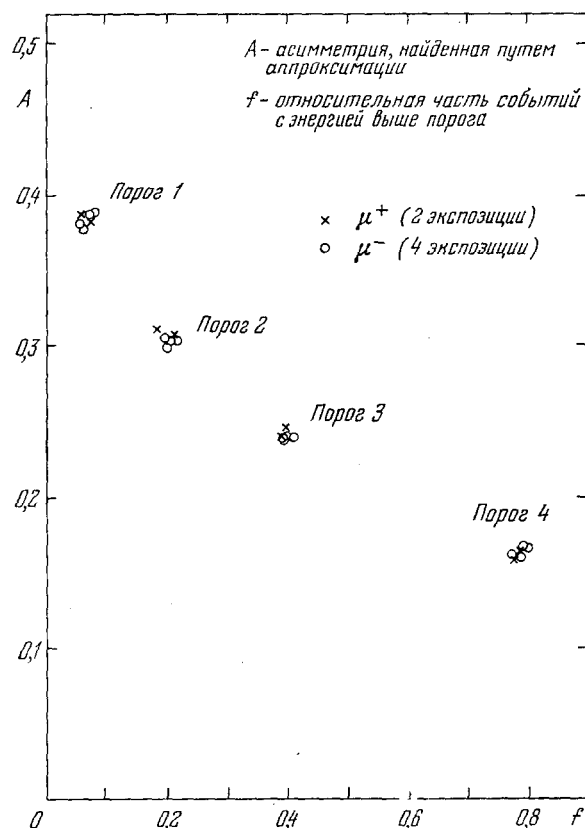


Рис. 9. Асимметрия, полученная из аппроксимации спектров распадных электронов в черновском мюонном ($g-2$)-эксперименте, в зависимости от относительной скорости счета частиц при различных порогах обрезания энергии электронов.

из основного условия CP -сохранения (3.7) вне зависимости от функций A и B (т. е. от вида распада: $V-A$, $V+A$, P , S или T). Прямым следствием этого утверждения является то, что асимметрия, наблюдаемая во временном спектре распадных электронов в мюонных ($g-2$)-экспериментах (см. раздел б) гл. 2), должна иметь одну и ту же величину для μ^+ и μ^- (при условии, конечно, что исходная степень поляризации мюонов одинакова). Такое сравнение было сделано в последнем черновском мюонном ($g-2$)-эксперименте^{87, 88}. На рис. 9 показана зависимость асимметрии распадных электронов (при четырех различных энергетических порогах) от относительного количества f последних с энергией выше порога для двух μ^+ - и четырех μ^- -экспозиций, когда условия эксперимента поддерживались наиболее стабильными. Согласие между μ^+ - и μ^- -асимметриями находится на уровне лучше 1%.

в) Проверки T

1) Проверки T -инвариантности в мюонном распаде. В принципе T -инвариантность в мюонном распаде можно проверять, изучая матричные элементы распада, нечетные относительно T -преобразования. Например,

$$s_e [s_\mu p_e].$$

В этом случае необходимо регистрировать компоненту электронного спина, перпендикулярную к плоскости, определяемой импульсом электрона и спином мюона. Такие эксперименты технически очень сложны и до сих пор не проведены. Не легче ситуация и в радиационных распадах мюона ¹⁰⁶, где, как указал Прэтт ¹⁰⁷, все T -нарушающие члены в матричном элементе либо пропорциональны поперечной (к электронному импульсу) компоненте электронного спина, либо электронной массе. Типичный T -нарушающий член последнего типа выглядит так:

$$s_\mu [s_e^L k],$$

где k — импульс фотона, а s_e^L — продольная компонента электронного спина. Зависимость от массы электрона делает такие члены значительными только при очень маленьких электронных импульсах. Так же как и в нерадиационных распадах, экспериментальные проблемы здесь очень сложны, и поэтому никакие проверки не были выполнены.

2) Электрические дипольные моменты (ЭДМ). То, что существование электрического дипольного момента свободной частицы запрещено сохранением четности, было известно давно. Однако, как было подчеркнуто Перселлом и Рэмзи ¹⁰⁸, наличие или отсутствие ЭДМ у частицы должно трактоваться как чисто экспериментальная проблема, так как авторами был предложен физический механизм, который может приводить к исчезающему ЭДМ. Вскоре после того как был открыт закон несохранения четности в слабых взаимодействиях, Ландау ¹⁰⁹ показал, что даже если P нарушается, существование ЭДМ запрещено T -инвариантностью, т. е. существование исчезающего ЭДМ для какой-нибудь частицы означает, что и P , и T нарушаются. Из CPT -теоремы тогда следует, что и CP также нарушается. Доказательство равенства нулю ЭДМ для свободной частицы (в основном состоянии с определенной четностью) в случае справедливости P - или T -инвариантности уже было дано в гл. 1.

Вопрос о существовании дипольных моментов у элементарных частиц опять привлек к себе внимание вслед за открытием CP ¹¹⁰ (и T ¹¹¹)-нарушения в системах с нейтральными каонами. Так как в настоящее время известно, что P и T в природе нарушаются, то сейчас не существует никаких запретов на существование ЭДМ у частиц, следующих из дискретных симметрий. Оценки значений, ожидаемых для нейтронного ЭДМ в различных моделях с нарушением CP , были сделаны Вольфенштейном ¹¹². С появлением перенормируемых калибровочных теорий слабых и электромагнитных взаимодействий стало возможным проводить надежные вычисления ¹¹³ ЭДМ у частиц в тех моделях, которые включали в себя CP -нарушение. Одним из последних примеров теории такого рода был предложен Кобаяши и Маскавой ¹¹⁴, и исследован Эллисом, Гайяр и Нанопулосом ¹¹⁵, которые ввели шесть различных сортов кварков. Нейтронный ЭДМ (который в настоящее время изучен лучше других, $D_n = (0,4 \pm 1,1) \cdot 10^{-24} \text{ е.см}$ ¹¹⁶), является наиболее чувствительной проверкой теорий с CP -наруше-

нием. Такое нарушение связывается с введением более тяжелых кварков, которые в свою очередь дают вклад в лептонный ЭДМ только через диаграммы высокого порядка, подавленные вследствие большого пропагатора. Однако существуют некоторые предсказания^{113, 117} для ЭДМ свободных лептонов в калибровочных моделях, а существующий уровень экспериментальной чувствительности, достигаемый для электрона, уже позволяет отвергнуть некоторые модели.

Ниже будут описаны лучшие существующие измерения ЭДМ электрона и мюона.

3) Измерения электронного ЭДМ. Было проведено три типа измерений электронного ЭДМ:

1) изучение зависимости частоты прецессии электронного спина по отношению к его импульсу (т. е. электронной $(g - 2)$ -частоты) от скорости¹¹⁸;

2) поиск членов в сечении рассеяния электронов на 180° , зависящих от электронного ЭДМ¹¹⁹;

3) эксперименты с атомными пучками^{120, 121}.

В первых измерениях была использована методика, впервые предложенная Гарвином и Ледерманом¹²².

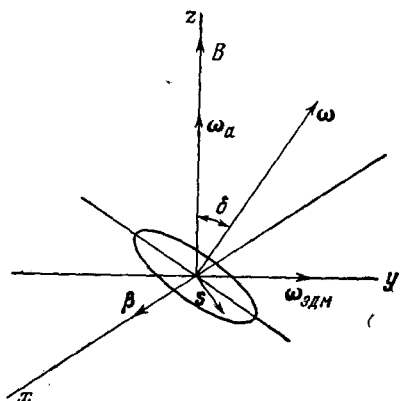


Рис. 10. Векторная диаграмма угловых скоростей для прецессии спина в присутствии ЭДМ.

Плоскость прецессии спина s относительно скорости β наклонена на угол δ , обусловленный вектором прецессии аномального магнитного момента ω_a и электрического дипольного момента $\omega_{ЭДМ}$.

Они указали, что в $(g - 2)$ -прецессионных экспериментах, использующих магнитные зеркальные ловушки (см. раздел 6) гл. 2), электрон в его системе покоя испытывает на себе действие электрического поля, пропорциональное скорости частицы, как это следует из лоренцовского преобразования магнитного поля. Электрическое поле при этом перпендикулярно к магнитному полю. Если ЭДМ не равен нулю, то частота прецессии относительно вектора импульса приобретает компоненту $\omega_{ЭДМ}$ вдоль направления электрического поля в дополнение к нормальной $(g - 2)$ -частоте ω_a , которая направлена вдоль магнитного поля (рис. 10). Таким образом, наблюдаемая $(g - 2)$ -частота оказывается равной

$$\omega'_a = \omega_a \left(1 + \frac{f^2}{4a^2} \beta^2 \right), \quad (3.10)$$

где электрический дипольный момент связан с f (см. уравнение (1.3)) соотношением

$$D = \frac{f}{2} \frac{e\hbar}{2mc}.$$

Нельсон, Шупп, Пидд и Крейн¹¹⁸ исследовали зависимость ω'_a от скорости и сделали заключение, что

$$D_e \leq 3 \cdot 10^{-15} \text{ е.см.}$$

Второй метод использует высокую чувствительность сечения рассеяния электронов на 180° на бесспиновой мишени к членам в дифференциальном сечении, обусловленных электронным ЭДМ. Рэнд¹¹⁹ рассеивал электроны с импульсом 100 Мэв/с на 180° на мишени из ^{12}C . В таких экспериментах

требуется доскональное знание систематических ошибок в сечении обратного рассеяния (включая поправки на многократное рассеяние).

Было найдено, что

$$D_e \leq 2,3 \cdot 10^{-16} \text{ е.см.}$$

Однако наиболее низкие границы на ЭДМ электрона следуют из экспериментов с атомными пучками, использующих щелочные (или подобные им) атомы, в которых, как было впервые указано Сэндарсом ¹²³, ¹²⁴, атомный ЭДМ может быть в ~ 100 раз больше, чем внутренний ЭДМ электрона. Такие эффекты полностью обусловлены релятивистскими частями атомной волновой функции. Ранее Шиффом ¹²⁵ было показано, что в нерелятивистском пределе атомный ЭДМ исчезает, даже если электронный ЭДМ не равен нулю. Обсуждение физических основ усиления атомных ЭДМ содержится в работе Игнатовича ¹²⁶.

Были проведены два эксперимента со сравнимой чувствительностью ¹²⁷. В обоих случаях изучались сдвиги в резонансной частоте пучков при наложении внешнего электрического поля. В опыте Вайскопфа и др. ¹²⁸ использовались пучки атомов Cs и Na. Основной трудностью этих экспериментов является так называемый [VE]-эффект. Электрическое поле в лабораторной системе переходит в магнитное поле в системе покоя атома, пропорциональное скорости. Эффект Зеемана ведет к смещению резонансной частоты в присутствии электрического поля, и, следовательно, к ложному ЭДМ сигналу. Одновременные измерения с пучками Cs и Na, позволяющие отделить вклад [VE]-эффекта от внутреннего ЭДМ, дают следующий результат:

$$|D_{Cs}| = (0,8 \pm 1,8) \cdot 10^{-22} \text{ е.см.}$$

Из вычислений Сандарса следует, что

$$|D_{Cs}| \approx 119D_e.$$

Отсюда был получен предел на электронный ЭДМ (Вайскопф и др. ¹²⁹): $|D_e| < 3 \cdot 10^{-24} \text{ е.см}$ (на 90%-ном уровне достоверности).

Во втором эксперименте, проведенном Плэйером и Сэндарсом ¹²¹, был использован очень остроумный прием, помогающий обойти [VE]-эффект. Поскольку был выбран атом с высокой электрической поляризуемостью (использовалось возбужденное метастабильное состояние 3P_2 атома Хе), то ось квантования атома имела направление вдоль электрического поля. Следовательно, магнитное поле, пропорциональное [VE], оказывается перпендикулярным к оси квантования, а это значит, что по крайней мере в первом порядке эффект Зеемана отсутствует. Оставшиеся систематические неопределенности были устранены при помощи сравнения опытов с атомами Хе и Кг (факторы усиления ЭДМ для Хе и Кг составляют соответственно ~ 130 и 20). В результате Плэйер и Сэндарс ¹²¹ получили

$$D_e = (0,7 \pm 1,1) \cdot 10^{-24} \text{ е.см (на 90%-ном уровне достоверности)}$$

Последние два измерения D_e сравнимы по точности с наилучшим измерением, проведенным на свободном нейтроне ¹¹⁶, речь о котором шла выше.

Заметим, что все эксперименты проводились с нейтральными системами. Как было указано Гарвином и Ледерманом ¹²², при измерении ЭДМ заряженных систем возникают существенные трудности из-за того, что электрическое поле взаимодействует непосредственно с зарядом, определяя в основном энергию взаимодействия. Наилучшие пределы для «свободных» электронов в опытах типа 1) и 2) обладают точностью на 8—9 порядков хуже, чем те, что получены в опытах с атомными пучками.

4) Измерения мюонного ЭДМ. Одним из возможных способов получения ограничения на ЭДМ мюона является сравнение экспериментального ^{87, 88} и теоретического ³⁶ значений мюонной аномалии. Приписывая разницу в этих числах эффекту мюонного ЭДМ и используя (3.10) с $\beta = 1$ ($\gamma = 29,3$ для мюонов в церновском накопительном кольце), получаем ^{87, 88}

$$D_\mu < 8,0 \cdot 10^{-19} \text{ е.см (на 95\%-ном уровне достоверности).}$$

Однако возможно и прямое измерение мюонного ЭДМ. Из рис. 10 можно видеть, что вектор прецессии спина поворачивается в направлении от магнитного поля на угол $\delta = \omega_{\text{ЭДМ}}/\omega_a = f\beta/2a$. Вследствие этого появляется зависимость асимметрии вылета электронов от распадов мюонов по отношению к направлению магнитного поля, меняющаяся со временем. Такую асимметрию искали в первом мюонном ($g - 2$)-эксперименте ЦЕРНа ⁸², где мюоны останавливались в поляриметре. В результате получили ¹²⁸ $D_\mu = (0,6 \pm 1,1) \cdot 10^{-17} \text{ е.см}$ (ошибка в одно стандартное отклонение).

Аналогичная методика использовалась в последнем эксперименте на накопительном кольце ЦЕРНа. Из рис. 10 ясно, что число распадных электронов, идущих «вверх» и «вниз» (плоскость, перпендикулярная к магнитному полю, принимается за горизонтальную), модулируется ($g - 2$)-частотой. Также очевидно, что эта модуляция сдвинута на $\pi/2$ по отношению к фазе суммарной «вверх + вниз»-скорости счета, которая имеет максимум или минимум в зависимости от того, направлен ли спин мюона вперед или назад (см. раздел б), гл. 2). В результате скорости счета электронов, летящих «вверх» или «вниз», оказываются равными

$$\begin{aligned} N_{\text{вверх}} &= \frac{N}{2} e^{-t/\tau} [1 - A_\mu \cos(\omega t + \varphi) + A_e \sin(\omega t + \varphi)], \\ N_{\text{вниз}} &= \frac{N}{2} e^{-t/\tau} [1 - A_\mu \sin(\omega t + \varphi) \mp A_e \sin(\omega t + \varphi)]. \end{aligned} \quad (3.11)$$

A_e связано с углом наклона δ на рис. 10, который в свою очередь связан с мюонным ЭДМ соотношением

$$\frac{D_\mu}{e} = \frac{a}{2} (\lambda_\mu) \delta. \quad (3.12)$$

Связь между δ и A_e может быть определена аналитически в том случае, если регистрируются все электроны с энергией $> E_t$. Тогда имеем

$$NA_e = -4\delta \left[\frac{1}{6} \cos^{-1}(a-1) + \sqrt{\frac{2}{a}-1} \left(\frac{a^4}{15} - \frac{7a^3}{45} - \frac{11a^2}{90} + \frac{a}{6} \right) \right], \quad (3.13)$$

где

$$N = 4\pi \left(1 - \frac{5a}{6} + \frac{a^3}{8} - \frac{a^4}{48} \right)$$

$$\text{и } a = 2E_t/E_t^{\text{max}}.$$

Формула (3.13) является точной в ультрарелятивистском пределе $p \sim E$ для распадных электронов в системе покоя мюона. Для энергетического порога $\sim 800 \text{ Мэв}$, используемого в эксперименте ЦЕРНа, формула (3.13) дает $A_e = 0,22\delta$. Чувствительность в этом эксперименте несколько ослаблена вследствие того, что направление вылета электрона «вверх» или «вниз» фиксируется при помощи сцинтилляционных счетчиков, расположенных выше и ниже средней плоскости. Поэтому в случае конечного распределения накопленных мюонов в вертикальном направлении, не все распадные электроны, которые вылетают «вверх», регистрируются

«верхним» сцинтиллятором. Это ведет к фактору ослабления $\sim 0,75$, или

$$A_e = 0,1646. \quad (3.14)$$

Сигнал от ЭДМ определяется путем аппроксимации временных спектров распадных электронов, вылетающих «вверх» и «вниз». Из (3.14) видно, что в случае неравенства нулю A_e возникает сдвиг фазы $\Delta\varphi = 2A_e/A_\mu$ между «верхним» и «нижним» временными спектрами. Из измерений разницы фаз и A_μ (которое также получается путем аппроксимации) можно найти A_e , а следовательно и D_μ , согласно уравнениям (3.14) и (3.12).

Полное описание систематических ошибок дано в ссылке ¹²⁹. Приведенные ниже ошибки являются в основном статистическими.

Были сделаны отдельные измерения для μ^+ и μ^- и получены следующие результаты:

$$D_{\mu+} = (8,6 \pm 4,5) \cdot 10^{-19} \text{ е.см.}, \quad D_{\mu-} = (0,8 \pm 4,3) \cdot 10^{-19} \text{ е.см.}$$

Предполагая противоположные знаки для ЭДМ частицы и античастицы, получаем совместный результат: $D_\mu = -(3,7 \pm 3,4) \cdot 10^{-19} \text{ е.см.}$

Приведенный здесь знак относится к частице μ^- . Все ошибки соответствуют одному стандартному отклонению. Результат эксперимента можно также выразить в следующей форме:

$$|D_\mu| < 1,05 \cdot 10^{-18} \text{ е.см. (95\%-ный уровень достоверности).}$$

Это означает продвижение на фактор 27 по сравнению с пределом, установленным в предыдущем эксперименте ¹²⁸. Этот результат также сравним с «косвенными» оценками D_μ , найденными при сравнении теоретического и экспериментального значений a_μ .

В заключение авторы выражают благодарность всем членам коллаборации мюонного накопительного кольца ЦЕРНа за плодотворные и полезные дискуссии. Они особенно благодарны Ф. Дж. М. Фарли, Ф. Кривену и Ф. Ланге.

ЦЕРН, Женева, Швейцария,
Физический факультет Шеффилдского
университета, Англия

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- Обзоры с акцентом на измерения $(g-2)$ электрона:
Rich A., Wesley J. C.—Rev. Mod. Phys., 1972, v. 44, p. 250.
Dehmelt H. D.—In: Atomic Masses and Fundamental Constants.—N. Y.: Plenum Press; 1976.—v. 5, p. 499.
Измерения $(g-2)$ мюона:
Bailey J., Picasso E.—Progr. Nucl. Phys., 1970, v. 12, p. 43.
Combley F., Picasso E.—Phys. Rept., 1974, v. 14C, p. 1.
Farley F. J. M.—Contemp. Phys., 1975, v. 16, p. 413.
Field J. H.—In: Proc. of EPS Intern. Conference on High-Energy Physics. Palermo, 1975.—Bologna: Editrice Compositori 1976.—P. 247.
Описание мюонного $(g-2)$ -эксперимента и обширный обзор проверок справедливости КЭД дан в работе:
Combley F. H.—In: Proc. of 7th Intern. Symposium on Lepton and Photon Interactions at High Energies/Ed. W. T. Kirk.—Stanford University, 1975.—P. 913.
- Jackson J. D. CERN 77-17.—1977.
- Dirac P. A. M.—Proc. Roy. Soc. Ser. A, 1931, v. 133, p. 60; Phys. Rev., 1948, v. 74, p. 817.
- Dirac P. A. M.—Proc. Roy. Soc. Ser. A, 1928, v. 117, p. 610; v. 118, p. 351.
- Kusch P.—Science, 1956, v. 123, p. 207; Phys. Today, 1969, v. 19, p. 23.
- Crane H. R.—Sci. American, 1968, v. 218, p. 72; Symposium on High-Energy Physics with Polarized Beams and Targets. Argonne, 1976.—AIP Conf. Proc., 1976, No. 35, p. 306.
- Schwinger J. S.—Phys. Rev. 1948, v. 73, p. 416; 1949, v. 75, p. 898.

8. Olsen P. T., Williams E. R.— In: Proc. of 5th Intern. Conference on Atomic Masses and Fundamental Constants. Paris, 1975 *)/Ed. J. H. Sandars, A. H. Wapstra.— N. Y.: Plenum Press, 1976.— P. 538.
9. Фундаментальные константы обсуждаются в работе:
Cohen E. R., Taylor B. N.— J. Phys. and Chem. Ref. Data, 1973, v. 2, p. 663.— См. также статью этих авторов в AMCO-5, p. 663.
10. Suura H., Wichmann E.— Phys. Rev., 1957, v. 105, p. 1930.
11. Peterman A.— Ibid., p. 1931.
12. Elend H. H.— Phys. Lett. 1966, v. 20, p. 682; v. 21, p. 720.
13. Erickson G. W., Liu H. T.— Univ. California. Davis Report UCD-CNL-81.— 1968.
14. Karplus R., Kroll N. M.— Phys. Rev., 1950, v. 77, p. 536.
15. Peterman A. — Helv. Phys. Acta, 1957, v. 30, p. 407; Nucl. Phys., 1957, v. 3, p. 689.
16. Sommerfield C. M.— Phys. Rev., 1957, v. 107, p. 328.
17. Levine M. J., Perisho R. C., Roskies R.— Phys. Rev. Ser. D, 1976, v. 13, p. 997.
18. Levine M. J., Roskies R.— Ibid., 1974, v. 9, p. 421.
19. Barbieri R., Caffo M., Remiddi E.— Phys. Lett. Ser. B, 1975, v. 57, p. 460.
20. Mignaco J. A., Remiddi E.— Nuovo Cimento. Ser. A, 1969, v. 60, p. 519.
21. Barbieri M., Remiddi E.— Phys. Lett. Ser. B, 1974, v. 49, p. 468.
22. Cvitanovic P., Kinoshita T.— Phys. Rev. Ser. D, 1974, v. 10, p. 4007.
23. Calmet J., Peterman A.— Phys. Lett. Ser. B, 1973, v. 47, p. 369.
24. Aldins J., Brodsky S. J., Dufner A., Kinoshita T.— Phys. Rev. Ser. D, 1970, v. 1, p. 2378.
25. Chang C., Levine M. J. Частное сообщение, цитированное авторами работы ¹⁷.
26. Levine M. J., Roskies R.— Phys. Rev. Ser. D, 1976, v. 14, p. 2191.
27. Samuel M. A., Chlouber C.— Phys. Rev. Lett., 1976, v. 36, p. 442.
28. Calmet J., Peterman A.— Phys. Lett. Ser. B, 1975, v. 58, p. 449.
29. Lautrup B. E., Samuel M. A.— Ibid., B, 1977, v. 72, p. 114.
30. Barbieri R., Remiddi E.— Nucl. Phys. Ser. B, 1975, v. 90, p. 233.
31. Kinoshita T.— Nuovo Cimento. Ser. B, 1967, v. 51, p. 140.
32. Lautrup B. E., de Rafael E.— Phys. Rev., 1968, v. 174, p. 1835; Nuovo Cimento. Ser. A, 1964, v. 64, p. 322.
33. Lautrup B. E.— Phys. Lett. Ser. B, 1970, v. 32, p. 627.
34. Lautrup B. E., Peterman A., de Rafael E.— Nuovo Cimento. Ser. A, 1971, v. 1, p. 238.
35. Brodsky S. J., Kinoshita T.— Phys. Rev. Ser. D, 1971, v. 3, p. 356.
36. Calmet J., Narison S., Perrottet M., de Rafael E.— Rev. Mod. Phys., 1977, v. 49, p. 21.
37. Lautrup B. E.— Phys. Lett. Ser. B., 1972, v. 38, p. 408.
38. Samuel M. A.— Phys. Rev. Ser. D, 1974, v. 9, p. 2913.
39. Barger V., Long W. F., Olsson M. G.— Phys. Lett. Ser. B, 1975, v. 60, p. 89.
40. Calmet J., Narison S., Perrottet M., de Rafael E.— Ibid., 1976, v. 61, p. 283.
41. Gourdin M., de Rafael E.— Nucl. Phys. Ser. B, 1969, v. 10, p. 667.
42. Bramon A., Etim E., Greco M.— Phys. Lett. Ser. B., 1972, v. 39, p. 514.
43. Jackiw R., Weinberg S.— Phys. Rev. Ser. D, 1972, v. 5, p. 2396.
44. Bardeen W. A., Gastmans R., Lautrup B. E.— Nucl. Phys. Ser. B, 1972, v. 46, p. 319.
45. Bars I., Yoshimura M.— Phys. Rev. Ser. D, 1972, v. 6, p. 374.
46. Fujikawa K., Lee B. W., Sanda A. I.— Ibid., p. 2923.
47. Primack J., Quinn H. R.— Ibid., p. 3171.
48. Discus D. A.— Ibid., 1975, v. 12, p. 2176.
49. Leveille J. P. Imperial College London. Preprint ICTP/77-78/2.— 1978.
50. Brodsky S. J., Sullivan J.— Phys. Rev., 1967, v. 156, p. 1644.
51. Burnett T., Levine M.— Phys. Lett. Ser. B, 1967, v. 24, p. 467.
52. Lautrup B. E., Peterman A., de Rafael E.— Phys. Rept., 1972, v. 3C, p. 193.
53. Houston W. V.— Phys. Rev., 1937, v. 51, p. 446.
54. Nafe J. E., Nelson E. B., Rabi I. I.— Ibid., 1947, v. 71, p. 914.
55. Breit G.— Ibid., 1947, v. 72, p. 984.

*) В дальнейшем обозначено как AMCO-5.

56. Kusch P., Foley H. M.— Ibid., p. 1256.
57. Foley H. M., Kusch P.— Ibid., 1948, v. 73, p. 412.
Kusch P., Foley H. M.— Ibid., 1948, v. 74, p. 250.
58. Gardner J. H., Purcell E. M.— Ibid., 1949, v. 76, p. 1262; 1951, v. 83, p. 996.
59. Koenig S. H., Prodell A. G., Kusch P.— Ibid., 1952, v. 88, p. 191.
60. Beringer R., Heald M. A.— Ibid., 1954, v. 95, p. 1474.
61. Franken P. A., Liebes S.— Ibid., 1956, v. 104, p. 1197.
62. Rabi I. I.— Zs. Phys., 1928, Bd. 49, S. 507.
63. См., например: Louisell W. K.— Quantum Statistical Properties of Radiation.— N. Y.: J. Wiley, 1973.— P. 318 et seq.
64. Bloch F.— Physica, 1953, v. 19, p. 821.
65. Tolhoek H. A., De Groot S. R.— Physica, 1951, v. 17.
66. Mott N. F.— Proc. Roy. Soc. Ser. A, 1929, v. 124, p. 425.
67. Dehmelt H.— Phys. Rev., 1958, v. 109, p. 381.
68. Penning F. M.— Physica, 1937, v. 4, p. 71.
69. Pierce T. R. Theory and Design of Electron Beams.— Princeton, N. J.: Van Nostrand,— 1949.
70. Dehmelt H.— Spin Resonance of Free Electrons: Report NSF-G-5955.— 1961.
71. Cräff G., Major F. G., Roeder R. W. H., Werth G.— Phys. Rev. Lett., 1968, v. 21, p. 340.
72. Gräff G., Klempt E., Werth G.— Zs. Phys., 1969, Bd. 222, S. 201.
73. Wineland D., Ekström P., Dehmelt H.— Phys. Rev. Lett., 1973, v. 31, p. 1279.
74. Louisell W. H., Pidd R. W., Crane H. R.— Phys. Rev., 1954, v. 94, p. 7.
75. Schupp A. A., Pidd R. W., Crane H. R.— Ibid., 1961, v. 121, p. 4.
76. Wesley J. C., Rich A.— Ibid. Ser. A, 1971, v. 4, p. 1341.
77. Grander S., Ford G. W.— Phys. Rev. Lett., 1972, v. 28, p. 1479.
78. Dick L., Feuvrais L., Madansky L., Telegdi V. L.— Phys. Lett., 1963, v. 3, p. 326.
79. Gilleland J., Rich A.— Phys. Rev. Ser. A, 1972, v. 5, p. 38.
80. Ford G. W., Luxon J. L., Rich A., Wesley J. C., Telegdi V. L.— Phys. Rev. Lett., 1972, v. 29, p. 1691.— Этот метод был впервые предложен В. Телегди.
Grodzins L.— Progr. Nucl. Phys., 1959, v. 7, p. 219.
81. Newman D., Swetman E., Rich A.— AMCO-5, p. 506.
82. a) Charpak G., Farley F. J. M., Garwin R. L., Müller T., Sens J. C., Telegdi V. L., Zichichi A.— Phys. Rev. Lett., 1961, v. 6, p. 128.
б) Charpak G., Farley F. J. M., Garwin R. L., Müller T., Sens J. C., Zichichi A.— Nuovo Cimento, 1965, v. 37, p. 1241.
83. Hutchinson D. P., Menes J., Shapiro G., Patlach A. M.— Phys. Rev., 1963, v. 131, p. 1351.
84. Lathrop J. F., Lundy R. A., Telegdi V. L., Winston R., Yovanovitch D. D.— Nuovo Cimento, 1960, v. 17, p. 109.
Lathrop J. F., Lunday R. A., Pehman S., Telegdi V. L., Winston R., Yovanovitsh D. D.— Ibid., p. 114.
85. Devons S., Gidal G., Lederman L. M., Shapiro G.— Phys. Rev. Lett., 1960, v. 5, p. 330.
86. Bailey J., Bartl W., von Bochmann G., Brown R. C. A., Farley F. J. M., Giesch M., Jöstlein H., van der Meer S., Picasso E., Williams R. W.— Nuovo Cimento, Ser. A. 1972, v. 9, p. 369.
87. Bailey J., Borer K., Combley F., Drumm H., Eck C., Farley F. J. M., Field J. H., Flegel W., Hattersley P. M., Krienen F., Lange F., Petrucci G., Picasso E., Pizer H. I., Runolfsson O., Williams R. W., Wojcicki S.— Phys. Lett. Ser. B, 1975, v. 55, p. 420.
Bailey J., Borer K., Combley F., Drumm H., Farley F. J. M., Field J. H., Flegel W., Hattersley P. M., Krienen F., Lange F., Picasso E., von Rüden W.— Ibid., 1977, v. 67, p. 225.
88. Bailey J. et. al. (in press).
89. Crowe K. M., Hague J. F., Rothberg J. E., Schenck A., Williams D. L., Williams R. W., Young K. K.— Phys. Rev. Ser. D, 1972, v. 5, p. 2145.
90. Casperson D. E., Crane T. W., Denison A. B., Egan P. O., Hughes V. W., Mariam F. G., Orth H., Reist H. W., Souder P. A., Stambaugh R. D., Thompson P. A., zu Putlitz G.— Phys. Rev. Lett., 1977, v. 38, p. 956.

91. Van Dyck R. S., Ekström P., Dehmelt H.,— *Nature*, 1976, v. 262, p. 776.
92. Van Dyck R. S., Schwinberg P. B., Dehmelt H.,— *Phys. Rev. Lett.*, 1977, v. 38, p. 310.
93. Соколов А. А., Павленко Ю. Г. — *Опт. и спектр.*, 1967, т. 22, с. 3.
94. Serednyakov S. I., Sidorov V. A., Skrinksky A. N., Tumai-kin G. M., Shatunov Yu. M.,— *Phys. Lett. Ser. B*, 1977, v. 66, p. 102.
95. Тернов И. М., Лоскутов Ю. М., Коровина Л. Т. — *ЖЭТФ*, 1962, т. 41, с. 1294.
96. Байер В. Н., Хозе В. А. — *Атомная энергия*, 1968, т. 25, с. 440. Байер В. Н. — *УФН*, 1971, т. 105, с. 441.
97. Lüders G.,— *Danske K. Vidensk. Selskab. Mat.*— *Fys. Medd.*, 1954, v. 28, No. 5.
98. Pauli W.,— *In: Niels Bohr and Development of Physics*, Lnd.: Pergamon Press, 1955.— P. 30.— (Перевод в кн. Нильс Бор и развитие физики.— М.: ИЛ, 1958.)
99. Lüders G.,— *Ann. Phys. N. Y.*, 1957, v. 2, p. 1.
100. Nishijima K. *Fundamental Particles*— N. Y.: W. A. Benjamin, 1963.— P. 335.— (Перевод: Нишиджима К. Фундаментальные частицы.— М.: Мир, 1965).
101. Gasiorowicz S. *Elementary Particle Physicas*.— N. Y.: J. Wiley and Sons.— P. 513.— (Перевод: Газизорович С. Физика элементарных частиц.— М.: Наука, 1969.)
102. Lüders G., Zumino B.,— *Phys. Rev.* 1957, v. 106, p. 345.
103. Баландин М. П., Гребенюк В. М., Зинов В. Г., Кониин А. Д., Пономарев А. Н. — *ЖЭТФ*, 1974, т. 67, с. 1631.
104. Meyer S. L., Anderson E. W., Bleser E., Lederman L. M., Rosen J. L., Rothberg J., Wang I. T.,— *Phys. Rev.*, 1963, v. 132, p. 2693.
105. Bailey J., Borer K., Combley F., Drumm H., Farley F. J. M., Field J. H., Flegel W., Hattersley P. M., Krienen F., Lange F., Picasso F., von Rüden W.,— *Nature*, 1977, v. 268, p. 301.
106. Fronsdaal C., Uberall H.,— *Phys. Rev.*, 1959, v. 113, p. 654.
107. Pratt R. H.,— *Ibid.*, 1958, v. 111, p. 649.
108. Purcell E. M., Ramsey N. F.,— *Ibid.*, 1950, v. 78, p. 807.
109. Landau L. D.,— *Nucl. Phys.*, 1957, v. 3, p. 127; *ЖЭТФ*, 1957, т. 32, с. 405.
110. Christenson J. H., Cronin J. W., Fitch V. L., Turlay R.,— *Phys. Rev. Lett.*, 1964, v. 13, p. 138.
111. Schubert K. R., Wolff B., Chollet J. C., Gaillard J. M., Jane M. R., Ratcliffe T. J., Repellin J. P.,— *Phys. Lett. Ser. B*, 1970, v. 31, p. 662.
112. Wolfenstein L.,— *Nucl. Phys. Ser. B*, 1974, v. 77, p. 375.
113. Pais A., Primack J. R.,— *Phys. Rev. Ser. D*, 1973, v. 8, p. 3036.
114. Kobayashi M., Maskawa K.,— *Progr. Theor. Phys.*, 1973, v. 49, p. 652.
115. Ellis J., Gaillard M. K., Nanopoulos D. V.,— *Nucl. Phys. Ser. B*, 1976, v. 109, p. 213.
116. Dress W. B., Miller P. D., Pendlebury J. M., Perrin P., Ramsey N. F.,— *Phys. Rev. Ser. D*, 1977, v. 15, p. 9.
117. Lee T. D.,— *Ibid.*, 1973, v. 8, p. 1226.
118. Nelson D. F., Schupp A. A., Pidd R. W., Crane H. R.,— *Phys. Rev. Lett.*, 1959, v. 2, p. 492.
119. Rand R. E.,— *Phys. Rev. Ser. B*, 1965, v. 140, p. 1605.
120. Weisskopf M. C., Carrico J. P., Gould H., Lipworth E., Stein T. S.,— *Phys. Rev. Lett.*, 1968, v. 21, p. 1645.
121. Player M. A., Sanders P. G. H.,— *J. Phys. Ser. B*, 1970, v. 3, p. 1620.
122. Garwin R. L., Lederman L. M.,— *Nuovo Cimento*, 1959, v. 11, p. 776.
123. Sanders P. G. H.,— *Phys. Lett.*, 1965, v. 14, p. 194.
124. Sanders P. G. H.,— *Ibid.*, 1966, v. 22, p. 290.
125. Schiff L. I.,— *Phys. Rev.*, 1963, v. 132, p. 2580.
126. Игнатович В. К. — *ЖЭТФ*, 1969, т. 56, с. 2019.
127. Ramsey N. F.,— *Phys. Rev.*, 1949, v. 76, p. 996.
128. Charpak G., Farley F. J. M., Garwin R. L., Muller T., Sens J. C., Zichichi A.,— *Nuovo Cimento*, 1961, v. 22, p. 1044.
129. Bailey J., Borer K., Combley F., Drumm H., Farley F. J. M., Field J. H., Flegel W., Hattersley P. M., Krienen F., Lange F., Picasso E., von Rüden W.,— *New Limits on Electric Dipole Moment of Positive and Negative Muons*.— To be published in *J. Phys. Ser. G (Nuclear Physics)*.